ใบรับรองวิทยานิพนธ์

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต (สถิติ)

ปริญญา

สถิติ	สถิติ
สาขา	**ภาควิชา**

เรื่อง การเปรียบเทียบวิธีการประมาณแบบช่วงความเชื่อมั่นของผลต่างค่าเฉลี่ยสองประชากรในการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล

A Comparison of Methods of Confidence Interval Estimation for the Difference between Two Population Means for Lognormal Distribution

นามผู้วิจัย นางสาวสุวิตา ศักดิ์ชัยนันท์

ได้พิจารณาเห็นชอบโดย

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก ....

(อาจารย์จุฑาภรณ์ สินสมบูรณ์ทอง, ปร.ด.)

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม ....

(รองศาสตราจารย์อภิญญา หิรัญวงษ์, ศศ.ด.)

หัวหน้าภาควิชา ....

(รองศาสตราจารย์ประสิทธิ์ พยัคฆพงษ์, M.S.)

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์รับรองแล้ว

....

(รองศาสตราจารย์กัญจนา ธีระกุล, D.Agr.)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

วันที่ .... **เดือน** .... **พ.ศ.** ....

วิทยานิพนธ์

เรื่อง

การเปรียบเทียบวิธีการประมาณแบบช่วงความเชื่อมั่นของผลต่างค่าเฉลี่ยสองประชากรในการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล

A Comparison of Methods of Confidence Interval Estimation for the Difference between Two Population Means for Lognormal Distribution

โดย

นางสาวสุวิตา ศักดิ์ชัยนันท์

เสนอ

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
เพื่อความสมบูรณ์แห่งปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต (สถิติ)
พ.ศ. 2555

สุวิตา ศักดิ์ชัยนันท์ 2555: การเปรียบเทียบวิธีการประมาณแบบช่วงความเชื่อมั่นของผลต่างค่าเฉลี่ยสองประชากรในการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต (สถิติ) สาขาสถิติ ภาควิชาสถิติ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก: อาจารย์จุฑาภรณ์ สินสมบูรณ์ทอง, ปร.ด. 167 หน้า

งานวิจัยนี้ได้เปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นของผลต่างค่าเฉลี่ยสองประชากรที่อิสระกันในการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล 5 วิธี คือ วิธีความควรจะเป็นสูงสุด (ML) วิธีของ Zou และคณะ (ZOU) วิธีเจเนอรัลไลซ์คอนฟิเดนซ์อินเทอร์วัลส์ โดยใช้ตัวสถิติของ Krishnamoorthy and Mathew (GK) วิธีเจเนอรัลไลซ์คอนฟิเดนซ์อินเทอร์วัลส์ โดยใช้ตัวสถิติของ Maiklad (TK) และวิธีบูตสแตรปท์เปอร์เซ็นต์ไทล์ (BP) ซึ่งในงานวิจัยนี้ใช้เทคนิคมอลติคาร์โลในการจำลองข้อมูลทั้งหมด 198 สถานการณ์ เพื่อตรวจสอบและเปรียบเทียบค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (Coverage Probability) ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น (Average width of Confidence Interval) และค่าอคติสัมพัทธ์ (Relative Bias) ผลการวิจัยพบว่า วิธี GK และวิธี TK ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดในทุกสถานการณ์ ส่วนวิธี BP และวิธี ML ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อพารามิเตอร์ σ_1^2 และ σ_2^2 จากทั้งสองประชากรมีค่าแตกต่างกันน้อย เมื่อพิจารณาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น พบว่า กรณีที่ขนาดตัวอย่างเล็กวิธี GK จะมีประสิทธิภาพมากที่สุดเมื่อค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรมีค่ามากและแตกต่างกันมาก ในกรณีที่ขนาดตัวอย่างเพิ่มมากขึ้นวิธี TK จะมีประสิทธิภาพมากที่สุดเมื่อค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรมีค่ามากและแตกต่างกันมาก ส่วนวิธี BP จะให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นน้อย เมื่อขนาดตัวอย่างใหญ่และวิธี ML จะมีประสิทธิภาพมากที่สุดเมื่อค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรมีค่าใกล้ 1 นอกจากนี้พิจารณาจากค่าอคติสัมพัทธ์พบว่า วิธี ZOU มีประสิทธิภาพมากที่สุด เมื่อความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรมีค่ามากและแตกต่างกันมาก ส่วนวิธี GK มีประสิทธิภาพมากที่สุด เมื่อความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรมีค่าใกล้ 1 ยกเว้นในกรณีความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรมีค่าน้อยและแตกต่างกันน้อย วิธี ML มีประสิทธิภาพมากที่สุด ส่วนวิธี TK และวิธี BP มีประสิทธิภาพน้อยที่สุด ในทุกสถานการณ์

______________________ ______________________ ___ / ___ / ___

ลายมือชื่อนิสิต ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

Suvita Sakchainan 2012: A Comparison of Methods of Confidence Interval Estimation for the Difference between Two Population Means for Lognormal Distribution. Master of Science (Statistics), Major Field: Statistics, Department of Statistics.
Thesis Advisor: Mrs. Juthaphorn Sinsomboonthong, Ph.D. 167 pages.

This research studies the comparison of confidence interval estimation methods for the difference of two independent population means for lognormal distribution. In addition, five confidence interval estimation methods are studied as follows: the maximum likelihood approach (ML), Zou's method (ZOU), the generalized confidence interval method of Krisnamoorthy and Mathew (GK), the generalized confidence interval method of Maiklad (TK) and Bootstrap percentile (BP). The Monte carlo simulation was conducted for 198 situations to examine and compare the coverage probability, the average width of confidence interval, and the relative bias. The results of this research show that the coverage probability of GK and TK methods are larger than the nominal level for all situations. Furthermore, the coverage probabilities of BP and ML methods are larger than the nominal level when σ_1^2 and σ_2^2 are slightly difference. When the average width of confidence interval is considered, the GK method is the best efficiency for large (σ_1^2, σ_2^2) and a wide difference of σ_1^2 and σ_2^2. In case of the increasing sample size, the TK method is the best efficiency when large (μ_1, μ_2) and (σ_1^2, σ_2^2) and wide difference of (μ_1, μ_2) and (σ_1^2, σ_2^2). For the large sample size, BP method provides the narrow average width of confidence interval. In addition, the ML method is the best efficiency when σ_1^2 and σ_2^2 close to 1. In case of the relative bias is considered, the ZOU method is the best efficiency when σ_1^2 and σ_2^2 close to 1. However, the ML method is the best efficiency when (μ_1, μ_2) and (σ_1^2, σ_2^2) are small and slightly difference. Moreover, the efficiency of TK and BP methods are lower than other methods for all situations.

____________________________ ____________________________ ___ / ___ / ___

Student's signature Thesis Advisor's signature

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ สำเร็จสมบูรณ์ได้โดยได้รับคำแนะนำ และความช่วยเหลือเอาใจใส่จากคณาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณอาจารย์ ดร.จุฑาภรณ์ สินสมบูรณ์ทอง อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก และรองศาสตราจารย์ ดร.อภิญญา หิรัญวงษ์ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วมที่ได้กรุณาให้คำปรึกษาในการวางแผนงานวิจัย ตลอดจนให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องเพื่อความสมบูรณ์ของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ขอขอบพระคุณอาจารย์ ดร.อำไพ ทองธีรภาพ ประธานการสอบและ อาจารย์ ดร.ประสงค์ กิติดำรงสุข ผู้ทรงคุณวุฒิภายนอก รวมถึงคณาจารย์ภาควิชาสถิติทุกท่านที่กรุณาอบรมสั่งสอนให้ความรู้ให้แก่ข้าพเจ้าเสมอมา

ขอขอบพระคุณบรรณาธิการวารสาร Veridian E-Journal, Silpakorn Univarsity ฉบับกลุ่มวิทยาศาสตร์ ที่ให้ความอนุเคราะห์ในการตีพิมพ์บทความวิจัยวิทยานิพนธ์เล่มนี้

สุดท้ายนี้ ผู้วิจัยขอขอบพระคุณ บิดา มารดา ญาติพี่น้องและเพื่อน ที่เป็นกำลังใจในการทำวิทยานิพนธ์ตลอดมา และขอขอบพระคุณอาจารย์ทุกท่านที่ได้ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้แก่ผู้วิจัยตลอดมา

สุวิตา ศักดิ์ชัยนันท์
มีนาคม 2555

สารบัญ

สารบัญตาราง

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่		หน้า

สารบัญภาพ

สารบัญภาพ (ต่อ)

คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ

ML	=	วิธีความควรจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Approach)
ZOU	=	วิธีของ Zou และคณะ (Zou's Method)
GK	=	วิธีเจเนอรัลไลซ์คอนฟิเดนซ์อินเทอร์วัลส์ (Generalized Confidence Interval) โดยใช้ตัวสถิติของ Krishnamoorthy and Mathew
TK	=	วิธีเจเนอรัลไลซ์คอนฟิเดนซ์อินเทอร์วัลส์ (Generalized Confidence Interval) โดยใช้ตัวสถิติของ Maiklad
BP	=	วิธีบูตสแตรปท์เปอร์เซ็นต์ไทล์ (Bootstrap Percentile)
σ_1^2	=	ความแปรปรวนจากประชากรที่ 1
σ_2^2	=	ความแปรปรวนจากประชากรที่ 2
μ_1	=	ค่าเฉลี่ยจากประชากรที่ 1
μ_2	=	ค่าเฉลี่ยจากประชากรที่ 2
n_1	=	ขนาดตัวอย่างจากประชากรที่ 1
n_2	=	ขนาดตัวอย่างจากประชากรที่ 2
α	=	ระดับนัยสำคัญ
α_3	=	สัมประสิทธิ์ความเบ้
α_4	=	สัมประสิทธิ์ความโด่ง
L	=	ขอบเขตล่างช่วงความเชื่อมั่น
U	=	ขอบเขตบนช่วงความเชื่อมั่น
ψ	=	ผลต่างค่าเฉลี่ยจากสองประชากรของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล
$\hat{\psi}$	=	ตัวประมาณผลต่างค่าเฉลี่ยจากสองประชากรของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล
S_1^2	=	ตัวประมาณความแปรปรวนจากประชากรที่ 1
S_2^2	=	ตัวประมาณความแปรปรวนจากประชากรที่ 2
M_1	=	ค่าเฉลี่ยของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลจากประชากรที่ 1
M_2	=	ค่าเฉลี่ยของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลจากประชากรที่ 2
$\hat{M}_1$	=	ตัวประมาณค่าเฉลี่ยของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลจากประชากรที่ 1
$\hat{M}_2$	=	ตัวประมาณค่าเฉลี่ยของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลจากประชากรที่ 2

คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ (ต่อ)

CI	=	ช่วงความเชื่อมั่นของผลต่างค่าเฉลี่ยจากสองประชากร
θ	=	เวกเตอร์ของพารามิเตอร์ μ_1, μ_2, σ_1^2 และ σ_2^2
$\hat{\theta}$	=	ตัวประมาณความควรจะเป็นสูงสุดของ θ

การเปรียบเทียบวิธีการประมาณแบบช่วงความเชื่อมั่นของผลต่างค่าเฉลี่ยสองประชากร ในการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล

A Comparison of Methods of Confidence Interval Estimation for the Difference between Two Population Means for Lognormal Distribution

คำนำ

โดยทั่วไปการศึกษาวิจัยดำเนินงานต่างๆ เพื่อหาข้อสรุปเกี่ยวกับประชากรนั้นต้องอาศัยระเบียบวิธีทางสถิติที่สำคัญอย่างหนึ่ง คือ การอนุมานเชิงสถิติ (Statistical Inference) ซึ่งเป็นระเบียบวิธีทางสถิติในการหาข้อสรุปเกี่ยวกับประชากร ในลักษณะของการประมาณค่าพารามิเตอร์ (Parameter Estimation) และการทดสอบสมมติฐาน (Hypotheses Testing) ซึ่งการทดสอบสมมติฐานจะเป็นการนำข้อมูลที่ได้จากตัวอย่างมาคำนวณค่าของตัวสถิติที่สอดคล้องกับเรื่องที่สนใจศึกษาเพื่อใช้ในการตัดสินใจว่าควรจะปฏิเสธหรือยอมรับสมมติฐาน ส่วนการประมาณค่าพารามิเตอร์จะเป็นการนำค่าสถิติที่ได้จากตัวอย่างไปประมาณค่าพารามิเตอร์ของประชากร

การประมาณค่าเป็นวิธีการวิเคราะห์ทางสถิติที่นิยมใช้กันมาก เช่น การประมาณเกี่ยวกับยอดขายเฉลี่ยของสินค้าประเภทต่างๆ การประมาณรายได้เฉลี่ย การประมาณปริมาณน้ำฝนในแต่ละปี เป็นต้น ประโยชน์ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ เช่น การนำค่าประมาณที่ได้นั้น ไปใช้ในการวางแผนด้านการผลิตหรือการจัดหาให้เพียงพอกับความต้องการ วางแผนการใช้จ่ายงบประมาณในแต่ละปีขององค์กรต่างๆ เป็นต้น การประมาณค่าพารามิเตอร์มี 2 แบบ คือ การประมาณค่าแบบจุด (Point Estimation) และ การประมาณค่าแบบช่วง (Interval Estimation) สำหรับการประมาณค่าแบบจุด เป็นการประมาณค่าพารามิเตอร์หรือฟังก์ชันของพารามิเตอร์ ที่เป็นตัวเลขเพียงค่าเดียวหรือจุดเดียว (Single Valued Estimation หรือ Point Estimation) ซึ่งคำนวณได้จากตัวอย่าง การประมาณค่าแบบนี้อาจจะมีค่าเท่ากับค่าพารามิเตอร์หรืออาจมีโอกาสที่จะได้ค่าที่คลาดเคลื่อนไปจากค่าพารามิเตอร์ได้ ส่วนการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบช่วงเป็นการประมาณที่จะให้ช่วงๆหนึ่ง ซึ่งมีคุณสมบัติว่าค่าที่แท้จริงของประชากรจะอยู่ในช่วงที่ประมาณได้ด้วยความเชื่อมั่นระดับหนึ่ง โดยอาศัยการประมาณค่าแบบจุดและการแจกแจงของตัวประมาณแบบจุด ซึ่งปัจจัยที่ส่งผลต่อความแคบหรือกว้างของช่วงการประมาณ คือ สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น การแจกแจงของตัวสถิติ

และขนาดตัวอย่าง ดังนั้นจึงควรเลือกใช้ตัวสถิติที่เหมาะสมและสอดคล้องกับประชากร เพื่อให้ช่วงความเชื่อมั่นที่ได้มีความถูกต้องและน่าเชื่อถือมากยิ่งขึ้น การประมาณค่าแบบช่วงที่สำคัญอีกแบบหนึ่งคือ การประมาณค่าแบบช่วงสำหรับค่าเฉลี่ยของประชากร โดยทั่วไปตัวสถิติที่ใช้ในการสร้างช่วงความเชื่อมั่นมีดังนี้ ตัวสถิติ Z (Z-statistic) ใช้เมื่อทราบส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากรและเมื่อตัวอย่างขนาดใหญ่ ($n>30$) โดยจะประมาณส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานประชากรด้วยส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานตัวอย่าง นอกจากนี้ตัวสถิติ t (t-statistic) ใช้เมื่อไม่ทราบส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร โดยจะประมาณส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานประชากรด้วยส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานตัวอย่างและตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n \leq 30$) ซึ่งข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์โดยใช้สถิติดังกล่าวจะต้องเป็นไปตามข้อสมมติของการใช้ข้อมูลคือต้องมาจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติ (Normal Distribution) แต่มีข้อมูลบางประเภทที่พบว่าไม่ได้มีการแจกแจงแบบปกติ เช่น ข้อมูลการประเมินค่าแคลเซียมออกไซด์ ซึ่งวัดจากค่าปริมาณเถ้าลิกไนต์ (สันติ, 2551) ข้อมูลปริมาณการรับแสงในโรงงานอุตสาหกรรม (Krishnamoorthy *et al.*, 2006) เป็นต้น ซึ่งข้อมูลเหล่านี้มักจะมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล (Lognormal Distribution) ดังนั้นในการประมาณค่าเฉลี่ยของประชากรจึงไม่สามารถใช้วิธีที่กล่าวถึงในข้างต้นได้ อย่างไรก็ตาม ได้มีผู้คิดค้นวิธีการในการประมาณค่าเฉลี่ยของประชากรและประมาณผลต่างค่าเฉลี่ยสองประชากรสำหรับการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลที่มีลักษณะไม่สมมาตร

มีงานวิจัยหลายงานที่ศึกษาเกี่ยวกับวิธีการประมาณช่วงของผลต่างค่าเฉลี่ยของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล โดยเริ่มจากศึกษาวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีเจเนอรัลไลซ์คอนฟิเดนซ์อินเทอร์วัลส์ (Generalized Confidence Intervals) และศึกษากันอย่างต่อเนื่องโดย Weerahandi (1993) ศึกษาวิธีการสร้างช่วงความเชื่อมั่นของพารามิเตอร์จากการแจกแจงใดๆ ซึ่งในงานวิจัยดังกล่าวได้ยกตัวอย่างวิธีหาตัวสถิติที่ใช้สำหรับการประมาณผลต่างค่าเฉลี่ยสองประชากร ซึ่งมีการแจกแจงแบบเอ็กซ์โพเนนเชียล และเป็นอิสระต่อกัน ต่อมามีผู้ศึกษาโดยนำวิธีนี้ไปเปรียบเทียบประสิทธิภาพสำหรับการประมาณผลต่างค่าเฉลี่ยของการแจกแจกแบบล็อกนอร์มอลสองประชากร เช่น Krishnamoorthy and Mathew (2003) ศึกษาวิธีเจเนอรัลไลซ์คอนฟิเดนซ์อินเทอร์วัลส์ (Generalized Confidence Intervals) สำหรับการประมาณผลต่างค่าเฉลี่ยของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลสองประชากร โดยใช้เทคนิคการจำลองข้อมูล ต่อมา Krishnamoorthy *et al.* (2006) ได้เสนอแนวคิดใหม่โดยยึดหลักการของวิธีเจเนอรัลไลซ์คอนฟิเดนซ์อินเทอร์วัลส์ (Generalized Confidence Intervals) ในการสร้างช่วงความเชื่อมั่นของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลสองประชากร โดยประยุกต์ใช้กับข้อมูลปริมาณการรับแสงในโรงงานอุตสาหกรรม

นอกจากนี้ Chen and Zhou (2006) ได้ศึกษาวิธีการสร้างช่วงความเชื่อมั่นของอัตราส่วนและผลต่างค่าเฉลี่ยของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล 5 วิธีด้วยกัน คือ วิธี Maximum Likelihood, วิธี Bootstrap, วิธีเจเนอรัลไลซ์คอนฟิเดนซ์อินเทอร์วัลส์, วิธี Signed Log-Likelihood Ratio และ วิธี Modified Signed Log-Likelihood Ratio พบว่าวิธี Maximum Likelihood ให้ความน่าจะเป็นครอบคลุมใกล้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น เมื่อความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรมีค่าเท่ากัน ส่วนวิธีการที่สร้างช่วงความเชื่อมั่นของผลต่างค่าเฉลี่ยที่ให้ความน่าจะเป็นครอบคลุมใกล้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นมากที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง คือ วิธีเจเนอรัลไลซ์คอนฟิเดนซ์อินเทอร์วัลส์ เช่นเดียวกัน Zou *et al.* (2009) ได้ศึกษาการประมาณค่าแบบช่วงเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลสำหรับตัวอย่างขนาดเล็กถึงปานกลาง และได้เสนอรูปแบบปิดสำหรับสร้างช่วงความเชื่อมั่นสำหรับค่าเฉลี่ยของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล เพื่อเปรียบเทียบกับวิธีเจเนอรัลไลซ์คอนฟิเดนซ์อินเทอร์วัลส์ แสดงให้เห็นว่าวิธีการที่เสนอนั้นให้ผลเช่นเดียวกับวิธีเจเนอรัลไลซ์คอนฟิเดนซ์อินเทอร์วัลส์ จากการที่มีผู้ศึกษาและเปรียบเทียบวิธีเจเนอรัลไลซ์คอนฟิเดนซ์อินเทอร์วัลส์ ได้ว่าวิธีนี้จะให้ประสิทธิภาพดีกว่าวิธีอื่นๆ แต่ต่อมา Maiklad (2008) ได้เสนอตัวสถิติไพโวทัล (Pivotal Statistic) ที่จะนำไปใช้กับวิธีเจเนอรัลไลซ์คอนฟิเดนซ์อินเทอร์วัลส์ เพื่อประมาณช่วงความเชื่อมั่นของผลต่างค่าเฉลี่ยจากการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลหนึ่งประชากร ที่แตกต่างจากวิธีของ Krishnamoorthy and Mathew (2003) พบว่าให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้ใกล้เคียงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดไว้มากกว่าวิธีของ Krishnamoorthy and Mathew (2003) และให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นกว่า ต่อมาในปี พ.ศ.2553 ทองคำ และ ชนาพันธ์ ได้พัฒนาขั้นตอนของ Maiklad (2008) ที่ใช้วิธีเจเนอรัลไลซ์คอนฟิเดนซ์อินเทอร์วัลส์ สำหรับประมาณค่าช่วงความเชื่อมั่นของผลต่างค่าเฉลี่ยจากการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลหนึ่งประชากร ให้สามารถนำไปใช้ประมาณช่วงความเชื่อมั่นของผลต่างค่าเฉลี่ยจากการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลสองประชากร ซึ่งคือ วิธีเจเนอรัลไลซ์คอนฟิเดนซ์อินเทอร์วัลส์ โดยใช้ตัวสถิติของ Maiklad โดยนำมาเปรียบเทียบกับวิธีเจเนอรัลไลซ์คอนฟิเดนซ์อินเทอร์วัลส์ ของ Krishnamoorthy and Mathew (2003) และวิธีบูตสแตรปท์เปอร์เซ็นไทล์ พบว่าให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้ใกล้เคียงกับค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดไว้มากกว่าวิธีของ Krishnamoorthy and Mathew นอกจากนี้ยังให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นกว่า และถ้าขนาดตัวอย่างที่มากพอ วิธีบูตสแตรปท์เปอร์เซ็นต์ไทล์ จะให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด

ดังนั้น ในงานวิจัยนี้ต้องการศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการสร้างช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างค่าเฉลี่ยของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลสองประชากร ด้วยวิธีการ 5 วิธี ดังนี้

1. วิธีความควรจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Approach) (วิธี ML)
2. วิธีของ Zou และคณะ (Zou's Method) (วิธี ZOU)
3. วิธีเจเนอรัลไลซ์คอนฟิเดนซ์อินเทอร์วัลส์ (Generalized Confidence Interval) โดยใช้ตัวสถิติของ Krishnamoorthy and Mathew (วิธี GK)
4. วิธีเจเนอรัลไลซ์คอนฟิเดนซ์อินเทอร์วัลส์ (Generalized Confidence Interval) โดยใช้ตัวสถิติของ Maiklad (วิธี TK)
5. วิธีบูตสแตรปท์เปอร์เซ็นต์ไทล์ (Bootstrap Percentile) (วิธี BP)

ผลการวิจัยจะทำให้ทราบว่าในแต่ละสถานการณ์ที่ต่างกัน วิธีการประมาณผลต่างค่าเฉลี่ยแบบช่วงวิธีการใดให้ช่วงความเชื่อมั่นที่เหมาะสม

วัตถุประสงค์

1. เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการประมาณค่าแบบช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างค่าเฉลี่ยสองประชากรของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล 5 วิธี

2. เพื่อหาข้อสรุปในการเลือกใช้วิธีการประมาณทั้ง 5 วิธี ในแต่ละสถานการณ์ ที่ระดับความเชื่อมั่น 95%

ประโยชน์ของงานวิจัย

1. เพื่อเป็นแนวทางในการศึกษาและเลือกวิธีการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับผลต่างค่าเฉลี่ยสองประชากรที่มีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล ในสถานการณ์ต่างๆได้อย่างเหมาะสม

2. เพื่อเป็นแนวทางในการศึกษาวิธีการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับผลต่างค่าเฉลี่ยสองประชากรที่มีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลในวิธีการประมาณอื่นๆ

3. เพื่อเป็นแนวทางในการศึกษาวิธีการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับผลต่างค่าเฉลี่ยสองประชากรที่มีการแจกแจงอื่นๆ

ขอบเขตงานวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการประมาณค่าแบบช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างค่าเฉลี่ยสองประชากรที่มีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลโดยมีขอบเขต ดังนี้

1. ศึกษาเฉพาะข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลสองประชากรที่เป็นอิสระต่อกัน

2. กำหนดระดับนัยสำคัญ (α) สำหรับการวิจัยนี้คือ 0.05

ดังนั้น สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด คือ วิธีการที่ให้ค่า

$$\hat{p} \geq p_0 - Z_\alpha\sqrt{p_0(1-p_0)/n}$$

กรณีค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 ในการทำซ้ำ (n) 2,000 ครั้ง

$$H_0: p \geq 0.95$$
$$H_1: p < 0.95$$

ยอมรับสมมติฐานหลัก เมื่อ $\hat{p} \geq 0.95\text{-}1.645\sqrt{\frac{0.95(0.05)}{2000}} = 0.9420$

ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลองมีค่าไม่ต่ำกว่า 0.9420 ที่ระดับความเชื่อมั่น 95%

3. กำหนดขนาดตัวอย่างที่ใช้ กลุ่มที่ 1 (n_1) เท่ากับ 10, 20, 30, 50 และ 100
กลุ่มที่ 2 (n_2) เท่ากับ 10, 20, 30, 50 และ 100

4. กำหนดค่าพารามิเตอร์ $\mu_1, \mu_2, \sigma_1^2, \sigma_2^2$ ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ และค่าสัมประสิทธิ์ความโด่ง ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล ดังนั้นจำนวนสถานการณ์ที่ศึกษาเพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการประมาณค่าแบบช่วงความเชื่อมั่น 95% ของผลต่างค่าเฉลี่ยสองประชากร ทั้งหมด 198 สถานการณ์ แสดงดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 ค่าพารามิเตอร์ ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ และค่าสัมประสิทธิ์ความโด่งของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล

μ_1	μ_2	σ_1^2	σ_2^2	$(\alpha_3)_1$	$(\alpha_3)_2$	$(\alpha_4)_1$	$(\alpha_4)_2$
0	0	0.0269	0.0988	0.5001	1.0001	3.4480	4.8298
5	0	0.0269	0.0988	0.5001	1.0001	3.4480	4.8298
0	0	0.07	0.1	0.8273	1.0070	4.2413	4.8558
5	0	0.07	0.1	0.8273	1.0070	4.2413	4.8558
0	0	0.2	0.5	1.5158	2.9388	7.3453	21.5073
5	0	0.2	0.5	1.5158	2.9388	7.3453	21.5073
0	0	0.5	1	2.9388	6.1849	21.5073	113.9364
5	0	0.5	1	2.9388	6.1849	21.5073	113.9364
0	0	0.75	1	4.3511	6.1849	49.5060	113.9364
5	0	0.75	1	4.3511	6.1849	49.5060	113.9364
0	0	1	1	6.1849	6.1849	113.9364	113.9364
5	0	1	1	6.1849	6.1849	113.9364	113.9364
0	0	1	1.5	6.1849	12.0944	113.9364	640.7197
5	0	1	1.5	6.1849	12.0944	113.9364	640.7197
0	0	3	1	96.4851	6.1849	180168.2	113.9364
5	0	3	1	96.4851	6.1849	180168.2	113.9364
0	0	3.5	2	199.0010	23.7323	1278522	3948.6100
5	0	3.5	2	199.0010	23.7323	1278522	3948.6100
0	0	4	2	414.3593	23.7323	9220560	3948.6100
5	0	4	2	414.3593	23.7323	9220560	3948.6100
0	0	4	4	414.3593	414.3593	9220560	9220560
5	0	4	4	414.3593	414.3593	9220560	9220560

หมายเหตุ $(\alpha_3)_k$ คือ สัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงจากประชากรที่ k โดยที่ k = 1, 2

$(\alpha_4)_k$ คือ สัมประสิทธิ์ความโด่งของการแจกแจงจากประชากรที่ k โดยที่ k = 1, 2

5. ในการวิจัยครั้งนี้สร้างแบบจำลองข้อมูล โดยใช้เทคนิคมอลติคาร์โล (Monte Carlo Simulation Technique) ทำการทดลองซ้ำ 2,000 ครั้ง ในแต่ละสถานการณ์ของการทดลองและทำงานด้วยเครื่องคอมพิวเตอร์ โดยใช้โปรแกรม R version 2.13.0

สมมติฐานการวิจัย

วิธีการประมาณค่าแบบช่วงด้วยวิธีเจเนอรัลไลซ์คอนฟิเดนซ์อินเทอร์วัลส์ (Generalized Confidence Interval) โดยใช้ตัวสถิติของ Maiklad และวิธีเจเนอรัลไลซ์คอนฟิเดนซ์อินเทอร์วัลส์ (Generalized Confidence Interval)โดยใช้ตัวสถิติของ Krishnamoorthy and Mathew จะให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ในทุกสถานการณ์ที่ทำการสุ่ม

เกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของช่วงความเชื่อมั่น

หลักเกณฑ์ที่ใช้ในการพิจารณาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับค่าเฉลี่ยของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล มีดังนี้

1. การเปรียบเทียบค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (Coverage Probability) ที่คำนวณได้จากแต่ละวิธีการประมาณค่าผลต่างค่าเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นเทียบกับค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด โดยการตรวจสอบว่าวิธีใดให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

2. ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพมากกว่าทั้งนี้ในการเปรียบเทียบค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ทำการเปรียบเทียบเฉพาะในกรณีวิธีการที่ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเท่านั้น

3. ค่าอคติสัมพัทธ์โดยค่าอคติสัมพัทธ์ของวิธีการประมาณใดมีค่าใกล้เคียงกับ 0 มากที่สุด จะถือว่าวิธีนั้นมีประสิทธิภาพมากที่สุด

การตรวจเอกสาร

การตรวจเอกสารออกเป็น 3 ส่วน คือ ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง เกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของช่วงความเชื่อมั่น และผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

เพื่อให้ได้ช่วงความเชื่อมั่นที่เหมาะสมนั้น วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบช่วงที่ประมาณได้จะต้องครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ที่สนใจด้วยระดับความเชื่อมั่นที่กำหนดและช่วงความเชื่อมั่นที่ประมาณได้นั้นควรเป็นช่วงที่แคบที่สุด (จตุพร, 2548) ดังนั้นในงานวิจัยนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับผลต่างค่าเฉลี่ยสองประชากรที่มีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล โดยทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการประมาณค่าแบบช่วง 5 วิธี ดังนี้

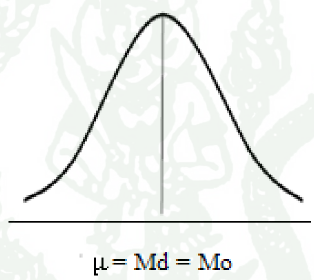
1. วิธีความควรจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Approach)
2. วิธีของ Zou และคณะ (Zou’s Method)
3. วิธีเจเนอรัลไรซ์คอนฟิเดนซ์อินเทอร์วัลส์ (Generalized Confidence Interval) โดยใช้ตัวสถิติของ Krishnamoorthy and Mathew
4. วิธีเจเนอรัลไรซ์คอนฟิเดนซ์อินเทอร์วัลส์ (Generalized Confidence Interval) โดยใช้ตัวสถิติของ Maiklad
5. วิธีบูตสแตรปท์เปอร์เซ็นต์ไทล์ (Bootstrap Percentile)

นอกจากนี้เกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการประมาณค่าแบบช่วง คือ พิจารณาจากค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น และค่าอคติสัมพัทธ์ ซึ่งการตรวจสอบเอกสารสำหรับการศึกษาวิจัยครั้งนี้มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

1. ความเบ้ และ ความโด่ง (Skewness and Kurtosis)

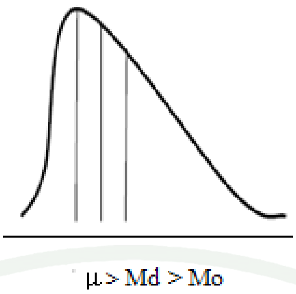
ความเบ้ (Skewness) ถ้าข้อมูลชุดใดมีการแจกแจงแบบสมมาตรแล้ว เส้นกราฟที่ได้จากการแจกแจงจะมีลักษณะสมมาตรกันทั้งด้านซ้ายและด้านขวา ตัวอย่างเช่น กราฟของการแจกแจงแบบปกติจะมีลักษณะที่สมมาตรกันเป็นรูประฆังคว่ำ นั่นคือ เส้นโค้งทางด้านขวาของค่าเฉลี่ยเลขคณิต และเส้นโค้งทางด้านซ้ายของค่าเฉลี่ยเลขคณิตเหมือนกันทุกประการ โดยที่ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Arithmetic mean-μ) ค่ามัธยฐาน (Median-Md) และ ค่าฐานนิยม (Mode-Mo) จะมีค่าเท่ากัน ดังแสดงในภาพที่ 1



ภาพที่ 1 กราฟการแจกแจงแบบสมมาตร

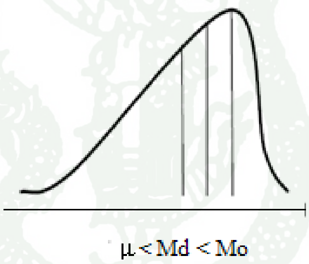
ถ้าข้อมูลมีการแจกแจงไม่สมมาตรแล้วจะกล่าวได้ว่าข้อมูลมีความเบ้เกิดขึ้นซึ่งความเบ้จำแนกได้เป็น 2 แบบ คือ

1.1 ข้อมูลเบ้ขวา คือข้อมูลที่มีการแจกแจงเบ้ไปทางขวามือ กล่าวคือพื้นที่ภายใต้เส้นโค้งทางด้านขวาของค่าฐานนิยมมีมากกว่าพื้นที่ทางด้านซ้ายมือของค่าฐานนิยม หรือมีหางลากยาวทางด้านขวา ซึ่งข้อมูลที่มีการแจกแจงเบ้ขวามือจะมี ค่าเฉลี่ยเลขคณิต > ค่ามัธยฐาน > ค่าฐานนิยม ดังแสดงในภาพที่ 2



ภาพที่ 2 กราฟการแจกแจงแบบเบ้ขวา

1.2 ข้อมูลเบ้ซ้าย คือข้อมูลที่มีการแจกแจงเบ้ไปทางซ้ายมือ กล่าวคือพื้นที่ภายใต้เส้นโค้งทางด้านซ้ายของค่าฐานนิยมมีมากกว่าพื้นที่ทางด้านขวามือของค่าฐานนิยม หรือมีหางลากยาวทางด้านซ้าย ซึ่งข้อมูลที่มีการแจกแจงเบ้ซ้ายมือจะมี ค่าฐานนิยม > ค่ามัธยฐาน > ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ดังแสดงในภาพที่ 3



ภาพที่ 3 กราฟการแจกแจงแบบเบ้ซ้าย

การวัดความเบ้หรือการหาค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ (Coefficient of Skewness) (α_3) ของการแจกแจงตัวแปรสุ่ม X โดยวิธีโมเมนต์ เป็นวิธีที่ดีที่สุด เนื่องจากให้ค่าแน่นอนกว่าวิธีอื่นๆ กล่าวคือค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ (α_3) ของการแจกแจงตัวแปรสุ่ม X มีสูตรการคำนวณ เป็นดังนี้

$$\alpha_3 = \frac{\mu_3}{\sigma_x^{\ 3}} = \frac{E\left[\left(X-\mu_x\right)^3\right]}{\left[\mathrm{var}(X)\right]^{3/2}}$$

เมื่อ μ_3 คือโมเมนต์ศูนย์กลางอันดับที่ 3 ของประชากร โดย $\mu_3 = E\left[\left(X-\mu_x\right)^3\right]$

และ σ_x คือ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร โดย $\sigma_x = \sqrt{\mathrm{var}(X)} = \sqrt{E(X-\mu_X)^2}$

เนื่องจาก α_3 เป็นพารามิเตอร์ ดังนั้น ตัวประมาณของพารามิเตอร์ α_3 เขียนแทนด้วย $\hat{\alpha}_3$ โดยสามารถหาได้ดังนี้

$$\hat{\alpha}_3 = \frac{m_3}{(m_2)^{3/2}}$$

เมื่อ $m_2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n}$ ซึ่งเป็นโมเมนต์ศูนย์กลางอันดับที่ 2 ของตัวอย่าง

และ $m_3 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^3}{n}$ ซึ่งเป็นโมเมนต์ศูนย์กลางอันดับที่ 3 ของตัวอย่าง

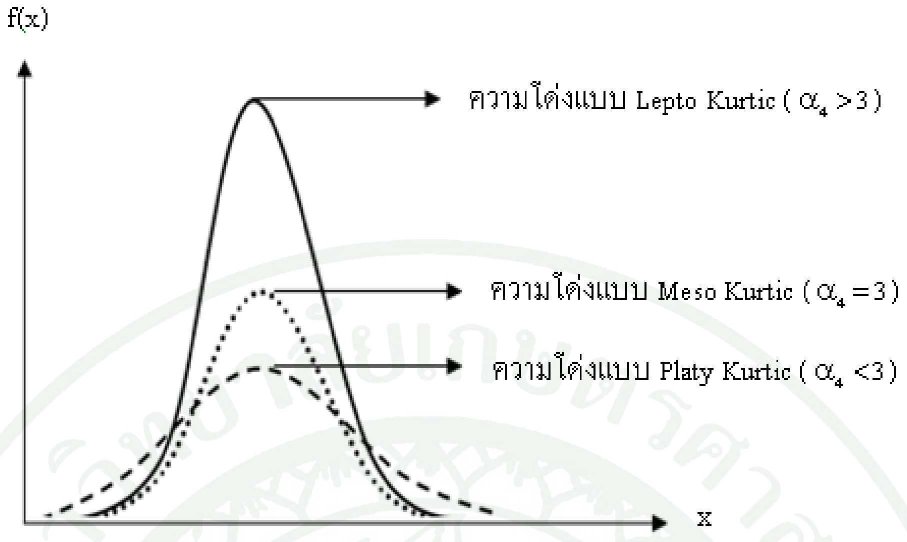
ดังนั้น สัมประสิทธิ์ความเบ้ของตัวอย่าง คือ $\hat{\alpha}_3 = \frac{\sqrt{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^3}{\left[\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2\right]^{3/2}}$

การพิจารณาลักษณะของเส้นกราฟ จากสัมประสิทธิ์ความเบ้ มีดังนี้

1. ถ้าสัมประสิทธิ์ความเบ้ = 0 แล้วข้อมูลมีการแจกแจงแบบสมมาตร
2. ถ้าสัมประสิทธิ์ความเบ้ > 0 แล้วข้อมูลมีการแจกแจงแบบเบ้ขวาหรือเบ้ทางบวก
3. ถ้าสัมประสิทธิ์ความเบ้ < 0 แล้วข้อมูลมีการแจกแจงแบบเบ้ซ้ายหรือเบ้ทางลบ

ความโด่ง (Kurtosis) คือ ลักษณะความสูงของยอดเส้นกราฟจากการแจกแจงข้อมูลซึ่งพิจารณาเฉพาะข้อมูลที่มีการแจกแจงสมมาตรเป็นรูประฆังคว่ำ ความโด่งของยอดเส้นกราฟจะแตกต่างกันออกไปตามชนิดของข้อมูล ซึ่งจะแบ่งออกเป็น 3 ชนิด ดังนี้

1. เส้นกราฟที่มีความโด่งเป็นปกติ เรียกว่า เส้นโค้งชนิด Meso Kurtic
2. เส้นกราฟที่แบนราบกว่าปกติ เรียกว่า เส้นโค้งชนิด Platy Kurtic
3. เส้นกราฟที่โด่งกว่าปกติ เรียกว่า เส้นโค้งชนิด Lepto Kurtic ดังแสดงในภาพที่ 4



ภาพที่ 4 กราฟการแจกแจงความโด่งแบบต่างๆ

การวัดความโด่งหรือการหาค่าสัมประสิทธิ์ความโด่ง (Coefficient of Kurtosis) (α_4) จะหาได้จากค่าโมเมนต์ศูนย์กลางอันดับที่ 4 หารด้วยส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานยกกำลัง 4 ซึ่งมีสูตรดังนี้

$$\alpha_4 = \frac{\mu_4}{\sigma_x^{\ 4}} = \frac{E\left[(X\text{-}\mu_x)^4\right]}{\left[\mathrm{var}(X)\right]^2}$$

เมื่อ μ_4 คือโมเมนต์ศูนย์กลางอันดับที่ 4 โดย $\mu_4 = E\left[\left(X\text{-}\mu_x\right)^4\right]$
และ σ_x คือ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร โดย $\sigma_x = \sqrt{\mathrm{var}(X)}$

การวัดความโด่งหรือการหาค่าสัมประสิทธิ์ความโด่ง ของประชากรสามารถประมาณได้จากสัมประสิทธิ์ความโด่งของตัวอย่าง ทำได้โดยอาศัยโมเมนต์ของตัวอย่างและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวอย่าง ซึ่งมีสูตรดังนี้

$$\hat{\alpha}_4 = \frac{m_4}{(m_2)^2}$$

เมื่อ $m_2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i\text{-}\bar{x})^2}{n}$ ซึ่งเป็นโมเมนต์ศูนย์กลางอันดับที่ 2 ของตัวอย่าง

และ $$m_4 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^4}{n}$$ ซึ่งเป็นโมเมนต์ศูนย์กลางอันดับที่ 4 ของตัวอย่าง

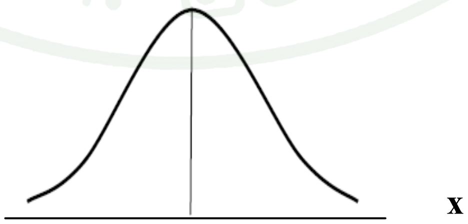
ดังนั้น สัมประสิทธิ์ความโด่งตัวอย่าง คือ $$\hat{\alpha}_4 = \frac{n\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^4}{\left[\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2\right]^2}$$

การวัดความโด่งของเส้นกราฟด้วยโมเมนต์ศูนย์กลางอันดับ 4 จะให้ค่าแตกต่างกันดังนี้

1. ถ้าเส้นกราฟมีความโด่งเป็นปกติ จะได้ค่าสัมประสิทธิ์ความโด่ง = 3
2. ถ้าเส้นกราฟมีความโด่งน้อยกว่าปกติ จะได้ค่าสัมประสิทธิ์ความโด่ง < 3
3. ถ้าเส้นกราฟมีความโด่งมากกว่าปกติ จะได้ค่าสัมประสิทธิ์ความโด่ง > 3

2. การแจกแจงแบบปกติ (Normal Distribution)

การแจกแจงแบบปกติ เป็นการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องที่สำคัญและใช้กันมากที่สุด ซึ่งข้อมูลส่วนใหญ่มักมีการแจกแจงเป็นรูปโค้งปกติ ใน ค.ศ.1733 De Moivre เป็นผู้สร้างสมการทางคณิตศาสตร์ของโค้งปกติขึ้น การแจกแจงแบบปกตินี้จึงเรียกอีกอย่างว่าการแจกแจงแบบเก๊าส์เซียน (Gaussian Distribution) เพื่อเป็นเกียรติกับ Karl Gauss (ค.ศ.1777-1855) ซึ่งได้สร้างสมการสำหรับโค้งปกติจากการศึกษาความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นเมื่อมีการวัดซ้ำๆกัน กราฟที่แสดงลักษณะของการแจกแจงแบบปกติเรียกว่า เส้นโค้งปกติ (Normal Curve) ดังแสดงใน ภาพที่ 5



x Mode=Mean= Median

ภาพที่ 5 กราฟการแจกแจงแบบปกติ

ถ้า X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติ ด้วยค่าเฉลี่ย μ และ ความแปรปรวน σ^2 จะได้ฟังก์ชันความน่าจะเป็นของ X คือ

$$f(x;\mu,\sigma^2)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right] \quad \text{เมื่อ } -\infty < x < \infty , -\infty < \mu < \infty , \sigma > 0$$

โดยที่ $\pi = 3.14159\ldots$ และ $e = 2.71828\ldots$

2.1 คุณสมบัติของการแจกแจงแบบปกติ มีดังนี้

2.1.1 ข้อมูลส่วนใหญ่จะมีค่ากลางๆ ข้อมูลที่มีค่าต่ำมากหรือสูงมากมีจำนวนน้อย ดังนั้นเส้นโค้งปกติจึงมีลักษณะสมมาตร เป็นรูประฆังคว่ำ มียอดเดียว (Unimodal) อยู่ที่กึ่งกลางของเส้นโค้ง

2.1.2 ค่าเฉลี่ย มัธยฐาน และฐานนิยม มีค่าเท่ากัน ที่จุดกึ่งกลางจึงแบ่งพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติออกเป็น 2 ส่วนเท่าๆกัน (ดังแสดงในภาพที่ 5)

2.1.3 ปลายทั้งสองข้างของเส้นโค้งจะค่อยๆ ลาดลงสู่แกนนอน (Horizoutal Axis) ทั้งสองข้างโดยไม่มีที่สิ้นสุดและไม่ตัดแกนนอน โดยปลายทั้งสองข้างของเส้นโค้งปกติจะมีค่าตั้งแต่ $-\infty$ ถึง ∞ พื้นที่ใต้เส้นโค้ง หมายถึง ความน่าจะเป็นของแซมเปิลสเปซ ซึ่งมีค่าเท่ากับ 1 หรือ 100% และเนื่องจากส่วนของเส้นโค้งปกติทั้งสองด้านจะสมมาตรกันที่ค่าเฉลี่ย (μ) ดังนั้นพื้นที่ทั้งหมดใต้เส้นโค้งทางซ้ายของค่าเฉลี่ยจะเท่ากับพื้นที่ทั้งหมดใต้เส้นโค้งทางขวาของค่าเฉลี่ย และจะมีค่าเท่ากับ 0.5 หรือ 50%

2.1.4 ความโด่งมีค่าเท่ากับ 3 และความเบ้มีค่าเท่ากับ 0

2.1.5 μ และ σ^2 เป็นค่าพารามิเตอร์ ที่เป็นตัวกำหนดตำแหน่งที่ตั้งของเส้นโค้ง (Location) และขนาดของเส้นโค้ง (Scale)

2.2 การแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน (Standard Normal Distribution)

การแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน Z คือการแจกแจงของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติ โดยมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และมีค่าความแปรปรวนเท่ากับ 1 เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $Z \sim N(0,1)$

การแปลงตัวแปรสุ่ม $X \sim N(\mu,\sigma^2)$ เป็น $Z \sim N(0,1)$ ทำได้โดยใช้สูตร $Z=\frac{X-\mu}{\sigma}$ โดยใช้ฟังก์ชันความน่าจะเป็นของ Z คือ

$$f(z)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\frac{1}{2}(z)^2\right] \qquad \text{เมื่อ } -\infty < z < \infty$$

โดยที่ $\pi = 3.14159\ldots$ และ $e = 2.71828\ldots$ (Catherine et al., 2011)

3. การแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลหรือการแจกแจงแบบล็อกปกติ (Log-normal Distribution)

การแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลเป็นการแจกแจงที่มีลักษณะเบ้ขวาที่มีหางยาว พบกันมากสำหรับข้อมูลทางด้านวิศวกรรมศาสตร์และวิทยาศาสตร์การแพทย์ เช่น อายุของเครื่องจักร ระยะเวลาการรักษาผู้ป่วย น้ำหนักของผู้ป่วย เป็นต้น

ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มต่อเนื่องที่มีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล ด้วยพารามิเตอร์ μ และ σ^2 ดังนั้น ฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X อยู่ในรูป

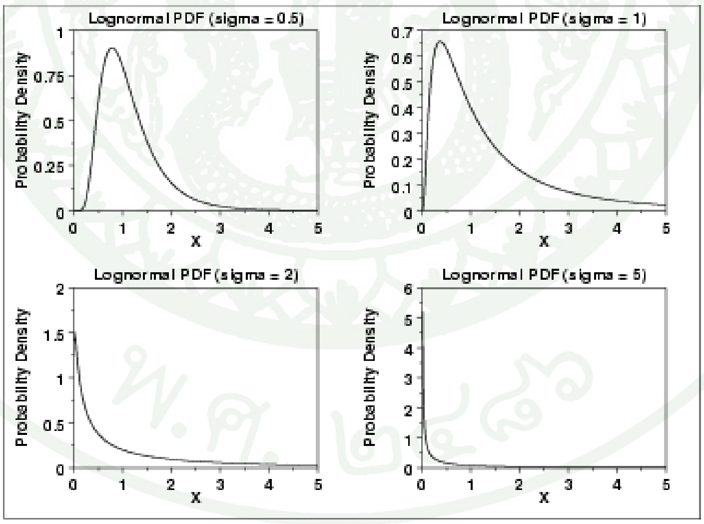
$$f(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{(\ln x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) \qquad \text{เมื่อ} \quad x > 0,\ \sigma^2 > 0,\ -\infty < \mu < \infty$$

ค่าเฉลี่ย มัธยฐาน ฐานนิยม ความแปรปรวน และค่าเปอร์เซนต์ไทล์ที่ q ของ X = lnY ซึ่งมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล $\left(X \sim LN(\mu,\sigma^2)\right)$ สามารถแสดงได้ในตารางที่ 2

ตารางที่ 2 ค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล

พารามิเตอร์	ค่าพารามิเตอร์
ค่าเฉลี่ย	$\exp\left(\mu+\frac{\sigma^2}{2}\right)$
มัธยฐาน	$\exp(\mu)$
ฐานนิยม	$\exp(\mu\text{-}\sigma^2)$
ความแปรปรวน	$\exp(2\mu+\sigma^2)\left[\exp(\sigma^2)-1\right]$
ค่าเปอร์เซนต์ไทล์ที่ q	$\exp(\mu+v_q\sigma)$

โดย σ เป็นพารามิเตอร์รูปร่าง (Shape Parameter) เมื่อ $\sigma > 0$
และ μ เป็นพารามิเตอร์ขนาด (Scale Parameter) เมื่อ $\mu \in (-\infty, \infty)$
สัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ $(\omega+2)\sqrt{\omega\text{-}1}$
สัมประสิทธิ์ความโด่งเท่ากับ $\omega^4+2\omega^3+3\omega^2\text{-}3$ โดยที่ $\omega = \exp(\sigma^2)$ ดังแสดงในภาพที่ 6



ภาพที่ 6 กราฟฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล ในกรณีต่างๆ

ที่มา: Evans et al. (2000)

ความสัมพันธ์ระหว่างการแจกแจงแบบปกติและการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล ถ้า $Y = \ln(X)$ โดยที่ Y มีการแจกแจงแบบปกติ $\left(Y \sim N(\mu_Y, \sigma_Y^2)\right)$ แล้วให้ $\left(X \sim LN(\mu_X, \sigma_X^2)\right)$ ความสัมพันธ์ระหว่าง μ_X, σ_X^2 และ μ_Y, σ_Y^2 ข้างต้นเขียน μ_Y, σ_Y^2 ในเทอมของ μ_X, σ_X^2

$$\mu_Y = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{\mu_X^4}{\mu_X^2 + \sigma_X^2}\right) = E(\ln X)$$

$$\sigma_Y^2 = \ln\left(1 + \frac{\sigma_X^2}{\mu_X^2}\right) = Var(\ln X)$$ (มานพ, 2550)

4. การประมาณค่าพารามิเตอร์แบบช่วง

การประมาณค่าแบบช่วง เป็นการประมาณค่าพารามิเตอร์ของประชากรในรูปของค่า 2 ค่า ซึ่งเป็นช่วงที่ครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ที่สนใจด้วยความน่าจะเป็นระดับหนึ่ง นิยมเรียกการประมาณค่าในรูปของช่วงนี้ว่า ช่วงความเชื่อมั่น (Confidence Interval) ช่วงความเชื่อมั่นที่ต้องการสำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์แต่ละครั้งจะต้องเป็นช่วงที่แคบแต่เชื่อมั่นได้สูง เรียกช่วงความน่าจะเป็นนี้ว่า ระดับความเชื่อมั่น (Level of Confidence) ใช้สัญลักษณ์ $(1-\alpha)100\%$ และเรียก α ว่าระดับนัยสำคัญ (Level of Significance) โดยช่วงที่ได้จะบอกถึงขอบเขตล่าง (Lower Bound : L) และขอบเขตบน (Upper Bound : U) ซึ่งสามารถเขียนรูปแบบได้ดังนี้ $L < \theta < U$ เมื่อ θ แทนพารามิเตอร์ ผลจากการประมาณค่าจะทำให้เชื่อมั่นได้ระดับหนึ่งว่าช่วงที่ประมาณได้ครอบคลุมพารามิเตอร์ที่สนใจศึกษา

ให้ $X_1, X_2, ..., X_n$ เป็นตัวแปรสุ่มจากการแจกแจงซึ่งมี θ เป็นพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่า สมมติสามารถหาตัวสถิติ $L(X_1, X_2, ..., X_n)$ และ $U(X_1, X_2, ..., X_n)$ สำหรับค่าจริง θ ใดๆ

$$P\left(L(X_1, X_2, ..., X_n) < \theta < U(X_1, X_2, ..., X_n)\right) = 1 - \alpha$$

โดยที่ความน่าจะเป็น $1-\alpha$ เป็นค่าคงที่ $(0 < \alpha < 1)$

สมมติ ค่า $L(X_1, X_2, ..., X_n)$ และ $U(X_1, X_2, ..., X_n)$ เป็น L และ U ตามลำดับ ดังนั้นจะได้ช่วง (L,U) และเรียกช่วงนี้ว่า " ช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ สำหรับ θ " หรือกล่าวว่า ค่าจริงของ

θ จะตกอยู่ในช่วง (L, U) ด้วยความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ และเรียกค่า L ว่า " ขีดจำกัดความเชื่อมั่นล่าง " (Lower Confidence Limit) เรียกค่า U ว่า " ขีดจำกัดความเชื่อมั่นบน " (Upper Confidence Limit) และเรียกค่า $1-\alpha$ ว่า " สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น " (Confidence Coefficient)

5. วิธีการประมาณแบบช่วงที่ใช้ในการวิจัย

กำหนดให้ $x_{11},x_{12},...,x_{1n_1}$ เป็นตัวอย่างขนาด n_1 ที่สุ่มมาจากประชากรที่ 1 ซึ่งมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล มีพารามิเตอร์เป็น μ_1 และ σ_1^2 ตามลำดับ และ $x_{21},x_{22},...,x_{2n_2}$ เป็นตัวอย่างขนาด n_2 ที่สุ่มมาจากประชากรที่ 2 ซึ่งมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล มีพารามิเตอร์เป็น μ_2 และ σ_2^2 ตามลำดับ โดยทั้งสองประชากรเป็นอิสระกัน เนื่องจากค่าเฉลี่ยของประชากรที่ 1 คือ $M_1 = e^{\mu_1+\frac{\sigma_1^2}{2}}$ และค่าเฉลี่ยของประชากรที่ 2 คือ $M_2 = e^{\mu_2+\frac{\sigma_2^2}{2}}$ ดังนั้น ผลต่างของค่าเฉลี่ยสองประชากรสามารถคำนวณได้ดังสมการที่ (1)

$$\psi = M_1 - M_2 = e^{\mu_1+\frac{\sigma_1^2}{2}} - e^{\mu_2+\frac{\sigma_2^2}{2}} \tag{1}$$

การแปลงค่า $x_{11},x_{12},...,x_{1n_1}$ และ $x_{21},x_{22},...,x_{2n_2}$ ให้เป็น $y_{11},y_{12},...,y_{1n_1}$ และ $y_{21},y_{22},...,y_{2n_2}$ ทำได้โดยกำหนดให้

$$y_{ki} = \ln(x_{ki}) \qquad \text{เมื่อ } k = 1, 2 \text{ และ } i = 1, 2, 3,\ldots, n_k$$

ซึ่ง $Y_k = \ln(X_k) \sim N(\mu_k, \sigma_k^2)$ มีการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งมีพารามิเตอร์ μ_k และ σ_k^2

$$\hat{\mu}_k = \bar{y}_k = \frac{1}{n_k}\sum_{i=1}^{n} y_{ki}$$

และ

$$\hat{\sigma}_k^2 = S_k^2 = \frac{1}{n_k-1}\sum_{i=1}^{n_k}(y_{ki}-\bar{y}_k)^2 \qquad \text{เมื่อ } k = 1,2$$

และ ประมาณ ψ จากสมการ (1) ด้วย $\hat{\psi}$ จะได้ว่า

$$\hat{\psi} = \hat{M}_1 - \hat{M}_2 = e^{\bar{y}_1 + \frac{S_1^2}{2}} - e^{\bar{y}_2 + \frac{S_2^2}{2}} \tag{2}$$

5.1 วิธีความควรจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Approach)

ในปี ค.ศ.2006 Chen and Zhou ได้ศึกษาและเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับอัตราส่วนและความแตกต่างค่าเฉลี่ยของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลสองประชากร ซึ่งหนึ่งในวิธีที่ทำการเปรียบเทียบ คือ วิธีความควรจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Approach) ถ้า τ แทนด้วย ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของ $\hat{\psi}$ โดยเขียนแทนด้วย $\tau = \sqrt{\mathrm{var}(\hat{\psi})}$ สามารถประมาณ τ ได้ดังนี้

$$\hat{\tau} = \left(\left(h(\hat{\theta})\hat{I}^{-1}h(\hat{\theta})\right)\right)^{1/2}$$

เมื่อ θ คือ เวกเตอร์ของพารามิเตอร์ μ_1, μ_2, σ_1^2 และ σ_2^2

$\hat{\theta}$ แทน ตัวประมาณความควรจะเป็นสูงสุด ของ θ

I แทน เมทริกซ์สารสนเทศ สามารถประมาณด้วย $\hat{I}$ ได้ดังนี้

$$\hat{I} = \begin{bmatrix} \frac{n_1}{\hat{\sigma}_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{n_1}{2\hat{\sigma}_1^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{n_2}{\hat{\sigma}_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{n_2}{2\hat{\sigma}_2^2} \end{bmatrix}$$

ฟังก์ชัน h คือ อนุพันธ์บางส่วน ของ $\hat{\psi}$ เทียบกับ $\hat{\theta}$

$$h(\hat{\theta}) = \frac{\partial\hat{\psi}}{\partial\hat{\theta}} = \left[\hat{M}_1 \quad \frac{1}{2}\hat{M}_1 \quad -\hat{M}_2 \quad -\frac{1}{2}\hat{M}_2\right]'$$

ดังนั้น ช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ ของ $\psi = e^{\mu_1+\frac{\sigma_1^2}{2}} - e^{\mu_2+\frac{\sigma_2^2}{2}}$ สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\left[\hat{\psi} - z_{\alpha/2}\hat{\tau}\ ,\ \hat{\psi} + z_{\alpha/2}\hat{\tau}\right]$$

5.2 วิธีของ Zou และคณะ (Zou's Method)

ในปี ค.ศ.2009 Zou *et al.* ได้เสนอวิธีสำหรับสร้างช่วงความเชื่อมั่นของ ψ สำหรับการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล ก่อนจะกล่าวถึงทฤษฎีสำหรับค่าเฉลี่ยของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลหนึ่งและสองประชากร จะกล่าวถึงคุณสมบัติโดยทั่วไปที่จะกำหนด ขอบเขตช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ ของ $\theta_1+\theta_2$ คือ

$$\hat{\theta}_1+\hat{\theta}_2-z_{1-\alpha/2}\sqrt{\mathrm{var}(\hat{\theta}_1)+\mathrm{var}(\hat{\theta}_2)}$$

และ
$$\hat{\theta}_1+\hat{\theta}_2+z_{1-\alpha/2}\sqrt{\mathrm{var}(\hat{\theta}_1)+\mathrm{var}(\hat{\theta}_2)}$$

สมมติให้ $\hat{\theta}_1$ และ $\hat{\theta}_2$ เป็นอิสระต่อกัน นอกจากนี้ยังประยุกต์ใช้ทฤษฎีขีดจำกัดกลาง (Central Limit Theorem) ข้อจำกัดเหล่านี้ขึ้นอยู่กับการสมมติว่า $\hat{\theta}_i$ และ $\mathrm{var}(\hat{\theta}_i)$ เป็นอิสระต่อกัน เมื่อ i=1, 2

แนวความคิดของการสร้างช่วงความเชื่อมั่นของ $\theta_1+\theta_2$ คือการใช้ประโยชน์จากความสัมพันธ์ระหว่าง $\hat{\theta}_i$ และ $\mathrm{var}(\hat{\theta}_i)$ เมื่อ i=1, 2 โดยการประมาณค่าความแปรปรวนของ $\hat{\theta}_1+\hat{\theta}_2$ ในบริเวณของขอบเขต (L, U) สำหรับ $\theta_1+\theta_2$ โดยให้ L คือ ค่าต่ำสุด และ U คือ ค่าสูงสุด ของ $\theta_1+\theta_2$ จะได้ว่า

$$\frac{\left[(\hat{\theta}_1+\hat{\theta}_2) - (\theta_1+\theta_2)\right]^2}{\mathrm{var}(\hat{\theta}_1) + \mathrm{var}(\hat{\theta}_2)} \approx z^2_{1-\alpha/2} \quad \text{หรือ} \quad \chi^2_{1,(1-\alpha/2)} \qquad (3)$$

ดังนั้น ค่าประมาณความแปรปรวนสำหรับ $\hat{\theta}_1$ และ $\hat{\theta}_2$ มีค่าใกล้เคียงกับ $\min\left(\theta_1+\theta_2\right)$ สำหรับ L และ $\max(\theta_1+\theta_2)$ สำหรับ U

สมมติให้ขอบเขตความเชื่อมั่นของ θ_i ที่หาได้เป็น (l_i, u_i) เมื่อ i=1, 2 ภายใต้เงื่อนไขของขอบเขตความเชื่อมั่น (l_1, u_1) และ (l_2, u_2) ซึ่งค่าต่ำสุดที่เป็นไปได้คือ l_1+l_2 และค่าสูงสุดที่เป็นไปได้ คือ u_1+u_2 สามารถหา L โดยอาศัย $\mathrm{var}(\hat{\theta}_1) + \mathrm{var}(\hat{\theta}_2)$ ภายใต้เงื่อนไขที่ว่า $\theta_1 = l_1$ และ $\theta_2 = l_2$ ในทำนองเดียวกัน สามารถหา U โดยอาศัย $\mathrm{var}(\hat{\theta}_1) + \mathrm{var}(\hat{\theta}_2)$ ภายใต้เงื่อนไขของ $\theta_1 = u_1$ และ $\theta_2 = u_2$

กำหนดให้ l_i คือ $\min(\theta_i)$

$$\frac{(\hat{\theta}_i - l_i)^2}{\mathrm{var}(\hat{\theta}_i)} \approx z^2_{1-\alpha/2}$$

เมื่อผลในการประมาณความแปรปรวน $\widehat{\mathrm{var}(\hat{\theta}_i)}$ ภายใต้เงื่อนไข $\theta_i = l_i$ คือ

$$\widehat{\mathrm{var}_l(\hat{\theta}_i)} \approx \frac{(\hat{\theta}_i - l_i)^2}{z^2_{1-\alpha/2}} \tag{4}$$

การประมาณความแปรปรวน $\widehat{\mathrm{var}(\hat{\theta}_i)}$ ภายใต้เงื่อนไข $\theta_i = u_i$ คือ

$$\widehat{\mathrm{var}_u(\hat{\theta}_i)} \approx \frac{(u_i - \hat{\theta}_i)^2}{z^2_{1-\alpha/2}} \tag{5}$$

ดังนั้น ขอบเขตช่วงความเชื่อมั่นของ (L, U) สำหรับ $\theta_1 + \theta_2$ คือ

$$L = \left(\hat{\theta}_1 + \hat{\theta}_2\right) - \sqrt{\left(\hat{\theta}_1 - l_1\right)^2 + \left(\hat{\theta}_2 - l_2\right)^2} \tag{6}$$

และ

$$U = \left(\hat{\theta}_1 + \hat{\theta}_2\right) + \sqrt{\left(u_1 - \hat{\theta}_1\right)^2 + \left(u_2 + \hat{\theta}_2\right)^2} \tag{7}$$

เมื่อกำหนดให้ $\theta_1 = \mu$ และ $\theta_2 = \sigma^2/2$ โดยกำหนดช่วงความเชื่อมั่นของ

$$(l_1, u_1) = (\bar{x} - z_{1-\alpha/2}\sqrt{S^2/n}\ ,\ \bar{x} + z_{1-\alpha/2}\sqrt{S^2/n})$$

และ

$$(l_2, u_2) = \left[\frac{(n-1)S^2}{2\chi^2_{(1-\alpha/2),(n-1)}}, \frac{(n-1)S^2}{2\chi^2_{(\alpha/2),(n-1)}}\right]$$

จากนั้นยกกำลังผลลัพธ์ขอบเขต ของช่วงความเชื่อมั่นสำหรับค่าเฉลี่ยของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล ตามลำดับ โดยกำหนดขอบเขต (LL, UL) เป็นดังนี้

$$LL = \hat{M}\exp\left[-\left(\frac{z^2_{1-\alpha/2}S^2}{n}+\left(\frac{S^2}{2}-\frac{(n-1)S^2}{2\chi^2_{1\text{-}\alpha/2,n-1}}\right)^2\right)^{1/2}\right] \qquad (8)$$

$$UL = \hat{M}\exp\left[\left(\frac{z^2_{1-\alpha/2}S^2}{n}+\left(\frac{(n-1)S^2}{2\chi^2_{\alpha/2,n-1}}-\frac{S^2}{2}\right)^2\right)^{1/2}\right] \qquad (9)$$

ดังนั้น วิธีของ Zou และคณะ เป็นทางเลือกที่จะหาขอบเขตความเชื่อมั่นสำหรับ $M_1 = e^{(\mu_1+\frac{\sigma_1^2}{2})}$ และ $M_2 = e^{(\mu_2+\frac{\sigma_2^2}{2})}$

ความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลสองประชากร สามารถสร้างช่วงความเชื่อมั่น (1-α)100% ของ (L_ψ, U_ψ) ได้ดังนี้

$$L_\psi = \hat{M}_1 - \hat{M}_2 - \sqrt{(M_1 - LL_1)^2 + (UL_2 - M_2)^2}$$

$$U_\psi = \hat{M}_1 - \hat{M}_2 + \sqrt{(UL_1 - M_1)^2 + (M_2 - LL_2)^2}$$

เมื่อ $$LL_k = \hat{M}_k\exp\left[-\left(\frac{z^2_{1-\alpha/2}S_k^2}{n_k}+\left(\frac{S_k^2}{2}-\frac{(n_k-1)S_k^2}{2\chi^2_{1\text{-}\alpha/2,n_k-1}}\right)^2\right)^{1/2}\right]$$

$$UL_k = \hat{M}_k\exp\left[\left(\frac{z^2_{1-\alpha/2}S_k^2}{n_k}+\left(\frac{(n_k-1)S_k^2}{2\chi^2_{\alpha/2,n_k-1}}-\frac{S_k^2}{2}\right)^2\right)^{1/2}\right]$$ โดย k=1, 2

5.3 วิธีเจเนอรัลไลซ์คอนฟิเดนซ์อินเทอร์วัลส์ (Generalized Confidence Interval) โดยใช้ตัวสถิติของ Krishnamoorthy and Mathew

ใน ค.ศ.2003 Krishnamoorthy and Mathew ได้นำเสนอตัวสถิติไพโวทัล (Pivotal Statistic) เพื่อนำไปใช้ในการประมาณค่าผลต่างของค่าเฉลี่ยจากสองประชากรที่มีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล ซึ่งผลต่างของค่าเฉลี่ยสามารถคำนวณได้ดังนี้

$$GK_j = e^{T_{j1}} - e^{T_{j2}} \tag{10}$$

โดยที่ $$T_{jk} = \bar{y}_k - \left(\frac{Z_{jk}}{U_{jk}/\sqrt{n_k - 1}}\right)\frac{S_k}{\sqrt{n_k}} + \frac{1}{2}\left(\frac{S_k^2}{U_{jk}^2/(n_k - 1)}\right)$$ เมื่อ k = 1, 2

$Z_{jk} \sim N(0,1)$ และ $U_{jk}^2 \sim \chi^2_{n_k - 1}$ เมื่อ j = 1, 2, …, m

ช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ ชนิดสองทางของ ψ ในสมการ (1) คือ ช่วงเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ $100(\alpha/2)$ และ $100(1-\alpha/2)$ ของ GK

ขั้นตอนการหาค่า GK_j โดย j = 1, 2, …, m สามารถทำได้ดังนี้

1. สร้างค่า Z_{jk} และ U_{jk}^2 เมื่อ k = 1, 2
2. คำนวณค่า GK_j ในสมการ (10)
3. เรียงลำดับค่า GK_j จากน้อยไปมาก จากนั้นให้ GK_L และ GK_U เป็นเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ $100(\alpha/2)$ และ $100(1-\alpha/2)$ ของ GK_j ตามลำดับ

ดังนั้นช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ ชนิดสองทางของ $\psi = e^{\mu_1 + \frac{\sigma_1^2}{2}} - e^{\mu_2 + \frac{\sigma_2^2}{2}}$ คือ

$$CI_{GK} = (GK_L, GK_U)$$

5.4 วิธีเจเนอรัลไลซ์คอนฟิเดนซ์อินเทอร์วัลส์ (Generalized Confidence Interval) โดยใช้ตัวสถิติของ Maiklad

ในปี ค.ศ.2008 Maiklad ได้นำเสนอตัวสถิติไพโวทัล (Pivotal Quantity) ที่แตกต่างจากตัวสถิติของ Krishnamoorthy and Mathew (2003) ใช้ในการประมาณช่วงความเชื่อมั่นของค่าเฉลี่ยประชากรที่มีแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล คือ

$$T = \bar{y} - \frac{S(t)}{\sqrt{n}} + \frac{S^2(n-1)}{2U^2}$$

เมื่อ $t \sim t_{n-1}$ และ $U^2 \sim \chi^2_{n-1}$

โดยที่ $T = t(X;x,\mu,\sigma^2)$ มีคุณสมบัติเป็นไปตามนิยามของ เจเนอรัลไลซ์คอนฟิเดนซ์อินเทอร์วัลส์ คือ

1. T มีการแจกแจงที่ไม่ขึ้นกับพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่า
2. ค่าสังเกต t_{obs} เมื่อ $t_{obs} = t(x;x,\mu,\sigma^2)$ หรือค่าสังเกตไพโวทัลไม่ขึ้นกับพารามิเตอร์รบกวน

ต่อมาในปี ค.ศ.2010 Maiklad ได้พัฒนาวิธีเจเนอรัลไลซ์คอนฟิเดนซ์อินทอร์วัลส์สำหรับประมาณค่าช่วงความเชื่อมั่นค่าเฉลี่ยจากการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลหนึ่งประชากร เพื่อนำไปประมาณช่วงความเชื่อมั่นจากการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลสองประชากร และเมื่อต้องการประมาณผลต่างค่าเฉลี่ยจากประชากรที่แจกแจงแบบล็อกนอร์มอล จะกำหนดให้ใช้ตัวสถิติเดิมเป็นตัวกำหนด คือ

$$TK_j = e^{T_{j1}} - e^{T_{j2}} \tag{11}$$

เมื่อ $T_{jk} = \bar{y}_k - \frac{S_k t_{jk}}{\sqrt{n_k}} + \frac{S_k^2(n_k-1)}{2U_{jk}^2}$ เมื่อ $k = 1, 2$

$t_{jk} \sim t_{n_k-1}$ และ $U_{jk}^2 \sim \chi^2_{n_k-1}$ เมื่อ $j = 1, 2, \ldots, m$

ช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ ชนิดสองทางของ ψ ในสมการที่ (1) คือ ช่วงเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ $100(\alpha/2)$ และ $100(1-\alpha/2)$ ของ TK

ขั้นตอนวิธีการจำลองเพื่อหาค่า TK_j โดย $j = 1, 2, 3, \ldots, m$ สามารถทำได้ดังนี้

1. สร้างค่า t_{j1}, t_{j2}, U_{j1}^2 และ U_{j2}^2
2. คำนวณค่า TK_j จากสมการที่ (11)
3. เรียงลำดับค่า TK_j จากน้อยไปมาก จากนั้นให้ TK_L และ TK_U เป็นเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ $100(\alpha/2)$ และ $100(1-\alpha/2)$ ของ TK_j ตามลำดับ

ดังนั้นช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ ชนิดสองทางของ $\psi = e^{\mu_1+\frac{\sigma_1^2}{2}} - e^{\mu_2+\frac{\sigma_2^2}{2}}$ คือ

$$CI_{TK} = (TK_L, TK_U)$$

5.5 วิธีบูตสแตรปท์เปอร์เซ็นต์ไทล์

ในปี ค.ศ.1993 Efron and Tibshirani ได้เสนอวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์โดยใช้เทคนิคการสุ่มซ้ำ(Resampling) ซึ่งเรียกว่าวิธีบูตสแตรปท์ (Bootstrap) ในงานวิจัยนี้ได้นำเสนอตัวสถิติที่ใช้สำหรับการประมาณช่วงความเชื่อมั่นค่าเฉลี่ยจากการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล โดยนำวิธีบูตสแตรปท์เปอร์เซ็นต์ไทล์มาประยุกต์ใช้ ตัวสถิติดังกล่าวสามารถคำนวณได้ดังนี้

$$BP_b = \theta_{b1} - \theta_{b2} \tag{12}$$

โดยที่ $\theta_{bk} = e^{\bar{y}_k^{(b)} + \frac{(S_k^{(b)})^2}{2}}$ เมื่อ $k = 1, 2$

$\bar{y}_k^{(b)}$ และ $S_k^{(b)}$ คือค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานตัวอย่างในการทำบูตสแตรปท์รอบที่ b ตามลำดับ

ขั้นตอนการประมาณช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ ของ $\psi = e^{\mu_1+\frac{\sigma_1^2}{2}} - e^{\mu_2+\frac{\sigma_2^2}{2}}$ มีดังนี้

1. สร้างตัวอย่างสุ่ม $x_{11},...,x_{1n_1}$ และ $x_{21},...,x_{2n_2}$ จากประชากรที่มีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลด้วยพารามิเตอร์ $\left(\mu_1,\sigma_1^2\right)$ และ $\left(\mu_2,\sigma_2^2\right)$ ตามลำดับ

2. แปลงค่า $y_{ki} = \ln(x_{ki})$; $k = 1, 2$ และ $i = 1, 2, ..., n_k$ ได้ตัวอย่างสุ่ม $y_{11},...,y_{1n_1}$ และ $y_{21},...,y_{2n_2}$

3. สร้างตัวอย่างสุ่มบูตสแตรปท์ จาก $y_{11},...,y_{1n_1}$ และ $y_{21},...,y_{2n_2}$ โดยการสุ่มซ้ำแบบใส่คืนจะได้ $y^*_{11},...,y^*_{1n_1}$ และ $y^*_{21},..., y^*_{2n_2}$ ตามลำดับ

4. คำนวณค่า $\bar{y}_k^{(*)} = \frac{1}{n_k}\sum_{i=1}^{n_k} y^*_{ki}$ และ $S_k^{2*} = \frac{1}{n_k-1}\sum_{i=1}^{n_k}(y^*_{ki}-\bar{y}_k^{(*)})^2$; $k = 1, 2$

5. ทำข้อ (3) และ (4) ซ้ำจนครบ b ครั้งจะได้ $\bar{y}_k^{(1)},\bar{y}_k^{(2)},...,\bar{y}_k^{(b)}$ และ $S_k^{2^{(1)}},S_k^{2^{(2)}},...,S_k^{2^{(b)}}$

6. คำนวณค่าสถิติ BP_b จากสมการที่ (12)

7. เรียงลำดับค่า BP_b จากน้อยไปมาก จากนั้นให้ BP_L และ BP_U เป็นเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ $100(\alpha/2)$ และ $100(1-\alpha/2)$ ของ BP_b ตามลำดับ

ดังนั้นช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ ชนิดสองทางของ $\psi = e^{\mu_1+\frac{\sigma_1^2}{2}} - e^{\mu_2+\frac{\sigma_2^2}{2}}$ คือ

$$CI_{BP} = (BP_L , BP_U)$$

6. สถิติที่ใช้ในการทดสอบภาวะสารูปสนิทดี

ในปี ค.ศ.1954 Anderson and Darling ได้เสนอสถิติที่ใช้ในการทดสอบภาวะสารูปสนิทดี (AD) เมื่อข้อมูลอยู่ในสเกลอันดับ (Ordinal Scale) และลักษณะการแจกแจงของข้อมูลเป็นแบบต่อเนื่องเพื่อใช้ทดสอบลักษณะของประชากรว่ามีการแจกแจงมีที่คาดหวังไว้หรือไม่ ซึ่งสถิติทดสอบ AD จำเป็นต้องระบุการแจกแจงที่จะใช้ทดสอบ ในการคำนวณค่าวิกฤต AD มีข้อดีคือเป็นการทดสอบที่มีความไวในการคำนวณแต่ AD ก็มีข้อเสียคือ ในการคำนวณค่าวิกฤตจะต้องแยกแต่ละการแจกแจง

สถิติทดสอบ AD เป็นดังนี้

$$AD^2 = -N - Q$$

เมื่อ
$$Q = \sum_{r=1}^{N} \frac{(2r-1)}{N}\left[\ln F_0(Y_r) + \ln(1-F_0(Y_{N+1-r}))\right]$$

ให้ $F_0\left[Y_r\right]$ แทน ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมตามการแจกแจงที่คาดหวัง ของ Y_r ซึ่ง Y_r เป็นข้อมูลที่เรียงลำดับไว้

สมมติฐานการทดสอบ

H_o: ข้อมูลมีการแจกแจงตามที่คาดหวัง

H_1: ข้อมูลไม่เป็นการแจกแจงตามที่คาดหวัง

เกณฑ์การตัดสินใจสมมติฐานหลักจะถูกปฏิเสธ H_0 เมื่อ AD ที่คำนวณได้มีค่ามากกว่าค่าวิกฤต จากตาราง Anderson Darling ที่ระดับนัยสำคัญที่กำหนด (Stephens, 1974)

เกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของช่วงความเชื่อมั่น

1. การคำนวณค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น

นำช่วงความเชื่อมั่นที่คำนวณได้มาพิจารณาว่าครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ที่สนใจศึกษาหรือไม่ ถ้าช่วงความเชื่อมั่นใดครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ จะทำการนับจำนวนครั้งและบวกสะสมค่าไว้ เมื่อทำครบทุกช่วงแล้ว ก็จะนำค่าสะสมที่ได้ของช่วงที่ครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ มาหารด้วยจำนวนรอบ ซึ่งเรียกค่าที่ได้ว่า ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น $(1-\hat{\alpha})$ สามารถเขียนได้ดังนี้

$$1-\hat{\alpha} = \frac{a}{2,000}$$

เมื่อกำหนดให้ a คือจำนวนครั้งที่ช่วงความเชื่อมั่นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ที่สนใจ จากการทดลองแต่ละสถานการณ์ จำนวน 2,000 ครั้ง

การตรวจสอบวิธีการประมาณแบบช่วงสำหรับผลต่างค่าเฉลี่ยของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลทั้ง 5 วิธี โดยนำค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (Coverage Probability) ที่คำนวณได้จากการทดลองแต่ละสถานการณ์มาเปรียบเทียบกับค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด โดยพิจารณาจากการทดสอบสมมติฐานต่อไปนี้ด้วยตัวสถิติ Z กำหนดให้ a เป็นจำนวนครั้งทั้งหมดที่ช่วงความเชื่อมั่นที่ประมาณได้ครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ในการทดลองแบบเบอร์นูลี จำนวน n ครั้ง ซึ่งเป็นอิสระซึ่งกันและกัน โดยที่ p เป็นความน่าจะเป็นที่ช่วงความเชื่อมั่นที่ประมาณได้ครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ เมื่อจำนวนครั้งของการทดลองมีค่ามาก X จะมีการแจกแจงโดยประมาณเป็น $N\left(np, np(1-p)\right)$ และกำหนด $\hat{p} = \dfrac{X}{n}$ เป็นค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น ให้ n คือจำนวนครั้งของการทดลอง เท่ากับ 2,000 ครั้ง โดยที่ $\hat{p}$ จะมีการแจกแจงโดยประมาณเป็น $N\left(p, \dfrac{p(1-p)}{n}\right)$ และ $0 \le p \le 1$

ดังนั้นอำนาจการทดสอบ (Power of Test) โดยใช้การทดสอบสมมติฐานด้วยสถิติ Z (Ghosh, 1979) เพื่อพิจารณาว่าค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของวิธีการใดไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด สมมติฐานที่ใช้ในการทดสอบ คือ

$$H_0 : p \ge p_0$$
$$H_1 : p < p_0$$

ตัวสถิติทดสอบ $$Z^* = \frac{\hat{p}-p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)/n}}$$

ดังนั้น ปฏิเสธสมมติฐานหลัก H_1 เมื่อ $$\frac{\hat{p}-p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)/n}} < -Z_\alpha$$

หรือ $$\hat{p} < p_0 - Z_\alpha\sqrt{p_0(1-p_0)/n}$$

ดังนั้นวิธีการประมาณที่ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นมีค่าไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด (p_0) คือวิธีการที่ให้ค่า $\hat{p} \geq p_0 - Z_\alpha\sqrt{p_0(1-p_0)/n}$

กรณีค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95

ดังนั้น จะทดสอบว่าวิธีประมาณนี้ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่า 0.95 หรือทดสอบ

$$H_0: p \geq 0.95$$
$$H_1: p < 0.95$$

ซึ่งวิธีการประมาณให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด (0.95) เมื่อ $\hat{p} \geq 0.95\text{-}1.645\sqrt{\frac{0.95(0.05)}{2000}}$

หรือ $\hat{p} \geq 0.9420$

ดังนั้น ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นมีค่าไม่ต่ำกว่า 0.9420 ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% จะนำเฉพาะวิธีการประมาณที่ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลองมีค่าไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ไปเปรียบเทียบค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น

2. การคำนวณความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น

การประมาณค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น หาได้โดยการหาผลต่างระหว่างขอบเขตบนและขอบเขตล่างในแต่ละช่วงความเชื่อมั่น แล้วทำการบวกสะสมค่าไว้ ซึ่งในแต่ละสถานการณ์จะคำนวณช่วงความเชื่อมั่นซ้ำกัน 2,000 ครั้ง หลังจากนั้นนำผลบวกสะสมที่ได้หารด้วย 2,000 ค่าที่ได้คือ การคำนวณความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่คำนวณได้จากแต่ละวิธีได้ดังนี้

$$\frac{1}{2,000}\sum_{j=1}^{2,000}\left(U_j\text{-}L_j\right)$$

เมื่อ U_j แทน ขอบเขตบนของช่วงความเชื่อมั่น ในการทำซ้ำครั้งที่ j

L_j แทน ขอบเขตล่างของช่วงความเชื่อมั่น ในการทำซ้ำครั้งที่ j

ถ้าวิธีการประมาณใดให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด และมีค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุด จะถือว่าวิธีการประมาณนั้นเป็นวิธีการที่เหมาะสมที่สุดในสถานการณ์นั้นๆ

3. การคำนวณค่าอคติสัมพัทธ์ (Relative Bias)

งานวิจัยนี้ได้เปรียบเทียบประสิทธิภาพด้วยค่าอคติสัมพัทธ์ของแต่ละวิธีการ โดยพิจารณาจากช่วงความเชื่อมั่นที่ไม่คลุมค่าพารามิเตอร์ที่แท้จริง ซึ่งช่วงความเชื่อมั่นที่ได้อาจจะต่ำกว่าพารามิเตอร์ที่แท้จริง โดยพิจารณาวิธีการอคติทางลบ และถ้าช่วงความเชื่อมั่นที่ได้อาจจะสูงกว่าค่าพารามิเตอร์จริงจะพิจารณาเป็นวิธีการอคติทางบวก ซึ่งหาค่าอคติสัมพัทธ์ ได้ดังนี้

$$\text{Relative Bias} = \frac{(\%CI < \psi) - (\%CI > \psi)}{(\%CI < \psi) + (\%CI > \psi)}$$

กำหนดให้ $$\psi = e^{\mu_1 + \frac{\sigma_1^2}{2}} - e^{\mu_2 + \frac{\sigma_2^2}{2}}$$ (Chen and Zhou, 2006)

เมื่อ $\%CI < \psi$ คือ ร้อยละของช่วงที่ตกต่ำกว่าค่าพารามิเตอร์ที่แท้จริง ψ

$\%CI > \psi$ คือ ร้อยละของช่วงที่ตกสูงกว่าค่าพารามิเตอร์ที่แท้จริง ψ

ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

วีรวรรณ (2544) ศึกษาเกี่ยวกับการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าแบบช่วงความเชื่อมั่นสำหรับค่าเฉลี่ยของประชากรที่มีการแจกแจงแบบเบ้ขวา ซึ่งมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลรวมอยู่ด้วย โดยเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่า 4 วิธี คือ วิธีการประมาณค่าแบบช่วงด้วยตัวสถิติที วิธีการประมาณค่าแบบช่วงด้วยตัวสถิติของจอห์นสัน วิธีการประมาณค่าแบบช่วงด้วยตัวสถิติของฮอลล์ วิธีการประมาณค่าแบบช่วงด้วยตัวสถิติของเชน และใช้ระดับความเบ้ 0.5 1.0 1.5 2.0 2.5 3.0 5.0 และขนาดตัวอย่าง 10 20 30 50 ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.90 0.95 0.99 พบว่า ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นกรณีที่ใช้ บูตสแตรปท์ในการหาช่วงความเชื่อมั่นมีค่าสูงกว่ากรณีที่ไม่ใช้บูตสแตรปท์ และวิธีการประมาณค่าแบบช่วงด้วยตัวสถิติของจอห์นสัน เป็นวิธีการประมาณค่าช่วงที่เหมาะสมเมื่อระดับความเบ้เท่ากับ 0.5 แต่เมื่อระดับความเบ้เพิ่มขึ้น วิธีการประมาณค่าแบบช่วงด้วยตัวสถิติของเชน เป็นวิธีการประมาณค่าแบบช่วงที่เหมาะสม

จตุพร (2548) ได้ศึกษาการประมาณค่าแบบช่วงความเชื่อมั่นสำหรับค่าเฉลี่ยของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล โดยเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่า 3 วิธี คือ วิธีการประมาณของคอกซ์ วิธีการประมาณแบบคอนเซอเวทีฟ วิธีการประมาณแบบพาราเมตริกบูตสแตรปท์ ที่ระดับความเชื่อมั่น 0.90 0.95 0.99 ที่มีขนาดตัวอย่าง 5 ถึง 50 โดยเกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าแบบช่วง โดยใช้ตัวสถิติ Z และค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น จากการศึกษาพบว่า วิธีการประมาณแบบพาราเมตริกบูตสแตรปท์ ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นมีค่าไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด และให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นน้อยที่สุดในกรณีตัวอย่างขนาดเล็ก และวิธีการประมาณแบบคอนเซอเวทีฟให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นมีค่าไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด และให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นน้อยที่สุด ในกรณีตัวอย่างขนาดใหญ่

ทองคำ และ ชนาพันธ์ (2553) ได้พัฒนาขั้นตอนของ Maiklad ที่ใช้ในวิธีเจเนอรัลไลซ์คอนฟิเดนซ์อินเทอร์วัลส์ สำหรับประมาณช่วงความเชื่อมั่นค่าเฉลี่ยจากการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลหนึ่งประชากร ให้สามารถนำไปใช้ประมาณช่วงความเชื่อมั่นผลต่างค่าเฉลี่ยการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลสองประชากร และได้เสนอวิธีใหม่คือวิธีเจเนอรัลไลซ์คอนฟิเดนซ์อินเทอร์วัลส์ โดยใช้ตัวสถิติของ Maiklad (2008) พบว่าให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้ใกล้เคียงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดไว้มากกว่าวิธีของ Krishnamoorthy and Mathew และให้ค่าความ

กว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นกว่า นอกจากนี้ถ้าขนาดตัวอย่างที่มากพอ วิธีบูตสแตรปท์เปอร์เซ็นต์ไทล์จะให้ความกว้างช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด

Weerahandi (1993) ได้ศึกษาวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีเจเนอรัลไลซ์คอนฟิเดนซ์อินเทอร์วัลส์ (Generalized Confidence Intervals) สำหรับการประมาณค่าแบบช่วงความเชื่อมั่นของพารามิเตอร์จากการแจกแจงใดๆ ซึ่งในงานวิจัยดังกล่าวได้ยกตัวอย่างวิธีหาตัวสถิติที่ใช้สำหรับการประมาณค่าผลต่างค่าเฉลี่ยสองประชากร ซึ่งมีของการแจกแจงแบบเอ็กซ์โพเนนเชียลและเป็นอิสระต่อกัน

Krishnamoorthy and Mathew (2003) ได้นำวิธีเจเนอรัลไลซ์คอนฟิเดนซ์อินเทอร์วัลส์ (Generalized Confidence Intervals) ของ Weerahandi (1993) สำหรับการประมาณผลต่างค่าเฉลี่ยของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลสองประชากรที่อิสระต่อกัน ซึ่งวิธีนี้ง่ายต่อการคำนวณ และเหมาะสมกับตัวอย่างขนาดเล็ก แต่ในงานวิจัยนี้ทดสอบกรณีกลุ่มตัวอย่างขนาดเล็กและขนาดใหญ่ พบว่าถ้าใช้การทดสอบตัวอย่างขนาดใหญ่จะให้ค่าประมาณที่ต่ำและช่วงที่ได้กว้าง

Chen and Zhou (2006) ได้เปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าแบบช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างค่าเฉลี่ยระหว่างประชากรที่มีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล 2 กลุ่มซึ่งอิสระกัน โดยใช้วิธี Maximum Likelihood , วิธี Bootstrap , วิธี Signed Log-Likelihood Ratio , วิธี Generalize Pivotal จากการศึกษาพบว่าวิธี Generalize Pivotal ให้ความถี่ในการครอบคลุมค่าพารามิเตอร์มากที่สุด วิธี Maximum Likelihood และวิธี Bootstrap พบว่าความถี่ในการครอบคลุมน้อย วิธี Signed Log-Likelihood Ratio ส่งผลให้การครอบคลุมค่อนข้างแม่นยำ แต่ความถี่ที่ได้น้อยลงอย่างเห็นได้ชัดในกลุ่มตัวอย่างขนาดเล็ก

Maiklad (2008) ได้เสนอตัวสถิติไพโวทัล (Pivotal Statistic) สำหรับนำไปใช้กับวิธีเจเนอรัลไลซ์คอนฟิเดนซ์อินเทอร์วัลส์ ที่แตกต่างจากวิธีของ Krishnamoorthy and Mathew (2003) เพื่อประมาณช่วงความเชื่อมั่นค่าเฉลี่ยจากการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล และพบว่าเมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็กและมีความแปรปรวนสูง วิธีที-เจนเนอรัลไลซ์ ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้ใกล้เคียงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดไว้มากกว่า วิธีเจเนอรัลไลซ์คอนฟิเดนซ์อินเทอร์วัลส์ของ Krishnamoorthy and Mathew (2003) และให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นกว่า

G.Y.Zou *et al.* (2009) ได้ศึกษาการประมาณค่าช่วงความเชื่อมั่นเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลในขนาดตัวอย่างขนาดเล็กถึงปานกลาง และได้เสนอกระบวนการรูปแบบปิดสำหรับสร้างช่วงความเชื่อมั่นสำหรับค่าเฉลี่ยของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล และความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของสองการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล ซึ่งข้อดีจากกระบวนการที่เสนอ คือต้องการเพียงขอบเขตของความเชื่อมั่นของค่าเฉลี่ย และความแปรปรวน ของการแจกแจงแบบปกติ และผลจากการศึกษาเชิงตัวเลข แสดงให้เห็นว่าวิธีการที่เสนอนั้นให้ผลเช่นเดียวกับวิธีเจเนอรัลไลซ์คอนฟิเดนซ์อินเทอร์วัลส์

อุปกรณ์และวิธีการ

อุปกรณ์

งานวิจัยครั้งนี้ใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ R version 2.13.0 และโปรแกรมคอมพิวเตอร์ Microsoft Excel 2007 เป็นเครื่องมือในการดำเนินงานวิจัย

วิธีการ

การวิจัยครั้งนี้ศึกษาและเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าแบบช่วงความเชื่อมั่นของผลต่างค่าเฉลี่ยสองกลุ่มที่มีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล 5 วิธี ดังนี้

1. วิธีความควรจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Approach)
2. วิธีของ Zou และคณะ (Zou's Method)
3. วิธีเจเนอรัลไลซ์คอนฟิเดนซ์อินเทอร์วัลส์ (Generalized Confidence Interval) โดยใช้ตัวสถิติของ Krishnamoorthy and Mathew
4. วิธีเจเนอรัลไลซ์คอนฟิเดนซ์อินเทอร์วัลส์ (Generalized Confidence Interval) โดยใช้ตัวสถิติของ Maiklad
5. วิธีบูตสแตรปท์เปอร์เซ็นต์ไทล์ (Bootstrap Percentile)

ขั้นตอนการศึกษามีดังนี้

1. สร้างข้อมูลสองประชากรที่มีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลที่อิสระต่อกัน

โดยใช้เลขสุ่ม (Random Number) ซึ่งมีการแจกแจงแบบสม่ำเสมอ (Uniform Distribution) ในช่วง (0,1) และเลขสุ่มที่มีการแจกแจงปกติเป็นพื้นฐานซึ่งมีรายละเอียดต่างๆ ดังนี้

1.1 การสร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงสม่ำเสมอในช่วง (0,1)

วิธีการคณิตศาสตร์ในการจำลองเลขสุ่ม (เทียม) มีหลายวิธีการ สำหรับวิธีการที่ได้รับความนิยมใช้กันมากในปัจจุบัน คือ " วิธีสมภาค " (Congruential Method) วิธีนี้เริ่มขึ้นโดย D.H. Lehmer ในปี ค.ศ.1949 มีสูตรหรือตัวแบบที่นิยมใช้กัน คือ

$$X_i = (c+aX_{i-1}) \bmod m \qquad \text{เมื่อ } i = 1, 2, \ldots \qquad (13)$$

จากสมการที่ (13) ถ้ากำหนด $c > 0$ เรียกว่า " ตัวแบบจำลองสมภาคแบบผสม " (Mixed Congruential Simulator) แต่ถ้ากำหนด $c = 0$ เรียกว่า " ตัวแบบจำลองสมภาคแบบผลคูณ " (Multiplicative Congruential Simulator)

โดยค่า c, a และ m เป็นค่าคงที่จำนวนเต็มที่ไม่เป็นลบ คำว่า mod คือ modulus และ ความหมายของตัวแบบคือ X_i เป็นเศษเหลือที่เป็นจำนวนเต็มที่ได้จากการหาร $(c+aX_{i-1})$ ด้วย m นั่นคือ $X_i = c + aX_{i-1} - mk_i$ ซึ่ง $k_i = (c+aX_{i-1})/m$ (หมายถึง จำนวนเต็มใหญ่ที่สุดที่น้อยกว่าหรือเท่ากับผลหาร $(c+aX_{i-1})/m$) ดังนั้น ค่าเป็นไปได้ของ X_i คือ $0, 1, 2, \ldots, m-1$ และก่อนที่จะได้ค่าของ $X_1, X_2, \ldots$ ต้องกำหนดค่าของ c, a, m และ X_0 เรียก X_0 ว่า " ซีด " (Seed) หรือ " ค่าเริ่มต้น " (Starting Value) จาก X_i ที่ได้จากการคำนวณ นำมาหาค่า R_i ซึ่ง

$$R_i = \frac{X_i}{m} \qquad \text{เมื่อ } i = 1, 2, \ldots$$

จะได้ R_i มีค่าอยู่ในช่วง [0,1) เรียก $R_1, R_2, R_3, \ldots$ ว่า " เลขสุ่มเทียม " หรือ " เลขสุ่มคล้าย " ทั้งนี้เพราะเมื่อทราบค่าเริ่มต้น X_0 ค่าต่อไปจะมีค่าที่แน่นอนตามสูตร และทุกครั้งที่เริ่มด้วย X_0 ค่าเดิม (ขณะที่ค่าของ c, a และ m ไม่เปลี่ยนแปลง) จะได้ X_1 เป็นเลขสุ่มชุดเดิม นอกจากนี้ได้ว่า

$$X_1 = aX_0 + c - mk_1 \qquad \text{เมื่อ } k_1 = \left[(aX_0 + c)/m\right]$$

$$X_2 = a^2X_0 + ac - amk_1 + c - mk_2$$

$$= a^2X_0 + c(1+a) - m\left(k_2 + ak_1\right)$$

$$X_3 = a^3X_0 + a^2c - a^2mk_1 + ac - amk_2 + c\text{-}mk_3$$

$$= a^3X_0 + c(1+a+a^2) - m\left(k_3 + ak_2 + a^2k_1\right)$$

$$\vdots$$

$$X_i = a^iX_0 + c(1+ a + a^2 +...+ a^{i-1}) - m\left(k_i + ak_{i-1} + ... + a^{i-1}k_1\right)$$

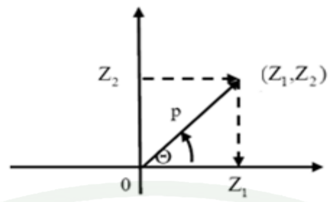
$$= (a^iX_0 + c\frac{1+a^i}{1-a}) \bmod m$$

ซึ่งแสดงให้เห็นว่า แต่ละ X_i คำนวณมาจากค่าคงที่ c, a, m และ X_0 เท่านั้น ด้วยลักษณะดังกล่าวจึงไม่ใช่การผลิตเลขสุ่มที่แท้จริง อย่างไรก็ตาม การเลือกกำหนดค่า c, a, m และ X_0 อย่างเหมาะสม จะได้ R_1, R_2, R_3,....เสมือนได้มาจากการแจกแจง U(0,1) และเป็นอิสระกัน

ตัวแบบจำลองสมภาคแบบผลคูณที่ใช้กันมากตัวแบบหนึ่ง ซึ่งได้ผ่านการตรวจสอบคุณสมบัติแล้วหลายประการ คือ สำหรับคอมพิวเตอร์ 32 บิตต่อ 1 คำ (32 – bit word) กำหนด $m = 2^{31-1}-1=2147483647$, $a = 7^5$ = 16807 และ X_0 เป็นจำนวนเต็มบวกไม่เกิน m ตัวแบบตามข้อกำหนดค่า m และ a นี้จะได้ความยาวคาบสูงสุดที่เป็นไปได้คือ m-1=2147483647 และด้วยค่า m และ a มีใช้ในหลายซอฟต์แวร์ เช่น IBM, SL/MATH, LLRANDOM และ IMSL (International Mathematics and Statistics Library) ใช้ในภาษาจำลอง SIMPL/I และใช้ในภาษาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ฟอร์แทรน (Fortran) ตัวคูณ a อีกตัวหนึ่งที่ใช้ได้ดีคู่กับ $m = 2^{31-1}$ คือ a = 630360016 และสำหรับคอมพิวเตอร์ 36 บิตต่อ 1 คำ ค่า m และ a ที่ใช้ได้ดีคู่หนึ่ง $m = 2^{35}-31$ และ $a = 5^5 = 3125$

1.2 การสร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงปกติ

ในการสร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติจะใช้วิธีเชิงขั้ว ซึ่งวิธีเชิงขั้วได้จากการดัดแปลงวิธีการของบอกซ์ (Box) และมุลเลอร์ (Muller) ซึ่งสร้างตัวแปรสุ่ม Z ที่มีการแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน N(0,1) มีค่าเฉลี่ยเป็น 0 และ ความแปรปรวนเป็น 1 พร้อมกันสองค่า โดยใช้ตัวก่อกำเนิด (Generator) Z_1 และ Z_2 ได้จุดบนระนาบในระบบพิกัดฉาก (Cartesian Coordinates) ดังแสดงในภาพที่ 7



ภาพที่ 7 การแปลงตัวแปรสุ่มในระบบพิกัดฉากเป็นตัวแปรสุ่มในระบบพิกัดเชิงขั้ว

จะได้ว่า $Z_1 = P\cos\Theta$

และ $Z_2 = P\sin\Theta$

โดยที่ รัศมี (P) และมุมที่จุดศูนย์กลาง (Θ) เป็นอิสระต่อกัน

จากนี้เมื่อทราบการแจกแจงของ P และ Θ เราจะจำลอง P และ Θ จากการแจกแจงนั้นและเมื่อแทนค่าจะได้ค่า Z_1 และ Z_2 ซึ่งวิธีการนี้เรียกว่า วิธีบอกซ์ (Box) และมุลเลอร์ (Muller)

การแปลง $z_1 = \rho\cos\theta$ และ $z_2 = \rho\sin\theta$ เป็นการแปลงแบบหนึ่งต่อหนึ่ง (one-to-one Transformation) จากปริภูมิ $R_{Z_1Z_2} = \{(z_1,z_2): -\infty \le z_1 \le \infty, -\infty \le z_2 \le \infty\}$ ของ (Z_1,Z_2) ไปยังปริภูมิ $R_{P,\Theta} = \{(\rho,\theta): 0 \le \rho \le \infty, 0 \le \theta \le 2\pi\}$ โดยมีจาโคเบียน (Jacobian) ของการแปลง J ดังนี้

$$J = \begin{vmatrix} \dfrac{\partial z_1}{\partial \rho} & \dfrac{\partial z_1}{\partial \theta} \\ \dfrac{\partial z_2}{\partial \rho} & \dfrac{\partial z_2}{\partial \theta} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos\theta & -\rho\sin\theta \\ \sin\theta & \rho\cos\theta \end{vmatrix}$$

$$= \rho(\cos^2\theta + \sin^2\theta) = \rho$$

เพราะฉะนั้น โดยเทคนิคของการแปลงในทฤษฎีความน่าจะเป็น ได้ว่า P และ Θ มีฟังก์ชันความหนาแน่นร่วม (Joint Density Function)

$$f_{P,\Theta}\left(\rho,\theta\right) = f_{z_1,z_2}(\ \rho\cos\theta\ ,\ \rho\sin\theta\ )\left|J\right|$$

เนื่องจาก Z_1 และ Z_2 มีฟังก์ชันความหนาแน่นร่วม

$$f_{Z_1,Z_2}(\ z_1,\ z_2\ ) = f_{Z_1}(z_1)f_{Z_2}(z_2)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{\frac{-1}{2}z_1^2}.\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{\frac{-1}{2}z_2^2}$$

$$= \frac{1}{2\pi}e^{\frac{-1}{2}\left(z_1^2+z_2^2\right)}$$

ดังนั้น โดยการแทนค่าได้ผลลัพธ์

$$f_{P,\Theta}(\ \rho,\ \theta\ ) = \frac{1}{2\pi}e^{\frac{-1}{2}\rho^2}.\rho$$

$$= \frac{1}{2\pi}\rho e^{\frac{-1}{2}\rho^2}$$

$$= f_{\Theta}(\theta)f_P(\rho) \qquad \text{เมื่อ} \quad 0 \le \rho \le 1, 0 \le \theta \le 2\pi$$

โดยที่ $f_{\Theta}(\theta)=\dfrac{1}{2\pi}$, $0 \le \theta \le 2\pi$ เป็นฟังก์ชันของ θ เท่านั้น ไม่ขึ้นอยู่กับ ρ และ $f_P(\rho) = \rho e^{\frac{-1}{2}\rho^2}$, $\rho \ge 0$ เป็นฟังก์ชันของ ρ เท่านั้น ρ ไม่ขึ้นอยู่กับ θ เพราะฉะนั้นโดยคุณสมบัติของตัวแปรสุ่มอิสระ ได้ว่า P และ Θ เป็นอิสระกันใน (เชิงสถิติ) นอกจากนี้ พบว่า f_{Θ} เป็นฟังก์ชันหนาแน่นของการแจกแจงแบบเอกรูป $U(0,2\pi)$ และ f_P เป็นฟังก์ชันความหนาแน่นเช่นกัน ซึ่งเป็นฟังก์ชันความหนาแน่นของการแจกแจงแบบเรลีลี (Rayleigh Distribution) เพราะฉะนั้นในการ

จำลอง Z_1 และ Z_2 เราจะจำลอง P และ Θ อย่างอิสระกัน โดยจำลอง P จาก $f_P(\rho) = \rho e^{\frac{-1}{2}\rho^2}$ ซึ่งด้วยวิธีการแปลงผกผัน ได้ตัวแบบจำลอง $P = \sqrt{-2\ln R_1}$, $R_1 \sim U(0,1)$ และจำลอง Θ จากการแจกแจง $U(0,2\pi)$ ได้ $\Theta = 2\pi R_2$, $R_2 \sim U(0,1)$ ดังนั้น ตัวแบบจำลองตัวแปรสุ่ม $Z_1 \sim N(0,1)$ และ $Z_2 \sim N(0,1)$ อิสระกันคือ

$$Z_1 = \sqrt{-2\ln R_1}\cos(2\pi R_2)$$

และ $$Z_2 = \sqrt{-2\ln R_1}\sin(2\pi R_2) \tag{14}$$

โดยที่ $R_1, R_2 \sim U(0,1)$ และเป็นอิสระกัน พิสูจน์ได้ว่า Z_1 และ Z_2 อิสระกันและต่างมีการแจกแจง $N(0,1)$

จากนั้นนำตัวแบบ (14) มาจำลองตัวเลขสองตัว จะได้ค่าของตัวแปรสุ่ม $N(0,1)$ สองค่าเป็นอิสระกัน ในทางปฏิบัติ จะใช้เฉพาะสูตรใดสูตรหนึ่งของ (14) ก็ได้

วิธีเชิงขั้ว (Polar Method) ของ Marsaglia , Maclaren และ Bray (1964) ดัดแปลงวิธีของ Box และ Muller โดยหลีกเลี่ยงการคำนวณ cosine และ sine ด้วยการใช้วิธีรับ-ปฏิเสธดังนี้

สุ่มจุด (V_1,V_2) ในระนาบสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด 2x2 โดยมีจุดกลางที่จุด (0,0) นั่นคือจำลอง V_1 จาก $U(-1,1)$ และจำลอง V_2 จาก $U(-1,1)$ อย่างอิสระกัน จะได้จุด (V_1,V_2) อยู่ในสี่เหลี่ยมจัตุรัส (ดูรูป 8 ประกอบ) จะสุ่มจุดดังกล่าวจนกว่าจะได้จุดอยู่ในวงกลมรัศมี 1 ซึ่งมีจุดศูนย์กลางที่จุด (0, 0) บรรจุอยู่ในสี่เหลี่ยมจัตุรัส จุดที่ไม่ตกอยู่ในวงกลมจะตัดออก ไม่พิจารณานั่นคือ จนกว่าจะได้จุด (V_1,V_2) ซึ่ง $V_1^2+V_2^2 \le 1$ ดังนั้น (V_1,V_2) มีการแจกแจงร่วมแบบเอกรูปบนระนาบวงกลมรัศมี 1 โดยมีฟังก์ชันความหนาแน่นร่วม (แบบมีเงื่อนไข)

$$f_{V_1,V_2|C}(\nu_1,\nu_2|C) = \frac{f_{V_1,V_2}(\nu_1,\nu_2)}{P\left[(\nu_1,\nu_2)\in C\right]}$$

โดยที่ $$C = \left\{(V_1,V_2): \nu_1^2+\nu_2^2 \le 1\right\}$$

ดังนั้น $$f_{V_1,V_2}(\nu_1,\nu_2) = f_{V_1}(\nu_1)f_{V_2}(\nu_2) \quad \text{เมื่อ } (-1\le \nu_1 \le 1),(-1\le \nu_2 \le 1)$$

$$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$$

$$P[(V_1,V_2)\in C] = P(V_1^2+V_2^2 \le 1)$$

$$= \frac{\text{พื้นที่วงกลมที่มีรัศมียาว 1}}{\text{พื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด 2x2}} \qquad =\frac{\pi}{4}$$

หรือ คำนวณค่า $P\left[V_1^2+V_2^2 \le 1\right]$ โดยใช้อินทิกรัล

$$P\left[V_1^2+V_2^2 \le 1\right] = 4\int_0^1\int_0^{\sqrt{1-v_2^2}} \frac{1}{4}\,dv_1 dv_2 = \frac{\pi}{4}$$

เพราะฉะนั้น $\quad f_{V_1,V_2|C}(v_1,v_2|C) = \dfrac{f_{V_1,V_2}(v_1,v_2)}{P\left[(v_1,v_2)\in C\right]}$

$$=\frac{1/4}{\pi/4}$$

$$=\frac{1}{\pi} \qquad \text{เมื่อ } \left(-1\le v_1,v_2 \le 1\right),\left(v_1^2+v_2^2 \le 1\right)$$

สำหรับจุด (V_1,V_2) อยู่ในวงกลม แปลงเป็นจุด (P,Θ) ในพิกัดเชิงขั้ว ได้การแปลง

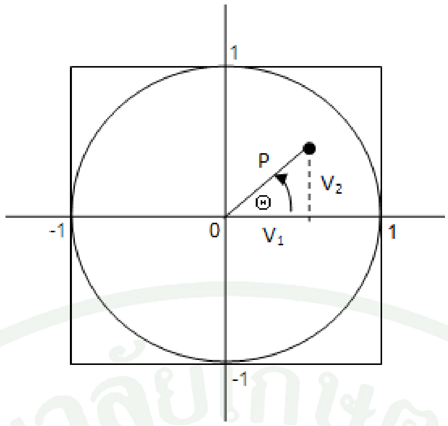
$$P = \sqrt{V_1^2+V_2^2}$$

$$\Theta = \tan^{-1}\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

จากนั้น พิจารณาการแจกแจงความน่าจะเป็นร่วมของ P และ Θ ได้ว่า การแปลง $\rho = \sqrt{v_1^2+v_2^2}, \theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_2}{v_1}\right)$ เป็นการแปลงแบบหนึ่งต่อหนึ่ง จาก

$R_{V_1,V_2} = \left\{\left(v_1,v_2\right): 0 \le v_1^2+v_2^2 \le 1, -1 \le v_1,v_2 \le 1\right\}$ ไปยัง

$R_{P,\Theta} = \left\{\left(\rho,\theta\right): 0 \le \rho \le 1, 0 \le \theta \le 2\pi\right\}$ และได้ว่า



ภาพที่ 8 การแปลงพิกัดฉากไปเป็นพิกัดเชิงขั้ว

$$\frac{\partial(\rho,\theta)}{\partial(v_1,v_2)} = \begin{vmatrix} \frac{v_1}{\sqrt{v_1^2+v_2^2}} & \frac{v_2}{\sqrt{v_1^2+v_2^2}} \\ \frac{-v_2}{v_1^2+v_2^2} & \frac{v_1}{v_1^2+v_2^2} \end{vmatrix} = \frac{1}{\sqrt{v_1^2+v_2^2}}$$

เพราะฉะนั้น ได้จาโคเบียนของการแปลงผกผัน

$$J = \frac{\partial(v_1,v_2)}{\partial(\rho,\theta)} = \sqrt{v_1^2+v_2^2} = \rho$$

และ ดังนั้น P และ Θ มีฟังก์ชันความหนาแน่นร่วม

$$f_{P,\Theta}(\rho,\theta) = f_{V_1,V_2|C}(v_1,v_2|C)\ |J| = \frac{\rho}{\pi}$$

$$= \frac{1}{2\pi}2\rho \qquad \text{เมื่อ} \quad 0 \le \rho \le 1, 0 \le \theta \le 2\pi$$

$$= f_\Theta(\theta)f_P(\rho)$$

โดยที่ $f_\Theta(\theta) = \frac{1}{2\pi}, 0 \le \theta \le 2\pi$ และ $f_P(\rho) = 2\rho \quad , 0 \le \rho \le 1$ เพราะฉะนั้น P และ Θ เป็นอิสระกัน และได้ว่า $\Theta \sim U(0,2\pi)$ และแสดงได้ง่ายว่า $P^2 = V_1^2+V_2^2 \sim U(0,1)$ และเป็นอิสระกับมุม Θ ดังนั้น จะจำลอง $\cos\Theta$ และ $\sin\Theta$ ด้วยการจำลอง (V_1,V_2) ในวงกลมและให้

$$\cos\Theta = \frac{V_1}{P} = \frac{V_1}{\sqrt{V_1^2+V_2^2}}$$

$$\sin\Theta = \frac{V_2}{P} = \frac{V_2}{\sqrt{V_1^2+V_2^2}}$$

เพราะฉะนั้น จากตัวแบบจำลอง (14) เขียนใหม่เป็น

$$Z_1 = \sqrt{-2\ln P^2}\left(\frac{V_1}{\sqrt{V_1^2+V_2^2}}\right)$$

และ $$Z_2 = \sqrt{-2\ln P^2}\left(\frac{V_2}{\sqrt{V_1^2+V_2^2}}\right)$$

ใช้ P^2 เป็นเลขสุ่มได้ เพราะว่า $P^2 = V_1^2+V_2^2 \sim U(0,1)$ หรือ

$$Z_1 = V_1\left(\sqrt{\frac{-2\ln\left(V_1^2+V_2^2\right)}{V_1^2+V_2^2}}\right)$$

และ $$Z_2 = V_2\left(\sqrt{\frac{-2\ln\left(V_1^2+V_2^2\right)}{V_1^2+V_2^2}}\right) \tag{15}$$

สำหรับตัวแบบ (15) มีขั้นตอนวิธีดังนี้

1. จำลองเลขสุ่ม R_1 และ R_2
2. $V_1 = 2R_1-1$, $V_2 = 2R_2-1$ (จำลอง V_1, V_2 จาก $U(-1,1)$)
3. $S = V_1^2-V_2^2$
4. ถ้า $S > 1$ กลับไปขั้นตอน (1)
5. $W = \sqrt{\frac{-2\ln S}{S}}$
6. $Z_1 = V_1W$, $Z_2 = V_2W$

โดยวิธีเชิงขั้ว มีประสิทธิภาพหรือความน่าจะเป็นที่จุด (V_1, V_2) จะอยู่ในวงกลมหรือ ความน่าจะเป็นที่จะได้ตัวแปรสุ่ม (Z_1, Z_2) เท่ากับ $P(S \leq 1) = P(V_1^2 + V_2^2 \leq 1) = \frac{\pi}{4} \approx 0.7854$ เพราะฉะนั้น วิธีเชิงขั้วจะมีจำนวนรอบทำซ้ำขั้นตอน (1) - (3) จนกว่าจะได้ (Z_1, Z_2) หนึ่งคู่ เท่ากับ $\frac{\pi}{4} \approx 1.273$ ครั้งโดยเฉลี่ย (มานพ, 2550)

1.3 การสร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล

เนื่องจากการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลมีความสัมพันธ์กับการแจกแจงแบบปกติ คือ ถ้า X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ย μ และค่าความแปรปรวน σ^2 แล้ว $Y = \mathrm{Exp}(X)$ จะมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล ดังนั้นการสร้างตัวแปรสุ่ม X_L ที่มีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลด้วยพารามิเตอร์ μ และ σ^2 ทำได้โดยสร้างแปรสุ่ม X_N ที่มีการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ย μ และค่าความแปรปรวน σ^2 แล้วสร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล จากค่าชี้กำลังของแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติ

2. กำหนดระดับนัยสำคัญ (α) สำหรับการวิจัยนี้คือ 0.05

3. กำหนดขนาดตัวอย่างที่ใช้ กลุ่มที่ 1 (n_1) เท่ากับ 10, 20, 30, 50 และ 100
กลุ่มที่ 2 (n_2) เท่ากับ 10, 20, 30, 50 และ 100

4. กำหนดค่าพารามิเตอร์ $\mu_1, \mu_2, \sigma_1^2, \sigma_2^2$ ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ และค่าสัมประสิทธิ์ความโด่ง ของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล ซึ่งกำหนดขนาดตัวอย่าง (n_1,n_2) = (10,10), (20,20), (30,30), (50,50), (100,100), (10,20), (10,30), (20,30) และ (50,100) ดังนั้นจำนวนสถานการณ์ที่ศึกษาเพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการประมาณค่าแบบช่วงความเชื่อมั่น 95% ของผลต่างค่าเฉลี่ยสองประชากรทั้งหมด 198 สถานการณ์

5. ทดสอบข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล ด้วยตัวสถิติทดสอบ Anderson-Darling

6. นำข้อมูลที่ได้มาสร้างช่วงความเชื่อมั่นด้วยวิธีที่ต้องการเปรียบเทียบทั้ง 5 วิธี

กำหนดให้

$$\psi = M_1 - M_2 = e^{\mu_1 + \frac{\sigma_1^2}{2}} - e^{\mu_2 + \frac{\sigma_2^2}{2}}$$

และ ประมาณ ψ ด้วย $\hat{\psi}$ ได้ว่า

$$\hat{\psi} = \hat{M}_1 - \hat{M}_2 = e^{\bar{y}_1 + \frac{S_1^2}{2}} - e^{\bar{y}_2 + \frac{S_2^2}{2}}$$

สำหรับวิธีการหาค่าประมาณ $\hat{\psi}$ ได้ดังนี้

6.1 วิธีความควรจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Approach) (วิธี ML)

ให้ τ แทน ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของ $\hat{\psi}$ และ $\tau = \sqrt{\mathrm{var}(\hat{\psi})}$ จะประมาณ τ ด้วย

$$\hat{\tau} = \left(\left(h(\hat{\theta})'\hat{I}^{-1}h(\hat{\theta})\right)\right)^{1/2}$$

เมื่อ θ คือ เวกเตอร์ของพารามิเตอร์ μ_1, μ_2, σ_1^2 และ σ_2^2

$\hat{\theta}$ คือ เวกเตอร์ของค่าประมาณด้วยวิธีความควรจะเป็นสูงสุด ของ θ

I แทน เมทริกซ์สารสนเทศสามารถประมาณด้วย $\hat{I}$ ได้ดังนี้

$$\hat{I} = \begin{bmatrix} \frac{n_1}{\hat{\sigma}_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{n_1}{2\hat{\sigma}_1^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{n_2}{\hat{\sigma}_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{n_2}{2\hat{\sigma}_2^2} \end{bmatrix}$$

ฟังก์ชัน h คือ อนุพันธ์เทียบกับตัวแปรเพียงบางส่วน ของ $\hat{\psi}$ เทียบกับ $\hat{\theta}$

$$h(\hat{\theta}) = \frac{\partial\hat{\psi}}{\partial\hat{\theta}} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial\hat{\psi}}{\partial\hat{\mu}_1} & \dfrac{\partial\hat{\psi}}{\partial\hat{\mu}_2} & \dfrac{\partial\hat{\psi}}{\partial\hat{\sigma}_1^2} & \dfrac{\partial\hat{\psi}}{\partial\hat{\sigma}_2^2} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \hat{M}_1 & \dfrac{1}{2}\hat{M}_1 & -\hat{M}_2 & \dfrac{-1}{2}\hat{M}_2 \end{bmatrix}'$$

ดังนั้น ช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ ของ $\psi = e^{\mu_1+\frac{\sigma_1^2}{2}} - e^{\mu_2+\frac{\sigma_2^2}{2}}$ สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\left[\hat{\psi} - z_{\alpha/2}\hat{\tau}\ ,\ \hat{\psi} + z_{\alpha/2}\hat{\tau}\right]$$

6.2 วิธีของ Zou และคณะ (Zou’s Method) (วิธี ZOU)

สามารถสร้างช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ ของ (L_ψ, U_ψ) ของผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลสองประชากร คือ

$$L_\psi = \hat{M}_1 - \hat{M}_2 - \sqrt{(M_1 - LL_1)^2 + (UL_2 - M_2)^2}$$

$$U_\psi = \hat{M}_1 - \hat{M}_2 + \sqrt{(UL_1 - M_1)^2 + (M_2 - LL_2)^2}$$

เมื่อ $$LL_k = \hat{M}_k \exp\left[-\left(\frac{z_{1-\alpha/2}^2 S_k^2}{n_k} + \left(\frac{S_k^2}{2} - \frac{(n_k-1)S_k^2}{2\chi^2_{1-\alpha/2,n_k-1}}\right)^2\right)^{1/2}\right]$$

$$UL_k = \hat{M}_k \exp\left[\left(\frac{z_{1-\alpha/2}^2 S_k^2}{n_k} + \left(\frac{(n_k-1)S_k^2}{2\chi^2_{\alpha/2,n_k-1}} - \frac{S_k^2}{2}\right)^2\right)^{1/2}\right]$$ เมื่อ $k = 1, 2$

6.3 วิธีเจเนอรัลไลซ์คอนฟิเดนซ์อินเทอร์วัลส์ (Generalized Confidence Interval) โดยใช้ตัวสถิติของ Krishnamoorthy and Mathew (วิธี GK)

กำหนดให้ $$GK_j = e^{T_{j1}} - e^{T_{j2}}$$

โดยที่ $$T_{jk} = \bar{y}_k - \left(\frac{Z_{jk}}{U_{jk}/\sqrt{n_k-1}}\right)\frac{S_k}{\sqrt{n_k}} + \frac{1}{2}\left(\frac{S_k^2}{U_{jk}^2/(n_k-1)}\right)$$ เมื่อ k = 1, 2

$Z_{jk} \sim N(0,1)$ และ $U_{jk}^2 \sim \chi^2_{n_k-1}$ เมื่อ j = 1, 2, 3, …, 3,000

ขั้นตอนการหาค่า GK_j โดย j = 1, 2, 3, …, 3,000 ได้ดังนี้

1. สร้างค่า Z_{j1}, Z_{j2}, U_{j1}^2 และ U_{j2}^2

2. คำนวณค่า GK_j และเรียงลำดับค่า GK_j จากน้อยไปมาก จากนั้นให้ GK_L และ GK_U เป็นเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ $100(\alpha/2)$ และ $100(1-\alpha/2)$ ของ GK_j ตามลำดับ

ดังนั้นช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ ชนิดสองทางของ $\psi = e^{\mu_1+\frac{\sigma_1^2}{2}} - e^{\mu_2+\frac{\sigma_2^2}{2}}$ คือ

$$CI_{GK} = (GK_L, GK_U)$$

6.4 วิธีเจเนอรัลไลซ์คอนฟิเดนซ์อินเทอร์วัลส์ (Generalized Confidence Interval) โดยใช้ตัวสถิติของ Maiklad (วิธี TK)

กำหนดให้ $$TK_j = e^{T_{j1}} - e^{T_{j2}}$$

เมื่อ $$T_{jk} = \bar{y}_k - \frac{S_k t_{jk}}{\sqrt{n_k}} + \frac{S_k^2(n_k-1)}{2U_{jk}^2}$$ เมื่อ k = 1, 2

$t_{jk} \sim t_{n_k-1}$ และ $U_{jk}^2 \sim \chi^2_{n_k-1}$ เมื่อ j = 1, 2, 3, …, 3,000

ขั้นตอนวิธีการจำลองเพื่อหาค่า TK_j โดย $j = 1, 2, 3, \ldots, 3{,}000$ ได้ดังนี้

1. สร้างค่า t_{j1}, t_{j2}, U_{j1}^2 และ U_{j2}^2

2. คำนวณค่า TK_j และ เรียงลำดับค่า TK_j จากน้อยไปมาก จากนั้นให้ TK_L และ TK_U เป็นเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ $100(\alpha/2)$ และ $100(1-\alpha/2)$ ของ TK_j ตามลำดับ

ดังนั้นช่วงความเชื่อมั่นชนิดสองทาง $(1-\alpha)100\%$ ของ $\psi = e^{\mu_1+\frac{\sigma_1^2}{2}} - e^{\mu_2+\frac{\sigma_2^2}{2}}$ คือ

$$CI_{TK} = (TK_L, TK_U)$$

6.5 วิธีบูตสแตรปท์เปอร์เซ็นต์ไทล์ (วิธี BP)

กำหนดให้ $$BP_b = \theta_{b1} - \theta_{b2}$$

โดยที่ $$\theta_{bk} = e^{\bar{y}_k^{(b)} + \frac{(S_k^{(b)})^2}{2}} \qquad \text{เมื่อ } k = 1, 2$$

$\bar{y}_k^{(b)}$ และ $S_k^{(b)}$ คือค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานตัวอย่างในการทำบูตสแตรปท์รอบที่ b โดยกำหนดให้ $b = 1, 2, \ldots, 3000$

ขั้นตอนการประมาณช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ ของ $\psi = e^{\mu_1+\frac{\sigma_1^2}{2}} - e^{\mu_2+\frac{\sigma_2^2}{2}}$ มีดังนี้

1. สร้างตัวอย่างสุ่ม $x_{11},\ldots,x_{1n_1}$ และ $x_{21},\ldots,x_{2n_2}$ จากประชากรที่มีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลด้วยพารามิเตอร์ (μ_1,σ_1^2) และ (μ_2,σ_2^2) ตามลำดับ

2. แปลงค่า $y_{ki} = \ln(x_{ki})$; $k = 1, 2$ และ $i = 1, 2, \ldots, n_k$ ได้ตัวอย่างสุ่ม $y_{11},\ldots,y_{1n_1}$ และ $y_{21},\ldots,y_{2n_2}$

3. สร้างตัวอย่างสุ่มบูตสแตรปท์ จาก $y_{11},\ldots,y_{1n_1}$ และ $y_{21},\ldots,y_{2n_2}$ โดยการสุ่มซ้ำแบบใส่คืนจะได้ $y_{11}^*,\ldots,y_{1n_1}^*$ และ $y_{21}^*,\ldots,y_{2n_2}^*$ ตามลำดับ

4. คำนวณค่า $\bar{y}_k^{(*)} = \dfrac{1}{n_k}\sum_{i=1}^{n_k} y_{ki}^*$ และ $S_k^{2*} = \dfrac{1}{n_k-1}\sum_{i=1}^{n_k}(y_{ki}^* - \bar{y}_k^{(*)})^2$; $k = 1, 2$

5. ทำข้อ (3) และ (4) ซ้ำจนครบ 3,000 ครั้งจะได้ $\overline{y}_k^{(1)}, \overline{y}_k^{(2)}, \overline{y}_k^{(3)},...,\overline{y}_k^{(3000)}$ และ $S_k^{2^{(1)}}, S_k^{2^{(2)}}, S_k^{2^{(3)}},..., S_k^{2^{(3000)}}$

6. คำนวณค่าสถิติ $BP_b = \theta_{b1} - \theta_{b2}$ และเรียงลำดับค่า BP_b จากน้อยไปมาก จากนั้นให้ BP_L และ BP_U เป็นเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ $100(\alpha/2)$ และ $100(1-\alpha/2)$ ของ BP_b ตามลำดับ

ดังนั้นช่วงความเชื่อมั่นชนิดสองทาง $(1-\alpha)100\%$ ของ $\psi = e^{\mu_1+\frac{\sigma_1^2}{2}} - e^{\mu_2+\frac{\sigma_2^2}{2}}$ คือ

$$CI_{BP} = (BP_L, BP_U)$$

7. จำลองข้อมูลให้มีลักษณะตามที่กำหนดลักษณะละ 2,000 ชุด แล้วทำการสร้างช่วงความเชื่อมั่น จากนั้นพิจารณาว่าถ้าช่วงความเชื่อมั่นใดครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ จะทำการนับจำนวนครั้งและบวกสะสมค่าเมื่อครบ 2,000 รอบ ของแต่ละเหตุการณ์แล้วนำค่าที่สะสมได้ของช่วงที่ครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ มาหารด้วยจำนวนรอบทั้งหมด เรียกค่าที่ได้ว่า ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น $(1-\hat{\alpha})$ สามารถเขียนได้ดังนี้

$$1-\hat{\alpha} = \frac{a}{2,000}$$

เมื่อกำหนดให้ a คือ จำนวนครั้งที่ช่วงความเชื่อมั่นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ที่สนใจจากการทดลองแต่ละสถานการณ์ จำนวน 2,000 ครั้ง

การประมาณค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ทำโดยหาผลต่างระหว่างขอบเขตบนและขอบเขตล่างในแต่ละช่วงความเชื่อมั่น แล้วทำการบวกสะสมค่าไว้ ซึ่งในแต่ละสถานการณ์จะคำนวณช่วงความเชื่อมั่นซ้ำกัน 2,000 รอบ หลังจากนั้นนำผลบวกสะสมที่ได้หารด้วย 2,000 ค่าที่ได้คือ ค่าประมาณของความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่คำนวณได้จากแต่ละวิธี เท่ากับ

$$\frac{1}{2,000}\sum_{j=1}^{2,000}\left(U_j - L_j\right)$$

เมื่อ U_j แทน ขอบเขตบนของช่วงความเชื่อมั่น ในการทำซ้ำครั้งที่ j

L_j แทน ขอบเขตล่างของช่วงความเชื่อมั่น ในการทำซ้ำครั้งที่ j

การคำนวณค่าอคติสัมพัทธ์ (Relative Bias) โดยพิจารณาช่วงความเชื่อมั่นที่ไม่คลุมค่าพารามิเตอร์ที่แท้จริง ซึ่งช่วงความเชื่อมั่นที่ได้อาจจะต่ำกว่าพารามิเตอร์ที่แท้จริง โดยพิจารณาวิธีการอคติทางลบ และถ้าช่วงความเชื่อมั่นที่ได้อาจจะสูงกว่าค่าพารามิเตอร์จริงจะพิจารณาเป็นวิธีการอคติทางบวก ซึ่งหาค่าอคติสัมพัทธ์ ได้ดังนี้

$$\text{Relative Bias} = \frac{(\%CI < \psi) - (\%CI > \psi)}{(\%CI < \psi) + (\%CI > \psi)}$$

เมื่อ $$\psi = e^{\mu_1 + \frac{\sigma_1^2}{2}} - e^{\mu_2 + \frac{\sigma_2^2}{2}}$$

และ $\%CI < \psi$ คือ ร้อยละของช่วงที่ตกต่ำกว่าค่าพารามิเตอร์ที่แท้จริง ψ

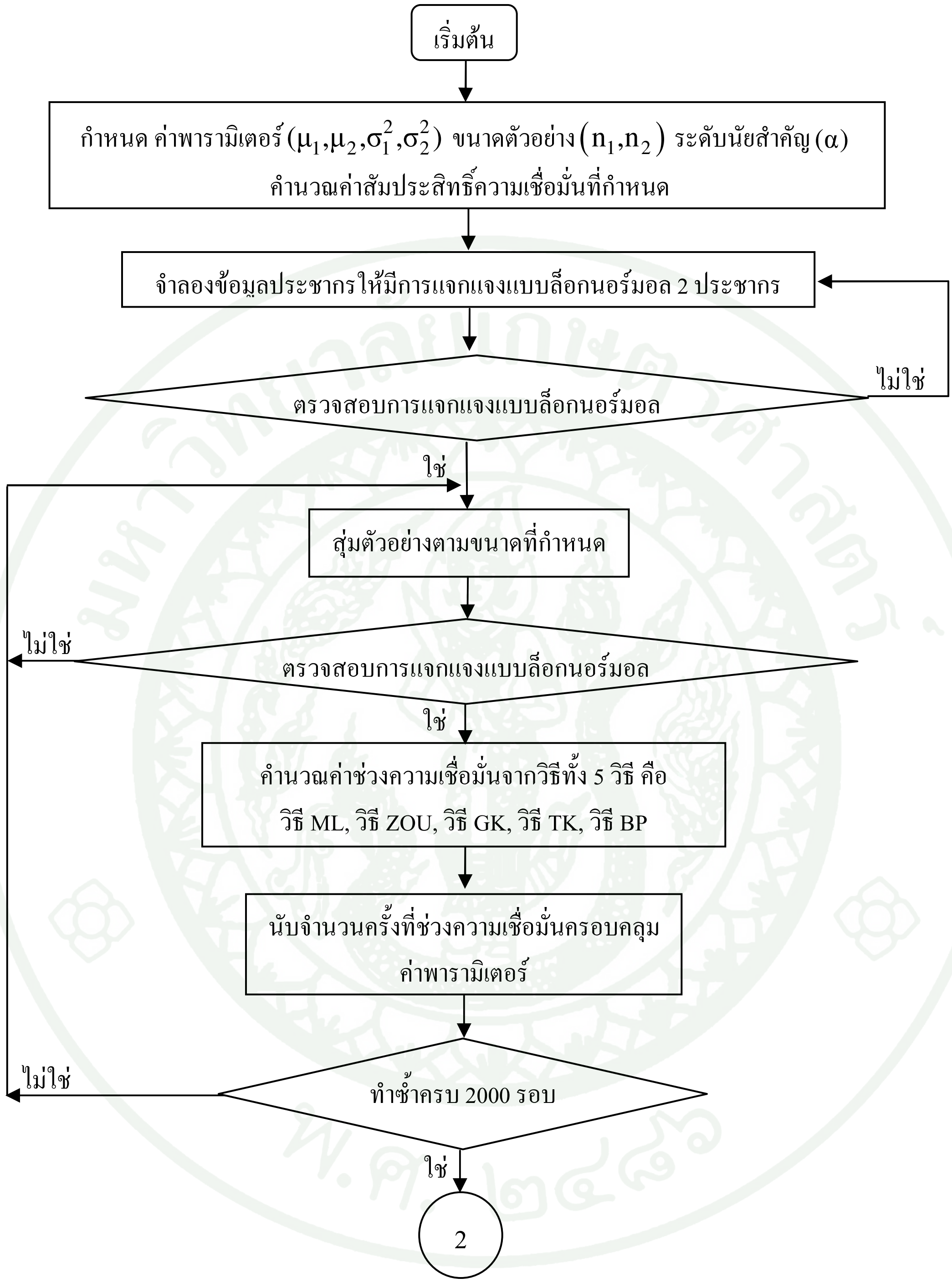
$\%CI > \psi$ คือ ร้อยละของช่วงที่ตกสูงกว่าค่าพารามิเตอร์ที่แท้จริง ψ

8. เปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นและค่าอคติสัมพัทธ์

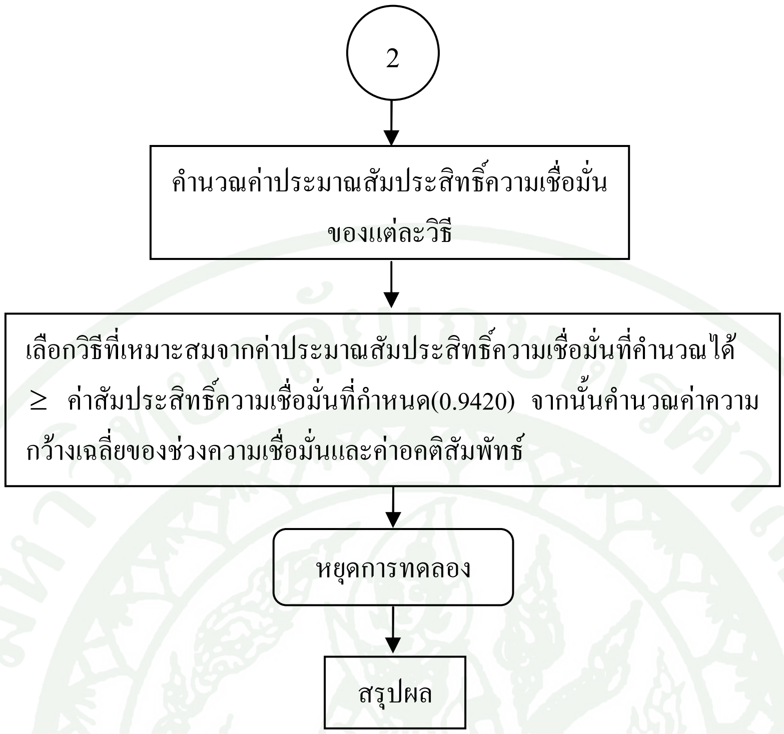
ตรวจสอบว่าค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นมีค่าไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดหรือไม่ ถ้าวิธีการประมาณใดให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นมีค่าไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดในแต่ละสถานการณ์แล้ว ให้นำมาเปรียบเทียบค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นว่าวิธีการประมาณใดให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำที่สุด และค่าอคติสัมพัทธ์น้อยที่สุดนั้น แสดงว่าวิธีการประมาณค่าแบบช่วงความเชื่อมั่นของผลต่างค่าเฉลี่ยสองประชากรของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลมีประสิทธิภาพสูงสุด ในแต่ละสถานการณ์

9. สรุปผลการทดลอง

จากขั้นตอนที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปได้เป็นผังการดำเนินงานตามภาพที่ 9



ภาพที่ 9 แผนผังขั้นตอนการดำเนินงานวิจัย


2
คำนวณค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของแต่ละวิธี
เลือกวิธีที่เหมาะสมจากค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่คำนวณได้ ≥ ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด(0.9420) จากนั้นคำนวณค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นและค่าอคติสัมพัทธ์
หยุดการทดลอง
สรุปผล

ภาพที่ 9 (ต่อ)

ผลและวิจารณ์

ผล

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการประมาณค่าแบบช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างค่าเฉลี่ยสองประชากรที่มีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล 5 วิธี คือ วิธีความควรจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Approach) วิธีของ Zou และคณะ (Zou’s Method) วิธีเจเนอรัลไลซ์คอนฟิเดนซ์อินเทอร์วัลส์ (Generalized Confidence Interval) โดยใช้ตัวสถิติของ Krishnamoorthy and Mathew วิธีเจเนอรัลไลซ์คอนฟิเดนซ์อินเทอร์วัลส์ (Generalized Confidence Interval) โดยใช้ตัวสถิติของ Maiklad และวิธีบูตสแตรปท์เปอร์เซ็นต์ไทล์ (Bootstrap Percentile) โดยเกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพมี 3 เกณฑ์ ดังนี้

1. ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นโดยพิจารณาช่วงความเชื่อมั่น 95% ของผลต่างค่าเฉลี่ยสองประชากรที่มีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล กล่าวได้ว่าวิธีการประมาณใดให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด 0.9420 ถือว่าวิธีการประมาณนั้นมีประสิทธิภาพดี

2. ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น โดยวิธีการประมาณใดให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นน้อยที่สุด จะถือว่าวิธีการประมาณนั้นเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพมากที่สุดในสถานการณ์ต่างๆ

3. ค่าอคติสัมพัทธ์ของช่วงความเชื่อมั่นโดยวิธีการประมาณใดให้ค่าอคติสัมพัทธ์ต่ำที่สุด จะถือว่าวิธีการประมาณนั้นมีประสิทธิภาพดีที่สุด

เพื่อความสะดวกในการอธิบายจึงกำหนดสัญลักษณ์ เพื่อแทนความหมายต่างๆดังนี้

ML แทน วิธีความควรจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Approach)

ZOU แทน วิธีของ Zou และคณะ (Zou’s Method)

GK แทน วิธีเจเนอรัลไลซ์คอนฟิเดนซ์อินเทอร์วัลส์ (Generalized Confidence Interval) โดยใช้ตัวสถิติของ Krishnamoorthy and Mathew

TK แทน วิธีเจเนอรัลไลซ์คอนฟิเดนซ์อินเทอร์วัลส์ (Generalized Confidence Interval) โดยใช้ตัวสถิติของ Maiklad

BP แทน วิธีบูตสแตรปท์เปอร์เซ็นต์ไทล์ (Bootstrap Percentile)

σ_1^2 แทน ความแปรปรวนจากประชากรที่ 1

σ_2^2 แทน ความแปรปรวนจากประชากรที่ 2

μ_1 แทน ค่าเฉลี่ยจากประชากรที่ 1

μ_2 แทน ค่าเฉลี่ยจากประชากรที่ 2

n_1 แทน ขนาดตัวอย่างจากประชากรที่ 1

n_2 แทน ขนาดตัวอย่างจากประชากรที่ 2

ในการจำลองข้อมูลประชากรที่ 1 และประชากรที่ 2 ที่มีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลซึ่งแตกต่างกันตามค่าเฉลี่ย μ_1, μ_2 และความแปรปรวน σ_1^2, σ_2^2 จากนั้นทำการสุ่มตัวอย่างขนาด n_1 และ n_2 จากประชากรดังกล่าว ทำให้ได้จำนวนสถานการณ์ที่ศึกษาเพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการประมาณค่าแบบช่วงความเชื่อมั่น 95% ของผลต่างค่าเฉลี่ยสองประชากรทั้งหมด 198 สถานการณ์ โดยผลการศึกษาปรากฏในตารางที่ 3-12 และภาพที่ 10-21 ดังรายละเอียดต่อไปนี้

ตารางที่ 3-6 แสดงค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น โดยจำแนกตามค่าพารามิเตอร์และขนาดตัวอย่าง

ภาพที่ 10-13 แสดงการเปรียบเทียบค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น โดยจำแนกตามค่าพารามิเตอร์และขนาดตัวอย่าง

ตารางที่ 7-10 แสดงค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นจากการทดลอง โดยจำแนกตามค่าพารามิเตอร์และขนาดตัวอย่าง

ภาพที่ 14-17 แสดงการเปรียบเทียบค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นจากการทดลอง โดยจำแนกตามค่าพารามิเตอร์และขนาดตัวอย่าง

ตารางที่ 11-12 แสดงค่าอคติสัมพัทธ์จากการทดลอง โดยจำแนกตามค่าพารามิเตอร์และขนาดตัวอย่าง

ภาพที่ 18-21 แสดงการเปรียบเทียบค่าอคติสัมพัทธ์จากการทดลอง โดยจำแนกตามค่าพารามิเตอร์และขนาดตัวอย่าง

ตารางที่ 3 เปรียบเทียบค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น กรณีที่ขนาดตัวอย่างเท่ากัน และ $\mu_1 = 0, \mu_2 = 0$

ความแปรปรวน	วิธี	ขนาดตัวอย่าง (n_1,n_2)				
		(10,10)	(20,20)	(30,30)	(50,50)	(100,100)
σ_1^2=0.0269 σ_2^2=0.0988	ML	1.0000*	1.0000*	1.0000*	1.0000*	1.0000*
	ZOU	0.8120	0.7885	0.7985	0.7875	0.8055
	GK	0.9885*	0.9775*	0.9850*	0.9815*	0.9830*
	TK	0.9870*	0.9795*	0.9870*	0.9815*	0.9820*
	BP	0.9590*	0.9615*	0.9745*	0.9755*	0.9760*
σ_1^2=0.07 σ_2^2=0.1	ML	1.0000*	1.0000*	1.0000*	1.0000*	1.0000*
	ZOU	0.8345	0.8200	0.8290	0.8235	0.8295
	GK	0.9820*	0.9755*	0.9785*	0.9800*	0.9755*
	TK	0.9825*	0.9765*	0.9760*	0.9795*	0.9755*
	BP	0.9525*	0.9600*	0.9680*	0.9725*	0.9730*
σ_1^2=0.2 σ_2^2=0.5	ML	0.9965*	0.9975*	0.9985*	0.9960*	0.9980*
	ZOU	0.8440	0.8125	0.8015	0.7845	0.7900
	GK	0.9740*	0.9730*	0.9745*	0.9690*	0.9700*
	TK	0.9785*	0.9795*	0.9775*	0.9695*	0.9695*
	BP	0.9325	0.9500*	0.9605*	0.9605*	0.9625*
σ_1^2=0.5 σ_2^2=1	ML	0.9895*	0.9820*	0.9855*	0.9875*	0.9790*
	ZOU	0.8365	0.8260	0.8060	0.7890	0.7925
	GK	0.9780*	0.9730*	0.9705*	0.9700*	0.9685*
	TK	0.9840*	0.9760*	0.9745*	0.9765*	0.9680*
	BP	0.9135	0.9435*	0.9545*	0.9625*	0.9625*
σ_1^2=0.75 σ_2^2=1	ML	0.9970*	0.9945*	0.9860*	0.9840*	0.9825*
	ZOU	0.8615	0.8350	0.8225	0.8240	0.8405
	GK	0.9740*	0.9685*	0.9680*	0.9665*	0.9760*
	TK	0.9815*	0.9760*	0.9725*	0.9705*	0.9755*
	BP	0.9335	0.9510*	0.9535*	0.9625*	0.9685*

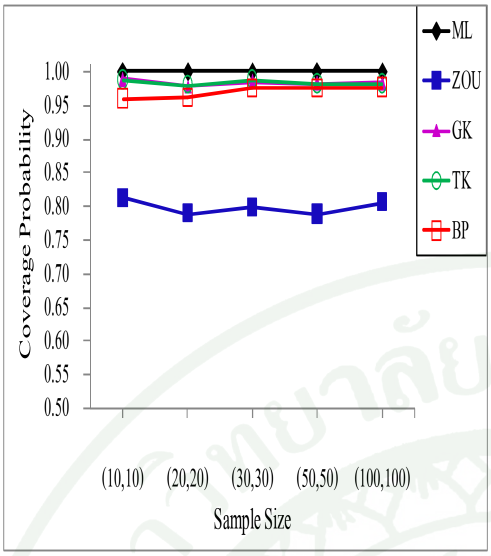
ตารางที่ 3 (ต่อ)

ความแปรปรวน	วิธี	ขนาดตัวอย่าง (n_1,n_2)				
		(10,10)	(20,20)	(30,30)	(50,50)	(100,100)
$\sigma_1^2=1$ $\sigma_2^2=1$	ML	1.0000*	0.9980*	0.9905*	0.9825*	0.9730*
	ZOU	0.8615	0.8530	0.8295	0.8285	0.8220
	GK	0.9735*	0.9700*	0.9720*	0.9675*	0.9675*
	TK	0.9865*	0.9750*	0.9780*	0.9710*	0.9695*
	BP	0.9415	0.9515*	0.9545*	0.9580*	0.9640*
$\sigma_1^2=1$ $\sigma_2^2=1.5$	ML	0.9875*	0.9735*	0.9675*	0.9575*	0.9530*
	ZOU	0.8235	0.8225	0.8040	0.8085	0.7880
	GK	0.9745*	0.9635*	0.9620*	0.9685*	0.9695*
	TK	0.9820*	0.9700*	0.9690*	0.9695*	0.9695*
	BP	0.9200	0.9405	0.9450*	0.9560*	0.9630*
$\sigma_1^2=3$ $\sigma_2^2=1$	ML	0.8025	0.8390	0.8545	0.8320	0.8245
	ZOU	0.6010	0.6510	0.6780	0.6735	0.6930
	GK	0.9710*	0.9630*	0.9640*	0.9620*	0.9640*
	TK	0.9765*	0.9660*	0.9660*	0.9610*	0.9650*
	BP	0.8380	0.8930	0.9180	0.9345	0.9450*
$\sigma_1^2=3.5$ $\sigma_2^2=2$	ML	0.8450	0.8350	0.8620	0.8400	0.8160
	ZOU	0.6395	0.6905	0.7000	0.7125	0.7330
	GK	0.9640*	0.9685*	0.9600*	0.9685*	0.9600*
	TK	0.9710*	0.9695*	0.9635*	0.9675*	0.9615*
	BP	0.8395	0.8970	0.9245	0.9405	0.9440*
$\sigma_1^2=4$ $\sigma_2^2=2$	ML	0.7895	0.8005	0.8135	0.7895	0.7645
	ZOU	0.5815	0.6335	0.6660	0.6720	0.6830
	GK	0.9700*	0.9605*	0.9680*	0.9610*	0.9625*
	TK	0.9720*	0.9610*	0.9680*	0.9600*	0.9640*
	BP	0.8370	0.8920	0.9080	0.9260	0.9390

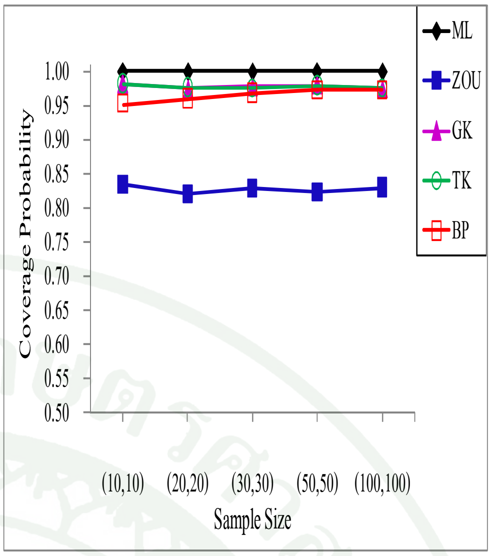
ตารางที่ 3 (ต่อ)

ความแปรปรวน	วิธี	ขนาดตัวอย่าง (n_1,n_2)				
		(10,10)	(20,20)	(30,30)	(50,50)	(100,100)
$\sigma_1^2=4$ $\sigma_2^2=4$	ML	1.0000*	0.9985*	0.9385	0.8445	0.7955
	ZOU	0.7085	0.7600	0.7585	0.7900	0.7910
	GK	0.9660*	0.9695*	0.9610*	0.9620*	0.9600*
	TK	0.9785*	0.9760*	0.9630*	0.9640*	0.9615*
	BP	0.9265	0.9545*	0.9465*	0.9490*	0.9550*

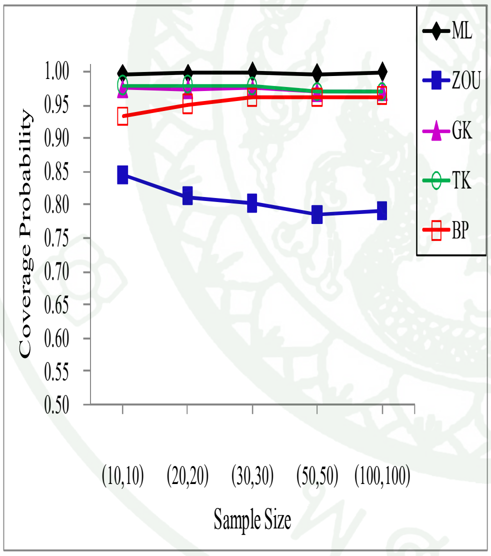
หมายเหตุ * วิธีที่ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด



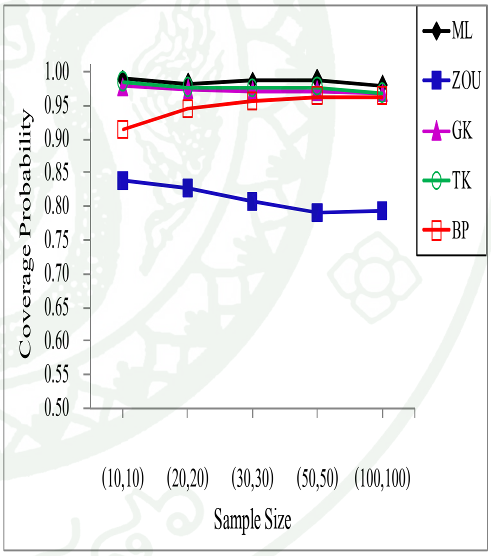
กรณีที่ σ_1^2=0.0269 , σ_2^2=0.0988



กรณีที่ σ_1^2=0.07 , σ_2^2=0.1

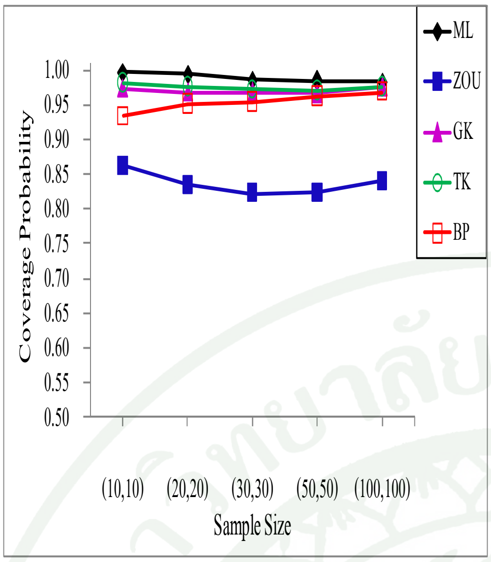


กรณีที่ σ_1^2=0.2 , σ_2^2=0.5

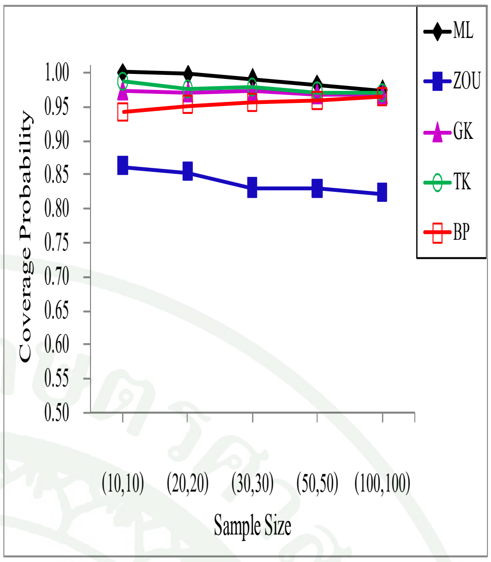


กรณีที่ σ_1^2=0.5 , σ_2^2=1

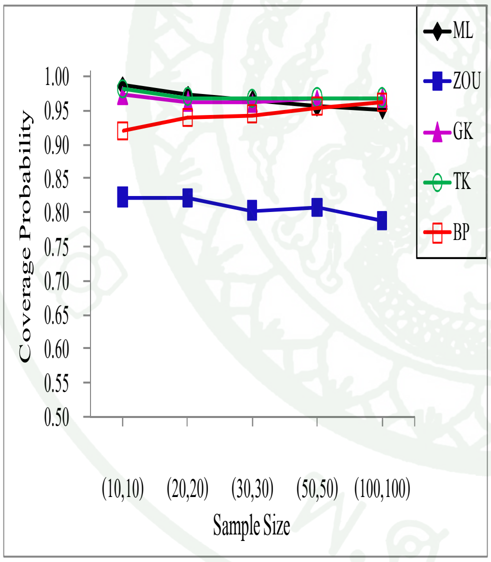
ภาพที่ 10 การเปรียบเทียบค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นในกรณีต่างๆของ σ_1^2, σ_2^2 กรณีที่ขนาดตัวอย่างเท่ากันและ $\mu_1 = 0, \mu_2 = 0$



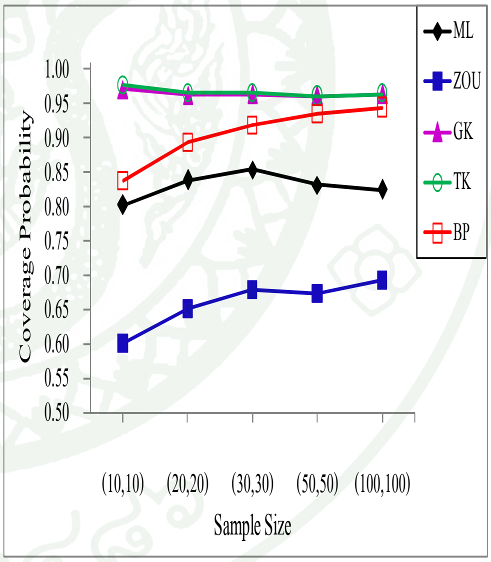
กรณีที่ $\sigma_1^2=0.75, \sigma_2^2=1$



กรณีที่ $\sigma_1^2=1, \sigma_2^2=1$

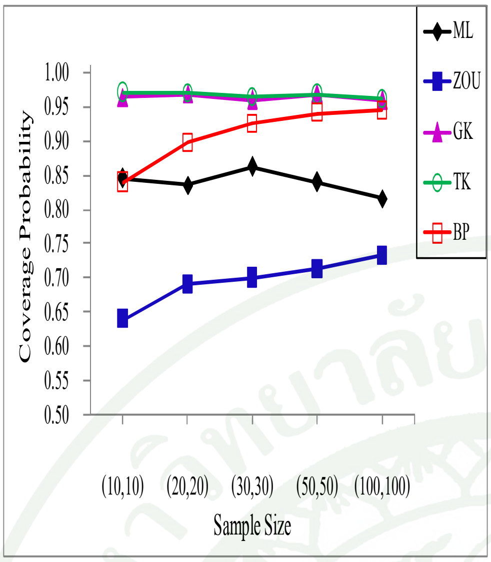


กรณีที่ $\sigma_1^2=1, \sigma_2^2=1.5$

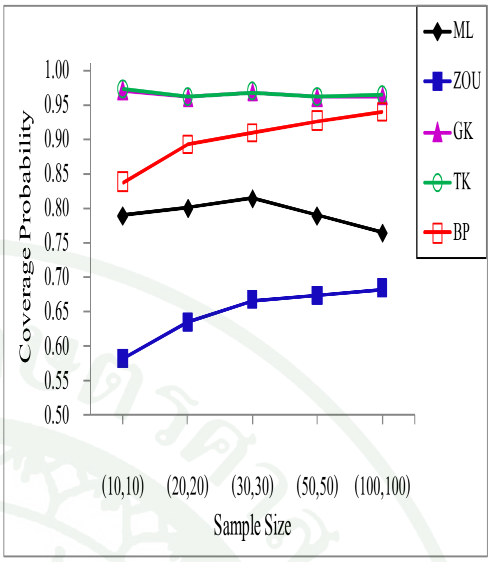


กรณีที่ $\sigma_1^2=3, \sigma_2^2=1$

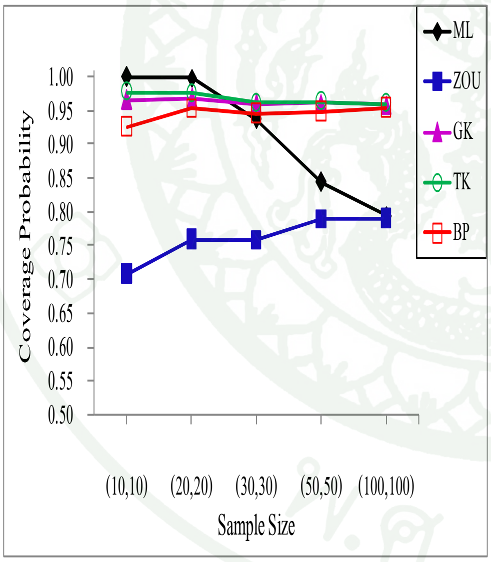
ภาพที่ 10 (ต่อ)



กรณีที่ $\sigma_1^2=3.5, \sigma_2^2=2$



กรณีที่ $\sigma_1^2=4, \sigma_2^2=2$



กรณีที่ $\sigma_1^2=4, \sigma_2^2=4$

ภาพที่ 10 (ต่อ)

เมื่อเกณฑ์ที่ใช้ในการพิจารณาเปรียบเทียบประสิทธิภาพคือค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น ดังนั้นผลการศึกษาพบว่าจากตารางที่ 3 และภาพที่ 10 กรณีที่ขนาดตัวอย่างจากสองประชากรเท่ากัน ($n_1 = n_2$) และ $\mu_1 = 0$, $\mu_2 = 0$ พบว่า วิธี GK และ วิธี TK ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด (มีประสิทธิภาพดี) ไม่ว่าความแปรปรวนของทั้งสองประชากรและขนาดตัวอย่างที่สุ่มจะน้อยหรือมากก็ตาม ส่วนวิธี ML จะมีประสิทธิภาพดีก็ต่อเมื่อความแปรปรวนของทั้งสองประชากรมีค่าน้อย และแตกต่างกันไม่มาก ($\sigma_1^2 \le 1$ และ $\sigma_2^2 \le 1.5$) ในทุกระดับของขนาดตัวอย่างที่ทำการสุ่ม นอกจากนี้พบว่าวิธี BP มีประสิทธิภาพดี ในทุกระดับของขนาดตัวอย่างที่ทำการสุ่ม เมื่อความแปรแปรวนของทั้งสองประชากรมีค่าน้อยและแตกต่างกันไม่มาก แต่เมื่อความแปรปรวนของทั้งสองประชากรเพิ่มขึ้น พบว่าวิธี BP จะมีประสิทธิภาพดีก็ต่อเมื่อขนาดตัวอย่าง n_1 และ n_2 มีค่าเพิ่มขึ้น

ตารางที่ 4 เปรียบเทียบค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น กรณีที่ขนาดตัวอย่างไม่เท่ากัน และ $\mu_1 = 0, \mu_2 = 0$

ความแปรปรวน	วิธี	ขนาดตัวอย่าง (n_1,n_2)			
		(10,20)	(10,30)	(20,30)	(50,100)
σ_1^2=0.0269 σ_2^2=0.0988	ML	1.0000*	1.0000*	1.0000*	1.0000*
	ZOU	0.8290	0.8155	0.7980	0.8265
	GK	0.9830*	0.9795*	0.9805*	0.9775*
	TK	0.9845*	0.9805*	0.9810*	0.9770*
	BP	0.9630*	0.9615*	0.9665*	0.9745*
σ_1^2=0.07 σ_2^2=0.1	ML	1.0000*	1.0000*	1.0000*	1.0000*
	ZOU	0.8240	0.8150	0.8190	0.8350
	GK	0.9800*	0.9800*	0.9820*	0.9770*
	TK	0.9805*	0.9830*	0.9855*	0.9775*
	BP	0.9485*	0.9530*	0.9685*	0.9715*
σ_1^2=0.2 σ_2^2=0.5	ML	1.0000*	1.0000*	1.0000*	1.0000*
	ZOU	0.8620	0.8440	0.8250	0.8110
	GK	0.9870*	0.9815*	0.9750*	0.9740*
	TK	0.9895*	0.9850*	0.9770*	0.9730*
	BP	0.9655*	0.9595*	0.9585*	0.9665*
σ_1^2=0.5 σ_2^2=1	ML	1.0000*	1.0000*	0.9940*	0.9890*
	ZOU	0.8565	0.8630	0.8110	0.8110
	GK	0.9785*	0.9755*	0.9725*	0.9665*
	TK	0.9820*	0.9785*	0.9760*	0.9685*
	BP	0.9530*	0.9565*	0.9575*	0.9650*
σ_1^2=0.75 σ_2^2=1	ML	1.0000*	1.0000*	0.9945*	0.9900*
	ZOU	0.8615	0.8445	0.8325	0.8270
	GK	0.9715*	0.9810*	0.9670*	0.9650*
	TK	0.9780*	0.9840*	0.9690*	0.9690*
	BP	0.9475*	0.9595*	0.9525*	0.9580*

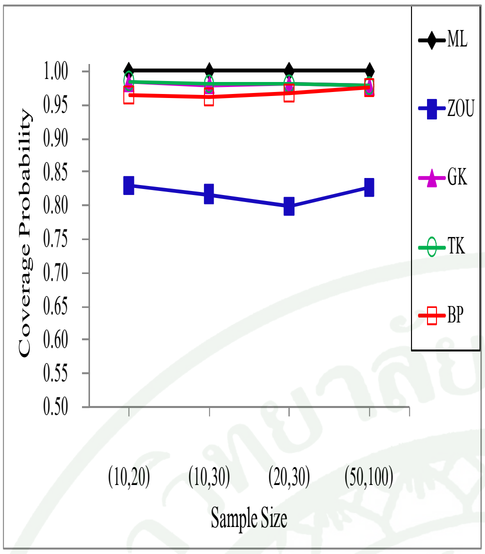
ตารางที่ 4 (ต่อ)

ความแปรปรวน	วิธี	ขนาดตัวอย่าง (n_1,n_2)			
		(10,20)	(10,30)	(20,30)	(50,100)
$\sigma_1^2=1$ $\sigma_2^2=1$	ML	0.9990*	0.9970*	0.9915*	0.9890*
	ZOU	0.8385	0.8240	0.8295	0.8155
	GK	0.9670*	0.9725*	0.9640*	0.9755*
	TK	0.9770*	0.9800*	0.9675*	0.9770*
	BP	0.9360	0.9250	0.9470*	0.9670*
$\sigma_1^2=1$ $\sigma_2^2=1.5$	ML	0.9995*	1.0000*	0.9880*	0.9810*
	ZOU	0.8315	0.8540	0.8375	0.8185
	GK	0.9650*	0.9700*	0.9645*	0.9690*
	TK	0.9765*	0.9810*	0.9705*	0.9745*
	BP	0.9400	0.9550*	0.9550*	0.9630*
$\sigma_1^2=3$ $\sigma_2^2=1$	ML	0.8105	0.7825	0.8270	0.8440
	ZOU	0.5985	0.5795	0.6520	0.6855
	GK	0.9580*	0.9660*	0.9590*	0.9680*
	TK	0.9700*	0.9760*	0.9640*	0.9665*
	BP	0.8490	0.8315	0.8930	0.9400
$\sigma_1^2=3.5$ $\sigma_2^2=2$	ML	0.8270	0.8150	0.8300	0.8285
	ZOU	0.6060	0.6200	0.6490	0.6980
	GK	0.9615*	0.9650*	0.9655*	0.9575*
	TK	0.9725*	0.9740*	0.9635*	0.9640*
	BP	0.8515	0.8525	0.8975	0.9320
$\sigma_1^2=4$ $\sigma_2^2=2$	ML	0.7510	0.7660	0.7970	0.8030
	ZOU	0.5345	0.5310	0.6305	0.6670
	GK	0.9605*	0.9645*	0.9575*	0.9660*
	TK	0.9685*	0.9740*	0.9605*	0.9675*
	BP	0.8180	0.8315	0.8880	0.9325

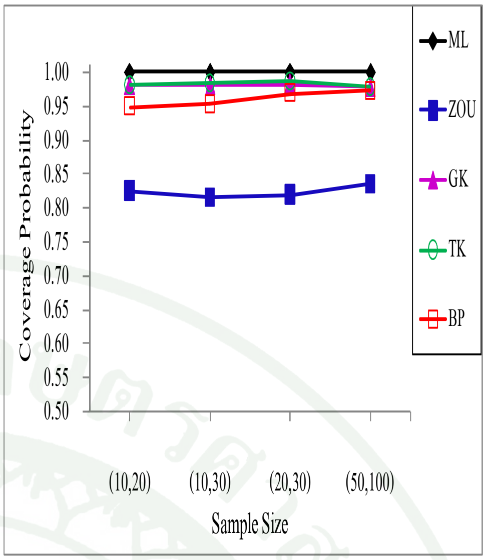
ตารางที่ 4 (ต่อ)

ความแปรปรวน	วิธี	ขนาดตัวอย่าง (n_1,n_2)			
		(10,20)	(10,30)	(20,30)	(50,100)
$\sigma_1^2=4$ $\sigma_2^2=4$	ML	0.9995*	1.0000*	0.9910*	0.8665
	ZOU	0.7190	0.7210	0.7455	0.7845
	GK	0.9545*	0.9650*	0.9680*	0.9595*
	TK	0.9655*	0.9755*	0.9700*	0.9610*
	BP	0.9160	0.9000	0.9470*	0.9425*

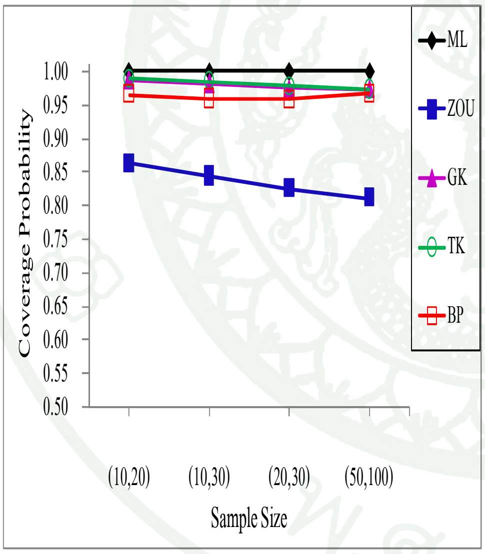
หมายเหตุ * วิธีที่ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด



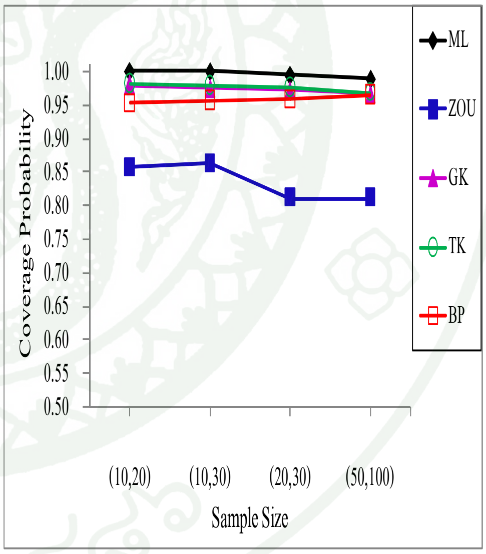
กรณีที่ $\sigma_1^2=0.0269, \sigma_2^2=0.0988$



กรณีที่ $\sigma_1^2=0.07, \sigma_2^2=0.1$

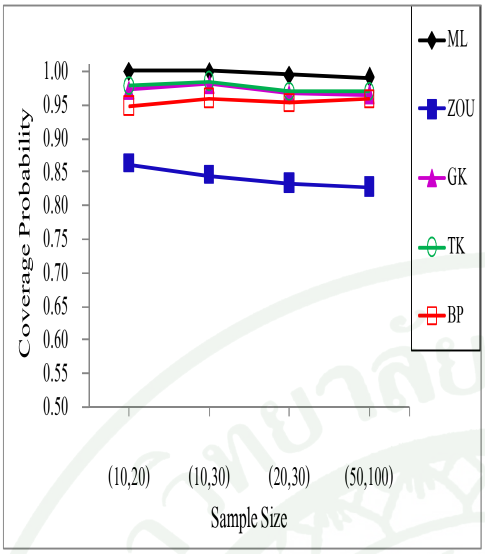


กรณีที่ $\sigma_1^2=0.2, \sigma_2^2=0.5$

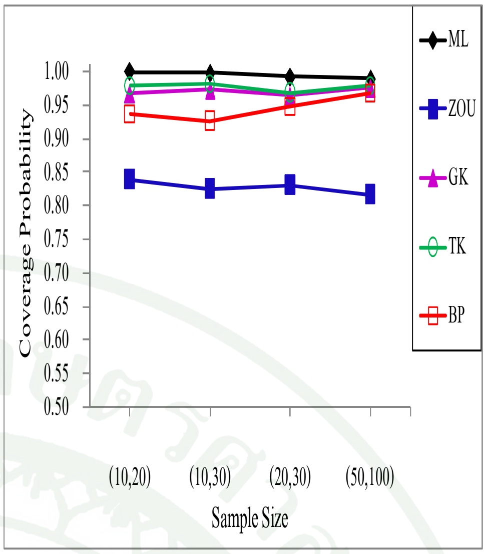


กรณีที่ $\sigma_1^2=0.5, \sigma_2^2=1$

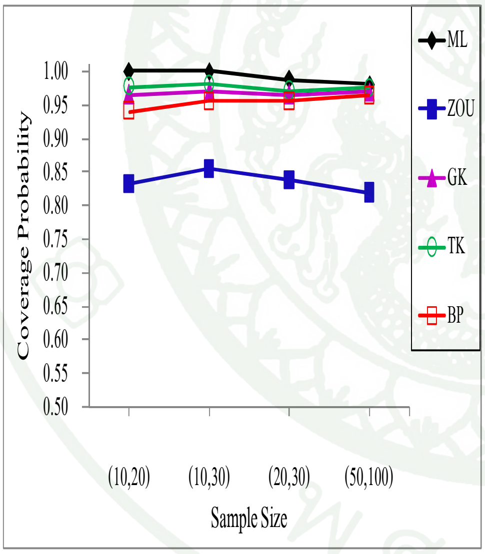
ภาพที่ 11 การเปรียบเทียบค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นในกรณีต่างๆของ σ_1^2, σ_2^2 กรณีที่ขนาดตัวอย่างไม่เท่ากันและ $\mu_1 = 0, \mu_2 = 0$



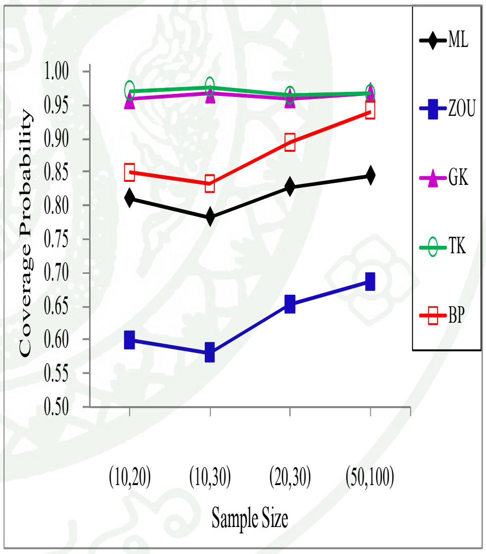
กรณีที่ $\sigma_1^2 = 0.75 , \sigma_2^2 = 1$



กรณีที่ $\sigma_1^2 = 1 , \sigma_2^2 = 1$

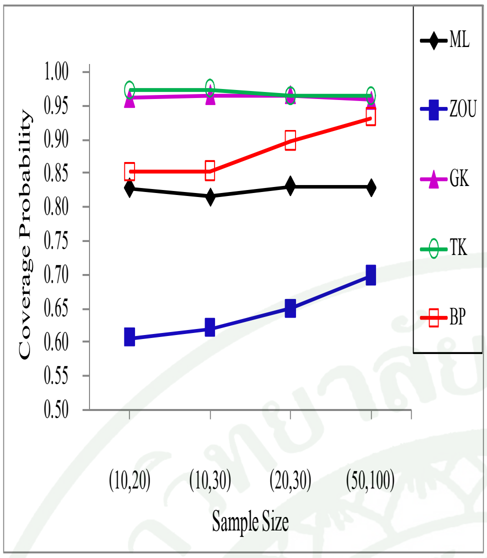


กรณีที่ $\sigma_1^2 = 1 , \sigma_2^2 = 1.5$

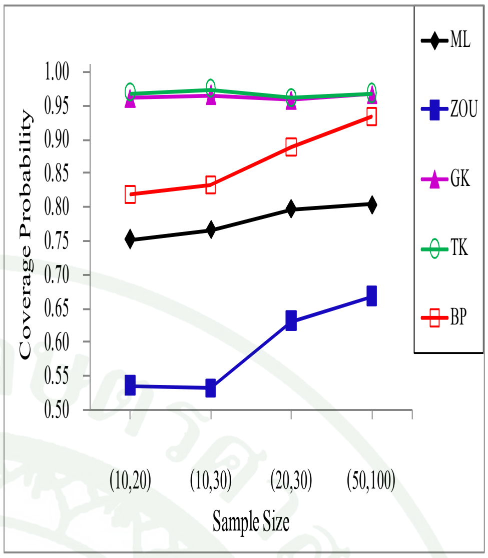


กรณีที่ $\sigma_1^2 = 3 , \sigma_2^2 = 1$

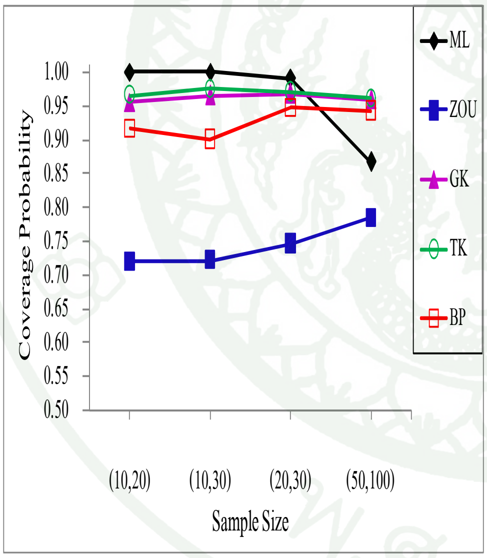
ภาพที่ 11 (ต่อ)



กรณีที่ $\sigma_1^2=3.5, \sigma_2^2=2$



กรณีที่ $\sigma_1^2=4, \sigma_2^2=2$



กรณีที่ $\sigma_1^2=4, \sigma_2^2=4$

ภาพที่ 11 (ต่อ)

นอกจากนี้เมื่อพิจารณาผลการคำนวณค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นในตารางที่ 4 และภาพที่ 11 กรณีที่ขนาดตัวอย่างจากสองประชากรไม่เท่ากัน $(n_1 \neq n_2)$ และ $\mu_1 = 0, \mu_2 = 0$ พบว่า วิธี GK และ วิธี TK ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด (มีประสิทธิภาพดี) ไม่ว่าความแปรปรวนของทั้งสองประชากรจะมากหรือน้อยก็ตามในทุกระดับของขนาดตัวอย่างที่ทำการสุ่ม ในขณะที่วิธี ML จะมีประสิทธิภาพดี เมื่อความแปรปรวนของทั้งสองประชากรมีค่าน้อยและแตกต่างกันไม่มาก $(\sigma_1^2 \leq 1$ และ $\sigma_2^2 \leq 1.5)$ ไม่ว่าขนาดตัวอย่างจะเป็นเท่าใดก็ตาม สำหรับวิธี BP พบว่าจะมีประสิทธิภาพดีในทุกระดับของขนาดตัวอย่างที่สุ่มเมื่อความแปรปรวนของทั้งสองประชากรมีค่าน้อยและแตกต่างกันไม่มาก $(\sigma_1^2 \leq 0.75$ และ $\sigma_2^2 \leq 1)$ แต่เมื่อความแปรปรวนของทั้งสองประชากรมีค่าเท่ากันคือ $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = 1$ พบว่า วิธี BP จะมีประสิทธิภาพดีก็ต่อเมื่อขนาดตัวอย่าง $(n_1,n_2) = (20,30)$, $(50,100)$ เท่านั้น นอกจากนี้เมื่อความแปรปรวนของประชากรที่ 2 เพิ่มขึ้นเป็น $\sigma_2^2 = 1.5$ ในขณะที่ความแปรปรวนของประชากรที่ 1 เป็น $\sigma_2^2 = 1$ วิธี BP จะมีประสิทธิภาพดี เมื่อขนาดตัวอย่าง $(n_1,n_2) = (10,20)$, $(20,30)$ และ $(50,100)$ แต่เมื่อความแปรปรวนของประชากรทั้งสองมีค่าเพิ่มขึ้นและแตกต่างกันมาก พบว่าวิธี BP ให้ค่าประมาณประสิทธิ์ความเชื่อมั่นต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด (ประสิทธิภาพไม่ดี) อย่างไรก็ตามเมื่อความแปรปรวนของทั้งสองประชากรมีค่ามากและเท่ากันกล่าวคือ $\sigma_1^2 = 4$ และ $\sigma_2^2 = 4$ พบว่า วิธี BP มีประสิทธิภาพดีเมื่อขนาดตัวอย่าง $(n_1,n_2) = (20,30)$, $(50,100)$ เท่านั้น

ตารางที่ 5 เปรียบเทียบค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น กรณีที่ขนาดตัวอย่างเท่ากัน และ $\mu_1 = 5$, $\mu_2 = 0$

ความแปรปรวน	วิธี	ขนาดตัวอย่าง (n_1,n_2)				
		(10,10)	(20,20)	(30,30)	(50,50)	(100,100)
σ_1^2=0.0269 σ_2^2=0.0988	ML	1.0000*	1.0000*	1.0000*	1.0000*	1.0000*
	ZOU	0.6860	0.7155	0.6995	0.7055	0.7070
	GK	0.9790*	0.9830*	0.9825*	0.9870*	0.9845*
	TK	0.9790*	0.9790*	0.9825*	0.9840*	0.9830*
	BP	0.9370	0.9580*	0.9715*	0.9785*	0.9800*
σ_1^2=0.07 σ_2^2=0.1	ML	1.0000*	1.0000*	1.0000*	1.0000*	1.0000*
	ZOU	0.6995	0.7050	0.7015	0.7155	0.6935
	GK	0.9770*	0.9810*	0.9785*	0.9835*	0.9815*
	TK	0.9795*	0.9825*	0.9785*	0.9835*	0.9840*
	BP	0.9205	0.9625*	0.9625*	0.9755*	0.9805*
σ_1^2=0.2 σ_2^2=0.5	ML	0.9975*	1.0000*	1.0000*	1.0000*	1.0000*
	ZOU	0.7195	0.7180	0.7000	0.7175	0.7175
	GK	0.9765*	0.9770*	0.9850*	0.9825*	0.9800*
	TK	0.9820*	0.9780*	0.9835*	0.9845*	0.9790*
	BP	0.9175	0.9535*	0.9615*	0.9690*	0.9750*
σ_1^2=0.5 σ_2^2=1	ML	0.9690*	0.9760*	0.9865*	0.9910*	0.9945*
	ZOU	0.7390	0.7350	0.7165	0.7265	0.7125
	GK	0.9760*	0.9690*	0.9745*	0.9795*	0.9775*
	TK	0.9785*	0.9735*	0.9770*	0.9810*	0.9775*
	BP	0.9000	0.9405	0.9435*	0.9600*	0.9655*
σ_1^2=0.75 σ_2^2=1	ML	0.9460*	0.9530*	0.9645*	0.9730*	0.9785*
	ZOU	0.7400	0.7160	0.7180	0.7070	0.7125
	GK	0.9770*	0.9700*	0.9750*	0.9700*	0.9695*
	TK	0.9825*	0.9760*	0.9790*	0.9720*	0.9695*
	BP	0.8970	0.9235	0.9430*	0.9485*	0.9620*

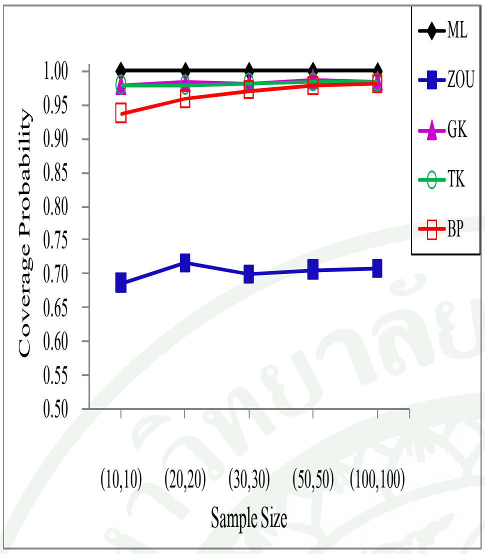
ตารางที่ 5 (ต่อ)

ความแปรปรวน	วิธี	ขนาดตัวอย่าง (n_1,n_2)				
		(10,10)	(20,20)	(30,30)	(50,50)	(100,100)
σ_1^2=1 σ_2^2=1	ML	0.9130	0.9415	0.9570*	0.9615*	0.9645*
	ZOU	0.7140	0.7255	0.7150	0.7140	0.6860
	GK	0.9665*	0.9725*	0.9710*	0.9750*	0.9725*
	TK	0.9765*	0.9735*	0.9750*	0.9740*	0.9710*
	BP	0.8745	0.9240	0.9495*	0.9575*	0.9585*
σ_1^2=1 σ_2^2=1.5	ML	0.9150	0.9425*	0.9485*	0.9545*	0.9535*
	ZOU	0.6955	0.7310	0.7065	0.7035	0.6755
	GK	0.9720*	0.9710*	0.9720*	0.9655*	0.9695*
	TK	0.9770*	0.9730*	0.9740*	0.9695*	0.9690*
	BP	0.8620	0.9255	0.9390	0.9460*	0.9525*
σ_1^2=3 σ_2^2=1	ML	0.7700	0.8200	0.8370	0.8325	0.8315
	ZOU	0.5695	0.6430	0.6655	0.6755	0.6815
	GK	0.9590*	0.9620*	0.9565*	0.9655*	0.9605*
	TK	0.9700*	0.9690*	0.9630*	0.9630*	0.9625*
	BP	0.8275	0.9050	0.9130	0.9320	0.9490*
σ_1^2=3.5 σ_2^2=2	ML	0.7535	0.8050	0.8085	0.8130	0.8040
	ZOU	0.5415	0.6130	0.6295	0.6735	0.6820
	GK	0.9620*	0.9640*	0.9535*	0.9635*	0.9655*
	TK	0.9730*	0.9640*	0.9620*	0.9665*	0.9675*
	BP	0.8215	0.8995	0.9135	0.9385	0.9520*
σ_1^2=4 σ_2^2=2	ML	0.7270	0.7575	0.7725	0.7845	0.7695
	ZOU	0.5285	0.5825	0.6190	0.6730	0.6715
	GK	0.9630*	0.9670*	0.9670*	0.9585*	0.9610*
	TK	0.9725*	0.9690*	0.9690*	0.9615*	0.9610*
	BP	0.8140	0.8740	0.9120	0.9290	0.9430*

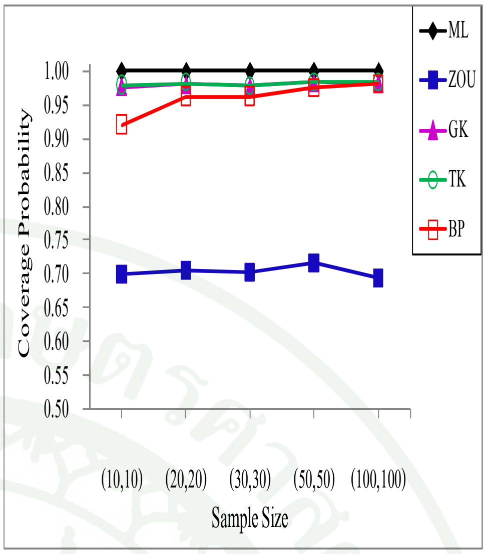
ตารางที่ 5 (ต่อ)

ความแปรปรวน	วิธี	ขนาดตัวอย่าง (n_1,n_2)				
		(10,10)	(20,20)	(30,30)	(50,50)	(100,100)
$\sigma_1^2=4$ $\sigma_2^2=4$	ML	0.7380	0.7675	0.7960	0.7715	0.7710
	ZOU	0.5400	0.5975	0.6350	0.6485	0.6810
	GK	0.9660*	0.9640*	0.9590*	0.9565*	0.9665*
	TK	0.9705*	0.9680*	0.9600*	0.9565*	0.9650*
	BP	0.8320	0.8735	0.9000	0.9270	0.9500*

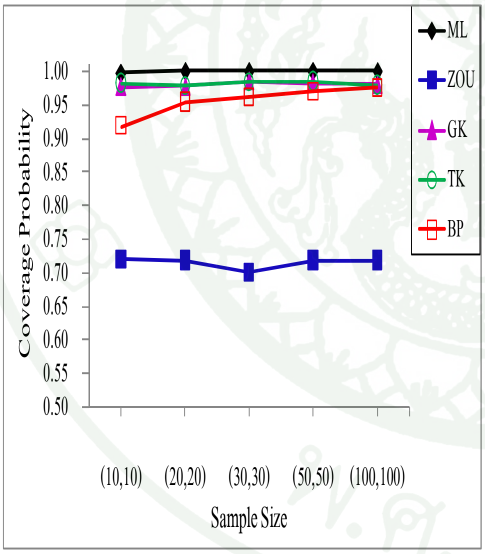
หมายเหตุ * วิธีที่ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด



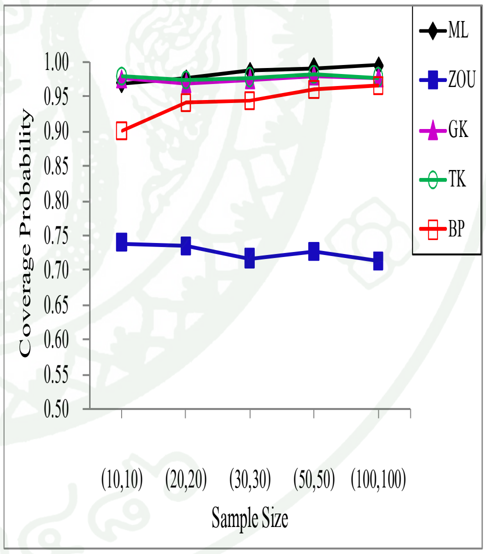
กรณีที่ $\sigma_1^2=0.0269, \sigma_2^2=0.0988$



กรณีที่ $\sigma_1^2=0.07, \sigma_2^2=0.1$

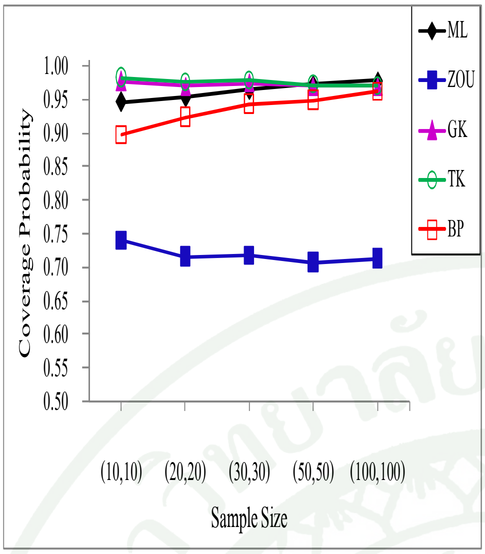


กรณีที่ $\sigma_1^2=0.2, \sigma_2^2=0.5$

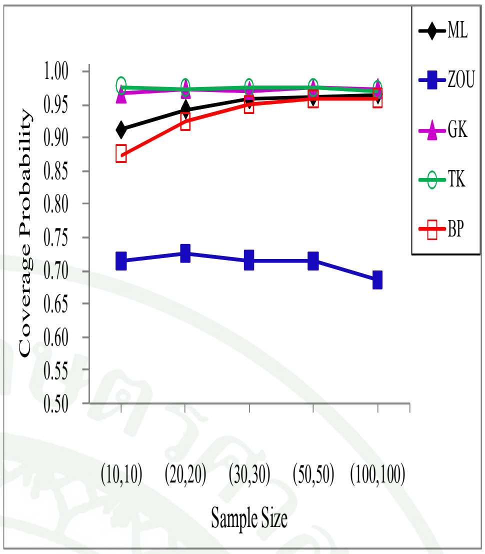


กรณีที่ $\sigma_1^2=0.5, \sigma_2^2=1$

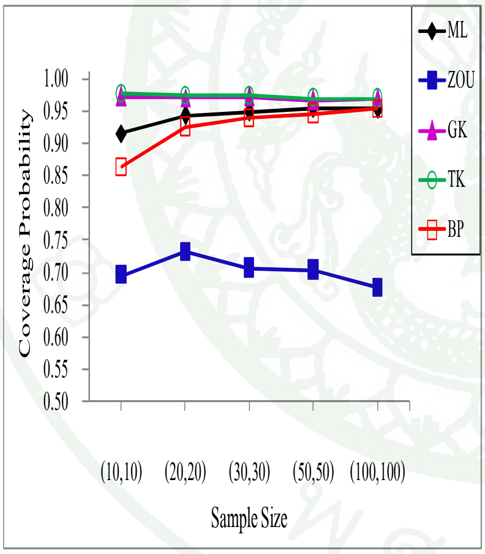
ภาพที่ 12 การเปรียบเทียบค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นในกรณีต่างๆของ σ_1^2, σ_2^2 กรณีที่ขนาดตัวอย่างไม่เท่ากันและ $\mu_1=5, \mu_2=0$



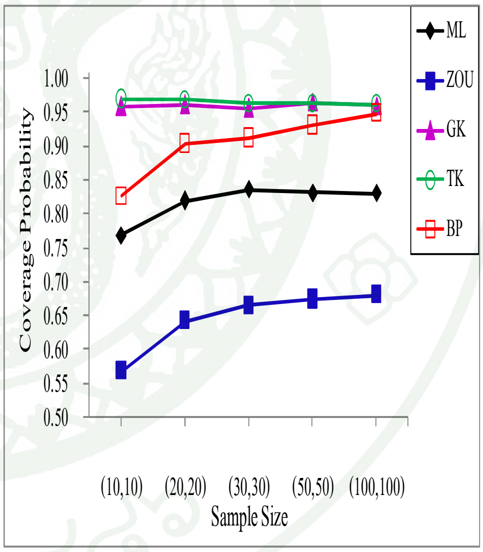
กรณีที่ $\sigma_1^2=0.75 , \sigma_2^2=1$



กรณีที่ $\sigma_1^2=1 , \sigma_2^2=1$

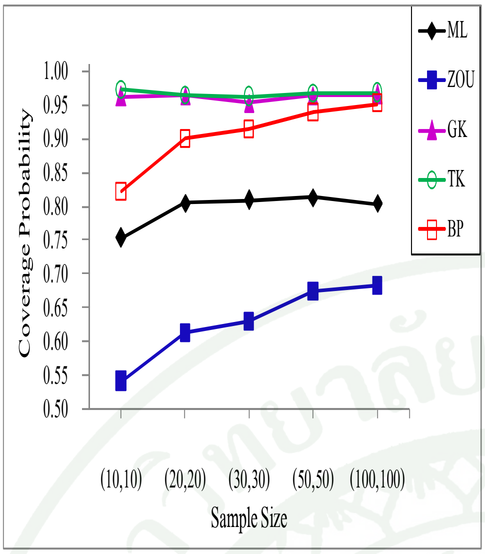


กรณีที่ $\sigma_1^2=1 , \sigma_2^2=1.5$

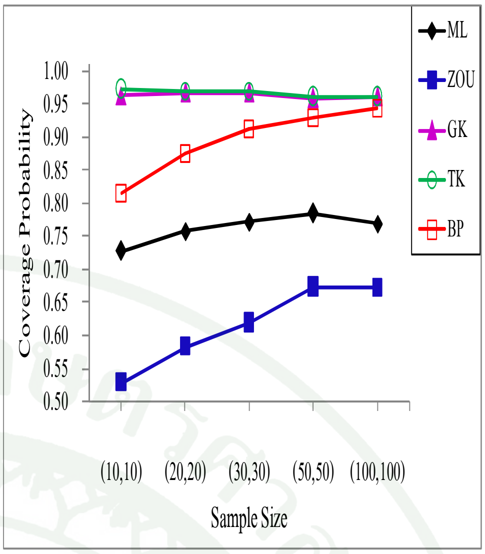


กรณีที่ $\sigma_1^2=3 , \sigma_2^2=1$

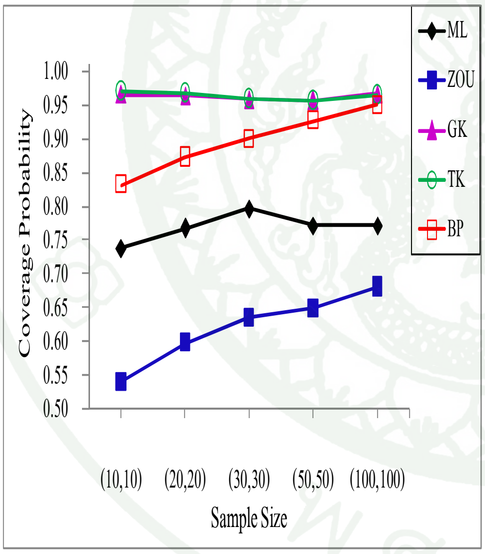
ภาพที่ 12 (ต่อ)



กรณีที่ $\sigma_1^2=3.5, \sigma_2^2=2$



กรณีที่ $\sigma_1^2=4, \sigma_2^2=2$



กรณีที่ $\sigma_1^2=4, \sigma_2^2=4$

ภาพที่ 12 (ต่อ)

พิจารณาเปรียบเทียบประสิทธิภาพคือค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น โดยผลการศึกษาจากตารางที่ 5 และภาพที่ 12 พบว่ากรณีที่ขนาดตัวอย่างจากสองประชากรเท่ากัน ($n_1 = n_2$) และ $\mu_1 = 5, \mu_2 = 0$ พบว่า วิธี GK และวิธี TK ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด (มีประสิทธิภาพดี) ไม่ว่าความแปรปรวนของทั้งสองประชากรและขนาดตัวอย่างที่สุ่มจะน้อยหรือมากก็ตาม ส่วนวิธี ML จะมีประสิทธิภาพดีก็ต่อเมื่อความแปรปรวนของทั้งสองประชากรมีค่าน้อยและแตกต่างกันไม่มากนัก ($\sigma_1^2 \leq 0.75$ และ $\sigma_2^2 \leq 1$) ในทุกระดับของขนาดตัวอย่างที่ทำการสุ่ม นอกจากนี้วิธี BP มีประสิทธิภาพดี เมื่อขนาดตัวอย่าง n_1 และ n_2 มีค่าเท่ากับ 20 ขึ้นไป โดยความแปรปรวนของทั้งสองประชากรมีค่าน้อยและแตกต่างกันไม่มากนัก ($\sigma_1^2 \leq 0.2$ และ $\sigma_2^2 \leq 0.5$) แต่เมื่อความแปรปรวนของทั้งสองประชากรเพิ่มขึ้นพบว่า วิธี BP จะมีประสิทธิภาพดีก็ต่อเมื่อขนาดตัวอย่าง n_1 และ n_2 มีค่าเพิ่มขึ้น

ตารางที่ 6 เปรียบเทียบค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น กรณีที่ขนาดตัวอย่างไม่เท่ากัน และ $\mu_1 = 5$, $\mu_2 = 0$

ความแปรปรวน	วิธี	ขนาดตัวอย่าง (n_1,n_2)			
		(10,20)	(10,30)	(20,30)	(50,100)
$\sigma_1^2=0.0269$ $\sigma_2^2=0.0988$	ML	1.0000*	1.0000*	1.0000*	1.0000*
	ZOU	0.6655	0.6965	0.7035	0.6955
	GK	0.9785*	0.9850*	0.9765*	0.9875*
	TK	0.9815*	0.9830*	0.9795*	0.9885*
	BP	0.9290	0.9395	0.9545*	0.9805*
$\sigma_1^2=0.07$ $\sigma_2^2=0.1$	ML	1.0000*	1.0000*	1.0000*	1.0000*
	ZOU	0.7075	0.6905	0.7145	0.7130
	GK	0.9760*	0.9765*	0.9790*	0.9845*
	TK	0.9770*	0.9775*	0.9800*	0.9830*
	BP	0.9220	0.9245	0.9560*	0.9705*
$\sigma_1^2=0.2$ $\sigma_2^2=0.5$	ML	0.9990*	0.9965*	1.0000*	1.0000*
	ZOU	0.7015	0.7255	0.7190	0.7220
	GK	0.9730*	0.9735*	0.9800*	0.9855*
	TK	0.9765*	0.9830*	0.9835*	0.9840*
	BP	0.9225	0.9210	0.9535*	0.9715*
$\sigma_1^2=0.5$ $\sigma_2^2=1$	ML	0.9670*	0.9650*	0.9840*	0.9900*
	ZOU	0.7295	0.7465	0.7185	0.7240
	GK	0.9730*	0.9795*	0.9725*	0.9760*
	TK	0.9820*	0.9825*	0.9770*	0.9790*
	BP	0.8945	0.8970	0.9405	0.9605*
$\sigma_1^2=0.75$ $\sigma_2^2=1$	ML	0.9390	0.9430*	0.9610*	0.9780*
	ZOU	0.7450	0.7285	0.7045	0.7185
	GK	0.9755*	0.9735*	0.9730*	0.9790*
	TK	0.9795*	0.9765*	0.9760*	0.9825*
	BP	0.8920	0.8960	0.9265	0.9640*

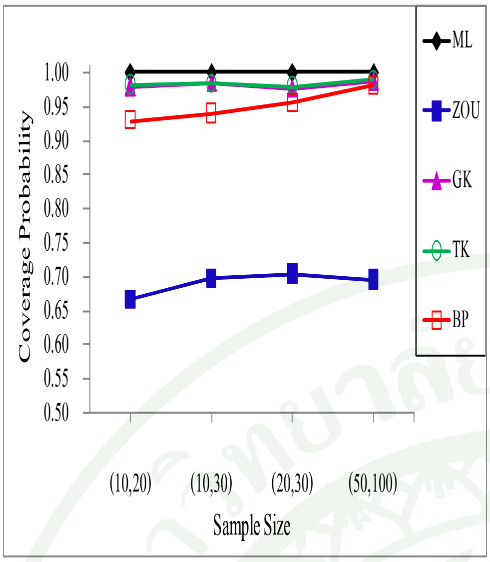
ตารางที่ 6 (ต่อ)

ความแปรปรวน	วิธี	ขนาดตัวอย่าง (n_1,n_2)			
		(10,20)	(10,30)	(20,30)	(50,100)
$\sigma_1^2=1$ $\sigma_2^2=1$	ML	0.9125	0.9270	0.9460*	0.9635*
	ZOU	0.6950	0.7220	0.7155	0.6985
	GK	0.9665*	0.9695*	0.9785*	0.9710*
	TK	0.9735*	0.9760*	0.9745*	0.9770*
	BP	0.8775	0.8860	0.9230	0.9545*
$\sigma_1^2=1$ $\sigma_2^2=1.5$	ML	0.9060	0.9185	0.9350	0.9515*
	ZOU	0.7100	0.7100	0.7305	0.7160
	GK	0.9710*	0.9700*	0.9680*	0.9745*
	TK	0.9800*	0.9770*	0.9705*	0.9790*
	BP	0.8705	0.8730	0.9190	0.9455*
$\sigma_1^2=3$ $\sigma_2^2=1$	ML	0.7705	0.7880	0.8300	0.8310
	ZOU	0.5715	0.5770	0.6445	0.6730
	GK	0.9630*	0.9650*	0.9590*	0.9615*
	TK	0.9730*	0.9765*	0.9690*	0.9645*
	BP	0.8255	0.8425	0.9000	0.9355
$\sigma_1^2=3.5$ $\sigma_2^2=2$	ML	0.7530	0.7555	0.7985	0.8070
	ZOU	0.5445	0.5395	0.6375	0.6560
	GK	0.9585*	0.9535*	0.9640*	0.9550*
	TK	0.9755*	0.9635*	0.9730*	0.9610*
	BP	0.8315	0.8250	0.8940	0.9250
$\sigma_1^2=4$ $\sigma_2^2=2$	ML	0.7350	0.7290	0.7650	0.7930
	ZOU	0.5225	0.5105	0.6035	0.6580
	GK	0.9555*	0.9515*	0.9585*	0.9605*
	TK	0.9655*	0.9650*	0.9660*	0.9615*
	BP	0.8155	0.8120	0.8845	0.9395

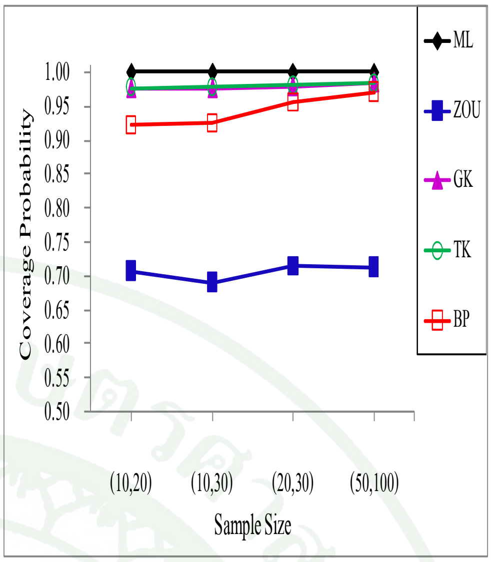
ตารางที่ 6 (ต่อ)

ความแปรปรวน	วิธี	ขนาดตัวอย่าง (n_1,n_2)			
		(10,20)	(10,30)	(20,30)	(50,100)
$\sigma_1^2=4$ $\sigma_2^2=4$	ML	0.7545	0.7260	0.7890	0.7950
	ZOU	0.5390	0.4995	0.6200	0.6535
	GK	0.9555*	0.9555*	0.9640*	0.9650*
	TK	0.9670*	0.9645*	0.9710*	0.9695*
	BP	0.8285	0.8215	0.8980	0.9340

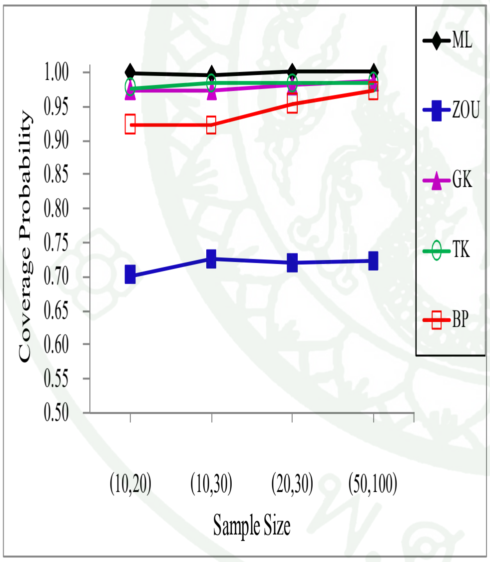
หมายเหตุ * วิธีที่ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด



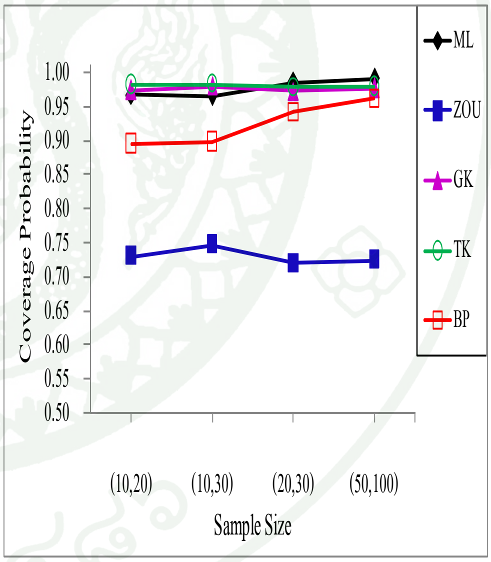
กรณีที่ σ_1^2=0.0269 , σ_2^2=0.0988



กรณีที่ σ_1^2=0.07 , σ_2^2=0.1

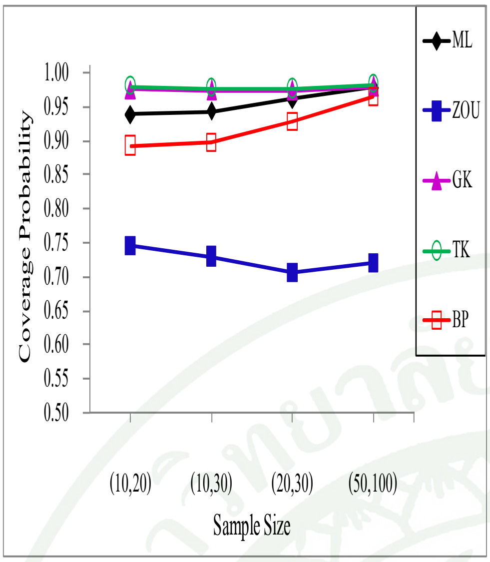


กรณีที่ σ_1^2=0.2 , σ_2^2=0.5

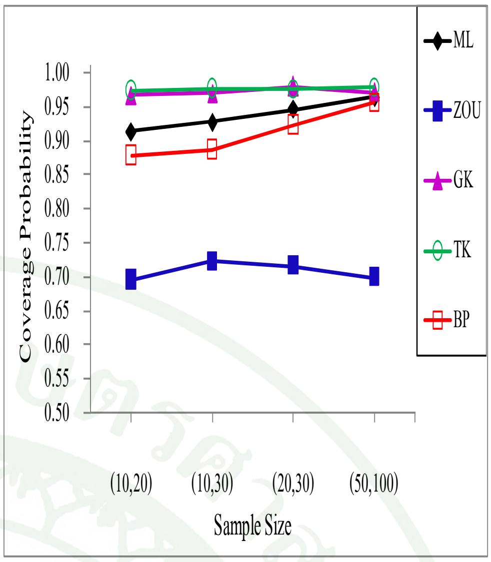


กรณีที่ σ_1^2=0.5 , σ_2^2=1

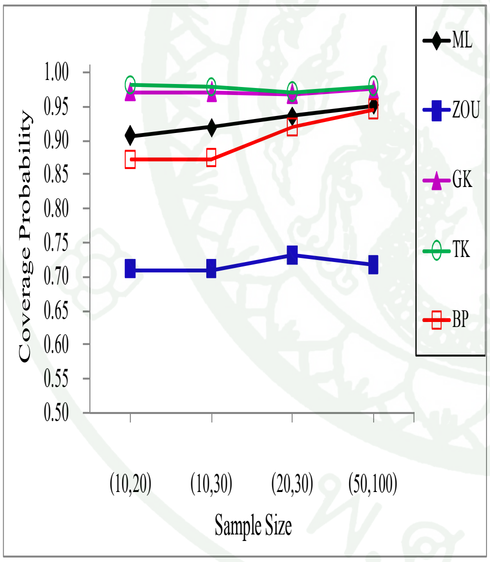
ภาพที่ 13 การเปรียบเทียบค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นในกรณีต่างๆของ σ_1^2, σ_2^2 ขนาดตัวอย่างไม่เท่ากัน และ $\mu_1 = 5, \mu_2 = 0$



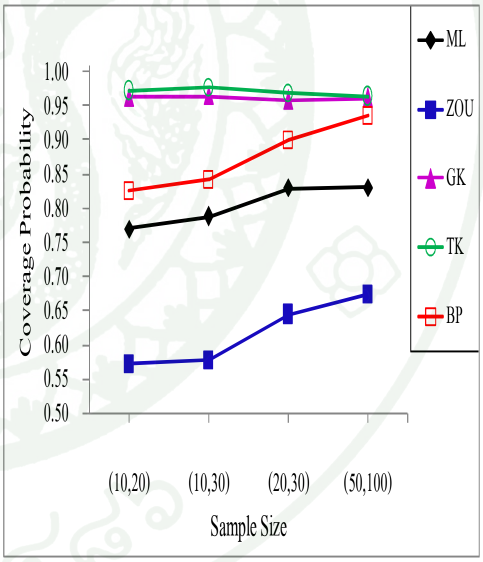
กรณีที่ $\sigma_1^2=0.75, \sigma_2^2=1$



กรณีที่ $\sigma_1^2=1, \sigma_2^2=1$

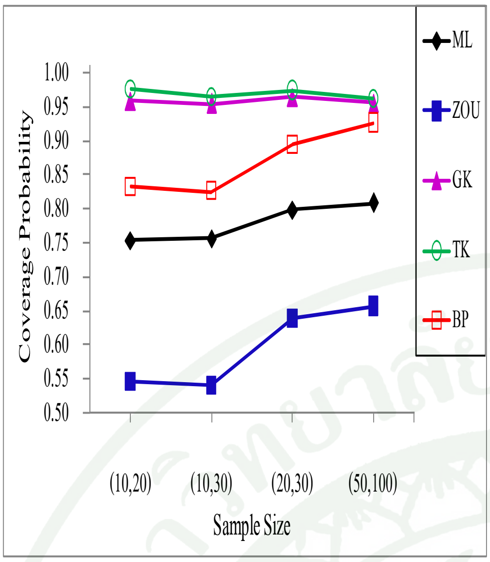


กรณีที่ $\sigma_1^2=1, \sigma_2^2=1.5$

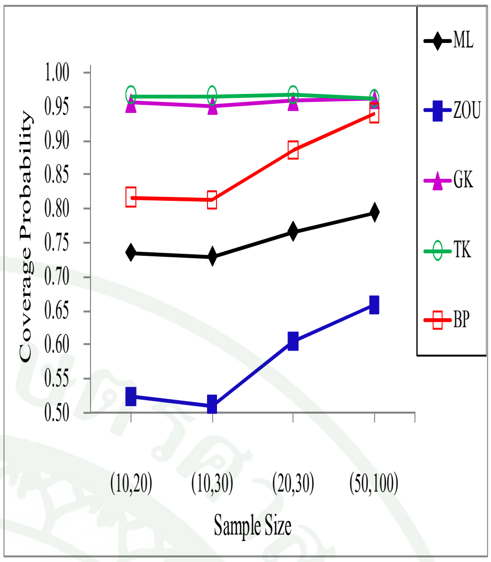


กรณีที่ $\sigma_1^2=3, \sigma_2^2=1$

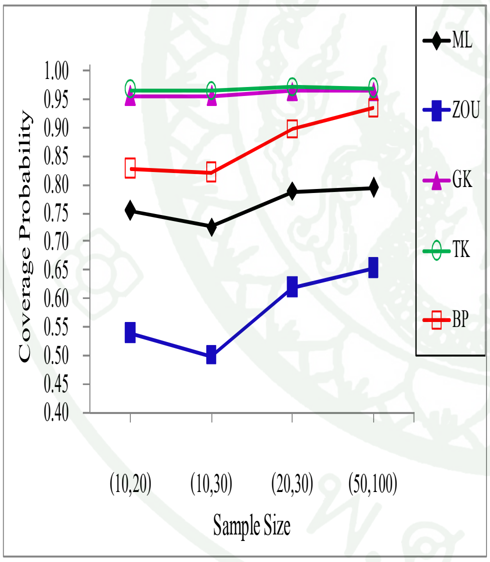
ภาพที่ 13 (ต่อ)



กรณีที่ $\sigma_1^2=3.5, \sigma_2^2=2$



กรณีที่ $\sigma_1^2=4, \sigma_2^2=2$



กรณีที่ $\sigma_1^2=4, \sigma_2^2=4$

ภาพที่ 13 (ต่อ)

นอกจากนี้เมื่อพิจารณาผลการคำนวณค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น จากตารางที่ 6 และ ภาพที่ 13 กรณีที่ขนาดตัวอย่างจากสองประชากรไม่เท่ากัน $(n_1 \neq n_2)$ และ $\mu_1 = 5, \mu_2 = 0$ พบว่า วิธี GK และ วิธี TK ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด (มีประสิทธิภาพดี) ไม่ว่าความแปรปรวนของทั้งสองประชากรจะมากหรือน้อยก็ตามในทุกระดับของขนาดตัวอย่างที่ทำการสุ่ม ในขณะที่วิธี ML จะมีประสิทธิภาพดีก็ต่อเมื่อความแปรปรวนของทั้งสองประชากรมีค่าน้อยและแตกต่างกันไม่มากนัก $(\sigma_1^2 \leq 0.5$ และ $\sigma_2^2 \leq 1)$ ไม่ว่าขนาดตัวอย่างจะเท่าใดก็ตาม แต่เมื่อความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรเพิ่มขึ้น $(0.75 \leq \sigma_2^2 \leq 1.5)$ และ $(0.75 \leq \sigma_1^2 \leq 1)$ วิธี ML มีประสิทธิภาพดีเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มมากขึ้น ส่วนวิธี BP มีประสิทธิภาพดี เมื่อความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรมีค่าแตกต่างกันไม่มากนัก $(\sigma_1^2 \leq 1$ และ $\sigma_2^2 \leq 1.5)$ และขนาดตัวอย่างจากทั้งสองประชากรเพิ่มมากขึ้น

อย่างไรก็ตามข้อมูลจากตารางที่ 3-6 และภาพที่ 10-13 แสดงให้เห็นว่า วิธี ZOU ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกสถานการณ์ที่ทำการจำลองข้อมูล ซึ่งแสดงให้เห็นว่าวิธี ZOU มีประสิทธิภาพน้อยที่สุดในทุกสถานการณ์ที่จำลองข้อมูลในงานวิจัยนี้

ตารางที่ 7 เปรียบเทียบค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลอง กรณีที่ขนาดตัวอย่างเท่ากัน และ $\mu_1 = 0$, $\mu_2 = 0$

ความแปรปรวน	วิธี	ขนาดตัวอย่าง (n_1,n_2)				
		(10,10)	(20,20)	(30,30)	(50,50)	(100,100)
σ_1^2=0.0269 σ_2^2=0.0988	ML	0.9406	0.6660	0.5432	0.4231	0.2988
	ZOU	-	-	-	-	-
	GK	0.5836	0.3611	0.2839	0.2163	0.1497
	TK	0.5727	0.3582	0.2820	0.2153	0.1494
	BP	0.4366**	0.3188**	0.2619**	0.2060**	0.1463**
σ_1^2=0.07 σ_2^2=0.1	ML	1.0494	0.7438	0.6080	0.4719	0.3340
	ZOU	-	-	-	-	-
	GK	0.6906	0.4223	0.3338	0.2524	0.1753
	TK	0.6740	0.4180	0.3312	0.2512	0.1749
	BP	0.5117**	0.3720**	0.3074**	0.2408**	0.1712**
σ_1^2=0.2 σ_2^2=0.5	ML	1.9161**	1.3433	1.0854	0.8373	0.5882
	ZOU	-	-	-	-	-
	GK	2.7071	1.2966	0.9515	0.6921	0.4644
	TK	2.5244	1.2526	0.9295	0.6816	0.4614
	BP	-	0.9937**	0.8107**	0.6310**	0.4447**
σ_1^2=0.5 σ_2^2=1	ML	3.2183**	2.1811	1.7692	1.3381	0.9405
	ZOU	-	-	-	-	-
	GK	10.4052	3.1731	2.1852	1.4660	0.9557
	TK	9.3575	3.0004	2.1041	1.4333	0.9452
	BP	-	2.0589**	1.6953**	1.2702**	0.8939**
σ_1^2=0.75 σ_2^2=1	ML	3.5299**	2.4048	1.9151	1.4636	1.0248
	ZOU	-	-	-	-	-
	GK	12.4489	3.6969	2.4456	1.6542	1.0679
	TK	11.1116	3.4829	2.3393	1.6090	1.0527
	BP	-	2.3603**	1.8660**	1.4264**	0.9934**

ตารางที่ 7 (ต่อ)

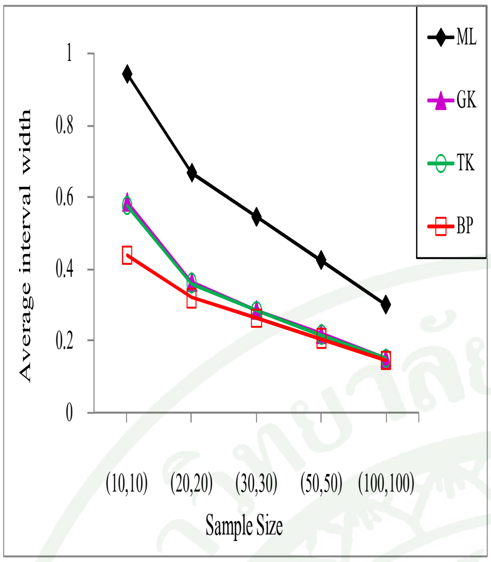
ความแปรปรวน	วิธี	ขนาดตัวอย่าง (n_1,n_2)				
		(10,10)	(20,20)	(30,30)	(50,50)	(100,100)
$\sigma_1^2=1$ $\sigma_2^2=1$	ML	4.0460**	2.6669**	2.1532**	1.6251**	1.1360**
	ZOU	-	-	-	-	-
	GK	17.4394	4.4493	2.9496	1.9318	1.2354
	TK	15.3912	4.1625	2.8163	1.8760	1.2168
	BP	-	2.7169	2.1990	1.6459	1.1415
$\sigma_1^2=1$ $\sigma_2^2=1.5$	ML	5.4634**	3.5438**	2.7250**	2.0860**	1.4415**
	ZOU	-	-	-	-	-
	GK	55.1806	7.7905	4.4783	2.8927	1.7739
	TK	49.4527	7.2636	4.2580	2.8015	1.7462
	BP	-	-	3.1417	2.4036	1.6329
$\sigma_1^2=3$ $\sigma_2^2=1$	ML	-	-	-	-	-
	ZOU	-	-	-	-	-
	GK	16849.5300**	63.8337	24.2611	11.4633	6.246
	TK	17360.9700	60.1999**	23.1059**	11.1327**	6.1509
	BP	-	-	-	-	5.3670**
$\sigma_1^2=3.5$ $\sigma_2^2=2$	ML	-	-	-	-	-
	ZOU	-	-	-	-	-
	GK	121452.9000	138.3173	45.7802	19.7392	9.8801
	TK	86205.8200**	124.7839**	42.9994**	19.0842**	9.7013
	BP	-	-	-	-	8.3354**
$\sigma_1^2=4$ $\sigma_2^2=2$	ML	-	-	-	-	-
	ZOU	-	-	-	-	-
	GK	2869920.0000**	334.3974	75.7013	30.4147	14.2355
	TK	3347819.0000	312.3719**	71.6311**	29.3702**	14.0024**
	BP	-	-	-	-	-

ตารางที่ 7 (ต่อ)

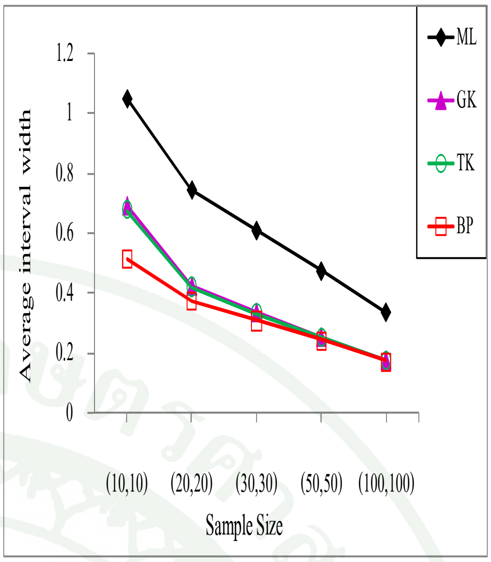
ความแปรปรวน	วิธี	ขนาดตัวอย่าง (n_1,n_2)				
		(10,10)	(20,20)	(30,30)	(50,50)	(100,100)
σ_1^2=4 σ_2^2=4	ML	73.3567**	30.1949**	-	-	-
	ZOU	-	-	-	-	-
	GK	25378154.0000	597.1511	141.5993	49.1803	21.7208
	TK	57212218.0000	544.8151	132.8375	47.0804	21.2340
	BP	-	98.5375	56.6785**	31.7736**	17.8291**

หมายเหตุ ** วิธีที่ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นน้อยที่สุด

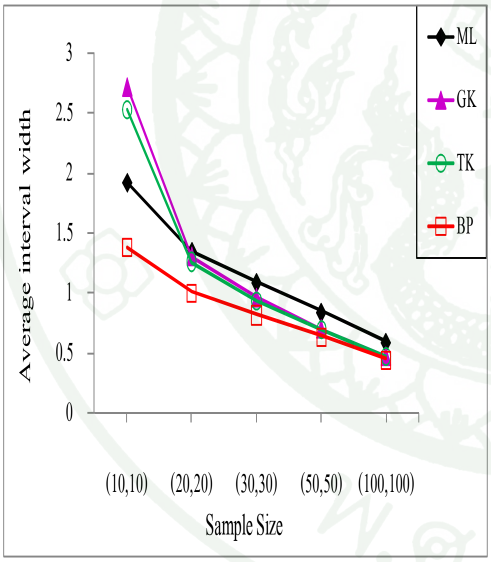
- วิธีที่ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด



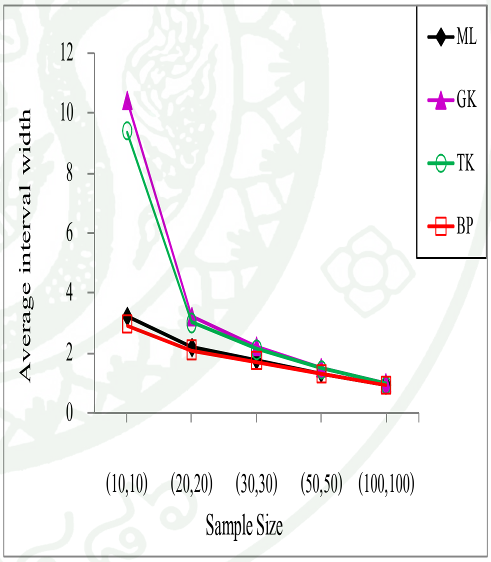
กรณีที่ σ_1^2=0.0269 , σ_2^2=0.0988



กรณีที่ σ_1^2=0.07 , σ_2^2=0.1

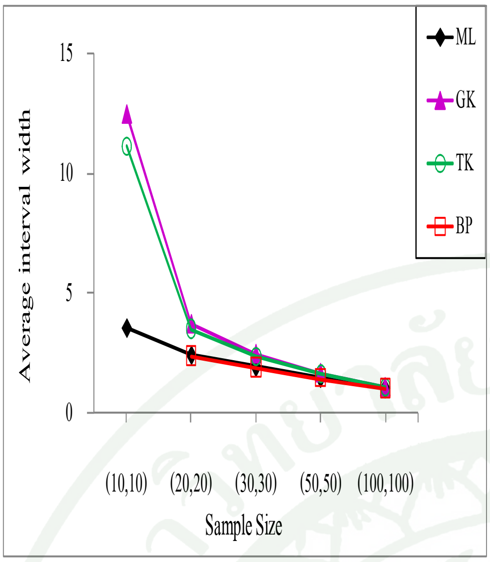


กรณีที่ σ_1^2=0.2 , σ_2^2=0.5

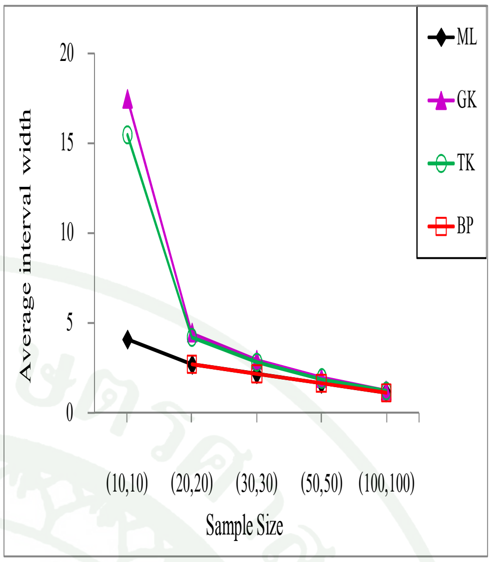


กรณีที่ σ_1^2=0.5 , σ_2^2=1

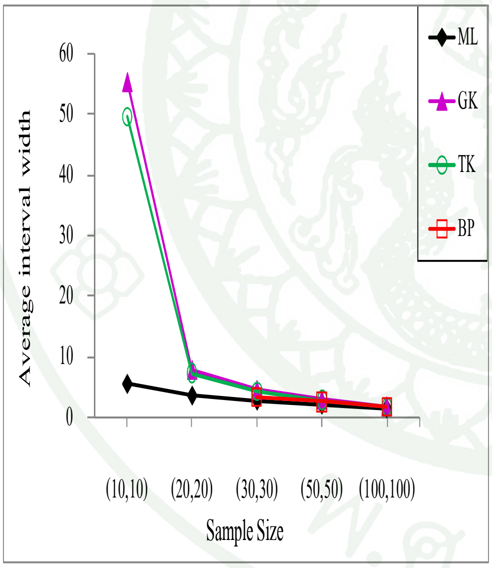
ภาพที่ 14 การเปรียบเทียบค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลองในกรณีต่างๆของ σ_1^2, σ_2^2 ขนาดตัวอย่างเท่ากัน และ $\mu_1 = 0, \mu_2 = 0$



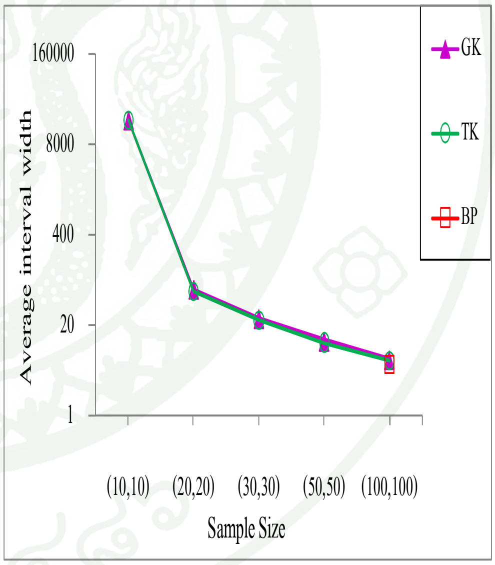
กรณีที่ $\sigma_1^2=0.75\,,\sigma_2^2=1$



กรณีที่ $\sigma_1^2=1\,,\sigma_2^2=1$

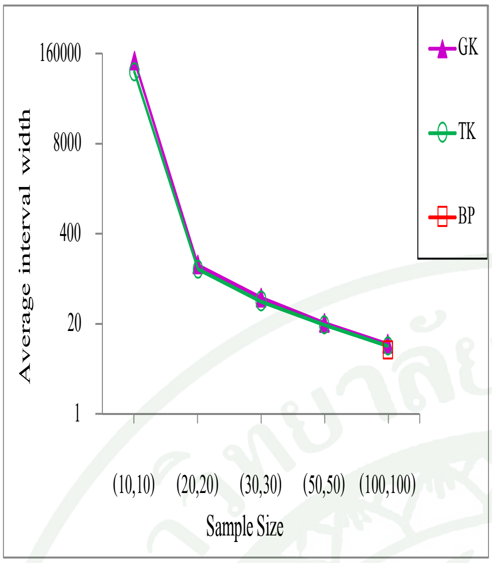


กรณีที่ $\sigma_1^2=1\,,\sigma_2^2=1.5$

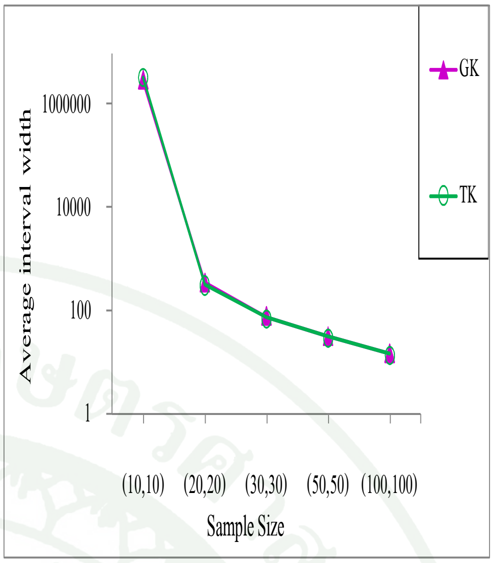


กรณีที่ $\sigma_1^2=3\,,\sigma_2^2=1$

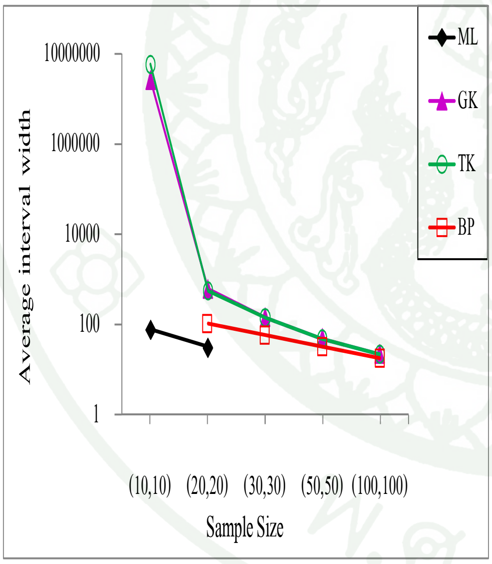
ภาพที่ 14 (ต่อ)



กรณีที่ $\sigma_1^2=3.5\,,\sigma_2^2=2$



กรณีที่ $\sigma_1^2=4\,,\sigma_2^2=2$



กรณีที่ $\sigma_1^2=4\,,\sigma_2^2=4$

ภาพที่ 14 (ต่อ)

หลังจากพิจารณาค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดแล้ว จากนั้นพิจารณาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น โดยพิจารณาจากสถานการณ์ที่ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด วิธีใดให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นน้อยที่สุดในแต่ละสถานการณ์ถือว่าวิธีนั้นมีประสิทธิภาพดี ดังนั้นผลการศึกษาจากตารางที่ 7 และภาพที่ 14 กรณีที่ขนาดตัวอย่างจากทั้งสองประชากรเท่ากัน $(n_1 = n_2)$ และ $\mu_1 = 0, \mu_2 = 0$ พบว่า วิธี ML ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นน้อยที่สุดก็ต่อเมื่อความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรมีค่าน้อย และแตกต่างกันไม่มากนัก $(0.2 \le \sigma_1^2 \le 0.75$ และ $0.1 \le \sigma_1^2 \le 1)$ ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10 เท่านั้น แต่เมื่อความแปรปรวนจากสองประชากร $(\sigma_1^2, \sigma_2^2) = (1,1), (1,1.5)$ พบว่าวิธี ML ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นน้อยที่สุด ในทุกระดับของขนาดตัวอย่างที่ทำการสุ่ม ส่วนวิธี BP ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นน้อยที่สุด ที่ขนาดตัวอย่างมากกว่า 10 เมื่อความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรมีค่าน้อยและแตกต่างกันไม่มากนัก $(\sigma_1^2 \le 0.75$ และ $\sigma_2^2 \le 1)$ อย่างไรก็ตามเมื่อความแปรปรวนของทั้งสองประชากรเพิ่มมากขึ้น พบว่าวิธี BP ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นน้อยที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มมากขึ้น ส่วนวิธี GK ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นน้อยที่สุด เมื่อความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรมีค่ามากและขนาดตัวอย่างเล็ก และวิธี TK ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นน้อยที่สุด เมื่อความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรมีค่ามากและขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น แต่เมื่อความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรเท่ากัน $(\sigma_1^2, \sigma_2^2) = (4,4)$ วิธี ML ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นน้อยที่สุด ในทุกระดับของขนาดตัวอย่างที่ทำการสุ่มมีขนาดเล็ก ส่วนวิธี BP ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นน้อยที่สุด ในทุกระดับของขนาดตัวอย่างที่ทำการสุ่มมีขนาดใหญ่

ตารางที่ 8 เปรียบเทียบค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นจากการทดลอง กรณีที่ขนาดตัวอย่างไม่เท่ากัน และ $\mu_1 = 0$, $\mu_2 = 0$

ความแปรปรวน	วิธี	ขนาดตัวอย่าง (n_1,n_2)			
		(10,20)	(10,30)	(20,30)	(50,100)
σ_1^2=0.0269 σ_2^2=0.0988	ML	0.7885	0.7303	0.5970	0.3541
	ZOU	-	-	-	-
	GK	0.4078	0.3538	0.3007	0.1646
	TK	0.4035	0.3511	0.2986	0.1642
	BP	0.3472**	0.3067**	0.2755**	0.1600**
σ_1^2=0.07 σ_2^2=0.1	ML	0.9126	0.8603	0.6834	0.4110
	ZOU	-	-	-	-
	GK	0.5369	0.4916	0.3733	0.2092
	TK	0.5264	0.4845	0.3700	0.2085
	BP	0.4318**	0.3985**	0.3370**	0.2020**
σ_1^2=0.2 σ_2^2=0.5	ML	1.6269	1.5290	1.2005	0.7162
	ZOU	-	-	-	-
	GK	1.5257	1.2884	1.0092	0.5149
	TK	1.4533	1.2389	0.9828	0.5105
	BP	1.0788**	0.9556**	0.8411**	0.4890**
σ_1^2=0.5 σ_2^2=1	ML	2.7232	2.5400	1.9830	1.1647
	ZOU	-	-	-	-
	GK	4.1535	3.3803	2.3529	1.0725
	TK	3.8417	3.1562	2.2510	1.0554
	BP	2.2834**	1.9790**	1.7689**	0.9862**
σ_1^2=0.75 σ_2^2=1	ML	3.0893	2.9452	2.1965	1.2985
	ZOU	-	-	-	-
	GK	6.3022	5.7663	2.8797	1.2869
	TK	5.7655	5.2345	2.7300	1.2611
	BP	2.7313**	2.4743**	2.0431**	1.1566**

ตารางที่ 8 (ต่อ)

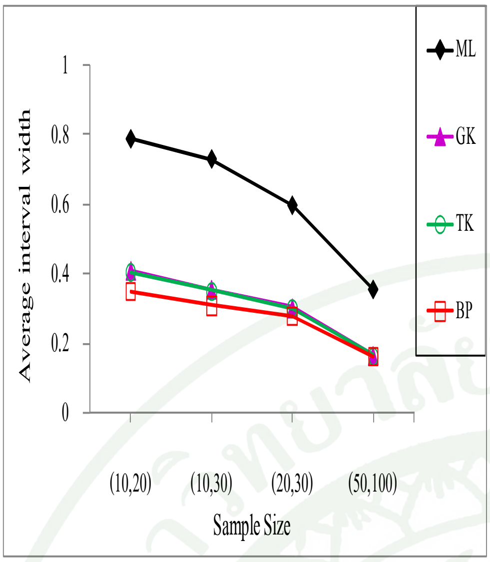
ความแปรปรวน	วิธี	ขนาดตัวอย่าง (n_1,n_2)			
		(10,20)	(10,30)	(20,30)	(50,100)
σ_1^2=1 σ_2^2=1	ML	3.5784**	3.4465**	2.4946	1.4768
	ZOU	-	-	-	-
	GK	11.0955	10.5407	3.6852	1.6072
	TK	10.0192	9.6360	3.4832	1.5706
	BP	-	-	2.4700**	1.4103**
σ_1^2=1 σ_2^2=1.5	ML	4.5024**	4.1725	3.1287**	1.8198**
	ZOU	-	-	-	-
	GK	13.7764	11.5464	5.1898	2.0810
	TK	12.4651	10.4109	4.8917	2.0339
	BP	-	4.0395**	3.4317	1.8407
σ_1^2=3 σ_2^2=1	ML	-	-	-	-
	ZOU	-	-	-	-
	GK	17023.7200	38702.2700	64.7223	11.3312
	TK	11205.3500**	28337.1700**	62.1572**	10.9769**
	BP	-	-	-	-
σ_1^2=3.5 σ_2^2=2	ML	-	-	-	-
	ZOU	-	-	-	-
	GK	202145.0000	75571.99**	146.8002	18.6547
	TK	139257.3000**	86196.9000	136.7245**	18.0571**
	BP	-	-	-	-
σ_1^2=4 σ_2^2=2	ML	-	-	-	-
	ZOU	-	-	-	-
	GK	2161612.0000**	533918.9	381.0037	30.2634
	TK	4805339.0000	307864.6000**	354.5455**	29.2391**
	BP	-	-	-	-

ตารางที่ 8 (ต่อ)

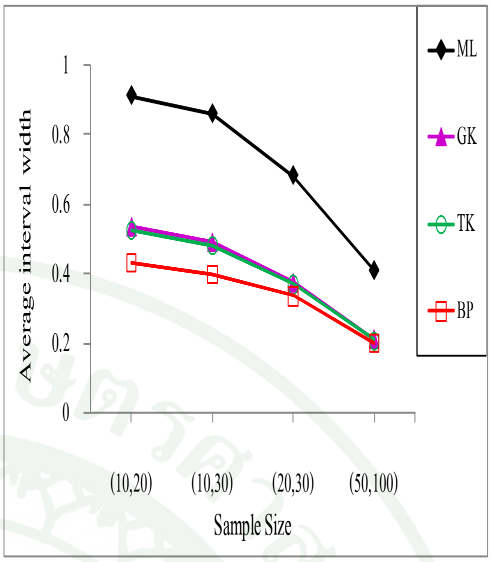
ความแปรปรวน	วิธี	ขนาดตัวอย่าง (n_1,n_2)			
		(10,20)	(10,30)	(20,30)	(50,100)
	ML	55.0688**	56.3121**	27.7881**	-
	ZOU	-	-	-	-
$\sigma_1^2=4$	GK	456230.4000	5280202.0000	408.6190	36.1830
$\sigma_2^2=4$	TK	512522.7000	7282536.0000	379.3020	34.8770
	BP	-	-	81.4430	24.7536**

หมายเหตุ ** วิธีที่ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นน้อยที่สุด

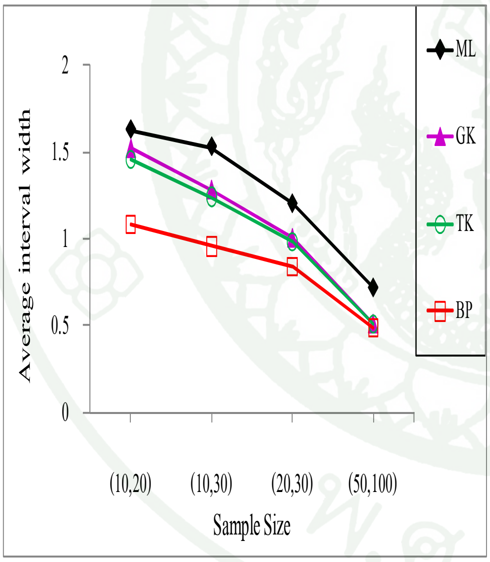
- วิธีที่ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด



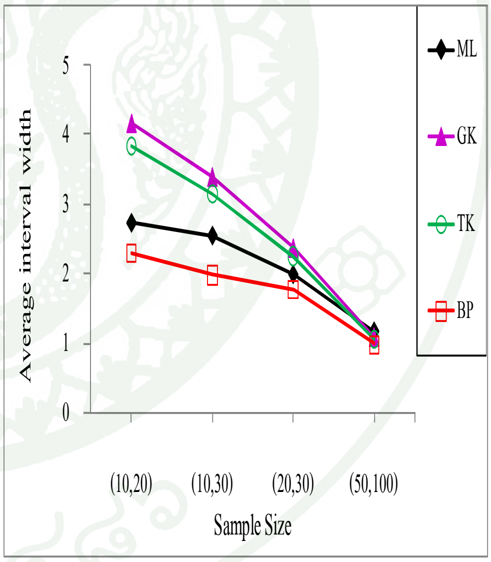
กรณีที่ $\sigma_1^2=0.0269, \sigma_2^2=0.0988$



กรณีที่ $\sigma_1^2=0.07, \sigma_2^2=0.1$

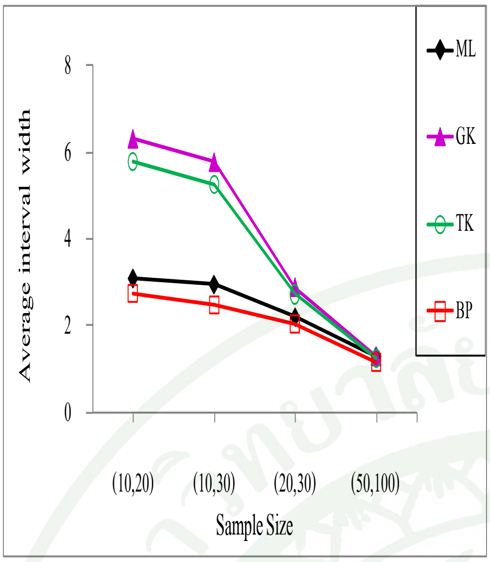


กรณีที่ $\sigma_1^2=0.2, \sigma_2^2=0.5$

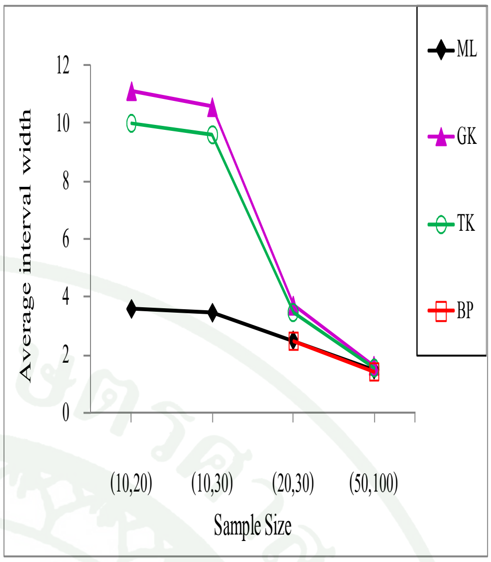


กรณีที่ $\sigma_1^2=0.5, \sigma_2^2=1$

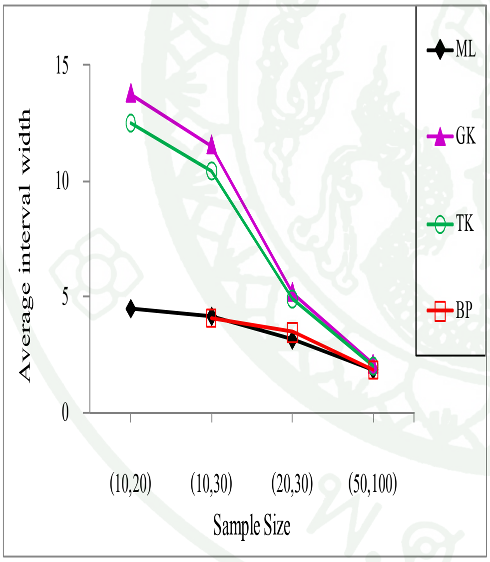
ภาพที่ 15 เปรียบเทียบค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลองในกรณีต่างๆ ของ σ_1^2, σ_2^2 ขนาดตัวอย่างไม่เท่ากัน และ $\mu_1 = 0, \mu_2 = 0$



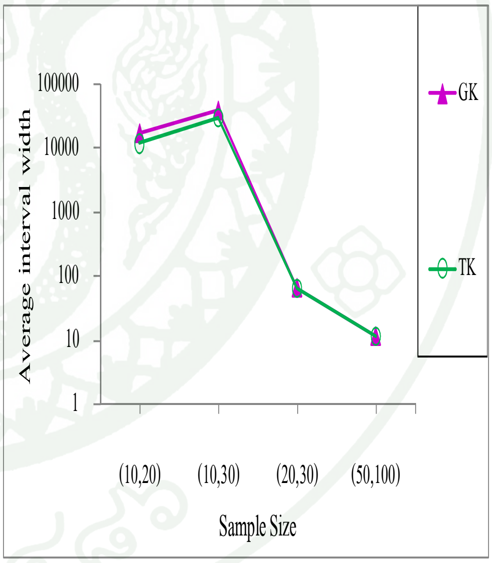
กรณีที่ $\sigma_1^2=0.75, \sigma_2^2=1$



กรณีที่ $\sigma_1^2=1, \sigma_2^2=1$

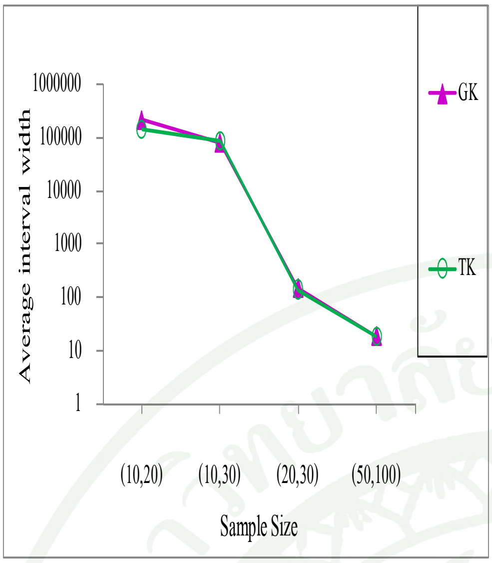


กรณีที่ $\sigma_1^2=1, \sigma_2^2=1.5$

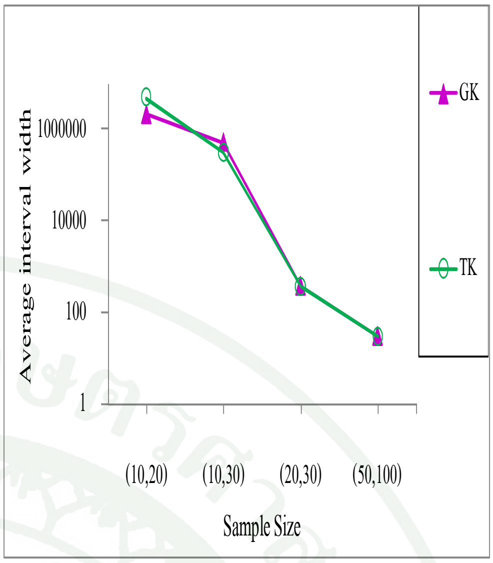


กรณีที่ $\sigma_1^2=3, \sigma_2^2=1$

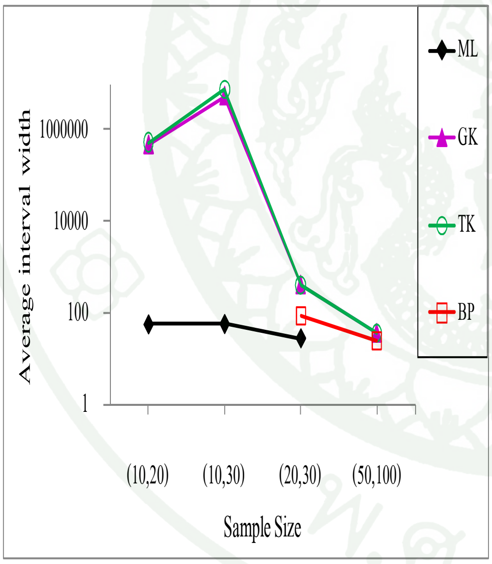
ภาพที่ 15 (ต่อ)



กรณีที่ $\sigma_1^2=3.5 , \sigma_2^2=2$



กรณีที่ $\sigma_1^2=4 , \sigma_2^2=2$



กรณีที่ $\sigma_1^2=4 , \sigma_2^2=4$

ภาพที่ 15 (ต่อ)

พิจารณาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น กรณีที่ขนาดตัวอย่างจากทั้งสองประชากรไม่เท่ากัน $(n_1 \neq n_2)$ และ $\mu_1 = 0, \mu_2 = 0$ ดังตารางที่ 8 และ ภาพที่ 15 พบว่า วิธี BP ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นน้อยที่สุด ทุกขนาดตัวอย่างที่ทำการสุ่ม เมื่อความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรมีค่าน้อยและแตกต่างกันไม่มากนัก ($\sigma_1^2 \leq 0.75$ และ $\sigma_2^2 \leq 1$) แต่เมื่อความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรมีค่าเท่ากัน $(\sigma_1^2, \sigma_2^2) = (1,1), (4,4)$ วิธี ML ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นน้อยที่สุด ที่ขนาดตัวอย่างที่ทำการสุ่มมีขนาดเล็ก อย่างไรก็ตามวิธี BP ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นน้อยที่สุด ที่ขนาดตัวอย่างที่ทำการสุ่มมีขนาดใหญ่ ส่วนวิธี GK ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นน้อยที่สุด เมื่อความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรมีค่ามากและขนาดตัวอย่างเล็ก และวิธี TK ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นน้อยที่สุด เมื่อความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรมีค่ามากและขนาดตัวอย่างใหญ่

ตารางที่ 9 เปรียบเทียบค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นจากการทดลอง กรณีที่ขนาดตัวอย่างเท่ากัน และ $\mu_1 = 5$, $\mu_2 = 0$

ความแปรปรวน	วิธี	ขนาดตัวอย่าง (n_1,n_2)				
		(10,10)	(20,20)	(30,30)	(50,50)	(100,100)
σ_1^2=0.0269 σ_2^2=0.0988	ML	77.2113	55.0445	45.1885	34.9927	24.7848
	ZOU	-	-	-	-	-
	GK	35.5725	23.1539	18.5470	14.0719	9.8259
	TK	35.3874**	23.0671	18.5256	14.0511	9.8230
	BP	-	20.8570**	17.3544**	13.5207**	9.6457**
σ_1^2=0.07 σ_2^2=0.1	ML	102.2867	73.2226	59.6349	46.4418	32.9066
	ZOU	-	-	-	-	-
	GK	61.4086	39.2018	30.8385	23.4901	16.4049
	TK	60.7081**	38.9438	30.7383	23.4516	16.3792
	BP	-	34.7999**	28.5884**	22.4185**	16.0404**
σ_1^2=0.2 σ_2^2=0.5	ML	149.1224	105.9470	87.0120	67.0957	47.5152
	ZOU	-	-	-	-	-
	GK	130.317	76.452	59.898	44.508	30.78
	TK	126.7404**	75.3873	59.3586	44.2836	30.6750
	BP	-	64.8806**	53.9612**	41.9042**	29.8521**
σ_1^2=0.5 σ_2^2=1	ML	238.3463**	164.6070	134.9395	103.6496	73.6192
	ZOU	-	-	-	-	-
	GK	361.4867	167.0611	125.6964	90.6679	61.8062
	TK	340.8542	162.4619**	123.4396	89.6353	61.5157
	BP	-	-	106.7680**	82.7208**	59.2260**
σ_1^2=0.75 σ_2^2=1	ML	308.4242**	213.9611**	173.5537	134.1210	94.6569
	ZOU	-	-	-	-	-
	GK	673.3202	266.5378	191.7123	135.9005	90.7788
	TK	620.4040	257.2185	187.2425	133.9758	90.0788
	BP	-	-	154.0091**	119.9133**	85.1663**

ตารางที่ 9 (ต่อ)

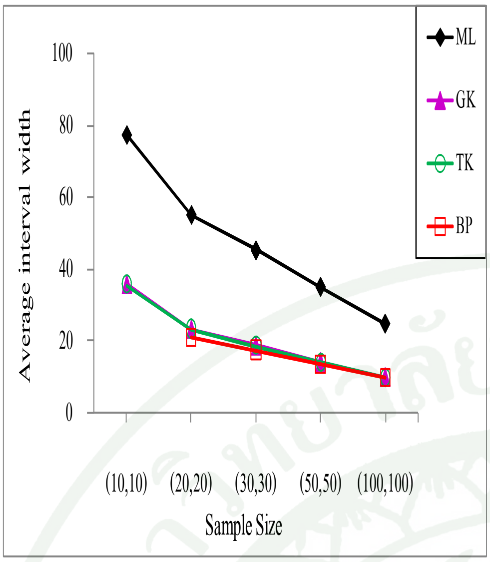
ความแปรปรวน	วิธี	ขนาดตัวอย่าง (n_1,n_2)				
		(10,10)	(20,20)	(30,30)	(50,50)	(100,100)
σ_1^2=1 σ_2^2=1	ML	-	-	223.7207**	168.9011	118.5182
	ZOU	-	-	-	-	-
	GK	1688.8540	420.7420	289.8950	194.1698	126.8148
	TK	1520.9490**	402.2159**	281.3439	190.8832	125.7002
	BP	-	-	225.1334	167.8919**	118.2794**
σ_1^2=1 σ_2^2=1.5	ML	-	274.1980**	219.9771**	168.3543	117.9578
	ZOU	-	-	-	-	-
	GK	1474.7210	415.2462	282.2528	192.9184	125.5750
	TK	1324.3240**	396.7959	273.8634	189.4864	124.5524
	BP	-	-	-	167.4307**	117.8719**
σ_1^2=3 σ_2^2=1	ML	-	-	-	-	-
	ZOU	-	-	-	-	-
	GK	2583048.0000	8264.2830	3423.9530	1650.6300	903.2434
	TK	1554896.0000**	7701.5870**	3268.4070**	1601.8860**	889.3665
	BP	-	-	-	-	777.4472**
σ_1^2=3.5 σ_2^2=2	ML	-	-	-	-	-
	ZOU	-	-	-	-	-
	GK	40103124.0000**	22815.3500	6245.8000	2723.1020	1398.4530
	TK	245488533.0000	20743.3600**	5998.0530**	2643.9330**	1375.286
	BP	-	-	-	-	1192.5650**
σ_1^2=4 σ_2^2=2	ML	-	-	-	-	-
	ZOU	-	-	-	-	-
	GK	444940214.0000**	44839.0100	10498.9500	4358.0160	2060.8890
	TK	556303403.0000	42427.3700**	9955.4140**	4216.2260**	2023.8130
	BP	-	-	-	-	1717.7080**

ตารางที่ 9 (ต่อ)

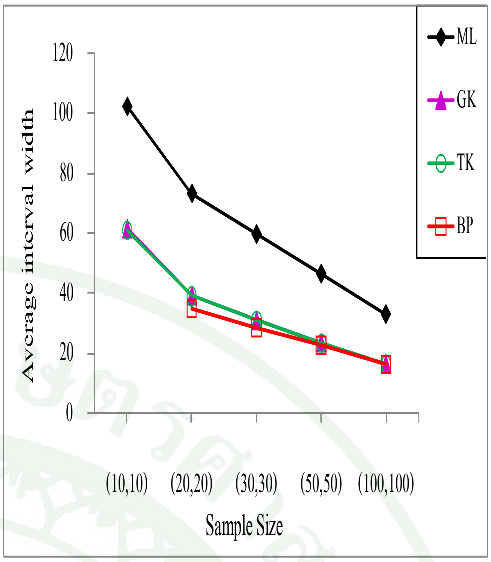
ความแปรปรวน	วิธี	ขนาดตัวอย่าง (n_1,n_2)				
		(10,10)	(20,20)	(30,30)	(50,50)	(100,100)
σ_1^2=4 σ_2^2=4	ML	-	-	-	-	-
	ZOU	-	-	-	-	-
	GK	119866380.0000**	52716.8800	10933.9700	4253.8140	2023.7620
	TK	134321963.0000	47082.8300**	10465.2200**	4112.7380**	1992.204
	BP	-	-	-	-	1691.5950**

หมายเหตุ ** วิธีที่ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นน้อยที่สุด

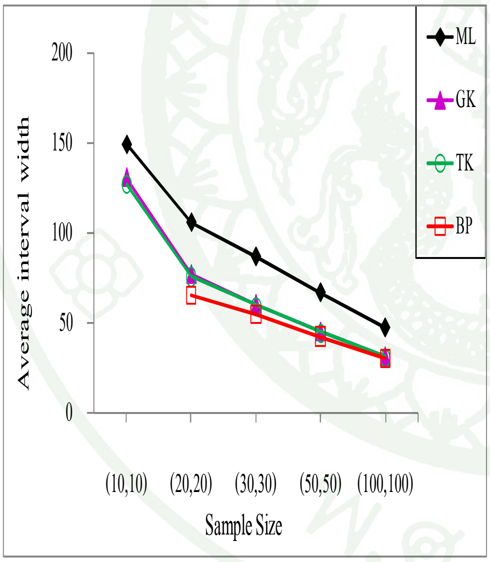
- วิธีที่ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด



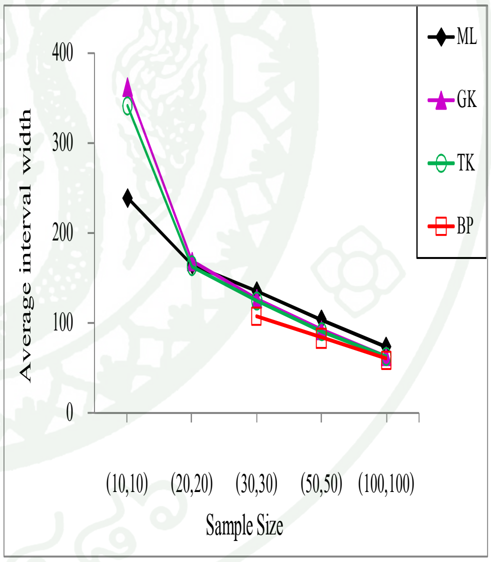
กรณีที่ σ_1^2=0.0269 , σ_2^2=0.0988



กรณีที่ σ_1^2=0.07 , σ_2^2=0.1

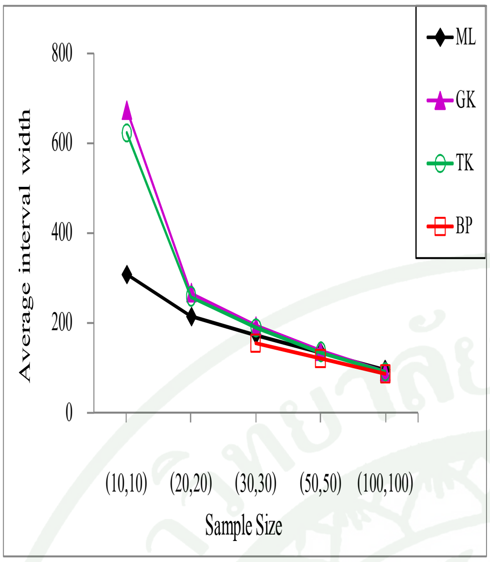


กรณีที่ σ_1^2=0.2 , σ_2^2=0.5

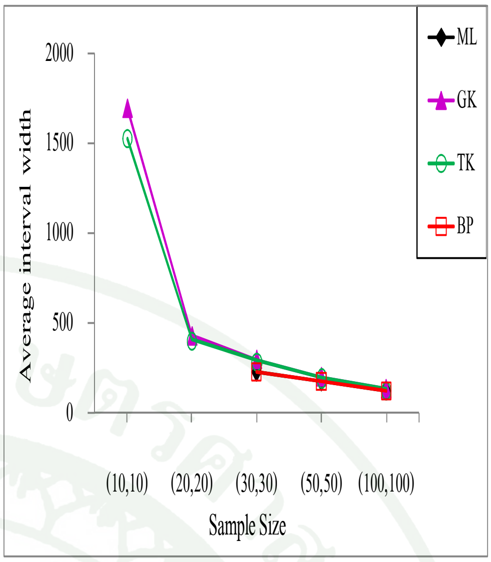


กรณีที่ σ_1^2=0.5 , σ_2^2=1

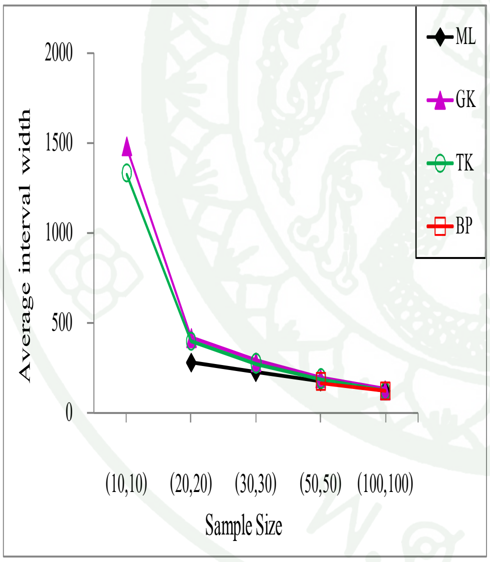
ภาพที่ 16 การเปรียบเทียบค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลองในกรณีต่างๆของ σ_1^2, σ_2^2 ขนาดตัวอย่างเท่ากัน และ $\mu_1 = 5, \mu_2 = 0$



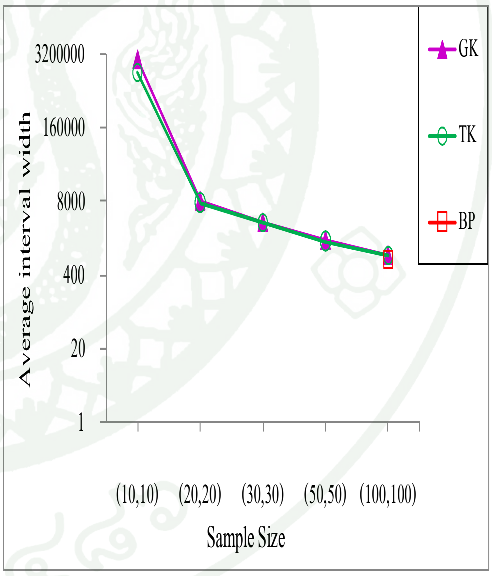
กรณีที่ $\sigma_1^2=0.75, \sigma_2^2=1$



กรณีที่ $\sigma_1^2=1, \sigma_2^2=1$

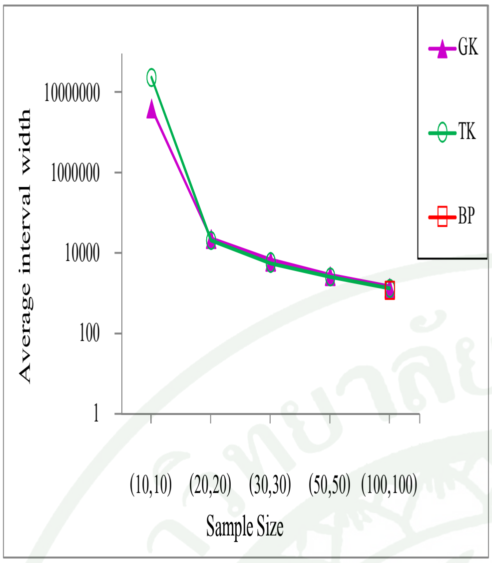


กรณีที่ $\sigma_1^2=1, \sigma_2^2=1.5$

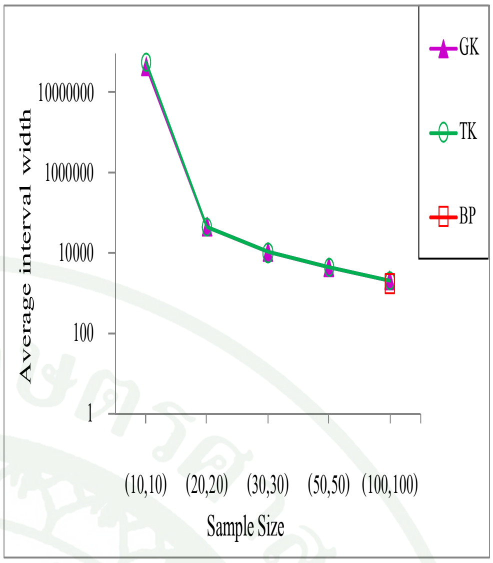


กรณีที่ $\sigma_1^2=3, \sigma_2^2=1$

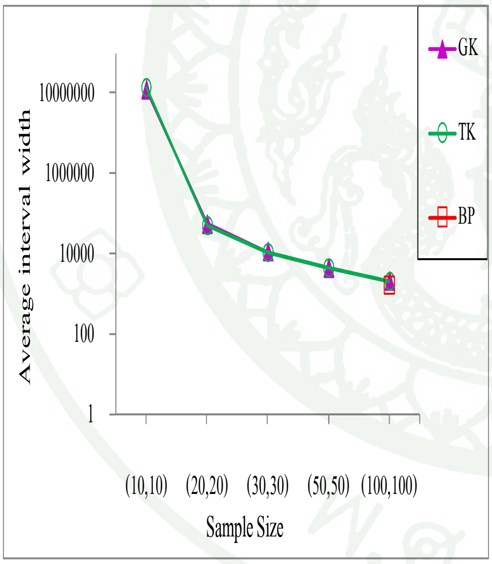
ภาพที่ 16 (ต่อ)



กรณีที่ $\sigma_1^2=3.5\,,\sigma_2^2=2$



กรณีที่ $\sigma_1^2=4\,,\sigma_2^2=2$



กรณีที่ $\sigma_1^2=4\,,\sigma_2^2=4$

ภาพที่ 16 (ต่อ)

พิจารณาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น กรณีที่ขนาดตัวอย่างจากทั้งสองประชากรเท่ากัน $(n_1 = n_2)$ และ $\mu_1 = 5, \mu_2 = 0$ จากตารางที่ 9 และภาพที่ 16 พบว่า วิธี BP ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นน้อยที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างที่ทำการสุ่มจากทั้งสองประชากรมากกว่า 10 เมื่อความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรมีค่าน้อยและแตกต่างกันน้อย นอกจากนี้ วิธี BP มีประสิทธิภาพดี เมื่อขนาดตัวอย่างและความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรเพิ่มมากขึ้น ส่วนวิธี ML ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นน้อยที่สุด เมื่อความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรเป็นดังนี้ $0.5 \le \sigma_1^2 \le 1, 1 \le \sigma_2^2 \le 1.5$ และขนาดตัวอย่างที่ทำการสุ่มมีขนาดเล็ก ส่วนวิธี GK ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นน้อยที่สุด เมื่อความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรมีค่ามากและมีค่าแตกต่างกันมาก ที่ขนาดตัวอย่าง n_1 และ n_2 เท่ากับ 10 เท่านั้น นอกจากนี้ วิธี TK ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นน้อยที่สุด เมื่อความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรเป็นดังนี้ $\sigma_1^2 \le 0.2$ และ $\sigma_2^2 \le 0.5$ ที่ขนาดตัวอย่าง n_1 และ n_2 น้อย แต่เมื่อความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรเพิ่มมากขึ้นเป็น $3 \le \sigma_1^2 \le 4$ และ $1 \le \sigma_2^2 \le 4$ พบว่า วิธี TK ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นน้อยที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่าง $(n_1, n_2) = (20,20), (30,30), (50,50)$

ตารางที่ 10 เปรียบเทียบค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นจากการทดลอง กรณีที่ขนาดตัวอย่างไม่เท่ากัน และ $\mu_1 = 5$, $\mu_2 = 0$

ความแปรปรวน	วิธี	ขนาดตัวอย่าง (n_1,n_2)			
		(10,20)	(10,30)	(20,30)	(50,100)
$\sigma_1^2=0.0269$ $\sigma_2^2=0.0988$	ML	77.2758	77.1433	55.0387	35.0557
	ZOU	-	-	-	-
	GK	35.5518	35.5049	23.1177	14.1078
	TK	35.3988**	35.3392**	23.0655	14.0956
	BP	-	-	20.9089**	13.5837**
$\sigma_1^2=0.07$ $\sigma_2^2=0.1$	ML	102.0881	102.4349	73.1295	46.3739
	ZOU	-	-	-	-
	GK	61.0514	61.4514	39.0726	23.4734
	TK	60.4045**	60.7972**	38.8543	23.4157
	BP	-	-	34.6764**	22.4525*
$\sigma_1^2=0.2$ $\sigma_2^2=0.5$	ML	149.1202	148.2816	105.9466	67.2868
	ZOU	-	-	-	-
	GK	129.5285	128.5116	76.3413	44.7092
	TK	125.8788**	124.9265**	75.3048	44.4805
	BP	-	-	64.5047**	41.9657**
$\sigma_1^2=0.5$ $\sigma_2^2=1$	ML	240.9820**	234.2637**	165.0867	104.0746
	ZOU	-	-	-	-
	GK	370.5926	350.2342	168.0413	91.0180
	TK	347.4544	330.4431	163.3998**	90.1523
	BP	-	-	-	83.3110**
$\sigma_1^2=0.75$ $\sigma_2^2=1$	ML	-	313.3543**	215.0446**	134.1114
	ZOU	-	-	-	-
	GK	695.4623	727.4409	269.3746	136.1153
	TK	637.3571**	673.2242	259.2673	134.0723
	BP	-	-	-	120.3987**

ตารางที่ 10 (ต่อ)

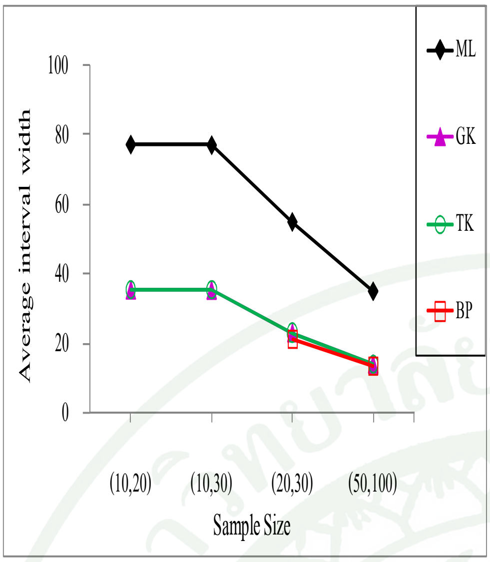
ความแปรปรวน	วิธี	ขนาดตัวอย่าง (n_1,n_2)			
		(10,20)	(10,30)	(20,30)	(50,100)
$\sigma_1^2=1$ $\sigma_2^2=1$	ML	-	-	275.1795**	170.9761**
	ZOU	-	-	-	-
	GK	1666.0750	1417.5550	419.4910	197.2070
	TK	1483.0440**	1286.8830**	401.5710	193.7210
	BP	-	-	-	171.1840
$\sigma_1^2=1$ $\sigma_2^2=1.5$	ML	-	-	-	167.2850
	ZOU	-	-	-	-
	GK	1397.4300	1483.4170	412.9050	191.7290
	TK	1283.9250**	1328.8750**	395.1759**	188.5080
	BP	-	-	-	165.6665**
$\sigma_1^2=3$ $\sigma_2^2=1$	ML	-	-	-	-
	ZOU	-	-	-	-
	GK	2868890.0000	2735414.0000	9258.1520	1676.1940
	TK	2538697.0000**	1676655.0000**	8568.0370**	1627.4830**
	BP	-	-	-	-
$\sigma_1^2=3.5$ $\sigma_2^2=2$	ML	-	-	-	-
	ZOU	-	-	-	-
	GK	12589023.0000**	250207727.0000	19436.1700	2826.3360
	TK	16471116.0000	220606264.0000**	18127.3900**	2733.4270**
	BP	-	-	-	-
$\sigma_1^2=4$ $\sigma_2^2=2$	ML	-	-	-	-
	ZOU	-	-	-	-
	GK	300774392.0000**	3856160921.0000**	41395.0100	4448.6510
	TK	677082662.0000	4242396709.0000	39630.0100**	4302.5460**
	BP	-	-	-	-

ตารางที่ 10 (ต่อ)

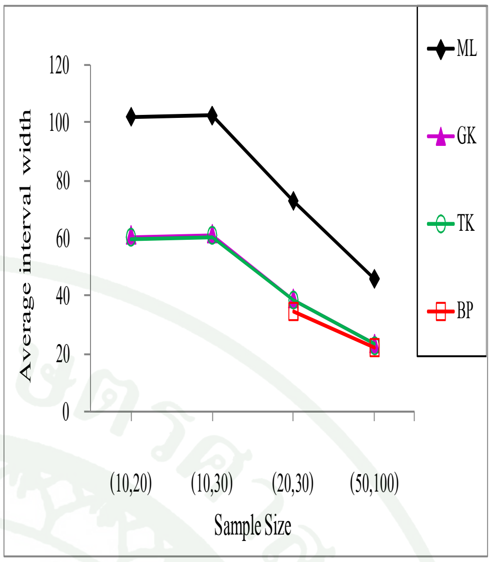
ความแปรปรวน	วิธี	ขนาดตัวอย่าง (n_1,n_2)			
		(10,20)	(10,30)	(20,30)	(50,100)
	ML	-	-	-	-
	ZOU	-	-	-	-
$\sigma_1^2=4$ $\sigma_2^2=4$	GK	117266249.0000**	263784226.0000**	44569.3200	4459.4320
	TK	367282681.0000	373129044.0000	40938.2800**	4323.7570**
	BP	-	-	-	-

หมายเหตุ ** วิธีที่ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นน้อยที่สุด

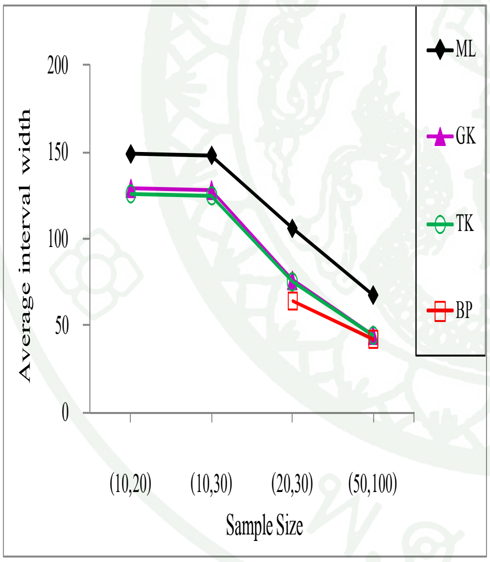
- วิธีที่ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด



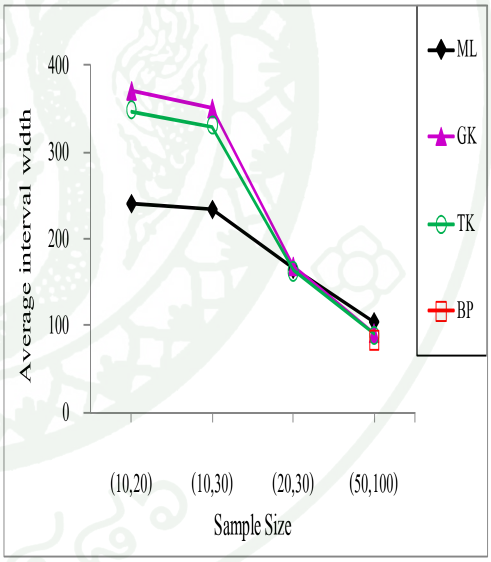
กรณีที่ σ_1^2=0.0269 , σ_2^2=0.0988



กรณีที่ σ_1^2=0.07 , σ_2^2=0.1

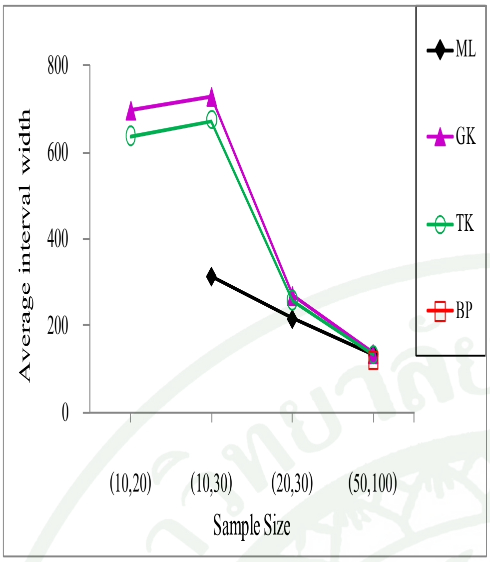


กรณีที่ σ_1^2=0.2 , σ_2^2=0.5

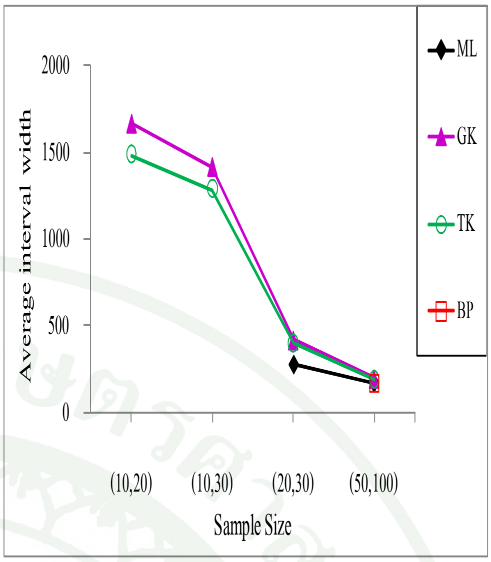


กรณีที่ σ_1^2=0.5 , σ_2^2=1

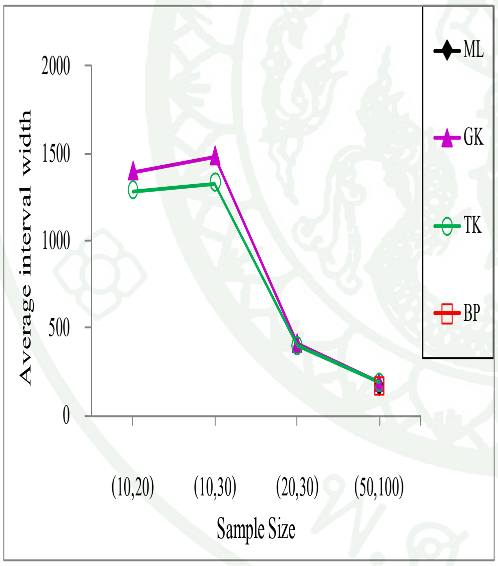
ภาพที่ 17 การเปรียบเทียบค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลองในกรณีต่างๆของ σ_1^2, σ_2^2 ขนาดตัวอย่างไม่เท่ากัน และ $\mu_1 = 5, \mu_2 = 0$



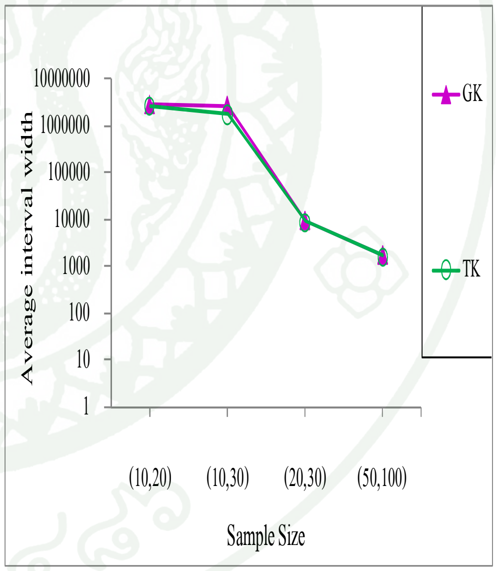
กรณีที่ $\sigma_1^2=0.75, \sigma_2^2=1$



กรณีที่ $\sigma_1^2=1, \sigma_2^2=1$

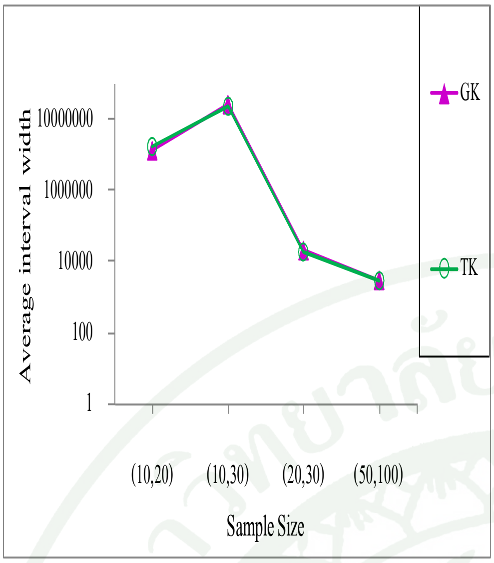


กรณีที่ $\sigma_1^2=1, \sigma_2^2=1.5$

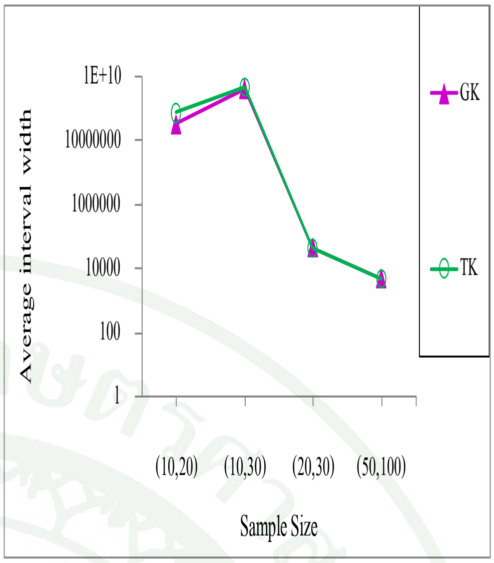


กรณีที่ $\sigma_1^2=3, \sigma_2^2=1$

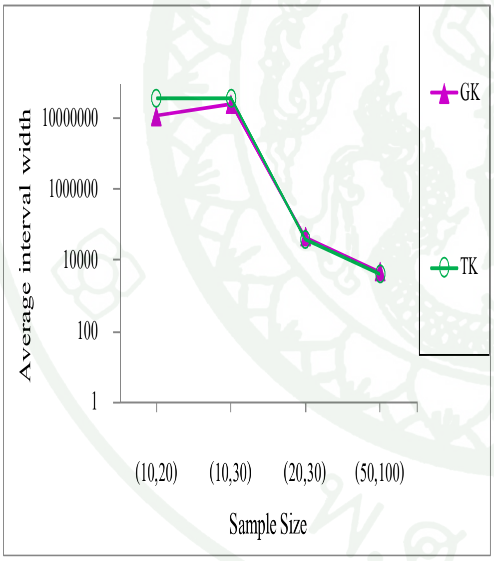
ภาพที่ 17 (ต่อ)



กรณีที่ $\sigma_1^2=3.5, \sigma_2^2=2$



กรณีที่ $\sigma_1^2=4, \sigma_2^2=2$



กรณีที่ $\sigma_1^2=4, \sigma_2^2=4$

ภาพที่ 17 (ต่อ)

พิจารณาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น กรณีที่ขนาดตัวอย่างจากทั้งสองประชากรไม่เท่ากัน $(n_1 \neq n_2)$ และ $\mu_1 = 5, \mu_2 = 0$ ดังตารางที่ 10 และภาพที่ 17 พบว่า วิธี TK ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นน้อยที่สุด เมื่อความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรมีค่าน้อยและแตกต่างกันน้อยกล่าวคือ $\sigma_1^2 \leq 0.2$, $\sigma_2^2 \leq 0.5$, $0.75 \leq \sigma_1^2 \leq 1$ และ $1 \leq \sigma_2^2 \leq 1.5$ ที่ขนาดตัวอย่างที่ทำการสุ่ม (n_1,n_2) = (10,20), (10,30) แต่เมื่อ $(\sigma_1^2,\sigma_2^2) = (3,1)$ พบว่า วิธี TK ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นน้อยที่สุด ในทุกระดับของขนาดตัวอย่างที่ทำการสุ่ม และเมื่อความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรมีค่าเพิ่มมากขึ้นและขนาดตัวอย่างเพิ่มมากขึ้น วิธี TK ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นน้อยที่สุด ส่วนวิธี BP ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นน้อยที่สุดเมื่อความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรมีค่าน้อยและแตกต่างกันน้อย ที่ขนาดตัวอย่างที่ทำการสุ่ม (n_1,n_2) = (20,30), (50,100) อย่างไรก็ตามเมื่อความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรมีค่าเพิ่มมากขึ้นพบว่า วิธี BP ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นน้อยที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างที่ทำการสุ่มมีขนาดใหญ่ ในขณะที่ วิธี ML ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นน้อยที่สุด เมื่อความแปรปรวน $(\sigma_1^2,\sigma_2^2) = (0.5,1)$ ที่ขนาดตัวอย่างขนาดเล็ก นอกจากนี้เมื่อความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรมีค่าเพิ่มมากขึ้นเป็น $0.75 \leq \sigma_1^2 \leq 1$ และ $\sigma_2^2 = 1$ วิธี ML จะมีประสิทธิภาพดีเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น สำหรับวิธี GK ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นน้อยที่สุด เมื่อความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรมีขนาดใหญ่กล่าวคือ $3.5 \leq \sigma_1^2 \leq 4$ และ $2 \leq \sigma_2^2 \leq 4$ ที่ขนาดตัวอย่างที่ทำการสุ่มมีขนาดเล็ก

ตารางที่ 11 เปรียบเทียบค่าอคติสัมพัทธ์ที่ได้จากการทดลอง กรณีที่ $\mu_1 = 0, \mu_2 = 0$

ความแปรปรวน	วิธี	ขนาดตัวอย่างเท่ากัน (n_1,n_2)					ขนาดตัวอย่างไม่เท่ากัน (n_1,n_2)			
		(10,10)	(20,20)	(30,30)	(50,50)	(100,100)	(10,20)	(10,30)	(20,30)	(50,100)
σ_1^2=0.0269 σ_2^2=0.0988	ML	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
	ZOU	-0.0372	-0.0024	-0.0273	-0.0494	-0.0386	-0.0058	0.1328	-0.0099	-0.0202
	GK	-0.3913	-0.4222	0.1333	0.1351	0.2353	-0.3529	-0.0244	0.0256	-0.1111
	TK	-0.4615	-0.6098	-0.3077	-0.0811	0.0000	-0.3548	-0.1795	-0.3684	-0.0870
	BP	-0.4634	-0.5844	-0.6078	-0.2245	-0.1250	-0.3243	-0.0390	-0.3731	-0.2157
σ_1^2=0.07 σ_2^2=0.1	ML	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
	ZOU	-0.0332	0.0444	0.0117	0.0028	-0.0499	0.0739	0.1405	-0.0110	-0.0545
	GK	-0.0556	-0.1429	0.1163	-0.1000	-0.1020	0.1000	0.2500	-0.1667	-0.2174
	TK	-0.1429	-0.1489	0.0833	-0.2195	-0.1429	0.0769	0.3529	-0.1724	-0.1111
	BP	-0.0947	-0.2500	-0.0938	-0.2000	-0.1111	0.1456	0.3830	-0.1429	-0.1579
σ_1^2=0.2 σ_2^2=0.5	ML	-1	-1	-1	-1	-0.5	N/A	N/A	N/A	N/A
	ZOU	-0.2756	-0.0507*	-0.0227*	-0.0394*	-0.0810*	0.0290	0.0897	-0.0800	-0.1164
	GK	-0.2692*	0.0741	0.2157	-0.0645	-0.1667	0.1538	-0.1892	0.0400	-0.1154
	TK	-0.6279	-0.2683	-0.1111	-0.2459	-0.3115	-0.1429	-0.0667	-0.1739	-0.1111
	BP	-0.7037	-0.5600	-0.3671	-0.6456	-0.5733	-0.3333	-0.1111	-0.2289	-0.2836
σ_1^2=0.5 σ_2^2=1	ML	-1	-1	-0.7931	-0.7600	-0.5714	N/A	N/A	-1	-0.5455
	ZOU	-0.2661	-0.2701	-0.1237	-0.1090	-0.0747	0.0244	0.0584	0*	-0.0635*
	GK	-0.2273*	-0.2593*	0.0847*	0.0333*	0.0476*	-0.1628	-0.0612	-0.0182	-0.1642
	TK	-0.6875	-0.5833	-0.1765	-0.2766	-0.0938	-0.2778	-0.0233	-0.3750	-0.1746
	BP	-0.7457	-0.7345	-0.4725	-0.6267	-0.3867	-0.3617	-0.1724	-0.5529	-0.3143
σ_1^2=0.75 σ_2^2=1	ML	-1	-1	-0.7857	-0.5000	-0.2000	N/A	N/A	-0.8182	-0.2000
	ZOU	-0.1264*	-0.1091*	-0.1211	0.0227*	-0.0909	0.0397	0.1511	-0.1224	-0.0173*
	GK	-0.3077	-0.2381	0.0000*	-0.1343	0.0000*	-0.1579	-0.2632	-0.1212	-0.1143
	TK	-0.4054	-0.3750	-0.2727	-0.1525	-0.0204	-0.0909	-0.0625	-0.2258	-0.0323
	BP	-0.5789	-0.5510	-0.3763	-0.3600	-0.3016	-0.0476	0.3333	-0.0947*	0.0476

ตารางที่ 11 (ต่อ)

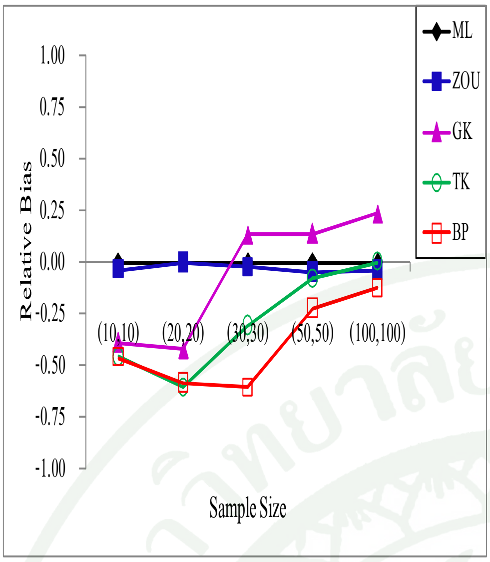
ความแปรปรวน	วิธี	ขนาดตัวอย่างเท่ากัน (n_1,n_2)					ขนาดตัวอย่างไม่เท่ากัน (n_1,n_2)			
		(10,10)	(20,20)	(30,30)	(50,50)	(100,100)	(10,20)	(10,30)	(20,30)	(50,100)
σ_1^2=1 σ_2^2=1	ML	N/A	1	-0.1579	-0.2571	0*	1	1	0.7647	0.4545
	ZOU	0.0036	0.0476	-0.0616*	-0.0204	0.0393	0.1269	0.1420	0.1144	0.1220
	GK	-0.0943	0.0667	-0.1429	-0.1077	-0.0462	0.1212*	-0.0545*	-0.0833	-0.0204*
	TK	0.1852	0.1200	-0.1364	-0.1379	-0.0492	0.4783	0.5000	0.0462*	0.1304
	BP	-0.0940	-0.0103*	-0.0769	0.0000*	-0.0556	0.6094	0.7333	0.3774	0.3939
σ_1^2=1 σ_2^2=1.5	ML	-1	-1	-0.7538	-0.4353	-0.3404	-1	N/A	-0.9167	-0.1579
	ZOU	-0.1048*	-0.0085*	-0.1276	-0.0548	0.0189	0.0267*	0.0753	-0.0092*	0.0303*
	GK	-0.1373	-0.0959	0.0000*	-0.0159*	0.0164*	-0.2286	-0.2000	-0.0423	0.0323
	TK	-0.5000	-0.3667	-0.2581	-0.1148	-0.1803	-0.2766	-0.0526	-0.1525	-0.0588
	BP	-0.7250	-0.6471	-0.4727	-0.4545	-0.4865	-0.3167	0.0889	-0.3778	-0.1081
σ_1^2=3 σ_2^2=1	ML	1	1	0.9588	0.7976	0.4929	1	1	1	0.8526
	ZOU	0.1003*	0.1060*	0.0932	0.1822	0.0945	0.0361*	0.1177	0.1609*	0.1415*
	GK	0.3793	0.1351	0.0278*	0.0263*	0.0556*	0.0714	-0.0588*	0.1951	0.1563
	TK	0.9149	0.5000	0.3235	0.2821	0.2286	0.7000	0.6250	0.5556	0.2836
	BP	0.9877	0.9439	0.7805	0.8626	0.5818	0.9669	0.9585	0.9439	0.8333
σ_1^2=3.5 σ_2^2=2	ML	1	1	0.9783	0.7375	0.4674	1	1	1	0.7201
	ZOU	-0.0208*	0.0953*	0.0167*	0.0817	0.1161*	-0.0381*	-0.0263*	0.0513*	0.1457
	GK	0.3333	0.4286	0.1000	0.0159*	0.1750	0.0649	0.2571	0.3623	0.0588*
	TK	0.8276	0.6393	0.2329	0.2615	0.3506	0.7455	0.9231	0.5890	0.2222
	BP	0.9252	0.9029	0.8411	0.7311	0.5714	0.9731	0.9729	0.8829	0.6912
σ_1^2=4 σ_2^2=2	ML	1	1	1	0.7387	0.4947	1	1	1	0.7411
	ZOU	0.0323*	0.0805*	0.0808*	0.1433*	0.1325*	0.0118*	-0.0384*	0.0825*	0.0511
	GK	0.5333	0.3671	0.3125	0.1795	0.2000	0.1646	0.0423	0.1294	-0.0294*
	TK	0.8929	0.5641	0.4375	0.3750	0.3333	0.6190	0.8077	0.4937	0.2615
	BP	0.9632	0.9167	0.9348	0.8108	0.7213	0.9615	0.9881	0.8929	0.8074

ตารางที่ 11 (ต่อ)

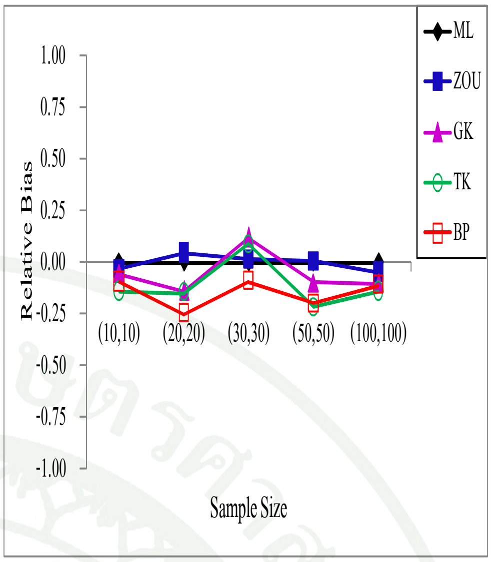
ความแปรปรวน	วิธี	ขนาดตัวอย่างเท่ากัน (n_1,n_2)					ขนาดตัวอย่างไม่เท่ากัน (n_1,n_2)			
		(10,10)	(20,20)	(30,30)	(50,50)	(100,100)	(10,20)	(10,30)	(20,30)	(50,100)
$\sigma_1^2=4$ $\sigma_2^2=4$	ML	N/A	-1	-0.1057	0.0032*	-0.0269*	1	N/A	1	0.3258
	ZOU	-0.0120	-0.0458*	-0.0807*	-0.0286	-0.0383	-0.1637*	-0.1470	-0.0609	-0.0394*
	GK	-0.1765	-0.2131	-0.1282	0.2105	0.0750	-0.1648	-0.0571	-0.0938	0.2099
	TK	-0.1163	-0.1250	-0.1351	0.2500	0.0649	0.1014	0.3061	0.0000*	0.2821
	BP	-0.0204	-0.1209	-0.0093	0.1176	-0.0444	0.6429	0.8000	0.3396	0.5304

หมายเหตุ N/A ไม่มีค่าอคติสัมพัทธ์

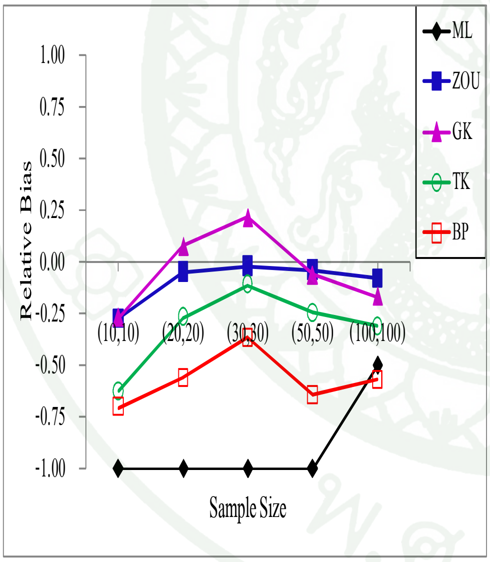
* มีค่าอคติสัมพัทธ์น้อยที่สุด



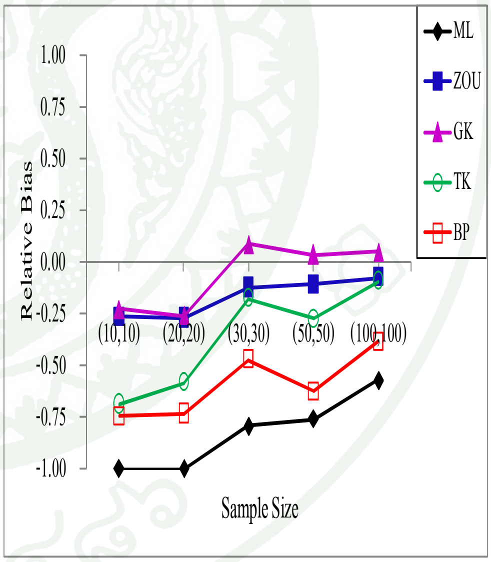
กรณีที่ $\sigma_1^2=0.0269, \sigma_2^2=0.0988$



กรณีที่ $\sigma_1^2=0.07, \sigma_2^2=0.1$

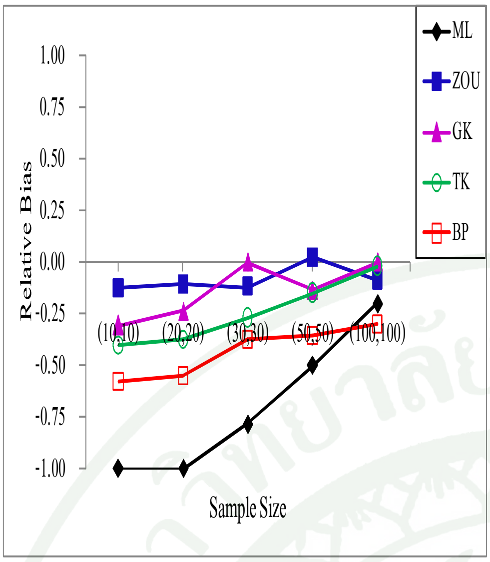


กรณีที่ $\sigma_1^2=0.2, \sigma_2^2=0.5$

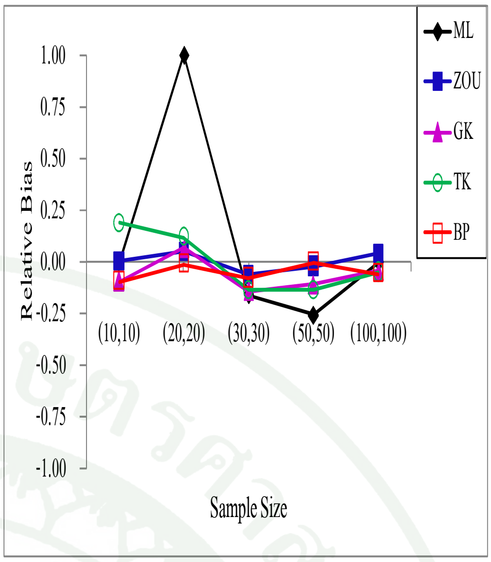


กรณีที่ $\sigma_1^2=0.5, \sigma_2^2=1$

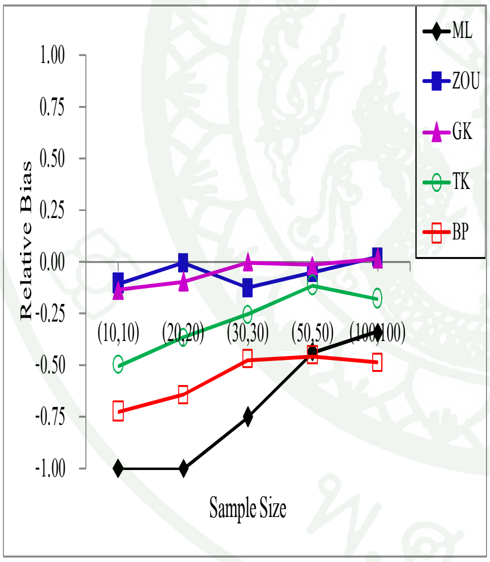
ภาพที่ 18 การเปรียบเทียบค่าอคติสัมพัทธ์ที่ได้จากการทดลองในกรณีต่างๆของ σ_1^2, σ_2^2 ขนาดตัวอย่างเท่ากัน และ $\mu_1=0, \mu_2=0$



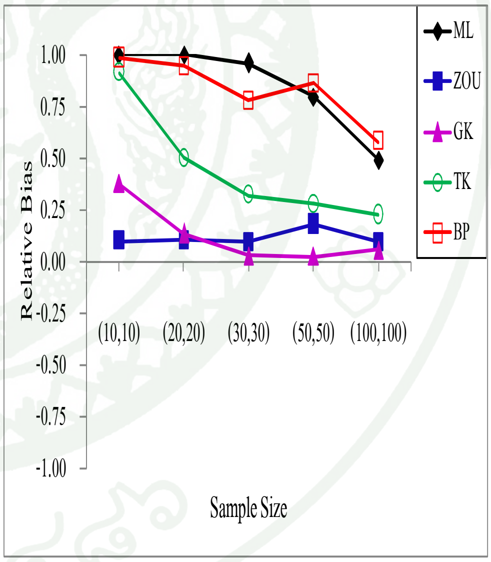
กรณีที่ $\sigma_1^2=0.75, \sigma_2^2=1$



กรณีที่ $\sigma_1^2=1, \sigma_2^2=1$

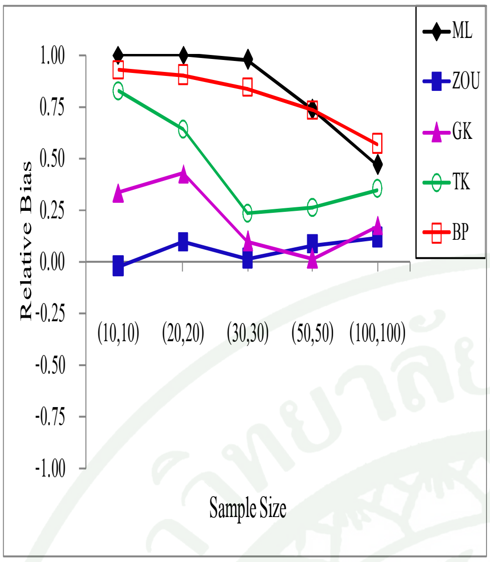


กรณีที่ $\sigma_1^2=1, \sigma_2^2=1.5$

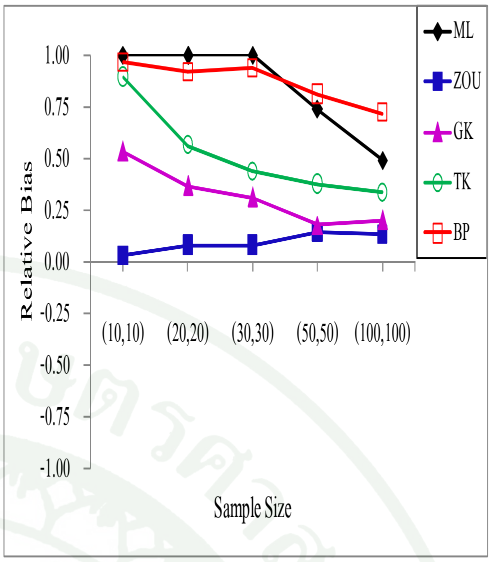


กรณีที่ $\sigma_1^2=3, \sigma_2^2=1$

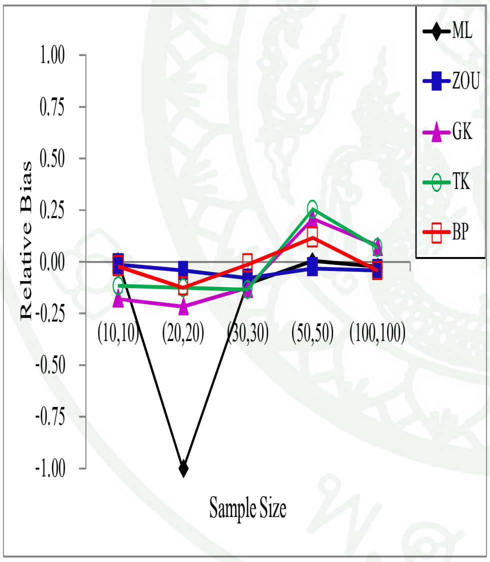
ภาพที่ 18 (ต่อ)



กรณีที่ $\sigma_1^2=3.5, \sigma_2^2=2$



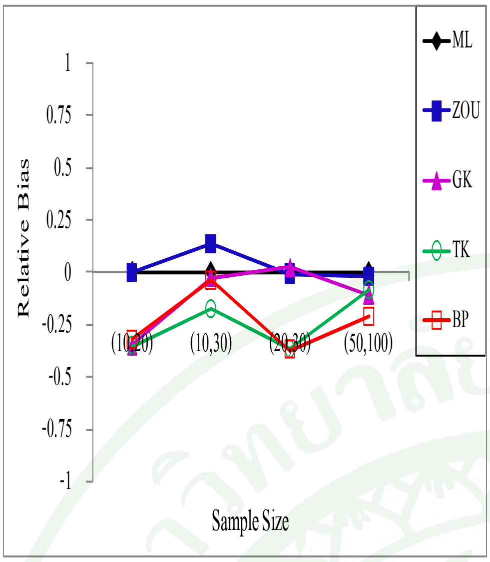
กรณีที่ $\sigma_1^2=4, \sigma_2^2=2$



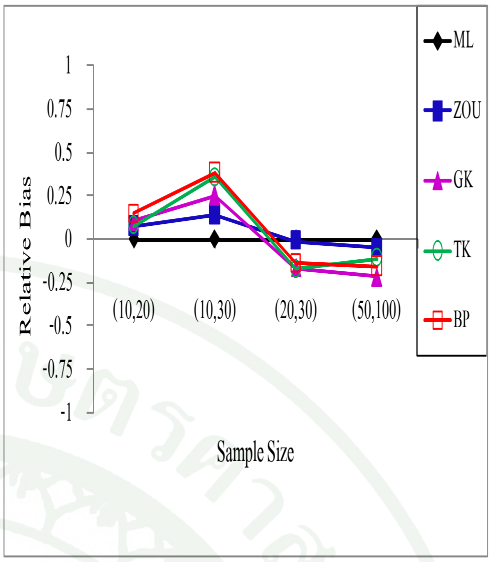
กรณีที่ $\sigma_1^2=4, \sigma_2^2=4$

ภาพที่ 18 (ต่อ)

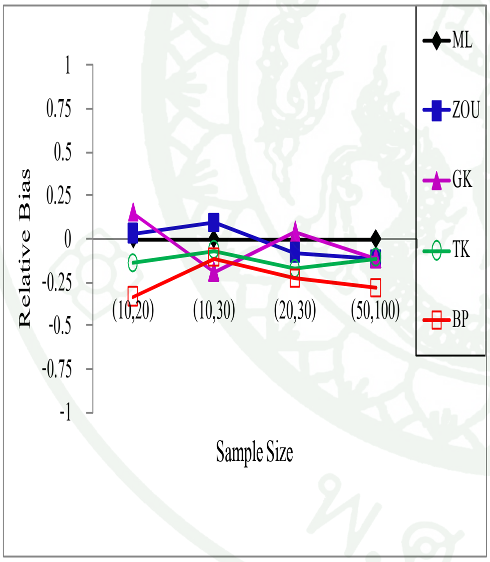
พิจารณาค่าอคติสัมพัทธ์ กรณีที่ขนาดตัวอย่างจากทั้งสองประชากรเท่ากัน $(n_1 = n_2)$ และ $\mu_1 = 0, \mu_2 = 0$ จากตารางที่ 11 และภาพที่ 18 พบว่า ทุกขนาดตัวอย่างที่ทำการสุ่ม วิธี ML ไม่มีค่าอคติสัมพัทธ์ เมื่อความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรมีค่าน้อยและแตกต่างกันไม่มากนัก $(\sigma_1^2 \leq 0.07$ และ $\sigma_2^2 \leq 0.1)$ ส่วนวิธี ZOU ให้ค่าอคติสัมพัทธ์ใกล้ค่า 0 มากที่สุด เมื่อ $1 \leq \sigma_1^2 \leq 3.5$ และ $1.5 \leq \sigma_2^2 \leq 2$ ที่ขนาดตัวอย่าง n_1 และ n_2 ไม่เกิน 20 แต่เมื่อความแปรปรวนจากสองประชากรเพิ่มมากขึ้น $(\sigma_1^2, \sigma_2^2) = (4, 2), (4, 4)$ วิธี ZOU ให้ค่าอคติสัมพัทธ์ใกล้ค่า 0 ส่วนวิธี GK ให้ค่าอคติสัมพัทธ์ใกล้ค่า 0 มากที่สุดทุกขนาดตัวอย่างที่ทำการสุ่ม เมื่อ $\sigma_1^2 = 0.5$ และ $\sigma_2^2 = 1$ และเมื่อ $1 \leq \sigma_1^2 \leq 3$ และ $1 \leq \sigma_2^2 \leq 1.5$ วิธี GK ให้ค่าอคติสัมพัทธ์ใกล้ค่า 0 มากที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่าง n_1 และ n_2 มากกว่า 20 อย่างไรก็ตาม ส่วนวิธี TK และวิธี TK ให้ค่าอคติสัมพัทธ์ไม่ใกล้ค่า 0



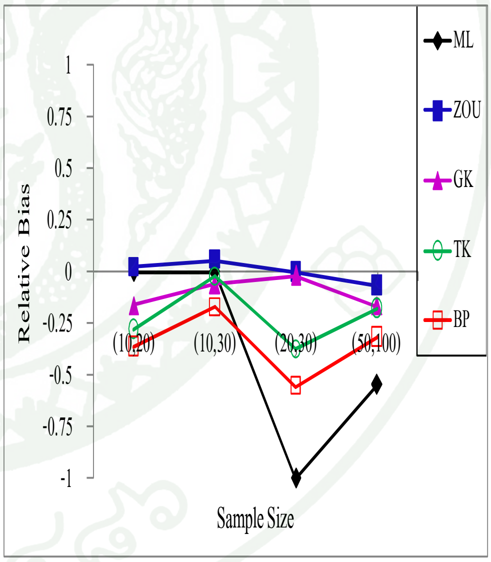
กรณีที่ $\sigma_1^2=0.0269,\sigma_2^2=0.0988$



กรณีที่ $\sigma_1^2=0.07,\sigma_2^2=0.1$

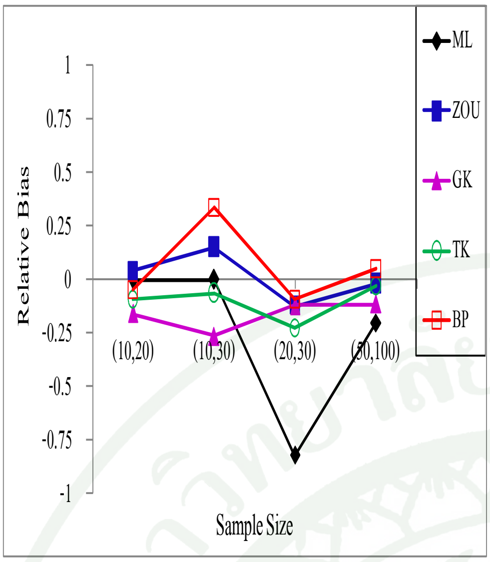


กรณีที่ $\sigma_1^2=0.2,\sigma_2^2=0.5$

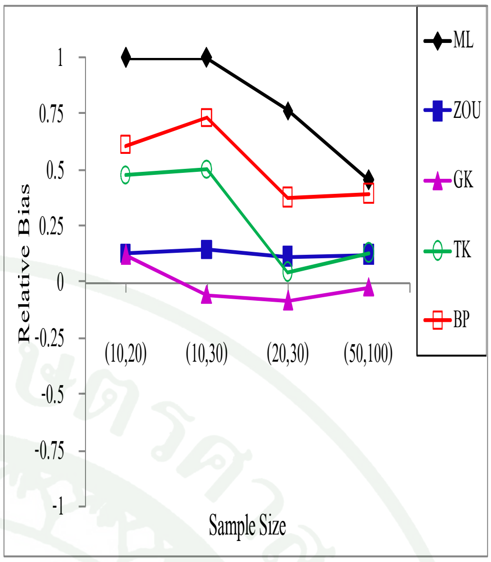


กรณีที่ $\sigma_1^2=0.5,\sigma_2^2=1$

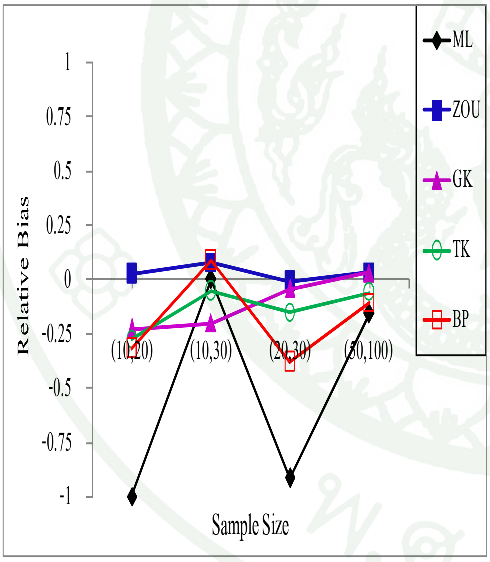
ภาพที่ 19 การเปรียบเทียบค่าอคติสัมพัทธ์ที่ได้จากการทดลองในกรณีต่างๆของ σ_1^2, σ_2^2 ขนาดตัวอย่างไม่เท่ากัน และ $\mu_1=0,\ \mu_2=0$



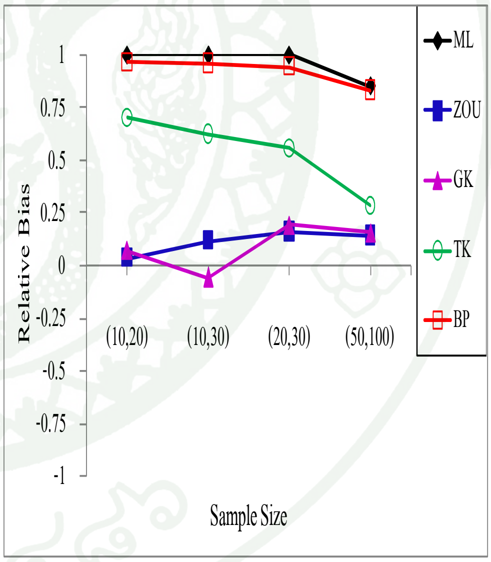
กรณีที่ $\sigma_1^2=0.75, \sigma_2^2=1$



กรณีที่ $\sigma_1^2=1, \sigma_2^2=1$

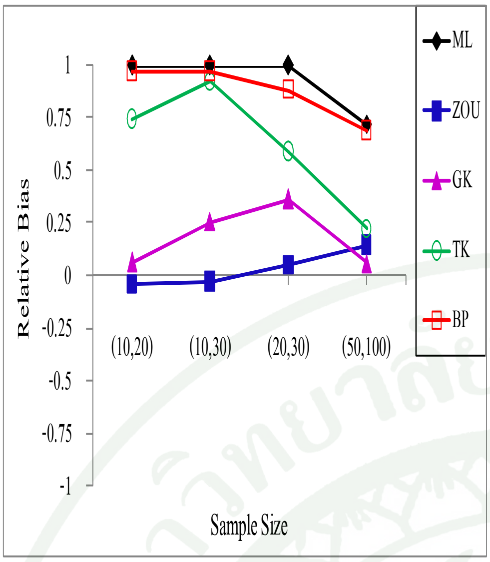


กรณีที่ $\sigma_1^2=1, \sigma_2^2=1.5$

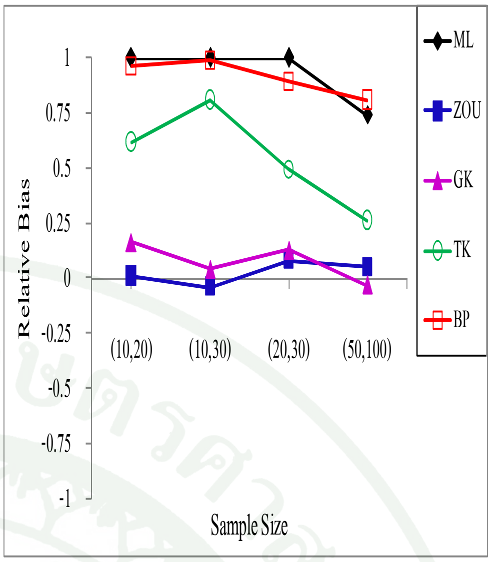


กรณีที่ $\sigma_1^2=3, \sigma_2^2=1$

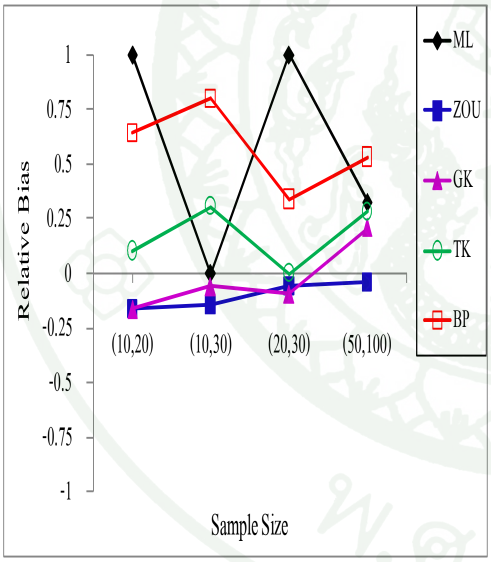
ภาพที่ 19 (ต่อ)



กรณีที่ $\sigma_1^2=3.5, \sigma_2^2=2$



กรณีที่ $\sigma_1^2=4, \sigma_2^2=2$



กรณีที่ $\sigma_1^2=4, \sigma_2^2=4$

ภาพที่ 19 (ต่อ)

พิจารณาค่าอคติสัมพัทธ์ กรณีที่ขนาดตัวอย่างจากทั้งสองประชากรไม่เท่ากัน $(n_1 \neq n_2)$ และ $\mu_1 = 0, \mu_2 = 0$ จากตารางที่ 11 และภาพที่ 19 พบว่า ทุกขนาดตัวอย่างที่ทำการสุ่ม วิธี ML ไม่มีค่าอคติสัมพัทธ์ เมื่อความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรมีค่าน้อยและแตกต่างกันไม่มากนัก ($\sigma_1^2 \leq 0.2$ และ $\sigma_2^2 \leq 0.5$) นอกจากนี้ความแปรปรวนเพิ่มขึ้นเป็น $\left(\sigma_1^2,\sigma_2^2\right) = (0.5,1),\ (0.75,1)$ วิธี ML ไม่มีค่าอคติสัมพัทธ์ เมื่อขนาดตัวอย่างที่ทำการสุ่มมีขนาดเล็ก ส่วนวิธี ZOU ส่วนใหญ่ให้ค่าอคติสัมพัทธ์ใกล้ค่า 0 มากที่สุด เมื่อความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรมีค่ามากและแตกต่างกันมาก กล่าวคือ $1 \leq \sigma_1^2 \leq 4$ และ $1.5 \leq \sigma_2^2 \leq 4$ ส่วนวิธี GK ส่วนใหญ่ให้ค่าอคติสัมพัทธ์ใกล้ค่า 0 เมื่อความแปรปรวนจากทั้งสองประชากร $\left(\sigma_1^2,\sigma_2^2\right) = (1, 1)$ เมื่อขนาดตัวอย่างเล็ก แต่วิธี TK และ วิธี BP ให้ค่าอคติสัมพัทธ์ใกล้ค่า 1 เมื่อความแปรปรวนจากสองประชากรมีค่ามากและแตกต่างกันมาก

ตารางที่ 12 เปรียบเทียบค่าอคติสัมพัทธ์ที่ได้จากการทดลอง กรณีที่ $\mu_1 = 5, \mu_2 = 0$

ความแปรปรวน	วิธี	ขนาดตัวอย่างเท่ากัน (n_1,n_2)					ขนาดตัวอย่างไม่เท่ากัน (n_1,n_2)			
		(10,10)	(20,20)	(30,30)	(50,50)	(100,100)	(10,20)	(10,30)	(20,30)	(50,100)
σ_1^2=0.0269 σ_2^2=0.0988	ML	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
	ZOU	0.0414	-0.0018	0.0483	0.0458	0.0717	-0.0463	0.0511	0.0320	-0.0509
	GK	-0.1905	-0.0588	0.2000	0.0000	0.4839	-0.0233	-0.3333	-0.1064	-0.1200
	TK	0.0952	0.2381	0.4286	0.1250	0.4706	0.2973	0.1176	0.2683	0.2174
	BP	0.2381	0.4048	0.5088	0.4884	0.6500	0.2958	0.2562	0.2088	0.2308
σ_1^2=0.07 σ_2^2=0.1	ML	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
	ZOU	0.1481	0.0407	0.1390	-0.0123	0.0408	0.1385	0.0921	0.0543	0.0732
	GK	0.2174	0.0526	0.1628	0.0909	-0.1351	-0.0417	-0.1064	0.3333	0.2258
	TK	0.6098	0.4286	0.6744	0.2121	-0.0625	0.5652	0.3778	0.6500	0.4118
	BP	0.6730	0.5467	0.7600	0.6327	0.1795	0.5256	0.5762	0.7045	0.6610
σ_1^2=0.2 σ_2^2=0.5	ML	1	N/A	N/A	N/A	N/A	1	1	N/A	N/A
	ZOU	0.2727	0.1489	0.0300	0.1504	0.0549	0.2362	0.2750	0.1103	0.1331
	GK	0.1915*	0.0870	0.0000	0.0286	0.3500	0.2222*	-0.1321*	-0.1500	0.3103
	TK	0.8889	0.6818	0.6970	0.4194	0.6190	0.9149	0.7059	0.5758	0.6875
	BP	0.8061	0.7419	0.8961	0.7419	0.9200	0.8581	0.7722	0.8495	0.8947
σ_1^2=0.5 σ_2^2=1	ML	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	ZOU	0.4023	0.2000*	0.1182	0.1371*	-0.0017*	0.3567	0.4714	0.2327	0.1268
	GK	0.1667*	0.3226	0.0980*	0.2683	0.0222	0.0741*	0.2195*	0.0909*	0.0833*
	TK	1	0.8491	0.7391	0.6842	0.3333	0.9444	1	0.6957	0.5238
	BP	0.9900	0.9832	0.8938	0.9500	0.5942	0.9716	1	1	0.8734
σ_1^2=0.75 σ_2^2=1	ML	1	1	1	1	0.86047	1	1	1	1
	ZOU	0.4385	0.2958	0.2801	0.1877	0.1513	0.4863	0.4365	0.2657	0.1829
	GK	0.3478*	0.1667*	0.2800*	0.1667*	0.0164*	0.2245*	0.2075*	0.1852*	0.0476*
	TK	0.9429	0.7500	0.7143	0.4643	0.2131	0.8537	0.8298	0.7500	0.4286
	BP	0.9806	0.9739	0.9474	0.9223	0.6053	0.9630	1	0.9592	0.8056

ตารางที่ 12 (ต่อ)

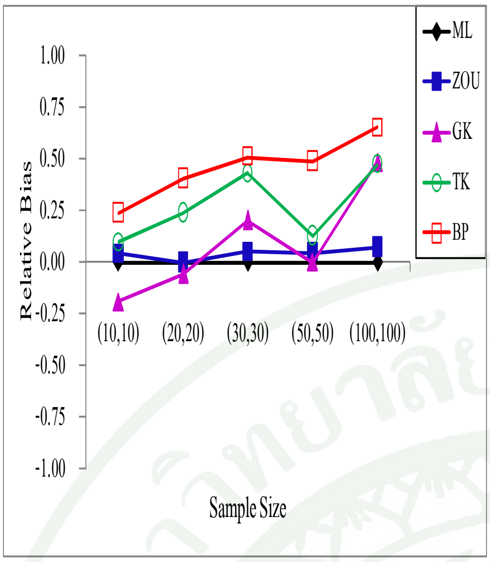
ความแปรปรวน	วิธี	ขนาดตัวอย่างเท่ากัน (n_1,n_2)					ขนาดตัวอย่างไม่เท่ากัน (n_1,n_2)			
		(10,10)	(20,20)	(30,30)	(50,50)	(100,100)	(10,20)	(10,30)	(20,30)	(50,100)
σ_1^2=1 σ_2^2=1	ML	1	1	1	0.9740	0.8310	1	1	1	0.9452
	ZOU	0.4580	0.2568	0.1825	0.2028	0.1656	0.3082	0.4029	0.2935	0.0680*
	GK	0.1343*	-0.0182*	-0.1034*	0.0000*	-0.1636	0.1642*	0.1803*	0.2093*	-0.1379
	TK	0.8723	0.5849	0.2400	0.3077	0.0690*	0.9623	0.9583	0.7255	0.1739
	BP	0.9841	0.9737	0.9406	0.8588	0.5904	0.9592	0.9737	0.9221	0.6923
σ_1^2=1 σ_2^2=1.5	ML	1	1	1	0.9560	0.8925	1	1	1	1
	ZOU	0.4450	0.2900	0.2300	0.1939	0.1464	0.4793	0.3655	0.2727	0.2394
	GK	0.1429*	-0.0345*	-0.1429*	0.0725*	-0.0492*	0.0345*	0.1333*	0.2500*	0.1765*
	TK	0.9565	0.5926	0.2692	0.5738	0.3226	0.8500	1	0.7966	0.6667
	BP	0.9783	0.8926	0.8689	0.8889	0.7684	0.9691	0.9291	0.9630	0.8899
σ_1^2=3 σ_2^2=1	ML	1	1	0.9571	0.8209	0.5608	1	1	1	0.7929
	ZOU	0.0778	0.1373	0.1300*	0.1957	0.0738*	0.1062	0.0567	0.0886*	0.1529
	GK	0*	0.0789*	-0.1724	0.0725*	0.0886	0.0541*	0.0286*	-0.2195	0.0390*
	TK	0.8333	0.5161	0.1351	0.2973	0.2533	0.7037	0.8298	0.2903	0.3521
	BP	0.9536	0.9474	0.8506	0.7941	0.7255	0.9713	0.9873	0.8700	0.8140
σ_1^2=3.5 σ_2^2=2	ML	1	1	1	0.7914	0.5153	1	1	1	0.7409
	ZOU	0.0338	0.0026*	0.1012	0.1026	0.0409*	0.0274*	0.0228	0.1228	0.0436*
	GK	0*	-0.0278	-0.0753*	0.0137*	0.1304	-0.1084	-0.0108*	-0.0833*	-0.0444
	TK	0.6296	0.3056	0.3421	0.2239	0.2615	0.7143	0.6164	0.2963	0.1282
	BP	0.9720	0.9602	0.8497	0.8211	0.7917	0.9763	0.9886	0.9434	0.7467
σ_1^2=4 σ_2^2=2	ML	1	1	1	0.7169	0.5401	1	1	1	0.7536
	ZOU	0.0308*	0.0635*	0.1312	0.1101	0.0928*	0.0199*	-0.0092*	0.0845*	0.0585
	GK	0.1622	0.0909	0.1212*	-0.1566	0.1026	0.1011	-0.1340	0.1084	-0.0380*
	TK	0.6727	0.5161	0.4839	-0.0390*	0.1795	0.6232	0.4571	0.5588	0.2727
	BP	0.9839	0.9841	0.9545	0.7183	0.6491	0.9892	0.9840	0.9654	0.8347

ตารางที่ 12 (ต่อ)

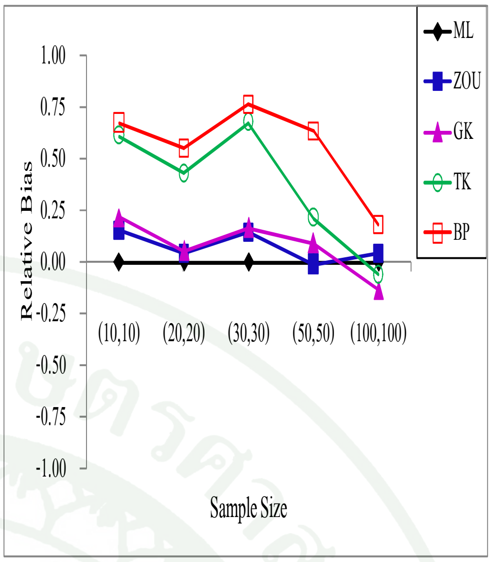
ความแปรปรวน	วิธี	ขนาดตัวอย่างเท่ากัน (n_1,n_2)					ขนาดตัวอย่างไม่เท่ากัน (n_1,n_2)			
		(10,10)	(20,20)	(30,30)	(50,50)	(100,100)	(10,20)	(10,30)	(20,30)	(50,100)
$\sigma_1^2=4$ $\sigma_2^2=4$	ML	1	1	1	0.7812	0.5415	1	1	1	0.7854
	ZOU	0.0174*	0.0559	0.0932*	0.1323	0.1442	-0.0239*	0.0010*	0.0605*	0.0505*
	GK	0.2353	0.0278*	0.1707	0.0805*	-0.0149*	0.1236	0.2360	0.2500	0.0571
	TK	0.7966	0.3750	0.4750	0.2874	0.2000	0.6970	0.8028	0.7241	0.2787
	BP	0.9702	0.9368	0.9100	0.7808	0.7800	0.9825	0.9720	0.9608	0.8636

หมายเหตุ N/A ไม่มีค่าอคติสัมพัทธ์

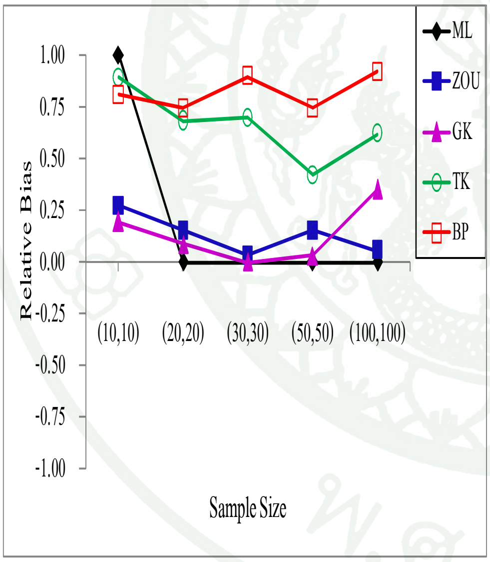
* มีค่าอคติสัมพัทธ์น้อยที่สุด



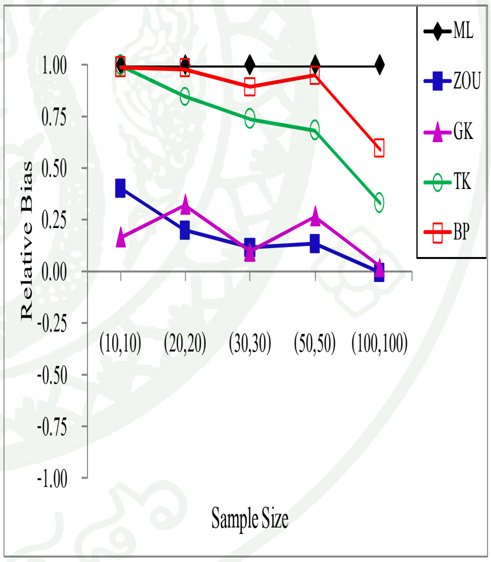
กรณีที่ $\sigma_1^2=0.0269, \sigma_2^2=0.0988$



กรณีที่ $\sigma_1^2=0.07, \sigma_2^2=0.1$

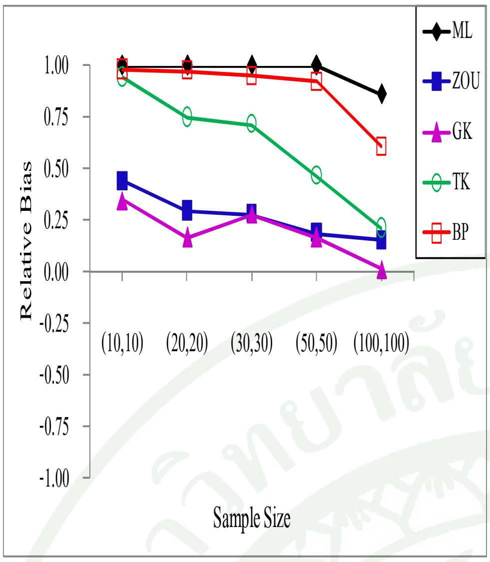


กรณีที่ $\sigma_1^2=0.2, \sigma_2^2=0.5$

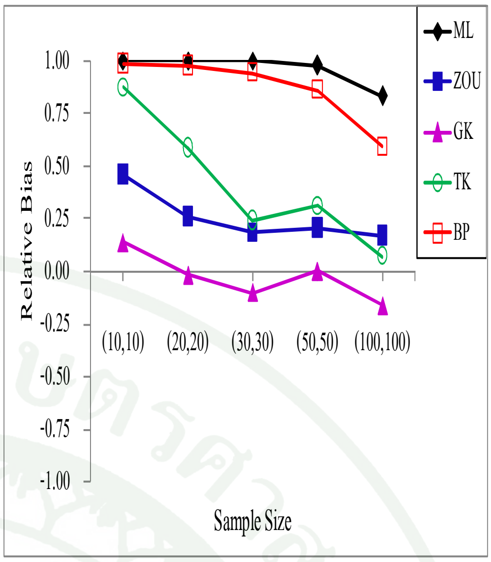


กรณีที่ $\sigma_1^2=0.5, \sigma_2^2=1$

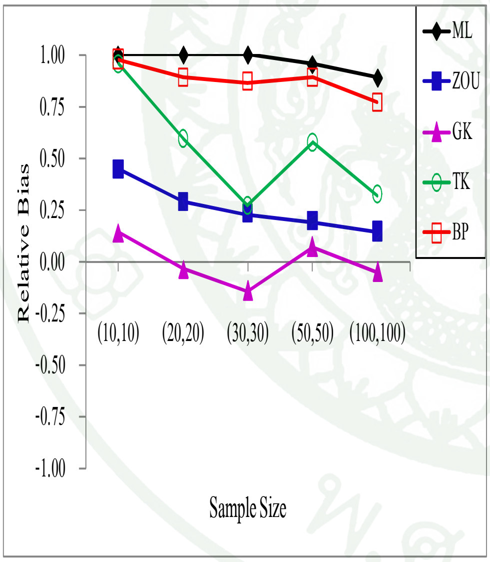
ภาพที่ 20 การเปรียบเทียบค่าอคติสัมพัทธ์ที่ได้จากการทดลองในกรณีต่างๆของ σ_1^2, σ_2^2 ขนาดตัวอย่างเท่ากัน และ $\mu_1 = 5, \mu_2 = 0$



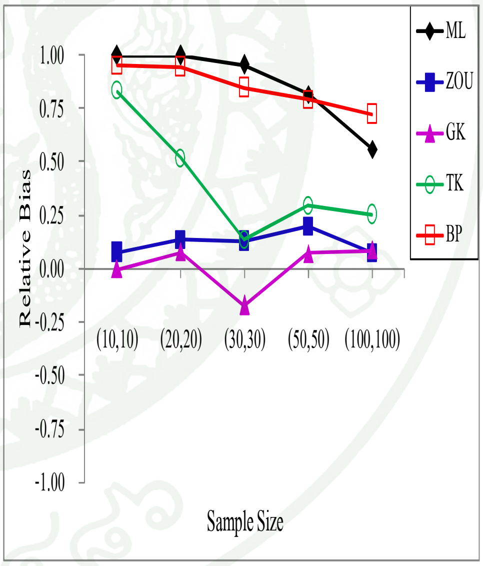
กรณีที่ $\sigma_1^2=0.75, \sigma_2^2=1$



กรณีที่ $\sigma_1^2=1, \sigma_2^2=1$

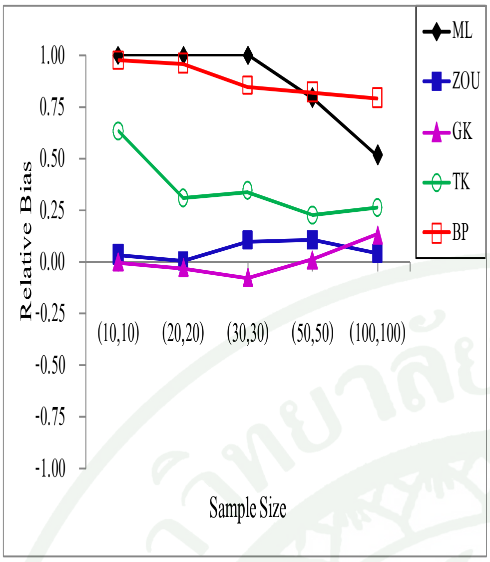


กรณีที่ $\sigma_1^2=1, \sigma_2^2=1.5$

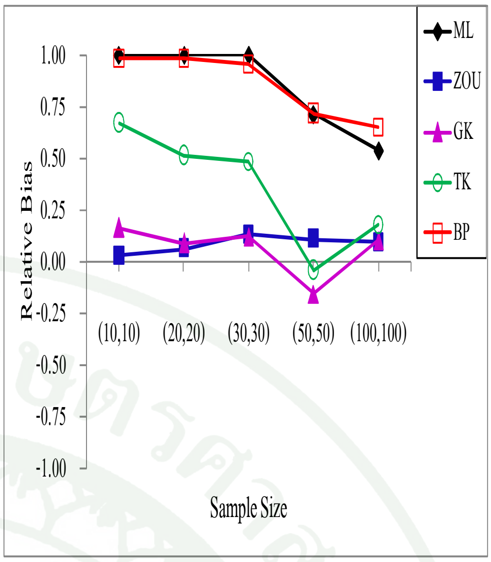


กรณีที่ $\sigma_1^2=3, \sigma_2^2=1$

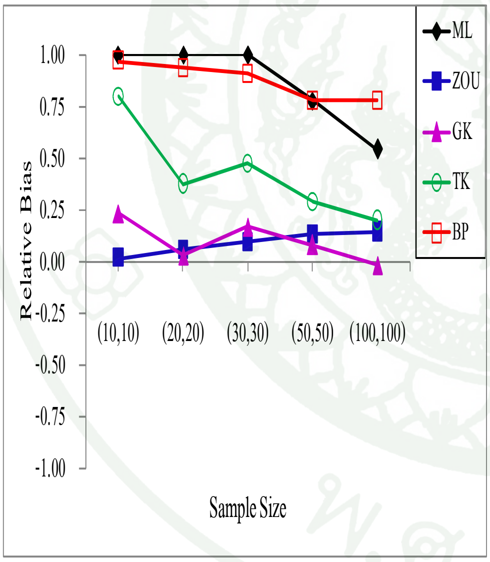
ภาพที่ 20 (ต่อ)



กรณีที่ $\sigma_1^2=3.5, \sigma_2^2=2$



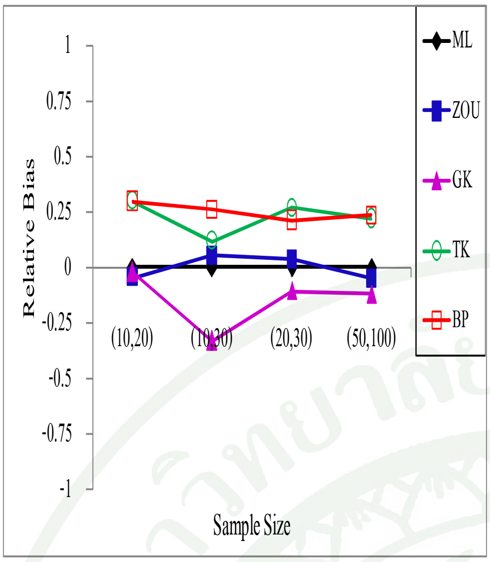
กรณีที่ $\sigma_1^2=4, \sigma_2^2=2$



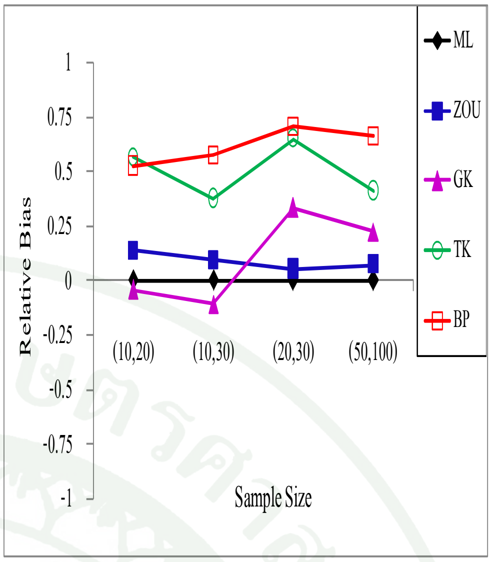
กรณีที่ $\sigma_1^2=4, \sigma_2^2=4$

ภาพที่ 20 (ต่อ)

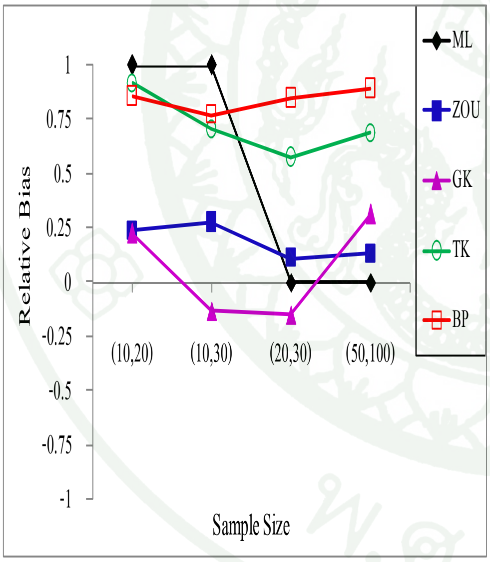
พิจารณาค่าอคติสัมพัทธ์ กรณีที่ขนาดตัวอย่างจากทั้งสองประชากรเท่ากัน $(n_1 = n_2)$ และ $\mu_1 = 5, \mu_2 = 0$ จากตารางที่ 12 และ ภาพที่ 20 พบว่า ทุกขนาดตัวอย่างที่ทำการสุ่ม วิธี ML ไม่มีค่าอคติสัมพัทธ์ เมื่อความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรมีค่าน้อยและแตกต่างกันไม่มากนัก ($\sigma_1^2 \leq 0.2$ และ $\sigma_2^2 \leq 0.5$) แต่เมื่อความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรเพิ่มขึ้น ($0.75 \leq \sigma_1^2 \leq 1$ และ $1 \leq \sigma_2^2 \leq 1.5$) วิธี GK ให้ค่าอคติสัมพัทธ์ใกล้ค่า 0 มากที่สุด ทุกขนาดตัวอย่างที่ทำการสุ่ม ส่วนวิธี ZOU และวิธี GK ให้ค่าอคติสัมพัทธ์ใกล้เคียงกับค่า 0 เมื่อ $3 \leq \sigma_1^2 \leq 4$ และ $1 \leq \sigma_2^2 \leq 4$ ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 ส่วนวิธี TK และ วิธี BP ให้ค่าอคติสัมพัทธ์ไม่ใกล้ค่า 0 ไม่ว่าสถานการณ์ใดก็ตาม



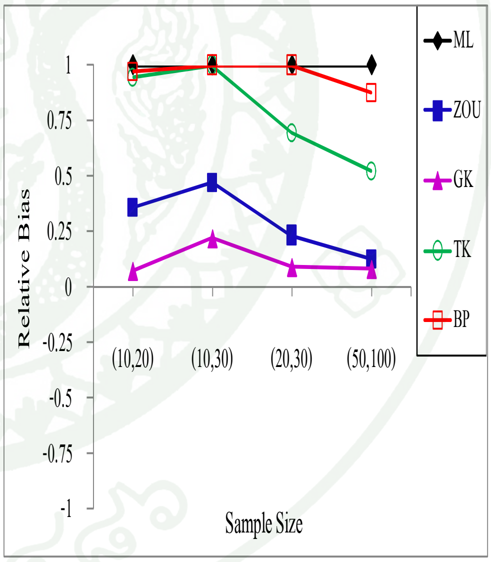
กรณีที่ $\sigma_1^2=0.0269, \sigma_2^2=0.0988$



กรณีที่ $\sigma_1^2=0.07, \sigma_2^2=0.1$

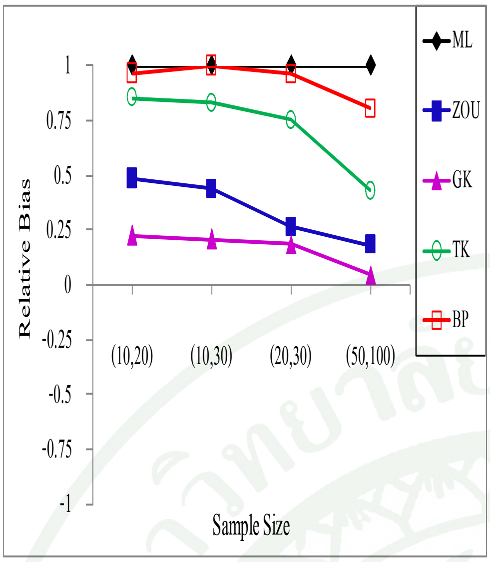


กรณีที่ $\sigma_1^2=0.2, \sigma_2^2=0.5$

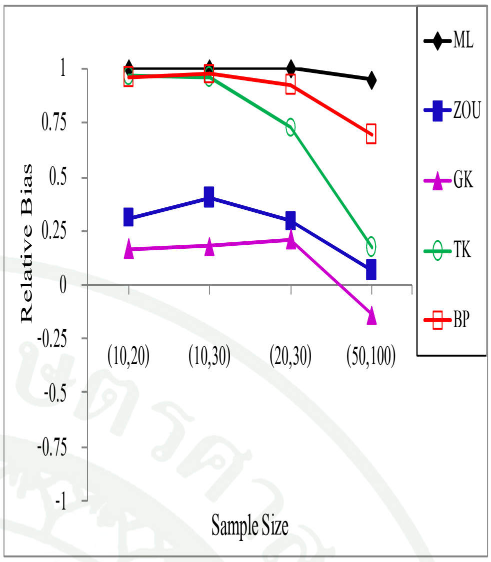


กรณีที่ $\sigma_1^2=0.5, \sigma_2^2=1$

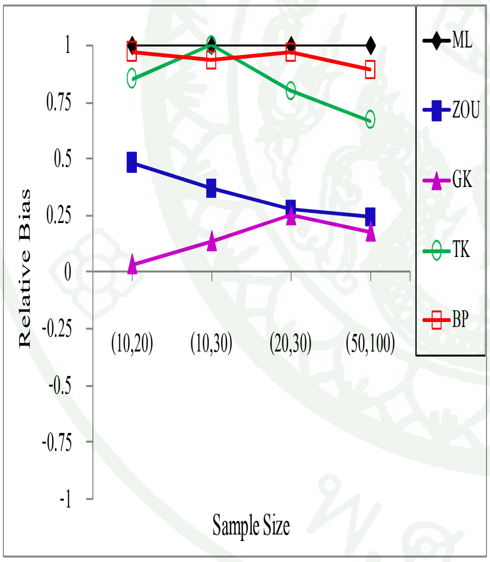
ภาพที่ 21 การเปรียบเทียบค่าอคติสัมพัทธ์ที่ได้จากการทดลองในกรณีต่างๆของ σ_1^2, σ_2^2 ขนาดตัวอย่างไม่เท่ากัน และ $\mu_1 = 5, \mu_2 = 0$



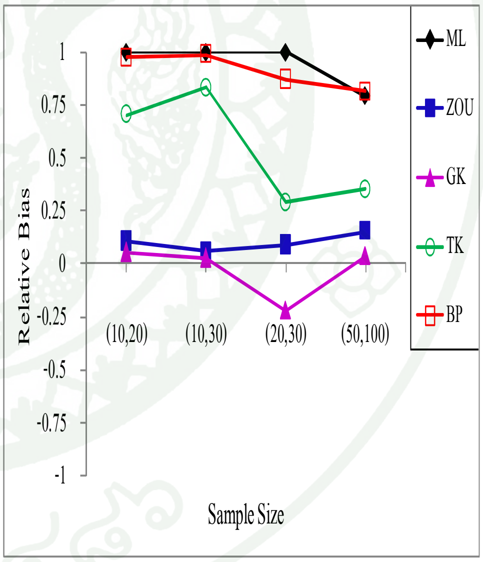
กรณีที่ $\sigma_1^2=0.75 , \sigma_2^2=1$



กรณีที่ $\sigma_1^2=1 , \sigma_2^2=1$

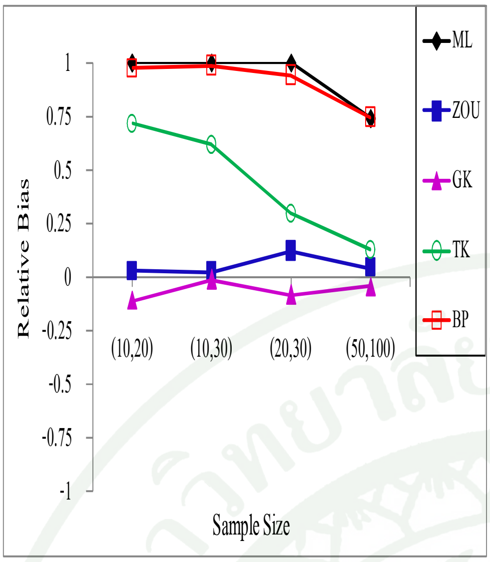


กรณีที่ $\sigma_1^2=1 , \sigma_2^2=1.5$

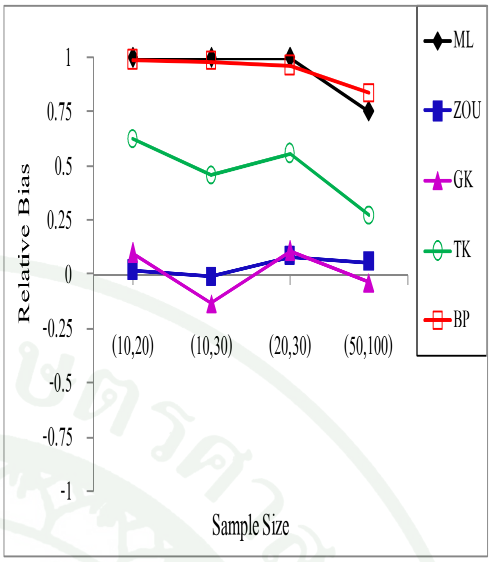


กรณีที่ $\sigma_1^2=3 , \sigma_2^2=1$

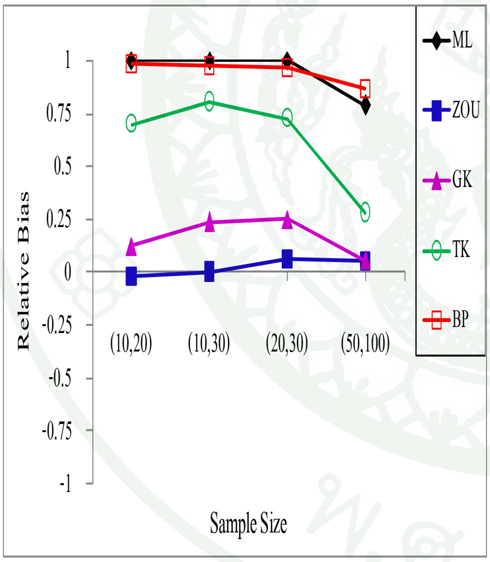
ภาพที่ 21 (ต่อ)



กรณีที่ $\sigma_1^2=3.5\,,\sigma_2^2=2$



กรณีที่ $\sigma_1^2=4\,,\sigma_2^2=2$



กรณีที่ $\sigma_1^2=4\,,\sigma_2^2=4$

ภาพที่ 21 (ต่อ)

ผลการพิจารณากรณีที่ขนาดตัวอย่างจากทั้งสองประชากรไม่เท่ากัน $(n_1 \neq n_2)$ และ $\mu_1 = 5, \mu_2 = 0$ จากตารางที่ 12 และ ภาพที่ 21 พบว่า ทุกขนาดตัวอย่างที่ทำการสุ่ม วิธี ML ไม่มีค่าอคติสัมพัทธ์ เมื่อความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรมีค่าน้อยและแตกต่างกันไม่มากนัก $(\sigma_1^2 \leq 0.07$ และ $\sigma_2^2 \leq 0.1)$ แต่เมื่อความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรเพิ่มขึ้น $(0.2 \leq \sigma_1^2 \leq 3$ และ $0.5 \leq \sigma_2^2 \leq 1)$ วิธี GK ให้ค่าอคติสัมพัทธ์ใกล้ค่า 0 มากที่สุด ที่ขนาดตัวอย่างเล็ก ส่วนวิธี ZOU ให้ค่าอคติสัมพัทธ์ใกล้เคียงกับค่า 0 เมื่อความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรมีค่ามากและแตกต่างมาก $3.5 \leq \sigma_1^2 \leq 4$ และ $2 \leq \sigma_1^2 \leq 4$ ส่วนวิธี TK และ วิธี BP ให้ค่าอคติสัมพัทธ์ไม่ใกล้ค่า 0 ไม่ว่าสถานการณ์ใดก็ตาม

วิจารณ์

ผลการวิจัยสามารถสรุปผลตามเกณฑ์การเปรียบเทียบ ได้ดังนี้

1. พิจารณาค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นพบว่าวิธี GK และวิธี TK มีประสิทธิภาพมากที่สุดในทุกสถานการณ์ ซึ่งให้ผลการศึกษาสอดคล้องกับผลงานวิจัยของ ทองคำและชนาพันธุ์(2553) โดยพบว่าสถิติไพโวทัลที่นำเสนอสำหรับวิธีเจเนอรัลไลซ์คอนฟิเดนซ์อินเทอร์วัลส์ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นเป็น Conservative Confidence Interval หรือให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ส่วนวิธี BP และวิธี ML มีประสิทธิภาพมากที่สุด เมื่อความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรมีค่าน้อยและแตกต่างกันไม่มาก เช่นเดียวกันค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้จากทั้งสองประชากรเพิ่มขึ้นพบว่าวิธี BP และวิธี ML จะมีประสิทธิภาพน้อยลง แต่วิธี ZOU มีประสิทธิภาพน้อยที่สุดในทุกสถานการณ์

2. พิจารณาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น พบว่าที่ทุกระดับค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนจากทั้งสองประชากร เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นมีแนวโน้มลดลง ทุกขนาดตัวอย่างที่ทำการสุ่มและที่ขนาดตัวอย่างหนึ่งๆ เมื่อค่าเฉลี่ยและค่าความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรมีค่าเพิ่มขึ้น จะทำให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นเพิ่มขึ้น ซึ่งให้ผลการศึกษาสอดคล้องกับงานวิจัยของ ทองคำและชนาพันธุ์(2553)

ทุกระดับขนาดตัวอย่าง ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้จากทั้งสองประชากรมีค่ามากจะทำให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นจากทั้งสองประชากรมีค่ามาก กล่าวคือค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นจากทั้งสองประชากรแปรผันตามค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้

3. พิจารณาจากค่าอคติสัมพัทธ์ พบว่าถึงแม้วิธี ZOU จะให้ค่าอคติสัมพัทธ์น้อยแต่ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกสถานการณ์ เนื่องจากวิธีนี้ให้ค่าอคติทางซ้ายใกล้เคียงกับค่าอคติทางขวาจึงทำให้ได้ค่าอคติสัมพัทธ์มีค่าน้อย ส่วนวิธี TK และวิธี BP ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด แต่มีค่าอคติสัมพัทธ์มาก เนื่องจากวิธีนี้ให้ค่าอคติทางซ้ายไม่ใกล้เคียงกับค่าอคติทางขวาจึงส่งผลให้ค่าอคติสัมพัทธ์มีค่ามาก ดังนั้นวิธีที่มีประสิทธิภาพดีนั้นต้องมีค่าอคติทั้งทางด้านซ้ายและทางด้านขวาสมดุลกัน

สรุปและข้อเสนอแนะ

สรุป

การวิจัยครั้งนี้ต้องการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างค่าเฉลี่ยสองประชากรในการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล 5 วิธี คือ วิธีความควรจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Approach: ML) วิธีของ Zou และคณะ (Zou’s Method: ZOU) วิธีเจเนอรัลไลซ์คอนฟิเดนซ์อินเทอร์วัลส์ (Generalized Confidence Interval) โดยใช้ตัวสถิติของ Krishnamoorthy and Mathew (GK) วิธีเจเนอรัลไลซ์คอนฟิเดนซ์อินเทอร์วัลส์ (Generalized Confidence Interval) โดยใช้ตัวสถิติของ Maiklad (GK) และวิธีบูตสแตรปท์เปอร์เซ็นต์ไทล์ (Bootstrap Percentile: BP) ในการพิจารณาประสิทธิภาพแบ่งเป็น 2 ส่วนคือ ส่วนแรกพิจารณาจากวิธีที่ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด แล้วจึงพิจารณาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นโดยวิธีที่ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นน้อยที่สุดถือว่าวิธีนั้นมีประสิทธิภาพมากที่สุด ส่วนที่สองพิจารณาจากค่าอคติสัมพัทธ์ โดยวิธีที่ให้ค่าอคติสัมพัทธ์ใกล้ค่า 0 หรือไม่มีค่าอคติสัมพัทธ์ถือว่าวิธีนั้นมีประสิทธิภาพมากที่สุด

เนื่องจากค่าพารามิเตอร์และสัมประสิทธิ์ความโด่งของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลจะกำหนดจากค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ โดยค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ $(\omega+2)\sqrt{\omega-1}$ และสัมประสิทธิ์ความโด่งเท่ากับ $\omega^4+2\omega^3+3\omega^2-3$ แทนค่า $\omega = \exp(\sigma^2)$ กล่าวคือเมื่อค่าความแปรปรวนมากจะพบว่าสัมประสิทธิ์ความเบ้และสัมประสิทธิ์ความโด่งมีค่ามากเช่นกันในทางกลับกันถ้าค่าความแปรปรวนน้อย พบว่าสัมประสิทธิ์ความเบ้และสัมประสิทธิ์ความโด่งมีค่าน้อย

ในการดำเนินงานวิจัยครั้งนี้สร้างแบบจำลองข้อมูล ทั้งหมด 198 สถานการณ์แตกต่างกันตาม $\mu_1,\mu_2,\sigma_1^2,\sigma_2^2,n_1$ และ n_2 โดยใช้เทคนิคมอลติคาร์โล (Monte Carlo Simulation Technique) ทำการทดลองซ้ำ 2,000 ครั้ง โดยใช้โปรแกรม R version 2.13.0 สรุปผลได้ดังนี้

พิจารณาค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น

1. กรณีที่ $\mu_1=0, \mu_2=0$

1.1 วิธี ML เมื่อขนาดตัวอย่างที่ทำการสุ่มจากสองประชากรเท่ากัน $(n_1= n_2)$ และขนาดตัวอย่างที่ทำการสุ่มจากสองประชากรไม่เท่ากัน $(n_1 \neq n_2)$ พบว่า วิธี ML ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดก็ต่อเมื่อความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรมีค่าน้อยและแตกต่างกันไม่มากนัก ($\sigma_1^2 \leq 1$ และ $\sigma_1^2 \leq 1.5$) ในทุกระดับของขนาดตัวอย่างที่ทำการสุ่ม

1.2 วิธี ZOU ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกสถานการณ์ที่ทำการจำลองข้อมูลซึ่งแสดงให้เห็นว่าวิธี ZOU มีประสิทธิภาพน้อยที่สุด ดังนั้นจึงไม่นำวิธีนี้ไปคำนวณค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น

1.3 วิธี GK ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกสถานการณ์ที่ทำการจำลองข้อมูล

1.4 วิธี TK ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกสถานการณ์ที่ทำการจำลองข้อมูล

1.5 วิธี BP เมื่อขนาดตัวอย่างที่ทำการสุ่มจากสองประชากรเท่ากัน $(n_1= n_2)$ พบว่า วิธี BP ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ในทุกระดับของขนาดตัวอย่างที่ทำการสุ่ม เมื่อความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรมีค่าน้อยและแตกต่างกันไม่มาก แต่เมื่อความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรเพิ่มมากขึ้น พบว่า วิธี BP จะให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อขนาดตัวอย่างจากสองประชากรเพิ่มขึ้น แต่ในกรณี ขนาดตัวอย่างที่ทำการสุ่มจากสองประชากรไม่เท่ากัน $(n_1 \neq n_2)$ พบว่า วิธี BP ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรมีค่าน้อยและแตกต่างกันไม่มากนัก ($\sigma_1^2 \leq 0.75$ และ $\sigma_2^2 \leq 1$)

2. กรณีที่ μ_1=5, $\mu_2 = 0$

2.1 วิธี ML เมื่อขนาดตัวอย่างที่ทำการสุ่มจากสองประชากรเท่ากัน ($n_1 = n_2$) พบว่า วิธี ML ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรมีค่าน้อยและแตกต่างกันไม่มากนัก ($\sigma_1^2 \le 0.75$ และ $\sigma_2^2 \le 1$) ในทุกระดับของขนาดตัวอย่างที่ทำการสุ่ม แต่ในกรณี ขนาดตัวอย่างที่ทำการสุ่มจากสองประชากรไม่เท่ากัน ($n_1 \ne n_2$) พบว่า วิธี ML ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรมีค่าน้อยและแตกต่างกันไม่มากนัก ($\sigma_1^2 \le 0.5$ และ $\sigma_2^2 \le 1$) ในทุกระดับของขนาดตัวอย่างที่ทำการสุ่ม

2.2 วิธี ZOU ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกสถานการณ์ที่ทำการจำลองข้อมูลซึ่งแสดงให้เห็นว่าวิธี ZOU มีประสิทธิภาพน้อยที่สุด ดังนั้นจึงไม่นำวิธีนี้ไปคำนวณค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น

2.3 วิธี GK ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกสถานการณ์ที่ทำการจำลองข้อมูล

2.4 วิธี TK ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกสถานการณ์ที่ทำการจำลองข้อมูล

2.5 วิธี BP เมื่อขนาดตัวอย่างที่ทำการสุ่มจากสองประชากรเท่ากัน ($n_1 = n_2$) พบว่า วิธี BP ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรมีค่าน้อยมากและแตกต่างกันไม่มากนัก ($\sigma_1^2 \le 0.02$ และ $\sigma_2^2 \le 0.5$) เมื่อขนาดตัวอย่างที่ทำการสุ่มจากทั้งสองประชากรมากกว่า 20 ขึ้นไป แต่เมื่อความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรเพิ่มขึ้น วิธี BP ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อขนาดตัวอย่างจากสองประชากรเพิ่มมากขึ้น แต่ในกรณีขนาดตัวอย่างที่ทำการสุ่มจากสองประชากรไม่เท่ากัน ($n_1 \ne n_2$) พบว่า วิธี BP ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อขนาดตัวอย่างจากทั้งสองประชากรมีขนาดใหญ่และความแปรปรวนจากประชากรที่ 2 เท่ากับ $\sigma_2^2 = 1$ และ ความแปรปรวนจากประชากรที่ 1 อยู่ระหว่าง $0.75 \le \sigma_1^2 \le 1.5$

ดังนั้น สรุปวิธีที่ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด จำแนกตามค่าพารามิเตอร์และขนาดตัวอย่าง ดังตารางที่ 13-14

ตารางที่ 13 วิธีที่ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด จำแนกตามค่าพารามิเตอร์และขนาดตัวอย่าง กรณีที่ $\mu_1 = 0, \mu_2 = 0$

σ_1^2	σ_2^2	ขนาดตัวอย่างเท่ากัน					ขนาดตัวอย่างไม่เท่ากัน			
		(10,10)	(20,20)	(30,30)	(50,50)	(100,100)	(10,20)	(10,30)	(20,30)	(50,100)
0.0269	0.0988	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK,BP
0.07	0.1	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK,BP
0.2	0.5	ML,GK,TK	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK,BP
0.5	1	ML,GK,TK	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK,BP
0.75	1	ML,GK,TK	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK,BP
1	1	ML,GK,TK	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK	ML,GK,TK	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK,BP
1	1.5	ML,GK,TK	ML,GK,TK	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK,BP
3	1	GK,TK	GK,TK	GK,TK	GK,TK	GK,TK,BP	GK,TK	GK,TK	GK,TK	GK,TK
3.5	2	GK,TK	GK,TK	GK,TK	GK,TK	GK,TK,BP	GK,TK	GK,TK	GK,TK	GK,TK
4	2	GK,TK	GK,TK	GK,TK	GK,TK	GK,TK	GK,TK	GK,TK	GK,TK	GK,TK
4	4	ML,GK,TK	ML,GK,TK	GK,TK,BP	GK,TK,BP	GK,TK,BP	GK,TK,ML	GK,TK,ML	BP,GK,TK,ML	GK,TK,BP

ตารางที่ 14 วิธีที่ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด จำแนกตามค่าพารามิเตอร์และขนาดตัวอย่าง กรณีที่ $\mu_1=5, \mu_2=0$

σ_1^2	σ_2^2	ขนาดตัวอย่างเท่ากัน					ขนาดตัวอย่างไม่เท่ากัน			
		(10,10)	(20,20)	(30,30)	(50,50)	(100,100)	(10,20)	(10,30)	(20,30)	(50,100)
0.0269	0.0988	ML,GK,TK	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK	ML,GK,TK	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK,BP
0.07	0.1	ML,GK,TK	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK	ML,GK,TK	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK,BP
0.2	0.5	ML,GK,TK	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK	ML,GK,TK	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK,BP
0.5	1	ML,GK,TK	ML,GK,TK	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK	ML,GK,TK	ML,GK,TK	ML,GK,TK,BP
0.75	1	ML,GK,TK	ML,GK,TK	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK,BP	GK,TK	ML,GK,TK	ML,GK,TK	ML,GK,TK,BP
1	1	GK,TK	GK,TK	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK,BP	GK,TK	ML,GK,TK	ML,GK,TK	ML,GK,TK,BP
1	1.5	GK,TK	ML,GK,TK	ML,GK,TK	ML,GK,TK,BP	ML,GK,TK,BP	GK,TK	ML,GK,TK	GK,TK	ML,GK,TK,BP
3	1	GK,TK	GK,TK	GK,TK	GK,TK	GK,TK,BP	GK,TK	GK,TK	GK,TK	GK,TK
3.5	2	GK,TK	GK,TK	GK,TK	GK,TK	GK,TK,BP	GK,TK	GK,TK	GK,TK	GK,TK
4	2	GK,TK	GK,TK	GK,TK	GK,TK	GK,TK,BP	GK,TK	GK,TK	GK,TK	GK,TK
4	4	GK,TK	GK,TK	GK,TK	GK,TK	GK,TK,BP	GK,TK	GK,TK	GK,TK	GK,TK

พิจารณาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น

1. กรณีที่ $\mu_1=0, \mu_2=0$

1.1 วิธี ML ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดและให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นน้อยที่สุด ก็ต่อเมื่อความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรมีค่าใกล้ 1 และความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรมีค่าเท่ากับ 4 ในสถานการณ์ที่ขนาดตัวอย่างจากทั้งสองประชากรมีขนาดเล็ก

1.2 วิธี ZOU ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกสถานการณ์ที่ทำการจำลองข้อมูลซึ่งแสดงให้เห็นว่าวิธี ZOU มีประสิทธิภาพน้อยในทุกสถานการณ์ที่จำลอง ดังนั้นจึงไม่นำวิธีนี้ไปคำนวณค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น

1.3 วิธี GK ส่วนใหญ่ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดและให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นน้อยที่สุด เมื่อความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรมีค่ามากและแตกต่างกันมาก ในสถานการณ์ที่ขนาดตัวอย่างจากทั้งสองประชากรมีขนาดเล็ก

1.4 วิธี TK ส่วนใหญ่ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดและให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นน้อยที่สุด เมื่อความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรมีค่ามากและแตกต่างกันมาก ในทุกระดับของขนาดตัวอย่างที่ทำการสุ่ม

1.5 วิธี BP ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดและให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นน้อยที่สุด เมื่อความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรมีค่าน้อยและแตกต่างกันไม่มากนัก ($\sigma_1^2 \leq 0.75$ และ $\sigma_2^2 \leq 1$) ในทุกระดับของขนาดตัวอย่างที่ทำการสุ่ม

2. กรณีที่ $\mu_1=5, \mu_2=0$

2.1 วิธี ML ส่วนใหญ่ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดและให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นน้อยที่สุด ก็ต่อเมื่อความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรมีค่าใกล้ 1 ในสถานการณ์ที่ขนาดตัวอย่างจากทั้งสองประชากรมีขนาดเล็ก

2.2 วิธี ZOU ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกสถานการณ์ที่ทำการจำลองข้อมูลซึ่งแสดงให้เห็นว่าวิธี ZOU มีประสิทธิภาพน้อยที่สุด ดังนั้นจึงไม่นำวิธีนี้ไปคำนวณค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น

2.3 วิธี GK ส่วนใหญ่ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดและให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นน้อยที่สุด เมื่อความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรมีค่ามากและแตกต่างกันมาก ในสถานการณ์ที่ขนาดตัวอย่างจากทั้งสองประชากรมีขนาดไม่เกิน 20

2.4 วิธี TK ส่วนใหญ่ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดและให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นน้อยที่สุด เมื่อความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรมีค่าน้อยและแตกต่างกันน้อย ในสถานการณ์ที่ขนาดตัวอย่างจากทั้งสองประชากรมีขนาดเล็ก แต่เมื่อความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรมีค่ามากและแตกต่างกันมาก วิธี TK มีประสิทธิภาพดี ในสถานการณ์ที่ขนาดตัวอย่างจากทั้งสองประชากรอยู่ระหว่าง 20 ถึง 50

2.5 วิธี BP ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดและให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นน้อยที่สุด เมื่อความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรมีค่าน้อยและแตกต่างกันไม่มากนัก ($\sigma_1^2 \le 0.75$ และ $\sigma_2^2 \le 1$) และจะให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นน้อยที่สุดเมื่อความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรมีค่าเพิ่มมากขึ้นและขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ดังนั้น สรุปวิธีที่ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นน้อยที่สุด โดยพิจารณาเปรียบเทียบจากวิธีที่ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด จำแนกตามค่าพารามิเตอร์และขนาดตัวอย่าง ดังตารางที่ 15-16

ตารางที่ 15 วิธีที่ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยน้อยที่สุด จำแนกตามค่าพารามิเตอร์และขนาดตัวอย่าง กรณีที่ $\mu_1 = 0, \mu_2 = 0$

σ_1^2	σ_2^2	ขนาดตัวอย่างเท่ากัน					ขนาดตัวอย่างไม่เท่ากัน			
		(10,10)	(20,20)	(30,30)	(50,50)	(100,100)	(10,20)	(10,30)	(20,30)	(50,100)
0.0269	0.0988	BP	BP	BP	BP	BP	BP	BP	BP	BP
0.07	0.1	BP	BP	BP	BP	BP	BP	BP	BP	BP
0.2	0.5	BP	BP	BP	BP	BP	BP	BP	BP	BP
0.5	1	ML	BP	BP	BP	BP	BP	BP	BP	BP
0.75	1	ML	BP	BP	BP	BP	BP	BP	BP	BP
1	1	ML	ML	ML	ML	ML	ML	ML	BP	BP
1	1.5	ML	ML	ML	ML	ML	ML	BP	ML	ML
3	1	GK	TK	TK	TK	BP	TK	TK	TK	TK
3.5	2	TK	TK	TK	TK	BP	TK	GK	TK	TK
4	2	GK	TK	TK	TK	TK	GK	TK	TK	TK
4	4	ML	ML	BP	BP	BP	ML	ML	ML	BP

ตารางที่ 16 วิธีที่ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยน้อยที่สุด จำแนกตามค่าพารามิเตอร์และขนาดตัวอย่าง กรณีที่ $\mu_1 = 5, \mu_2 = 0$

σ_1^2	σ_2^2	ขนาดตัวอย่างเท่ากัน					ขนาดตัวอย่างไม่เท่ากัน			
		(10,10)	(20,20)	(30,30)	(50,50)	(100,100)	(10,20)	(10,30)	(20,30)	(50,100)
0.0269	0.0988	TK	BP	BP	BP	BP	TK	TK	BP	BP
0.07	0.1	TK	BP	BP	BP	BP	TK	TK	BP	BP
0.2	0.5	TK	BP	BP	BP	BP	TK	TK	BP	BP
0.5	1	ML	TK	BP	BP	BP	ML	ML	TK	BP
0.75	1	ML	ML	BP	BP	BP	TK	ML	ML	BP
1	1	TK	TK	ML	BP	BP	TK	TK	ML	ML
1	1.5	TK	ML	ML	BP	BP	TK	TK	TK	BP
3	1	TK	TK	TK	TK	BP	TK	TK	TK	TK
3.5	2	GK	TK	TK	TK	BP	GK	TK	TK	TK
4	2	GK	TK	TK	TK	BP	GK	GK	TK	TK
4	4	GK	TK	TK	TK	BP	GK	GK	TK	TK

พิจารณาค่าอคติสัมพัทธ์

1. กรณีที่ $\mu_1 = 0, \mu_2 = 0$

1.1 วิธี ML ไม่มีค่าอคติสัมพัทธ์ เมื่อความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรมีค่าน้อยและแตกต่างกันไม่มาก ทุกขนาดตัวอย่างที่ทำการสุ่ม

1.2 วิธี ZOU ส่วนใหญ่ให้ค่าอคติสัมพัทธ์ใกล้ค่า 0 มากที่สุด เมื่อความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรมีค่ามากและแตกต่างกันมาก

1.3 วิธี GK ส่วนใหญ่ให้ค่าอคติสัมพัทธ์ใกล้ค่า 0 มากที่สุดทุกขนาดตัวอย่างที่ทำการสุ่มเมื่อความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรมีค่าใกล้กับ 1

1.4 วิธี BP และวิธี TK ให้ค่าอคติสัมพัทธ์ไม่ใกล้ค่า 0 ไม่ว่าสถานการณ์ใดก็ตาม

2. กรณีที่ $\mu_1 = 5, \mu_2 = 0$

2.1 วิธี ML ไม่มีค่าอคติสัมพัทธ์ เมื่อความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรมีค่าน้อยและแตกต่างกันไม่มาก ทุกขนาดตัวอย่างที่ทำการสุ่ม

2.2 วิธี ZOU ส่วนใหญ่ให้ค่าอคติสัมพัทธ์ใกล้ค่า 0 มากที่สุด เมื่อความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรมีค่ามากและแตกต่างกันมาก

2.3 วิธี GK ให้ค่าอคติสัมพัทธ์ใกล้ค่า 0 มากที่สุด ทุกขนาดตัวอย่างที่ทำการสุ่ม เมื่อความแปรปรวนจากทั้งสองประชากรเพิ่มขึ้น ($0.5 \le \sigma_1^2 \le 1$ และ $1 \le \sigma_2^2 \le 1.5$)

2.4 วิธี BP และวิธี TK ให้ค่าอคติสัมพัทธ์ไม่ใกล้ค่า 0 ไม่ว่าสถานการณ์ใดก็ตาม

ดังนั้น สรุปวิธีที่ไม่มีค่าอคติสัมพัทธ์หรือมีค่าอคติสัมพัทธ์ใกล้ค่า 0 มากที่สุด จำแนกตามค่าพารามิเตอร์และขนาดตัวอย่าง ดังตารางที่ 17-18

ตารางที่ 17 วิธีที่ให้ค่าอคติสัมพัทธ์น้อยที่สุด จำแนกตามค่าพารามิเตอร์และขนาดตัวอย่าง กรณีที่ $\mu_1 = 0, \mu_2 = 0$

σ_1^2	σ_2^2	ขนาดตัวอย่างเท่ากัน					ขนาดตัวอย่างไม่เท่ากัน			
		(10,10)	(20,20)	(30,30)	(50,50)	(100,100)	(10,20)	(10,30)	(20,30)	(50,100)
0.0269	0.0988	ML*	ML*	ML*	ML*	ML*	ML*	ML*	ML*	ML*
0.07	0.1	ML*	ML*	ML*	ML*	ML*	ML*	ML*	ML*	ML*
0.2	0.5	GK	ZOU	ZOU	ZOU	ZOU	ML*	ML*	ML*	ML*
0.5	1	GK	GK	GK	GK	GK	ML*	ML*	ZOU	ZOU
0.75	1	ZOU	ZOU	GK	ZOU	GK	ML*	ML*	BP	ZOU
1	1	ML*	BP	ZOU	BP	ML*	GK	GK	TK	GK
1	1.5	ZOU	ZOU	GK	GK	GK	ZOU	ML	ZOU	ZOU
3	1	ZOU	ZOU	GK	GK	GK	ZOU	GK	ZOU	ZOU
3.5	2	ZOU	ZOU	ZOU	GK	ZOU	ZOU	ZOU	ZOU	GK
4	2	ZOU	ZOU	ZOU	ZOU	ZOU	ZOU	ZOU	ZOU	GK
4	4	ML*	ZOU	BP	ZOU	ZOU	ZOU	ML*	TK	ZOU

หมายเหตุ * ไม่มีค่าอคติสัมพัทธ์

ตารางที่ 18 วิธีที่ให้ค่าอคติสัมพัทธ์น้อยที่สุด จำแนกตามค่าพารามิเตอร์และขนาดตัวอย่าง กรณีที่ $\mu_1 = 5, \mu_2 = 0$

σ_1^2	σ_2^2	ขนาดตัวอย่างเท่ากัน					ขนาดตัวอย่างไม่เท่ากัน			
		(10,10)	(20,20)	(30,30)	(50,50)	(100,100)	(10,20)	(10,30)	(20,30)	(50,100)
0.0269	0.0988	ML*	ML*	ML*	ML*	ML*	ML*	ML*	ML*	ML*
0.07	0.1	ML*	ML*	ML*	ML*	ML*	ML*	ML*	ML*	ML*
0.2	0.5	GK	ML*	ML*	ML*	ML*	GK	GK	ML*	ML*
0.5	1	GK	ZOU	GK	ZOU	ZOU	GK	GK	GK	GK
0.75	1	GK	GK	GK	GK	GK	GK	GK	GK	GK
1	1	GK	GK	GK	GK	TK	GK	GK	GK	ZOU
1	1.5	GK	GK	GK	GK	GK	GK	GK	GK	GK
3	1	GK	GK	ZOU	GK	ZOU	GK	GK	ZOU	GK
3.5	2	GK	ZOU	GK	GK	ZOU	ZOU	GK	GK	ZOU
4	2	ZOU	ZOU	GK	TK	ZOU	ZOU	ZOU	ZOU	GK
4	4	ZOU	GK	ZOU	GK	GK	ZOU	ZOU	ZOU	ZOU

หมายเหตุ * ไม่มีค่าอคติสัมพัทธ์

ข้อเสนอแนะ

ในการศึกษาวิจัยครั้งนี้ ผู้ศึกษาได้ทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการประมาณค่าแบบช่วงความเชื่อมั่นของผลต่างค่าเฉลี่ยสำหรับการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลสองประชากร 5 วิธี คือ วิธีความควรจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Approach: ML) วิธีของ Zou และคณะ (Zou's Method: ZOU) วิธีเจเนอรัลไลซ์คอนฟิเดนซ์อินเทอร์วัลส์ (Generalized Confidence Interval) โดยใช้ตัวสถิติของ Krishnamoorthy and Mathew (GK) วิธีเจเนอรัลไลซ์คอนฟิเดนซ์อินเทอร์วัลส์ (Generalized Confidence Interval) โดยใช้ตัวสถิติของ Maiklad (GK) และวิธีบูตสแตรปท์เปอร์เซ็นต์ไทล์ (Bootstrap Percentile: BP) ซึ่งแบ่งข้อเสนอแนะออกเป็น 2 ส่วน คือ

1. ข้อเสนอแนะงานวิจัย

จากงานวิจัยนี้ใช้เกณฑ์การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการประมาณค่า 3 เกณฑ์ คือ ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น และค่าอคติสัมพัทธ์ พบว่า วิธี ZOU ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นต่ำและให้ค่าอคติสัมพัทธ์ต่ำ ส่วนวิธี GK วิธี TK และวิธี BP ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นสูงและให้ค่าอคติสัมพัทธ์สูง ดังนั้นจึงควรศึกษาหาวิธีการประมาณที่ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นสูงและให้ค่าอคติสัมพัทธ์ต่ำ

2. ข้อเสนอแนะงานวิจัยครั้งต่อไป

2.1. เพื่อเป็นแนวทางให้ผู้สนใจได้ศึกษาวิธีการประมาณค่าแบบช่วงความเชื่อมั่นของผลต่างค่าเฉลี่ยสำหรับการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลสองประชากรเพิ่มเติม ซึ่งยังมีอีกหลายวิธีที่ควรศึกษาเพิ่มเติมต่อไป เช่น วิธี Signed Log-Likelihood Ratio และ วิธี Modified Signed Log-Likelihood Ratio เป็นต้น

2.2. ในงานวิจัยครั้งนี้ได้ทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการประมาณค่าแบบช่วงความเชื่อมั่นของผลต่างค่าเฉลี่ยสำหรับการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลสองประชากร ดังนั้นผู้สนใจสามารถนำไปประยุกต์ใช้กับข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบอื่นที่มีการแจกแจงแบบเบ้ขวา เช่น การแจกแจงแบบเอ็กซ์โพเนนเชียล เป็นต้น

เอกสารและสิ่งอ้างอิง

จตุพร กัลยากิตติกุล. 2548. **ประมาณค่าแบบช่วงความเชื่อมั่นสำหรับค่าเฉลี่ยของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล**. วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ไชยา ชัยวณิชย์. 2548. **การศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับสัดส่วนของประชากร**. วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

ทองคำ ไม้กลัด และ ชนาพันธ์ ชนาเนตร. 2553. การประมาณผลต่างค่าเฉลี่ยระหว่างสองประชากรที่มีการแจกแจงลอกนอร์มอล. **วารสารวิชาการพระจอมเกล้าพระนครเหนือ** 20 (2): 302-310.

ประสิทธิ์ พยัคฆพงษ์. 2545. **สถิติเชิงคณิตศาสตร์: ทฤษฎีการประยุกต์**. สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, กรุงเทพฯ.

วีรวรรณ ศักดาจิวะเจริญ. 2544. **ช่วงความเชื่อมั่นสำหรับค่าเฉลี่ยของประชากรที่มีการแจกแจงแบบเบ้ขวา**. วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สันติ ศรีวรกุล. 2551. **การสร้างแบบจำลองบล็อคเพื่อประเมินค่าแคลเซียมออกไซด์ในชั้นถ่านลิกไนต์ที่เหมืองแม่เมาะ**. วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.

มานพ วราภักดิ์. 2550. **การจำลอง.** สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ.

Anderson, T.W. and D.A. Darling. 1954. A test of goodness of fit. **Journal of the American Statistical Association** 49 (268): 765-769.

Catherine, F., M. Evans, N. Hastings and B. Peacock. 2011. **Statistical Distributions.** 4 th ed. John Wiley & Sons, New Jersey.

Cimermanova, K. 2007. Estimation of confidence intervals for the log-normal means and for the ratio and difference of log-normal means with application of breath analysis. **Measurement Science Review** 7 (1): 31-36.

Chen, Y.H. and X.H. Zhou. 2006. Interval Estimate for the ratio and difference of two lognormal means. **Statistics in Medicine** 25: 4099-4113.

Evans, M., N. Hastings and B. Peacock. 2000. **Statistical Distributions.** 3rd ed. Wiley, New York.

Efron, B. and R. Tibshirani. 1993. **Introduction to the Bootstrap**. Chapman and Hall, New York.

Ghosh, B.K. 1979. Comparison of some approximate confidence interval for binomial parameter. **Journal of the American Statistical Association** 74: 890-900.

Hogg and Tanis. 2001. **Probability and Statistical Inference.** 6th ed. Prentice-Hall. Inc, New Jersey, United States of America.

Krishnamoorthy, K. and T. Mathew. 2003. Inferences on the means of log-normal distributions using generalized p-values and generalized confidence intervals. **Journal of Statistical Planning and Inference** 115 (1): 103-121.

Krishnamoorthy, K., T. Mathew and G. Ramachandran. 2006. Generalized P-values and Confidence interval: A novel approach for analyzing lognormally distributed exposure data. **Journal of Occupational and Environmental Hygiene** 3: 642-650.

MacLaren, M.D., G. Marsaglia and T.A. Bray. 1964. A fast procedure for generating Normal random variables. **Communications of the ACM** 7 (1): 4-10.

Maiklad, T. 2008. The variable for the generalized confidence intervals for the log-normal mean. **Songklanakarin Journal of Science and Technology** 30 (4): 547-552.

Maiklad, T. 2010. The generalized confidence intervals for the log-normal mean. **The Journal of KMUTNB** 18 (2): 1-6.

Olsson, U. 2005. Confidence intervals for the mean of a log-normal distribution generalized confidence intervals. **Journal of Statistics Education** 13 (1).

Stephens, M.A. 1974. EDF Statistics for Goodness of Fit and Some Comparisons. **Journal of the American Statistical Association** 69 (347): 730-737.

Weerahandi, S. 1993. Generalized confidence intervals. **Journal of the American Statistical Association** 88 (423): 899-905.

Weerahandi, S. 1995. **Exact Statistical Methods for Data Analysis**. Springer-verlag, New York.

Zou, G.Y., C.Y. Huo and J. Taleban. 2009. Simple confidence intervals for lognormal means and their difference with environmental applications. **Environmetrics** 20 (2): 172-180.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

โปรแกรมการจำลองข้อมูล

โปรแกรม R Version 2.13.0 แสดงการจำลองข้อมูลการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างค่าเฉลี่ยของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลสองประชากร

โปรแกรมหลัก

```
function (M,nx1,nx2,mu1,sig1,mu2,sig2,conf.level) {

library(ADGofTest)

cp.ML=rep(0,M)
ECIML=rep(0,M)
cp.upML=rep(0,M)
cp.lowML=rep(0,M)
ML1=rep(0,M)
ML2=rep(0,M)
RE1=rep(0,M)
PupML=rep(0,M)
PlowML=rep(0,M)
MLL=rep(0,M)
MLU=rep(0,M)
data1=0
dataR1=0

cp.ZOU=rep(0,M)
ECIZOU=rep(0,M)
cp.upZOU=rep(0,M)
cp.lowZOU=rep(0,M)
PP1=rep(0,M)
PP2=rep(0,M)
RE2=rep(0,M)
```

```
PupPP=rep(0,M)
PlowPP=rep(0,M)
PPL=rep(0,M)
PPU=rep(0,M)
data2=0
dataR2=0

cp.GK=rep(0,M)
ECIGK=rep(0,M)
cp.upGK=rep(0,M)
cp.lowGK=rep(0,M)
GK1=rep(0,M)
GK2=rep(0,M)
RE3=rep(0,M)
PupGK=rep(0,M)
PlowGK=rep(0,M)
GKL=rep(0,M)
GKU=rep(0,M)
data3=0
dataR3=0

cp.TK=rep(0,M)
ECITK=rep(0,M)
cp.upTK=rep(0,M)
cp.lowTK=rep(0,M)
TK1=rep(0,M)
TK2=rep(0,M)
RE4=rep(0,M)
PupTK=rep(0,M)
PlowTK=rep(0,M)
TKL=rep(0,M)
```

```
TKU=rep(0,M)
data4=0
dataR4=0

cp.BP=rep(0,M)
ECIBP=rep(0,M)
cp.upBP=rep(0,M)
cp.lowBP=rep(0,M)
BP1=rep(0,M)
BP2=rep(0,M)
RE5=rep(0,M)
PupBP=rep(0,M)
PlowBP=rep(0,M)
BPL=rep(0,M)
BPU=rep(0,M)
data5=0
dataR5=0

alpha=1.0-conf.level
L1=alpha/2
L2=1-(alpha/2)

xximport<-0
yyimport<-0
xx<-0
yy<-0
mu_x1<-0
mu_x2<-0
diffmu<-0
 xximport<-c(read.table("test5.txt",header=F,nrows=100000,colClasses="numeric"))
 yyimport<-c(read.table("test6.txt",header=F,nrows=100000,colClasses="numeric"))
```

```
xx<-xximport$V1
yy<-yyimport$V1

for (i in 1:M)
{
   fix1<-function(xx,nx1,mu1,sig1)
   {
    stat<-0.05
     x1<-0
       while(stat<=0.05)
       {
        x1<-sample(xx,nx1,replace=T)
        stat<-ad.test(x1,plnorm,mu1,sig1)$p.value
       }
         x1
   }
  fix2<-function(yy,nx2,mu2,sig2)
   {
    stat<-0.05
     x2<-0
       while(stat<=0.05)
       {
        x2<-sample(yy,nx2,replace=T)
        stat<-ad.test(x2,plnorm,mu2,sig2)$p.value
          }
     x2
     }
x1=fix1(xx,nx1,mu1,sig1)
x2=fix2(yy,nx2,mu2,sig2)
mu_x1=(exp(mu1+((sig1^2)/2)))
mu_x2=(exp(mu2+((sig2^2)/2)))
```

```
diffmu=mu_x1-mu_x2 # diff is difference between two mean x1 and x2
CIML=ML(x1,x2,mu1,sig1,mu2,sig2,conf.level)    #ML is Maximum likelihood
CIZOU=ZOU(x1,x2,mu1,sig1,mu2,sig2,conf.level)   #ZOU is Zou และ คณะ
CIGK=GK(x1,x2,conf.level) #GK is  Krishnamoorthy and Mathew confidence interval
CITK=TK(x1,x2,conf.level) #TK is Maiklad
CIBP=BP(x1,x2,conf.level) # BP is Bootstrap
if((CIML[1]<=diffmu)& (CIML[2]>=diffmu)){cp.ML[i]=1}  else{cp.ML[i]=0}
if((CIML[1]>=diffmu)& (CIML[2]>=diffmu)){cp.upML[i]=1} else{cp.upML[i]=0}
if((CIML[1]<=diffmu)& (CIML[2]<=diffmu)){cp.lowML[i]=1} else{cp.lowML[i]=0}
ECIML[i]=CIML[2]-CIML[1]
MLL[i]<-CIML[1]
MLU[i]<-CIML[2]
if((CIZOU[1]<=diffmu)& (CIZOU[2]>=diffmu)){cp.ZOU[i]=1}else{cp.ZOU[i]=0}
if((CIZOU[1]>=diffmu)& (CIZOU[2]>=diffmu)){cp.upZOU[i]=1}else{cp.upZOU[i]=0}
if((CIZOU[1]<=diffmu)& (CIZOU[2]<=diffmu)){cp.lowZOU[i]=1}else{cp.lowZOU[i]=0}
ECIZOU[i]=CIZOU[2]-CIZOU[1]
PPL[i]<-CIZOU[1]
PPU[i]<-CIZOU[2]
if((CIGK[1]<=diffmu)& (CIGK[2]>=diffmu)){cp.GK[i]=1}else{cp.GK[i]=0}
if((CIGK[1]>=diffmu)& (CIGK[2]>=diffmu)){cp.upGK[i]=1}else{cp.upGK[i]=0}
if((CIGK[1]<=diffmu)& (CIGK[2]<=diffmu)){cp.lowGK[i]=1}else{cp.lowGK[i]=0}
ECIGK[i]=CIGK[2]-CIGK[1]
GKL[i]<-CIGK[1]
GKU[i]<-CIGK[2]
if((CITK[1]<=diffmu)& (CITK[2]>=diffmu)){cp.TK[i]=1}else{cp.TK[i]=0}
if((CITK[1]>=diffmu)& (CITK[2]>=diffmu)){cp.upTK[i]=1}else{cp.upTK[i]=0}
if((CITK[1]<=diffmu)& (CITK[2]<=diffmu)){cp.lowTK[i]=1}else{cp.lowTK[i]=0}
ECITK[i]=CITK[2]-CITK[1]
TKL[i]<-CITK[1]
TKU[i]<-CITK[2]
if((CIBP[1]<=diffmu)& (CIBP[2]>=diffmu)){cp.BP[i]=1}else{cp.BP[i]=0}
```

```
if((CIBP[1]>=diffmu)& (CIBP[2]>=diffmu)){cp.upBP[i]=1}else{cp.upBP[i]=0}
if((CIBP[1]<=diffmu)& (CIBP[2]<=diffmu)){cp.lowBP[i]=1}else{cp.lowBP[i]=0}
ECIBP[i]=CIBP[2]-CIBP[1]
BPL[i]<-CIBP[1]
BPU[i]<-CIBP[2]
}
cat("CP of CI_ML =",mean(cp.ML),mean(ECIML),mean(cp.lowML),mean(cp.upML),"\n")
cat("CP of CI_ZOU
=",mean(cp.ZOU),mean(ECIZOU),mean(cp.lowZOU),mean(cp.upZOU),"\n")
cat("CP of CI_GK =",mean(cp.GK),mean(ECIGK),mean(cp.lowGK),mean(cp.upGK),"\n")
cat("CP of CI_TK =",mean(cp.TK),mean(ECITK),mean(cp.lowTK),mean(cp.upTK),"\n")
cat("CP of CI_BP =",mean(cp.BP),mean(ECIBP),mean(cp.lowBP),mean(cp.upBP),"\n")
cat("diffmu",diffmu,"\n")

######################### เก็บค่าช่วงความเชื่อมั่น ##############################

data1<-cbind(lower=MLL,upper=MLU)
write.table(data1,file="CI1.txt",sep="\t",append=F)
data2<-cbind(lower=PPL,upper=PPU)
write.table(data2,file="CI2.txt",sep="\t",append=F)
data3<-cbind(lower=GKL,upper=GKU)
write.table(data3,file="CI3.txt",sep="\t",append=F)
data4<-cbind(lower=TKL,upper=TKU)
write.table(data4,file="CI4.txt",sep="\t",append=F)
data5<-cbind(lower=BPL,upper=BPU)
write.table(data5,file="CI5.txt",sep="\t",append=F)

##########################เก็บค่าอคติซ้ายและอคติขวา##########################

dataR1<-cbind(lower=cp.lowML,upper=cp.upML)
write.table(dataR1,file="R1.txt",sep="\t",append=F)
```

```
dataR2<-cbind(lower=cp.lowZOU,upper=cp.upZOU)
write.table(dataR2,file="R2.txt",sep="\t",append=F)
dataR3<-cbind(lower=cp.lowGK,upper=cp.upGK)
write.table(dataR3,file="R3.txt",sep="\t",append=F)
dataR4<-cbind(lower=cp.lowTK,upper=cp.upTK)
write.table(dataR4,file="R4.txt",sep="\t",append=F)
dataR5<-cbind(lower=cp.lowBP,upper=cp.upBP)
write.table(dataR5,file="R5.txt",sep="\t",append=F)

###################### คำนวณและเก็บค่า Relative Bias ######################

PlowML<-(((sum(cp.lowML))*100)/M)
PupML<-(((sum(cp.upML))*100)/M)
PlowZOU<-(((sum(cp.lowZOU))*100)/M)
PupZOU<-(((sum(cp.upZOU))*100)/M)
PlowGK<-(((sum(cp.lowGK))*100)/M)
PupGK<-(((sum(cp.upGK))*100)/M)
PlowTK<-(((sum(cp.lowTK))*100)/M)
PupTK<-(((sum(cp.upTK))*100)/M)
PlowBP<-(((sum(cp.lowBP))*100)/M)
PupBP<-(((sum(cp.upBP))*100)/M)
RE1<-(PlowML-PupML)/(PlowML+PupML)
RE2<-(PlowZOU-PupZOU)/(PlowZOU+PupZOU)
RE3<-(PlowGK-PupGK)/(PlowGK+PupGK)
RE4<-(PlowTK-PupTK)/(PlowTK+PupTK)
RE5<-(PlowBP-PupBP)/(PlowBP+PupBP)
dataRelative<-cbind(RE1=RE1,RE2=RE2,RE3=RE3,RE4=RE4,RE5=RE5)
write.table(dataRelative,file="Relative.txt",sep="\t",append=F)}
```

ภาคผนวก ข

โปรแกรมการประมาณค่าช่วงความเชื่อมั่น

โปรแกรมคำนวณช่วงความเชื่อมั่นของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล ทั้ง 5 วิธี

โปรแกรมย่อย 1 คำนวณช่วงความเชื่อมั่นของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล วิธีความควรจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Approach) (วิธี ML)

```
function(x1,x2,mu1,sig1,mu2,sig2,conf.level){

fe_hat=0
m1=0
m2=0
Ihat=0
tau_hat=0
alpha=1.0-conf.level
y1=log(x1)
y2=log(x2)
ny1=length(y1)
ny2=length(y2)
meany1=mean(y1)
meany2=mean(y2)
vary1=var(y1)
vary2=var(y2)
sigy1=sqrt(vary1)
sigy2=sqrt(vary2)
m1_hat=exp(meany1+(vary1)/2)
m2_hat=exp(meany2+(vary2)/2)
fe_hat=m1_hat-m2_hat
Ihat=matrix(c((ny1/sigy1),0,0,0,0,(ny1/(2*vary1)),0,0,0,0,(ny2/sigy2),0,0,0,0,(ny2/(2*vary2))),nr
ow=4,byrow=T)
h_theta_hat=matrix(c((m1_hat),(m1_hat/2),(-m2_hat),(-m2_hat/2)))
tau_hat=sqrt(t(h_theta_hat)%*%solve(Ihat)%*%(h_theta_hat))
zstar=qnorm(1-alpha/2)
```

```
CI_L=fe_hat-zstar*tau_hat
CI_U=fe_hat+zstar*tau_hat
CI=c(CI_L,CI_U)
return(CI)
}
```

โปรแกรมย่อย 2 คำนวณช่วงความเชื่อมั่นของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล วิธีของ Zou และคณะ (Zou's Method) (วิธี ZOU)

```
function (x1,x2,mu1,sig1,mu2,sig2,conf.level){

m1=0
m2=0
y1=log(x1)
y2=log(x2)
ny1=length(y1)
ny2=length(y2)
vary1=var(y1)
vary2=var(y2)
meany1=mean(y1)
meany2=mean(y2)
alpha=1.0-conf.level
df1=ny1-1
df2=ny2-1
m1=exp(mu1+(sig1^2)/2)
m2=exp(mu2+(sig2^2)/2)
m1_hat=exp(meany1+((vary1)/2))
m2_hat=exp(meany2+((vary2)/2))
zstat=qnorm(1-(alpha/2))
q1=qchisq((alpha/2),df1)
q2=qchisq((1-alpha/2),df2)
```

```
LL1=m1_hat*(exp(-((((zstat^2)*vary1)/ny1)+(((vary1)/2)-((df1*vary1)/(2*q1)))^2)^(1/2)))
LL2=m2_hat*(exp(-((((zstat^2)*vary2)/ny2)+(((vary2)/2)-((df2*vary2)/(2*q1)))^2)^(1/2)))
UL1=m1_hat*(exp((((zstat^2)*vary1)/ny1)+(((df1*vary1)/(2*q2))-((vary1)/2))^2)^(1/2))
UL2=m2_hat*(exp((((zstat^2)*vary2)/ny2)+(((df2*vary2)/(2*q2))-((vary2)/2))^2)^(1/2))
CI_L= m1_hat-m2_hat-(sqrt(((m1-LL1)^2)+((UL2-m2)^2)))
CI_U= m1_hat-m2_hat+(sqrt(((UL1-m1)^2)+((m2-LL2)^2)))
CI=c(CI_L,CI_U)
return(CI)
}
```

โปรแกรมย่อย 3 คำนวณช่วงความเชื่อมั่นของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล วิธีเจเนอรัลไลซ์คอนฟิเดนซ์อินเทอร์วัลส์ (Generalized Confidence Interval) โดยใช้ตัวสถิติของ Krishnamoorthy and Mathew (วิธี GK)

```
function (x1,x2,conf.level){

nx1=length(x1)
nx2=length(x2)
y1=log(x1)
y2=log(x2)
s1_sq=var(y1)
s2_sq=var(y2)
alpha = 1.0-conf.level
L1 = alpha/2
L2 = 1.0-(alpha/2)
df1 = nx1 - 1.0
sqrtdf1 = sqrt(df1)
df2 = nx2 - 1.0
sqrtdf2 = sqrt(df2)
s1 = sqrt(s1_sq)
s2 = sqrt(s2_sq)
```

```
const11 = s1/sqrt(nx1)
const12 = s1_sq*df1*0.5
const21 = s2/sqrt(nx2)
const22 = s2_sq*df2*0.5
m<-3000
gv=rep(0,m)
for (j in 1:m){
  z1 = rnorm(1,0,1)
  u1 = rchisq(1,df1)
  z2 = rnorm(1,0,1)
  u2 = rchisq(1,df2)
  T31 = mean(y1) -( z1*(const11*sqrt(df1))/sqrt(u1))+(const12/u1)
  T32 = mean(y2) -( z2*(const21*sqrt(df2))/sqrt(u2))+(const22/u2)
  gv[j] =exp(T31)-exp(T32)
}
gv
gv=sort(gv)
gvl=quantile(gv,c(L1,L2))
p=c(gvl[1],gvl[2])
return(p)
}
```

โปรแกรมย่อย 4 คำนวณช่วงความเชื่อมั่นของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล วิธีเจเนอรัลไลซ์คอนฟิเดนซ์อินเทอร์วัลส์ (Generalized Confidence Interval) โดยใช้ตัวสถิติของ Maiklad (วิธี TK)

```
function (x1,x2,conf.level){


nx1=length(x1)
nx2=length(x2)
y1=log(x1)
```

```
y2=log(x2)
s1_sq=var(y1)
s2_sq=var(y2)
alpha = 1.0-conf.level
L1 = alpha/2
L2 = 1.0-(alpha/2)
df1 = nx1 - 1.0
sqrtdf1 = sqrt(df1)
df2 = nx2 - 1.0
sqrtdf2 = sqrt(df2)
s1 = sqrt(s1_sq)
s2 = sqrt(s2_sq)
m<-3000
gv=0
gv=rep(0,m)
 for(j in 1:m){
  t1 <- rt(1,df1)
  t2 <- rt(1,df2)
  u1 <- rchisq(1,df1)
  u2 <- rchisq(1,df2)
  T31 = mean(y1) -t1*((s1)/sqrt(nx1))+(s1_sq/(2*(u1/(nx1-1))))
  T32 = mean(y2) -t2*((s2)/sqrt(nx2))+(s2_sq/(2*(u2/(nx2-1))))
  gv[j] <- (exp(T31))-(exp(T32))
  }
gvt=sort(gv)
gvl=quantile(gvt,c(L1,L2))
p=c(gvl[1],gvl[2])
return(p)
}
```

โปรแกรมย่อย 5 คำนวณช่วงความเชื่อมั่นของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล วิธีบูตสแตรปท์เปอร์เซ็นต์ไทล์ (Bootstrap Percentile) (วิธี BP)

```
function (x1,x2,conf.level){

alpha=1.0-conf.level
L1=alpha/2
L2=1-(alpha/2)
y1=log(x1)
y2=log(x2)
ny1=length(y1)
ny2=length(y2)
nboot <- 3000
resamplingy1.data=matrix(c(sample(y1,(ny1)*nboot,replace=TRUE)),nboot,(ny1))
resamplingy2.data=matrix(c(sample(y2,(ny2)*nboot,replace=TRUE)),nboot,(ny2))
Ybar1_star=apply(resamplingy1.data,1,mean)
Ybar2_star=apply(resamplingy2.data,1,mean)
Ybar_star=c(Ybar1_star,Ybar2_star)
s_sq1_star=apply(resamplingy1.data,1,var)
s_sq2_star=apply(resamplingy2.data,1,var)
s_sq_star=c(s_sq1_star,s_sq2_star)
theta1=exp(Ybar1_star+(s_sq1_star/2))
theta2=exp(Ybar2_star+(s_sq2_star/2))
diff_BP=theta1-theta2
BP=sort(diff_BP)
CIBP=quantile(BP,c(L1,L2))
return(CIBP)
}
```

ประวัติการศึกษา และการทำงาน

ชื่อ –นามสกุล	สุวิตา ศักดิ์ชัยนันท์
วัน เดือน ปี ที่เกิด	30 กรกฎาคม 2529
สถานที่เกิด	อำเภอเมือง จังหวัดตรัง
ประวัติการศึกษา	วท.บ. (สถิติ) มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
ตำแหน่งหน้าที่การงานปัจจุบัน	-
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	-
ผลงานดีเด่นและรางวัลทางวิชาการ	-
ทุนการศึกษาที่ได้รับ	ได้รับทุนจากบัณฑิตศึกษา คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ (2552-2553) ได้รับทุนผู้ช่วยสอนจากภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ (2553)