



ใบรับรองวิทยานิพนธ์  
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

วิทยาศาสตร์มหาบัณฑิต (สถิติ)

ปริญญา

สถิติ

สถิติ

สาขา

ภาควิชา

เรื่อง การเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยที่แกร่งสำหรับการถดถอยเชิงเส้นพหุ เมื่อข้อมูลมีค่าผิดปกติ

A Comparison of Robust Regression Coefficient Estimation Methods for Multiple Linear Regression with Outliers

นามผู้วิจัย นางสาวอรพรรณ ตันตระกูล

ได้พิจารณาเห็นชอบโดย

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

( รองศาสตราจารย์ประสิทธิ์ พัทธพงษ์, M.S. )

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม

( ผู้ช่วยศาสตราจารย์บุญอ้อม โฉมทิ, Ph.D. )

หัวหน้าภาควิชา

( รองศาสตราจารย์ประสิทธิ์ พัทธพงษ์, M.S. )

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์รับรองแล้ว

( รองศาสตราจารย์กัญญา ชีระกุล, D.Agr. )

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

วันที่

เดือน

พ.ศ.

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

วิทยานิพนธ์

เรื่อง

การเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยที่แกร่ง  
สำหรับการถดถอยเชิงเส้นพหุ เมื่อข้อมูลมีค่าผิดปกติ

A Comparison of Robust Regression Coefficient Estimation Methods  
for Multiple Linear Regression with Outliers

โดย

นางสาวอรพรรณ ต้นตระกูล

เสนอ

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์  
เพื่อความสมบูรณ์แห่งปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต (สถิติ)

พ.ศ. 2555

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

อรพรรณ ตันตระกูล 2555: การเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอย  
ที่แกร่งสำหรับการถดถอยเชิงเส้นพหุ เมื่อข้อมูลมีค่าผิดปกติ ปรินญาวิทยาศาสตร์  
มหาบัณฑิต (สถิติ) สาขาสถิติ ภาควิชาสถิติ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก:  
รองศาสตราจารย์ประสิทธิ์ พยัคฆพงษ์, M.S. 111 หน้า

การวิจัยในครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การ  
ถดถอยในตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นพหุด้วยวิธีการประมาณ 3 วิธี คือ วิธีกำลังสองน้อยที่สุด  
(OLS) วิธี Least Trimmed Squares estimator (LTS) และวิธี Generalized M-estimator (GM) เมื่อ  
ข้อมูลมีค่าผิดปกติ โดยศึกษาข้อมูลจำลองด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล กระทำซ้ำ 1,000 ครั้ง สำหรับ  
แต่ละสถานการณ์ ด้วยโปรแกรม R เวอร์ชัน 2.14.0 สำหรับการจำลองข้อมูลกำหนดให้ข้อมูลมีตัว  
แปรอิสระ 2 ตัว ค่า  $\beta_0$ ,  $\beta_1$  และ  $\beta_2$  เท่ากับ 1 และการแจกแจงของความคลาดเคลื่อน 2 แบบ คือ  
แบบที่และลอกนอร์มอล ตัวแปรอิสระมีระดับค่าผิดปกติ 2 ระดับ คือ ไม่รุนแรงและรุนแรง โดย  
แต่ละระดับจะมีอัตราส่วนค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระเท่ากับ 0.10, 0.15 และ 0.20 และขนาด  
ตัวอย่าง 4 ขนาด คือ 20, 50, 100 และ 200 ทั้งนี้เกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบ คือ ค่าเฉลี่ยของ  
ความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (MSE) ซึ่งวิธีใดให้ค่า MSE ที่ต่ำกว่าแสดงว่าวิธีนั้นดีกว่า

ผลการวิจัยสรุปได้ดังนี้ กรณีที่ไม่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระและตัวแปรตาม พบว่า วิธี  
OLS ให้ค่า MSE ต่ำที่สุดในทุกสถานการณ์ กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรตามและกรณีที่มีค่า  
ผิดปกติในตัวแปรอิสระและตัวแปรตาม พบว่า เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบที่อิงศา  
ความเป็นอิสระเท่ากับ 1 และ 4 โดยทั่วไปวิธี GM ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด แต่เมื่ออิงศาความเป็น  
อิสระเพิ่มขึ้นเท่ากับ 8 วิธี OLS ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด และเมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบ  
ลอกนอร์มอล โดยทั่วไปวิธี LTS ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด โดยค่า MSE จะแปรผกผันกับปัจจัยต่อไปนี้  
ได้แก่ ขนาดตัวอย่าง อัตราส่วนค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ ระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  
อิงศาความเป็นอิสระของความคลาดเคลื่อน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนที่  
ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 และ 200 สำหรับวิธี LTS และวิธี GM แต่จะแปรผันตามค่าส่วน  
เบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อน

Orapan Tantrakul 2012: A Comparison of Robust Regression Coefficient Estimation Methods for Multiple Linear Regression with Outliers. Master of Science (Statistics), Major Field: Statistics, Department of Statistics. Thesis Advisor: Associate Professor Prasit Payakkapong, M.S. 111 pages.

The purpose of this research was to compare the methods of regression coefficient estimation in the multiple linear regression models for the three methods, composed of Ordinary Least Squares method (OLS), Least Trimmed Squares estimator method (LTS) and Generalized M-estimator method (GM), when the data has outlier. Simulated data by Monte Carlo technique, repeated 1,000 times for each situation with R programming version 2.14.0 were used in this study. For simulated data, two independent variables with  $\beta_0$ ,  $\beta_1$  and  $\beta_2$  equal to one, two types of error distribution: student's t and lognormal, two level of outlier: mild and extreme with the outlier proportions of independent variables equal to 0.10, 0.15 and 0.20, and four levels of sample size: 20, 50, 100 and 200 were generated. The criterion of comparison was mean square error (MSE) which the smaller value indicates the better method.

The results of this research showed that in case of no outliers in independent and dependent variables, OLS provided the lowest of MSE in all situations. In case of outliers in dependent variable and in case of outliers in independent and dependent variables, it is found that if error is student's t-distribution, GM gave mostly the lowest of MSE when degree of freedom is 1 and 4 but OLS showed the lowest of MSE when degree of freedom is 8. If error is lognormal distribution, LTS provided generally the lowest of MSE. In addition, it showed that MSE has the reciprocal of the sample size, outlier proportion of independent variables, outlier level of independent variables, degree of freedom of error and standard deviation of error for 100 and 200 sample sizes of LTS and GM. Meanwhile the MSE varies the same direction with standard deviation of error.

---

Student's signature

---

Thesis Advisor's signature

## กิตติกรรมประกาศ

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ประสิทธิ์ พัทธมพงษ์ อาจารย์ที่ปรึกษา  
วิทยานิพนธ์หลักที่ได้ให้ความช่วยเหลือในการวางแผนการวิจัยในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ตลอดจนให้  
คำปรึกษา แนะนำและตรวจแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ ขอกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์  
ดร.บุญอ้อม โฉมทิ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วมที่กรุณาให้คำแนะนำและช่วยเหลือในการทำ  
วิทยานิพนธ์ให้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี ขอกราบขอบพระคุณ อาจารย์ ดร.อำไพ ทองธีรภาพ  
ประธานการสอบ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.กมลชนก พานิชการ ผู้ทรงคุณวุฒิภายนอก และอาจารย์  
ทุกท่านที่ประสิทธิประสาทวิชาความรู้ให้แก่ผู้วิจัยจนกระทั่งสำเร็จการศึกษา

ขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา และครอบครัวที่ส่งเสริมสนับสนุนทางการศึกษาของ  
ผู้วิจัยมาโดยตลอดและคอยให้กำลังใจซึ่งเป็นแรงใจที่สำคัญ ขอขอบคุณ เพื่อนๆ พี่ๆ น้องๆ ทุกคนที่  
คอยให้ความช่วยเหลือและให้คำแนะนำต่างๆ

อรพรรณ ตันตระกูล

มีนาคม 2555

## สารบัญ

	หน้า
สารบัญ	(1)
สารบัญตาราง	(2)
สารบัญภาพ	(7)
คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ	(10)
คำนำ	1
วัตถุประสงค์	5
การตรวจเอกสาร	9
อุปกรณ์และวิธีการ	25
อุปกรณ์	25
วิธีการ	25
ผลและวิจารณ์	34
ผล	34
วิจารณ์	73
สรุปและข้อเสนอแนะ	75
สรุป	75
ข้อเสนอแนะ	78
เอกสารและสิ่งอ้างอิง	80
ภาคผนวก	83
ภาคผนวก ก ตารางแสดงค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ $X_1$ , $X_2$ และตัวแปรตาม	84
ภาคผนวก ข โปรแกรมที่ใช้ในการวิจัย	101
ประวัติการศึกษาและการทำงาน	111

## สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
1	แสดงจำนวนค่าผิดปกติตามขนาดตัวอย่างและอัตราส่วนค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ	27
2	แสดงการกำหนดค่าผิดปกติตามจำนวนค่าผิดปกติ	27
3	แสดงค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อ $\varepsilon_i \sim N(0,3)$ กรณีที่ไม่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระและตัวแปรตาม	35
4	แสดงค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบที่ กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรตาม	36
5	แสดงค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรตาม	38
6	แสดงค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบที่ กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ $X_1$ และตัวแปรตาม	40
7	แสดงค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบที่ กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ $X_2$ และตัวแปรตาม	45
8	แสดงค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบที่ กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ $X_1, X_2$ และตัวแปรตาม	51
9	แสดงค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ $X_1$ และตัวแปรตาม	57
10	แสดงค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ $X_2$ และตัวแปรตาม	62

### สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่		หน้า
11	แสดงค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ $X_1$ , $X_2$ และตัวแปรตาม	68
12	แสดงวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยที่เหมาะสม เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบที กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรตาม	75
13	แสดงวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยที่เหมาะสม เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรตาม	76
14	แสดงวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยที่เหมาะสม เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบที กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระและตัวแปรตาม	76
15	แสดงวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยที่เหมาะสม เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระและตัวแปรตาม	77
<b>ตารางผนวกที่</b>		
ก1	แสดงค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบที กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ $X_1$ , $X_2$ และตัวแปรตามที่ระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ $X_1$ ระดับไม่รุนแรง ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20	85
ก2	แสดงค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบที กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ $X_1$ , $X_2$ และตัวแปรตามที่ระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ $X_1$ ระดับรุนแรง ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20	86

## สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางผนวกที่		หน้า
ก3	แสดงค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบที่ กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ $X_1$ , $X_2$ และตัวแปรตามที่ระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ $X_1$ ระดับไม่รุนแรง ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50	87
ก4	แสดงค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบที่ กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ $X_1$ , $X_2$ และตัวแปรตามที่ระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ $X_1$ ระดับรุนแรง ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50	88
ก5	แสดงค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบที่ กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ $X_1$ , $X_2$ และตัวแปรตามที่ระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ $X_1$ ระดับไม่รุนแรง ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100	89
ก6	แสดงค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบที่ กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ $X_1$ , $X_2$ และตัวแปรตามที่ระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ $X_1$ ระดับรุนแรง ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100	90
ก7	แสดงค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบที่ กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ $X_1$ , $X_2$ และตัวแปรตามที่ระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ $X_1$ ระดับไม่รุนแรง ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 200	91
ก8	แสดงค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบที่ กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ $X_1$ , $X_2$ และตัวแปรตามที่ระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ $X_1$ ระดับรุนแรง ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 200	92

## สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางผนวกที่		หน้า
ก9	แสดงค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ $X_1$ , $X_2$ และตัวแปรตามที่ระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ $X_1$ ระดับไม่รุนแรง ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20	93
ก10	แสดงค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ $X_1$ , $X_2$ และตัวแปรตามที่ระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ $X_1$ ระดับรุนแรง ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20	94
ก11	แสดงค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ $X_1$ , $X_2$ และตัวแปรตามที่ระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ $X_1$ ระดับไม่รุนแรง ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50	95
ก12	แสดงค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ $X_1$ , $X_2$ และตัวแปรตามที่ระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ $X_1$ ระดับรุนแรง ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50	96
ก13	แสดงค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ $X_1$ , $X_2$ และตัวแปรตามที่ระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ $X_1$ ระดับไม่รุนแรง ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100	97
ก14	แสดงค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ $X_1$ , $X_2$ และตัวแปรตามที่ระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ $X_1$ ระดับรุนแรง ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100	98

## สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางผนวกที่	หน้า
ก15 แสดงค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ $X_1$ , $X_2$ และตัวแปรตามที่ระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ $X_1$ ระดับไม่รุนแรง ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 200	99
ก16 แสดงค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ $X_1$ , $X_2$ และตัวแปรตามที่ระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ $X_1$ ระดับรุนแรง ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 200	100

## สารบัญญภาพ

ภาพที่		หน้า
1	การกระจายของข้อมูลกรณีที่มีค่าผิดปกติ	3
2	ฟังก์ชัน $\psi$ มีลักษณะเป็นแบบ Monotone	22
3	ฟังก์ชัน $w$	22
4	แผนผังวิธีการดำเนินการวิจัย	33
5	เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อ $\epsilon_i \sim N(0,3)$ กรณีที่ไม่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระและตัวแปรตาม	35
6	เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบที กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรตาม	37
7	เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอกนอรัมอล กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรตาม	39
8	เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบที่ท้องศาความเป็นอิสระเท่ากับ 1 กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ $X_1$ และตัวแปรตาม	42
9	เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบที่ท้องศาความเป็นอิสระเท่ากับ 4 กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ $X_1$ และตัวแปรตาม	43
10	เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบที่ท้องศาความเป็นอิสระเท่ากับ 8 กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ $X_1$ และตัวแปรตาม	44
11	เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบที่ท้องศาความเป็นอิสระเท่ากับ 1 กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ $X_2$ และตัวแปรตาม	47
12	เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบที่ท้องศาความเป็นอิสระเท่ากับ 4 กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ $X_2$ และตัวแปรตาม	48

### สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพที่		หน้า
13	เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบที่ท้องศาความเป็นอิสระเท่ากับ 8 กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ $X_2$ และตัวแปรตาม	49
14	เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบที่ท้องศาความเป็นอิสระเท่ากับ 1 กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ $X_1$ , $X_2$ และตัวแปรตาม	53
15	เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบที่ท้องศาความเป็นอิสระเท่ากับ 4 กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ $X_1$ , $X_2$ และตัวแปรตาม	54
16	เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบที่ท้องศาความเป็นอิสระเท่ากับ 8 กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ $X_1$ , $X_2$ และตัวแปรตาม	55
17	เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอลที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1 กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ $X_1$ และตัวแปรตาม	59
18	เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอลที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.5 กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ $X_1$ และตัวแปรตาม	60
19	เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอลที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2 กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ $X_1$ และตัวแปรตาม	61
20	เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอลที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1 กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ $X_2$ และตัวแปรตาม	64

### สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพที่		หน้า
21	เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอลที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.5 กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ $X_2$ และตัวแปรตาม	65
22	เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอลที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2 กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ $X_2$ และตัวแปรตาม	66
23	เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอลที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1 กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ $X_1, X_2$ และตัวแปรตาม	70
24	เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอลที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.5 กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ $X_1, X_2$ และตัวแปรตาม	71
25	เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอลที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2 กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ $X_1, X_2$ และตัวแปรตาม	72

### คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ

OLS	หมายถึง	วิธี Ordinary Least Squares
LTS	หมายถึง	วิธี Least Trimmed Squares estimator
GM	หมายถึง	วิธี Generalized M-estimator
MSE	หมายถึง	ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง
$\varepsilon_i$	หมายถึง	ความคลาดเคลื่อน
df	หมายถึง	องศาความเป็นอิสระของความคลาดเคลื่อน
$\mu$	หมายถึง	ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อน
$\sigma^2$	หมายถึง	ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน
$\sigma$	หมายถึง	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อน

การเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยที่แกร่ง  
สำหรับการถดถอยเชิงเส้นพหุ เมื่อข้อมูลมีค่าผิดปกติ

A Comparison of Robust Regression Coefficient Estimation Methods  
for Multiple Linear Regression with Outliers

คำนำ

การวิเคราะห์การถดถอย (Regression Analysis) เป็นวิธีการทางสถิติอย่างหนึ่งที่ถูกนำมาใช้ในการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่าง 2 ตัวแปรหรือมากกว่า 2 ตัวแปร โดยในการวิเคราะห์ห้มุ่งที่จะพยากรณ์ตัวแปรหนึ่งซึ่งเรียกว่าตัวแปรตาม (Dependent Variable) จากตัวแปรอีกตัวหนึ่งหรือมากกว่าที่มีอิทธิพลกับตัวแปรตามซึ่งเรียกว่าตัวแปรอิสระ (Independent Variables) วิธีการดังกล่าวเป็นที่นิยมใช้กันอย่างกว้างขวาง ไม่ว่าจะเป็นทางด้านธุรกิจ เศรษฐศาสตร์ เกษตรศาสตร์ สังคมศาสตร์ และวิทยาศาสตร์ เป็นต้น ถ้ามีตัวแปรอิสระ 1 ตัว การวิเคราะห์การถดถอยจะถูกเรียกว่า การวิเคราะห์การถดถอยอย่างง่าย (Simple Regression Analysis) และถ้ามีตัวแปรอิสระมากกว่า 1 ตัวขึ้นไปจะเรียกว่า การวิเคราะห์การถดถอยพหุ (Multiple Regression Analysis) และในที่นี้ผู้วิจัยสนใจศึกษาวิเคราะห์การถดถอยพหุที่มีลักษณะความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระและตัวแปรตามในรูปแบบเชิงเส้นซึ่งเรียกว่า การวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้นพหุ (Multiple Linear Regression Analysis) โดยลักษณะของความสัมพันธ์มีรูปแบบดังนี้ (Neter *et al.*, 2005)

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \dots + \beta_k X_{ik} + \epsilon_i \quad ; i = 1, 2, \dots, n$$

หรือเขียนตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นพหุกรณีตัวแปรอิสระ k ตัว ในรูปแบบเมตริกซ์ ดังนี้

$$Y = X\beta + \epsilon$$

เมื่อ  $Y$  เป็นเวกเตอร์ของตัวแปรตาม  
 $X$  เป็นเมตริกซ์ของตัวแปรอิสระ  
 $\beta$  เป็นเวกเตอร์ของค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยที่ไม่ทราบค่า

- $\varepsilon$  เป็นเวกเตอร์ของความคลาดเคลื่อน  
 $n$  เป็นจำนวนค่าสังเกต  
 $k$  เป็นจำนวนตัวแปรอิสระ

โดยที่

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix}_{n \times 1} \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{12} & \dots & X_{1k} \\ 1 & X_{21} & X_{22} & \dots & X_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & X_{n1} & X_{n2} & \dots & X_{nk} \end{bmatrix}_{n \times (k+1)}$$

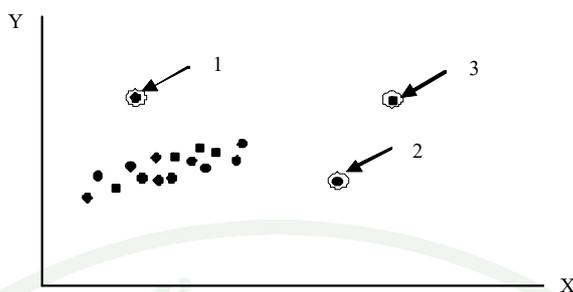
$$\boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix}_{(k+1) \times 1} \quad \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}_{n \times 1}$$

โดยมีข้อตกลงเบื้องต้น ดังนี้

1. ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนมีค่าเท่ากับศูนย์ คือ  $E(\varepsilon_i) = 0$
2. ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมีค่าคงที่ คือ  $V(\varepsilon_i) = \sigma^2$
3. ความคลาดเคลื่อนไม่มีความสัมพันธ์กัน คือ  $E(\varepsilon_i \varepsilon_j) = 0$  เมื่อ  $i \neq j$

การสร้างสมการการถดถอยเริ่มจากการหาค่าประมาณของสัมประสิทธิ์การถดถอย  $\beta_j$  ( $\hat{\beta}_j$ ) โดยถ้าข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์สอดคล้องกับข้อตกลงเบื้องต้นของตัวแบบการถดถอยแล้ว การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยที่นิยมใช้กันมาก คือ วิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Ordinary Least Squares Method: OLS) โดยเป็นตัวประมาณที่มีคุณสมบัติเป็น BLUE (Best Linear Unbiased Estimators) กล่าวคือ เป็นตัวประมาณเชิงเส้นที่ไม่เอนเอียงและมีความแปรปรวนต่ำที่สุด

ในทางปฏิบัติลักษณะของข้อมูลหรือค่าสังเกตที่เก็บรวบรวมเพื่อนำมาวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้นพหุ อาจมีบางค่าสูงกว่าหรือต่ำกว่าค่าสังเกตอื่นๆ มาก ซึ่งข้อมูลลักษณะดังกล่าวเรียกว่า ข้อมูลที่มีค่าผิดปกติ (Outliers) โดยค่าผิดปกตินี้ อาจจะเป็นค่าผิดปกติเนื่องจากตัวแปรอิสระหรือเนื่องจากค่าของตัวแปรตาม หรือจากค่าของตัวแปรอิสระและตัวแปรตาม ตัวอย่างของค่าผิดปกติแสดงดังภาพที่ 1



ภาพที่ 1 การกระจายของข้อมูลกรณีที่มีค่าผิดปกติ

ที่มา: ทรงศิริ (2548)

จากภาพที่ 1 จะเห็นว่า

จุดที่ 1 แสดงค่าผิดปกติเนื่องจากค่าของ  $Y$  โดย  $X$  มีค่าอยู่ในช่วงการพิจารณา แต่  $Y$  มีค่าอยู่นอกช่วงการพิจารณา

จุดที่ 2 แสดงค่าผิดปกติเนื่องจากค่าของ  $X$  โดย  $Y$  มีค่าอยู่ในช่วงการพิจารณา แต่  $X$  มีค่าอยู่นอกช่วงการพิจารณา

จุดที่ 3 แสดงค่าผิดปกติเนื่องจากค่าของ  $X$  และ  $Y$  เพราะทั้ง  $X$  และ  $Y$  มีค่าอยู่นอกช่วงการพิจารณาหรือต่างจากกลุ่ม

ในกรณีที่ข้อมูลมีค่าผิดปกติ อาจส่งผลทำให้การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธี OLS ไม่เหมาะสม เนื่องจากสมการถดถอยที่ได้จะถูกปรับทิศทางไปตามค่าที่ผิดปกติ โดยที่ค่าผิดปกติมักจะเกิดขึ้นบ่อยๆ ในข้อมูลจริงและยังเป็นที่สังเกตได้ยากอีกด้วย เนื่องจากปัจจุบันข้อมูลจำนวนมากจะผ่านกระบวนการวิเคราะห์โดยใช้คอมพิวเตอร์ ซึ่งผู้วิเคราะห์มักจะละเลยการตรวจสอบข้อมูล ทำให้เมื่อเกิดค่าผิดปกติขึ้นความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากวิธี OLS จะมีค่าสูง ซึ่งส่งผลให้การประมาณมีประสิทธิภาพต่ำ (Rousseeuw and Leroy, 2003) ดังนั้น จึงควรพิจารณาว่าค่าสังเกตที่นำมาใช้ในการวิเคราะห์นั้นมีค่าผิดปกติหรือไม่ หากพบว่ามีค่าผิดปกติจะต้องทำการแก้ปัญหา โดยการกลับไปตรวจสอบหาสาเหตุที่ทำให้เกิดค่าผิดปกติและถ้าค่าผิดปกติเกิดจากบุคคลหรือเครื่องมือวัดต่างๆ จะไม่นำค่าผิดปกตินั้นมาวิเคราะห์ แต่ถ้าค่าผิดปกติเกิดจากธรรมชาติของข้อมูลต้องนำค่าผิดปกตินั้นมาร่วมในการวิเคราะห์การถดถอยด้วย (ทรงศิริ, 2548)

เมื่อเกิดปัญหาจากการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธี OLS การวิเคราะห์การถดถอยที่มีความแกร่ง (Robust Regression) เป็นทางเลือกหนึ่งที่ใช้ในการวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้นพหุ ซึ่งเป็นการวิเคราะห์การถดถอยที่ใช้หลักการลดอิทธิพลของข้อมูลที่มีค่าผิดปกติลง โดยนักสถิติหลายท่านได้ทำการคิดวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยที่มีความแกร่งไว้หลายวิธี เช่น Rousseeuw (1984) ได้เสนอวิธี LTS (Least Trimmed Squares Estimator Method) โดยวิธี LTS คือวิธี OLS ที่ทำการปรับแต่งและตัดความคลาดเคลื่อนบางตัวที่มีค่าตัวเลขเกินจากช่วงที่ต้องการประมาณค่าออกไป จะใช้เฉพาะข้อมูลที่มีความคลาดเคลื่อนใกล้เคียงกันและตัดข้อมูลที่มีความคลาดเคลื่อนมากออกไป จากเส้นแนวโน้ม (Knez and Ready, 1997) และ Huber (1964) ได้เสนอวิธี M (M-estimator method) เป็นวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยสำหรับกรณีข้อมูลที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรตามหรือกรณีที่มีความคลาดเคลื่อนมีค่าผิดปกติ และถ้าข้อมูลที่น่ามาวิเคราะห์เกิดมีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระและตัวแปรตามพร้อมๆ กัน อาจมีผลทำให้วิธี M ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยที่ไม่เหมาะสม ดังนั้น Simpson and Montgomery (1996) จึงได้พัฒนาจากวิธี M มาเป็นวิธี GM (Generalized M-Estimator Method) เพื่อทำการสร้างตัวถ่วงน้ำหนักซึ่งจะพิจารณาทั้งค่าผิดปกติที่เกิดขึ้นในตัวแปรอิสระและตัวแปรตาม

จากการศึกษาวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยที่มีความแกร่งดังกล่าวข้างต้น ผู้วิจัยมีความสนใจที่จะศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยในตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นพหุกรณีที่มีตัวแปรอิสระ 2 ตัว โดยใช้วิธี OLS วิธี LTS และวิธี GM ภายใต้สถานการณ์แบบต่างๆ โดยศึกษาจากข้อมูลที่จำลองด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล (Monte Carlo Simulation technique) และเปรียบเทียบประสิทธิภาพของทั้ง 3 วิธีด้วยค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (Mean Square Error: MSE) ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอย ซึ่งวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยวิธีใดมีค่า MSE ต่ำที่สุด จะถือว่าวิธีนั้นมีประสิทธิภาพมากที่สุด

## วัตถุประสงค์

1. เพื่อศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยในตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นพหุ 3 วิธี คือ วิธี OLS วิธี LTS และวิธี GM เมื่อข้อมูลไม่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระและตัวแปรตาม ข้อมูลมีค่าผิดปกติในตัวแปรตามสาเหตุจากความคลาดเคลื่อน และข้อมูลมีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระและตัวแปรตาม

2. เพื่อศึกษาปัจจัยต่างๆ ที่คาดว่าจะมีผลต่อประสิทธิภาพของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี ได้แก่ ขนาดตัวอย่าง อัตราส่วนค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ ระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ และการแจกแจงของความคลาดเคลื่อน

### ขอบเขตของการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้จะทำการศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยสำหรับการถดถอยเชิงเส้นพหุ ภายใต้สถานการณ์ต่างๆ ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1. จำนวนตัวแปรอิสระที่ใช้ในการวิจัยเท่ากับ 2 ตัว และกำหนดค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยโดย  $\beta_0 = 1$ ,  $\beta_1 = 1$  และ  $\beta_2 = 1$

2. การกำหนดลักษณะข้อมูลกรณีที่ไม่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระและตัวแปรตาม ดังนี้

2.1 กำหนดตัวแปรอิสระ 2 ตัว เพื่อความสะดวกในการจำลองข้อมูลของตัวแปรอิสระ ผู้วิจัยจะจำลองให้ตัวแปรอิสระ  $X_1$  และ  $X_2$  มีลักษณะการแจกแจง คือ ตัวแปรอิสระ  $X_1$  มีการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 12 และมีความแปรปรวนเท่ากับ 4 นั่นคือ  $X_1 \sim N(12,4)$  และตัวแปรอิสระ  $X_2$  มีการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 2 และมีความแปรปรวนเท่ากับ 0.5 นั่นคือ  $X_2 \sim N(2,0.5)$

2.2 กำหนดการแจกแจงของความคลาดเคลื่อน ( $\varepsilon_i$ ) ให้มีการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และมีความแปรปรวนเท่ากับ 3 และเป็นอิสระกัน

3. การกำหนดลักษณะข้อมูลกรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรตามสาเหตุจากความคลาดเคลื่อน ดังนี้

3.1 กำหนดการแจกแจงของตัวแปรอิสระ  $X_1$  และ  $X_2$  มีรูปแบบเช่นเดียวกับข้อ 2.1

3.2 กำหนดการแจกแจงของความคลาดเคลื่อนมี 2 แบบดังนี้

3.2.1 การแจกแจงแบบที (Student's t distribution) มีฟังก์ชันความหนาแน่นเป็น

$$f(t) = \frac{\Gamma[(df+1)/2]}{\Gamma(df/2)} \frac{1}{\sqrt{df\pi} (1+t^2/df)^{(df+1)/2}} ; -\infty < t < \infty, df > 0$$

ซึ่งตัวแปร  $T = Z/(\sqrt{W/df})$  จะเรียกว่ามีการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบที เมื่อตัวแปร  $Z$  มีการแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน ตัวแปร  $W$  มีการแจกแจงแบบไคสแควร์ที่มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ  $df$  และตัวแปร  $Z$  และ  $W$  เป็นอิสระกัน ในการวิจัยครั้งนี้กำหนดองศาความเป็นอิสระ 3 ระดับ ได้แก่ 1, 4 และ 8 ซึ่งเมื่อองศาความเป็นอิสระมีค่าเพิ่มขึ้น การแจกแจงแบบทีจะมีการแจกแจงใกล้เคียงกับการแจกแจงแบบปกติมากขึ้น

3.2.2 การแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล (Lognormal distribution) มีฟังก์ชันความหนาแน่นเป็น

$$f(g) = \begin{cases} \frac{1}{g\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln g - \mu)^2}{2\sigma^2}} ; g > 0, \sigma > 0, -\infty < \mu < \infty \\ 0 ; \text{อื่นๆ} \end{cases}$$

ซึ่งตัวแปร  $V = \ln G$  เมื่อตัวแปร  $V$  มีการแจกแจงแบบปกติ มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ  $\mu$  และความแปรปรวนเท่ากับ  $\sigma^2$  ในการวิจัยครั้งนี้กำหนดค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $\sigma$ ) 3 ระดับ ได้แก่ 1, 1.5 และ 2 ซึ่งเมื่อ  $\sigma$  มีค่าเพิ่มขึ้น การแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลจะมีลักษณะการกระจายมากขึ้น

#### 4. การกำหนดลักษณะข้อมูลกรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระและตัวแปรตาม ดังนี้

##### 4.1 กำหนดการแจกแจงของตัวแปรอิสระ $X_1$ และ $X_2$ มีรูปแบบเช่นเดียวกับข้อ 2.1

ในที่นี้ผู้วิจัยจะกำหนดให้ตัวแปรอิสระแต่ละตัวประกอบด้วยค่าผิดปกติ 2 ระดับ คือ ไม่รุนแรงและรุนแรง ตามเงื่อนไขของการตรวจสอบค่าผิดปกติ โดยใช้กราฟแบบ Box และ Whisker ดังนี้

1) ค่าผิดปกติระดับไม่รุนแรง (Mild Outliers) คือ ค่าของตัวแปรอิสระที่อยู่ในช่วง  $[Q_1 - 3(IQR), Q_1 - 1.5(IQR)]$  หรือ  $[Q_3 + 1.5(IQR), Q_3 + 3(IQR)]$

เมื่อ  $Q_1$  คือ ค่าควอไทล์ที่ 1 (The First Quartile) ของตัวแปรอิสระ

$Q_3$  คือ ค่าควอไทล์ที่ 3 (The Third Quartile) ของตัวแปรอิสระ

และ IQR คือ ระยะห่างระหว่างควอไทล์ (The Interquartile Range) ซึ่งเท่ากับ  $Q_3 - Q_1$

2) ค่าผิดปกติระดับรุนแรง (Extreme Outliers) คือ ค่าของตัวแปรอิสระที่อยู่ในช่วง  $[-\infty, Q_1 - 3(IQR)]$  หรือ  $[Q_3 + 3(IQR), \infty]$  (Tukey, 1977)

4.2 อัตราส่วนค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระเท่ากับ 0.10, 0.15 และ 0.20 ในแต่ละระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ

4.3 กำหนดการแจกแจงของความคลาดเคลื่อน มีรูปแบบเช่นเดียวกับข้อ 3.2.1 และ 3.2.2

##### 5. ขนาดตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยเท่ากับ 20, 50, 100 และ 200

6. จำลองข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยด้วยเทคนิคมอนติคาร์โลด้วยโปรแกรม R โดยทำการจำลองข้อมูลซ้ำ 1,000 ครั้งในแต่ละสถานการณ์

7. สำหรับการสร้างข้อมูลที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ กำหนดให้  $A_1 = Q_1 - L(IQR)$  คือ ค่าผิดปกติที่มีค่าน้อยที่สุดและจะทำการเพิ่มค่าผิดปกติทีละ 0.0025 เท่าของ  $A_1$  ในขณะที่  $A_n = Q_3 + L(IQR)$  คือ ค่าผิดปกติที่มีค่ามากที่สุดและจะทำการลดค่าผิดปกติทีละ 0.0025 เท่าของ  $A_n$  จนกระทั่งได้ค่าผิดปกติตามจำนวนที่ต้องการในแต่ละระดับของค่าผิดปกติ ทั้งนี้กำหนดให้

L เท่ากับ 2 เมื่อต้องการค่าผิดพลาดระดับไม่รุนแรงและ L เท่ากับ 5 เมื่อต้องการค่าผิดพลาดระดับรุนแรง ตามเงื่อนไขของการตรวจสอบค่าผิดพลาดโดยใช้กราฟแบบ Box และ Whisker

8. สำหรับวิธี GM ถ้าค่าสัมบูรณ์ของผลต่างระหว่างค่าประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยรอบที่  $r - 1$  กับรอบที่  $r$  ของสัมประสิทธิ์การถดถอยทุกค่ามีอย่างน้อยหนึ่งค่ามากกว่า 0.001 ให้ทำซ้ำต่อไปเรื่อยๆ จนกระทั่งค่าสัมบูรณ์ของผลต่างระหว่างค่าประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยรอบที่  $r - 1$  กับรอบที่  $r$  ของสัมประสิทธิ์การถดถอยทุกค่าไม่มากกว่า 0.001 เนื่องจากค่า 0.001 เป็นความคลาดเคลื่อนจากค่าคงที่ ที่ยอมให้เกิดขึ้นได้ในการคำนวณวิธี IRLS เพื่อให้ได้ค่า  $\beta$  ก่อนข้างคงที่

9. เปรียบเทียบประสิทธิภาพแต่ละวิธีด้วยค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอย ภายใต้สถานการณ์ต่างๆ ที่กำหนดขึ้น วิธีใดให้ค่า MSE ที่ต่ำกว่าจะเป็นวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยที่มีประสิทธิภาพมากกว่า

### ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. เพื่อเป็นแนวทางในการตัดสินใจเลือกใช้วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยได้อย่างเหมาะสม เมื่อข้อมูลมีค่าผิดพลาด
2. เพื่อเป็นแนวทางในการศึกษาและเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอย เมื่อข้อมูลมีค่าผิดพลาดในสถานการณ์อื่นๆ อีกต่อไป

## การตรวจเอกสาร

การตรวจเอกสารแบ่งออกเป็น 2 ส่วน โดยส่วนแรกจะกล่าวถึงงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และ ส่วนที่สองจะกล่าวถึงวิธีการทางสถิติที่ใช้ในการวิจัย ดังนี้

### งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

กัญญารัตน์ (2547) ได้ศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณในการประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นที่มีตัวแปรอิสระ 2 ตัว เมื่อมีค่าผิดปกติในตัวแปรตาม โดยทำการเปรียบเทียบตัวประมาณ 3 วิธี คือ วิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบสามัญ (OLSE) วิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบถ่วงน้ำหนักที่ได้รับการปรับ (AWLSE) และวิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบถ่วงน้ำหนักที่มีความแกร่งและมีประสิทธิภาพ (REWLSE) ซึ่งเกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบ คือ ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของพารามิเตอร์ ผลการวิจัยพบว่ากรณีที่ไม่มีค่าผิดปกติในตัวแปรตามและตัวแปรอิสระ ตัวประมาณ OLS ให้ประสิทธิภาพในการประมาณสูงที่สุด และเมื่อขนาดตัวอย่างตั้งแต่ 60 ขึ้นไป โดยทั่วไปพบว่าตัวประมาณ OLS ตัวประมาณ AWLS และตัวประมาณ REWLS จะมีค่า AMSE ใกล้เคียงกัน กรณีที่ตัวแปรตามมีค่าผิดปกติในระดับไม่รุนแรง เมื่อสัดส่วนการปลอมปนน้อยและขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็ก ตัวประมาณ REWLS ให้ประสิทธิภาพในการประมาณสูงที่สุด ในขณะที่ขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ตัวประมาณ AWLS ให้ประสิทธิภาพในการประมาณสูงที่สุด และเมื่อสัดส่วนการปลอมปนเพิ่มขึ้นในทุกขนาดตัวอย่าง ตัวประมาณ AWLS จะให้ประสิทธิภาพในการประมาณสูงที่สุด ส่วนในกรณีที่ตัวแปรตามมีค่าผิดปกติในระดับรุนแรง พบว่าในทุกขนาดตัวอย่างและทุกขนาดการปลอมปน ตัวประมาณ REWLS ให้ประสิทธิภาพในการประมาณสูงที่สุด โดยเมื่อสัดส่วนการปลอมปนน้อยและขนาดตัวอย่างตั้งแต่ 40 ขึ้นไป พบว่าตัวประมาณ AWLS และตัวประมาณ REWLS มีประสิทธิภาพในการประมาณใกล้เคียงกัน

จิตรวี (2539) ศึกษาวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์หรือสัมประสิทธิ์การถดถอยในสมการถดถอยเชิงเส้นพหุ เมื่อข้อมูลมีค่าผิดปกติด้วยวิธีการประมาณ 3 วิธี คือ วิธีกำลังสองน้อยที่สุด วิธีตัวประมาณ M และวิธีตัวประมาณ Bounded-Influence เมื่อใช้เกณฑ์ความแกร่งของ Huber และของ Tukey เกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบ คือ ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (MSE) ผลการวิจัยสรุปได้ดังนี้ กรณีข้อมูลเกิดค่าผิดปกติในตัวแปรตาม และกรณีที่ข้อมูลเกิดค่าผิดปกติใน

ตัวแปรอิสระและตัวแปรตาม โดยทั่วไปวิธีตัวประมาณ  $M$  มีค่า MSE ต่ำกว่าวิธีอื่น แต่บางสถานการณ์วิธีตัวประมาณ  $M$  และวิธีตัวประมาณ Bounded-Influence จะมีค่า MSE ใกล้เคียงกัน และเมื่อขนาดของค่าผิดปกติของตัวแปรตามมีขนาดใหญ่ โดยทั่วไปวิธีตัวประมาณ  $M$  เมื่อใช้เกณฑ์ความแกร่งของ Tukey จะมีค่า MSE ต่ำที่สุด และในกรณีที่ข้อมูลเกิดค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระและตัวแปรตาม ณ ตำแหน่งเดียวกัน โดยทั่วไปวิธีประมาณ Bounded-Influence มีค่า MSE ต่ำที่สุด และเมื่อขนาดของค่าผิดปกติของตัวแปรตามมีขนาดใหญ่ พบว่าวิธีประมาณ Bounded-Influence เมื่อใช้เกณฑ์ความแกร่งของ Tukey มีค่า MSE ต่ำที่สุด และเมื่อขนาดของค่าผิดปกติของตัวแปรตามมีขนาดเล็ก โดยทั่วไปวิธีตัวประมาณ Bounded-Influence เมื่อใช้เกณฑ์ความแกร่งของ Huber มีค่า MSE ต่ำที่สุด โดยทั่วไปค่า MSE จะแปรผันตามปัจจัยดังต่อไปนี้จากมากไปน้อย ได้แก่ ขนาดค่าผิดปกติของตัวแปรตามและอัตราส่วนปลอมปน แต่จะแปรผกผันกับขนาดตัวอย่าง

ณริศรา (2544) ได้ศึกษาเปรียบเทียบความแกร่งของวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยเชิงเส้นระหว่างวิธี  $L_1$  และวิธีกำลังสองน้อยที่สุด เมื่อข้อมูลมีค่าผิดปกติ โดยพิจารณาค่าความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และจำนวนค่าผิดปกติที่มีอิทธิพล ซึ่งศึกษาในกรณีตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่ายและเชิงเส้นพหุที่มีตัวแปรอิสระ 2 ตัว ตัวแปรอิสระมีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์ม (0,5) และ (0,10) โดยความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติและลาปลาซ ซึ่งกำหนดให้ทั้งสองการแจกแจงมีค่าเฉลี่ยเป็น 0 และความแปรปรวนเป็น 0.25, 1 และ 9 และกำหนดให้ขนาดตัวอย่างเป็น 10, 15, 20 และ 25 จำนวนค่าผิดปกติ 1 และ 2 ตัว ผลการวิจัยสรุปได้ดังนี้ สถิติทดสอบค่าผิดปกติในการวิเคราะห์การถดถอยทั้งสองวิธีสามารถควบคุมค่าความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ไว้ได้ โดยเฉพาะกรณีตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่ายขนาดตัวอย่างเป็น 20 และ 25 และกรณีตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นพหุขนาดตัวอย่างเป็น 20 สำหรับค่าความคลาดเคลื่อนที่มีการแจกแจงปกติทุกกรณี และขนาดตัวอย่างเป็น 25 ค่าความคลาดเคลื่อนที่มีการแจกแจงปกติที่มีความแปรปรวนเท่ากับ 1 เท่านั้น โดยส่วนใหญ่พบว่าค่าประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยโดยวิธี  $L_1$  แกร่งต่อค่าผิดปกติมากกว่าค่าประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยโดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด และเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นประสิทธิภาพของค่าประมาณโดยวิธี  $L_1$  จะลดลง

ปิยะนาฏ (2549) ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยในสมการถดถอยเชิงเส้นพหุที่มีตัวแปรอิสระ 2 ตัว เมื่อข้อมูลมีค่าผิดปกติ โดยศึกษาวิธีประมาณ 6 วิธี คือ วิธีกำลังสองน้อยที่สุด วิธีตัวประมาณแบบ  $M$  เมื่อใช้เกณฑ์ความแกร่งของ Huber, Ramsay และ Andrews วิธีบูทสเตรป และวิธีแจ็กไนฟ เกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบ คือ ค่าอนเอียง ค่าความ

แปรปรวน ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ผลการวิจัยสรุปได้ดังนี้ กรณีที่ข้อมูลเกิดค่าผิดปกติในตัวแปรตาม พบว่าโดยทั่วไปวิธีประมาณแบบ M เมื่อใช้เกณฑ์ความแกร่งของ Andrews จะมีค่าเอนเอียง ค่าความแปรปรวนและค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองต่ำกว่าวิธีอื่นๆ ส่วนในกรณีที่ข้อมูลเกิดค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ  $X_1$  และ  $X_2$  และกรณีที่ข้อมูลเกิดค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ  $X_1, X_2$  และตัวแปรตาม พบว่าโดยทั่วไปวิธีประมาณแบบ M เมื่อใช้เกณฑ์ความแกร่งของ Andrews จะมีค่าเอนเอียงและค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองต่ำกว่าวิธีอื่นๆ สำหรับวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยที่มีค่าความแปรปรวนต่ำที่สุด คือ วิธีตัวประมาณแบบ M เมื่อใช้เกณฑ์ความแกร่งของ Huber ในขณะที่กรณีที่ข้อมูลเกิดค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ  $X_1$  และตัวแปรตาม พบว่าโดยทั่วไปวิธีประมาณแบบ M เมื่อใช้เกณฑ์ความแกร่งของ Andrews จะมีค่าเอนเอียงต่ำกว่าวิธีอื่นๆ สำหรับวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยที่มีค่าความแปรปรวนและค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองต่ำที่สุด คือ วิธีตัวประมาณแบบ M เมื่อใช้เกณฑ์ความแกร่งของ Huber โดยค่า MSE จะแปรผันตามปัจจัยต่อไปนี้ ได้แก่ ระดับค่าผิดปกติ และอัตราการเกิดค่าผิดปกติ แต่จะแปรผกผันกับขนาดตัวอย่าง

ประภาพร (2544) ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่มีความแกร่งในรูปแบบการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย เมื่อข้อมูลมีค่าผิดปกติ ซึ่งเปรียบเทียบวิธีตัวประมาณ 3 วิธี คือ วิธีกำลังสองน้อยที่สุด (OLS) วิธีตัวประมาณ Bounded-Influence ของ Agard และ Birch (BI-AB) และวิธีตัวประมาณของ Bounded-Influence ของ Sommer และ Huggins (BI-SH) โดยใช้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (MSE) เป็นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบ ผลจากการวิจัย พบว่าเมื่อข้อมูลไม่มีค่าผิดปกติ โดยทั่วไปตัวประมาณ OLS ตัวประมาณ BI-AB และตัวประมาณ BI-SH มีประสิทธิภาพใกล้เคียงกันซึ่งตัวประมาณ OLS มีประสิทธิภาพสูงที่สุด กรณีที่ข้อมูลมีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระและความคลาดเคลื่อน ณ ตำแหน่งเดียวกัน โดยทั่วไปตัวประมาณ BI-AB และตัวประมาณ BI-SH มีประสิทธิภาพดีใกล้เคียงกัน ที่อัตราส่วนการปลอมปน (PE) เท่ากับ 0.05 และ 0.10 ส่วนที่ PE เท่ากับ 0.15 พบว่าตัวประมาณ BI-SH มีประสิทธิภาพสูงที่สุดและตัวประมาณ OLS มีประสิทธิภาพต่ำที่สุด ส่วนในกรณีที่ข้อมูลมีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระและความคลาดเคลื่อนต่างตำแหน่งกันแทบทุกสถานการณ์ พบว่าตัวประมาณ BI-SH มีประสิทธิภาพสูงที่สุด ในขณะที่ตัวประมาณ OLS มีประสิทธิภาพต่ำที่สุด โดยปัจจัยที่มีผลกระทบต่อประสิทธิภาพในการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธี OLS และวิธีตัวประมาณ BI-AB ได้แก่ ขนาดตัวอย่าง ค่า PE และระดับความผิดปกติในความคลาดเคลื่อน และปัจจัยที่มีผลต่อวิธีตัวประมาณ BI-SH ได้แก่ ขนาดตัวอย่าง

รุ่งโรจน์ (2546) ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ในตัวแบบถดถอยเชิงเส้นพหุ เมื่อข้อมูลมีค่าผิดปกติ โดยศึกษาวิธีประมาณ 3 วิธี คือ วิธีกำลังสองน้อยที่สุด วิธีประมาณ MM และวิธีประมาณ Least Trimmed Squares เกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบ คือ ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (MSE) เมื่อข้อมูลมีค่าผิดปกติเกิดขึ้นในกรณีต่างๆ คือ กรณีที่ข้อมูลเกิดค่าผิดปกติในตัวแปรตาม และกรณีที่ข้อมูลเกิดค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระและตัวแปรตาม ผลการวิจัยพบว่ากรณีที่ข้อมูลเกิดค่าผิดปกติในตัวแปรตาม โดยทั่วไปวิธีประมาณ Least Trimmed Squares และวิธีประมาณ MM มีค่า MSE ใกล้เคียงกัน โดยวิธีประมาณ Least Trimmed Squares มีค่า MSE ต่ำสุด และวิธีกำลังสองน้อยที่สุดมีค่า MSE สูงสุด และค่า MSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นตามการเพิ่มขึ้นของความแปรปรวน และในกรณีที่ข้อมูลเกิดค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระและตัวแปรตาม โดยทั่วไปวิธีประมาณ Least Trimmed Squares ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด แต่บางสถานการณ์วิธีประมาณ Least Trimmed Squares และวิธีประมาณ MM มีค่า MSE ใกล้เคียงกัน และเมื่อเพิ่มอัตราส่วนการเกิดค่าผิดปกติวิธีประมาณ MM จะมีประสิทธิภาพมากที่สุด

สุภัทรา (2541) ได้ศึกษาเปรียบเทียบตัวประมาณที่แข็งแกร่งสำหรับการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่ายที่ใช้ฟังก์ชันความแกร่งของ Huber, Hampel, Andrew และ Ramsay เมื่อความคลาดเคลื่อนไม่มีการแจกแจงแบบปกติ โดยทำการศึกษาเกี่ยวกับข้อมูลที่สร้างด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล และเกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบได้แก่ค่า MSE และ MAD ผลการวิจัยพบว่าเมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบที่มีองศาความเป็นอิสระ ( $k$ ) แตกต่างกัน 3 ระดับที่แทนลักษณะการแจกแจงที่มีหางหนามาก ( $k = 1$ ) หางหนาปานกลาง ( $k = 4$  และ  $8$ ) และหางหนาน้อย ( $k = 10, 15$  และ  $25$ ) ตัวประมาณแบบ M ที่ใช้ฟังก์ชันความแกร่งของ Andrew, Ramsay และ Huber มีประสิทธิภาพสูงที่สุดตามลำดับ เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล ตัวประมาณแบบ M ฟังก์ชันความแกร่งของ Andrew มีประสิทธิภาพสูงที่สุด ยกเว้นเมื่อ  $\sigma = 0.5$  ตัวประมาณแบบ M ที่ใช้ฟังก์ชันความแกร่งของ Hampel มีประสิทธิภาพสูงที่สุด และเมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบแกมมา ตัวประมาณแบบ M ที่ใช้ฟังก์ชันความแกร่งของ Hampel มีประสิทธิภาพสูงที่สุดเกือบทุกกรณี โดยปัจจัยที่มีผลต่อประสิทธิภาพของตัวประมาณแบบ M ได้แก่ ขนาดตัวอย่าง องศาความเป็นอิสระ ค่า  $\sigma$ ,  $\alpha$  และ  $\beta$  มีค่าเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างหรือองศาความเป็นอิสระมีค่าเพิ่มขึ้น

อุบลรัตน์ (2549) ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของในรูปแบบการวิเคราะห์ถดถอยเชิงเส้นพหุ โดยใช้วิธีประมาณ 5 วิธี คือ วิธีกำลังสองน้อยที่สุด วิธี Least Median Square วิธี Least Trimmed Squares วิธี M และวิธี MM เกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบ คือ

ค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (Relative Efficiency: RE) โดยกระทำภายใต้เงื่อนไขในกรณีศึกษาต่างๆ ดังนี้ 1) ขนาดตัวอย่าง 3 ระดับ คือ 30, 40 และ 80 2) จำนวนค่าผิดปกติ 3 ระดับ คือ 5%, 10% และ 15% 3) ตำแหน่งการผิดปกติในตัวแปรอิสระและตัวแปรตาม 4 ระดับ คือ (2 $\sigma$ ,2 $\sigma$ ), (4 $\sigma$ ,8 $\sigma$ ), (8 $\sigma$ ,4 $\sigma$ ) และ (8 $\sigma$ ,8 $\sigma$ ) ผลการวิจัยสรุปได้ดังนี้ กรณีไม่มีค่าผิดปกติเกิดขึ้นในข้อมูล พบว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดเป็นวิธีที่ให้ค่า RE สูงที่สุดและเมื่อขนาดตัวอย่างใหญ่ขึ้น พบว่านอกจากวิธี OLS แล้ววิธี M และวิธี MM ยังเป็นวิธีที่เหมาะสมสำหรับใช้ประมาณค่าพารามิเตอร์ได้ดีอีกด้วย และในกรณีมีค่าผิดปกติเกิดขึ้นในข้อมูล ผลการวิจัยสามารถจำแนกตามตำแหน่งการผิดปกติของตัวแปรอิสระ ตัวแปรตาม และจำนวนค่าผิดปกติ ดังนี้ เมื่อตำแหน่งที่เกิดค่าผิดปกติ (2 $\sigma$ ,2 $\sigma$ ) พบว่าในทุกขนาดตัวอย่างและจำนวนค่าผิดปกติ วิธีกำลังสองน้อยที่สุดให้ค่า RE สูงที่สุด และตำแหน่ง (4 $\sigma$ ,8 $\sigma$ ), (8 $\sigma$ ,4 $\sigma$ ) และ (8 $\sigma$ ,8 $\sigma$ ) พบว่าโดยรวมวิธี MM ให้ค่า RE ต่ำที่สุด โดยค่า RE จะแปรผกผันตามจำนวนข้อมูลที่ผิดปกติ ตำแหน่งการเกิดค่าผิดปกติและจำนวนตัวแปรอิสระ แต่จะแปรตามขนาดตัวอย่าง

Bagheri *et al.* (2010) ได้ทำการศึกษาวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับรูปแบบการถดถอยเชิงเส้นในกรณีที่มีข้อมูลมีค่าผิดปกติ โดยการเปรียบเทียบประสิทธิภาพกับวิธี OLS และทำการตรวจสอบการประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีต่างๆ ด้วยค่า Distance to Maximum Normal Curvature Direction (DMNCD) และค่า MSE ได้แก่ วิธีประมาณ M วิธีประมาณ MM วิธีประมาณ GM1 วิธีประมาณ GM6 และวิธีประมาณ modified GM6 กำหนดให้ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติและการแจกแจงแบบหางหนา (Heavy tailed distribution) จากการศึกษาพบว่าวิธีประมาณ GM1, วิธีประมาณ GM6 และวิธีประมาณ modified GM6 ให้ผลการประมาณค่าพารามิเตอร์ในรูปแบบการถดถอยเป็นที่น่าพอใจ เนื่องจากเป็นตัวประมาณที่มีความแข็งแกร่งต่อค่า leverage ทั้งในแกน X และแกน Y โดยวิธีประมาณ GM6 ให้ค่า DMNCD และ MSE ที่ต่ำที่สุดในบรรดาวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีอื่นๆ นอกจากนี้ยังได้นำข้อมูลจริงมายืนยันผลการศึกษาโดยใช้ข้อมูล Interstitial Lung Disease พบว่าการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีประมาณ GM6 และวิธีประมาณ modified GM6 มีประสิทธิภาพมากกว่าวิธีประมาณอื่นๆ เนื่องจากวิธีดังกล่าวคำนึงถึงการถ่วงน้ำหนักข้อมูลตามค่า leverage ดังนั้นการประมาณด้วยวิธีประมาณ GM6 และวิธีประมาณ modified GM6 จึงเป็นทางเลือกที่ดีสำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่มีความแกร่ง

Alma (2011) ได้ทำการเปรียบเทียบการประมาณค่าพารามิเตอร์จากรูปแบบการถดถอยเชิงเส้นภายใต้ข้อมูลที่มีค่าผิดปกติและค่า leverage โดยใช้วิธีประมาณ 5 วิธี คือ วิธี OLS วิธีประมาณ

LTS วิธีประมาณ M วิธีประมาณ MM และวิธีประมาณ S จากสถานการณ์ต่างๆ กัน และทำการตรวจสอบประสิทธิภาพของวิธีการประมาณด้วยค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์และศึกษาในส่วนของชุดข้อมูลที่มีสัดส่วนของค่าผิดปกติและค่า leverage ที่แตกต่างกัน จากการศึกษาดังกล่าวพบว่าวิธีประมาณ MM จะมีประสิทธิภาพต่ำเมื่อมีค่า leverage สูงและจำนวนตัวแปรอิสระน้อย ซึ่งเป็นการแสดงถึงจุดอ่อนของวิธีประมาณ MM วิธีประมาณ M และวิธีประมาณ S จะให้ผลที่น่าพอใจมากกว่าวิธีประมาณ LTS และวิธีประมาณ MM ทั้งนี้กล่าวอีกว่า วิธีประมาณ M ที่ใช้เกณฑ์ความแกร่งของ Huber จะเป็นตัวประมาณที่ดี ถ้าลักษณะของข้อมูลมีค่าผิดปกติ แต่ไม่มีค่า leverage และวิธีประมาณ S จะมีประสิทธิภาพดีกว่าวิธีประมาณ MM และวิธีประมาณ LTS สำหรับกรณีที่ชุดข้อมูลมีสัดส่วนของค่าที่ผิดปกติในตัวแปรตาม

### วิธีการทางสถิติ

#### วิธี OLS (Ordinary Least Squares Method)

การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยโดยวิธี OLS เป็นวิธีที่มีรากฐานมาจากทฤษฎีการประมาณค่าเชิงเส้น (Theory of Linear Estimators) โดยมีหลักเกณฑ์คือ หาค่าประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยที่ทำให้ผลบวกกำลังสองของความแตกต่างระหว่างค่าจริงกับค่าประมาณมีค่าน้อยที่สุด

ในกรณีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธี OLS จากสมการความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรตาม ( $Y$ ) และตัวแปรอิสระ ( $X$ ) คือ

$$Y = X\beta + \varepsilon$$

โดย

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix}_{n \times 1} = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{12} & \dots & X_{1k} \\ 1 & X_{21} & X_{22} & \dots & X_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & X_{n1} & X_{n2} & \dots & X_{nk} \end{bmatrix}_{n \times (k+1)} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix}_{(k+1) \times 1} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}_{n \times 1}$$

เมื่อ	<b>Y</b>	เป็นเวกเตอร์ของตัวแปรตาม
	<b>X</b>	เป็นเมตริกซ์ของตัวแปรอิสระ
	<b><math>\beta</math></b>	เป็นเวกเตอร์ของค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยที่ไม่ทราบค่า
	<b><math>\epsilon</math></b>	เป็นเวกเตอร์ของความคลาดเคลื่อน
	<b>n</b>	เป็นจำนวนค่าสังเกต
	<b>k</b>	เป็นจำนวนตัวแปรอิสระ

โดยที่  $\epsilon$  เป็นตัวแปรสุ่มที่เป็นอิสระกันมีการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 หรือ  $E(\epsilon) = \mathbf{0}$  และความแปรปรวนคงที่เท่ากับ  $\sigma^2$  หรือ  $V(\epsilon) = \mathbf{I}\sigma^2$

จากข้อสมมติของ  $\epsilon$  จะได้ว่า **Y** มีการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ **X $\beta$**  และความแปรปรวนเท่ากับ  $\mathbf{I}\sigma^2$  หรือ  $\mathbf{Y} \sim N(\mathbf{X}\beta, \mathbf{I}\sigma^2)$

จาก

$$\begin{aligned} E(\mathbf{Y}) &= E(\mathbf{X}\beta + \epsilon) \\ &= E(\mathbf{X}\beta) + E(\epsilon) \\ &= \mathbf{X}\beta \end{aligned}$$

และ

$$\begin{aligned} \text{Var}(\mathbf{Y}) &= \text{Var}(\mathbf{X}\beta + \epsilon) \\ &= \text{Var}(\epsilon) \\ &= \mathbf{I}\sigma^2 \end{aligned}$$

จากหลักการของวิธี OLS จะหาตัวประมาณของ  $\beta$  หรือ  $\hat{\beta}$  ที่ทำให้ผลบวกกำลังสองของความแตกต่างระหว่างค่าจริงกับค่าประมาณหรืออาจเรียกว่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (Sum of Square of Error: SSE) มีค่าน้อยที่สุดซึ่งก็คือ

$$\min_{\beta} (\mathbf{Y} - \mathbf{X}\hat{\beta})'(\mathbf{Y} - \mathbf{X}\hat{\beta}) \quad \text{หรือ} \quad \min_{\beta} (\mathbf{e}'\mathbf{e})$$

เมื่อ

$$\begin{aligned}
\text{SSE} &= \mathbf{e}'\mathbf{e} \\
&= (\mathbf{Y} - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}})'(\mathbf{Y} - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}) \\
&= \mathbf{Y}'\mathbf{Y} - \mathbf{Y}'\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} - \hat{\boldsymbol{\beta}}'\mathbf{X}'\mathbf{Y} + \hat{\boldsymbol{\beta}}'\mathbf{X}'\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} \\
&= \mathbf{Y}'\mathbf{Y} - 2\hat{\boldsymbol{\beta}}'\mathbf{X}'\mathbf{Y} + \hat{\boldsymbol{\beta}}'\mathbf{X}'\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}
\end{aligned} \tag{1}$$

และการแก้สมการ (1) เพื่อหา  $\hat{\boldsymbol{\beta}}$  ทำได้โดยการหาอนุพันธ์ (Differentiate) ของสมการ (1) เทียบกับ  $\hat{\boldsymbol{\beta}}$  แล้วกำหนดให้เท่ากับศูนย์ จะได้

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial \hat{\boldsymbol{\beta}}} (\mathbf{Y}'\mathbf{Y} - 2\hat{\boldsymbol{\beta}}'\mathbf{X}'\mathbf{Y} + \hat{\boldsymbol{\beta}}'\mathbf{X}'\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}) &= \mathbf{0} \\
-2\mathbf{X}'\mathbf{Y} + 2\mathbf{X}'\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} &= \mathbf{0} \\
(\mathbf{X}'\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}) &= \mathbf{X}'\mathbf{Y} \\
\hat{\boldsymbol{\beta}} &= (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Y}
\end{aligned} \tag{2}$$

เมื่อ  $\hat{\boldsymbol{\beta}}$  คือ เวกเตอร์ของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอย โดยที่  $\hat{\boldsymbol{\beta}}$  มีการแจกแจงแบบปกติ ที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ  $\boldsymbol{\beta}$  และความแปรปรวนเท่ากับ  $(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\sigma^2$  หรือ  $\hat{\boldsymbol{\beta}} \sim N(\boldsymbol{\beta}, (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\sigma^2)$

จาก

$$\begin{aligned}
E(\hat{\boldsymbol{\beta}}) &= E[(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Y}] \\
&= (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'E(\mathbf{Y}) \\
&= [(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}']\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} \\
&= (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} \\
&= \mathbf{I}\boldsymbol{\beta} \\
&= \boldsymbol{\beta}
\end{aligned}$$

และ

$$\begin{aligned}
 \text{Var}(\hat{\beta}) &= \text{Var}[(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Y}] \\
 &= [(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'][\text{Var}(\mathbf{Y})][(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'] \\
 &= [(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}']\mathbf{I}\sigma^2[(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'] \\
 &= (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\sigma^2 \\
 &= (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\sigma^2
 \end{aligned}$$

โดยตัวประมาณของวิธี OLS จะเป็นตัวประมาณที่คุณสมบัติเป็น BLUE กล่าวคือ เป็นตัวประมาณเชิงเส้นที่ไม่เอนเอียงและมีความแปรปรวนต่ำที่สุด

### วิธี LTS (Least Trimmed Squares Estimator Method)

Rousseeuw (1984) ได้เสนอวิธี LTS โดยมีหลักการ คือ หาค่าประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธี OLS แล้วเลือกชุดข้อมูล  $h$  จำนวนจากชุดข้อมูลทั้งหมด  $n$  จำนวน ซึ่งให้ผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนมีค่าน้อยที่สุด ดังนั้นการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธี LTS เส้นถดถอยที่ได้จะตกอยู่ในช่วงกลุ่มข้อมูลส่วนใหญ่และจะไม่ประมาณค่าในกลุ่มของข้อมูลส่วนน้อย กล่าวคือชุดข้อมูล  $n - h$  จะไม่ถูกนำมาคำนวณเพื่อหาค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยในวิธี LTS ดังนั้นหลังจากการประมาณค่าด้วยวิธี OLS จะได้สมการเพื่อเลือกชุดข้อมูล  $h$  จำนวน ดังนี้

$$\min \sum_{i=1}^h e_{(i)}^2 \quad (3)$$

โดยค่า  $e_{(1)}^2 \leq e_{(2)}^2 \dots \leq e_{(n)}^2$  คือ ความคลาดเคลื่อนกำลังสองซึ่งเรียงลำดับจากน้อยไปหามาก และ  $h$  คือ ค่าคงที่ในการตัดแต่ง (trimming constant) หรืออีกนัยหนึ่งคือจำนวนของข้อมูลที่ใช้ในการประมาณค่าด้วยวิธีตัวประมาณ LTS

คุณสมบัติของการประมาณด้วยวิธีตัวประมาณ LTS มีดังนี้

1. ตัวประมาณ LTS สามารถหาค่าตอบได้เสมอ

2. เส้นถดถอยจะลากผ่านข้อมูลที่มีการกระจายอยู่ในช่วง  $\frac{n}{2} < h \leq n$  และจำนวนของความคลาดเคลื่อนที่ถูกตัดออกเท่ากับ  $n - h$

3. ถ้า  $p > 1$  และ  $h = [n/2] + [(p + 1)/2]$  แล้ว breakdown point ( $\varepsilon^*$ ) ของวิธีตัวประมาณ LTS คือ

$$\varepsilon^* = \frac{\left[ \frac{(n-p)}{2} + 1 \right]}{n}$$

เมื่อ breakdown point เป็นสัดส่วนของจำนวนน้อยที่สุดของค่าผิดปกติที่จะทำให้ค่าประมาณเกิดการเปลี่ยนแปลง

$n$  เป็นขนาดตัวอย่าง

$p$  เป็นจำนวนค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยที่ใช้ในการประมาณ

ซึ่งวิธี LTS จะมี breakdown point ประมาณ 50% และค่า  $h$  โดยทั่วไปจะขึ้นอยู่กับสัดส่วนในการตัดแต่ง (trimming proportion) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของ  $\alpha$  ได้ดังนี้ (Heikkila, 2001)

$$h = [n(1 - \alpha)] + 1 \quad \text{โดยที่ } \varepsilon^* \approx \alpha$$

4. ถ้า  $h = n$  การประมาณค่าด้วยวิธีตัวประมาณ LTS จะเป็นการประมาณที่มีลักษณะการประมาณค่าเช่นเดียวกับวิธี OLS

5. ถ้า  $h = \frac{n}{2}$  จะเป็นการประมาณสมการถดถอยที่มีการกระจายตัวสูงสุดที่ยังสามารถทำการประมาณได้ โดยจะตัดแต่งที่ประมาณ 50% ของความคลาดเคลื่อนกำลังสองทั้งหมด

6. ความแตกต่างระหว่างวิธี OLS กับวิธีตัวประมาณ LTS คือ วิธี OLS จะนำข้อมูลทั้งหมดมาใช้ในการประมาณค่า แต่วิธีตัวประมาณ LTS จะใช้เฉพาะข้อมูลที่มีความคลาดเคลื่อนใกล้เคียงกันและจะตัดข้อมูลที่มีความคลาดเคลื่อนมากออกไปจากเส้นถดถอย

### วิธี GM (Generalized M-estimator Method)

Simpson and Montgomery (1996) ได้พัฒนาจากวิธี M มาเป็นวิธี GM เพื่อทำการสร้างตัวถ่วงน้ำหนักซึ่งจะพิจารณาทั้งค่าผิดปกติที่เกิดขึ้นในตัวแปรอิสระและตัวแปรตาม โดยหลักการของตัวประมาณ GM คือ หาตัวประมาณของ  $\beta$  ที่ทำให้ผลรวมของฟังก์ชันความผิดพลาด ( $\rho$ ) มีค่าน้อยที่สุด ซึ่งก็คือ

$$\min \sum_{i=1}^n \rho \left( \frac{Y_i - \mathbf{X}_i' \hat{\beta}}{\pi_i s} \right) \pi_i \quad (4)$$

เมื่อ  $\rho$  เป็นฟังก์ชันของความผิดพลาดที่ถูกเลือกให้เหมาะสม  
 $s$  เป็นตัวประมาณที่แกร่งของสเกล (robust estimator of scale)  
 $\pi_i$  เป็นค่าถ่วงน้ำหนักซึ่งสามารถคำนวณจาก  $\pi_i = \text{median}_i |z_i| / z_i ; z_i = \left( \frac{e_i}{s} \right)$

จากสมการ (4) หา  $\hat{\beta}$  ที่เหมาะสมโดยการหาอนุพันธ์บางส่วนของ  $\sum_{i=1}^n \rho \left( \frac{Y_i - \mathbf{X}_i' \hat{\beta}}{\pi_i s} \right) \pi_i$  เทียบกับ  $\hat{\beta}$  แล้วกำหนดให้เท่ากับศูนย์ จะได้

$$\sum_{i=1}^n \psi \left( \frac{e_i}{\pi_i s} \right) \pi_i \mathbf{X}_i = \mathbf{0} \quad (5)$$

เมื่อ  $\psi(u) = \frac{\partial}{\partial u} \rho(u) = \rho'$  และถ้า  $\psi(u) = u$  แล้ววิธี GM ก็คือวิธี OLS โดยที่  $u = \left( \frac{e_i}{\pi_i s} \right)$

และการคำนวณตัวประมาณที่แกร่งของสเกล ( $s$ ) ซึ่งเป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ในที่นี้ใช้ตัวประมาณแบบมัธยฐานของค่าสัมบูรณ์ของความเบี่ยงเบน (Median Absolute Deviation: MAD) ซึ่งเสนอโดย Mosteller and Tukey (1977) และถูกปรับด้วยค่าคงที่ 1.4826 ซึ่งทำให้  $s$  เป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงเมื่อ  $n$  มีขนาดใหญ่และการแจกแจงของความคลาดเคลื่อนเป็นแบบปกติ ดังนั้นจะได้  $s$  มีรูปแบบดังนี้

$$s = 1.4826 \operatorname{median}_i (|e_i - \operatorname{median}_i (e_i)|) \quad ; i = 1, 2, \dots, n$$

จากสมการ (5) พบว่าฟังก์ชัน  $\psi$  ไม่เป็นเชิงเส้น (Nonlinear) ดังนั้นวิธีการแก้สมการนี้จะอาศัยเทคนิคการทำซ้ำเพื่อหาค่าที่เหมาะสม ซึ่งวิธีที่ใช้ในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยส่วนใหญ่นิยมใช้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบถ่วงน้ำหนักชนิดทำซ้ำ (Iteratively Reweighted Least Square: IRLS) ของ Beaton and Tukey (1974) ซึ่งการคำนวณวิธี IRLS จะต้องมีการกำหนดค่าเริ่มต้นของ  $\hat{\beta}$  และคำนวณค่า  $s$  แล้วหาค่าถ่วงน้ำหนักที่เหมาะสมของแต่ละค่าสังเกตเพื่อหาตัวประมาณค่า  $\beta$  จากวิธี Weighted Least Square (WLS) ดังนั้น ตัวประมาณของ  $\beta$  จากวิธี WLS อยู่ในรูปของ

$$\hat{\beta} = (\mathbf{X}'\mathbf{W}\mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}'\mathbf{W}\mathbf{Y}$$

เมื่อ  $\mathbf{W}$  เป็นเมตริกซ์ทแยงมุมขนาด  $n \times n$  ที่มี  $w_i$  เป็นสมาชิกแนวทแยงมุม

สรุปขั้นตอนการคำนวณเมื่อใช้วิธี IRLS ดังนี้

1. คำนวณค่าเริ่มต้นของ  $\hat{\beta}$  จากวิธี OLS

$$\hat{\beta}^{(0)} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}'\mathbf{Y}$$

2. เข้าสู่การทำซ้ำรอบที่ 1 เพื่อหาค่า  $e_i^{(1)}$ ,  $s^{(1)}$  และ  $\pi_i^{(1)}$  จาก

$$e_i^{(1)} = Y_i - \mathbf{X}_i' \hat{\beta}^{(0)} \quad ; i = 1, 2, \dots, n$$

$$s^{(1)} = 1.4826 \operatorname{median}_i (|e_i^{(1)} - \operatorname{median}_i (e_i^{(1)})|)$$

$$\pi_i^{(1)} = \operatorname{median}_i |z_i^{(1)}| / z_i^{(1)} \quad ; z_i^{(1)} = \left( \frac{e_i^{(1)}}{s^{(1)}} \right)$$

3. ทำซ้ำรอบที่ 1 เพื่อหาน้ำหนักของแต่ละค่าสังเกตตามเงื่อนไขของเกณฑ์ความแรงหรือรูปแบบฟังก์ชัน  $\psi$  ที่ถูกเลือกจากสมการ (5) ถ้าเลือกเกณฑ์ความแรงที่เหมาะสมจะทำให้ค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยที่ได้มีความแรงและมีประสิทธิภาพ

โดยงานวิจัยครั้งนี้ได้ใช้เกณฑ์ความแรงของ Huber ซึ่งมีรูปแบบฟังก์ชัน  $\psi$  และฟังก์ชัน  $w$  ดังต่อไปนี้

$$\psi(u) = \begin{cases} -c_H & ; u < -c_H \\ u & ; -c_H \leq u \leq c_H \\ c_H & ; u > c_H \end{cases}$$

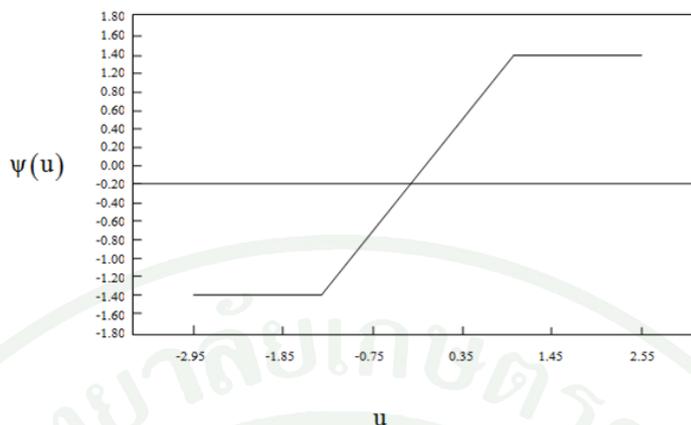
และ  $w(u) = \frac{\psi(u)}{u}$  แล้ว

$$w(u) = \begin{cases} -\frac{c_H}{u} & ; u < -c_H \\ 1 & ; -c_H \leq u \leq c_H \\ \frac{c_H}{u} & ; u > c_H \end{cases}$$

เมื่อ  $u$  เป็นความคลาดเคลื่อนมาตรฐานเท่ากับ  $(\frac{e_i}{\pi_1 s})$

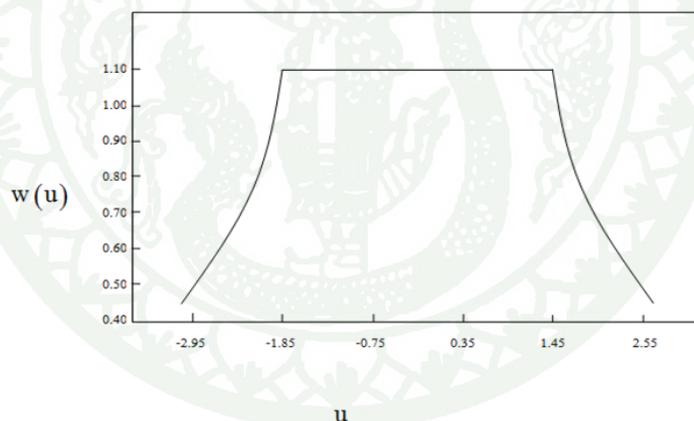
และ  $c_H$  เป็นค่าคงที่ (Tuning Constant) ซึ่งกำหนดมาเพื่อให้ตัวประมาณที่ได้มีประสิทธิภาพตามที่ต้องการเมื่อเทียบกับตัวประมาณจากวิธี OLS

ในที่นี้กำหนดให้  $c_H = 1.345$  ซึ่งความหมายว่า เมื่อความคลาดเคลื่อนมาตรฐานมีการแจกแจงแบบปกติแล้ว ตัวประมาณจากวิธี GM ที่ใช้เกณฑ์ความแรงของ Huber จะมีประสิทธิภาพ 95% เมื่อเทียบกับวิธีตัวประมาณจากวิธี OLS



ภาพที่ 2 ฟังก์ชัน  $\psi$  มีลักษณะเป็นแบบ Monotone

ที่มา: จิตรวี (2539)



ภาพที่ 3 ฟังก์ชัน  $w$

ที่มา: จิตรวี (2539)

และจากลักษณะของฟังก์ชัน  $\psi$  และฟังก์ชัน  $w$  พบว่ามีการกำหนดขอบเขตของความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน โดยถือว่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานที่อยู่ภายใต้ขอบเขตจะมีการแจกแจงปกติมาตรฐานจึงมีการให้น้ำหนักเท่ากับหนึ่งกับค่าสังเกตเหล่านี้ ส่วนความคลาดเคลื่อนมาตรฐานที่อยู่ภายนอกขอบเขตจะถูกลดอิทธิพลลงโดยให้น้ำหนักที่น้อยกว่าหนึ่ง

4. การทำซ้ำรอบที่ 1 เพื่อหา  $\hat{\beta}^{(1)}$  จาก  $\hat{\beta}^{(1)} = (\mathbf{X}'\mathbf{W}^{(1)}\mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}'\mathbf{W}^{(1)}\mathbf{Y}$

โดยที่  $\mathbf{W}^{(1)}$  เป็นเมตริกซ์ทแยงมุมของน้ำหนักในรอบที่ 1 ขนาด  $n \times n$

$$\mathbf{W}^{(1)} = \begin{bmatrix} w_1^{(1)} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & w_2^{(1)} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & w_n^{(1)} \end{bmatrix}$$

5. หาค่าสัมบูรณ์ของผลต่างระหว่างค่าประมาณของสัมประสิทธิ์การถดถอยเริ่มต้นกับรอบที่ 1 ของสัมประสิทธิ์การถดถอยทุกค่า

6. ถ้าค่าสัมบูรณ์จากข้อ 5 มีอย่างน้อยหนึ่งค่ามากกว่า 0.001 (ความคลาดเคลื่อนจากค่าคงที่ที่ยอมรับให้เกิดขึ้นได้ในการคำนวณวิธี IRLS เพื่อให้ได้ค่า  $\hat{\beta}$  ก่อนข้างคงที่) ให้ไปทำซ้ำรอบที่  $r$  ในข้อ 7 ต่อไป แต่ถ้าค่าสัมบูรณ์จากข้อ 5 ของสัมประสิทธิ์การถดถอยทุกค่าไม่มากกว่า 0.001 นั่นคือจะได้ค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยจากรอบที่ 1

7. เข้าสู่การทำซ้ำรอบที่  $r$  เมื่อ  $r = 2, 3, \dots$  เพื่อหาค่า  $e_i^{(r)}$ ,  $s^{(r)}$  และ  $\pi_i^{(r)}$  จาก

$$e_i^{(r)} = Y_i - \mathbf{X}_i' \hat{\beta}^{(r-1)} \quad ; i = 1, 2, \dots, n$$

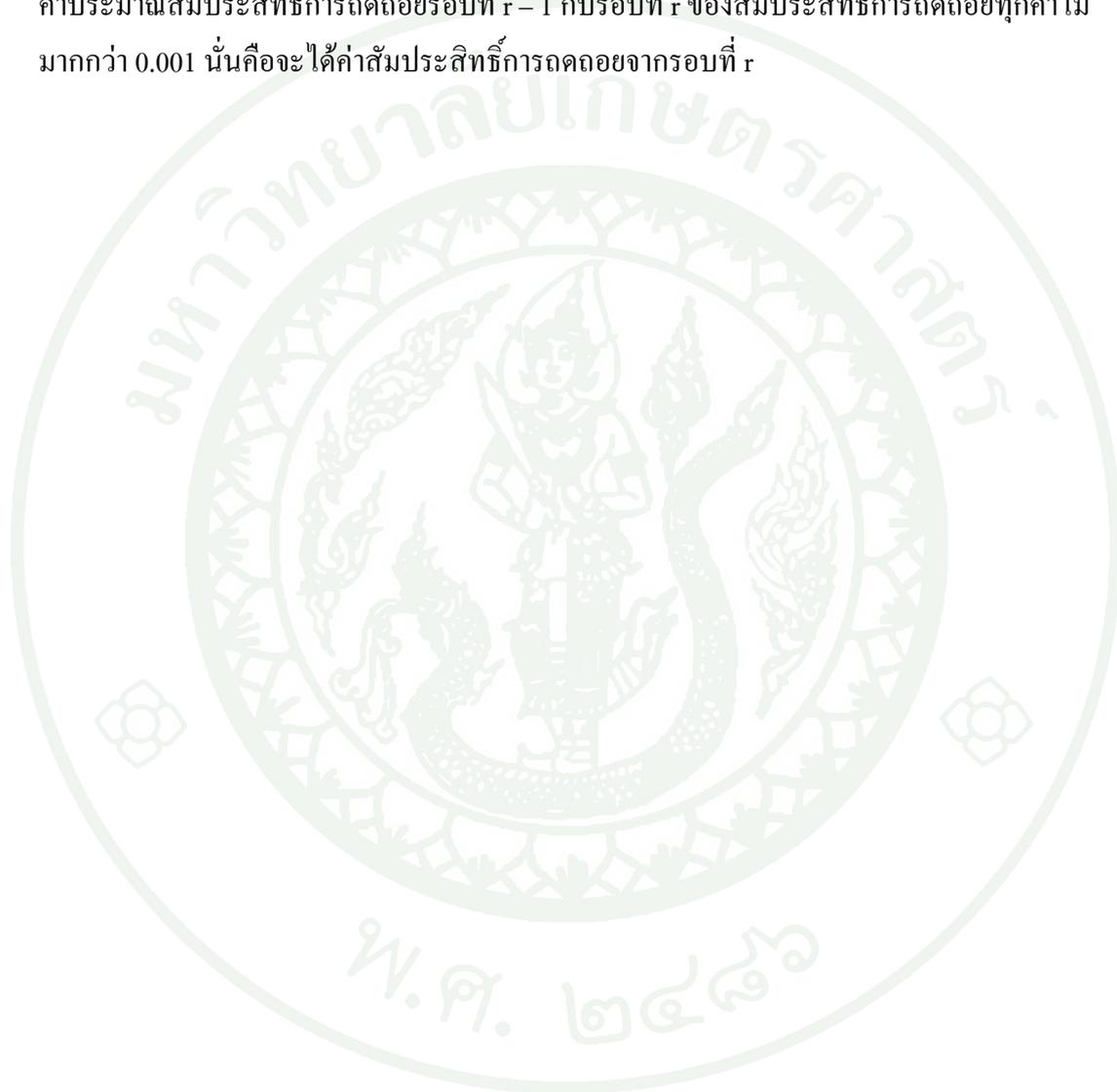
$$s^{(r)} = 1.4826 \operatorname{median}_i (|e_i^{(r)} - \operatorname{median}_i (e_i^{(r)})|)$$

$$\pi_i^{(r)} = \operatorname{median}_i |z_i^{(r)}| / z_i^{(r)} \quad ; z_i^{(r)} = \left( \frac{e_i^{(r)}}{s^{(r)}} \right)$$

และคำนวณค่าประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยในการทำซ้ำรอบที่  $r$

$$\hat{\beta}^{(r)} = (\mathbf{X}'\mathbf{W}^{(r)}\mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}'\mathbf{W}^{(r)}\mathbf{Y}$$

8. หาค่าสัมบูรณ์ของผลต่างระหว่างค่าประมาณของสัมประสิทธิ์การถดถอยรอบที่  $r - 1$  กับรอบที่  $r$  ของสัมประสิทธิ์การถดถอยทุกค่า ถ้าค่าสัมบูรณ์ของผลต่างระหว่างค่าประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยรอบที่  $r - 1$  กับรอบที่  $r$  ของสัมประสิทธิ์การถดถอยทุกค่ามีอย่างน้อยหนึ่งค่ามากกว่า 0.001 ให้กลับไปทำซ้ำในข้อ 7 ทำเช่นนี้จนกระทั่งค่าสัมบูรณ์ของผลต่างระหว่างค่าประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยรอบที่  $r - 1$  กับรอบที่  $r$  ของสัมประสิทธิ์การถดถอยทุกค่าไม่มากกว่า 0.001 นั่นคือจะได้ค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยจากรอบที่  $r$



## อุปกรณ์และวิธีการ

### อุปกรณ์

1. เครื่องไมโครคอมพิวเตอร์ ภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
2. โปรแกรม R เวอร์ชัน 2.14.0

### วิธีการ

ผู้วิจัยจะทำการทดลองตามสถานการณ์ต่างๆ ที่กำหนดโดยใช้โปรแกรม R เพื่อจำลองข้อมูลให้เป็นไปตามการวิจัย ซึ่งขั้นตอนการวิจัยจะถูกแบ่งเป็น 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. จำลองข้อมูลของตัวแปรอิสระ  $X_1$  และ  $X_2$  ตามลักษณะของการเกิดค่าผิดปกติที่กำหนด
2. จำลองข้อมูลของความคลาดเคลื่อน ( $\epsilon_i$ ) ตามลักษณะของการเกิดค่าผิดปกติที่กำหนด
3. จำลองข้อมูลของตัวแปรตาม ( $Y_i$ )
4. ประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีการประมาณทั้ง 3 วิธี
5. คำนวณค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอย

ซึ่งแต่ละขั้นตอนมีรายละเอียดดังนี้

1. การจำลองข้อมูลของตัวแปรอิสระ  $X_1$  และ  $X_2$  ตามลักษณะของการเกิดค่าผิดปกติที่กำหนด ดังนี้

### 1.1 กรณีที่ข้อมูลของตัวแปรอิสระมีค่าปกติ

ผู้วิจัยได้จำลองข้อมูลของตัวแปรอิสระ  $X_1$  และ  $X_2$  ให้มีการแจกแจงแบบปกติ แล้วนำค่าของตัวแปรอิสระ  $X_1$  และ  $X_2$  มาตรวจสอบค่าผิดปกติโดยใช้กราฟแบบ Box และ Whisker ถ้าพบว่าค่าของตัวแปรอิสระ  $X_1$  และ  $X_2$  ทุกค่าอยู่ในช่วง  $[Q_1 - 1.5(IQR), Q_3 + 1.5(IQR)]$  จะถือว่าข้อมูลของตัวแปรอิสระมีค่าปกติ เมื่อ  $Q_1$  คือ ค่าควอไทล์ที่ 1 (The First Quartile) ของตัวแปรอิสระ  $Q_3$  คือ ค่าควอไทล์ที่ 3 (The Third Quartile) ของตัวแปรอิสระ และ IQR คือ ระยะเวลาห่างระหว่างควอไทล์ (The Interquartile Range) ซึ่งเท่ากับ  $Q_3 - Q_1$

### 1.2 กรณีที่ข้อมูลของตัวแปรอิสระมีค่าผิดปกติ

เมื่อกำหนดให้มีระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ 2 ระดับ คือ ไม่รุนแรงและรุนแรง ตามเงื่อนไขของการตรวจสอบค่าผิดปกติโดยใช้กราฟแบบ Box และ Whisker และในแต่ละระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระจะกำหนดให้มีอัตราส่วนค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระเท่ากับ 0.10, 0.15 และ 0.20 โดยวิธีการจำลองข้อมูลจะเริ่มจากการสร้างข้อมูลของตัวแปรอิสระ  $X_1$  และ  $X_2$  ที่มีค่าปกติตามข้อ 1.1 จากนั้นนำข้อมูลมาเรียงลำดับจากน้อยไปหามาก แล้วทำการแทนที่ค่าของตัวแปรอิสระที่มากที่สุดด้วยค่าผิดปกติที่จำลองขึ้นที่ทำให้ค่าของตัวแปรอิสระที่มากที่สุดมีค่ามากขึ้นกว่าเดิม หรือแทนที่ค่าของตัวแปรอิสระที่น้อยที่สุดด้วยค่าผิดปกติที่จำลองขึ้นที่ทำให้ค่าของตัวแปรอิสระที่น้อยที่สุดน้อยลงกว่าเดิม เพื่อให้ค่าเหล่านี้กลายเป็นค่าที่ผิดปกติในระดับที่กำหนดและมีจำนวนของค่าผิดปกติตามที่ต้องการ โดยมีจำนวนค่าผิดปกติของแต่ละขนาดตัวอย่างที่ศึกษา ดังนี้

ตารางที่ 1 แสดงจำนวนค่าผิดปกติตามขนาดตัวอย่างและอัตราส่วนค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ

ขนาดตัวอย่าง	อัตราส่วนค่าผิดปกติ		
	0.10	0.15	0.20
20	2	3	4
50	5	8	10
100	10	15	20
200	20	30	40

และขั้นตอนของการจำลองข้อมูลที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ มีดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 จำลองข้อมูลของตัวแปรอิสระ  $X_1$  และ  $X_2$  ให้มีค่าปกติตามข้อ 1.1

ขั้นตอนที่ 2 นำข้อมูลของตัวแปรอิสระที่ต้องการจำลองให้มีค่าผิดปกติมาเรียงลำดับจากน้อยไปหามาก และกำหนดให้  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{n-2}, A_{n-1}, A_n$  คือ ค่าผิดปกติที่จำลองขึ้นเรียงลำดับจากน้อยไปหามาก

ขั้นตอนที่ 3 แทนค่าของตัวแปรอิสระที่ได้มากที่สุดด้วยค่าผิดปกติที่จำลองขึ้นซึ่งทำให้มีค่ามากขึ้นกว่าเดิม หรือแทนค่าของตัวแปรอิสระที่น้อยที่สุดด้วยค่าผิดปกติที่จำลองขึ้นซึ่งทำให้มีค่าน้อยกว่าเดิม เพื่อให้ได้ค่าผิดปกติในระดับที่กำหนดและมีจำนวนตามที่ต้องการ ดังนี้

ตารางที่ 2 แสดงการกำหนดค่าผิดปกติตามจำนวนค่าผิดปกติ

จำนวนค่าผิดปกติ	กำหนดค่าผิดปกติ	
2	$A_1 = Q_1 - L(IQR),$	$A_n = Q_3 + L(IQR)$
3	$A_1 = Q_1 - L(IQR),$	$A_n = Q_3 + L(IQR)$ และ $A_{n-1} = (0.9975)A_n$
4	$A_1 = Q_1 - L(IQR),$ $A_2 = (1.0025)A_1,$	$A_n = Q_3 + L(IQR)$ และ $A_{n-1} = (0.9975)A_n$

ตารางที่ 2 (ต่อ)

จำนวนค่าผิดปกติ	กำหนดค่าผิดปกติ	
5	$A_1 = Q_1 - L(IQR),$	$A_n = Q_3 + L(IQR)$
	$A_2 = (1.0025)A_1,$	$A_{n-1} = (0.9975)A_n$
		และ $A_{n-2} = (0.9950)A_n$
8	$A_1 = Q_1 - L(IQR)$	$A_n = Q_3 + L(IQR)$
	$A_2 = (1.0025)A_1,$	$A_{n-1} = (0.9975)A_n$
	$A_3 = (1.0050)A_1,$	$A_{n-2} = (0.9950)A_n$
	$A_4 = (1.0075)A_1,$	และ $A_{n-3} = (0.9925)A_n$
10	$A_1 = Q_1 - L(IQR)$	$A_n = Q_3 + L(IQR)$
	$A_2 = (1.0025)A_1,$	$A_{n-1} = (0.9975)A_n$
	$A_3 = (1.0050)A_1,$	$A_{n-2} = (0.9950)A_n$
	$A_4 = (1.0075)A_1,$	$A_{n-3} = (0.9925)A_n$
	$A_5 = (1.0100)A_1,$	และ $A_{n-4} = (0.9900)A_n$
15	$A_1 = Q_1 - L(IQR)$	$A_n = Q_3 + L(IQR)$
	$A_2 = (1.0025)A_1,$	$A_{n-1} = (0.9975)A_n$
	$A_3 = (1.0050)A_1,$	$A_{n-2} = (0.9950)A_n$
	$A_4 = (1.0075)A_1,$	$A_{n-3} = (0.9925)A_n$
	$A_5 = (1.0100)A_1,$	$A_{n-4} = (0.9900)A_n$
	$A_6 = (1.0125)A_1,$	$A_{n-5} = (0.9875)A_n$
	$A_7 = (1.0150)A_1,$	$A_{n-6} = (0.9850)A_n$
	และ $A_{n-7} = (0.9825)A_n$	
20	$A_1 = Q_1 - L(IQR)$	$A_n = Q_3 + L(IQR)$
	$A_2 = (1.0025)A_1,$	$A_{n-1} = (0.9975)A_n$
	$A_3 = (1.0050)A_1,$	$A_{n-2} = (0.9950)A_n$
	$A_4 = (1.0075)A_1,$	$A_{n-3} = (0.9925)A_n$
	$A_5 = (1.0100)A_1,$	$A_{n-4} = (0.9900)A_n$
	$A_6 = (1.0125)A_1,$	$A_{n-5} = (0.9875)A_n$
	$A_7 = (1.0175)A_1,$	$A_{n-6} = (0.9850)A_n$

## ตารางที่ 2 (ต่อ)

จำนวนค่าผิดปกติ	กำหนดค่าผิดปกติ	
20	$A_8 = (1.0200) A_1,$	$A_{n-7} = (0.9825)A_n$
	$A_9 = (1.0225) A_1,$	$A_{n-8} = (0.9800)A_n$
	$A_{10} = (1.0250) A_1,$	และ $A_{n-9} = (0.9775)A_n$
30	$A_1 = Q_1 - L(IQR)$	$A_n = Q_3 + L(IQR)$
	$A_2 = (1.0025)A_1,$	$A_{n-1} = (0.9975)A_n$
	$A_3 = (1.0050)A_1,$	$A_{n-2} = (0.9950)A_n$
	$A_4 = (1.0075)A_1,$	$A_{n-3} = (0.9925)A_n$
	$A_5 = (1.0100)A_1,$	$A_{n-4} = (0.9900)A_n$
	$A_6 = (1.0125)A_1,$	$A_{n-5} = (0.9875)A_n$
	$A_7 = (1.0150)A_1,$	$A_{n-6} = (0.9850)A_n$
	$A_8 = (1.0175)A_1,$	$A_{n-7} = (0.9825)A_n$
	$A_9 = (1.0200)A_1,$	$A_{n-8} = (0.9800)A_n$
	$A_{10} = (1.0225)A_1,$	$A_{n-9} = (0.9775)A_n$
	$A_{11} = (1.0250)A_1,$	$A_{n-10} = (0.9750)A_n$
	$A_{12} = (1.0275)A_1,$	$A_{n-11} = (0.9725)A_n$
	$A_{13} = (1.0300)A_1,$	$A_{n-12} = (0.9700)A_n$
	$A_{14} = (1.0325)A_1,$	$A_{n-13} = (0.9675)A_n$
	$A_{15} = (1.0350)A_1,$	และ $A_{n-14} = (0.9650)A_n$
40	$A_1 = Q_1 - L(IQR)$	$A_n = Q_3 + L(IQR)$
	$A_2 = (1.0025)A_1,$	$A_{n-1} = (0.9975)A_n$
	$A_3 = (1.0050)A_1,$	$A_{n-2} = (0.9950)A_n$
	$A_4 = (1.0075)A_1,$	$A_{n-3} = (0.9925)A_n$
	$A_5 = (1.0100)A_1,$	$A_{n-4} = (0.9900)A_n$
	$A_6 = (1.0125)A_1,$	$A_{n-5} = (0.9875)A_n$
	$A_7 = (1.0150)A_1,$	$A_{n-6} = (0.9850)A_n$
	$A_8 = (1.0175)A_1,$	$A_{n-7} = (0.9825)A_n$
	$A_9 = (1.0200)A_1,$	$A_{n-8} = (0.9800)A_n$

## ตารางที่ 2 (ต่อ)

จำนวนค่าผิดปกติ	กำหนดค่าผิดปกติ	
40	$A_{10} = (1.0225)A_1,$	$A_{n-9} = (0.9775)A_n$
	$A_{11} = (1.0250)A_1,$	$A_{n-10} = (0.9750)A_n$
	$A_{12} = (1.0275)A_1,$	$A_{n-11} = (0.9725)A_n$
	$A_{13} = (1.0300)A_1,$	$A_{n-12} = (0.9700)A_n$
	$A_{14} = (1.0325)A_1,$	$A_{n-13} = (0.9675)A_n$
	$A_{15} = (1.0350)A_1,$	$A_{n-14} = (0.9650)A_n$
	$A_{16} = (1.0375)A_1,$	$A_{n-15} = (0.9625)A_n$
	$A_{17} = (1.0400)A_1,$	$A_{n-16} = (0.9600)A_n$
	$A_{18} = (1.0425)A_1,$	$A_{n-17} = (0.9575)A_n$
	$A_{19} = (1.0450)A_1,$	$A_{n-18} = (0.9550)A_n$
	$A_{20} = (1.0475)A_1,$	และ $A_{n-19} = (0.9525)A_n$

โดยที่ในการศึกษาครั้งนี้กำหนดให้  $L$  เท่ากับ 2 เมื่อต้องการค่าผิดปกติระดับไม่รุนแรง เพราะจะได้ค่าที่อยู่กึ่งกลางของช่วง  $[Q_1 - 3(IQR), Q_1 - 1.5(IQR)]$  หรือ  $[Q_3 + 1.5(IQR), Q_3 + 3(IQR)]$  ซึ่งค่าที่อยู่ในช่วงเหล่านี้จะเป็นค่าผิดปกติระดับไม่รุนแรง ตามเงื่อนไขของการตรวจสอบค่าผิดปกติโดยใช้กราฟแบบ Box และ Whisker และจะกำหนดให้  $L$  เท่ากับ 5 เมื่อต้องการค่าผิดปกติระดับรุนแรง เพราะจะได้ค่าที่น้อยกว่าค่าของ  $Q_1 - 3(IQR)$  หรือมากกว่าค่าของ  $Q_3 + 3(IQR)$  ซึ่งค่าที่อยู่ในช่วงเหล่านี้จะเป็นค่าผิดปกติรุนแรง ตามเงื่อนไขการตรวจสอบค่าผิดปกติโดยใช้กราฟแบบ Box และ Whisker เช่นกัน

## 2. การจำลองข้อมูลความคลาดเคลื่อนตามลักษณะของการเกิดค่าผิดปกติที่กำหนด

### 2.1 กรณีที่ไม่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระและตัวแปรตาม

ในการวิจัยครั้งนี้จะทำการจำลองข้อมูลของ  $\varepsilon_i$  จากการแจกแจงแบบปกติ คือ

$$\varepsilon_i \sim N(0,3)$$

2.2 กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรตามสาเหตุจากความคลาดเคลื่อน และกรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระและตัวแปรตาม

ในการจำลองข้อมูลขั้นแรกจะสร้างข้อมูลของตัวแปรอิสระให้มีค่าผิดปกติตามข้อ 1.2 และกำหนดให้ความคลาดเคลื่อน มีการแจกแจงตามลักษณะที่กำหนด 2 แบบ คือ

2.2.1 การแจกแจงแบบทึ โดยกำหนดองศาความเป็นอิสระ (df) ต่างกัน 3 ระดับ คือ 1, 4 และ 8

2.2.2 การแจกแจงแบบลอกนอร์มอล โดยกำหนดค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานต่างกัน 3 ระดับ คือ 1, 1.5 และ 2

3. การจำลองข้อมูลตัวแปรตาม โดยจำลองค่าของตัวแปรตามตามรูปแบบของความสัมพันธ์ ดังนี้

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \varepsilon_i \quad ; i = 1, 2, \dots, n$$

เมื่อ  $\beta_0$ ,  $\beta_1$  และ  $\beta_2$  คือ ค่าสัมประสิทธิ์การถดถอย ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้กำหนดให้  $\beta_0 = \beta_1 = \beta_2 = 1$

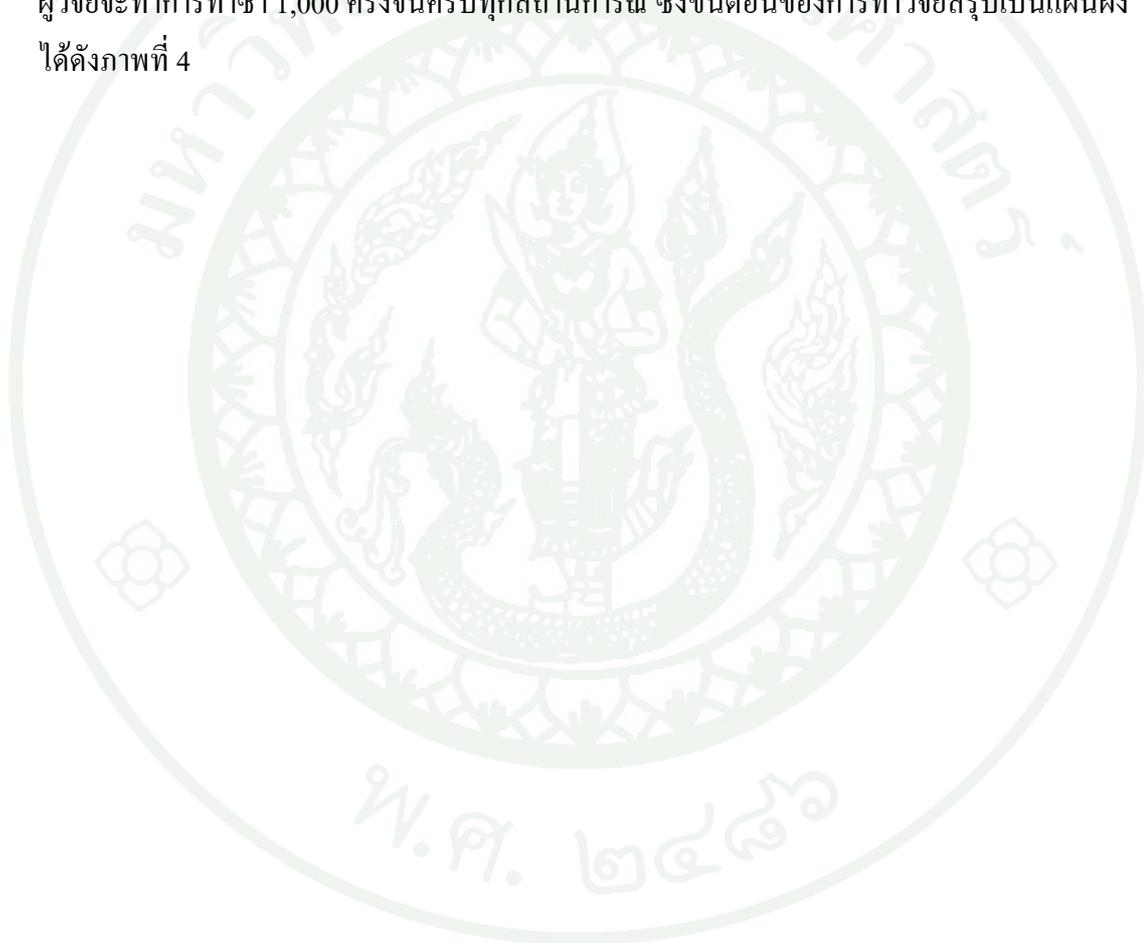
4. การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีการประมาณ 3 วิธี คือ วิธี OLS วิธี LTS และวิธี GM

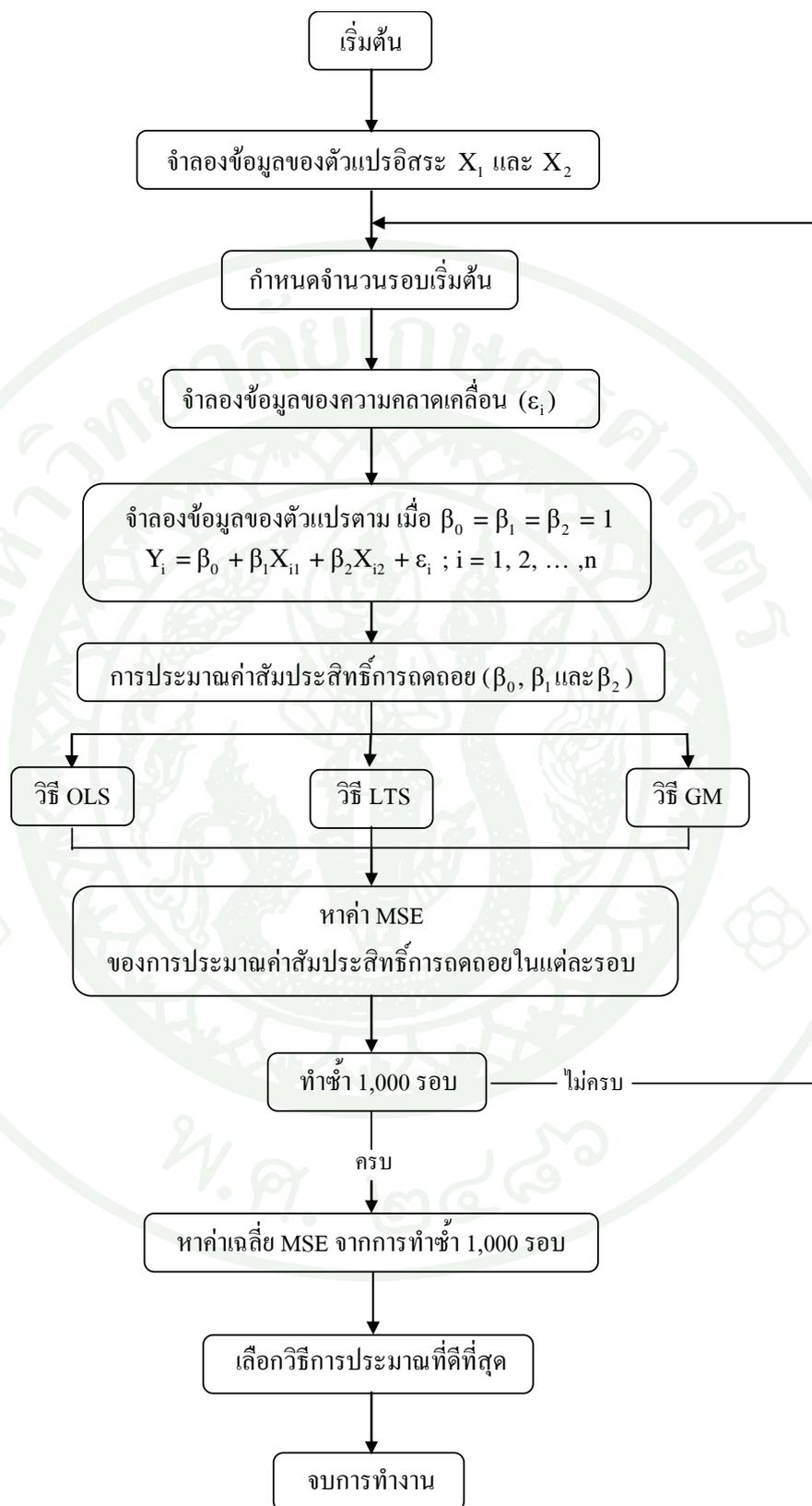
5. คำนวณค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี ภายใต้สถานการณ์ต่างๆ โดยการทำซ้ำ 1,000 ครั้ง สามารถคำนวณค่า MSE ดังนี้

$$MSE = \frac{\sum_{j=0}^k \left[ \frac{\sum_{i=1}^{1,000} (\beta_{ij} - \hat{\beta}_{ij})^2}{1,000} \right]}{k+1} \quad ; i = 1, 2, \dots, 1000, j = 0, 1, 2$$

- เมื่อ  $\beta_{ij}$  เป็นค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยที่กำหนด ตัวที่  $j$  ของการทำซ้ำรอบที่  $i$   
 $\hat{\beta}_{ij}$  เป็นค่าประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอย ตัวที่  $j$  ของการทำซ้ำรอบที่  $i$   
 $k$  เป็นจำนวนตัวแปรอิสระในสมการถดถอย และในที่นี้  $k = 2$

โดยวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยวิธีใดมีค่า MSE ต่ำที่สุดจะถือว่าวิธีนั้นมีประสิทธิภาพมากที่สุด และในการคำนวณค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธีภายใต้สถานการณ์ที่จำลองให้มีความผิดปกติแบบต่างๆ ตามที่กำหนด โดยในทุกสถานการณ์ ผู้วิจัยจะทำการทำซ้ำ 1,000 ครั้งจนครบทุกสถานการณ์ ซึ่งขั้นตอนของการทำวิจัยสรุปเป็นแผนผังได้ดังภาพที่ 4





ภาพที่ 4 แผนผังวิธีการดำเนินการวิจัย

## ผลและวิจารณ์

### ผล

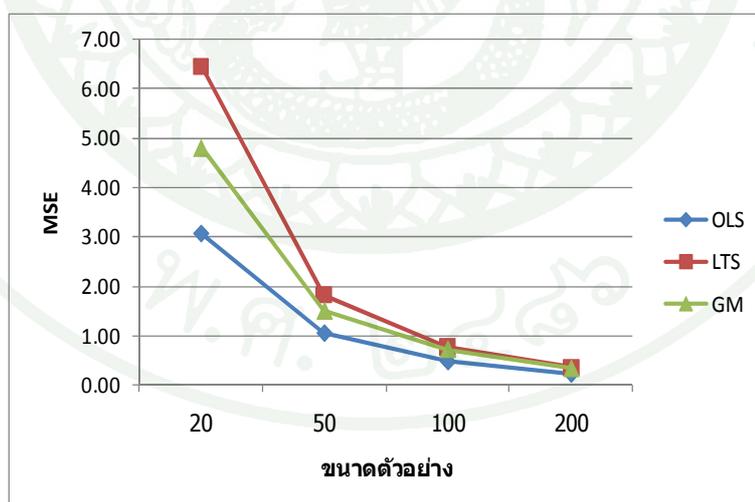
การวิจัยครั้งนี้เป็นการศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยในตัวอย่างการถดถอยเชิงเส้นพหุด้วยวิธี OLS วิธี LTS และวิธี GM ภายใต้สถานการณ์แบบต่างๆ โดยทำการจำลองข้อมูลด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล จากโปรแกรม R เวอร์ชัน 2.14.0 และกระทำซ้ำ 1,000 ครั้งในแต่ละสถานการณ์ ซึ่งในการจำลองข้อมูลกำหนดให้มีจำนวนตัวแปรอิสระที่ใช้ในการวิจัยเท่ากับ 2 ตัวและกำหนดค่าสัมประสิทธิ์การถดถอย  $\beta_0 = 1, \beta_1 = 1, \beta_2 = 1$  โดยกำหนดลักษณะการแจกแจงของความคลาดเคลื่อน 2 แบบ คือ การแจกแจงแบบที่ ท้องศาความเป็นอิสระ 3 ระดับ ได้แก่ 1, 4 และ 8 และการแจกแจงแบบลอกนอร์มอลที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 3 ระดับ ได้แก่ 1, 1.5 และ 2 นอกจากนี้ยังกำหนดให้ตัวแปรอิสระ  $X_1$  และ  $X_2$  เกิดค่าผิดปกติโดยมีระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ 2 ระดับ คือ ไม่รุนแรงและรุนแรง ซึ่งในแต่ละระดับจะมีอัตราส่วนค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระเท่ากับ 0.10, 0.15 และ 0.20 สำหรับขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20, 50, 100 และ 200 ทั้งนี้เกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพ คือ ค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอย โดยที่วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยวิธีใดมีค่า MSE ต่ำที่สุดจะถือว่าวิธีนั้นมีประสิทธิภาพมากที่สุด ผลการวิจัยแบ่งเป็น 3 กรณี ได้แก่ กรณีไม่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระและตัวแปรตาม กรณีมีค่าผิดปกติในตัวแปรตามสาเหตุจากความคลาดเคลื่อน และกรณีมีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระและตัวแปรตาม ดังรายละเอียดต่อไปนี้

### 1. กรณีที่ไม่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระและตัวแปรตาม

เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และความแปรปรวนเท่ากับ 3 ในทุกขนาดตัวอย่าง พบว่า วิธี OLS ให้ค่า MSE ต่ำที่สุดก่อนข้างชัดเจน รองลงมาคือ วิธี GM และวิธี LTS ตามลำดับ รายละเอียดแสดงดังตารางที่ 3 และภาพที่ 5

ตารางที่ 3 แสดงค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อ  $\varepsilon_i \sim N(0,3)$  กรณีที่ไม่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระและตัวแปรตาม

ขนาดตัวอย่าง	วิธี		
	OLS	LTS	GM
20	<b>3.0771</b>	6.4507	4.8090
50	<b>1.0638</b>	1.8283	1.5053
100	<b>0.4860</b>	0.7623	0.7265
200	<b>0.2361</b>	0.3611	0.3385



ภาพที่ 5 เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อ  $\varepsilon_i \sim N(0,3)$  กรณีที่ไม่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระและตัวแปรตาม

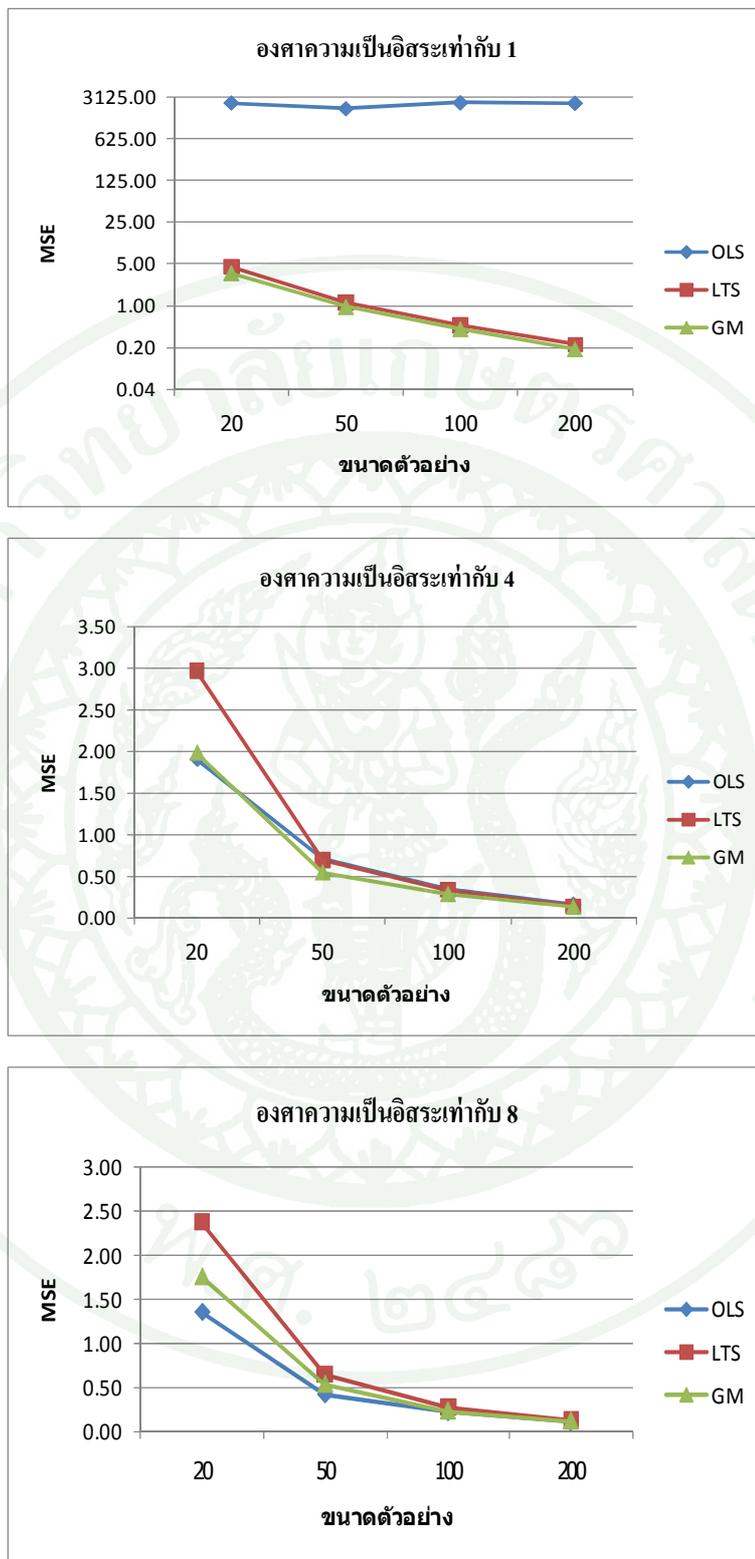
## 2. กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรตามสาเหตุจากความคลาดเคลื่อน

### 2.1 ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบที่

เมื่อพิจารณาตามองศาความเป็นอิสระของความคลาดเคลื่อน กรณีที่องศาความเป็นอิสระเท่ากับ 1 และ 4 ในทุกขนาดตัวอย่าง พบว่าวิธี GM ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด ยกเว้นเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20 องศาความเป็นอิสระเท่ากับ 4 วิธี OLS ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด ส่วนที่องศาความเป็นอิสระเท่ากับ 8 ในทุกขนาดตัวอย่าง พบว่าวิธี OLS ให้ค่า MSE ต่ำที่สุดและวิธี LTS ให้ค่า MSE สูงที่สุด รายละเอียดแสดงดังตารางที่ 4 และภาพที่ 6

ตารางที่ 4 แสดงค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบที่ กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรตาม

ขนาดตัวอย่าง	องศาความเป็นอิสระ	วิธี		
		OLS	LTS	GM
20	1	2511.8970	4.5219	<b>3.5189</b>
	4	<b>1.9128</b>	2.9672	1.9815
	8	<b>1.3576</b>	2.3844	1.7587
50	1	1983.2250	1.1294	<b>0.9558</b>
	4	0.7085	0.7021	<b>0.5459</b>
	8	<b>0.4260</b>	0.6550	0.5398
100	1	2528.2270	0.4700	<b>0.4042</b>
	4	0.3444	0.3418	<b>0.2882</b>
	8	<b>0.2250</b>	0.2845	0.2362
200	1	2474.6170	0.2232	<b>0.1862</b>
	4	0.1705	0.1462	<b>0.1333</b>
	8	<b>0.1132</b>	0.1331	0.1216



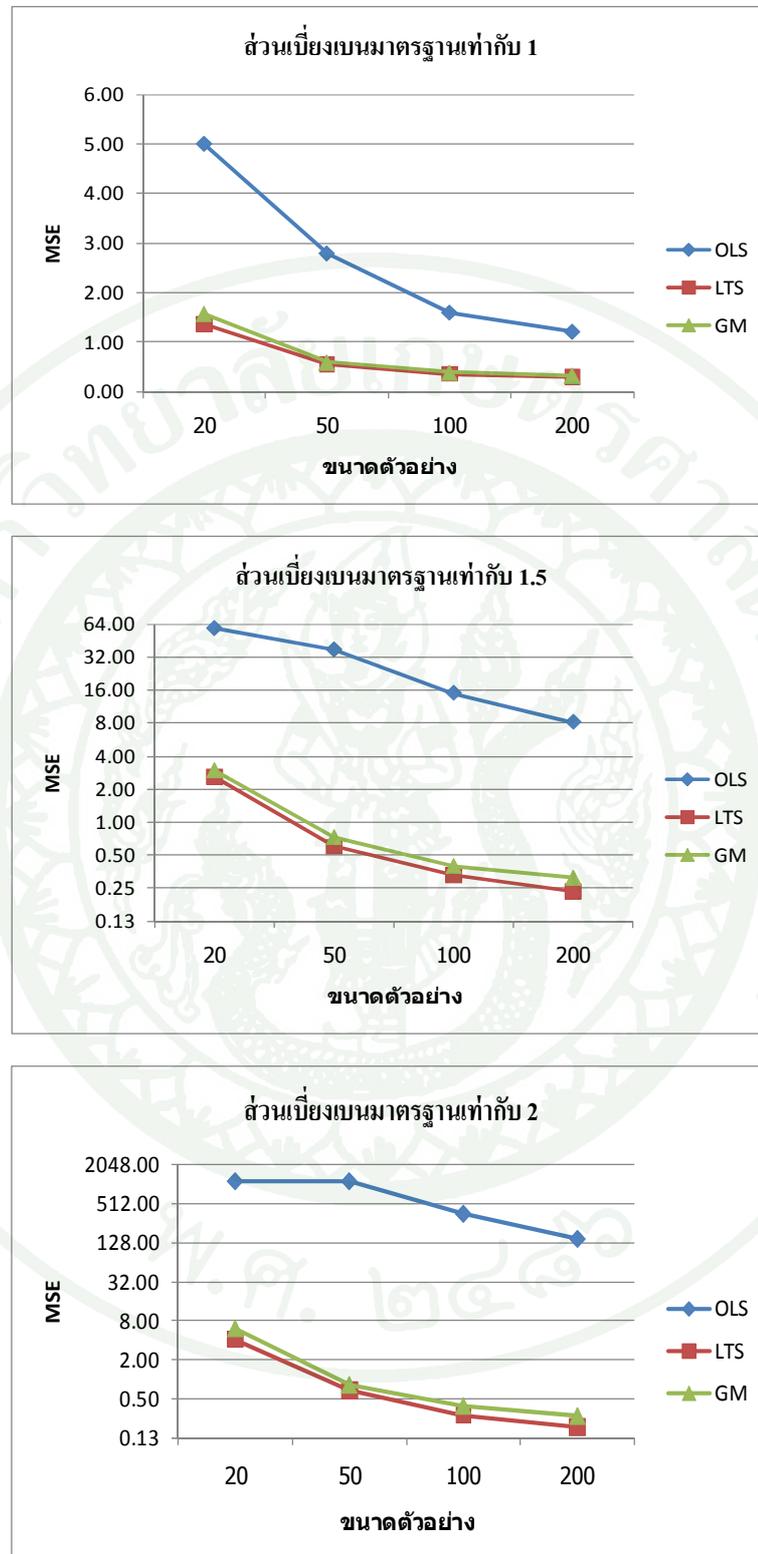
ภาพที่ 6 เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบที่ กรณีสี่ที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรตาม

## 2.2 ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล

เมื่อพิจารณาตามส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อน คือ 1, 1.5 และ 2 ในทุกขนาดตัวอย่าง พบว่าวิธี LTS ให้ค่า MSE ต่ำที่สุดและวิธี OLS ให้ค่า MSE สูงที่สุด รายละเอียดแสดงดังตารางที่ 5 และภาพที่ 7

ตารางที่ 5 แสดงค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรตาม

ขนาดตัวอย่าง	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	วิธี		
		OLS	LTS	GM
20	1	5.0017	<b>1.3666</b>	1.5590
	1.5	58.7543	<b>2.5780</b>	2.9789
	2	1118.6380	<b>4.1641</b>	6.1845
50	1	2.7918	<b>0.5537</b>	0.5890
	1.5	37.4702	<b>0.5968</b>	0.7295
	2	1116.4060	<b>0.6694</b>	0.8162
100	1	1.5989	<b>0.3542</b>	0.3861
	1.5	15.0056	<b>0.3305</b>	0.3981
	2	357.7843	<b>0.2820</b>	0.3850
200	1	1.2120	<b>0.2944</b>	0.3282
	1.5	8.1443	<b>0.2322</b>	0.3097
	2	149.3884	<b>0.1835</b>	0.2694



ภาพที่ 7 เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรตาม

### 3. กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระและตัวแปรตาม

#### 3.1 ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบที

##### 3.1.1 กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ $X_1$ และตัวแปรตาม

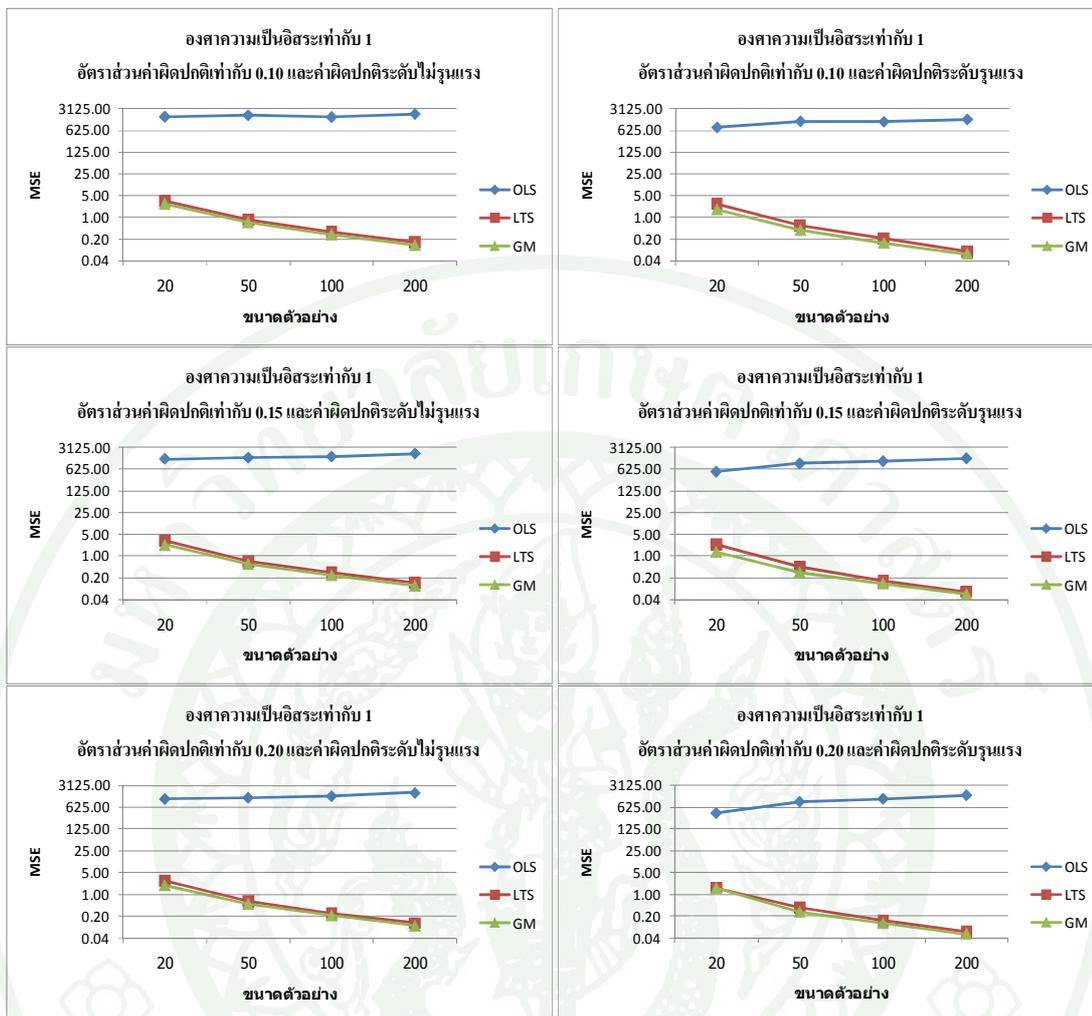
เมื่อพิจารณาตามองศาความเป็นอิสระของความคลาดเคลื่อน กรณีที่องศาความเป็นอิสระเท่ากับ 1 และ 4 สำหรับทุกขนาดตัวอย่าง ในทุกอัตราส่วนค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_1$  และทุกระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_1$  โดยทั่วไปพบว่าวิธี GM ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด ยกเว้นเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20 เช่น ที่องศาความเป็นอิสระเท่ากับ 4 อัตราส่วนค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_1$  เท่ากับ 0.10 และมีระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_1$  คือ ไม่รุนแรง พบว่าวิธี OLS ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด เป็นต้น ส่วนที่องศาความเป็นอิสระเท่ากับ 8 สำหรับทุกขนาดตัวอย่าง ในทุกอัตราส่วนค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_1$  และทุกระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_1$  พบว่าวิธี OLS ให้ค่า MSE ต่ำที่สุดและวิธี LTS ให้ค่า MSE สูงที่สุด รายละเอียดแสดงดังตารางที่ 6 และภาพที่ 8-10

ตารางที่ 6 แสดงค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบที กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ  $X_1$  และตัวแปรตาม

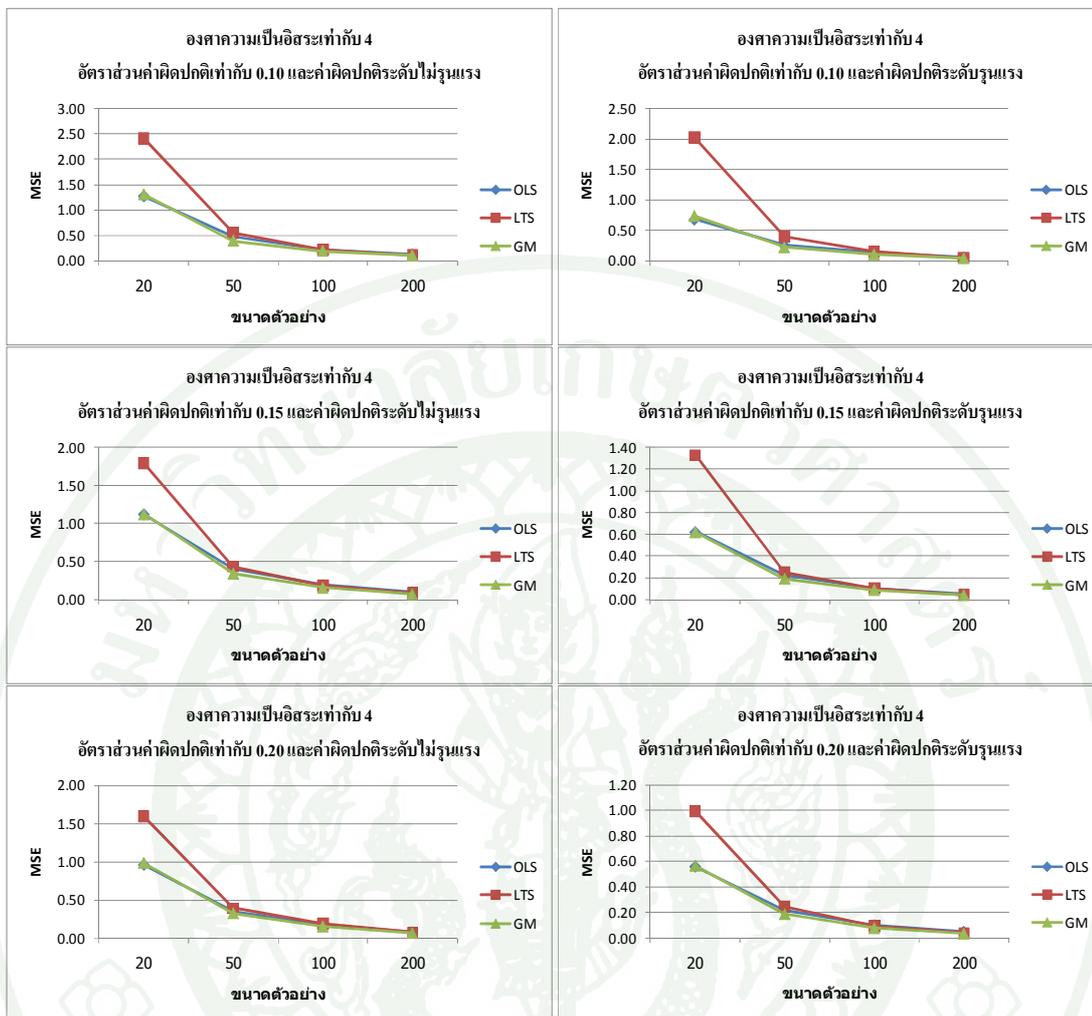
ขนาด ตัวอย่าง	องศา ความเป็น อิสระ	อัตราส่วน ค่าผิด ปกติ	ค่าผิดปกติระดับไม่รุนแรง			ค่าผิดปกติระดับรุนแรง		
			วิธี			วิธี		
			OLS	LTS	GM	OLS	LTS	GM
1		0.10	1768.8890	3.4058	<b>2.6879</b>	785.1599	2.6978	<b>1.7984</b>
		0.15	1313.8700	3.1340	<b>2.2647</b>	526.7547	2.3698	<b>1.3548</b>
		0.20	1173.5090	2.7995	<b>1.9910</b>	396.3542	1.6479	<b>1.6454</b>
20	4	0.10	<b>1.2742</b>	2.4192	1.3050	<b>0.6834</b>	2.0328	0.7318
		0.15	<b>1.1179</b>	1.7961	1.1236	0.6228	1.3283	<b>0.6161</b>
		0.20	<b>0.9618</b>	1.5930	0.9832	<b>0.5579</b>	0.9941	0.5643
8		0.10	<b>0.8841</b>	1.9277	1.1540	<b>0.5003</b>	1.5610	0.6681
		0.15	<b>0.7608</b>	1.7724	0.9646	<b>0.4153</b>	1.2448	0.5550
		0.20	<b>0.6326</b>	1.2021	0.8110	<b>0.4062</b>	0.9648	0.5021

ตารางที่ 6 (ต่อ)

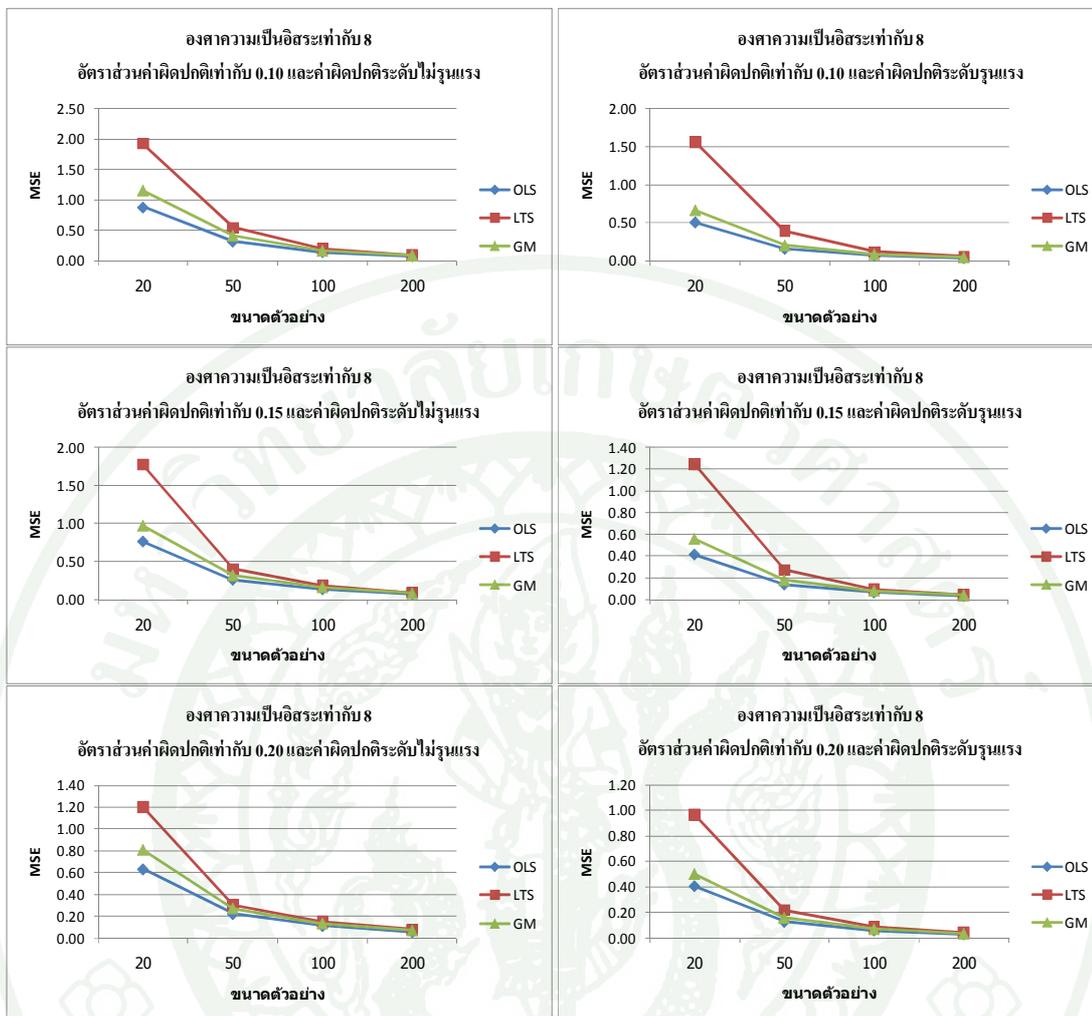
ขนาด ตัวอย่าง	องศา ความเป็น อิสระ	อัตราส่วน ค่าผิด ปกติ	ค่าผิดปกติระดับไม่รุนแรง			ค่าผิดปกติระดับรุนแรง		
			วิธี			วิธี		
			OLS	LTS	GM	OLS	LTS	GM
50	1	0.10	1956.1900	0.8455	<b>0.6855</b>	1241.9820	0.5517	<b>0.3824</b>
		0.15	1428.8290	0.6857	<b>0.5551</b>	956.6275	0.4485	<b>0.2982</b>
		0.20	1277.5990	0.6079	<b>0.5003</b>	914.6200	0.3813	<b>0.2795</b>
	4	0.10	0.4821	0.5490	<b>0.3925</b>	0.2542	0.4014	<b>0.2221</b>
		0.15	0.3983	0.4314	<b>0.3433</b>	0.2252	0.2500	<b>0.1902</b>
		0.20	0.3521	0.3916	<b>0.3223</b>	0.2146	0.2468	<b>0.1881</b>
	8	0.10	<b>0.3202</b>	0.5444	0.4102	<b>0.1597</b>	0.3902	0.2022
		0.15	<b>0.2604</b>	0.3966	0.3106	<b>0.1383</b>	0.2691	0.1761
		0.20	<b>0.2231</b>	0.3039	0.2732	<b>0.1295</b>	0.2213	0.1601
100	1	0.10	1723.8700	0.3421	<b>0.2791</b>	1197.0580	0.2073	<b>0.1485</b>
		0.15	1540.5710	0.2873	<b>0.2423</b>	1121.8110	0.1563	<b>0.1303</b>
		0.20	1449.6840	0.2527	<b>0.2130</b>	1128.7600	0.1453	<b>0.1194</b>
	4	0.10	0.2247	0.2174	<b>0.1885</b>	0.1292	0.1530	<b>0.1070</b>
		0.15	0.1880	0.1847	<b>0.1568</b>	0.1045	0.1045	<b>0.0866</b>
		0.20	0.1811	0.1881	<b>0.1495</b>	0.0995	0.0943	<b>0.0792</b>
	8	0.10	<b>0.1429</b>	0.1949	0.1598	<b>0.0751</b>	0.1170	0.0854
		0.15	<b>0.1355</b>	0.1803	0.1562	<b>0.0665</b>	0.0956	0.0770
		0.20	<b>0.1141</b>	0.1521	0.1334	<b>0.0614</b>	0.0866	0.0720
200	1	0.10	2170.9780	0.1578	<b>0.1274</b>	1424.6100	0.0808	<b>0.0660</b>
		0.15	1967.3710	0.1354	<b>0.1097</b>	1378.5380	0.0702	<b>0.0585</b>
		0.20	1823.2200	0.1210	<b>0.0992</b>	1478.0090	0.0643	<b>0.0539</b>
	4	0.10	0.1220	0.1100	<b>0.0995</b>	0.0595	0.0510	<b>0.0452</b>
		0.15	0.0975	0.0848	<b>0.0742</b>	0.0518	0.0438	<b>0.0399</b>
		0.20	0.0742	0.0742	<b>0.0620</b>	0.0485	0.0410	<b>0.0370</b>
	8	0.10	<b>0.0760</b>	0.0953	0.0842	<b>0.0383</b>	0.0542	0.0443
		0.15	<b>0.0727</b>	0.0881	0.0766	<b>0.0333</b>	0.0428	0.0387
		0.20	<b>0.0584</b>	0.0783	0.0708	<b>0.0311</b>	0.0424	0.0369



ภาพที่ 8 เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบที่ที่องศาความเป็นอิสระเท่ากับ 1 กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ  $X_1$  และตัวแปรตาม



ภาพที่ 9 เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบที่ที่องศาความเป็นอิสระเท่ากับ 4 กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ  $X_1$  และตัวแปรตาม



ภาพที่ 10 เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบที่ที่องศาความเป็นอิสระเท่ากับ 8 กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ  $X_1$  และตัวแปรตาม

### 3.1.2 กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ $X_2$ และตัวแปรตาม

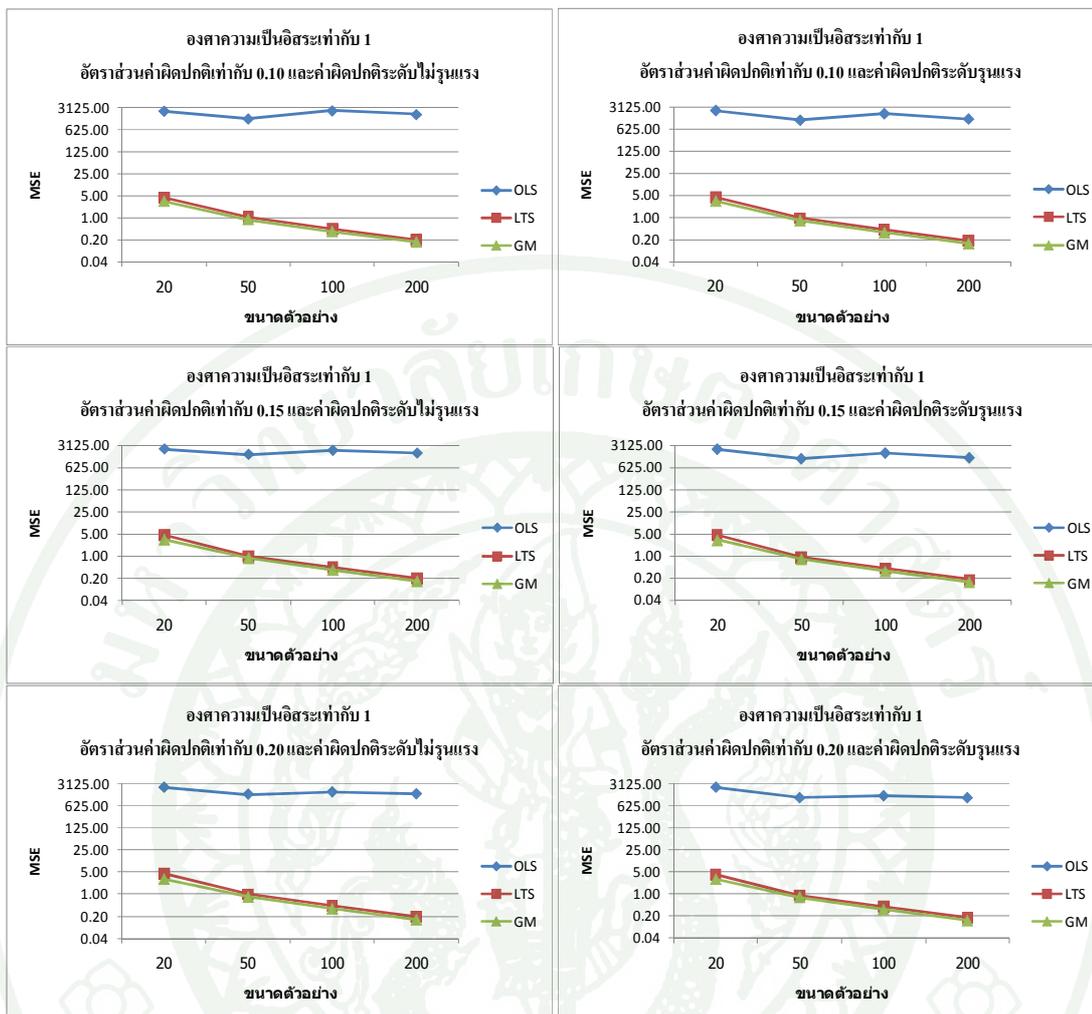
เมื่อพิจารณาตามองศาความเป็นอิสระของความคลาดเคลื่อน กรณีที่องศาความเป็นอิสระเท่ากับ 1 และ 4 สำหรับทุกขนาดตัวอย่าง ในทุกอัตราส่วนค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_2$  และทุกระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_2$  โดยทั่วไปพบว่าวิธี GM ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด ยกเว้นเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20 เช่น ที่องศาความเป็นอิสระเท่ากับ 4 อัตราส่วนค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_2$  เท่ากับ 0.10 และมีระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_2$  คือ ไม่รุนแรง พบว่าวิธี OLS ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด เป็นต้น ส่วนที่องศาความเป็นอิสระเท่ากับ 8 สำหรับทุกขนาดตัวอย่าง ในทุกอัตราส่วนค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_2$  และทุกระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_2$  พบว่าวิธี OLS ให้ค่า MSE ต่ำที่สุดและวิธี LTS ให้ค่า MSE สูงที่สุด รายละเอียดแสดงดังตารางที่ 7 และภาพที่ 11-13

ตารางที่ 7 แสดงค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบที่ กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ  $X_2$  และตัวแปรตาม

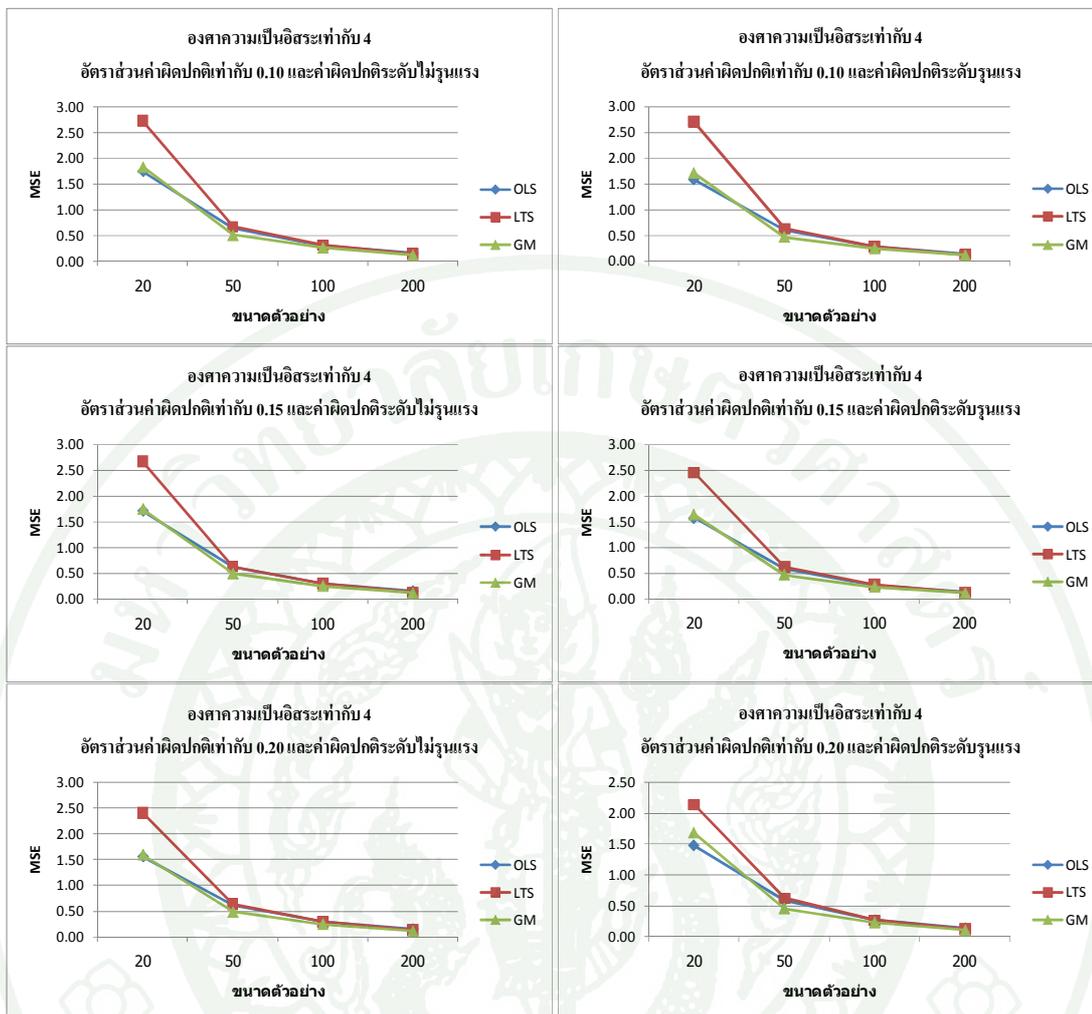
ขนาด ตัวอย่าง	องศา ความเป็น อิสระ	อัตราส่วน ค่าผิด ปกติ	ค่าผิดปกติระดับไม่รุนแรง			ค่าผิดปกติระดับรุนแรง		
			วิธี			วิธี		
			OLS	LTS	GM	OLS	LTS	GM
20	1	0.10	2439.2460	4.4191	<b>3.3233</b>	2402.4260	4.2759	<b>3.2846</b>
		0.15	2443.3850	4.6311	<b>3.2489</b>	2386.7730	4.4945	<b>3.1446</b>
		0.20	2459.7620	4.4218	<b>3.0882</b>	2455.2740	4.2033	<b>2.9032</b>
	4	0.10	<b>1.7458</b>	2.7299	1.8307	<b>1.5886</b>	2.7093	1.7030
		0.15	<b>1.7116</b>	2.6790	1.7529	<b>1.5738</b>	2.4486	1.6339
		0.20	1.7152	2.5702	<b>1.6966</b>	<b>1.5594</b>	2.4201	1.5942
	8	0.10	<b>1.2390</b>	2.3013	1.5362	<b>1.1314</b>	2.1562	1.3812
		0.15	<b>1.2123</b>	2.2536	1.5151	<b>1.1272</b>	2.0816	1.3714
		0.20	<b>1.1932</b>	2.0763	1.4954	<b>1.1181</b>	1.9277	1.3895
50	1	0.10	1356.0500	1.0452	<b>0.8873</b>	1170.9550	0.9512	<b>0.8006</b>
		0.15	1620.0370	1.0049	<b>0.8478</b>	1186.6070	0.9126	<b>0.7964</b>
		0.20	1469.1550	1.0065	<b>0.8360</b>	1120.8460	0.9144	<b>0.7884</b>

ตารางที่ 7 (ต่อ)

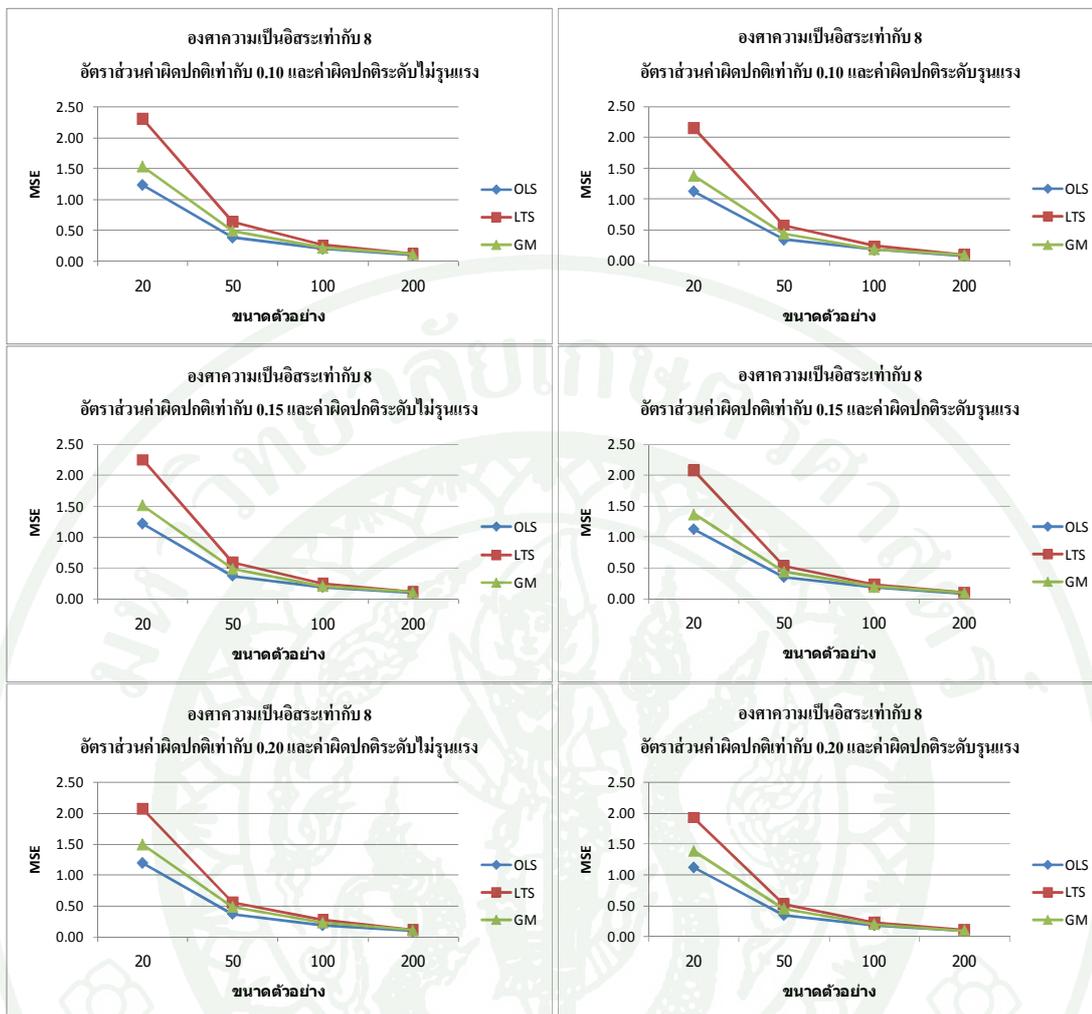
ขนาด ตัวอย่าง	องศา ความเป็น อิสระ	อัตราส่วน ค่าผิด ปกติ	ค่าผิดปกติระดับไม่รุนแรง			ค่าผิดปกติระดับรุนแรง		
			วิธี			วิธี		
			OLS	LTS	GM	OLS	LTS	GM
50	4	0.10	0.6464	0.6705	<b>0.5078</b>	0.5930	0.6300	<b>0.4643</b>
		0.15	0.6243	0.6281	<b>0.4956</b>	0.5812	0.6163	<b>0.4635</b>
		0.20	0.6198	0.6332	<b>0.4835</b>	0.5824	0.6218	<b>0.4565</b>
	8	0.10	<b>0.3848</b>	0.6340	0.4913	<b>0.3502</b>	0.5805	0.4458
		0.15	<b>0.3753</b>	0.5871	0.4817	<b>0.3485</b>	0.5326	0.4412
		0.20	<b>0.3718</b>	0.5563	0.4851	<b>0.3480</b>	0.5267	0.4483
100	1	0.10	2494.8441	0.4430	<b>0.3683</b>	1902.8680	0.4087	<b>0.3321</b>
		0.15	2206.3292	0.4346	<b>0.3614</b>	1789.1170	0.3918	<b>0.3289</b>
		0.20	1740.1110	0.4258	<b>0.3529</b>	1302.8430	0.3920	<b>0.3278</b>
	4	0.10	0.3083	0.3137	<b>0.2647</b>	0.2721	0.2808	<b>0.2390</b>
		0.15	0.2975	0.2994	<b>0.2540</b>	0.2675	0.2744	<b>0.2319</b>
		0.20	0.2912	0.2922	<b>0.2488</b>	0.2652	0.2644	<b>0.2306</b>
	8	0.10	<b>0.2036</b>	0.2592	0.2152	<b>0.1847</b>	0.2412	0.1953
		0.15	<b>0.1953</b>	0.2447	0.2075	<b>0.1822</b>	0.2342	0.1960
		0.20	<b>0.1886</b>	0.2708	0.2317	<b>0.1820</b>	0.2279	0.1959
200	1	0.10	1892.8050	0.2029	<b>0.1685</b>	1275.9040	0.1852	<b>0.1519</b>
		0.15	1793.0551	0.1942	<b>0.1631</b>	1267.8460	0.1766	<b>0.1497</b>
		0.20	1508.0830	0.1948	<b>0.1601</b>	1126.1710	0.1760	<b>0.1486</b>
	4	0.10	0.1542	0.1360	<b>0.1224</b>	0.1381	0.1263	<b>0.1109</b>
		0.15	0.1488	0.1301	<b>0.1178</b>	0.1354	0.1214	<b>0.1085</b>
		0.20	0.1468	0.1289	<b>0.1161</b>	0.1353	0.1202	<b>0.1087</b>
	8	0.10	<b>0.0997</b>	0.1199	0.1134	<b>0.0877</b>	0.1057	0.1010
		0.15	<b>0.0975</b>	0.1144	0.1098	<b>0.0874</b>	0.1018	0.0995
		0.20	<b>0.0953</b>	0.1140	0.1083	<b>0.0865</b>	0.1040	0.0992



ภาพที่ 11 เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบที่ที่องศาความเป็นอิสระเท่ากับ 1 กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ  $X_2$  และตัวแปรตาม



ภาพที่ 12 เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบที่ที่องศาความเป็นอิสระเท่ากับ 4 กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ  $X_2$  และตัวแปรตาม



ภาพที่ 13 เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบที่ที่องศาความเป็นอิสระเท่ากับ 8 กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ  $X_2$  และตัวแปรตาม

### 3.1.3 กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ $X_1$ , $X_2$ และตัวแปรตาม

เมื่อพิจารณาตามองสาเหตุความเป็นอิสระของความคลาดเคลื่อน

กรณีที่องศาความเป็นอิสระเท่ากับ 1 สำหรับทุกขนาดตัวอย่าง ในทุกอัตราส่วนค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_1$  และ  $X_2$  และทุกระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_1$  และ  $X_2$  พบว่าวิธี GM ให้ค่า MSE ต่ำที่สุดและวิธี OLS ให้ค่า MSE สูงที่สุด

กรณีที่องศาความเป็นอิสระเท่ากับ 4 สำหรับขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20 ในทุกอัตราส่วนค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_1$  และ  $X_2$  และทุกระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_1$  และ  $X_2$  พบว่าวิธี OLS ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด ส่วนเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50, 100 และ 200 ในทุกอัตราส่วนค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_1$  และ  $X_2$  และทุกระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_1$  และ  $X_2$  พบว่าวิธี GM ให้ค่า MSE ต่ำที่สุดและวิธี LTS ให้ค่า MSE สูงที่สุด

กรณีที่องศาความเป็นอิสระเท่ากับ 8 สำหรับทุกขนาดตัวอย่าง ในทุกอัตราส่วนค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_1$  และ  $X_2$  และทุกระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_1$  และ  $X_2$  พบว่าวิธี OLS ให้ค่า MSE ต่ำที่สุดและวิธี LTS ให้ค่า MSE สูงที่สุด

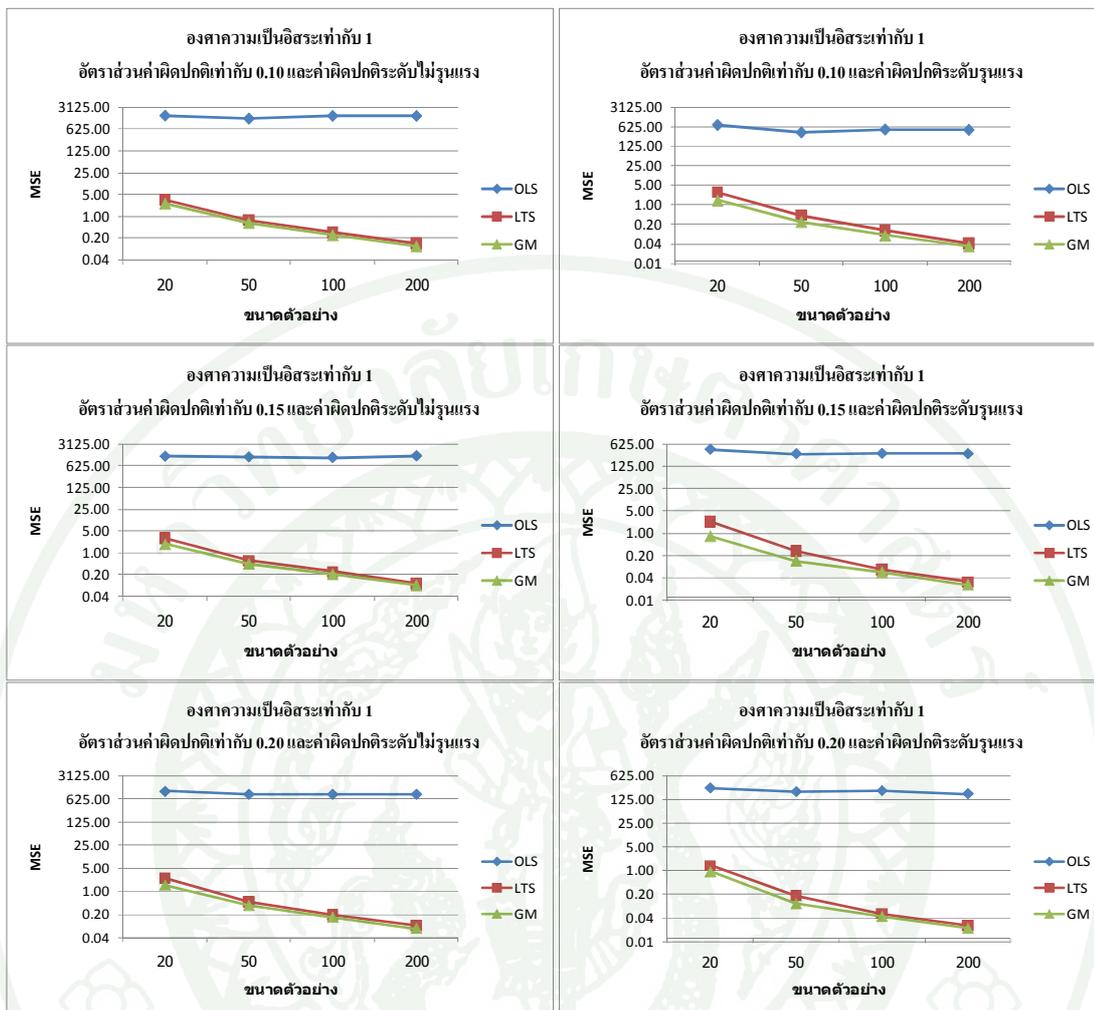
รายละเอียดแสดงดังตารางที่ 8 และภาพที่ 14-16 (ดูเพิ่มเติมได้จาก ตารางผนวกที่ ก1-ก8)

ตารางที่ 8 แสดงค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบที่ กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ  $X_1$ ,  $X_2$  และตัวแปรตาม

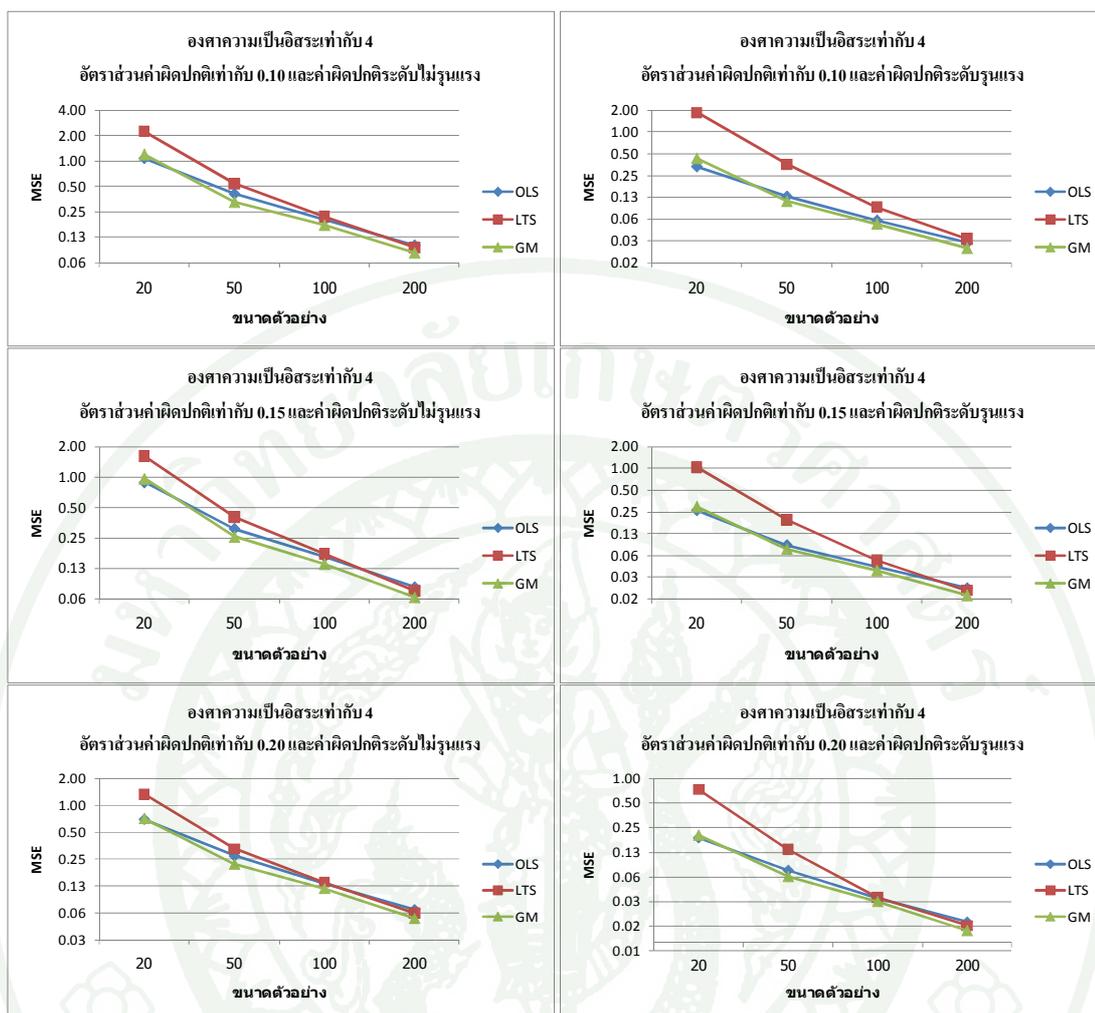
ขนาด ตัวอย่าง	องศา ความเป็น อิสระ	อัตราส่วน ค่าผิด ปกติ	ค่าผิดปกติระดับไม่รุนแรง			ค่าผิดปกติระดับรุนแรง			
			วิธี			วิธี			
			OLS	LTS	GM	OLS	LTS	GM	
20	1	0.10	1669.7330	3.4233	<b>2.5194</b>	708.4006	2.8501	<b>1.4558</b>	
		0.15	1241.2990	2.9198	<b>1.8846</b>	428.2095	2.3468	<b>0.7953</b>	
		0.20	1070.3110	2.4543	<b>1.5797</b>	270.2916	1.4167	<b>0.9380</b>	
	4	0.10	<b>1.0761</b>	2.2535	1.1974	<b>0.3314</b>	1.8548	0.4355	
		0.15	<b>0.8888</b>	1.6145	0.9684	<b>0.2609</b>	1.0358	0.2923	
		0.20	<b>0.6995</b>	1.3314	0.7100	<b>0.1866</b>	0.7328	0.2006	
	8	0.10	<b>0.7399</b>	1.8435	0.9895	<b>0.2332</b>	1.4517	0.3223	
		0.15	<b>0.6244</b>	1.4173	0.8221	<b>0.1892</b>	0.8699	0.2404	
		0.20	<b>0.5015</b>	1.2048	0.6753	<b>0.1362</b>	0.6683	0.1696	
	50	1	0.10	1339.5770	0.7670	<b>0.6085</b>	393.3138	0.4274	<b>0.2480</b>
			0.15	1179.2550	0.5563	<b>0.4415</b>	305.6354	0.2704	<b>0.1344</b>
			0.20	878.3811	0.4878	<b>0.3726</b>	209.7608	0.1835	<b>0.1050</b>
4		0.10	0.4079	0.5396	<b>0.3288</b>	0.1279	0.3572	<b>0.1109</b>	
		0.15	0.3106	0.4020	<b>0.2585</b>	0.0862	0.1946	<b>0.0770</b>	
		0.20	0.2740	0.3273	<b>0.2195</b>	0.0751	0.1369	<b>0.0629</b>	
8		0.10	<b>0.2447</b>	0.4742	0.3091	<b>0.0749</b>	0.2740	0.0946	
		0.15	<b>0.1944</b>	0.3494	0.2500	<b>0.0529</b>	0.1345	0.0662	
		0.20	<b>0.1711</b>	0.2830	0.2266	<b>0.0450</b>	0.1063	0.0570	
100		1	0.10	1645.7370	<b>0.3094</b>	0.2462	492.0683	0.1232	<b>0.0803</b>
			0.15	1138.5970	<b>0.2450</b>	0.2019	312.1858	0.0742	<b>0.0583</b>
			0.20	878.4292	<b>0.1915</b>	0.1630	224.8728	0.0538	<b>0.0438</b>
	4	0.10	0.2029	0.2195	<b>0.1752</b>	0.0600	0.0919	<b>0.0538</b>	
		0.15	0.1639	0.1743	<b>0.1394</b>	0.0440	0.0538	<b>0.0389</b>	
		0.20	0.1354	0.1386	<b>0.1175</b>	0.0341	0.0355	<b>0.0312</b>	

ตารางที่ 8 (ต่อ)

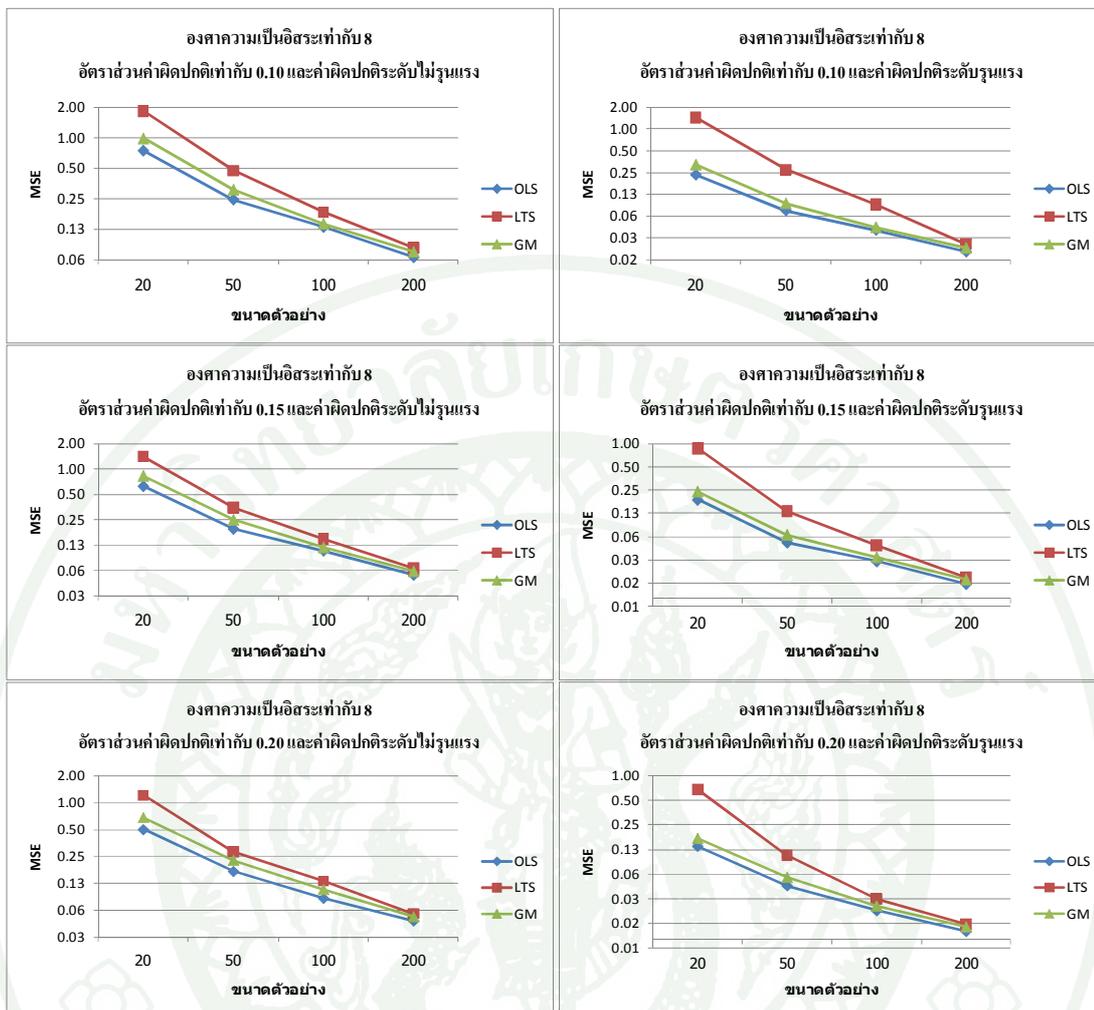
ขนาด ตัวอย่าง	องศา ความเป็น อิสระ	อัตราส่วน ค่าผิด ปกติ	ค่าผิดปกติระดับไม่รุนแรง			ค่าผิดปกติระดับรุนแรง		
			วิธี			วิธี		
			OLS	LTS	GM	OLS	LTS	GM
100	8	0.10	<b>0.1321</b>	0.1845	0.1425	<b>0.0403</b>	0.0914	0.0442
		0.15	<b>0.1077</b>	0.1498	0.1179	<b>0.0301</b>	0.0486	0.0338
		0.20	<b>0.0853</b>	0.1330	0.1068	<b>0.0225</b>	0.0312	0.0257
200	1	0.10	1638.0641	0.1361	<b>0.1103</b>	479.1793	0.0420	<b>0.0332</b>
		0.15	1289.6512	0.1055	<b>0.0880</b>	309.3574	0.0297	<b>0.0241</b>
		0.20	877.7240	0.0922	<b>0.0751</b>	183.3725	0.0238	<b>0.0198</b>
	4	0.10	0.1006	0.0947	<b>0.0823</b>	0.0295	0.0336	<b>0.0248</b>
		0.15	0.0819	0.0750	<b>0.0655</b>	0.0219	0.0206	<b>0.0176</b>
		0.20	0.0687	0.0622	<b>0.0543</b>	0.0176	0.0159	<b>0.0138</b>
	8	0.10	<b>0.0668</b>	0.0825	0.0752	<b>0.0202</b>	0.0260	0.0229
		0.15	<b>0.0560</b>	0.0669	0.0617	<b>0.0153</b>	0.0185	0.0174
		0.20	<b>0.0477</b>	0.0578	0.0532	<b>0.0126</b>	0.0153	0.0143



ภาพที่ 14 เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบที่ที่องศาความเป็นอิสระเท่ากับ 1 กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ  $X_1$ ,  $X_2$  และตัวแปรตาม



ภาพที่ 15 เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบที่ 4 องศาความเป็นอิสระเท่ากับ 4 กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ  $X_1$ ,  $X_2$  และตัวแปรตาม



ภาพที่ 16 เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบที่ที่องศาความเป็นอิสระเท่ากับ 8 กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ  $X_1$ ,  $X_2$  และตัวแปรตาม

### 3.2 ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล

#### 3.2.1 กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ $X_1$ และตัวแปรตาม

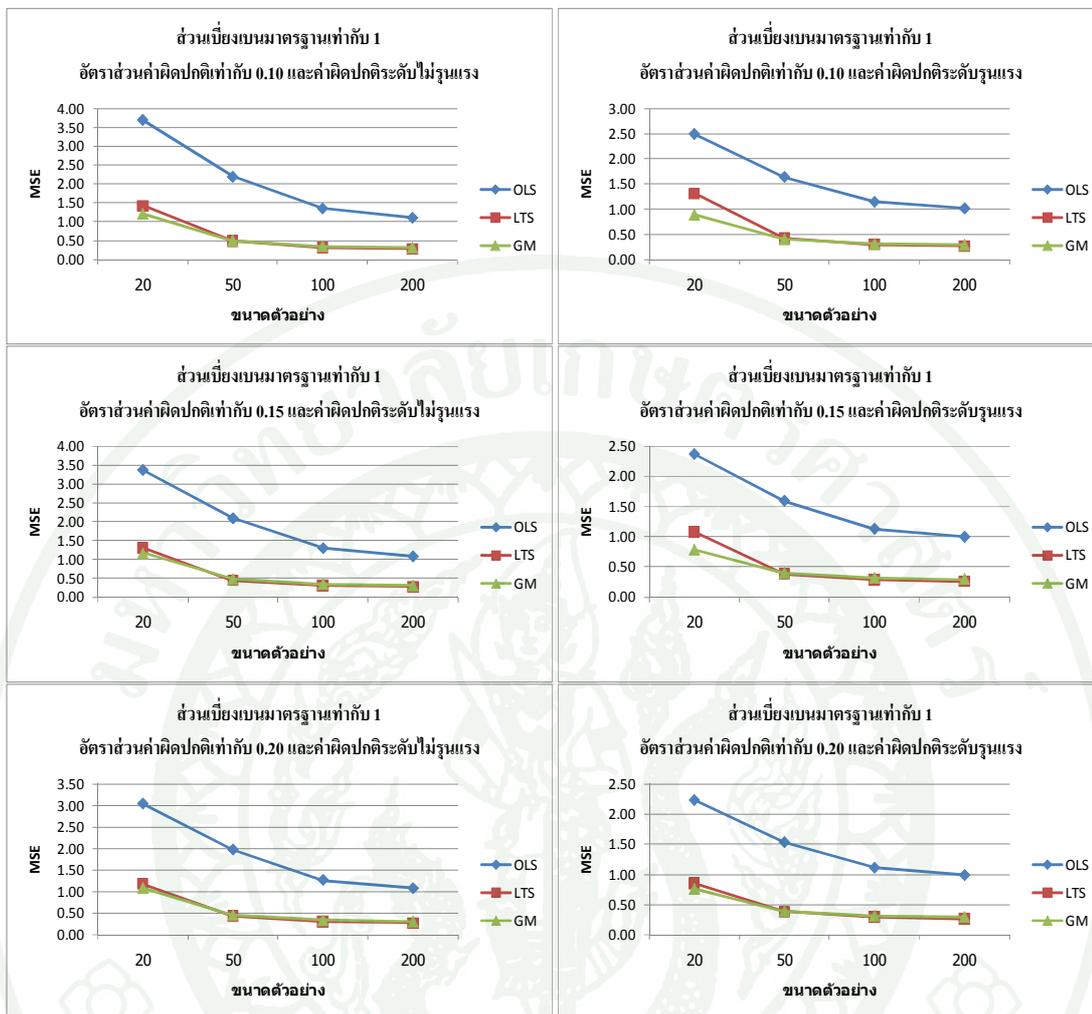
เมื่อพิจารณาตามส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อน กรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1 สำหรับขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20 ในทุกอัตราส่วนค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_1$  และทุกระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_1$  พบว่าวิธี GM ให้ค่า MSE ต่ำที่สุดและเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50, 100 และ 200 ในทุกอัตราส่วนค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_1$  และทุกระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_1$  โดยทั่วไปพบว่าวิธี LTS ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด ยกเว้นเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 อัตราส่วนค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_1$  เท่ากับ 0.15 และมีระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_1$  คือ รุนแรง พบว่าวิธี GM ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด ส่วนกรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.5 และ 2 สำหรับทุกขนาดตัวอย่าง ในทุกอัตราส่วนค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_1$  และทุกระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_1$  โดยทั่วไปพบว่าวิธี LTS ให้ค่า MSE ต่ำที่สุดและวิธี OLS ให้ค่า MSE สูงที่สุด ยกเว้นเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20 เช่น ที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.5 อัตราส่วนค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_1$  เท่ากับ 0.15 และมีระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_1$  คือ ไม่รุนแรง พบว่าวิธี GM ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด เป็นต้น รายละเอียดแสดงดังตารางที่ 9 และภาพที่ 17-19

ตารางที่ 9 แสดงค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอการิธึมอล กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ  $X_1$  และตัวแปรตาม

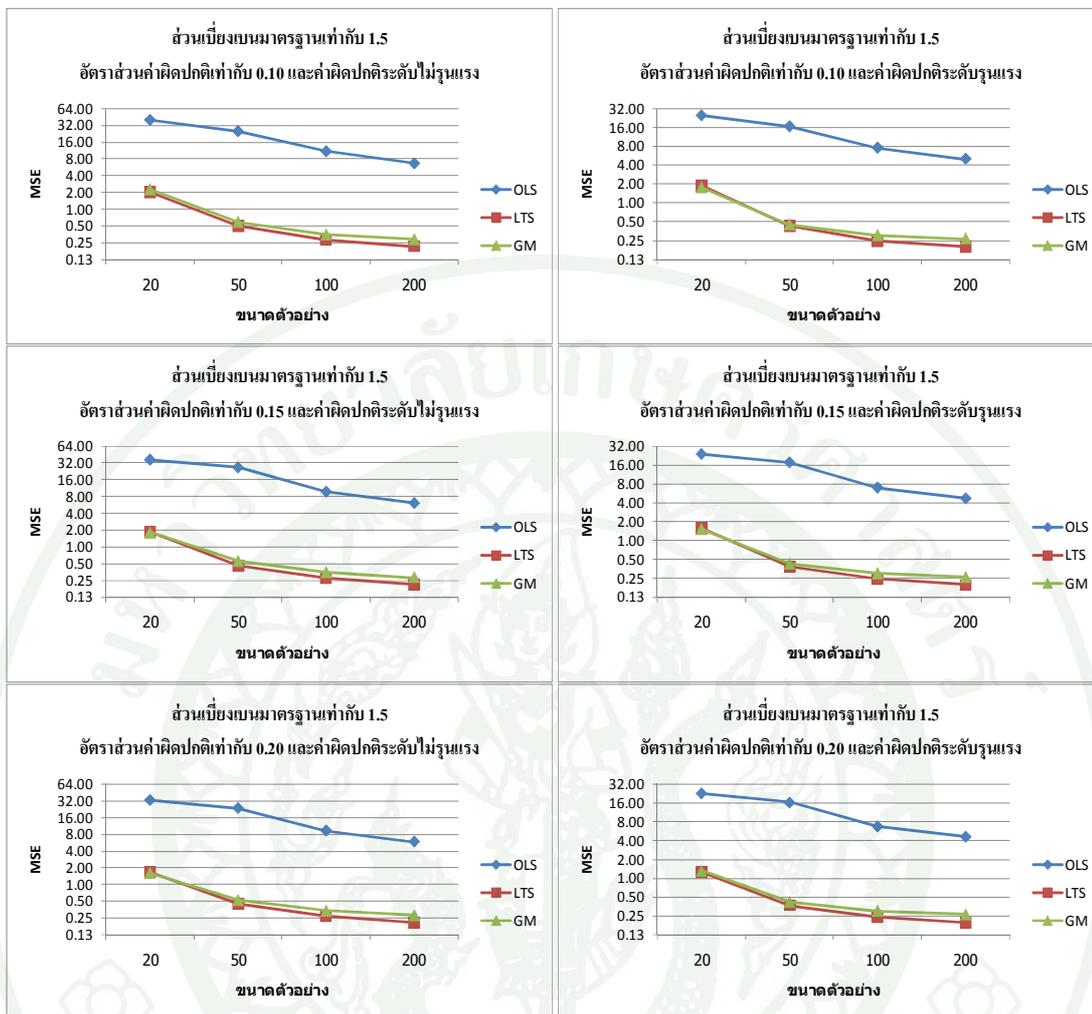
ขนาด ตัวอย่าง	ส่วน เบี่ยงเบน มาตรฐาน	อัตราส่วน ค่าผิด ปกติ	ค่าผิดปกติระดับไม่รุนแรง			ค่าผิดปกติระดับรุนแรง		
			วิธี			วิธี		
			OLS	LTS	GM	OLS	LTS	GM
20	1	0.10	3.7010	1.4226	<b>1.2079</b>	2.4950	1.3090	<b>0.8975</b>
		0.15	3.3808	1.3087	<b>1.1716</b>	2.3650	1.0844	<b>0.7894</b>
		0.20	3.0532	1.1823	<b>1.0897</b>	2.2375	0.8592	<b>0.7645</b>
	1.5	0.10	40.1905	<b>2.0151</b>	2.2587	25.0375	1.8855	<b>1.7714</b>
		0.15	37.0179	1.8742	<b>1.8190</b>	24.1813	1.5786	<b>1.5144</b>
		0.20	33.1457	1.6775	<b>1.6346</b>	23.0094	<b>1.2566</b>	1.3255
	2	0.10	738.9466	<b>3.3417</b>	4.1407	460.7926	<b>2.5247</b>	3.4200
		0.15	700.5043	<b>2.7543</b>	3.5118	464.6639	<b>2.3416</b>	2.7696
		0.20	626.6891	<b>2.6450</b>	3.0541	446.4778	<b>2.0724</b>	2.7546
50	1	0.10	2.1977	<b>0.4854</b>	0.5009	1.6386	0.4232	<b>0.4114</b>
		0.15	2.0980	<b>0.4487</b>	0.4776	1.5935	<b>0.3880</b>	0.4005
		0.20	1.9805	<b>0.4403</b>	0.4605	1.5421	<b>0.3805</b>	0.3952
	1.5	0.10	25.2778	<b>0.4977</b>	0.5910	16.6069	<b>0.4326</b>	0.4501
		0.15	26.7765	<b>0.4645</b>	0.5512	17.8458	<b>0.3806</b>	0.4314
		0.20	23.5903	<b>0.4486</b>	0.5237	16.4348	<b>0.3680</b>	0.4198
	2	0.10	679.2568	<b>0.5097</b>	0.6311	491.1153	<b>0.4114</b>	0.5199
		0.15	871.6942	<b>0.4669</b>	0.5884	621.3375	<b>0.3727</b>	0.4436
		0.20	739.6556	<b>0.4365</b>	0.5693	561.3115	<b>0.3451</b>	0.4352
100	1	0.10	1.3589	<b>0.3239</b>	0.3519	1.1417	<b>0.3002</b>	0.3175
		0.15	1.3076	<b>0.3173</b>	0.3479	1.1293	<b>0.2920</b>	0.3184
		0.20	1.2682	<b>0.3099</b>	0.3412	1.1180	<b>0.2925</b>	0.3172
	1.5	0.10	11.0223	<b>0.2831</b>	0.3509	7.5277	<b>0.2461</b>	0.3022
		0.15	9.8494	<b>0.2799</b>	0.3457	7.0359	<b>0.2426</b>	0.3031
		0.20	9.2605	<b>0.2722</b>	0.3365	6.8306	<b>0.2403</b>	0.2999

ตารางที่ 9 (ต่อ)

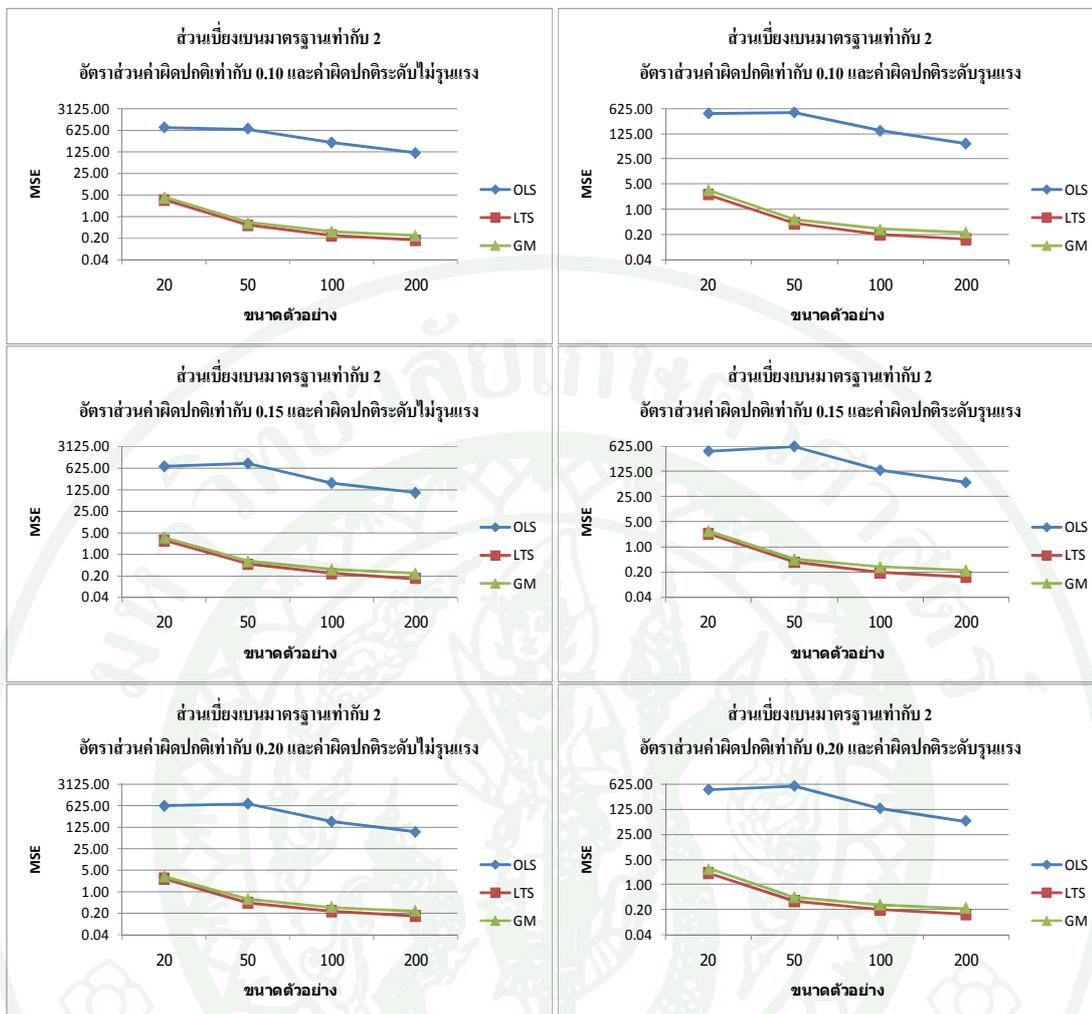
ขนาด ตัวอย่าง	ส่วน เบี่ยงเบน มาตรฐาน	อัตราส่วน ค่าผิด ปกติ	ค่าผิดปกติระดับไม่รุนแรง			ค่าผิดปกติระดับรุนแรง		
			วิธี			วิธี		
			OLS	LTS	GM	OLS	LTS	GM
100	2	0.10	242.0435	<b>0.2386</b>	0.3292	153.9425	<b>0.1987</b>	0.2769
		0.15	204.4042	<b>0.2325</b>	0.3216	135.9387	<b>0.1997</b>	0.2748
		0.20	191.6482	<b>0.2259</b>	0.3134	131.7581	<b>0.1975</b>	0.2718
	1	0.10	1.1171	<b>0.2820</b>	0.3133	1.0126	<b>0.2678</b>	0.2969
		0.15	1.0852	<b>0.2764</b>	0.3083	0.9974	<b>0.2649</b>	0.2943
		0.20	1.0762	<b>0.2752</b>	0.3063	0.9977	<b>0.2652</b>	0.2941
200	1.5	0.10	6.6865	<b>0.2160</b>	0.2894	5.0147	<b>0.1989</b>	0.2685
		0.15	6.1689	<b>0.2104</b>	0.2826	4.7487	<b>0.1965</b>	0.2651
		0.20	5.8769	<b>0.2087</b>	0.2797	4.6651	<b>0.1954</b>	0.2642
	2	0.10	111.7507	<b>0.1656</b>	0.2465	67.8517	<b>0.1472</b>	0.2232
		0.15	99.2224	<b>0.1622</b>	0.2402	61.7594	<b>0.1464</b>	0.2199
		0.20	88.3329	<b>0.1599</b>	0.2367	58.0099	<b>0.1462</b>	0.2191



ภาพที่ 17 เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอลที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1 กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ  $X_1$  และตัวแปรตาม



ภาพที่ 18 เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล ที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.5 กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ  $X_1$  และตัวแปรตาม



ภาพที่ 19 เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล ที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2 กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ  $X_1$  และตัวแปรตาม

### 3.2.2 กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ $X_2$ และตัวแปรตาม

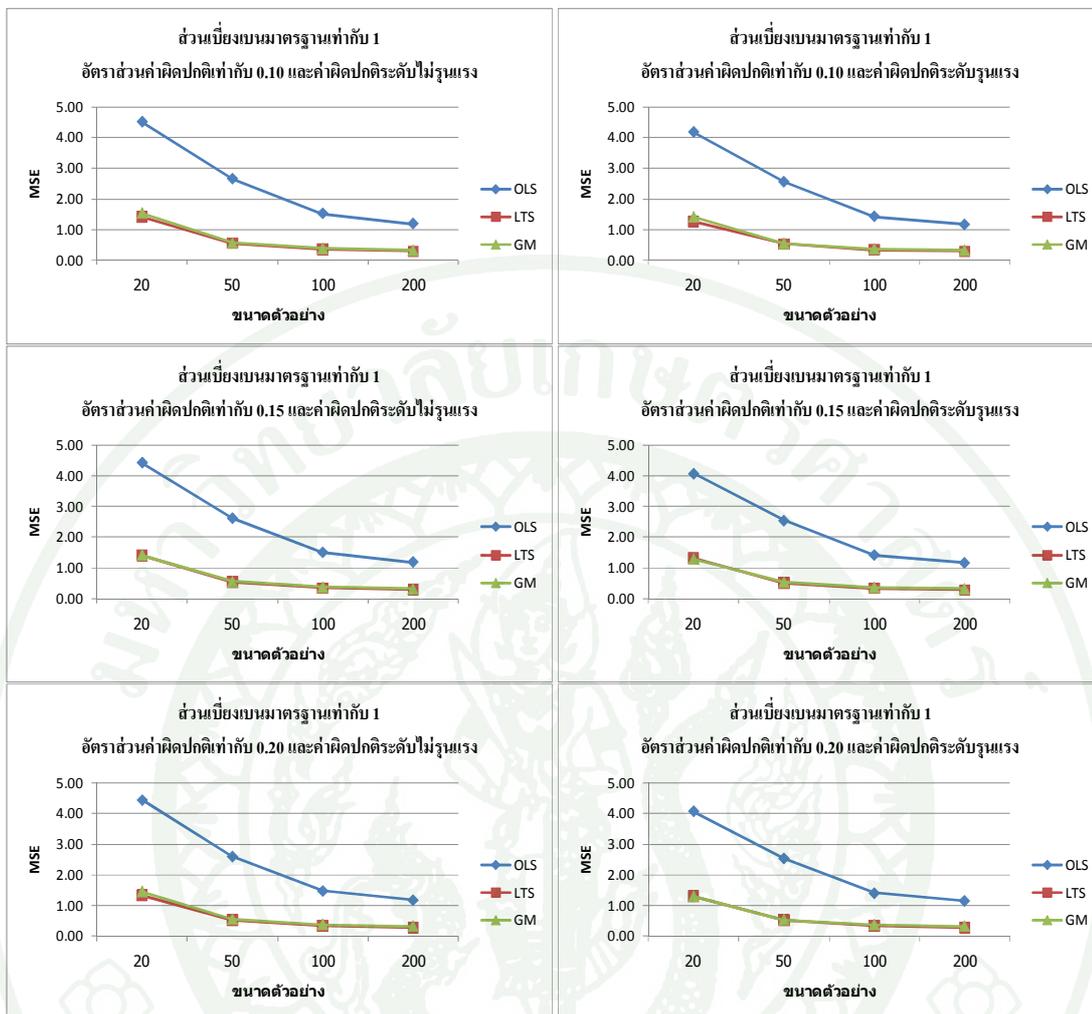
เมื่อพิจารณาตามส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อน คือ 1, 1.5 และ 2 สำหรับทุกขนาดตัวอย่าง ในทุกอัตราส่วนค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_2$  และทุกระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_2$  โดยทั่วไปพบว่าวิธี LTS ให้ค่า MSE ต่ำที่สุดและวิธี OLS ให้ค่า MSE สูงที่สุด ยกเว้นกรณีขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20 ที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1 อัตราส่วนค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_2$  เท่ากับ 0.15 และมีระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_2$  คือ รุนแรง พบว่าวิธี GM ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด รายละเอียดแสดงดังตารางที่ 10 และภาพที่ 20-22

**ตารางที่ 10** แสดงค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ  $X_2$  และตัวแปรตาม

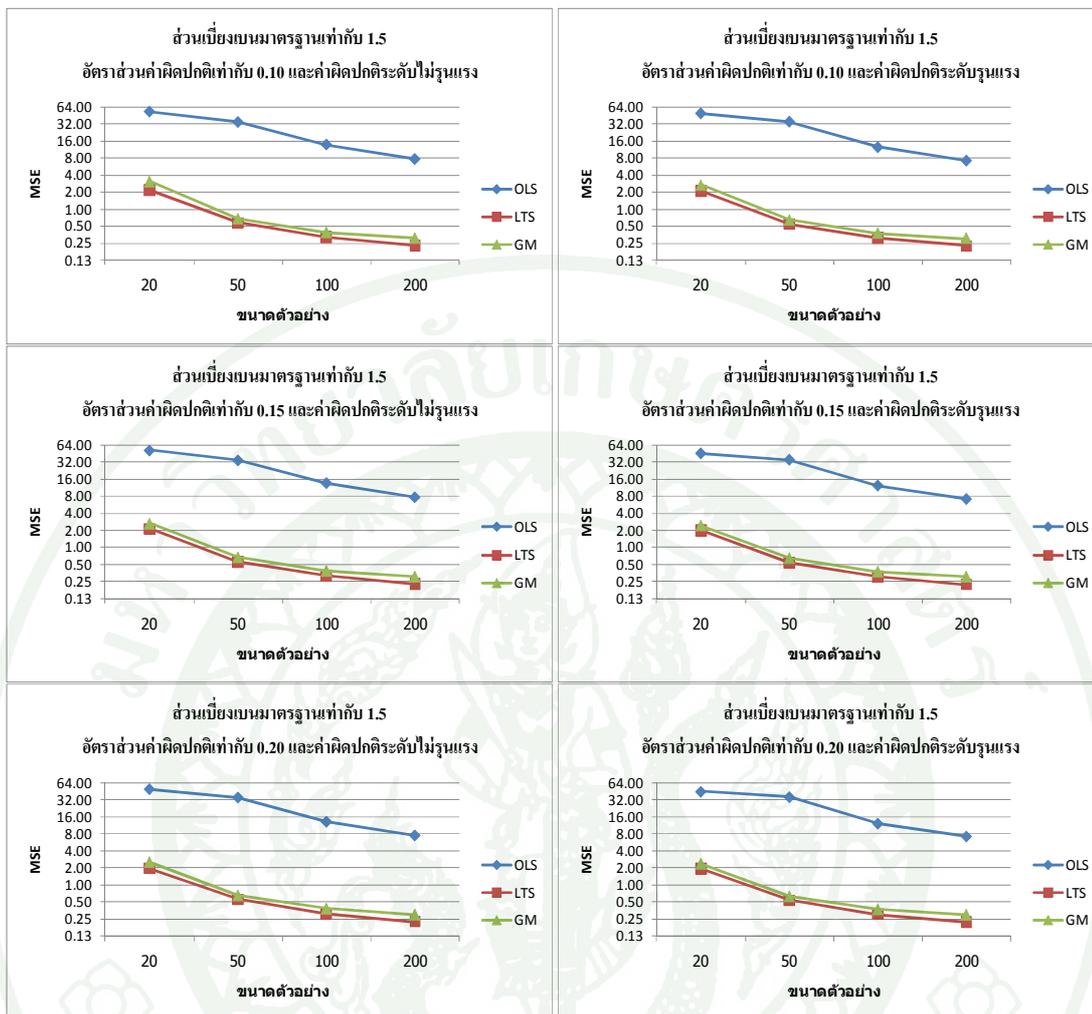
ขนาด ตัวอย่าง	ส่วน เบี่ยงเบน มาตรฐาน	อัตราส่วน ค่าผิด ปกติ	ค่าผิดปกติระดับไม่รุนแรง			ค่าผิดปกติระดับรุนแรง		
			วิธี			วิธี		
			OLS	LTS	GM	OLS	LTS	GM
20	1	0.10	4.5153	<b>1.4180</b>	1.5396	4.1921	<b>1.2593</b>	1.4076
		0.15	4.4226	<b>1.4049</b>	1.4247	4.0738	1.3247	<b>1.2995</b>
		0.20	4.4459	<b>1.3372</b>	1.4566	4.0737	<b>1.3053</b>	1.3103
	1.5	0.10	53.1617	<b>2.1933</b>	3.1131	48.3462	<b>2.0877</b>	2.6692
		0.15	51.3680	<b>2.1255</b>	2.6578	45.0997	<b>1.9825</b>	2.4139
		0.20	49.6156	<b>1.9895</b>	2.5389	44.9159	<b>1.9766</b>	2.3595
		0.10	1079.5989	<b>3.7993</b>	6.8440	968.4447	<b>3.4821</b>	6.1007
		0.15	1023.3780	<b>3.8067</b>	5.5367	858.0544	<b>3.2134</b>	5.1581
		0.20	946.9244	<b>3.4985</b>	5.1166	860.4539	<b>3.2783</b>	4.7524
50	1	0.10	2.6545	<b>0.5534</b>	0.5607	2.5623	<b>0.5316</b>	0.5398
		0.15	2.6078	<b>0.5369</b>	0.5579	2.5401	<b>0.5105</b>	0.5371
		0.20	2.6004	<b>0.5273</b>	0.5526	2.5432	<b>0.5240</b>	0.5344
	1.5	0.10	34.8011	<b>0.5731</b>	0.6821	34.6527	<b>0.5487</b>	0.6416
		0.15	34.4336	<b>0.5546</b>	0.6719	35.0841	<b>0.5399</b>	0.6391
		0.20	35.2024	<b>0.5578</b>	0.6641	36.0532	<b>0.5393</b>	0.6322

ตารางที่ 10 (ต่อ)

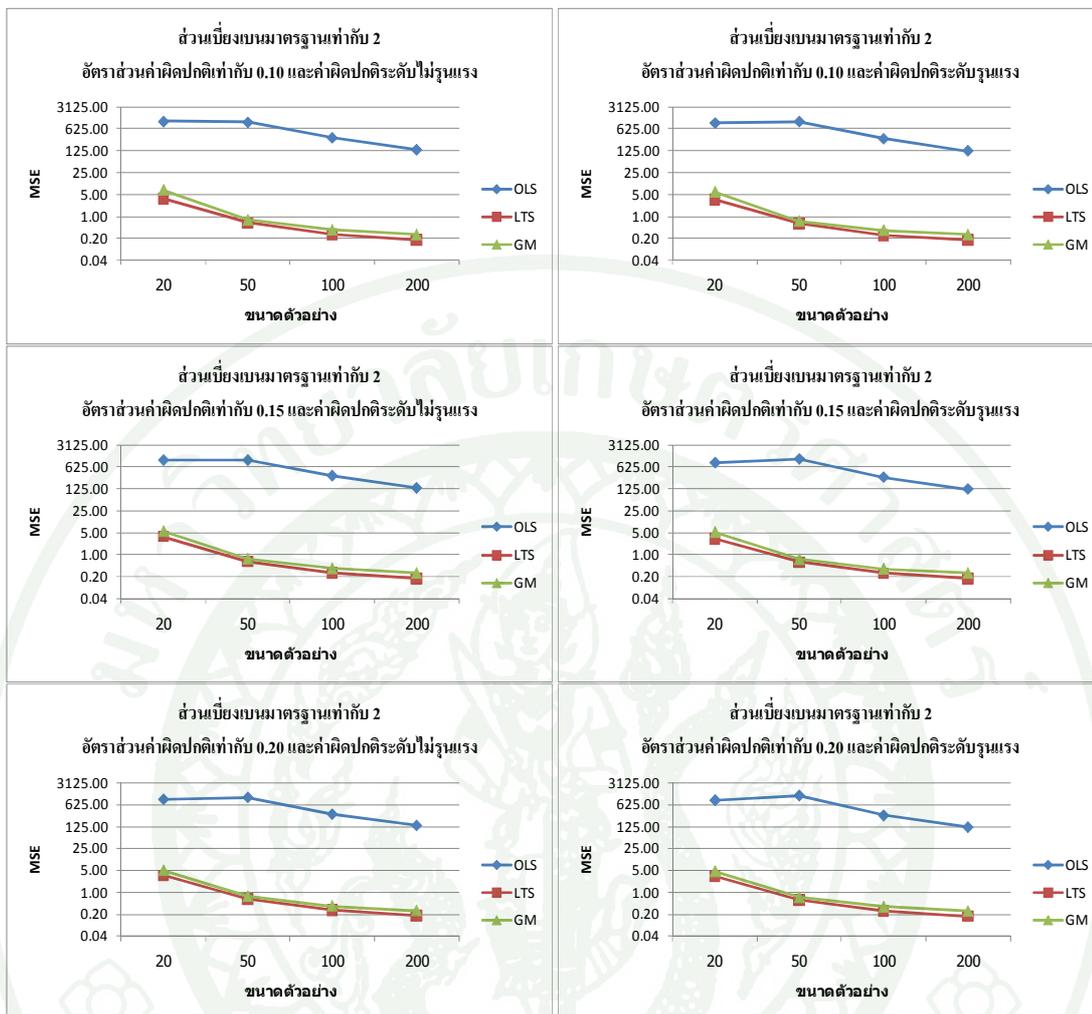
ขนาด ตัวอย่าง	ส่วน เบี่ยงเบน มาตรฐาน	อัตราส่วน ค่าผิด ปกติ	ค่าผิดปกติระดับไม่รุนแรง			ค่าผิดปกติระดับรุนแรง		
			วิธี			วิธี		
			OLS	LTS	GM	OLS	LTS	GM
50	2	0.10	1021.7920	<b>0.6279</b>	0.7688	1072.6740	<b>0.6047</b>	0.7093
		0.15	1034.2712	<b>0.6151</b>	0.7536	1132.7102	<b>0.5825</b>	0.7108
		0.20	1089.1981	<b>0.6142</b>	0.7488	1195.4431	<b>0.5812</b>	0.7119
100	1	0.10	1.5189	<b>0.3533</b>	0.3791	1.4296	<b>0.3431</b>	0.3696
		0.15	1.4959	<b>0.3483</b>	0.3764	1.4187	<b>0.3421</b>	0.3677
		0.20	1.4761	<b>0.3483</b>	0.3773	1.4113	<b>0.3399</b>	0.3695
	1.5	0.10	13.8436	<b>0.3206</b>	0.3889	12.4722	<b>0.3071</b>	0.3752
		0.15	13.5933	<b>0.3153</b>	0.3841	12.3085	<b>0.3053</b>	0.3723
		0.20	13.1687	<b>0.3148</b>	0.3853	12.1293	<b>0.3053</b>	0.3741
2	0.10	327.4952	<b>0.2657</b>	0.3752	296.6742	<b>0.2555</b>	0.3599	
	0.15	328.1754	<b>0.2695</b>	0.3691	292.7265	<b>0.2584</b>	0.3544	
	0.20	311.5865	<b>0.2686</b>	0.3693	285.0401	<b>0.2573</b>	0.3559	
200	1	0.10	1.1879	<b>0.2916</b>	0.3257	1.1634	<b>0.2879</b>	0.3231
		0.15	1.1802	<b>0.2896</b>	0.3244	1.1617	<b>0.2881</b>	0.3221
		0.20	1.1771	<b>0.2899</b>	0.3244	1.1608	<b>0.2893</b>	0.3226
	1.5	0.10	7.6923	<b>0.2291</b>	0.3061	7.2091	<b>0.2254</b>	0.3022
		0.15	7.6049	<b>0.2264</b>	0.3043	7.1967	<b>0.2229</b>	0.3015
		0.20	7.5545	<b>0.2255</b>	0.3034	7.1671	<b>0.2227</b>	0.3009
2	0.10	135.9432	<b>0.1806</b>	0.2652	122.0488	<b>0.1764</b>	0.2615	
	0.15	133.8751	<b>0.1789</b>	0.2639	121.7361	<b>0.1749</b>	0.2609	
	0.20	135.0878	<b>0.1785</b>	0.2621	122.3142	<b>0.1745</b>	0.2596	



ภาพที่ 20 เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอลที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1 กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ  $X_2$  และตัวแปรตาม



ภาพที่ 21 เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอลที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.5 กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ  $X_2$  และตัวแปรตาม



ภาพที่ 22 เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอลที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2 กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ  $X_2$  และตัวแปรตาม

### 3.2.3 กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ $X_1$ , $X_2$ และตัวแปรตาม

เมื่อพิจารณาตามส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อน

กรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1 สำหรับขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20 ในทุกอัตราส่วนค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_1$  และ  $X_2$  และทุกระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_1$  และ  $X_2$  พบว่าวิธี GM ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด ส่วนเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50, 100 และ 200 ในทุกอัตราส่วนค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_1$  และ  $X_2$  และทุกระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_1$  และ  $X_2$  โดยทั่วไปพบว่าวิธี LTS ให้ค่า MSE ต่ำที่สุดและวิธี OLS ให้ค่า MSE สูงที่สุด ยกเว้นเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 เช่น ที่อัตราส่วนค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_1$  เท่ากับ 0.10 อัตราส่วนค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_2$  เท่ากับ 0.15 และมีระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_1$  และ  $X_2$  คือ ไม่รุนแรง พบว่าวิธี LTS ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด เป็นต้น

กรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.5 สำหรับทุกขนาดตัวอย่าง ในทุกอัตราส่วนค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_1$  และ  $X_2$  และทุกระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_1$  และ  $X_2$  โดยทั่วไปพบว่าวิธี LTS ให้ค่า MSE ต่ำที่สุดและวิธี OLS ให้ค่า MSE สูงที่สุด ยกเว้นเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20 เช่น ที่อัตราส่วนค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_1$  เท่ากับ 0.10 อัตราส่วนค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_2$  เท่ากับ 0.15 และมีระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_1$  และ  $X_2$  คือ ไม่รุนแรง พบว่าวิธี GM ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด เป็นต้น

กรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2 สำหรับทุกขนาดตัวอย่าง ในทุกอัตราส่วนค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_1$  และ  $X_2$  และทุกระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_1$  และ  $X_2$  โดยทั่วไปพบว่าวิธี LTS ให้ค่า MSE ต่ำที่สุดและวิธี OLS ให้ค่า MSE สูงที่สุด ยกเว้นเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20 อัตราส่วนค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_1$  และ  $X_2$  เท่ากับ 0.15 และมีระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_1$  คือ ไม่รุนแรง ระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_2$  คือ รุนแรง พบว่าวิธี GM ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด

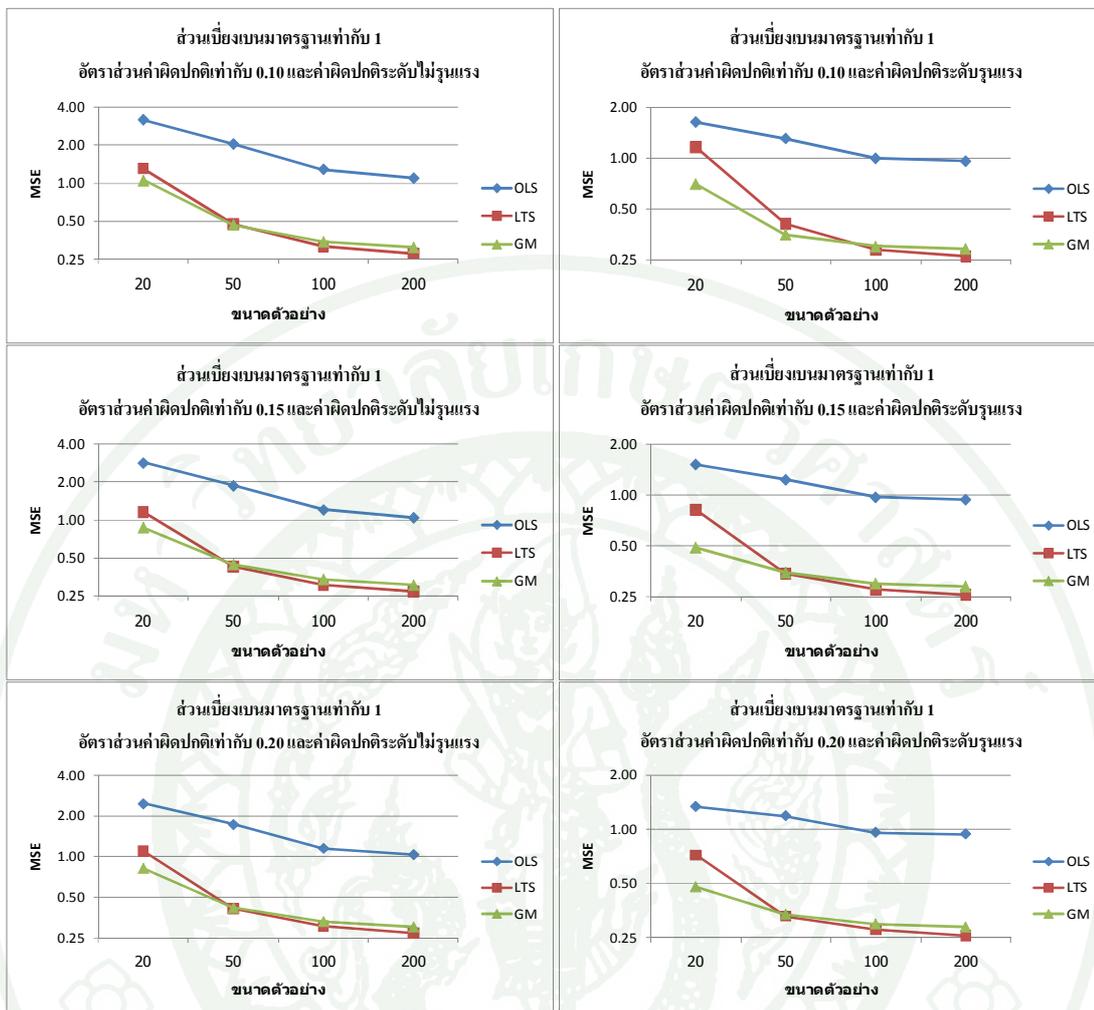
รายละเอียดแสดงดังตารางที่ 11 และภาพที่ 23-25 (ดูเพิ่มเติมได้จาก ตารางผนวกที่ ก9-ก16)

ตารางที่ 11 แสดงค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอการิธึมอล กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ  $X_1$ ,  $X_2$  และตัวแปรตาม

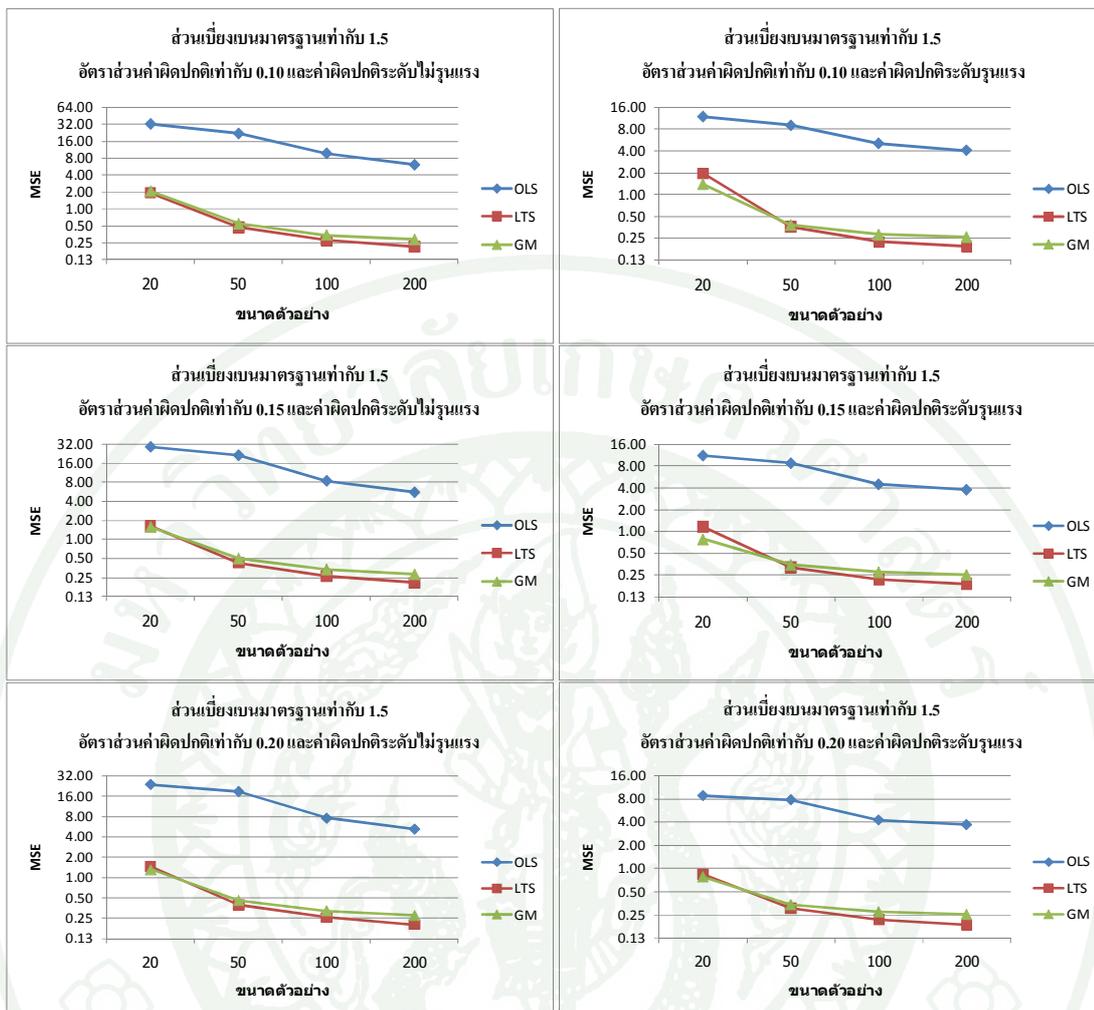
ขนาด ตัวอย่าง	ส่วน เบี่ยงเบน มาตรฐาน	อัตราส่วน ค่าผิด ปกติ	ค่าผิดปกติระดับไม่รุนแรง			ค่าผิดปกติระดับรุนแรง		
			วิธี			วิธี		
			OLS	LTS	GM	OLS	LTS	GM
20	1	0.10	3.1765	1.3091	<b>1.0552</b>	1.6353	1.1655	<b>0.7013</b>
		0.15	2.8465	1.1529	<b>0.8684</b>	1.5172	0.8166	<b>0.4862</b>
		0.20	2.4778	1.0947	<b>0.8209</b>	1.3388	0.7216	<b>0.4790</b>
	1.5	0.10	32.7254	<b>1.9456</b>	2.0694	11.9667	1.9580	<b>1.3782</b>
		0.15	29.3108	1.6268	<b>1.5500</b>	11.1894	1.1597	<b>0.7855</b>
		0.20	23.8379	1.4628	<b>1.3167</b>	8.8380	0.8470	<b>0.7824</b>
	2	0.10	594.4295	<b>2.9271</b>	4.4327	178.4907	<b>1.7699</b>	3.5899
		0.15	538.4645	<b>2.5300</b>	2.8515	173.5961	<b>1.5808</b>	2.0486
		0.20	392.4471	<b>1.9920</b>	2.4585	126.4739	<b>1.2711</b>	1.4489
50	1	0.10	2.0420	0.4724	<b>0.4697</b>	1.3067	0.4090	<b>0.3527</b>
		0.15	1.8808	<b>0.4287</b>	0.4433	1.2322	<b>0.3419</b>	0.3467
		0.20	1.7361	<b>0.4128</b>	0.4189	1.1875	<b>0.3301</b>	0.3368
	1.5	0.10	22.0700	<b>0.4682</b>	0.5451	9.0025	<b>0.3585</b>	0.3794
		0.15	21.5575	<b>0.4270</b>	0.4941	8.7777	<b>0.3223</b>	0.3499
		0.20	18.7761	<b>0.3945</b>	0.4597	7.7842	<b>0.3035</b>	0.3394
	2	0.10	558.4273	<b>0.4868</b>	0.5913	164.2051	<b>0.3486</b>	0.4055
		0.15	641.9639	<b>0.4304</b>	0.5363	200.0403	<b>0.3027</b>	0.3511
		0.20	536.6982	<b>0.3910</b>	0.5016	162.7014	<b>0.2790</b>	0.3386
100	1	0.10	1.2839	<b>0.3177</b>	0.3438	0.9960	<b>0.2852</b>	0.3000
		0.15	1.2114	<b>0.3084</b>	0.3378	0.9721	<b>0.2774</b>	0.2990
		0.20	1.1573	<b>0.3054</b>	0.3312	0.9596	<b>0.2765</b>	0.2986
	1.5	0.10	9.8528	<b>0.2734</b>	0.3416	5.0701	<b>0.2222</b>	0.2802
		0.15	8.5190	<b>0.2651</b>	0.3312	4.4967	<b>0.2193</b>	0.2778
		0.20	7.6342	<b>0.2573</b>	0.3211	4.2553	<b>0.2187</b>	0.2746

ตารางที่ 11 (ต่อ)

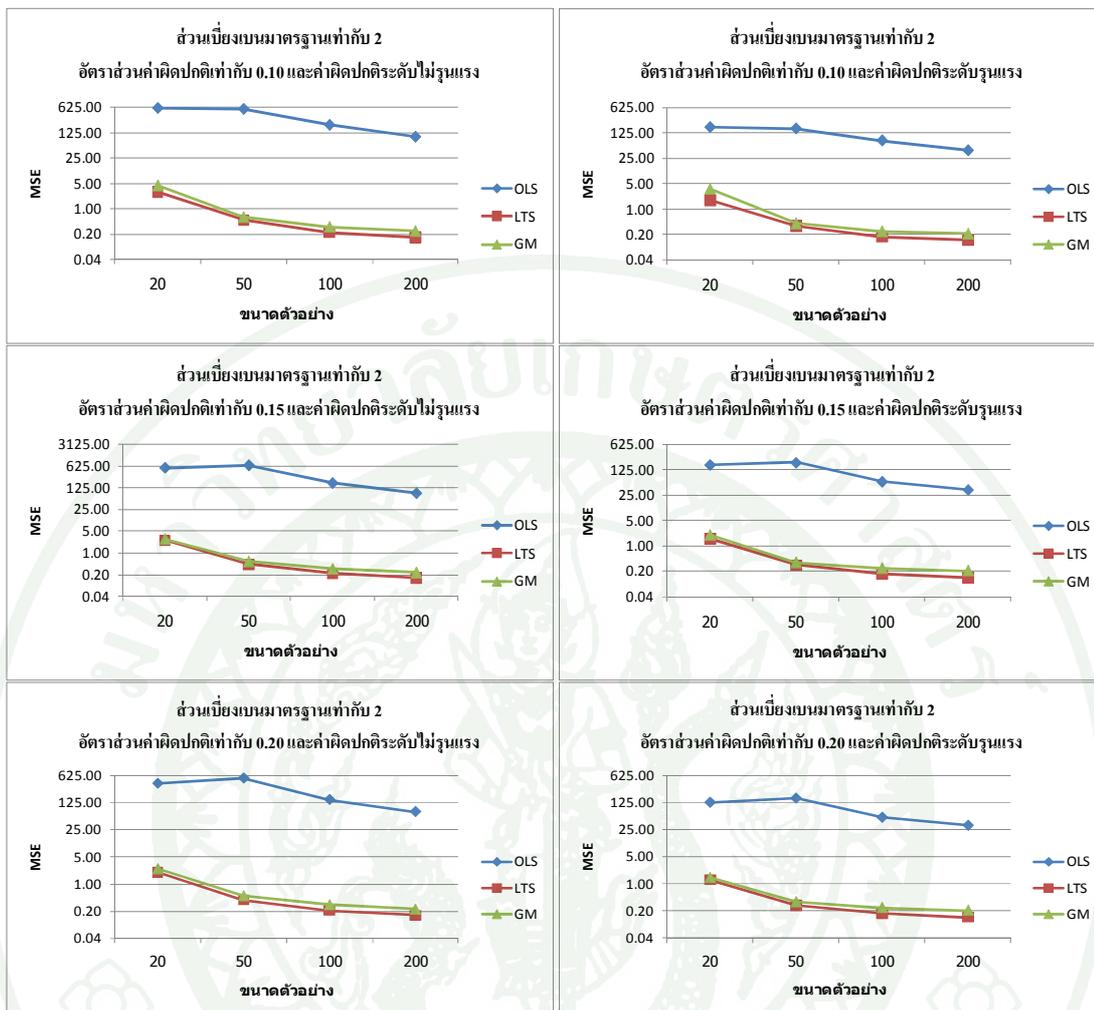
ขนาด ตัวอย่าง	ส่วน เบี่ยงเบน มาตรฐาน	อัตราส่วน ค่าผิด ปกติ	ค่าผิดปกติระดับไม่รุนแรง			ค่าผิดปกติระดับรุนแรง		
			วิธี			วิธี		
			OLS	LTS	GM	OLS	LTS	GM
100	2	0.10	207.0961	<b>0.2264</b>	0.3175	77.5621	<b>0.1757</b>	0.2466
		0.15	176.3479	<b>0.2180</b>	0.3043	59.7806	<b>0.1734</b>	0.2419
		0.20	150.0831	<b>0.2116</b>	0.2953	52.0142	<b>0.1708</b>	0.2401
200	1	0.10	1.0915	<b>0.2791</b>	0.3107	0.9587	<b>0.2617</b>	0.2905
		0.15	1.0514	<b>0.2715</b>	0.3043	0.9402	<b>0.2564</b>	0.2869
		0.20	1.0389	<b>0.2712</b>	0.3021	0.9398	<b>0.2566</b>	0.2865
	1.5	0.10	6.2182	<b>0.2135</b>	0.2858	4.0628	<b>0.1911</b>	0.2597
		0.15	5.6141	<b>0.2055</b>	0.2773	3.7815	<b>0.1872</b>	0.2551
		0.20	5.2663	<b>0.2019</b>	0.2731	3.6890	<b>0.1857</b>	0.2534
2	0.10	98.2169	<b>0.1627</b>	0.2421	41.8879	<b>0.1404</b>	0.2135	
	0.15	83.6138	<b>0.1571</b>	0.2341	35.4756	<b>0.1379</b>	0.2092	
	0.20	73.0453	<b>0.1552</b>	0.2292	32.4183	<b>0.1375</b>	0.2073	



ภาพที่ 23 เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอลที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1 กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ  $X_1$ ,  $X_2$  และตัวแปรตาม



ภาพที่ 24 เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอลที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.5 กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ  $X_1$ ,  $X_2$  และตัวแปรตาม



ภาพที่ 25 เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอลที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2 กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ  $X_1$ ,  $X_2$  และตัวแปรตาม

## วิจารณ์

ปัจจัยที่มีผลต่อวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธี OLS วิธี LTS และวิธี GM มีรายละเอียดดังนี้

1. ขนาดตัวอย่าง พบว่าขนาดตัวอย่างมีผลต่อค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี โดยค่า MSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มมากขึ้น ยกเว้นเมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบที่ท้องศาความเป็นอิสระเท่ากับ 1 ในทุกอัตราส่วนค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระและทุกระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ สำหรับวิธี OLS พบว่าขนาดตัวอย่างไม่มีผลต่อค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอย เนื่องจากไม่สามารถสรุปหาแนวโน้มของค่า MSE ได้

2. อัตราส่วนค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ พบว่าอัตราส่วนค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระมีผลต่อค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยของทั้ง 3 วิธีเล็กน้อย กล่าวคือ ค่า MSE มีแนวโน้มลดลงเพียงเล็กน้อยเมื่ออัตราส่วนค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระเพิ่มมากขึ้น

3. ระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ พบว่าระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระมีผลต่อค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยของทั้ง 3 วิธี โดยค่า MSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้นจากระดับไม่รุนแรงเป็นระดับรุนแรง

4. การแจกแจงของความคลาดเคลื่อน

เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบที่ โดยทั่วไปพบว่ากรณีท้องศาความเป็นอิสระเท่ากับ 1 และ 4 วิธี GM ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด แต่เมื่อองศาความเป็นอิสระเพิ่มขึ้นเป็น 8 วิธี OLS จะให้ค่า MSE ต่ำที่สุด เนื่องจากเมื่อองศาความเป็นอิสระมีค่าเพิ่มขึ้น การแจกแจงแบบที่มีลักษณะการแจกแจงใกล้เคียงกับโค้งปกติมากขึ้น ดังนั้น วิธี OLS จึงเป็นวิธีการประมาณที่เหมาะสมที่สุด นอกจากนี้สังเกตได้ว่าเมื่อองศาความเป็นอิสระมีค่าน้อยเท่ากับ 1 พบว่าค่า MSE จะมีค่าสูงมาก เนื่องจากข้อมูลจะมีลักษณะหางยาว ทำให้ค่า MSE ที่ได้มีค่าสูงมากและพบว่าองศาความเป็นอิสระมีผลต่อค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยของทั้ง 3 วิธี โดยค่า MSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อองศาความเป็นอิสระเพิ่มมากขึ้น

เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอการิธึม โดยทั่วไปพบว่าวิธี LTS ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด นอกจากนี้สังเกตได้ว่าเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าเพิ่มขึ้นจาก 1 เป็น 1.5 และ 2 พบว่าค่า MSE จะมีค่าสูงขึ้นตามค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานที่เพิ่มขึ้นด้วย เนื่องจากข้อมูลจะมีลักษณะการกระจายมากขึ้น ทำให้ค่า MSE ที่ได้มีค่าสูงขึ้น และพบว่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีผลต่อค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยของทั้ง 3 วิธี โดยค่า MSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มมากขึ้น แต่เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นเป็น 100 และ 200 สำหรับวิธี LTS และวิธี GM พบว่าค่า MSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มมากขึ้น



## สรุปและข้อเสนอแนะ

### สรุป

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลอง เพื่อศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยในแบบการถดถอยเชิงเส้นพหุด้วยวิธีการประมาณ 3 วิธี คือ วิธี OLS วิธี LTS และวิธี GM โดยใช้ค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยต่ำที่สุดเป็นเกณฑ์ในการเลือกวิธีการประมาณ สรุปผลการวิจัยได้ ดังนี้

#### 1. กรณีที่ไม่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระและตัวแปรตาม

เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และความแปรปรวนเท่ากับ 3 ในทุกขนาดตัวอย่าง พบว่าวิธี OLS ให้ค่า MSE ต่ำที่สุดและวิธี LTS ให้ค่า MSE สูงที่สุด

#### 2. กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรตามสาเหตุจากความคลาดเคลื่อน

สามารถสรุปได้ ดังตารางที่ 12-13

ตารางที่ 12 แสดงวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยที่เหมาะสม เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบที่ กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรตาม

ขนาดตัวอย่าง	องศาความเป็นอิสระ		
	1	4	8
20	GM	OLS	OLS
50	GM	GM	OLS
100	GM	GM	OLS
200	GM	GM	OLS

**ตารางที่ 13** แสดงวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยที่เหมาะสม เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอการิธึมอล กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรตาม

ขนาดตัวอย่าง	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน		
	1	1.5	2
20	LTS	LTS	LTS
50	LTS	LTS	LTS
100	LTS	LTS	LTS
200	LTS	LTS	LTS

### 3. กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระและตัวแปรตาม

สามารถสรุปได้ ดังตารางที่ 14-15

**ตารางที่ 14** แสดงวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยที่เหมาะสม เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบที กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระและตัวแปรตาม

ขนาดตัวอย่าง	องศาความเป็นอิสระ	ตัวแปรที่มีค่าผิดปกติเกิดขึ้น		
		$X_1$ และ Y	$X_2$ และ Y	$X_1, X_2$ และ Y
20	1	GM	GM	GM
	4	OLS	OLS	OLS
	8	OLS	OLS	OLS
50	1	GM	GM	GM
	4	GM	GM	GM
	8	OLS	OLS	OLS
100	1	GM	GM	GM
	4	GM	GM	GM
	8	OLS	OLS	OLS
200	1	GM	GM	GM
	4	GM	GM	GM
	8	OLS	OLS	OLS

**ตารางที่ 15** แสดงวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยที่เหมาะสม เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอการิธึมอล กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระและตัวแปรตาม

ขนาดตัวอย่าง	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	ตัวแปรที่มีค่าผิดปกติเกิดขึ้น		
		$X_1$ และ Y	$X_2$ และ Y	$X_1, X_2$ และ Y
20	1	GM	LTS	GM
	1.5	GM	LTS	GM
	2	LTS	LTS	LTS
50	1	LTS	LTS	LTS
	1.5	LTS	LTS	LTS
	2	LTS	LTS	LTS
100	1	LTS	LTS	LTS
	1.5	LTS	LTS	LTS
	2	LTS	LTS	LTS
200	1	LTS	LTS	LTS
	1.5	LTS	LTS	LTS
	2	LTS	LTS	LTS

#### 4. ปัจจัยที่มีผลต่อวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธี OLS วิธี LTS และวิธี GM

4.1 ขนาดตัวอย่าง สรุปได้ว่าค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มมากขึ้น ยกเว้นเมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบที่ที่องศาความเป็นอิสระเท่ากับ 1 ในทุกอัตราส่วนค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระและทุกระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ สำหรับวิธี OLS พบว่าขนาดตัวอย่างไม่มีผลต่อค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอย

4.2 อัตราส่วนค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ สรุปได้ว่าค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยของทั้ง 3 วิธี มีแนวโน้มลดลงเพียงเล็กน้อยเมื่ออัตราส่วนค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระเพิ่มมากขึ้น

4.3 ระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ สรุปได้ว่าค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยของทั้ง 3 วิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้นจากระดับไม่รุนแรงเป็นระดับรุนแรง

4.4 องศาความเป็นอิสระของความคลาดเคลื่อน สรุปได้ว่าค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยของทั้ง 3 วิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อองศาความเป็นอิสระเพิ่มมากขึ้น และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน สรุปได้ว่าค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยของทั้ง 3 วิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มมากขึ้น แต่เมื่อนำขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นเป็น 100 และ 200 สำหรับวิธี LTS และวิธี GM พบว่าค่า MSE มีแนวโน้มลดลงเมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มมากขึ้น

#### ข้อเสนอแนะ

จากการวิจัยเพื่อเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยในตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นพหุด้วยวิธีการประมาณ 3 วิธี คือ วิธี OLS วิธี LTS และวิธี GM เมื่อข้อมูลมีค่าผิดปกติ มีข้อเสนอแนะจากการวิจัยและข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป ดังนี้

##### 1. ข้อเสนอแนะจากการวิจัย

จากการวิจัยพบว่า วิธี GM เป็นวิธีที่แกร่งต่อข้อมูลที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรตามและในตัวแปรอิสระและตัวแปรตาม เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบที่ท้องศาความเป็นอิสระมีค่าน้อย ( $df = 1$  และ  $4$ ) ซึ่งข้อมูลจะมีลักษณะหางยาว แต่ที่ท้องศาความเป็นอิสระมีค่ามาก ( $df = 8$ ) ข้อมูลจะมีลักษณะการแจกแจงใกล้เคียงกับโค้งปกติมากขึ้น ทำให้วิธี OLS เป็นวิธีที่แกร่งกว่าวิธีอื่นๆ และวิธี LTS เป็นวิธีที่แกร่งต่อข้อมูลที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรตามและในตัวแปรอิสระและตัวแปรตามเมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอการิธึมและโดยทั่วไปพบว่าวิธี LTS และวิธี GM ให้ค่า MSE ใกล้เคียงกัน ซึ่งวิธี LTS เป็นวิธีที่ใช้เวลาน้อยในการคำนวณและสะดวกกว่าวิธี GM เนื่องจากสามารถเรียกใช้คำสั่งใน package ของโปรแกรม R ได้ แต่สำหรับวิธี GM ยังไม่มี package ในการเรียกใช้คำสั่งและมีขั้นตอนในการคำนวณค่อนข้างมาก

## 2. ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป

2.1 ศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยในตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นพหุ เมื่อข้อมูลมีค่าผิดปกติ นอกเหนือจากที่ใช้ในการศึกษาในครั้งนี้ เช่น วิธีตัวประมาณ modified GM6 หรือการปรับฟังก์ชันความแรงที่เหมาะสมเป็น Andrews' wave function เป็นต้น

2.2 ศึกษาในกรณีความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบอื่นๆ เช่น การแจกแจงแบบโคชี และการแจกแจงแบบดับเบิลเอกซ์โพเนนเชียล เป็นต้น

2.3 ศึกษาการตรวจสอบค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระหรือตัวแปรตาม นอกเหนือจากการตรวจสอบค่าผิดปกติโดยใช้กราฟแบบ Box และ Whisker เช่น ค่า leverage ที่  $i$ , ค่า Mahalanobis distance ที่  $i$  และค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานที่  $i$  เป็นต้น

2.4 ศึกษาในกรณีที่ตัวแปรอิสระมีจำนวนมากกว่า 2 ตัวแปร เมื่อข้อมูลมีค่าผิดปกติ

## เอกสารและสิ่งอ้างอิง

- กัญญารัตน์ โพธิสุทธิ. 2547. การประมาณค่าพารามิเตอร์ในตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นเมื่อมีค่า  
ผิดพลาดในตัวแปรตาม. วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- จิตรวี วีระประดิษฐ. 2539. การประมาณค่าพารามิเตอร์ในสมการถดถอยเชิงเส้นพหุ เมื่อข้อมูลมีค่า  
ผิดพลาด. วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ณริศรา พิชัยชาญเลิศ. 2544. การเปรียบเทียบความแกร่งของวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์การ  
ถดถอยเชิงเส้น ระหว่างวิธี  $L_1$  และวิธีกำลังสองน้อยที่สุด. วิทยานิพนธ์ปริญญาโท,  
มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์.
- ทรงศิริ แต่สมบัติ. 2548. การวิเคราะห์การถดถอย. พิมพ์ครั้งที่ 3 สำนักพิมพ์  
มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, กรุงเทพฯ.
- ปิยะนาฏ หาดารา. 2549. การเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยเชิงเส้นพหุ  
เมื่อข้อมูลมีค่าผิดพลาด. วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, มหาวิทยาลัยนเรศวร.
- ประภาพร กอนันตชัย. 2544. การเปรียบเทียบวิธีประมาณค่าพารามิเตอร์ในรูปแบบการ  
ถดถอยเชิงเส้นอย่างง่ายเมื่อข้อมูลมีค่าผิดพลาด. วิทยานิพนธ์ปริญญาโท,  
มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- รุ่งโรจน์ เอียดเกิด. 2546. วิธีประมาณที่แกร่งสำหรับการถดถอยเชิงเส้นพหุ เมื่อข้อมูลมีค่า  
ผิดพลาด. วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ.
- สุภัทรา ศรีคันสนีย์. 2541. การศึกษาเปรียบเทียบตัวประมาณที่แกร่งสำหรับการถดถอยเชิงเส้น  
อย่างง่าย. วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

อุบลรัตน์ ภูระหงษ์. 2549. การศึกษาเปรียบเทียบวิธีการถดถอยแบบเกร็งในการประมาณค่าพารามิเตอร์ในการวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้นพหุ. วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

Alma, O.G. 2011. Comparison of Robust Regression Methods in Linear Regression. **Int. J. Contemp. Math. Sciences** 6 (9): 409-421.

Bagheri, A., H. Midi, M. Ganjali and S. Eftekhari. 2010. A Comparison of Various Influential Points Diagnostic Methods and Robust Regression Approaches: Reanalysis of Interstitial Lung Disease Data. **Applied Mathematical Sciences** 4 (28): 1367-1386.

Beaton, A.E. and J.W. Tukey. 1974. The fitting of power series, meaning polynomials, illustrated on band-spectroscopic data. **Technometrics** 16 (2): 147-185.

Heikkila, J. 2001. **Robust Regression**. Department of Electrical Engineering, University of Oulu.

Huber, P.J. 1964. Robust Estimation of a Location Parameter. **Annals of Mathematical Statistics** 35 (1): 73-101.

Knez, P.J. and M.J. Ready. 1997. On the Robustness of Size and Book-to-Market in Cross-Sectional Regressions. **Journal of Finance** 52 (4): 1355-1382.

Mosteller, F. and J.W. Tukey. 1977. **Data Analysis and Regression**. Wiley, United States of America.

Neter, J., M. Kutner, W. Wasserman and C. Nachtsheim. 2005. **Applied Linear Statistical Models**. 4<sup>th</sup> ed. McGraw-Hill, Singapore.

Rousseeuw, P.J. 1984. Least median of squares regression. **Journal of the American Statistical Association** 79 (388): 871-880.

\_\_\_\_\_ and A.M. Leroy. 2003. **Robust Regression and Outlier Detection**. Wiley, United States of America.

Simpson, J.R. and D.C. Montgomery. 1996. A biased-robust regression technique for the combined outlier-multicollinearity problem. **Journal of Statistical Computation and Simulation** 56 (1): 1-22.

Tukey, J.W. 1977. **Exploratory Data Analysis**. Addison-Wesley, United States of America.



ภาคผนวก



**ภาคผนวก ก**

ตารางแสดงค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี  
กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ  $X_1$ ,  $X_2$  และตัวแปรตาม

**ตารางผนวกที่ ก1** แสดงค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบที่ กรณีสี่ที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ  $X_1$ ,  $X_2$  และตัวแปรตามที่มีระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_1$  ระดับไม่รุนแรง ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20

องศาความเป็นอิสระ	อัตราส่วนค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ $X_1$	วิธี	ระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ $X_2$ ระดับไม่รุนแรง			ระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ $X_2$ ระดับรุนแรง		
			อัตราส่วนค่าผิดปกติตัวแปรอิสระ $X_2$			อัตราส่วนค่าผิดปกติตัวแปรอิสระ $X_2$		
			0.10	0.15	0.20	0.10	0.15	0.20
1	0.10	OLS	1669.7330	1673.8220	1691.1320	1639.1740	1634.5520	1685.9190
		LTS	3.4233	3.3526	3.1491	3.3521	3.2664	2.9766
		GM	<b>2.5194</b>	<b>2.3756</b>	<b>2.2221</b>	<b>2.2685</b>	<b>2.1426</b>	<b>2.0194</b>
	0.15	OLS	1227.5180	1241.2990	1223.2030	1202.1730	1208.9900	1211.0300
		LTS	2.9191	2.9198	2.9009	3.1051	2.9515	2.7382
		GM	<b>2.0732</b>	<b>1.8846</b>	<b>1.8232</b>	<b>1.9146</b>	<b>1.6852</b>	<b>1.6449</b>
	0.20	OLS	1071.9310	1081.0980	1070.3110	1026.8740	1036.1120	1056.0310
		LTS	2.4494	2.5797	2.4543	2.5513	2.5674	2.3283
		GM	<b>1.7117</b>	<b>1.6017</b>	<b>1.5797</b>	<b>1.5895</b>	<b>1.4431</b>	<b>1.3634</b>
4	0.10	OLS	<b>1.0761</b>	<b>1.0381</b>	<b>1.0010</b>	<b>0.9052</b>	<b>0.8887</b>	<b>0.8740</b>
		LTS	2.2535	2.1948	2.0920	1.9532	1.9262	2.0009
		GM	1.1974	1.1151	1.0555	1.0375	0.9446	0.8971
	0.15	OLS	<b>0.9232</b>	<b>0.8888</b>	<b>0.8544</b>	<b>0.7560</b>	<b>0.7446</b>	<b>0.7357</b>
		LTS	1.6241	1.6145	1.5719	1.5967	1.4226	1.4551
		GM	0.9725	0.9684	0.8775	0.8432	0.8120	0.7509
	0.20	OLS	<b>0.7646</b>	<b>0.7335</b>	<b>0.6995</b>	<b>0.6000</b>	<b>0.5932</b>	<b>0.5845</b>
		LTS	1.3487	1.2992	1.3314	1.3154	1.2238	1.1962
		GM	0.8228	0.7850	0.7100	0.6559	0.6348	0.6052
8	0.10	OLS	<b>0.7399</b>	<b>0.7161</b>	<b>0.6954</b>	<b>0.6376</b>	<b>0.6342</b>	<b>0.6217</b>
		LTS	1.8435	1.8019	1.6449	1.7738	1.6060	1.5112
		GM	0.9895	0.9386	0.9207	0.8390	0.8201	0.7888
	0.15	OLS	<b>0.6508</b>	<b>0.6244</b>	<b>0.6009</b>	<b>0.5429</b>	<b>0.5376</b>	<b>0.5238</b>
		LTS	1.4771	1.4173	1.2800	1.2827	1.2984	1.1872
		GM	0.8292	0.8221	0.7720	0.6883	0.6729	0.6786
	0.20	OLS	<b>0.5503</b>	<b>0.5250</b>	<b>0.5015</b>	<b>0.4425</b>	<b>0.4380</b>	<b>0.4252</b>
		LTS	1.3234	1.2597	1.2048	1.1380	1.1416	1.0819
		GM	0.7150	0.6808	0.6753	0.5617	0.5585	0.5756

ตารางผนวกที่ ก2 แสดงค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบที่ กรณีสี่ที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ  $X_1$ ,  $X_2$  และตัวแปรตามที่ระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_1$  ระดับรุนแรง ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20

องศาความเป็นอิสระ	อัตราส่วนค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ $X_1$	วิธี	ระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ $X_2$ ระดับไม่รุนแรง			ระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ $X_2$ ระดับรุนแรง		
			อัตราส่วนค่าผิดปกติตัวแปรอิสระ $X_2$			อัตราส่วนค่าผิดปกติตัวแปรอิสระ $X_2$		
			0.10	0.15	0.20	0.10	0.15	0.20
1	0.10	OLS	713.7280	720.5375	697.4612	708.4006	702.1299	691.8710
		LTS	2.7912	2.6398	2.5312	2.8501	2.8242	2.5621
		GM	<b>1.5177</b>	<b>1.4153</b>	<b>1.4490</b>	<b>1.4558</b>	<b>1.2987</b>	<b>1.1922</b>
	0.15	OLS	442.0918	456.1912	427.0980	414.2457	428.2095	407.9203
		LTS	2.2391	2.2611	2.1182	2.1949	2.3468	2.2098
		GM	<b>1.2289</b>	<b>1.0638</b>	<b>1.0233</b>	<b>1.0652</b>	<b>0.7953</b>	<b>0.8940</b>
	0.20	OLS	304.8203	315.1199	283.9013	269.5741	281.9130	270.2916
		LTS	1.4463	1.4441	1.4944	1.5139	1.5449	1.4167
		GM	<b>1.2625</b>	<b>1.2550</b>	<b>1.2213</b>	<b>1.0663</b>	<b>1.0081</b>	<b>0.9380</b>
4	0.10	OLS	<b>0.4913</b>	<b>0.4541</b>	<b>0.4071</b>	<b>0.3314</b>	<b>0.3162</b>	<b>0.2967</b>
		LTS	1.8354	1.8153	1.7190	1.8548	1.6409	1.6708
		GM	0.5721	0.5458	0.4701	0.4355	0.4163	0.3687
	0.15	OLS	<b>0.4291</b>	<b>0.3968</b>	<b>0.3572</b>	<b>0.2698</b>	<b>0.2609</b>	<b>0.2458</b>
		LTS	1.1975	1.0806	1.0145	1.1981	1.0358	1.0016
		GM	0.4621	0.4364	0.3702	0.3105	0.2923	0.2646
	0.20	OLS	<b>0.3646</b>	<b>0.3344</b>	<b>0.2949</b>	<b>0.2098</b>	<b>0.2021</b>	<b>0.1866</b>
		LTS	1.0003	0.9822	0.9290	0.8795	0.7538	0.7328
		GM	0.4031	0.3709	0.3109	0.2383	0.2219	0.2006
8	0.10	OLS	<b>0.3362</b>	<b>0.3078</b>	<b>0.2848</b>	<b>0.2332</b>	<b>0.2218</b>	<b>0.2107</b>
		LTS	1.5516	1.4511	1.2806	1.4517	1.4334	1.1567
		GM	0.4486	0.4233	0.3872	0.3223	0.2953	0.2846
	0.15	OLS	<b>0.3096</b>	<b>0.2134</b>	<b>0.2547</b>	<b>0.1991</b>	<b>0.1892</b>	<b>0.1762</b>
		LTS	1.1188	0.7929	0.9205	0.9654	0.8699	0.7234
		GM	0.4020	0.2767	0.3315	0.2595	0.2404	0.2197
	0.20	OLS	<b>0.2667</b>	<b>0.2390</b>	<b>0.2134</b>	<b>0.1564</b>	<b>0.1489</b>	<b>0.1362</b>
		LTS	0.9464	0.8979	0.7929	0.7649	0.8045	0.6683
		GM	0.3522	0.3154	0.2767	0.2015	0.1861	0.1696

ตารางผนวกที่ ก3 แสดงค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบที่ กรณีสี่ที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ  $X_1$ ,  $X_2$  และตัวแปรตามที่มีระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_1$  ระดับไม่รุนแรง ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50

องศาความเป็นอิสระ	อัตราส่วนค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ $X_1$	วิธี	ระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ $X_2$ ระดับไม่รุนแรง			ระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ $X_2$ ระดับรุนแรง		
			อัตราส่วนค่าผิดปกติตัวแปรอิสระ $X_2$			อัตราส่วนค่าผิดปกติตัวแปรอิสระ $X_2$		
			0.10	0.15	0.20	0.10	0.15	0.20
1	0.10	OLS	1339.5770	1652.0720	1481.7400	1042.2060	1091.5370	1038.5850
		LTS	0.7670	0.6998	0.6702	0.6598	0.6181	0.6081
		GM	<b>0.6085</b>	<b>0.5704</b>	<b>0.5582</b>	<b>0.5279</b>	<b>0.5173</b>	<b>0.5112</b>
	0.15	OLS	877.7053	1179.2550	1021.6520	595.5250	683.9145	631.8905
		LTS	0.5650	0.5563	0.5263	0.4977	0.4664	0.4602
		GM	<b>0.4840</b>	<b>0.4415</b>	<b>0.4311</b>	<b>0.3976</b>	<b>0.3855</b>	<b>0.3823</b>
	0.20	OLS	736.0921	1037.0290	878.3811	442.5093	542.8901	491.1666
		LTS	0.5347	0.4932	0.4878	0.4574	0.4072	0.4016
		GM	<b>0.4257</b>	<b>0.3904</b>	<b>0.3726</b>	<b>0.3468</b>	<b>0.3359</b>	<b>0.3272</b>
4	0.10	OLS	0.4079	0.3882	0.3834	0.3528	0.3433	0.3443
		LTS	0.5396	0.5063	0.5034	0.4932	0.4823	0.4793
		GM	<b>0.3288</b>	<b>0.3113</b>	<b>0.3058</b>	<b>0.2860</b>	<b>0.2799</b>	<b>0.2785</b>
	0.15	OLS	0.3313	0.3106	0.3051	0.2773	0.2669	0.2672
		LTS	0.4183	0.4020	0.3948	0.3916	0.3609	0.3491
		GM	<b>0.2775</b>	<b>0.2585</b>	<b>0.2510</b>	<b>0.2354</b>	<b>0.2277</b>	<b>0.2228</b>
	0.20	OLS	0.3010	0.2801	0.2740	0.2471	0.2369	0.2366
		LTS	0.3531	0.3343	0.3273	0.3223	0.2980	0.2944
		GM	<b>0.2464</b>	<b>0.2267</b>	<b>0.2195</b>	<b>0.2010</b>	<b>0.1962</b>	<b>0.1916</b>
8	0.10	OLS	<b>0.2447</b>	<b>0.2331</b>	<b>0.2291</b>	<b>0.2085</b>	<b>0.2048</b>	<b>0.2039</b>
		LTS	0.4742	0.4400	0.4163	0.4153	0.3770	0.3722
		GM	0.3091	0.2932	0.2890	0.2612	0.2530	0.2568
	0.15	OLS	<b>0.2063</b>	<b>0.1944</b>	<b>0.1898</b>	<b>0.1710</b>	<b>0.1667</b>	<b>0.1655</b>
		LTS	0.3703	0.3494	0.3429	0.3224	0.3100	0.2969
		GM	0.2657	0.2500	0.2470	0.2171	0.2105	0.2121
	0.20	OLS	<b>0.1873</b>	<b>0.1762</b>	<b>0.1711</b>	<b>0.1511</b>	<b>0.1475</b>	<b>0.1462</b>
		LTS	0.3099	0.3036	0.2830	0.2728	0.2528	0.2404
		GM	0.2475	0.2290	0.2266	0.1979	0.1885	0.1906

**ตารางผนวกที่ 4** แสดงค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบที่ กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ  $X_1$ ,  $X_2$  และตัวแปรตามที่ระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_1$  ระดับรุนแรง ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50

องศาความเป็นอิสระ	อัตราส่วนค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ $X_1$	วิธี	ระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ $X_2$ ระดับไม่รุนแรง			ระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ $X_2$ ระดับรุนแรง		
			อัตราส่วนค่าผิดปกติตัวแปรอิสระ $X_2$			อัตราส่วนค่าผิดปกติตัวแปรอิสระ $X_2$		
			0.10	0.15	0.20	0.10	0.15	0.20
1	0.10	OLS	747.8095	1058.1260	883.4536	393.3138	521.1188	458.5590
		LTS	0.5181	0.4234	0.4447	0.4274	0.3867	0.3608
		GM	<b>0.3146</b>	<b>0.2736</b>	<b>0.2632</b>	<b>0.2480</b>	<b>0.2180</b>	<b>0.2136</b>
	0.15	OLS	512.0985	784.3543	625.9689	193.5766	305.6354	251.6547
		LTS	0.4131	0.3416	0.3332	0.2892	0.2704	0.2726
		GM	<b>0.2244</b>	<b>0.1907</b>	<b>0.1780</b>	<b>0.1524</b>	<b>0.1344</b>	<b>0.1300</b>
	0.20	OLS	470.9255	737.5184	578.9281	153.7032	264.3316	209.7608
		LTS	0.2899	0.2756	0.2584	0.2117	0.1642	0.1835
		GM	<b>0.2054</b>	<b>0.1729</b>	<b>0.1564</b>	<b>0.1319</b>	<b>0.1135</b>	<b>0.1050</b>
4	0.10	OLS	0.1816	0.1635	0.1569	0.1279	0.1196	0.1187
		LTS	0.3844	0.3588	0.3461	0.3572	0.3209	0.3102
		GM	<b>0.1564</b>	<b>0.1385</b>	<b>0.1294</b>	<b>0.1109</b>	<b>0.1046</b>	<b>0.0999</b>
	0.15	OLS	0.1479	0.1290	0.1218	0.0952	0.0862	0.0846
		LTS	0.2655	0.2362	0.2303	0.2247	0.1946	0.1882
		GM	<b>0.1326</b>	<b>0.1130</b>	<b>0.1038</b>	<b>0.0867</b>	<b>0.0770</b>	<b>0.0730</b>
	0.20	OLS	0.1385	0.1194	0.1119	0.0858	0.0770	0.0751
		LTS	0.1990	0.1695	0.1638	0.1536	0.1316	0.1369
		GM	<b>0.1198</b>	<b>0.1012</b>	<b>0.0935</b>	<b>0.0732</b>	<b>0.0658</b>	<b>0.0629</b>
8	0.10	OLS	<b>0.1131</b>	<b>0.0998</b>	<b>0.0948</b>	<b>0.0749</b>	<b>0.0691</b>	<b>0.0678</b>
		LTS	0.3374	0.3064	0.2704	0.2740	0.2457	0.2314
		GM	0.1409	0.1272	0.1188	0.0946	0.0857	0.0848
	0.15	OLS	<b>0.0954</b>	<b>0.0824</b>	<b>0.0770</b>	<b>0.0585</b>	<b>0.0529</b>	<b>0.0511</b>
		LTS	0.2169	0.1906	0.1910	0.1840	0.1345	0.1377
		GM	0.1215	0.1054	0.0990	0.0727	0.0662	0.0649
	0.20	OLS	<b>0.0893</b>	<b>0.0770</b>	<b>0.0713</b>	<b>0.0519</b>	<b>0.0468</b>	<b>0.0450</b>
		LTS	0.1846	0.1721	0.1617	0.1512	0.1098	0.1063
		GM	0.1149	0.0983	0.0917	0.0660	0.0582	0.0570

ตารางผนวกที่ 5 แสดงค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบที่ กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ  $X_1$ ,  $X_2$  และตัวแปรตามที่ระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_1$  ระดับไม่รุนแรง ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100

องศาความเป็นอิสระ	อัตราส่วนค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ $X_1$	วิธี	ระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ $X_2$ ระดับไม่รุนแรง			ระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ $X_2$ ระดับรุนแรง		
			อัตราส่วนค่าผิดปกติตัวแปรอิสระ $X_2$			อัตราส่วนค่าผิดปกติตัวแปรอิสระ $X_2$		
			0.10	0.15	0.20	0.10	0.15	0.20
1	0.10	OLS	1645.7370	1340.0250	1093.7310	1023.3050	905.1712	663.5653
		LTS	0.3094	0.2988	0.2798	0.2641	0.2582	0.2497
		GM	<b>0.2462</b>	<b>0.2385</b>	<b>0.2298</b>	<b>0.2104</b>	<b>0.2069</b>	<b>0.2049</b>
	0.15	OLS	1415.5130	1138.5970	953.7847	811.5067	725.2430	547.2783
		LTS	0.2535	0.2450	0.2309	0.2156	0.2148	0.2056
		GM	<b>0.2099</b>	<b>0.2019</b>	<b>0.1934</b>	<b>0.1751</b>	<b>0.1708</b>	<b>0.1689</b>
	0.20	OLS	1319.7640	1022.3910	878.4292	688.9217	590.7268	440.8094
		LTS	0.2188	0.2047	0.1915	0.1815	0.1698	0.1633
		GM	<b>0.1797</b>	<b>0.1721</b>	<b>0.1630</b>	<b>0.1445</b>	<b>0.1408</b>	<b>0.1382</b>
4	0.10	OLS	0.2029	0.1920	0.1862	0.1684	0.1637	0.1618
		LTS	0.2195	0.2094	0.2031	0.1945	0.1870	0.1819
		GM	<b>0.1752</b>	<b>0.1660</b>	<b>0.1612</b>	<b>0.1500</b>	<b>0.1440</b>	<b>0.1435</b>
	0.15	OLS	0.1749	0.1639	0.1579	0.1402	0.1354	0.1332
		LTS	0.1779	0.1743	0.1699	0.1547	0.1473	0.1426
		GM	<b>0.1485</b>	<b>0.1394</b>	<b>0.1350</b>	<b>0.1231</b>	<b>0.1177</b>	<b>0.1171</b>
	0.20	OLS	0.1526	0.1417	0.1354	0.1179	0.1132	0.1108
		LTS	0.1505	0.1435	0.1386	0.1309	0.1196	0.1169
		GM	<b>0.1313</b>	<b>0.1222</b>	<b>0.1175</b>	<b>0.1060</b>	<b>0.1003</b>	<b>0.0993</b>
8	0.10	OLS	<b>0.1321</b>	<b>0.1261</b>	<b>0.1184</b>	<b>0.1132</b>	<b>0.1105</b>	<b>0.1094</b>
		LTS	0.1845	0.1838	0.1852	0.1679	0.1712	0.1582
		GM	0.1425	0.1377	0.1497	0.1236	0.1234	0.1212
	0.15	OLS	<b>0.1137</b>	<b>0.1077</b>	<b>0.0990</b>	<b>0.0945</b>	<b>0.0919</b>	<b>0.0907</b>
		LTS	0.1573	0.1498	0.1527	0.1404	0.1298	0.1246
		GM	0.1228	0.1179	0.1261	0.1040	0.1032	0.1014
	0.20	OLS	<b>0.0951</b>	<b>0.0895</b>	<b>0.0853</b>	<b>0.0767</b>	<b>0.0742</b>	<b>0.0729</b>
		LTS	0.1319	0.1247	0.1330	0.1152	0.1040	0.1021
		GM	0.1055	0.0999	0.1068	0.0866	0.0849	0.0831

ตารางผนวกที่ 6 แสดงค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบที่ กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ  $X_1$ ,  $X_2$  และตัวแปรตามที่ระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_1$  ระดับรุนแรง ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100

องศาความเป็นอิสระ	อัตราส่วนค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ $X_1$	วิธี	ระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ $X_2$ ระดับไม่รุนแรง			ระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ $X_2$ ระดับรุนแรง		
			อัตราส่วนค่าผิดปกติตัวแปรอิสระ $X_2$			อัตราส่วนค่าผิดปกติตัวแปรอิสระ $X_2$		
			0.10	0.15	0.20	0.10	0.15	0.20
1	0.10	OLS	1095.2310	790.1046	684.3759	492.0683	368.4310	276.0670
		LTS	0.1674	0.1490	0.1399	0.1232	0.1104	0.1120
		GM	<b>0.1155</b>	<b>0.1071</b>	<b>0.0981</b>	<b>0.0803</b>	<b>0.0762</b>	<b>0.0730</b>
	0.15	OLS	993.3055	712.5416	625.2910	412.5635	312.1858	238.8008
		LTS	0.1208	0.1098	0.0981	0.0849	0.0742	0.0682
		GM	<b>0.0972</b>	<b>0.0885</b>	<b>0.0798</b>	<b>0.0625</b>	<b>0.0583</b>	<b>0.0553</b>
	0.20	OLS	1000.8580	703.6062	635.4949	399.7761	287.9955	224.8728
		LTS	0.1034	0.0941	0.0819	0.0717	0.0574	0.0538
		GM	<b>0.0866</b>	<b>0.0777</b>	<b>0.0686</b>	<b>0.0511</b>	<b>0.0471</b>	<b>0.0438</b>
4	0.10	OLS	0.0919	0.0817	0.0762	0.0600	0.0559	0.0540
		LTS	0.1092	0.1041	0.0972	0.0919	0.0817	0.0735
		GM	<b>0.0781</b>	<b>0.0702</b>	<b>0.0658</b>	<b>0.0538</b>	<b>0.0499</b>	<b>0.0484</b>
	0.15	OLS	0.0804	0.0702	0.0647	0.0482	0.0440	0.0422
		LTS	0.0850	0.0794	0.0703	0.0595	0.0538	0.0514
		GM	<b>0.0667</b>	<b>0.0596</b>	<b>0.0548</b>	<b>0.0424</b>	<b>0.0389</b>	<b>0.0376</b>
	0.20	OLS	0.0725	0.0623	0.0566	0.0402	0.0360	0.0341
		LTS	0.0722	0.0635	0.0576	0.0484	0.0404	0.0355
		GM	<b>0.0607</b>	<b>0.0534</b>	<b>0.0486</b>	<b>0.0364</b>	<b>0.0327</b>	<b>0.0312</b>
8	0.10	OLS	<b>0.0594</b>	<b>0.0533</b>	<b>0.0489</b>	<b>0.0403</b>	<b>0.0375</b>	<b>0.0362</b>
		LTS	0.1058	0.1028	0.0972	0.0914	0.0833	0.0825
		GM	0.0646	0.0585	0.0605	0.0442	0.0421	0.0410
	0.15	OLS	<b>0.0519</b>	<b>0.0460</b>	<b>0.0411</b>	<b>0.0328</b>	<b>0.0301</b>	<b>0.0286</b>
		LTS	0.0738	0.0660	0.0667	0.0560	0.0486	0.0449
		GM	0.0564	0.0501	0.0507	0.0361	0.0338	0.0322
	0.20	OLS	<b>0.0451</b>	<b>0.0395</b>	<b>0.0362</b>	<b>0.0265</b>	<b>0.0239</b>	<b>0.0225</b>
		LTS	0.0614	0.0539	0.0560	0.0440	0.0357	0.0312
		GM	0.0503	0.0440	0.0444	0.0299	0.0274	0.0257

ตารางผนวกที่ ก7 แสดงค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบที่ กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ  $X_1$ ,  $X_2$  และตัวแปรตามที่ระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_1$  ระดับไม่รุนแรง ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 200

องศาความเป็นอิสระ	อัตราส่วนค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ $X_1$	วิธี	ระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ $X_2$ ระดับไม่รุนแรง			ระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ $X_2$ ระดับรุนแรง		
			อัตราส่วนค่าผิดปกติตัวแปรอิสระ $X_2$			อัตราส่วนค่าผิดปกติตัวแปรอิสระ $X_2$		
			0.10	0.15	0.20	0.10	0.15	0.20
1	0.10	OLS	1638.0640	1512.8720	1259.0810	1075.9460	1030.4530	911.5997
		LTS	0.1361	0.1291	0.1279	0.1124	0.1107	0.1098
		GM	<b>0.1103</b>	<b>0.1051</b>	<b>0.1026</b>	<b>0.0938</b>	<b>0.0915</b>	<b>0.0911</b>
	0.15	OLS	1414.0250	1289.6510	1033.3960	842.3224	803.7859	681.9106
		LTS	0.1144	0.1055	0.1055	0.0937	0.0888	0.0894
		GM	<b>0.0932</b>	<b>0.0880</b>	<b>0.0855</b>	<b>0.0770</b>	<b>0.0747</b>	<b>0.0742</b>
	0.20	OLS	1269.1080	1126.2430	877.7240	701.1388	643.3665	527.9692
		LTS	0.1013	0.0939	0.0922	0.0832	0.0769	0.0763
		GM	<b>0.0828</b>	<b>0.0779</b>	<b>0.0751</b>	<b>0.0667</b>	<b>0.0647</b>	<b>0.0640</b>
4	0.10	OLS	0.1006	0.0954	0.0931	0.0849	0.0824	0.0819
		LTS	0.0947	0.0898	0.0877	0.0832	0.0772	0.0765
		GM	<b>0.0823</b>	<b>0.0774</b>	<b>0.0754</b>	<b>0.0704</b>	<b>0.0677</b>	<b>0.0675</b>
	0.15	OLS	0.0871	0.0819	0.0794	0.0715	0.0689	0.0683
		LTS	0.0832	0.0750	0.0725	0.0682	0.0626	0.0622
		GM	<b>0.0701</b>	<b>0.0655</b>	<b>0.0635</b>	<b>0.0579</b>	<b>0.0555</b>	<b>0.0553</b>
	0.20	OLS	0.0763	0.0711	0.0687	0.0606	0.0581	0.0575
		LTS	0.0712	0.0654	0.0622	0.0573	0.0520	0.0508
		GM	<b>0.0609</b>	<b>0.0561</b>	<b>0.0543</b>	<b>0.0489</b>	<b>0.0463</b>	<b>0.0461</b>
8	0.10	OLS	<b>0.0668</b>	<b>0.0644</b>	<b>0.0621</b>	<b>0.0552</b>	<b>0.0546</b>	<b>0.0537</b>
		LTS	0.0825	0.0785	0.0758	0.0664	0.0660	0.0655
		GM	0.0752	0.0717	0.0697	0.0630	0.0613	0.0608
	0.15	OLS	<b>0.0587</b>	<b>0.0560</b>	<b>0.0538</b>	<b>0.0471</b>	<b>0.0460</b>	<b>0.0451</b>
		LTS	0.0708	0.0669	0.0655	0.0571	0.0526	0.0544
		GM	0.0646	0.0617	0.0598	0.0525	0.0510	0.0505
	0.20	OLS	<b>0.0527</b>	<b>0.0499</b>	<b>0.0477</b>	<b>0.0409</b>	<b>0.0398</b>	<b>0.0390</b>
		LTS	0.0627	0.0582	0.0578	0.0499	0.0464	0.0462
		GM	0.0583	0.0554	0.0532	0.0460	0.0446	0.0438

ตารางผนวกที่ 8 แสดงค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบที่ กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ  $X_1$ ,  $X_2$  และตัวแปรตามที่ระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_1$  ระดับรุนแรง ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 200

องศาความเป็นอิสระ	อัตราส่วนค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ $X_1$	วิธี	ระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ $X_2$ ระดับไม่รุนแรง			ระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ $X_2$ ระดับรุนแรง		
			อัตราส่วนค่าผิดปกติตัวแปรอิสระ $X_2$			อัตราส่วนค่าผิดปกติตัวแปรอิสระ $X_2$		
			0.10	0.15	0.20	0.10	0.15	0.20
1	0.10	OLS	954.9020	801.0889	603.1017	479.1793	397.6912	321.4591
		LTS	0.0621	0.0561	0.0525	0.0420	0.0390	0.0384
		GM	<b>0.0499</b>	<b>0.0451</b>	<b>0.0422</b>	<b>0.0332</b>	<b>0.0311</b>	<b>0.0305</b>
	0.15	OLS	876.2887	725.5183	521.8125	381.9077	309.3574	229.3802
		LTS	0.0522	0.0455	0.0431	0.0333	0.0297	0.0288
		GM	<b>0.0426</b>	<b>0.0377</b>	<b>0.0346</b>	<b>0.0263</b>	<b>0.0241</b>	<b>0.0232</b>
	0.20	OLS	839.0109	678.9523	477.3733	342.7950	261.6592	183.3725
		LTS	0.0476	0.0411	0.0378	0.0291	0.0249	0.0238
		GM	<b>0.0394</b>	<b>0.0346</b>	<b>0.0314</b>	<b>0.0231</b>	<b>0.0210</b>	<b>0.0200</b>
4	0.10	OLS	0.0450	0.0402	0.0376	0.0295	0.0274	0.0266
		LTS	0.0459	0.0398	0.0386	0.0336	0.0296	0.0288
		GM	<b>0.0371</b>	<b>0.0325</b>	<b>0.0300</b>	<b>0.0248</b>	<b>0.0224</b>	<b>0.0216</b>
	0.15	OLS	0.0395	0.0348	0.0321	0.0241	0.0219	0.0211
		LTS	0.0376	0.0334	0.0305	0.0246	0.0206	0.0201
		GM	<b>0.0322</b>	<b>0.0278</b>	<b>0.0255</b>	<b>0.0197</b>	<b>0.0176</b>	<b>0.0170</b>
	0.20	OLS	0.0360	0.0313	0.0287	0.0205	0.0184	0.0176
		LTS	0.0331	0.0285	0.0261	0.0200	0.0169	0.0159
		GM	<b>0.0288</b>	<b>0.0245</b>	<b>0.0223</b>	<b>0.0166</b>	<b>0.0145</b>	<b>0.0138</b>
8	0.10	OLS	<b>0.0311</b>	<b>0.0284</b>	<b>0.0262</b>	<b>0.0202</b>	<b>0.0192</b>	<b>0.0184</b>
		LTS	0.0385	0.0348	0.0329	0.0260	0.0238	0.0223
		GM	0.0350	0.0316	0.0292	0.0229	0.0213	0.0206
	0.15	OLS	<b>0.0277</b>	<b>0.0249</b>	<b>0.0227</b>	<b>0.0165</b>	<b>0.0153</b>	<b>0.0146</b>
		LTS	0.0348	0.0307	0.0284	0.0212	0.0185	0.0182
		GM	0.0311	0.0280	0.0258	0.0187	0.0174	0.0167
	0.20	OLS	<b>0.0258</b>	<b>0.0230</b>	<b>0.0208</b>	<b>0.0145</b>	<b>0.0133</b>	<b>0.0126</b>
		LTS	0.0314	0.0279	0.0258	0.0185	0.0158	0.0153
		GM	0.0288	0.0258	0.0235	0.0164	0.0151	0.0143

**ตารางผนวกที่ 9** แสดงค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอกลอนออร์มอด กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ  $X_1$ ,  $X_2$  และตัวแปรตามที่ระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_1$  ระดับไม่รุนแรง ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	อัตราส่วนค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ $X_1$	วิธี	ระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ $X_2$ ระดับไม่รุนแรง			ระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ $X_2$ ระดับรุนแรง			
			อัตราส่วนค่าผิดปกติตัวแปรอิสระ $X_2$			อัตราส่วนค่าผิดปกติตัวแปรอิสระ $X_2$			
			0.10	0.15	0.20	0.10	0.15	0.20	
1	0.10	OLS	3.1765	3.1000	3.1204	2.8357	2.7652	2.7570	
		LTS	1.3091	1.3195	1.2873	1.2130	1.2005	1.2501	
		GM	<b>1.0552</b>	<b>1.0129</b>	<b>1.0727</b>	<b>0.9426</b>	<b>0.9140</b>	<b>0.9545</b>	
	0.15	OLS	2.9443	2.8465	2.8595	2.5987	2.5199	2.5181	
		LTS	1.1478	1.1529	1.2101	1.0654	1.0388	1.1155	
		GM	<b>0.9286</b>	<b>0.8684</b>	<b>0.9236</b>	<b>0.8082</b>	<b>0.7594</b>	<b>0.8022</b>	
	0.20	OLS	2.5977	2.5121	2.4778	2.2452	2.1750	2.1564	
		LTS	1.0369	1.0381	1.0947	0.9762	0.9103	0.9438	
		GM	<b>0.8575</b>	<b>0.7971</b>	<b>0.8209</b>	<b>0.7853</b>	<b>0.6913</b>	<b>0.7051</b>	
	1.5	0.10	OLS	32.7254	31.6005	29.8866	27.1776	25.7168	25.3008
			LTS	<b>1.9456</b>	1.9641	<b>1.8447</b>	1.9181	1.8306	1.6387
			GM	2.0694	<b>1.9103</b>	2.0859	<b>1.7599</b>	<b>1.7283</b>	<b>1.6002</b>
0.15		OLS	30.7833	29.3108	27.8820	24.8947	23.4706	23.3287	
		LTS	<b>1.6306</b>	1.6268	<b>1.6226</b>	1.5729	1.4655	<b>1.3910</b>	
		GM	1.7290	<b>1.5500</b>	1.7403	<b>1.4508</b>	<b>1.3507</b>	1.4559	
0.20		OLS	26.3285	25.3085	23.8379	20.2685	19.2809	18.7493	
		LTS	<b>1.4025</b>	1.4699	1.4628	<b>1.2972</b>	1.3469	<b>1.1568</b>	
		GM	1.5515	<b>1.3535</b>	<b>1.3167</b>	1.3895	<b>1.1141</b>	1.1748	
2		0.10	OLS	594.4295	565.8611	485.0445	458.4742	413.1070	401.8347
			LTS	<b>2.9271</b>	<b>3.2921</b>	<b>3.3856</b>	<b>2.8557</b>	<b>2.7791</b>	<b>2.6666</b>
			GM	4.4327	3.8497	3.6158	4.3169	3.2532	3.1341
	0.15	OLS	571.9085	538.4645	473.2828	422.3301	385.3480	380.4379	
		LTS	<b>2.4158</b>	<b>2.5300</b>	<b>2.5478</b>	<b>2.7435</b>	2.3422	<b>2.0935</b>	
		GM	3.5674	2.8515	4.1030	3.1069	<b>2.3146</b>	2.7863	
	0.20	OLS	483.1442	464.4097	392.4471	334.0644	311.2281	296.9566	
		LTS	<b>1.9091</b>	<b>1.9339</b>	<b>1.9920</b>	<b>2.0704</b>	<b>1.8612</b>	<b>1.7239</b>	
		GM	3.1417	2.5139	2.4585	2.9025	2.0920	2.0026	

**ตารางผนวกที่ 10** แสดงค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอการิธึมอล กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ  $X_1$ ,  $X_2$  และตัวแปรตามทีละระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_1$  ระดับรุนแรง ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	อัตราส่วนค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ $X_1$	วิธี	ระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ $X_2$ ระดับไม่รุนแรง			ระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ $X_2$ ระดับรุนแรง		
			อัตราส่วนค่าผิดปกติตัวแปรอิสระ $X_2$			อัตราส่วนค่าผิดปกติตัวแปรอิสระ $X_2$		
			0.10	0.15	0.20	0.10	0.15	0.20
1	0.10	OLS	2.0025	1.9401	1.8783	1.6353	1.6071	1.5706
		LTS	1.1512	1.1596	1.2435	1.1655	1.0577	1.1390
		GM	<b>0.8111</b>	<b>0.7823</b>	<b>0.8025</b>	<b>0.7013</b>	<b>0.6864</b>	<b>0.7233</b>
	0.15	OLS	1.9360	1.8502	1.8090	1.5639	1.5172	1.4880
		LTS	0.9453	0.8792	1.0002	1.0095	0.8166	0.9430
		GM	<b>0.6296</b>	<b>0.5789</b>	<b>0.5730</b>	<b>0.5411</b>	<b>0.4862</b>	<b>0.4921</b>
	0.20	OLS	1.7935	1.7148	1.6321	1.4152	1.3736	1.3388
		LTS	0.8625	0.7927	0.7583	0.7104	0.6735	0.7216
		GM	<b>0.6356</b>	<b>0.5733</b>	<b>0.5605</b>	<b>0.5296</b>	<b>0.4590</b>	<b>0.4790</b>
1.5	0.10	OLS	17.8990	17.0745	14.8618	11.9667	11.6022	10.8039
		LTS	1.8476	1.8984	1.7780	1.9580	1.5882	1.9585
		GM	<b>1.5650</b>	<b>1.4207</b>	<b>1.6144</b>	<b>1.3782</b>	<b>1.4788</b>	<b>1.5461</b>
	0.15	OLS	18.0595	16.8072	14.9814	11.8723	11.1894	10.5907
		LTS	1.4313	1.3118	1.4346	1.1916	1.1597	1.5800
		GM	<b>1.1361</b>	<b>0.9685</b>	<b>0.9478</b>	<b>1.0331</b>	<b>0.7855</b>	<b>0.8403</b>
	0.20	OLS	16.5224	15.4492	13.1726	10.1314	9.6276	8.8380
		LTS	<b>1.0427</b>	1.0231	1.3792	0.9636	0.9374	0.8470
		GM	1.1448	<b>0.9622</b>	<b>0.8537</b>	<b>0.9526</b>	<b>0.8104</b>	<b>0.7824</b>
2	0.10	OLS	318.4792	300.9176	222.5408	178.4907	167.9626	145.9338
		LTS	<b>2.4179</b>	<b>2.9015</b>	<b>2.9551</b>	<b>1.7699</b>	<b>2.3453</b>	<b>2.2605</b>
		GM	3.1026	3.3585	3.1296	3.5899	3.0079	3.0596
	0.15	OLS	339.0533	311.5082	244.9897	189.2566	173.5961	155.7171
		LTS	<b>2.1100</b>	<b>2.0329</b>	<b>1.9083</b>	<b>1.7052</b>	<b>1.5808</b>	<b>1.6353</b>
		GM	2.9430	2.2537	2.1573	2.4483	2.0486	2.0225
	0.20	OLS	312.0047	290.7988	214.7762	158.8249	148.7491	126.4739
		LTS	<b>1.4872</b>	<b>1.4694</b>	<b>1.5517</b>	<b>1.2743</b>	<b>1.2692</b>	<b>1.2711</b>
		GM	2.9527	2.0448	1.6740	2.3290	1.7074	1.4489

**ตารางผนวกที่ ก11** แสดงค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอการิธึมอล กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ  $X_1$ ,  $X_2$  และตัวแปรตามที่ระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_1$  ระดับไม่รุนแรง ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	อัตราส่วนค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ $X_1$	วิธี	ระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ $X_2$ ระดับไม่รุนแรง			ระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ $X_2$ ระดับรุนแรง			
			อัตราส่วนค่าผิดปกติตัวแปรอิสระ $X_2$			อัตราส่วนค่าผิดปกติตัวแปรอิสระ $X_2$			
			0.10	0.15	0.20	0.10	0.15	0.20	
1	0.10	OLS	2.0420	1.9953	1.9863	1.9268	1.9045	1.9063	
		LTS	0.4724	<b>0.4612</b>	<b>0.4552</b>	0.4587	0.4498	0.4525	
		GM	<b>0.4697</b>	0.4678	0.4629	<b>0.4441</b>	<b>0.4459</b>	<b>0.4445</b>	
	0.15	OLS	1.9281	1.8808	1.8622	1.7984	1.7794	1.7728	
		LTS	<b>0.4312</b>	<b>0.4287</b>	<b>0.4251</b>	<b>0.4190</b>	<b>0.4041</b>	0.4200	
		GM	0.4445	0.4433	0.4383	0.4194	0.4217	<b>0.4190</b>	
	0.20	OLS	1.8200	1.7555	1.7361	1.6962	1.6811	1.6740	
		LTS	<b>0.4239</b>	<b>0.4112</b>	<b>0.4128</b>	<b>0.4031</b>	<b>0.3964</b>	<b>0.3998</b>	
		GM	0.4312	0.4227	0.4189	0.4042	0.4052	0.4035	
	1.5	0.10	OLS	22.0700	21.2656	21.7592	20.9817	20.9435	21.5881
			LTS	<b>0.4682</b>	<b>0.4628</b>	<b>0.4474</b>	<b>0.4370</b>	<b>0.4270</b>	<b>0.4258</b>
			GM	0.5451	0.5399	0.5319	0.5060	0.5034	0.4992
0.15		OLS	22.6028	21.5575	21.5619	20.4805	20.3858	20.6711	
		LTS	<b>0.4279</b>	<b>0.4270</b>	<b>0.4177</b>	<b>0.4071</b>	<b>0.3994</b>	<b>0.3951</b>	
		GM	0.5080	0.4941	0.4887	0.4654	0.4622	0.4581	
0.20		OLS	19.6364	18.7260	18.7761	17.7393	17.8899	18.1468	
		LTS	<b>0.4225</b>	<b>0.4021</b>	<b>0.3945</b>	<b>0.3866</b>	<b>0.3788</b>	<b>0.3783</b>	
		GM	0.4849	0.4659	0.4597	0.4465	0.4423	0.4383	
2		0.10	OLS	558.4273	538.7219	574.8494	554.6312	581.6371	622.0032
			LTS	<b>0.4868</b>	<b>0.4847</b>	<b>0.4613</b>	<b>0.4432</b>	<b>0.4375</b>	<b>0.4303</b>
			GM	0.5913	0.5759	0.5742	0.5374	0.5339	0.5410
	0.15	OLS	684.4408	641.9639	650.4587	611.3350	626.5074	647.6932	
		LTS	<b>0.4467</b>	<b>0.4304</b>	<b>0.4223</b>	<b>0.4205</b>	<b>0.3955</b>	<b>0.3925</b>	
		GM	0.5511	0.5363	0.5296	0.5024	0.5033	0.4978	
	0.20	OLS	560.2398	525.3823	536.6982	499.5950	530.3526	549.1186	
		LTS	<b>0.4136</b>	<b>0.3928</b>	<b>0.3910</b>	<b>0.3931</b>	<b>0.3640</b>	<b>0.3639</b>	
		GM	0.5289	0.4982	0.5016	0.4782	0.4673	0.4742	

**ตารางผนวกที่ ก12** แสดงค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอการิธึมอล กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ  $X_1$ ,  $X_2$  และตัวแปรตามที่มีระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_1$  ระดับรุนแรง ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	อัตราส่วนค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ $X_1$	วิธี	ระดับค่าผิดปกติตัวแปรอิสระ $X_2$ ระดับไม่รุนแรง			ระดับค่าผิดปกติตัวแปรอิสระ $X_2$ ระดับรุนแรง			
			อัตราส่วนค่าผิดปกติตัวแปรอิสระ $X_2$			อัตราส่วนค่าผิดปกติตัวแปรอิสระ $X_2$			
			0.10	0.15	0.20	0.10	0.15	0.20	
1	0.10	OLS	1.4573	1.4092	1.3902	1.3067	1.2862	1.2826	
		LTS	0.4158	0.4082	0.3931	0.4090	0.3986	0.3880	
		GM	<b>0.3845</b>	<b>0.3775</b>	<b>0.3747</b>	<b>0.3527</b>	<b>0.3550</b>	<b>0.3549</b>	
	0.15	OLS	1.4061	1.3574	1.3333	1.2507	1.2322	1.2244	
		LTS	<b>0.3699</b>	<b>0.3612</b>	<b>0.3598</b>	0.3603	<b>0.3419</b>	<b>0.3430</b>	
		GM	0.3703	0.3682	0.3621	<b>0.3449</b>	0.3467	0.3435	
	0.20	OLS	1.3622	1.3146	1.2915	1.2125	1.1950	1.1875	
		LTS	<b>0.3611</b>	<b>0.3550</b>	<b>0.3464</b>	<b>0.3363</b>	<b>0.3323</b>	<b>0.3301</b>	
		GM	0.3648	0.3616	0.3558	0.3381	0.3389	0.3368	
	1.5	0.10	OLS	11.9697	10.5926	10.3997	9.0025	8.5829	8.7142
			LTS	<b>0.3940</b>	<b>0.3800</b>	<b>0.3790</b>	<b>0.3585</b>	<b>0.3625</b>	<b>0.3669</b>
			GM	0.4143	0.4094	0.4012	0.3794	0.3771	0.3737
0.15		OLS	12.7215	11.2122	10.7116	9.2007	8.7777	8.7126	
		LTS	<b>0.3508</b>	<b>0.3387</b>	<b>0.3379</b>	<b>0.3358</b>	<b>0.3223</b>	<b>0.3203</b>	
		GM	0.3878	0.3825	0.3758	0.3504	0.3499	0.3465	
0.20		OLS	11.4600	10.0088	9.5846	8.1529	7.8101	7.7842	
		LTS	<b>0.3403</b>	<b>0.3239</b>	<b>0.3192</b>	<b>0.3096</b>	<b>0.3048</b>	<b>0.3035</b>	
		GM	0.3790	0.3737	0.3665	0.3437	0.3434	0.3394	
2		0.10	OLS	282.8774	211.0966	207.3991	164.2051	149.6619	158.9668
			LTS	<b>0.3879</b>	<b>0.3603</b>	<b>0.3549</b>	<b>0.3486</b>	<b>0.3255</b>	<b>0.3213</b>
			GM	0.4525	0.4305	0.4350	0.4055	0.3992	0.4044
	0.15	OLS	377.3339	293.0133	271.9564	219.0503	200.0403	199.2428	
		LTS	<b>0.3463</b>	<b>0.3427</b>	<b>0.3217</b>	<b>0.3203</b>	<b>0.3027</b>	<b>0.2904</b>	
		GM	0.4007	0.3855	0.3806	0.3575	0.3511	0.3515	
	0.20	OLS	321.2445	240.1424	224.3617	174.1903	160.6096	162.7014	
		LTS	<b>0.3182</b>	<b>0.3082</b>	<b>0.3041</b>	<b>0.2959</b>	<b>0.2765</b>	<b>0.2790</b>	
		GM	0.3929	0.3770	0.3705	0.3471	0.3403	0.3386	

**ตารางผนวกที่ ก13** แสดงค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอการิธึมอล กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ  $X_1$ ,  $X_2$  และตัวแปรตามที่ระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_1$  ระดับไม่รุนแรง ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	อัตราส่วนค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ $X_1$	วิธี	ระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ $X_2$ ระดับไม่รุนแรง			ระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ $X_2$ ระดับรุนแรง			
			อัตราส่วนค่าผิดปกติตัวแปรอิสระ $X_2$			อัตราส่วนค่าผิดปกติตัวแปรอิสระ $X_2$			
			0.10	0.15	0.20	0.10	0.15	0.20	
1	0.10	OLS	1.2839	1.2734	1.2432	1.1995	1.2001	1.1827	
		LTS	<b>0.3177</b>	<b>0.3161</b>	<b>0.3143</b>	<b>0.3088</b>	<b>0.3075</b>	<b>0.3086</b>	
		GM	0.3438	0.3394	0.3419	0.3345	0.3315	0.3339	
	0.15	OLS	1.2281	1.2114	1.1927	1.1470	1.1396	1.1336	
		LTS	<b>0.3127</b>	<b>0.3084</b>	<b>0.3098</b>	<b>0.3016</b>	<b>0.3014</b>	<b>0.3023</b>	
		GM	0.3386	0.3378	0.3385	0.3289	0.3295	0.3305	
	0.20	OLS	1.1957	1.1744	1.1573	1.1152	1.1055	1.1010	
		LTS	<b>0.3071</b>	<b>0.3063</b>	<b>0.3054</b>	<b>0.2960</b>	<b>0.2979</b>	<b>0.2963</b>	
		GM	0.3333	0.3305	0.3312	0.3237	0.3221	0.3237	
	1.5	0.10	OLS	9.8528	9.8523	9.2934	8.5291	8.5457	8.2705
			LTS	<b>0.2734</b>	<b>0.2703</b>	<b>0.2686</b>	<b>0.2631</b>	<b>0.2611</b>	<b>0.2601</b>
			GM	0.3416	0.3362	0.3376	0.3290	0.3245	0.3271
0.15		OLS	8.6093	8.5190	8.1529	7.3719	7.2651	7.1740	
		LTS	<b>0.2701</b>	<b>0.2651</b>	<b>0.2637</b>	<b>0.2573</b>	<b>0.2542</b>	<b>0.2544</b>	
		GM	0.3338	0.3312	0.3309	0.3200	0.3196	0.3201	
0.20		OLS	8.0957	7.9856	7.6342	6.8238	6.7352	6.6662	
		LTS	<b>0.2620</b>	<b>0.2577</b>	<b>0.2573</b>	<b>0.2504</b>	<b>0.2494</b>	<b>0.2480</b>	
		GM	0.3258	0.3214	0.3211	0.3126	0.3096	0.3102	
2		0.10	OLS	207.0961	218.8806	198.9595	175.6822	176.8317	168.5947
			LTS	<b>0.2264</b>	<b>0.2270</b>	<b>0.2244</b>	<b>0.2148</b>	<b>0.2153</b>	<b>0.2130</b>
			GM	0.3175	0.3137	0.3129	0.3018	0.2982	0.2985
	0.15	OLS	167.2896	176.3480	161.5217	137.9939	134.9106	132.2660	
		LTS	<b>0.2174</b>	<b>0.2180</b>	<b>0.2164</b>	<b>0.2040</b>	<b>0.2057</b>	<b>0.2048</b>	
		GM	0.3076	0.3043	0.3038	0.2904	0.2897	0.2905	
	0.20	OLS	154.2671	165.8717	150.0831	121.4324	121.1274	118.7223	
		LTS	<b>0.2141</b>	<b>0.2125</b>	<b>0.2116</b>	<b>0.2004</b>	<b>0.1998</b>	<b>0.1990</b>	
		GM	0.2999	0.2952	0.2953	0.2843	0.2810	0.2820	

**ตารางผนวกที่ ก14** แสดงค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอการิธึมอล กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ  $X_1$ ,  $X_2$  และตัวแปรตามที่มีระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_1$  ระดับรุนแรง ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	อัตราส่วนค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ $X_1$	วิธี	ระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ $X_2$			ระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ $X_2$			
			ระดับไม่รุนแรง			ระดับรุนแรง			
			อัตราส่วนค่าผิดปกติตัวแปรอิสระ $X_2$						
			0.10	0.15	0.20	0.10	0.15	0.20	
1	0.10	OLS	1.0744	1.0617	1.0346	0.9960	0.9937	0.9793	
		LTS	<b>0.2926</b>	<b>0.2892</b>	<b>0.2891</b>	<b>0.2852</b>	<b>0.2813</b>	<b>0.2837</b>	
		GM	0.3091	0.3049	0.3074	0.3000	0.2968	0.2998	
	0.15	OLS	1.0550	1.0395	1.0216	0.9775	0.9721	0.9667	
		LTS	<b>0.2853</b>	<b>0.2840</b>	<b>0.2818</b>	<b>0.2766</b>	<b>0.2774</b>	<b>0.2756</b>	
		GM	0.3081	0.3073	0.3079	0.2984	0.2990	0.3003	
	0.20	OLS	1.0515	1.0294	1.0125	0.9750	0.9640	0.9596	
		LTS	<b>0.2853</b>	<b>0.2849</b>	<b>0.2827</b>	<b>0.2761</b>	<b>0.2768</b>	<b>0.2765</b>	
		GM	0.3086	0.3059	0.3063	0.2984	0.2975	0.2986	
	1.5	0.10	OLS	6.3987	6.4345	5.8737	5.0701	5.0789	4.8340
			LTS	<b>0.2331</b>	<b>0.2349</b>	<b>0.2274</b>	<b>0.2222</b>	<b>0.2249</b>	<b>0.2182</b>
			GM	0.2925	0.2875	0.2886	0.2802	0.2762	0.2783
0.15		OLS	5.8231	5.7942	5.3983	4.5537	4.4967	4.3982	
		LTS	<b>0.2334</b>	<b>0.2297</b>	<b>0.2283</b>	<b>0.2212</b>	<b>0.2193</b>	<b>0.2199</b>	
		GM	0.2906	0.2889	0.2881	0.2774	0.2778	0.2777	
0.20		OLS	5.7159	5.6320	5.2440	4.4441	4.3464	4.2553	
		LTS	<b>0.2303</b>	<b>0.2275</b>	<b>0.2268</b>	<b>0.2197</b>	<b>0.2182</b>	<b>0.2187</b>	
		GM	0.2890	0.2858	0.2849	0.2766	0.2747	0.2746	
2	0.10	OLS	115.3610	133.5040	110.3409	77.5621	80.3248	72.4175	
		LTS	<b>0.1881</b>	<b>0.1874</b>	<b>0.1840</b>	<b>0.1757</b>	<b>0.1742</b>	<b>0.1744</b>	
		GM	0.2619	0.2578	0.2582	0.2466	0.2432	0.2445	
	0.15	OLS	95.4250	111.0033	92.0970	59.6433	59.7806	55.9088	
		LTS	<b>0.1880</b>	<b>0.1861</b>	<b>0.1842</b>	<b>0.1740</b>	<b>0.1734</b>	<b>0.1737</b>	
		GM	0.2597	0.2571	0.2557	0.2422	0.2420	0.2426	
	0.20	OLS	92.8254	109.0645	89.2936	55.6434	56.3565	52.0142	
		LTS	<b>0.1859</b>	<b>0.1838</b>	<b>0.1820</b>	<b>0.1722</b>	<b>0.1720</b>	<b>0.1708</b>	
		GM	0.2575	0.2539	0.2527	0.2419	0.2398	0.2401	

ตารางผนวกที่ ก15 แสดงค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอการิธึมอล กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ  $X_1$ ,  $X_2$  และตัวแปรตามที่มีระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_1$  ระดับไม่รุนแรง ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 200

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	อัตราส่วนค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ $X_1$	วิธี	ระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ $X_2$ ระดับไม่รุนแรง			ระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ $X_2$ ระดับรุนแรง			
			อัตราส่วนค่าผิดปกติตัวแปรอิสระ $X_2$			อัตราส่วนค่าผิดปกติตัวแปรอิสระ $X_2$			
			0.10	0.15	0.20	0.10	0.15	0.20	
1	0.10	OLS	1.0915	1.0828	1.0801	1.0655	1.0625	1.0622	
		LTS	<b>0.2791</b>	<b>0.2775</b>	<b>0.2767</b>	<b>0.2755</b>	<b>0.2741</b>	<b>0.2732</b>	
		GM	0.3107	0.3092	0.3088	0.3078	0.3067	0.3067	
	0.15	OLS	1.0602	1.0514	1.0484	1.0343	1.0310	1.0306	
		LTS	<b>0.2730</b>	<b>0.2715</b>	<b>0.2716</b>	<b>0.2705</b>	<b>0.2691</b>	<b>0.2688</b>	
		GM	0.3057	0.3043	0.3041	0.3026	0.3016	0.3019	
	0.20	OLS	1.0502	1.0412	1.0389	1.0232	1.0200	1.0202	
		LTS	<b>0.2718</b>	<b>0.2707</b>	<b>0.2712</b>	<b>0.2691</b>	<b>0.2680</b>	<b>0.2685</b>	
		GM	0.3037	0.3024	0.3021	0.3005	0.2997	0.2999	
	1.5	0.10	OLS	6.2182	6.1271	6.0799	5.7362	5.7168	5.6957
			LTS	<b>0.2135</b>	<b>0.2107</b>	<b>0.2093</b>	<b>0.2091</b>	<b>0.2067</b>	<b>0.2062</b>
			GM	0.2858	0.2842	0.2832	0.2815	0.2808	0.2803
0.15		OLS	5.7131	5.6140	5.5618	5.2337	5.2046	5.1803	
		LTS	<b>0.2080</b>	<b>0.2055</b>	<b>0.2046</b>	<b>0.2042</b>	<b>0.2025</b>	<b>0.2015</b>	
		GM	0.2791	0.2773	0.2764	0.2748	0.2738	0.2735	
0.20		OLS	5.4143	5.3094	5.2663	4.9324	4.8993	4.8859	
		LTS	<b>0.2056</b>	<b>0.2037</b>	<b>0.2020</b>	<b>0.2019</b>	<b>0.2002</b>	<b>0.1992</b>	
		GM	0.2758	0.2741	0.2731	0.2715	0.2705	0.2701	
2		0.10	OLS	98.2169	96.2629	97.0121	84.9441	84.7895	85.2061
			LTS	<b>0.1627</b>	<b>0.1602</b>	<b>0.1602</b>	<b>0.1585</b>	<b>0.1570</b>	<b>0.1574</b>
			GM	0.2421	0.2407	0.2388	0.2378	0.2372	0.2358
	0.15	OLS	86.0323	83.6138	83.9404	72.6234	71.9754	72.0982	
		LTS	<b>0.1593</b>	<b>0.1571</b>	<b>0.1569</b>	<b>0.1554</b>	<b>0.1536</b>	<b>0.1548</b>	
		GM	0.2358	0.2341	0.2325	0.2313	0.2304	0.2292	
	0.20	OLS	75.2254	72.6482	73.0453	62.2272	61.4290	61.6998	
		LTS	<b>0.1565</b>	<b>0.1550</b>	<b>0.1552</b>	<b>0.1527</b>	<b>0.1517</b>	<b>0.1517</b>	
		GM	0.2324	0.2308	0.2292	0.2277	0.2269	0.2257	

**ตารางผนวกที่ 16** แสดงค่า MSE ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบลอการิธึมอล กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ  $X_1$ ,  $X_2$  และตัวแปรตามที่มีระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_1$  ระดับรุนแรง ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 200

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	อัตราส่วนค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ $X_1$	วิธี	ระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ $X_2$			ระดับค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ $X_2$		
			ระดับไม่รุนแรง			ระดับรุนแรง		
			อัตราส่วนค่าผิดปกติตัวแปรอิสระ $X_2$					
			0.10	0.15	0.20	0.10	0.15	0.20
1	0.10	OLS	0.9853	0.9755	0.9737	0.9587	0.9543	0.9550
		LTS	<b>0.2655</b>	<b>0.2637</b>	<b>0.2621</b>	<b>0.2617</b>	<b>0.2603</b>	<b>0.2600</b>
		GM	0.2939	0.2923	0.2917	0.2905	0.2895	0.2893
	0.15	OLS	0.9710	0.9612	0.9590	0.9448	0.9402	0.9406
		LTS	<b>0.2614</b>	<b>0.2601</b>	<b>0.2589</b>	<b>0.2575</b>	<b>0.2564</b>	<b>0.2562</b>
		GM	0.2912	0.2898	0.2893	0.2877	0.2869	0.2869
	0.20	OLS	0.9705	0.9607	0.9590	0.9435	0.9391	0.9400
		LTS	<b>0.2608</b>	<b>0.2601</b>	<b>0.2592</b>	<b>0.2573</b>	<b>0.2564</b>	<b>0.2566</b>
		GM	0.2910	0.2896	0.2891	0.2873	0.2866	0.2865
1.5	0.10	OLS	4.5241	4.4202	4.3870	4.0628	4.0296	4.0256
		LTS	<b>0.1953</b>	<b>0.1927</b>	<b>0.1923</b>	<b>0.1911</b>	<b>0.1894</b>	<b>0.1889</b>
		GM	0.2644	0.2624	0.2613	0.2597	0.2585	0.2580
	0.15	OLS	4.2757	4.1663	4.1286	3.8224	3.7815	3.7727
		LTS	<b>0.1928</b>	<b>0.1903</b>	<b>0.1896</b>	<b>0.1890</b>	<b>0.1872</b>	<b>0.1867</b>
		GM	0.2609	0.2590	0.2580	0.2561	0.2550	0.2547
	0.20	OLS	4.1858	4.0743	4.0439	3.7313	3.6900	3.6890
		LTS	<b>0.1917</b>	<b>0.1895</b>	<b>0.1889</b>	<b>0.1881</b>	<b>0.1863</b>	<b>0.1857</b>
		GM	0.2599	0.2579	0.2568	0.2550	0.2537	0.2534
2	0.10	OLS	54.0302	51.7676	52.3093	41.8879	41.4848	41.9366
		LTS	<b>0.1442</b>	<b>0.1420</b>	<b>0.1416</b>	<b>0.1404</b>	<b>0.1391</b>	<b>0.1388</b>
		GM	0.2186	0.2167	0.2151	0.2135	0.2123	0.2113
	0.15	OLS	48.4110	45.7918	46.0576	36.2838	35.4756	35.7077
		LTS	<b>0.1434</b>	<b>0.1413</b>	<b>0.1410</b>	<b>0.1392</b>	<b>0.1379</b>	<b>0.1380</b>
		GM	0.2156	0.1413	0.2121	0.2104	0.2092	0.2082
	0.20	OLS	44.7021	42.0278	42.4102	32.8919	32.0514	32.4183
		LTS	<b>0.1429</b>	<b>0.1408</b>	<b>0.1407</b>	<b>0.1386</b>	<b>0.1374</b>	<b>0.1375</b>
		GM	0.2145	0.2127	0.2111	0.2094	0.2081	0.2073



ภาคผนวก ข  
โปรแกรมที่ใช้ในการวิจัย

ตัวอย่างโปรแกรม กรณีที่มีค่าผิดปกติในตัวแปรอิสระ  $X_1$ ,  $X_2$  และตัวแปรตาม เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบที่ อัตราส่วนค่าผิดปกติของตัวแปรอิสระ  $X_1$  และ  $X_2$  เท่ากับ 0.20 สำหรับขนาดตัวอย่างเท่ากับ 200

```
robust.test<-function(n, df1, L1, L2, loop){
  total.mat<-matrix(rep(NA,9*loop),loop)
  for(i in 1:loop){
    x1 <- rnorm(n, 12, 2)
    x2 <- rnorm(n, 2, sqrt(0.5))
    error <- rt(n, df1)
    temp <- data.frame(x1, x2, error)
    temp <- temp[with(temp, order(x1)), ]
    Q1 <- quantile(x1, 0.25, type = 6)
    Q3 <- quantile(x1, 0.75, type = 6)
    IQR <- Q3 - Q1
    A1 <- Q1 - (L1 * IQR)
    A2 <- 1.0025 * A1
    A3 <- 1.0050 * A1
    A4 <- 1.0075 * A1
    A5 <- 1.0100 * A1
    A6 <- 1.0125 * A1
    A7 <- 1.0150 * A1
    A8 <- 1.0175 * A1
    A9 <- 1.0200 * A1
    A10 <- 1.0225 * A1
    A11 <- 1.0250 * A1
    A12 <- 1.0275 * A1
    A13 <- 1.0300 * A1
    A14 <- 1.0325 * A1
    A15 <- 1.0350 * A1
```

```
A16 <- 1.0375 * A1
A17 <- 1.0400 * A1
A18 <- 1.0425 * A1
A19 <- 1.0450 * A1
A20 <- 1.0475 * A1
An <- Q3 + (L1 * IQR)
An1 <- 0.9975 * An
An2 <- 0.9950 * An
An3 <- 0.9925 * An
An4 <- 0.9900 * An
An5 <- 0.9875 * An
An6 <- 0.9850 * An
An7 <- 0.9825 * An
An8 <- 0.9800 * An
An9 <- 0.9775 * An
An10 <- 0.9750 * An
An11 <- 0.9725 * An
An12 <- 0.9700 * An
An13 <- 0.9675 * An
An14 <- 0.9650 * An
An15 <- 0.9625 * An
An16 <- 0.9600 * An
An17 <- 0.9575 * An
An18 <- 0.9550 * An
An19 <- 0.9525 * An
temp[1, 1] <- A1
temp[2, 1] <- A2
temp[3, 1] <- A3
temp[4, 1] <- A4
temp[5, 1] <- A5
```

```
temp[6, 1] <- A6
temp[7, 1] <- A7
temp[8, 1] <- A8
temp[9, 1] <- A9
temp[10, 1] <- A10
temp[11, 1] <- A11
temp[12, 1] <- A12
temp[13, 1] <- A13
temp[14, 1] <- A14
temp[15, 1] <- A15
temp[16, 1] <- A16
temp[17, 1] <- A17
temp[18, 1] <- A18
temp[19, 1] <- A19
temp[20, 1] <- A20
temp[n, 1] <- An
temp[n-1, 1] <- An1
temp[n-2, 1] <- An2
temp[n-3, 1] <- An3
temp[n-4, 1] <- An4
temp[n-5, 1] <- An5
temp[n-6, 1] <- An6
temp[n-7, 1] <- An7
temp[n-8, 1] <- An8
temp[n-9, 1] <- An9
temp[n-10, 1] <- An10
temp[n-11, 1] <- An11
temp[n-12, 1] <- An12
temp[n-13, 1] <- An13
temp[n-14, 1] <- An14
```

```

temp[n-15, 1] <- An15
temp[n-16, 1] <- An16
temp[n-17, 1] <- An17
temp[n-18, 1] <- An18
temp[n-19, 1] <- An19
temp <- temp[with(temp, order(x2)), ]
Q1 <- quantile(x2, 0.25, type = 6)
Q3 <- quantile(x2, 0.75, type = 6)
IQR <- Q3 - Q1
A1 <- Q1-(L2 * IQR)
A2 <- 1.0025 * A1
A3 <- 1.0050 * A1
A4 <- 1.0075 * A1
A5 <- 1.0100 * A1
A6 <- 1.0125 * A1
A7 <- 1.0150 * A1
A8 <- 1.0175 * A1
A9 <- 1.0200 * A1
A10 <- 1.0225 * A1
A11 <- 1.0250 * A1
A12 <- 1.0275 * A1
A13 <- 1.0300 * A1
A14 <- 1.0325 * A1
A15 <- 1.0350 * A1
A16 <- 1.0375 * A1
A17 <- 1.0400 * A1
A18 <- 1.0425 * A1
A19 <- 1.0450 * A1
A20 <- 1.0475 * A1
An <- Q3 + (L2 * IQR)

```

An1 <- 0.9975 \* An

An2 <- 0.9950 \* An

An3 <- 0.9925 \* An

An4 <- 0.9900 \* An

An5 <- 0.9875 \* An

An6 <- 0.9850 \* An

An7 <- 0.9825 \* An

An8 <- 0.9800 \* An

An9 <- 0.9775 \* An

An10 <- 0.9750 \* An

An11 <- 0.9725 \* An

An12 <- 0.9700 \* An

An13 <- 0.9675 \* An

An14 <- 0.9650 \* An

An15 <- 0.9625 \* An

An16 <- 0.9600 \* An

An17 <- 0.9575 \* An

An18 <- 0.9550 \* An

An19 <- 0.9525 \* An

temp[1, 2] <- A1

temp[2, 2] <- A2

temp[3, 2] <- A3

temp[4, 2] <- A4

temp[5, 2] <- A5

temp[6, 2] <- A6

temp[7, 2] <- A7

temp[8, 2] <- A8

temp[9, 2] <- A9

temp[10, 2] <- A10

temp[11, 2] <- A11

```
temp[12, 2] <- A12
temp[13, 2] <- A13
temp[14, 2] <- A14
temp[15, 2] <- A15
temp[16, 2] <- A16
temp[17, 2] <- A17
temp[18, 2] <- A18
temp[19, 2] <- A19
temp[20, 2] <- A20
temp[n, 2] <- An
temp[n-1, 2] <- An1
temp[n-2, 2] <- An2
temp[n-3, 2] <- An3
temp[n-4, 2] <- An4
temp[n-5, 2] <- An5
temp[n-6, 2] <- An6
temp[n-7, 2] <- An7
temp[n-8, 2] <- An8
temp[n-9, 2] <- An9
temp[n-10, 2] <- An10
temp[n-11, 2] <- An11
temp[n-12, 2] <- An12
temp[n-13, 2] <- An13
temp[n-14, 2] <- An14
temp[n-15, 2] <- An15
temp[n-16, 2] <- An16
temp[n-17, 2] <- An17
temp[n-18, 2] <- An18
temp[n-19, 2] <- An19
```

```

x1 <- temp$x1
x2 <- temp$x2
error <- temp$error
y <- 1 + x1 + x2 + error
ols <- lm(y ~ x1 + x2)
beta.ols <- matrix(ols$coefficients)
mse1.b0 <- (1-beta.ols[1,]) ^ 2
mse1.b1 <- (1-beta.ols[2,]) ^ 2
mse1.b2 <- (1-beta.ols[3,]) ^ 2
total.mat[i, 1] <- mse1.b0
total.mat[i, 2] <- mse1.b1
total.mat[i, 3] <- mse1.b2
lts <- ltsReg(y ~ x1 + x2)
beta.lts <- matrix(lts$coefficients)
mse2.b0 <- (1 - beta.lts[1,]) ^ 2
mse2.b1 <- (1 - beta.lts[2,]) ^ 2
mse2.b2 <- (1 - beta.lts[3,]) ^ 2
total.mat[i, 4] <- mse2.b0
total.mat[i, 5] <- mse2.b1
total.mat[i, 6] <- mse2.b2
y.mat <- matrix(y)
const <- matrix(rep(1, n))
x.mat <- matrix(cbind(const,x1,x2), n)
beta.hat <- matrix(ols$coefficients)
ei <- y.mat - (x.mat%*%beta.hat)
s <- 1.4826*median(abs(ei - median(ei)))
pi <- median(abs(ei/s))/(ei/s)
ui <- ei/(pi*s)
wi.total <- 1

```

```

for(j in 1:n){
  if(ui[j] <- 1.345){
    wi = -1.345/ui[j]}
  if(-1.345 <= ui[j] && ui[j] <= 1.345){
    wi = 1}else{wi = 1.345/ui[j]}
  wi.total <- c(wi.total, wi)
}
wi.all <- wi.total[2:(n + 1)]
wi.mat <- diag(wi.all,n,n)
beta.gm <-
solve(t(x.mat)%*%wi.mat)%*%x.mat)%*%(t(x.mat)%*%wi.mat)%*%y.
mat)
diff.gm <- abs(beta.hat - beta.gm)
  while(diff.gm[1] > 0.001 || diff.gm[2] > 0.001 ||
diff.gm[3]>0.001)
  {
    beta.hat <- beta.gm
    ei <- y.mat - (x.mat)%*%beta.hat
    s <- 1.4826*median(abs(ei - median(ei)))
    pi <- median(abs(ei/s))/(ei/s)
    ui <- ei/(pi*s)
    wi.total <- 1
    for(k in 1 : n){
      if(ui[k] <- 1.345){
        wi = -1.345/ui[k]}
      if(-1.345 <= ui[k] && ui[k] <= 1.345){
        wi = 1}else{wi = 1.345/ui[k]}
      wi.total <- c(wi.total, wi)
    }
    wi.all <- wi.total[2 : (n + 1)]

```

```

wi.mat <- diag(wi.all, n, n)

beta.gm <-
solve(t(x.mat)%*%wi.mat%*%x.mat)%*%(t(
x.mat)%*%wi.mat%*%y.mat)
diff.gm<-abs(beta.hat-beta.gm)
}

beta.gm <- matrix(beta.gm)
mse3.b0 <- (1-beta.gm[1, ])^2
mse3.b1 <- (1-beta.gm[2, ])^2
mse3.b2 <- (1-beta.gm[3, ])^2
total.mat[i, 7]<-mse3.b0
total.mat[i, 8]<-mse3.b1
total.mat[i, 9]<-mse3.b2
}

amse1.b0<-sum(total.mat[,1])/loop
amse1.b1<-sum(total.mat[,2])/loop
amse1.b2<-sum(total.mat[,3])/loop
amse2.b0<-sum(total.mat[,4])/loop
amse2.b1<-sum(total.mat[,5])/loop
amse2.b2<-sum(total.mat[,6])/loop
amse3.b0<-sum(total.mat[,7])/loop
amse3.b1<-sum(total.mat[,8])/loop
amse3.b2<-sum(total.mat[,9])/loop

AMSE.OLS<-sum(amse1.b0+amse1.b1+amse1.b2)/3
AMSE.LTS<-sum(amse2.b0+amse2.b1+amse2.b2)/3
AMSE.GM<-sum(amse3.b0+amse3.b1+amse3.b2)/3
out <- data.frame(AMSE.OLS,AMSE.LTS,AMSE.GM)
print(out)
}

```

## ประวัติการศึกษาและการทำงาน

ชื่อ นางสาวอรพรรณ ตันตระกูล  
เกิดวันที่ 6 กันยายน 2529  
สถานที่เกิด อำเภอเมือง จังหวัดน่าน  
ประวัติการศึกษา วท.บ. (สถิติ) มหาวิทยาลัยเชียงใหม่  
(เกียรตินิยมอันดับสอง)  
ตำแหน่งปัจจุบัน -  
สถานที่ทำงานปัจจุบัน -  
ผลงานดีเด่นและ/หรือรางวัลทางวิชาการ -  
ทุนการศึกษาที่ได้รับ ได้รับทุนผู้ช่วยสอนจากภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์  
มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ (2553)