บทที่ 2

วิธีหาผลเฉลยของปัญหาการจัดการกำลังรีแอกทีฟในระบบจำหน่าย

2.1 รูปแบบของปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดในเชิงคณิตศาสตร์

การหาค่าเหมาะที่สุด (Optimization) หมายถึง การกำหนดทางเลือกที่ดีที่สุดหรือที่เหมาะสมที่สุดสำหรับการตัดสินใจภายใต้เงื่อนไขหรือข้อจำกัดต่างๆ โครงสร้างหลักของปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุด ประกอบด้วย ตัวแปรตัดสินใจ (Decision Variables) ฟังก์ชันจุดประสงค์ (Objective Function) และเงื่อนไขบังคับ (Constraints) ในทางคณิตศาสตร์ การหาค่าเหมาะที่สุดเป็นการหาค่าของตัวแปรตัดสินใจที่ทำให้ฟังก์ชันจุดประสงค์มีค่าสูงสุดหรือต่ำสุด โดยค่าของตัวแปรตัดสินใจเหล่านั้นต้องสอดคล้อง (Satisfy) กับเงื่อนไขบังคับที่กำหนด

ตัวแปรตัดสินใจ หมายถึง ตัวแปรสำหรับการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้ผลลัพธ์เหมาะที่สุด การปรับเปลี่ยนหรือการควบคุมตัวแปรตัดสินใจในขั้นตอนวิธีการหาค่าเหมาะที่สุด ทำให้เป้าหมายหรือจุดประสงค์ของการดำเนินการเปลี่ยนแปลงไป (ธนัญชัย, 2543)

ฟังก์ชันจุดประสงค์ คือ ฟังก์ชันที่อยู่ในเทอมของตัวแปรตัดสินใจและพารามิเตอร์อื่นๆ ซึ่งกำหนดเป้าหมายหรือวัตถุประสงค์ของการหาค่าเหมาะที่สุด ฟังก์ชันจุดประสงค์เป็นตัวบ่งชี้ว่าค่าของตัวแปรตัดสินใจซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับต่างๆ เป็นค่าที่ดีที่สุดหรือไม่

เงื่อนไขบังคับ คือ ความสัมพันธ์ของตัวแปรตัดสินใจและพารามิเตอร์ต่างๆ ภายใต้ข้อจำกัดที่กำหนด เงื่อนไขบังคับมีอิทธิพลอย่างมากต่อการหาค่าตัวแปรตัดสินใจ เพราะเป็นสิ่งที่ระบุขอบเขตของผลเฉลยหรือกำหนดค่าที่เป็นไปได้ของตัวแปรตัดสินใจ เงื่อนไขบังคับมีทั้งเงื่อนไขบังคับแบบสมการ (Equality Constraints) และเงื่อนไขบังคับแบบอสมการ (Inequality Constraints)

รูปแบบทั่วไปของปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุด ทั้งปัญหาการหาค่าสูงสุด (Maximization Problem) และปัญหาการหาค่าต่ำสุด (Minimization Problem) ซึ่งประกอบด้วยฟังก์ชันจุดประสงค์และเงื่อนไขบังคับ สามารถเขียนได้ดังนี้ (Ravindran, Ragsdell and Reklaitis, 2006)

$$\text{Find } \vec{x} = [x_1 \quad x_2 \quad \dots \quad x_i \quad \dots, \quad x_N]^T \text{ which optimize } f(\vec{x}) \tag{2-1}$$

$$\text{subject to} \quad h_k(\vec{x}) = 0 \qquad k = 1,\dots\dots, L \tag{2-2}$$

$$g_j(\vec{x}) \geq 0 \qquad j = 1,\ldots\ldots, M \tag{2-3}$$

$$x_i^{(U)} \geq x_i \geq x_i^{(L)} \qquad i = 1,\ldots\ldots, N \tag{2-4}$$

2.2 ลักษณะของปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุด

ลักษณะของปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุด สามารถอธิบายได้ด้วยเกณฑ์ต่างๆ อาทิ จำนวนและชนิดของตัวแปรตัดสินใจ ลักษณะของฟังก์ชันจุดประสงค์และเงื่อนไขบังคับ การมีหรือไม่มีเงื่อนไขบังคับ จำนวนผลเฉลยเหมาะที่สุด และจำนวนจุดประสงค์ที่พิจารณา (Engelbrecht, 2005)

การใช้จำนวนตัวแปรตัดสินใจเป็นเกณฑ์การแบ่งลักษณะของปัญหา ทำให้ได้ปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดของฟังก์ชันตัวแปรเดียว (Single-variable Optimization Problem) และปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดของฟังก์ชันหลายตัวแปร (Multi-variable Optimization Problem) การแบ่งตามชนิดของตัวแปรตัดสินใจ ทำให้ได้ปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดของตัวแปรต่อเนื่อง (Continuous Variables) ปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดของตัวแปรไม่ต่อเนื่อง (Discrete Variables) และปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดแบบผสม (Mixed) ของทั้งตัวแปรต่อเนื่องและตัวแปรไม่ต่อเนื่อง

ลักษณะของฟังก์ชันจุดประสงค์รวมทั้งเงื่อนไขบังคับ ทำให้แบ่งปัญหาออกได้เป็นปัญหาการกำหนดเชิงเส้น (Linear Programming Problem) และปัญหาการกำหนดไม่เชิงเส้น (Nonlinear Programming Problem) ในขณะที่การมีหรือไม่มีเงื่อนไขบังคับ ทำให้เกิดปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดแบบมีเงื่อนไขบังคับ (Constrained Optimization Problem) และปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดแบบปราศจากเงื่อนไขบังคับ (Unconstrained Optimization Problem)

จำนวนผลเฉลยเหมาะที่สุดแบ่งลักษณะของปัญหาออกเป็นปัญหายอดเดี่ยว (Unimodal Problem) และปัญหาหลายยอด (Multimodal Problem) จำนวนจุดประสงค์ที่พิจารณา ทำให้ได้ปัญหาแบบจุดประสงค์เดียว (Single-objective Problem) และปัญหาแบบหลายจุดประสงค์ (Multi-objective Problem)

โดยทั่วไป ลักษณะของปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดเกิดจากการผสมผสานลักษณะต่างๆ ที่กล่าวมาข้างต้นเข้าด้วยกัน เช่น ปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดแบบจุดประสงค์เดียวของฟังก์ชันหลายตัวแปรชนิดจำนวนเต็มแบบมีเงื่อนไขบังคับ

2.3 ลักษณะของผลเฉลยในปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุด

การหาผลเฉลย (Solutions) หมายถึง การหาค่าตัวแปรตัดสินใจของปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุด โดยเซต (Set) ซึ่งมีสมาชิกเป็นผลเฉลยทั้งหมดของปัญหา เรียกว่า ปริภูมิการค้นหา (Search Space) ผลเฉลยซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับของปัญหา เรียกว่า ผลเฉลยที่เป็นไปได้ (Feasible Solution) และเซตซึ่งประกอบด้วยผลเฉลยที่เป็นไปได้ทั้งหมด คือ ปริภูมิการค้นหาที่เป็นไปได้ (Feasible Search Space) หรือบริเวณค่าความเป็นไปได้ (Feasible Region) ผลเฉลยในปริภูมิการค้นหาที่เป็นไปได้ซึ่งทำให้ฟังก์ชันจุดประสงค์มีค่าเหมาะที่สุด คือ ผลเฉลยเหมาะที่สุด (Optimal Solution) ซึ่งแบ่งได้เป็น ผลเฉลยเหมาะที่สุดวงกว้าง (Global Optimal) และผลเฉลยเหมาะที่สุดเฉพาะที่ (Local Optimal)

ถ้ากำหนดให้ปัญหาที่พิจารณาเป็นปัญหาการหาค่าต่ำสุด นิยามสำหรับผลเฉลยซึ่งให้ค่าต่ำสุดวงกว้าง (Global Minimum) และผลเฉลยซึ่งให้ค่าต่ำสุดเฉพาะที่ (Local Minimum) สามารถเขียนได้ดังนี้ (Engelbrecht, 2005)

$$f(\vec{x}^*) < f(\vec{x}), \quad \forall \vec{x} \in \mathbf{F} \quad where \quad \mathbf{F} \subseteq \mathbf{S} \tag{2-5}$$

$$f(\vec{x}^*_N) \le f(\vec{x}), \quad \forall \vec{x} \in \mathbf{N}(\vec{x}^*_N) \quad where \quad \mathbf{N}(\vec{x}^*_N) \subseteq \mathbf{F} \subseteq \mathbf{S} \tag{2-6}$$

สมการที่ (2-5) อธิบายว่า $\vec{x}^*$ จะเป็นผลเฉลยที่ให้ค่าต่ำสุดวงกว้าง ก็ต่อเมื่อไม่มีผลเฉลยอื่นในปริภูมิการค้นหาที่เป็นไปได้ซึ่งให้ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ต่ำกว่าค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ของ $\vec{x}^*$ ส่วนสมการที่ (2-6) อธิบายว่า $\vec{x}^*_N$ จะเป็นผลเฉลยที่ให้ค่าต่ำสุดเฉพาะที่ ถ้าไม่มีผลเฉลยอื่นในบริเวณข้างเคียง (Neighborhood) ซึ่งให้ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ต่ำกว่าค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ของ $\vec{x}^*_N$

ส่วนนิยามสำหรับผลเฉลยซึ่งให้ค่าสูงสุดวงกว้าง (Global Maximum) และผลเฉลยซึ่งให้ค่าสูงสุดเฉพาะที่ (Local Maximum) สามารถกำหนดได้ดังนี้ (Collette and Siarry, 2003)

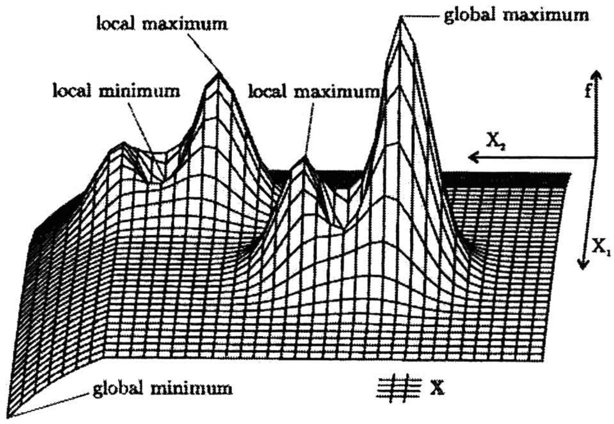
$$f(\vec{x}^*) > f(\vec{x}), \quad \forall \vec{x} \in \mathbf{F} \quad where \quad \mathbf{F} \subseteq \mathbf{S} \tag{2-7}$$

$$f(\vec{x}^*_N) \ge f(\vec{x}), \quad \forall \vec{x} \in \mathbf{N}(\vec{x}^*_N) \quad where \quad \mathbf{N}(\vec{x}^*_N) \subseteq \mathbf{F} \subseteq \mathbf{S} \tag{2-8}$$

สมการที่ (2-7) อธิบายว่า $\vec{x}^*$ จะเป็นผลเฉลยที่ให้ค่าสูงสุดวงกว้าง ก็ต่อเมื่อไม่มีผลเฉลยอื่นในปริภูมิการค้นหาที่เป็นไปได้ซึ่งให้ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์มากกว่าค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ของ $\vec{x}^*$

ส่วนสมการที่ (2-8) อธิบายว่า $\vec{x}_N^*$ จะเป็นผลเฉลยที่ให้ค่าสูงสุดเฉพาะที่ ถ้าไม่มีผลเฉลยอื่นในบริเวณข้างเคียงซึ่งให้ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์สูงกว่าค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ของ $\vec{x}_N^*$

ลักษณะของผลเฉลยซึ่งให้ค่าต่ำสุดวงกว้าง ค่าต่ำสุดเฉพาะที่ ค่าสูงสุดวงกว้าง และค่าสูงสุดเฉพาะที่สำหรับฟังก์ชันจุดประสงค์ 2 ตัวแปร มีรายละเอียดตามภาพที่ 2-1



ภาพที่ 2-1 ค่าสูงสุดวงกว้าง ค่าสูงสุดเฉพาะที่ ค่าต่ำสุดวงกว้าง และค่าต่ำสุดเฉพาะที่

2.4 กลวิธีหาผลเฉลยเพื่อแก้ปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุด

กลวิธีหาผลเฉลย (Solution Technique) เพื่อแก้ปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดแบ่งเป็น 2 กลุ่ม (Onwubolu and Babu, 2004) ได้แก่ เทคนิคการค้นหาเชิงกำหนด (Deterministic Search Technique) และเทคนิคการหาค่าเหมาะที่สุดเชิงเฟ้นสุ่ม (Stochastic Optimization Technique) การเลือกใช้กลวิธีหาผลเฉลยขึ้นกับขนาด ลักษณะและความซับซ้อนของปัญหาที่กำลังพิจารณา

เทคนิคการค้นหาเชิงกำหนดเป็นระเบียบวิธีแบบดั้งเดิม (Traditional or Classical Methods) ซึ่งประยุกต์ใช้หลักการทางคณิตศาสตร์ในการหาผลเฉลย ขั้นตอนวิธี (Algorithm) สำหรับการค้นหาผลเฉลยของเทคนิคนี้ แบ่งได้เป็นระเบียบวิธีค้นหาโดยตรง (Direct Search Methods) และระเบียบวิธีค้นหาโดยอ้างอิงความชัน (Gradient Based Methods) ระเบียบวิธีค้นหาโดยตรงใช้ข้อมูลของค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ในการแก้ปัญหา ในขณะที่ระเบียบวิธีค้นหาโดยอ้างอิงความชันใช้ข้อมูลของฟังก์ชันจุดประสงค์และอนุพันธ์ (Derivatives) ของฟังก์ชันจุดประสงค์ในการแก้ปัญหา

เทคนิคการค้นหาเชิงกำหนดมีข้อดี คือ ความสามารถในการหาผลเฉลยเหมาะที่สุดวงกว้าง อย่างไรก็ตาม เทคนิคการค้นหาเชิงกำหนดมีความเหมาะสมกับปัญหาซึ่งมีจำนวนตัวแปรตัดสินใจไม่มาก หรือปัญหาที่ไม่ซับซ้อนเท่านั้น เนื่องจากมีข้อจำกัดและกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ที่ตายตัว

ในการแก้ปัญหา เมื่อนำเทคนิคการค้นหาเชิงกำหนดไปใช้กับปัญหาที่มีตัวแปรตัดสินใจจำนวนมาก หรือปัญหาซึ่งมีความซับซ้อน จึงอาจต้องใช้ระยะเวลานานในการแก้ปัญหา หรือในบางกรณีก็ไม่อาจแก้ปัญหาได้

ภาพที่ 2-2 แสดงตัวอย่างวิธีต่างๆ ในกลุ่มเทคนิคการค้นหาเชิงกำหนด รายละเอียดของวิธีเหล่านี้สามารถดูเพิ่มเติมได้ใน ธนัญชัย (2543) ธนัดชัย (2550) และ Rao (2009)

	เทคนิคการค้นหาเชิงกำหนด	
	วิธีค้นหาโดยอ้างอิงความชัน	วิธีค้นหาโดยตรง
การหาค่าเหมาะที่สุดของฟังก์ชันหนึ่งตัวแปร	1) วิธีนิวตัน-ราฟสัน (Newton-Raphson method) 2) วิธีแบ่งครึ่ง (Bisection method) 3) วิธีซีแคนต์ (Secant method)	1) วิธีแบ่งครึ่งช่วง (Interval halving method) 2) วิธีค้นหาไฟโบแนกซี (Fibonacci search method) 3) วิธีค้นหาภาคตัดทอง (Golden section search method) 4) วิธีประมาณค่าในช่วงด้วยพหุนามกำลังสอง (Quadratic interpolation method)
การหาค่าเหมาะที่สุดของฟังก์ชันหลายตัวแปรปราศจากเงื่อนไขบังคับ	1) วิธีลดค่า (Descent method) 2) วิธีลดค่าเร็วที่สุด (Steepest descent method) 3) วิธีนิวตัน (Newton's method) 4) วิธีมาร์ควอร์ดต์ (Marquardt method) 5) วิธีควอไซ-นิวตัน (Quasi-Newton method)	1) วิธีทิศทางสลับ (Alternating direction method) 2) วิธีซิมเพล็กซ์ (Simplex method) 3) วิธีทิศทางสังยุค (Conjugate direction method)
การหาค่าเหมาะที่สุดแบบมีเงื่อนไขบังคับ	1) วิธีนิวตันลดทอน (Reduced Newton method) 2) วิธีเกรเดียนต์ลดทอน (Reduced gradient method) 3) วิธีการฉายเกรเดียนต์ (Gradient projection method) 4) วิธีกำหนดกำลังสองแบบลำดับ (Sequential quadratic programming)	

ภาพที่ 2-2 ตัวอย่างวิธีหาผลเฉลยในกลุ่มเทคนิคการค้นหาเชิงกำหนด

กลวิธีหาผลเฉลยอีกกลุ่มหนึ่ง คือ เทคนิคการหาค่าเหมาะที่สุดเชิงเฟ้นสุ่ม ซึ่งเป็นวิธีการหาค่าเหมาะที่สุดแผนใหม่ (Modern Optimization) หลักการของเทคนิคนี้ได้จากการนำปรากฏการณ์ของกระบวนการต่างๆ (เช่น กระบวนการทางธรรมชาติ) มาประยุกต์ร่วมกับทฤษฎีความน่าจะเป็น บางครั้งจึงเรียกเทคนิคนี้ว่า เทคนิคการค้นหาเชิงความน่าจะเป็น (Probabilistic Search Technique) เทคนิคการหาค่าเหมาะที่สุดเชิงเฟ้นสุ่มใช้ระเบียบวิธีทำซ้ำ (Iterative Method) เพื่อหาผลเฉลยที่ดียิ่งขึ้นในแต่ละรอบการคำนวณที่เพิ่มขึ้น

วิธีการค้นหาผลเฉลยในกลุ่มเทคนิคการหาค่าเหมาะที่สุดเชิงเฟ้นสุ่มแบ่งได้เป็น 2 ลักษณะ (Onwubolu and Babu, 2004) ได้แก่ ระเบียบวิธีค้นหาแบบเฉพาะที่ (Local Search) และระเบียบวิธีค้นหาแบบกลุ่มประชากร (Population-based Search) ในระเบียบวิธีค้นหาแบบเฉพาะที่ ผลเฉลยที่ดียิ่งขึ้นในการคำนวณรอบต่อไป (Next Iteration) จะถูกค้นหาจากบริเวณซึ่งอยู่ข้างเคียงกับผลเฉลยดีที่สุดในรอบการคำนวณปัจจุบัน (Current Iteration) ส่วนระเบียบวิธีค้นหาแบบกลุ่มประชากร จะมีกระบวนการสร้างกลุ่มผลเฉลยในแต่ละรอบการคำนวณ ผลเฉลยดีที่สุดเมื่อจบการคำนวณรอบใดๆ จะพิจารณาจากผลเฉลยทั้งหมดซึ่งถูกสร้างขึ้นจนถึงการคำนวณรอบนั้น

ตัวอย่างของวิธีในกลุ่มระเบียบวิธีค้นหาแบบเฉพาะที่ ได้แก่ วิธีการอบอ่อนจำลอง (Simulated Annealing; SA) และวิธีค้นหาแบบตาบู (Tabu Search; TS) ส่วนตัวอย่างของวิธีในกลุ่มระเบียบวิธีค้นหาแบบกลุ่มประชากร ได้แก่ การหาค่าเหมาะที่สุดด้วยกลุ่มอนุภาค (Particle Swarm Optimization; PSO) ขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรม (Genetic Algorithm; GA) และการหาค่าเหมาะที่สุดแบบฝูงมด (Ant Colony Optimization; ACO) แนวคิดและหลักการของวิธีต่างๆเหล่านี้สามารถศึกษาได้จากอาทิตย์ (2552) และ Rao (2009)

เทคนิคการหาค่าเหมาะที่สุดเชิงเฟ้นสุ่มได้รับความนิยมและถูกประยุกต์ใช้อย่างแพร่หลายในปัจจุบัน เนื่องจากความสามารถในการแก้ปัญหาที่มีความซับซ้อน แต่ผลเฉลยที่ได้จากเทคนิคการหาค่าเหมาะที่สุดเชิงเฟ้นสุ่มเป็นเพียงผลเฉลยที่น่าพึงพอใจเท่านั้น โดยผลเฉลยดังกล่าวไม่ได้ถูกรับประกันว่าเป็นผลเฉลยเหมาะที่สุดวงกว้างของปัญหาที่กำลังพิจารณา

2.5 การหาผลเฉลยของปัญหาการจัดการกำลังรีแอกทีฟในระบบจำหน่าย

ปัญหาการจัดการกำลังรีแอกทีฟของตัวเก็บประจุในระบบจำหน่าย แบ่งเป็นปัญหาการติดตั้งตัวเก็บประจุและปัญหาการควบคุมแรงดัน/กำลังรีแอกทีฟซึ่งเป็นปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดเชิงการจัด ผลเฉลยของปัญหาการติดตั้งตัวเก็บประจุทำให้ทราบแนวทางที่เหมาะสมสำหรับการกำหนดตำแหน่งติดตั้งและค่ากำลังรีแอกทีฟของตัวเก็บประจุ ส่วนผลเฉลยของปัญหาการควบคุมแรงดัน/กำลังรีแอกทีฟ ทำให้ทราบข้อมูลการปรับตั้งสถานะการทำงานของตัวเก็บประจุและอุปกรณ์อื่นๆให้เหมาะสมกับปริมาณโหลดในแต่ละช่วงเวลาของวัน วิธีการหาผลเฉลยของปัญหาทั้งสองอาจแบ่งได้เป็น 4 กลุ่ม ได้แก่ วิธีเชิงวิเคราะห์ (Analytical Methods) วิธีกำหนดเชิงตัวเลข (Numerical Programming Methods) วิธีศึกษาสำนึก (Heuristic Methods) และวิธีปัญญาประดิษฐ์ (Artificial Intelligence Methods) (Ng, Salama and Chikhani, 2000a) ในการหาผลเฉลยอาจเลือกใช้วิธีใดวิธีหนึ่งหรือนำวิธีต่างๆ มาผสมผสานกันเพื่อให้ได้ผลลัพธ์ที่ดียิ่งขึ้น

วิธีเชิงวิเคราะห์ใช้หลักการของแคลคูลัสที่เกี่ยวข้องกับค่าอนุพันธ์ ณ จุดสูงสุดหรือจุดต่ำสุดของฟังก์ชันจุดประสงค์ วิธีกำหนดเชิงตัวเลขใช้กลวิธีทำซ้ำ เพื่อหาผลเฉลยซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับที่กำหนดและทำให้ฟังก์ชันจุดประสงค์เป็นไปตามที่ต้องการ วิธีศึกษาสำนึกใช้เกณฑ์พื้นฐานซึ่งได้จากการรู้เอง (Intuition) ประสบการณ์ (Experience) และการวินิจฉัย (Judgment) เพื่อกำหนดขอบเขตการค้นหาผลเฉลยในปริภูมิการค้นหาซึ่งช่วยลดเวลาในการคำนวณ ข้อดีของวิธีศึกษาสำนึกเมื่อเปรียบเทียบกับวิธีเชิงวิเคราะห์และวิธีกำหนดเชิงตัวเลข คือ ความง่ายในการทำความเข้าใจและการนำไปประยุกต์ใช้ แต่ถ้าฟังก์ชันจุดประสงค์มีความซับซ้อน การใช้วิธีศึกษาสำนึกจะทำได้ยาก สำหรับวิธีปัญญาประดิษฐ์ เป็นวิธีซึ่งใช้เทคนิคการคำนวณทางคณิตศาสตร์ที่ไม่ยุ่งยาก แต่สามารถใช้ได้ดีกับปัญหาซึ่งมีฟังก์ชันจุดประสงค์ที่ซับซ้อน อย่างไรก็ตาม ผลเฉลยที่ได้จากวิธีศึกษาสำนึกและวิธีปัญญาประดิษฐ์ยังไม่สามารถรับประกันได้ว่าเป็นผลเฉลยเหมาะที่สุดวงกว้างหรือไม่

ในยุคเริ่มต้นของการศึกษาปัญหาการจัดการกำลังรีแอกทีฟของตัวเก็บประจุในระบบจำหน่าย ซึ่งเครื่องคอมพิวเตอร์สำหรับการคำนวณยังมีราคาแพงและยังมีประสิทธิภาพไม่เพียงพอ Schmill (1965), Chang (1969, 1972) และ Bae (1978) ได้ใช้วิธีเชิงวิเคราะห์ในการหาผลเฉลยของปัญหาการติดตั้งตัวเก็บประจุ แต่การศึกษาข้างต้นได้กำหนดข้อสมมุติ (Assumptions) ของปัญหาซึ่งไม่สอดคล้องกับระบบจำหน่ายจริงในทางปฏิบัติ เช่น สายป้อนทั้งหมดในวงจรต้องมีขนาดตัวนำเท่ากัน โหลดต้องมีกระจายตัวแบบสม่ำเสมอ (Uniform Distributed) และขนาดกำลังรีแอกทีฟของตัวเก็บประจุที่ติดตั้งต้องมีค่าเท่ากัน ต่อมา Grainger and Lee (1981, 1982) และ Salama, Chickhani, and Hackam (1985) ได้พัฒนาวิธีเชิงวิเคราะห์ที่กำจัดข้อสมมุติดังกล่าว แต่วิธีที่พัฒนาขึ้นยังใช้ได้กับเฉพาะระบบจำหน่ายซึ่งมีเพียงสายป้อนหลัก (Main Feeder) นอกจากนี้ วิธีเชิงวิเคราะห์ยังมีข้อจำกัด คือ ต้องแทนค่าตำแหน่งติดตั้งและค่ากำลังรีแอกทีฟของตัวเก็บประจุด้วยตัวแปรต่อเนื่อง เมื่อหาผลเฉลยได้แล้วจึงต้องปัดเป็นเลขจำนวนเต็ม เพื่อให้ได้หมายเลขบัสของการติดตั้งที่สอดคล้องกับความเป็นจริง และได้ขนาดกำลังรีแอกทีฟของตัวเก็บประจุที่ตรงกับขนาดมาตรฐาน

การประยุกต์ใช้วิธีกำหนดเชิงตัวเลขกับปัญหาการจัดการกำลังรีแอกทีฟได้เริ่มขึ้นเมื่อเครื่องคอมพิวเตอร์มีประสิทธิภาพในการคำนวณดีขึ้น สำหรับตัวอย่างของวิธีกำหนดเชิงตัวเลข ได้แก่ วิธีกำหนดเชิงพลวัต (Dynamic Programming) วิธีกำหนดเชิงจำนวนเต็ม (Integer Programming) วิธีกำหนดเชิงจำนวนเต็มแบบผสม (Mixed Integer Programming) วิธีกำหนดเชิงกำลังสอง (Quadratic Programming) และวิธีแปรผันเฉพาะที่ (Local Variation Method)

Dura (1968) และ Fawzi, El-Sobki and Abdel-Halim (1983) ได้ใช้วิธีกำหนดเชิงพลวัตเพื่อหาตำแหน่งและขนาดที่เหมาะสมสำหรับการติดตั้งตัวเก็บประจุ ในขณะที่ Hsu and Kuo (1993), Lu and Hsu (1995) และ Liang and Cheng (2001) ได้ใช้วิธีกำหนดเชิงพลวัตเพื่อกำหนดสถานะการทำงานของตัวเก็บประจุและอุปกรณ์ต่างๆสำหรับการควบคุมแรงดัน/กำลังรีแอกทีฟ ส่วนการใช้วิธีแปรผันเฉพาะที่กับปัญหาการติดตั้งตัวเก็บประจุมีรายละเอียดในการศึกษาของ Ponnavsikko and Rao (1983) และ Masoum et al. (2004)

Baldick and Wu (1990) ได้ใช้วิธีกำหนดเชิงจำนวนเต็มเพื่อหาผลเฉลยของปัญหาการควบคุมแรงดัน/กำลังรีแอกทีฟ ในขณะที่ Baran and Wu (1989a, 1989b) และ Delfanti et al. (2000) ได้เลือกใช้วิธีกำหนดเชิงจำนวนเต็มแบบผสมกับปัญหาการติดตั้งตัวเก็บประจุ ส่วนการศึกษาของ Ertem (1989) และ Grudinin (1998) ได้นำวิธีกำหนดเชิงกำลังสองมาใช้กับปัญหาการติดตั้งตัวเก็บประจุและปัญหาการควบคุมแรงดัน/กำลังรีแอกทีฟ

วิธีกำหนดเชิงตัวเลขมีข้อดีเมื่อเปรียบเทียบกับวิธีเชิงวิเคราะห์ คือ สามารถกำหนดตำแหน่งติดตั้งและค่ากำลังรีแอกทีฟของตัวเก็บประจุให้เป็นตัวแปรไม่ต่อเนื่อง ผลเฉลยที่ได้จึงเป็นตัวเลขจำนวนเต็ม แต่การคำนวณด้วยวิธีกำหนดเชิงตัวเลขอาจใช้เวลานาน เพราะต้องใช้ข้อมูลจำนวนมากและมีการคำนวณซ้ำหลายรอบ นอกจากนี้ ถ้าต้องการพิจารณาการเติบโตของโหลด (Load Growth) และประโยชน์ทางเศรษฐศาสตร์จากการลดกำลังสูญเสียในช่วงโหลดสูงสุด การกำหนดฟังก์ชันจุดประสงค์ของปัญหาการติดตั้งตัวเก็บประจุจะทำได้ยาก (Ng, Salama and Chikhani, 2000a)

ปัจจุบัน วิธีศึกษาสำนึกและวิธีปัญญาประดิษฐ์ได้ถูกนำมาประยุกต์ใช้อย่างแพร่หลายกับปัญหาการจัดการกำลังรีแอกทีฟของตัวเก็บประจุในระบบจำหน่าย เนื่องจากเครื่องคอมพิวเตอร์ได้รับการพัฒนาให้มีประสิทธิภาพสูงขึ้นทั้งในด้านความเร็วและความสามารถในการคำนวณ การใช้วิธีศึกษาสำนึกและวิธีปัญญาประดิษฐ์ทำให้การกำหนดฟังก์ชันจุดประสงค์ เงื่อนไขบังคับ และรายละเอียดต่างๆ ของปัญหา สามารถทำได้ใกล้เคียงความเป็นจริงในทางปฏิบัติได้มากขึ้น ตัวอย่างการใช้วิธีศึกษาสำนึก ได้แก่ การศึกษาของ Abdel-Salam, Chikhani and Hackam (1994), Chis, Salama and Jayaram (1997), Deng et al. (2002) และ da Silva (2008) ในขณะที่ตัวอย่างการศึกษาซึ่งใช้วิธีปัญญาประดิษฐ์ ได้แก่ การใช้ขั้นตอนวิธีเชิงวิวัฒนาการ (Evolutionary Algorithms) ในงานของ Ulinuha, Masoum and Islam (2008) การใช้ทฤษฎีเซตฟัซซี (Fuzzy Set) ในงานของ Ng, Salama and Chikhani (2000b), Liang and Wang (2003) และ Tajfar et al. (2008) การหาผลเฉลยโดยการประยุกต์ใช้ระบบผู้เชี่ยวชาญ (Expert System) ได้แก่ การศึกษาของ Salama and Chikhani (1992) และ Le and Negnevitsky (1997) ส่วนการศึกษาของ Santoso and Tan (1990), Saric, Calovic and Djukanovic (1997) และ Das and Verma (2001) ได้นำระบบโครงข่ายประสาทเทียม (Neural Networks) มาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหา

ตัวอย่างเพิ่มเติมของการใช้วิธีปัญญาประดิษฐ์ ได้แก่ การใช้ขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรมเพื่อกำหนดตารางการทำงานเหมาะที่สุด (Optimal Schedule) สำหรับการควบคุมแรงดัน/กำลังรีแอกทีฟในงานของ Hu et al. (2003) ในขณะที่การศึกษาของ Sundhararajan and Pahwa (1994), Miu, Chiang and Darling (1997) และ Levitin et al. (2000) ได้ใช้ขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรมเพื่อกำหนดแนวทางที่เหมาะสมของการติดตั้งตัวเก็บประจุในระบบจำหน่าย สำหรับการแก้ปัญหาด้วยวิธีปัญญาประดิษฐ์อื่นๆ ได้แก่ การใช้วิธีการค้นหาแบบตาบูในงานของ Huang, Yang and Huang (1996), Gallego, Monticelli and Romero (2001) และ Nakachi, Kato and Ukai (2007) รวมทั้งการใช้วิธีการอบอ่อนจำลองในการศึกษาของ Chiang et al. (1990)

นอกจากการใช้วิธีใดเพียงวิธีหนึ่งในการแก้ปัญหาแล้ว ยังมีการศึกษาที่นำวิธีต่างๆมาผสมผสานกันเพื่อเพิ่มประสิทธิภาพการค้นหาผลเฉลย เช่น วิธีกำหนดเชิงเส้นแบบฟัซซี (Fuzzy Linear Programming) (Tomsovic, 1992) การใช้ระบบโครงข่ายประสาทเทียมร่วมกับวิธีกำหนดเชิงพลวัต (Hsu and Yang, 1994) การใช้วิธีกำหนดเชิงพลวัตแบบฟัซซีในงานของ Chin (1995), Lu and Hsu (1997) และ Liu, Zhang and Qiu (2002) รวมทั้งการใช้ระบบโครงข่ายประสาทเทียมร่วมกับวิธีกำหนดเชิงพลวัตแบบฟัซซี (Hsu and Lu, 1998)

การเลือกวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหาการติดตั้งตัวเก็บประจุและปัญหาการควบคุมแรงดัน/กำลังรีแอกทีฟขึ้นกับขนาดและโครงสร้างของระบบจำหน่าย ลักษณะและความซับซ้อนของปัญหาที่พิจารณา ความแม่น (Accuracy) ของผลลัพธ์ที่ต้องการ รวมทั้งข้อมูลต่างๆที่มีอยู่สำหรับการคำนวณ (Ng, Salama and Chikhani, 2000a)