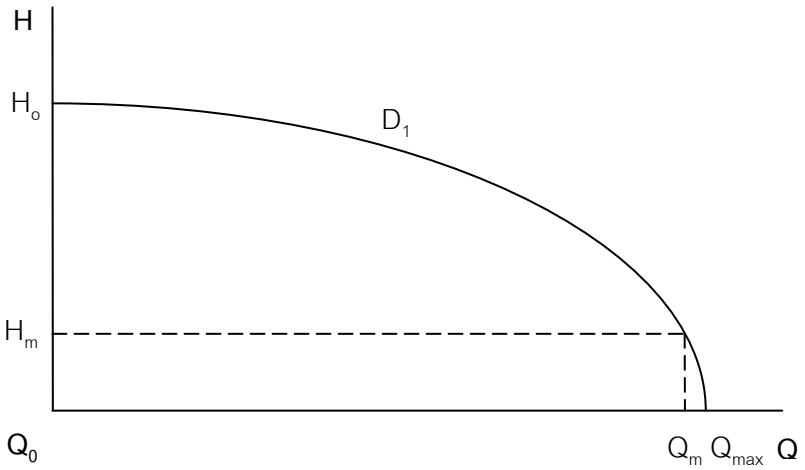
บทที่ 3

วิธีการวิจัย

การกำหนดพารามิเตอร์ของแบบจำลอง

การหาค่าพารามิเตอร์นำไปใช้งานร่วมกับแบบจำลองที่เส้นผ่าศูนย์กลาง D_1 มีดังต่อไปนี้

1. ค่าเฮดสูงสุด กำหนดให้เป็น H_o และอัตราการไหลที่จุดนี้กำหนดเป็น Q_o และมีค่าเป็นศูนย์ ตามรูปที่ 3.1



รูปที่ 3.1 เส้นโค้งการทำงานของเครื่องสูบ

2. ค่าอัตราการไหลสูงสุดคือ Q_{max} ที่จุดนี้ค่าเฮดเท่ากับศูนย์ ซึ่งเป็นค่าเชิงทฤษฎี เนื่องจากด้านดูด (Suction Head) และ ด้านจ่าย (Discharge Head) มีความดันต่างกัน จึงทำให้เฮดไม่เท่ากับศูนย์ ในทางปฏิบัติจึงวัดค่า Q_m แสดงในรูปที่ 3.1 โดยทำให้ H_m มีค่าต่ำที่สุด ทำได้โดยเปิดวาล์วในระบบให้เต็มที่

3. ประสิทธิภาพ η_{pump} หาได้โดยการวัดค่าอัตราการไหล Q ค่าเฮดของเครื่องสูบ H และค่าพลังงานไฟฟ้าที่จ่ายให้เครื่องสูบ P ดังนั้นประสิทธิภาพของเครื่องสูบหาได้จาก

$$\eta_{pump} = \frac{QH\gamma}{P} \tag{10}$$

โดยที่ γ คือน้ำหนักจำเพาะของน้ำ

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของเครื่องสูบ

สมการเฮดที่เส้นผ่าศูนย์กลาง D_1

รูปที่ 3.1 แสดงเส้นโค้งสมรรถนะของเครื่องสูบที่เส้นผ่าศูนย์กลาง D_1 เป็นกราฟพาราโบล่า ที่ค่าเฮดสูงสุดอยู่ที่จุด H_o และที่จุดนี้ Q_0 มีค่าเป็นศูนย์ อัตราการไหลมีค่าสูงสุด Q_{max} ที่เฮดมีค่าเท่ากับศูนย์ โดยสมมุติสมการ H ของเครื่องสูบเป็นดังนี้

$$H = aQ^2 + bQ + c \tag{11}$$

เนื่องจาก $H = H_o$ ที่ $Q = 0$ ดังนั้น

$$c = H_o \tag{12}$$

ที่ $Q = 0$ ความชันของเส้นโค้ง มีค่าเป็นศูนย์ดังนั้น

$$b = 0 \tag{13}$$

อัตราการไหลมีค่าสูงสุด ที่ $H = 0$ แทนค่าในสมการ (11) เป็น

$$aQ_{\max}^2 + c = 0 \tag{14}$$

แทนค่า c จากสมการ (12) ลงในสมการ (14) และแก้สมการหาค่า $Q_{\max}^2$

$$Q_{\max}^2 = -\frac{H_o}{a} \tag{15}$$

รูปที่ 3.1 เมื่อทราบค่า Q_m , H_m โดยที่ H_m คือค่าเฮดของเครื่องสูบโดยวัดค่าจากการทดสอบจริงที่เส้นผ่าศูนย์กลาง D_1 โดยค่าอัตราการไหลที่จุดนี้มีค่าเท่ากับ Q_m ดังนั้นที่จุดนี้จะเขียนสมการได้เป็น

$$H_m = a\,Q_m^2 + bQ_m + c$$

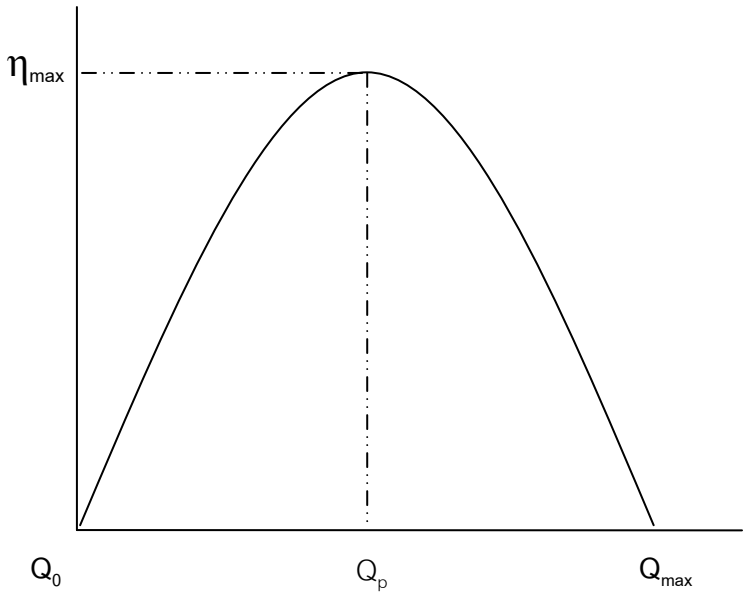
$$H_m = aQ_m^2 + H_o$$

$$a = \frac{H_m - H_o}{Q_m^2} \tag{16}$$

สำหรับ c และ b ยังคงมีค่าเท่ากับสมการ (12) และ (13) ตามลำดับ

สมการประสิทธิภาพของเครื่องสูบที่เส้นผ่าศูนย์กลาง D_1

การหาสมการของประสิทธิภาพของเครื่องสูบ รูปที่ 3.2 จะเห็นว่าประสิทธิภาพ η จะมีค่าเป็นศูนย์ที่อัตราการไหล Q_0 มีค่าเท่ากับศูนย์ และจุดที่ค่าของอัตราการไหลมีค่าสูงสุด Q_{max} นอกจากนี้ประสิทธิภาพมีค่าสูงสุดเท่ากับ η_{max} ณ.จุดที่มีอัตราการไหลเท่ากับ Q_P และที่จุดนี้ความชันของเส้นโค้งมีค่าเป็นศูนย์



รูปที่ 3.2 เส้นโค้งประสิทธิภาพของเครื่องสูบ

ดังนั้นจึงมีเงื่อนไขทั้งหมด 4 เงื่อนไขจึงสมมุติประสิทธิภาพเป็นสมการกำลัง 3 ดังนี้

$$\eta = fQ^3 + gQ^2 + hQ \tag{17}$$

สัมประสิทธิ์ f, g, h ได้จากการแก้สมการต่อไปนี้

$$fQ_{\max}^{3} + gQ_{\max}^{2} + hQ_{\max} = 0 \tag{18}$$

$$fQ_{P}^{3} + gQ_{P}^{2} + hQ_{P} = \eta_{\max} \tag{19}$$

$$3fQ_{P}^{2} + 2gQ_{P} + h = 0 \tag{20}$$

วิธีหาผลเฉลยของสมการ (18) ถึง (20) แสดงในภาคผนวก ก

ผลเฉลยของสมการ (18) ถึง (20) คือ

$$h = \frac{\eta_{\max} Q_{\max} \left(2Q_{\max} - 3Q_{P}\right)}{Q_{p}\left(Q_{\max} - Q_{p}\right)^{2}} \tag{21}$$

$$g = \frac{\eta_{\max} \left(3Q_{p}^{2} - Q_{\max}^{2}\right)}{Q_{p}^{2}\left(Q_{\max} - Q_{p}\right)^{2}} \tag{22}$$

$$f = \frac{\eta_{\max} \left(Q_{\max} - 2Q_{p}\right)}{Q_{p}^{2}\left(Q_{\max} - Q_{p}\right)^{2}} \tag{23}$$

สมการเฮดที่เส้นผ่าศูนย์กลาง D_2

ที่ผ่านมาเครื่องสูบที่พิจารณาอยู่ ทำงานที่เส้นผ่าศูนย์กลาง D_1 ต่อไปเป็นการหาสมการเมื่อต้องการปรับลดเส้นผ่าศูนย์กลางของเครื่องสูบ เป็น D_2 ซึ่งในขั้นตอนนี้ สมการกฎความคล้ายของเครื่องสูบ ยังคงใช้ได้อย่างถูกต้อง เพราะกำลังหาสมการของตัวเครื่องสูบเอง แต่เนื่องจากมีสมการกฎความคล้าย 3 ชุด จึงต้องพิจารณาทีละชุด ดังนี้

นำสมการชุดที่ 1 แทนในสมการที่ 11 จะได้

$$\frac{H'}{\left(D_2/D_1\right)^2} = a\left(\frac{Q'}{D_2/D_1}\right)^2 + b\left(\frac{Q'}{D_2/D_1}\right) + c \tag{24}$$

นำสมการชุดที่ 2 แทนในสมการที่ 11 จะได้

$$\frac{H'}{(D_2/D_1)^2} = a\left(\frac{Q'}{(D_2/D_1)^3}\right)^2 + b\left(\frac{Q'}{(D_2/D_1)^3}\right) + c \tag{25}$$

นำสมการชุดที่ 3 แทนในสมการที่ 11 จะได้

$$\frac{H'}{(D_2/D_1)^2} = a\left(\frac{Q'}{(D_2/D_1)^2}\right)^2 + b\left(\frac{Q'}{(D_2/D_1)^2}\right) + c \tag{26}$$

สำหรับ c และ b ยังคงมีค่าเท่ากับสมการ (12) และ (13) ตามลำดับ

สมการประสิทธิภาพของเครื่องสูบที่เส้นผ่าศูนย์กลาง D_2

หลักการเดียวกันสามารถหาประสิทธิภาพที่เส้นผ่าศูนย์กลาง D_2 เทียบกับเส้นผ่าศูนย์กลาง D_1 โดย นำสมการชุดที่ 1 แทนในสมการ (17) จะได้

$$\eta' = f\left(\frac{Q'}{D_2/D_1}\right)^3 + g\left(\frac{Q'}{D_2/D_1}\right)^2 + h\left(\frac{Q'}{D_2/D_1}\right) \tag{27}$$

นำสมการชุดที่ 2 แทนในสมการ (17) จะได้

$$\eta' = f\left(\frac{Q'}{(D_2/D_1)^3}\right)^3 + g\left(\frac{Q'}{(D_2/D_1)^3}\right)^2 + h\left(\frac{Q'}{(D_2/D_1)^3}\right) \tag{28}$$

นำสมการชุดที่ 3 แทนในสมการ (17) จะได้

$$\eta' = f\left(\frac{Q'}{(D_2/D_1)^2}\right)^3 + g\left(\frac{Q'}{(D_2/D_1)^2}\right)^2 + h\left(\frac{Q'}{(D_2/D_1)^2}\right) \tag{29}$$

เมื่อ D_1 = เส้นผ่าศูนย์กลางเดิม D_2 = เส้นผ่าศูนย์กลางใหม่

Q = อัตราการไหลเดิม Q' = อัตราการไหลใหม่

H = เฮดเดิม H' = เฮดใหม่

P = กำลังงานเดิม P' = กำลังงานใหม่

η = ประสิทธิภาพเดิม η' = ประสิทธิภาพใหม่

กำหนดให้

Model 1 คือ สมการ Pump Affinity Laws ชุดที่ 1 สมการที่ (1) - (3) ใช้ร่วมกับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของเครื่องสูบ

Model 2 คือ สมการ Pump Affinity Laws ชุดที่ 2 สมการที่ (4) - (6) ใช้ร่วมกับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของเครื่องสูบ

Model 3 คือ สมการ Pump Affinity Laws ชุดที่ 3 สมการที่ (7) - (9) ใช้ร่วมกับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของเครื่องสูบ

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบ

เฮดรวมของระบบ (Total System Head) คือ พลังงานของระบบที่ต้องการจากเครื่องสูบ เพื่อให้ของไหลเคลื่อนที่ตามอัตราการไหลที่ต้องการ ของไหลที่เคลื่อนที่ในระบบท่อจะมีทั้งพลังงานความดัน พลังงานจลน์ พลังงานศักย์ และ พลังงานสูญเสียจากความเสียดทาน เรียกว่าสมการของเบอร์นูลี (Bernoulli's Equation) มีหน่วย เป็นเมตร ดังสมการต่อไปนี้

$$\frac{p_1}{\rho g}+\frac{V_1^2}{2g}+z_1+H=\frac{p_2}{\rho g}+\frac{V_2^2}{2g}+z_2+h_L \tag{30}$$

ผลต่างพลังงานของระบบ ที่ทางเข้าและทางออก คือ ค่าเฮดรวมของระบบ เขียนสมการได้ดังนี้

$$H_{sys}=\frac{(p_2-p_1)}{\rho g}+\frac{(V_2^2-V_1^2)}{2g}+(z_2-z_1)+h_L \tag{31}$$

สมการ (31) เขียนในรูปตัวแปรอัตราการไหลได้ดังนี้

$$H_{sys}=\frac{\Delta P}{\rho g}+\Delta Z+\left(\frac{1}{2gA_2^2}-\frac{1}{2gA_1^2}\right)Q^2+kQ^2 \tag{32}$$

จะสังเกตได้ว่าสมการ (32) เป็นสมการกำลังสอง จุดทำงานของระบบคือค่า H และ Q ที่ได้จากการแก้สมการ (32) ร่วมกับ (11) หรือ (24) - (26) เทอมผลต่างของ $Q^2/2gA^2$ มีผลน้อยมากและไม่นำมาพิจารณา ค่า k เป็นพารามิเตอร์ของความเสียดทานนอกจากประเมินจากข้อมูลของบริษัทผู้ผลิตแล้วยังสามารถหาได้จากการวัดค่าการทำงานของระบบสูบที่จุดใดจุดหนึ่ง จากสมการ (32) ถ้าทราบค่าผลต่างของ ΔP และ ΔZ ซึ่งเป็นค่าคงที่ของระบบ โดยสมมุติผลรวมของ ΔP และ ΔZ คือ H_{static} ดังนั้นสมการ (32) จะเป็น

$$H_{sys} = H_{static} + kQ^2 \tag{33}$$

โดยที่ H_{sys} เป็นค่าผลต่างพลังงานของระบบที่ทางเข้าและทางออก

เมื่อ

P_1 คือ ความดันที่ทางเข้า

P_2 คือ ความดันที่ทางออก

V_1 คือ ความเร็วที่ทางเข้า

V_2 คือ ความเร็วที่ทางออก

Z_1 คือ ความสูงที่ทางเข้า วัดจากระดับอ้างอิง

Z_2 คือ ความสูงที่ทางออก วัดจากระดับอ้างอิง

A_1 คือ พื้นที่หน้าตัดที่ทางเข้า

A_2 คือ พื้นที่หน้าตัดที่ทางออก

ρ คือ ความหนาแน่นของเหลว

g คือ แรงดึงดูดของโลก

h_L คือ ความสูญเสียในระบบท่อ

H_{sys} คือ เฮดรวมของระบบ

H_{static} คือ เฮดสถิต

k คือ พารามิเตอร์ของความเสียดทาน

Q คือ อัตราการไหล