บทที่ 3
วิธีการหาค่าเหมาะที่สุดด้วยกลุ่มอนุภาค

3.1 แนวคิดของวิธีการหาค่าเหมาะที่สุดด้วยกลุ่มอนุภาค

การอยู่รวมกันเป็นกลุ่มหรือเป็นฝูงของสัตว์แบ่งได้เป็น 2 ลักษณะ (Anderson and Franks, 2001) ลักษณะแรก เป็นการอยู่ร่วมกันของฝูงสัตว์ป่า (เช่น ฝูงสิงโต ฝูงลิงบาบูน) ซึ่งมีหัวหน้าหรือจ่าฝูงทำหน้าที่ควบคุมกลุ่ม พฤติกรรมของสัตว์แต่ละตัวในกลุ่มจะมีลำดับชั้นทางสังคม (Social Hierarchy) อย่างชัดเจน ส่วนลักษณะที่สอง ซึ่งพบได้ในฝูงนก ฝูงปลา หรือฝูงแกะ เป็นการอยู่รวมกันเป็นกลุ่มที่ไม่มีจ่าฝูงคอยควบคุม สัตว์แต่ละตัวในกลุ่มจะปรับตัวเข้าหากัน ด้วยการมีปฏิสัมพันธ์กับตัวอื่นๆ ที่อยู่ใกล้กัน เพื่อสร้างพฤติกรรมของกลุ่มย่อย และจากพฤติกรรมของกลุ่มย่อย ก็จะขยายเป็นพฤติกรรมของกลุ่มใหญ่ทั้งหมด การเลียนแบบลักษณะการอยู่ร่วมกันของสัตว์ในลักษณะที่สอง ซึ่งประกอบด้วยพฤติกรรมการเรียนรู้ การสื่อสาร และการโต้ตอบระหว่างกันภายในกลุ่ม นำไปสู่สิ่งที่เรียกว่า เชาว์ปัญญาเชิงกลุ่ม

แนวคิดของเชาว์ปัญญาเชิงกลุ่มกำหนดให้กลุ่มประกอบด้วยตัวแทน (Agent) จำนวนหนึ่ง โดยแต่ละตัวแทนเปรียบเสมือนสัตว์แต่ละตัวในฝูง ตัวแทนแต่ละตัวจะทำงานซึ่งมีลักษณะง่ายๆ ตามพฤติกรรมของตัวเอง และเมื่อตัวแทนในกลุ่มมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างกัน ก็จะทำให้เกิดการกลั่นกรอง รวมทั้งการแลกเปลี่ยนประสบการณ์และความรู้เกี่ยวกับสภาพแวดล้อม ตัวแทนแต่ละตัวจะจัดระเบียบตัวเอง (Self-organize) จากการโต้ตอบสื่อสารกับตัวแทนอื่นๆ จนทำให้โครงสร้างการทำงานของกลุ่มมุ่งไปสู่เป้าหมายหรือวัตถุประสงค์ที่กำหนดไว้ (อาทิตย์, 2552)

การหาค่าเหมาะที่สุดด้วยกลุ่มอนุภาค (หรือเรียกอย่างย่อว่าวิธีกลุ่มอนุภาค) เป็นหนึ่งในวิธีเชาว์ปัญญาเชิงกลุ่มที่ถูกนำเสนอเมื่อปี ค.ศ. 1995 เพื่อใช้แก้ปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดของตัวแปรต่อเนื่อง (Eberhart and Kennedy, 1995; Kennedy and Eberhart, 1995) วิธีกลุ่มอนุภาคเลียนแบบการเคลื่อนที่ของฝูงนกหรือฝูงปลา ซึ่งนกหรือปลาแต่ละตัวในฝูงจะสื่อสารถึงกันเพื่อทำให้การเคลื่อนที่ของฝูงมุ่งไปยังทิศทางที่ต้องการ วิธีกลุ่มอนุภาคสมมุติให้แต่ละอนุภาค (Particle) คือ นกหรือปลาแต่ละตัวในฝูง การเคลื่อนที่ของกลุ่มอนุภาค คือ การเคลื่อนที่ในปริภูมิการค้นหาของปัญหาที่กำลังพิจารณา อนุภาคแต่ละตัวพยายามปรับเปลี่ยนตำแหน่งโดยใช้ข้อมูลจากประสบการณ์ของตัวเองและข้อมูลที่ได้จากการแลกเปลี่ยนกับอนุภาคตัวอื่นๆ เพื่อให้กลุ่มอนุภาคเคลื่อนที่มุ่งไปสู่

ตำแหน่งของผลเฉลยเหมาะที่สุดในปริภูมิการค้นหา วิธีกลุ่มอนุภาคได้รับการพัฒนาอย่างต่อเนื่องจนถึงปัจจุบัน และถูกใช้เพื่อแก้ปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดทางด้านวิศวกรรมและวิทยาศาสตร์อย่างแพร่หลาย (Song and Gu, 2004: Huang et al., 2007) วิธีกลุ่มอนุภาคมีข้อดี คือ วิธีการคำนวณไม่ยุ่งยาก ขั้นตอนวิธีมีความรวดเร็วและมีความยืดหยุ่นในการค้นหาผลเฉลย อีกทั้งยังมีเสถียรภาพของการลู่เข้าสู่ผลเฉลย

วิธีกลุ่มอนุภาคถูกนำมาประยุกต์ใช้กับการแก้ปัญหาต่างๆในระบบไฟฟ้ากำลัง (AlRashidi and El-Hawary, 2009) อาทิ การจ่ายกำลังไฟฟ้าอย่างประหยัด (Economic Dispatch) การไหลของกำลังไฟฟ้าเหมาะที่สุด (Optimal Power Flow) การทำยูนิตคอมมิตเมนต์ (Unit Commitment) การวางแผนขยายกำลังการผลิตและขยายสายส่ง (Generation and Transmission Expansion Planning) การพยากรณ์โหลด (Load Forecasting) และอื่นๆ

3.2 ขั้นตอนวิธีพื้นฐานของวิธีกลุ่มอนุภาค

ขั้นตอนวิธีกลุ่มอนุภาคสร้างกลุ่มของอนุภาคขึ้น โดยอนุภาคแต่ละตัวมีค่าความเร็ว (Velocity) ที่ทำให้ตัวเองไปปรากฏ ณ ตำแหน่ง (Position) ใดๆ ในปริภูมิการค้นหา อนุภาคทุกตัวพยายามปรับตำแหน่งของตัวเองให้เคลื่อนที่ไปยังตำแหน่งดีที่สุดในปริภูมิการค้นหา ทั้งนี้ ตำแหน่งใหม่ของอนุภาคได้จากการนำตำแหน่งเดิมมารวมกับค่าความเร็ว เมื่อมองในแง่คณิตศาสตร์ ตำแหน่งของอนุภาค คือ ผลเฉลยของปัญหาที่กำลังพิจารณาซึ่งประกอบด้วยค่าของตัวแปรตัดสินใจ ความเร็วของอนุภาค คือ ข้อมูลที่ใช้ปรับค่าตัวแปรตัดสินใจ ตำแหน่งดีที่สุดในปริภูมิการค้นหา คือ ผลเฉลยเหมาะที่สุด การปรับตำแหน่งแต่ละครั้งของอนุภาค หมายถึง การปรับแก้ค่าตัวแปรตัดสินใจในการคำนวณแต่ละรอบ (Iteration)

ถ้าผลเฉลยของปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดที่กำลังพิจารณาประกอบด้วยตัวแปรตัดสินใจจำนวน D ตัว ปริภูมิการค้นหาของปัญหานี้จึงเป็นปริภูมิการค้นหาขนาด D มิติ (D-dimensional Search Space) และทำให้อนุภาคแต่ละตัวมีขนาด D มิติ ถ้ากลุ่มอนุภาคที่สร้างขึ้นประกอบด้วยอนุภาคจำนวน n ตัว ตำแหน่งและความเร็วของอนุภาคในการคำนวณรอบที่ t ($\mathbf{X}^t$ และ $\mathbf{V}^t$) จึงสามารถเขียนได้ดังสมการที่ (3-1) และสมการที่ (3-2)

เพื่อเลียนแบบกระบวนการทางธรรมชาติของการสื่อสารโต้ตอบระหว่างนกหรือปลาในฝูง ขั้นตอนวิธีกลุ่มอนุภาคได้กำหนดตัวแปร **Pbest** (Personal Best Position) และ ตัวแปร **Gbest** (Global Best Position) เพื่อให้อนุภาคในกลุ่มใช้เป็นข้อมูลติดต่อสื่อสารระหว่างกัน โดยในแต่ละรอบการคำนวณ ตัวแปรทั้งสองจะมีค่าตามสมการที่ (3-3) และสมการที่ (3-4)

$$\mathbf{X}^t = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1^t \\ \mathbf{x}_2^t \\ \cdots \\ \mathbf{x}_i^t \\ \cdots \\ \mathbf{x}_n^t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{11}^t & x_{12}^t & \cdots & x_{1d}^t & \cdots & x_{1D}^t \\ x_{21}^t & x_{22}^t & \cdots & x_{2d}^t & \cdots & x_{2D}^t \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_{i1}^t & x_{i2}^t & \cdots & x_{id}^t & \cdots & x_{iD}^t \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_{n1}^t & x_{n2}^t & \cdots & x_{nd}^t & \cdots & x_{nD}^t \end{bmatrix} \tag{3-1}$$

$$\mathbf{V}^t = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_1^t \\ \mathbf{v}_2^t \\ \cdots \\ \mathbf{v}_i^t \\ \cdots \\ \mathbf{v}_n^t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{11}^t & v_{12}^t & \cdots & v_{1d}^t & \cdots & v_{1D}^t \\ v_{21}^t & v_{22}^t & \cdots & v_{2d}^t & \cdots & v_{2D}^t \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ v_{i1}^t & v_{i2}^t & \cdots & v_{id}^t & \cdots & v_{iD}^t \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ v_{n1}^t & v_{n2}^t & \cdots & v_{nd}^t & \cdots & v_{nD}^t \end{bmatrix} \tag{3-2}$$

$$\mathbf{Pbest}^t = \begin{bmatrix} \mathbf{pbest}_1^t \\ \mathbf{pbest}_2^t \\ \cdots \\ \mathbf{pbest}_i^t \\ \cdots \\ \mathbf{pbest}_n^t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} pbest_{11}^t & pbest_{12}^t & \cdots & pbest_{1d}^t & \cdots & pbest_{1D}^t \\ pbest_{21}^t & pbest_{22}^t & \cdots & pbest_{2d}^t & \cdots & pbest_{2D}^t \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ pbest_{i1}^t & pbest_{i2}^t & \cdots & pbest_{id}^t & \cdots & pbest_{iD}^t \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ pbest_{n1}^t & pbest_{n2}^t & \cdots & pbest_{nd}^t & \cdots & pbest_{nD}^t \end{bmatrix} \tag{3-3}$$

$$\mathbf{Gbest}^t = [gbest_1^t \quad gbest_2^t \quad \cdots \quad gbest_d^t \quad \cdots \quad gbest_D^t] \tag{3-4}$$

สมาชิกของตัวแปร $\mathbf{Pbest}^t$ ประกอบด้วยตำแหน่งดีที่สุดของแต่ละอนุภาคเมื่อการคำนวณดำเนินมาถึงรอบที่ t ส่วนตัวแปร $\mathbf{Gbest}^t$ หมายถึง อนุภาคตัวใดตัวหนึ่งซึ่งมีตำแหน่งดีที่สุดเมื่อการคำนวณดำเนินมาถึงรอบที่ t โดยตำแหน่งดีที่สุดให้พิจารณาจากค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ สำหรับปัญหาการหาค่าต่ำสุด $\mathbf{pbest}_i^t$ และ $\mathbf{Gbest}^t$ สามารถกำหนดได้ดังนี้ (Engelbrecht, 2005)

$$\mathbf{pbest}_i^t = \begin{cases} \mathbf{pbest}_i^{t-1} & \text{if } f(\mathbf{x}_i^t) \geq f(\mathbf{pbest}_i^{t-1}) \\ \mathbf{x}_i^t & \text{if } f(\mathbf{x}_i^t) < f(\mathbf{pbest}_i^{t-1}) \end{cases} \tag{3-5}$$

$$\mathbf{Gbest}^t \in \{\mathbf{pbest}_1^t, \mathbf{pbest}_2^t, \ldots, \mathbf{pbest}_i^t, \ldots, \mathbf{pbest}_n^t\}$$
$$\text{where } f(\mathbf{Gbest}^t) = \min\left\{f(\mathbf{pbest}_1^t), f(\mathbf{pbest}_2^t), \ldots, f(\mathbf{pbest}_i^t), \ldots, f(\mathbf{pbest}_n^t)\right\} \quad (3\text{-}6)$$

สมการที่ (3-5) อธิบายว่า $\mathbf{pbest}_i^t$ ยังคงเท่ากับ $\mathbf{pbest}_i^{t-1}$ เมื่อค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ของ $\mathbf{x}_i^t$ (ตำแหน่งของอนุภาคตัวที่ i ในรอบการคำนวณที่ t) มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ของ $\mathbf{pbest}_i^{t-1}$ แต่ถ้าค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ของ $\mathbf{x}_i^t$ มีค่าน้อยกว่าค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ของ $\mathbf{pbest}_i^{t-1}$ ก็กำหนดให้ $\mathbf{x}_i^t$ เป็น $\mathbf{pbest}_i^t$ ส่วนสมการที่ (3-6) เป็นการกำหนดค่า $\mathbf{Gbest}^t$ โดยเลือกจาก $\mathbf{pbest}_i^t$ ซึ่งให้ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์น้อยที่สุด

ขั้นตอนวิธีพื้นฐานของวิธีกลุ่มอนุภาคเริ่มจากการสร้างกลุ่มอนุภาคเริ่มต้น (Initial Swarm) การกำหนดตำแหน่งและความเร็วของอนุภาคในกลุ่มอนุภาคเริ่มต้นสามารถทำได้หลายวิธี วิทยานิพนธ์นี้เลือกใช้วิธีของ Engelbrecht (2005) ซึ่งกำหนดตำแหน่งเริ่มต้นของอนุภาคด้วยการสุ่มสร้าง (Randomly Generate) ค่าในแต่ละมิติของแต่ละอนุภาคโดยใช้ค่าขอบล่างและค่าขอบบนของมิตินั้นร่วมกับตัวเลขสุ่ม (Random Number) ที่มีค่าระหว่าง 0 ถึง 1

$$x_{id}^0 = x_d^{(L)} + r_{id}(x_d^{(U)} - x_d^{(L)}), \quad \forall i = 1,\ldots,n, \forall d = 1,\ldots,D \quad (3\text{-}7)$$

กำหนดให้อนุภาคทั้งหมดในกลุ่มอนุภาคเริ่มต้นอยู่ที่สภาวะหยุดนิ่ง ความเร็วเริ่มต้นของอนุภาคจึงมีค่าเท่ากับศูนย์

$$v_{id}^0 = 0, \quad \forall i = 1,\ldots,n, \forall d = 1,\ldots,D \quad (3\text{-}8)$$

กำหนดให้ตำแหน่งดีที่สุดของแต่ละอนุภาคตอนเริ่มต้น ($\mathbf{Pbest}^0$) มีค่าเท่ากับตำแหน่งของอนุภาคเริ่มต้น จากนั้น จึงกำหนดค่า $\mathbf{Gbest}^0$ โดยพิจารณาจาก $\mathbf{Pbest}^0$

$$pbest_{id}^0 = x_{id}^0, \quad \forall i = 1,\ldots,n, \forall d = 1,\ldots,D \quad (3\text{-}9)$$

การคำนวณค่าความเร็วของอนุภาค เพื่อใช้เป็นข้อมูลในการปรับตำแหน่งของอนุภาคจากการคำนวณรอบปัจจุบัน (Current Iteration) ไปยังการคำนวณรอบต่อไป (Next Iteration) มีรายละเอียดดังนี้

$$\mathbf{V}^{t+1} = \mathbf{V}^{t} + c_1\mathbf{r}_1^{t}(\mathbf{Pbest}^{t} - \mathbf{X}^{t}) + c_2\mathbf{r}_2^{t}(\mathbf{Gbest}_{aug}^{t} - \mathbf{X}^{t}) \tag{3-10}$$

$$v_{id}^{t+1} = v_{id}^{t} + c_1 r_{1d}^{t}(pbest_{id}^{t} - x_{id}^{t}) + c_2 r_{2d}^{t}(gbest_{d}^{t} - x_{id}^{t}) \tag{3-11}$$

c_1 และ c_2 ในสมการทั้งสอง คือ สัมประสิทธิ์ความเร่ง (Acceleration Coefficient) หรือค่าคงตัวความเร่ง (Acceleration Constant) ส่วน $\mathbf{r}_1^{t}, r_{1d}^{t}, \mathbf{r}_2^{t}, r_{2d}^{t}$ คือ ตัวเลขสุ่มที่มีค่าระหว่าง 0 ถึง 1 ซึ่งใช้สำหรับสร้างกระบวนการเฟ้นสุ่มในขั้นตอนวิธีกลุ่มอนุภาค และ $\mathbf{Gbest}_{aug}^{t}$ คือ อนุภาคซึ่งมีตำแหน่งดีที่สุดที่ถูกเพิ่มขนาดปรากฏ (Augmented) เพื่อใช้ในการคำนวณ

จากสมการคำนวณความเร็วของอนุภาค จะเห็นได้ว่าความเร็วของอนุภาคเกิดจากผลรวมของส่วนประกอบ (Component) 3 ส่วน Engelbrecht (2005) อธิบายว่า พจน์ $\mathbf{V}^{t}$ หมายถึง ส่วนประกอบเชิงความเฉื่อย (Inertia Component) ซึ่งมาจากค่าความเร็วครั้งก่อนหน้า ส่วนประกอบนี้พยายามควบคุมให้อนุภาคเคลื่อนที่ไปในทิศทางเดิม เพื่อป้องกันไม่ให้อนุภาคเปลี่ยนทิศทางการเคลื่อนที่มากเกินไป สำหรับพจน์ที่สอง $c_1\mathbf{r}_1^{t}(\mathbf{Pbest}^{t} - \mathbf{X}^{t})$ คือ ส่วนประกอบเชิงปัญญานิยม (Cognitive Component) ซึ่งแต่ละอนุภาคได้จดจำตำแหน่งดีที่สุดของตัวเองเอาไว้ ส่วนประกอบนี้เป็นประสบการณ์การค้นหาผลเฉลยของแต่ละอนุภาคซึ่งควบคุมให้อนุภาคแต่ละตัวยังคงเคลื่อนที่ในทิศทางของตำแหน่งดีที่สุดของตนเอง และสำหรับพจน์สุดท้าย $c_2\mathbf{r}_2^{t}(\mathbf{Gbest}_{aug}^{t} - \mathbf{X}^{t})$ คือ ส่วนประกอบทางสังคม (Social Component) ซึ่งแต่ละอนุภาคได้เรียนรู้ว่าอนุภาคซึ่งมีตำแหน่งดีที่สุดในกลุ่มนั้นอยู่ ณ ตำแหน่งใด ส่วนประกอบนี้เป็นประสบการณ์การค้นหาผลเฉลยของกลุ่มอนุภาคที่ทำให้อนุภาคแต่ละตัวปรับการเคลื่อนที่ของตัวเองให้มีทิศทางเดียวกับอนุภาคซึ่งมีตำแหน่งดีที่สุด

เมื่อทราบความเร็วในการเคลื่อนที่ของอนุภาคแล้ว ตำแหน่งของอนุภาคในการคำนวณรอบต่อไป มีค่าเท่ากับ

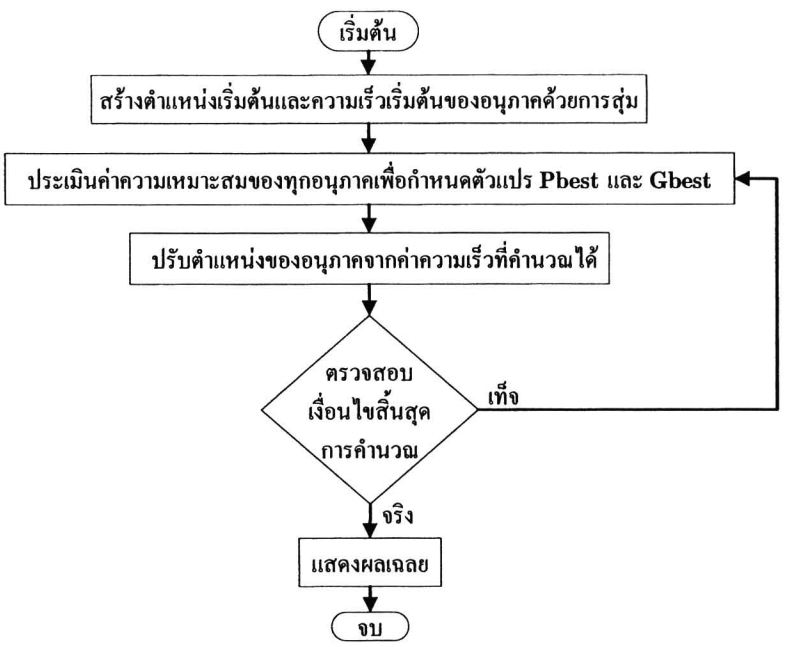
$$\mathbf{X}^{t+1} = \mathbf{X}^{t} + \mathbf{V}^{t+1} \tag{3-12}$$

$$x_{id}^{t+1} = x_{id}^{t} + v_{id}^{t+1} \tag{3-13}$$

ขั้นตอนการหาความเร็วของอนุภาคและการปรับตำแหน่งของอนุภาคจะดำเนินการวนซ้ำไปเรื่อยๆ จนกระทั่งเงื่อนไขยุติการคำนวณ (Stopping Conditions) เป็นจริง จึงเป็นอันสิ้นสุดขั้นตอน

วิธีกลุ่มอนุภาค และค่า **Gbest** ของการคำนวณรอบสุดท้าย คือ ผลเฉลยเหมาะที่สุด ตัวอย่างเงื่อนไขยุติการคำนวณ ได้แก่ จำนวนรอบการคำนวณสูงสุดที่กำหนดไว้ จำนวนรอบการคำนวณซึ่งค่าของผลเฉลยไม่มีการเปลี่ยนแปลง หรือการที่ผลเฉลยมีค่าอยู่ในช่วงที่ยอมรับได้ (Engelbrecht, 2005) ทั้งนี้ ควรเลือกเงื่อนไขยุติการคำนวณให้เหมาะสม เพื่อป้องกันไม่ให้ผลเฉลยเกิดการลู่เข้าก่อนกำหนด (Premature Convergence) โดยทั่วไป เงื่อนไขยุติการคำนวณที่นิยมใช้ คือ การกำหนดจำนวนรอบสูงสุดของการคำนวณ

กล่าวโดยสรุป ขั้นตอนหลักของวิธีกลุ่มอนุภาคประกอบด้วยขั้นตอนการสร้างตำแหน่งและความเร็วของกลุ่มอนุภาคเริ่มต้น ขั้นตอนการประเมินค่าความเหมาะสม (Fitness Value Evaluation) ของแต่ละอนุภาคเพื่อกำหนดค่าตัวแปร **Pbest** และ **Gbest** และขั้นตอนการปรับตำแหน่งของอนุภาค ตามผังงานที่แสดงไว้ในภาพที่ 3-1 ทั้งนี้ ค่าความเหมาะสมของแต่ละอนุภาค คือ ผลรวมของค่าฟังก์ชันจุดประสงค์กับพจน์ลงโทษ (Penalty Term) ของอนุภาคนั้น โดยพจน์ลงโทษของอนุภาคใดๆ จะมีค่าเท่ากับศูนย์ เมื่อผลเฉลยของอนุภาคนั้นสอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับ ถ้าผลเฉลยของอนุภาคใดไม่สอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับ พจน์ลงโทษของอนุภาคนั้นก็จะมีค่าตามที่กำหนด



ภาพที่ 3-1 ผังงานสำหรับขั้นตอนวิธีพื้นฐานของวิธีกลุ่มอนุภาค

สิ่งสำคัญในการใช้วิธีกลุ่มอนุภาคเพื่อแก้ปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุด คือ การแทนผลเฉลยด้วยอนุภาค ซึ่งมีสิ่งที่ต้องพิจารณาสองประการ ประการแรก คือ อนุภาคแต่ละตัวมีขนาดหรือ

จำนวนมิติเท่าใด ประการที่สอง คือ ตัวเลขในแต่ละมิติของอนุภาคแสดงค่าอะไร ขนาดหรือจำนวนมิติของอนุภาคขึ้นกับจำนวนตัวแปรตัดสินใจในผลเฉลยของปัญหา ส่วนตัวเลขในแต่ละมิติของอนุภาคจะแสดงค่าอะไร ขึ้นอยู่กับว่าตำแหน่งของมิตินั้นในอนุภาคถูกกำหนดให้แทนค่าตัวแปรตัดสินใจตัวใด

3.3 พารามิเตอร์ในขั้นตอนวิธีพื้นฐานของวิธีกลุ่มอนุภาค

พารามิเตอร์ที่ต้องกำหนดในขั้นตอนวิธีพื้นฐานของวิธีกลุ่มอนุภาค ได้แก่ จำนวนอนุภาคในกลุ่ม จำนวนรอบการคำนวณสูงสุด (กรณีใช้เป็นเงื่อนไขยุติการคำนวณ) และสัมประสิทธิ์ความเร่ง (c_1 และ c_2) พารามิเตอร์เหล่านี้เป็นปัจจัยที่ส่งผลต่อพฤติกรรมการค้นหาผลเฉลยของวิธีกลุ่มอนุภาค

3.3.1 จำนวนอนุภาคในกลุ่ม

เป็นพารามิเตอร์ที่มีผลโดยตรงต่อการค้นหาผลเฉลย กลุ่มอนุภาคซึ่งประกอบด้วยอนุภาคจำนวนมากทำให้การค้นหาสามารถครอบคลุมปริภูมิการค้นหาได้เป็นบริเวณกว้าง ส่งผลให้มีโอกาสมากขึ้นในการพบผลเฉลยเหมาะที่สุดวงกว้าง และอาจค้นพบผลเฉลยได้โดยใช้จำนวนรอบการคำนวณที่น้อยลง อย่างไรก็ตาม จำนวนอนุภาคที่มากขึ้นย่อมทำให้การค้นหาผลเฉลยใช้เวลายาวนานขึ้น จากการศึกษาพบว่า วิธีกลุ่มอนุภาคสามารถค้นหาผลเฉลยได้โดยใช้อนุภาคจำนวน 10 ถึง 50 อนุภาค (van den Bergh and Engelbrecht, 2001) อย่างไรก็ตาม การกำหนดจำนวนอนุภาคขึ้นกับลักษณะของปัญหา (Problem Dependent) ซึ่งต้องเลือกให้เหมาะกับปัญหาแต่ละแบบ

3.3.2 จำนวนรอบการคำนวณสูงสุด

เป็นพารามิเตอร์ที่กำหนดเมื่อต้องการใช้เป็นเงื่อนไขยุติการคำนวณ จำนวนรอบการคำนวณสูงสุดเป็นพารามิเตอร์ที่ขึ้นกับลักษณะของปัญหาเช่นกัน การกำหนดจำนวนรอบการคำนวณที่น้อยเกินไป อาจทำให้ขั้นตอนวิธียุติลงก่อนที่จะลู่เข้าสู่ผลเฉลยเหมาะที่สุด ในขณะที่รอบการคำนวณที่มากเกินไป ก็ทำให้การค้นหาผลเฉลยใช้เวลานานขึ้น

3.3.3 สัมประสิทธิ์ความเร่ง (c_1 และ c_2)

เป็นพารามิเตอร์ที่ส่งผลกระทบต่อการเคลื่อนที่ของอนุภาค ค่าของ c_1 และ c_2 เป็นตัวบ่งชี้ระดับความเชื่อมั่น (Confidence) ซึ่งอนุภาคมีต่อตัวเองและกลุ่ม กรณีที่ $c_1 > c_2$ อนุภาคมีแนวโน้มที่จะเคลื่อนที่ไปในทิศทางเดียวกับตำแหน่งดีที่สุดของตัวเอง แต่ถ้า $c_2 > c_1$ อนุภาคแต่ละอนุภาคจะปรับการเคลื่อนที่ของตัวเองให้สอดคล้องกับอนุภาคซึ่งมีตำแหน่งดีที่สุดในกลุ่ม การเลือกค่าพารามิเตอร์ทั้งสองขึ้นกับลักษณะของปัญหา ถ้า c_1 และ c_2 มีค่าต่ำ อนุภาคจะเคลื่อนที่อย่างช้าๆ

เพื่อค้นหาผลเฉลยในแต่ละพื้นที่ของปริภูมิการค้นหาอย่างละเอียด แต่ก็อาจทำให้ได้ผลเฉลยซึ่งเป็นผลเฉลยเหมาะที่สุดเฉพาะที่ ในทางกลับกัน ถ้า c_1 และ c_2 มีค่าสูง อนุภาคจะเคลื่อนที่ครอบคลุมปริภูมิการค้นหาเป็นบริเวณกว้าง แต่อนุภาคอาจเคลื่อนที่เร็วเกินไป จนเลยผ่านพื้นที่ในปริภูมิการค้นหาซึ่งเป็นตำแหน่งของผลเฉลยเหมาะที่สุดวงกว้าง โดยทั่วไป c_1 และ c_2 จะถูกกำหนดให้มีค่าเท่ากับ 2.0 (Eberhart and Shi, 2000)

3.4 การแปรผันของขั้นตอนวิธีกลุ่มอนุภาค

การแปรผัน (Variations) ของขั้นตอนวิธีกลุ่มอนุภาค คือ การปรับปรุงขั้นตอนวิธีพื้นฐานเพื่อเพิ่มความสามารถในการค้นหาผลเฉลย ทั้งด้านการเพิ่มความเร็วในการลู่เข้าสู่ผลเฉลย และการได้ผลเฉลยที่มีคุณภาพดีขึ้น การแปรผันของขั้นตอนวิธีกลุ่มอนุภาคมีอยู่ด้วยกันหลายลักษณะ (Engelbrecht, 2005) แต่ในที่นี้ จะกล่าวถึงเพียง 3 ลักษณะ คือ การใช้ค่าถ่วงน้ำหนักความเฉื่อย (Inertia Weight) การใช้ค่าสัมประสิทธิ์การบีบตัว (Constriction Coefficient) และการจำกัดความเร็วของอนุภาค (Velocity Clamping)

3.4.1 การใช้ค่าถ่วงน้ำหนักความเฉื่อย

ตามปรกติ ความสามารถในการค้นหาผลเฉลยของวิธีกลุ่มอนุภาคขึ้นอยู่กับภาวะถ่วงดุล (Tradeoff) ระหว่างความสามารถในการสำรวจ (Exploration) และความสามารถในการเสาะแสวง (Exploitation) ของกลุ่มอนุภาค การสำรวจ คือ การค้นหาผลเฉลยให้กระจายครอบคลุมในหลายๆ พื้นที่ของปริภูมิการค้นหา ส่วนการเสาะแสวง หมายถึง การค้นหาผลเฉลยในแต่ละพื้นที่ของปริภูมิการค้นหาอย่างละเอียด Shi and Eberhart (1998) ได้นำเสนอการแปรผันวิธีกลุ่มอนุภาคด้วยค่าถ่วงน้ำหนักความเฉื่อย (w) เพื่อควบคุมความสามารถในการสำรวจและการเสาะแสวงของกลุ่มอนุภาค โดยนำค่าถ่วงน้ำหนักความเฉื่อยมาควบคุมการเปลี่ยนแปลงความเร็วของอนุภาคในพจน์ที่เป็นส่วนประกอบจากความเร็วครั้งก่อนหน้า ความเร็วของอนุภาคจึงเท่ากับ

$$v_{id}^{t+1} = wv_{id}^{t} + c_1 r_{1d}^{t}(pbest_{id}^{t} - x_{id}^{t}) + c_2 r_{2d}^{t}(gbest_{d}^{t} - x_{id}^{t}) \qquad (3\text{-}14)$$

ค่าของ w มีความสำคัญต่อพฤติกรรมการลู่เข้าสู่ผลเฉลยและการถ่วงดุลความสามารถในการสำรวจและการเสาะแสวงของวิธีกลุ่มอนุภาค (Engelbrecht, 2005) กลุ่มอนุภาคจะมีความสามารถในการสำรวจได้ดี เมื่อ w มีค่ามาก ในทางกลับกัน กลุ่มอนุภาคจะมีความสามารถในการเสาะแสวงได้ดี เมื่อ w มีค่าน้อย ด้วยเหตุนี้ ค่าของ w จึงควรเปลี่ยนแปลงตามรอบการคำนวณ ในการคำนวณ

ช่วงแรก w ควรมีค่าสูง เพื่อให้กลุ่มอนุภาคกระจายตัวค้นหาผลเฉลยในหลายๆ พื้นที่ของปริภูมิการค้นหา จนกระทั่งพบพื้นที่ที่เหมาะสม และเมื่อถึงการคำนวณในช่วงท้าย w ควรมีค่าลดลง เพื่อให้กลุ่มอนุภาคค้นหาผลเฉลยในพื้นที่ที่เหมาะสมได้อย่างละเอียด

ตามปรกติ w จะถูกปรับให้มีค่าลดลงแบบแบบเชิงเส้น (Linear Decreasing) ตามรอบการคำนวณที่เพิ่มขึ้น (Engelbrecht, 2005) ดังต่อไปนี้

$$w^t = (w^0 - w^{nt})\frac{(nt - t)}{nt} + w^{nt} \tag{3-15}$$

$$w^t = w^0 - \frac{(w^0 - w^{nt})t}{nt} \tag{3-16}$$

Eberhart and Shi (2000) เสนอให้ w^0 ซึ่งเป็นค่าเริ่มต้นในการคำนวณรอบแรก และ w^{nt} ซึ่งเป็นค่าในการคำนวณรอบสุดท้ายมีค่าเท่ากับ 0.9 และ 0.4 ตามลำดับ

3.4.2 การใช้ค่าสัมประสิทธิ์การบีบตัว

เป็นการปรับปรุงขั้นตอนวิธีกลุ่มอนุภาคเพื่อยืนยันการลู่เข้าสู่ผลเฉลยและเพื่อถ่วงดุลความสามารถในการสำรวจและการเสาะแสวงเช่นเดียวกับการใช้ค่าถ่วงน้ำหนักความเฉื่อย วิธีการแปรผันทำได้ด้วยการบีบความเร็วของอนุภาคด้วยค่าสัมประสิทธิ์การบีบตัว (Clerc, 1999) โดยความเร็วของอนุภาคจะมีค่าเท่ากับ

$$v_{id}^{t+1} = K[v_{id}^t + c_1 r_{1d}^t (pbest_{id}^t - x_{id}^t) + c_2 r_{2d}^t (gbest_d^t - x_{id}^t)] \tag{3-17}$$

$$K = \frac{2}{\left|2 - \varphi - \sqrt{\varphi^2 - 4\varphi}\right|} \tag{3-18}$$

$$\varphi = c_1 + c_2 \quad \text{where} \quad \varphi > 4 \tag{3-19}$$

ค่าสัมประสิทธิ์การบีบตัวส่งผลต่อความสามารถของกลุ่มอนุภาคในลักษณะเดียวกับค่าถ่วงน้ำหนักความเฉื่อย เมื่อ K มีค่าสูง กลุ่มอนุภาคจะมีความสามารถในการสำรวจได้ดี และเมื่อ K มีค่าต่ำ กลุ่มอนุภาคจะมีความสามารถในการเสาะแสวงได้ดี ทั้งนี้ ค่าสัมประสิทธิ์การบีบตัวสามารถ

รับประกันการลู่เข้าสู่ผลเฉลยของวิธีกลุ่มอนุภาค โดยไม่จำเป็นต้องปรับค่าให้เปลี่ยนแปลงตามรอบการคำนวณ (Engelbrecht, 2005)

เมื่อใช้ค่าสัมประสิทธิ์การบีบตัว c_1 และ c_2 จะถูกกำหนดให้มีค่าเท่ากับ 2.05 (Eberhart and Shi, 2000) ซึ่งทำให้ $\phi = 4.1$ และ $K = 0.729$ สมการสำหรับคำนวณความเร็วของอนุภาคจึงเขียนใหม่ได้เป็น

$$v_{id}^{t+1} = 0.729\, v_{id}^{t} + 1.49445\, r_{1d}^{t}(pbest_{id}^{t} - x_{id}^{t}) + 1.49445\, r_{2d}^{t}(gbest_{d}^{t} - x_{id}^{t}) \qquad (3\text{-}20)$$

ให้สังเกตว่า สมการที่ (3-20) ซึ่งได้จากการใช้ค่าสัมประสิทธิ์การบีบตัวมีรูปแบบเดียวกับสมการที่ (3-14) ซึ่งใช้ค่าถ่วงน้ำหนักความเฉื่อย

3.4.3 การจำกัดความเร็วของอนุภาค

ความเร็วของอนุภาคทำให้อนุภาคเคลื่อนที่ไปยังตำแหน่งที่ดีขึ้น แต่ถ้าอนุภาคมีความเร็วสูงเกินไป อนุภาคอาจเคลื่อนที่ผ่านพื้นที่ซึ่งเป็นตำแหน่งของผลเฉลยเหมาะที่สุด หรือบางครั้งอาจเคลื่อนที่จนออกนอกค่าขอบของปริภูมิการค้นหาและทำให้ขั้นตอนวิธีกลุ่มอนุภาคเกิดการลู่ออก (Divergence) จากผลเฉลย การแปรผันวิธีนี้ได้ควบคุมการเปลี่ยนตำแหน่งของอนุภาคในการคำนวณแต่ละรอบ โดยจำกัดความเร็วของอนุภาคตามเงื่อนไขต่อไปนี้

$$v_{id}^{t+1} = \begin{cases} v_{id}^{t+1} & \text{if} \quad v_{id}'^{t+1} < v_{d}^{\max} \\ v_{d}^{\max} & \text{if} \quad v_{id}'^{t+1} \geq v_{d}^{\max} \end{cases} \qquad (3\text{-}21)$$

ตามเงื่อนไขข้างต้น การจำกัดความเร็วของอนุภาคในการคำนวณรอบที่ $t+1$ จะเกิดขึ้นเมื่อความเร็วของอนุภาคที่ได้จากการคำนวณ ($v_{id}'^{t+1}$) มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับความเร็วสูงสุดที่กำหนด การใช้วิธีแปรผันด้วยการจำกัดความเร็วของอนุภาคมีประเด็นที่ต้องพิจารณา คือ การกำหนดค่าความเร็วสูงสุดที่เหมาะสม เพราะถ้าความเร็วสูงสุดของอนุภาคมีค่ามาก ก็เปรียบเสมือนกับไม่มีการจำกัดความเร็ว แต่ถ้าความเร็วสูงสุดของอนุภาคมีค่าต่ำ กลุ่มอนุภาคต้องใช้การคำนวณหลายรอบเพื่อเคลื่อนที่ไปยังผลเฉลยเหมาะที่สุด หรือในบางครั้งกลุ่มอนุภาคอาจไม่สามารถเคลื่อนที่ออกจากผลเฉลยเหมาะที่สุดเฉพาะที่ Engelbrecht (2005) ได้เสนอวิธีหนึ่งในการกำหนดค่าความเร็วสูงสุดของอนุภาคดังต่อไปนี้

$$v_{d}^{\max} = \delta(x_{d}^{(u)} - x_{d}^{(L)}) \qquad (3\text{-}22)$$

โดย δ ในสมการที่ (3-22) เป็นค่าคงที่ซึ่งขึ้นอยู่กับลักษณะของปัญหา และมีค่าอยู่ในช่วง $0 < \delta \leq 1$

3.5 ขั้นตอนวิธีกลุ่มอนุภาคแบบทวิภาค

วิธีกลุ่มอนุภาคแบบทวิภาค (Kennedy and Eberhart, 1997) เป็นการค้นหาผลเฉลยในปริภูมิการค้นหาแบบทวิภาค (Binary Search Space) โดยแต่ละมิติของตำแหน่งอนุภาค (x_{id}) จะเป็นตัวเลขในระบบฐานสอง คือ มีค่าเป็น 0 หรือ 1 ($x_{id} \in \{0,1\}$) การเคลื่อนที่ของอนุภาคจากตำแหน่งเดิมไปยังตำแหน่งใหม่ หมายถึง การที่ตัวเลขในแต่ละมิติของตำแหน่งอนุภาคมีการสลับ (Flip) จากค่าหนึ่งไปเป็นอีกค่าหนึ่ง (จาก 0 เป็น 1 หรือ จาก 1 เป็น 0) การสลับค่าเพื่อแสดงการเคลื่อนที่ของอนุภาค จะพิจารณาจากความเร็วของอนุภาคในแง่ของความน่าจะเป็น (Probability) โดยความเร็วในแต่ละมิติของอนุภาค (v_{id}) ต้องถูกเปลี่ยนให้เป็นตัวเลขซึ่งมีค่าอยู่ในช่วง 0 ถึง 1 เพื่อแสดงค่าความน่าจะเป็นที่ตัวเลขในแต่ละมิติของตำแหน่งอนุภาคจะมีค่าเป็น 0 หรือ 1 ตัวอย่างเช่น ถ้า v_{id}^{t+1} ถูกเปลี่ยนให้กลายเป็น 0.3 ก็แสดงว่า มีโอกาสร้อยละ 30 ที่ x_{id}^{t+1} จะเท่ากับ 1 และมีโอกาสร้อยละ 70 ที่ x_{id}^{t+1} จะเท่ากับ 0

การเปลี่ยนค่าความเร็วของอนุภาคให้เป็นตัวเลขซึ่งมีค่าอยู่ในช่วง 0 ถึง 1 เพื่อแสดงค่าความน่าจะเป็น สามารถทำได้โดยการใช้ฟังก์ชันซิกมอยด์ (Sigmoid Function) ซึ่งมีคุณสมบัติดังนี้

$$sig(a) = \frac{1}{1+e^{-a}} \tag{3-23}$$

$$sig(a) \in (0,1) \tag{3-24}$$

$$sig(0) = 0.5 \tag{3-25}$$

$$\lim_{a\to\infty} sig(a) = 1 \tag{3-26}$$

$$\lim_{a\to-\infty} sig(a) = 0 \tag{3-27}$$

ในขั้นตอนวิธีกลุ่มอนุภาคแบบทวิภาค เมื่อคำนวณความเร็วของอนุภาคได้แล้ว ให้นำมาแทนค่าในฟังก์ชันซิกมอยด์ ดังนี้

$$sig(v_{id}^{t+1}) = \frac{1}{1+e^{-v_{id}^{t+1}}} \tag{3-28}$$

จากนั้น จึงปรับตำแหน่งของอนุภาคโดยใช้เงื่อนไขต่อไปนี้

$$x_{id}^{t+1} = \begin{cases} 1 & \text{if} \quad r_{3d}^{t} < sig(v_{id}^{t+1}) \\ 0 & \text{other wise} \end{cases} \tag{3-29}$$

เมื่อ r_{3d}^{t} คือ ตัวเลขสุ่มที่มีค่าระหว่าง 0 ถึง 1 สมการข้างต้นแสดงให้เห็นว่า x_{id}^{t+1} จะมีค่าเป็น 1 หรือ 0 ด้วยโอกาสที่เท่ากัน (ร้อยละ 50) ก็ต่อเมื่อ $v_{id}^{t+1} = 0$ แต่ถ้า $v_{id}^{t+1} < 0$ ก็จะทำให้ x_{id}^{t+1} มีค่าเป็น 1 ด้วยโอกาสน้อยกว่าร้อยละ 50 และในทางกลับกัน ถ้า $v_{id}^{t+1} > 0$ ก็จะทำให้ x_{id}^{t+1} มีค่าเป็น 1 ด้วยโอกาสมากกว่าร้อยละ 50

3.6 ข้อดีและข้อด้อยของวิธีกลุ่มอนุภาค

ข้อดีของวิธีกลุ่มอนุภาค คือ มีแนวคิดและหลักการที่สามารถทำความเข้าใจได้ง่าย เมื่อนำไปสร้างเป็นวิธีคำนวณเพื่อใช้แก้ปัญหา วิธีกลุ่มอนุภาคจึงมีขั้นตอนไม่ยุ่งยาก การแทนผลเฉลยด้วยอนุภาคสามารถใช้ค่าของตัวแปรตัดสินใจได้โดยตรงโดยไม่จำเป็นต้องเข้ารหัส (Coding) และค่าของตัวเลขซึ่งปรากฏในอนุภาคเพื่อใช้แทนผลเฉลยก็เป็นได้ทั้งจำนวนเต็ม จำนวนจริง หรือตัวเลขในระบบฐานสอง วิธีกลุ่มอนุภาคใช้ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์เป็นข้อมูลในการหาผลเฉลย จึงทำให้สามารถแก้ปัญหาที่ฟังก์ชันจุดประสงค์ไม่สามารถหาอนุพันธ์ได้ ในการแก้ปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุด ขั้นตอนวิธีกลุ่มอนุภาคมีความรวดเร็วและมีความยืดหยุ่นในการค้นหาผลเฉลย อีกทั้งยังมีเสถียรภาพของการลู่เข้าสู่ผลเฉลย โดยลักษณะของฟังก์ชันจุดประสงค์มีผลกระทบน้อยมากต่อความสามารถในการค้นหาผลเฉลยของวิธีกลุ่มอนุภาค

อย่างไรก็ตาม วิธีกลุ่มอนุภาคยังต้องการหลักการพื้นฐานทางคณิตศาสตร์บางประการสำหรับการวิเคราะห์หรืออธิบายปรากฏการณ์ต่างๆที่เกิดขึ้นระหว่างการค้นหาผลเฉลย ในบางครั้งการกำหนดพารามิเตอร์ของวิธีกลุ่มอนุภาค (จำนวนอนุภาคในกลุ่ม จำนวนรอบการคำนวณ ค่าสัมประสิทธิ์ความเร่ง ค่าถ่วงน้ำหนักความเฉื่อย) ก็จำเป็นต้องทราบลักษณะของปริภูมิการค้นหาของปัญหา เพื่อให้สามารถกำหนดค่าพารามิเตอร์ได้อย่างเหมาะสม นอกจากนี้ การที่วิธีกลุ่มอนุภาคใช้ **Gbest** เป็นข้อมูลหลักเพื่อกำหนดแนวทางการค้นหาผลเฉลยในปริภูมิการค้นหา ก็อาจทำให้กระบวนการค้นหาไปติดอยู่ที่ผลเฉลยเหมาะที่สุดเฉพาะที่จุดใดจุดหนึ่ง