



ใบรับรองวิทยานิพนธ์
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต (วิศวกรรมเครื่องกล)
ปริญญา

วิศวกรรมเครื่องกล

วิศวกรรมเครื่องกล

สาขา

ภาควิชา

เรื่อง การออกแบบหุ่นยนต์สองล้ออัจฉริยะ

Design of an Intelligent Two-Wheeled Robot

นามผู้วิจัย นายบัณฑิต อินทรีย์มีศักดิ์

ได้พิจารณาเห็นชอบโดย

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

(อาจารย์วิฑิต นัตรรัตนกุลชัย, Ph.D.)

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์วิชัย ศิวะ โกศิษฐ์, Ph.D.)

หัวหน้าภาควิชา

(รองศาสตราจารย์ชวลิต กิตติชัยการ, Ph.D.)

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์รับรองแล้ว

(รองศาสตราจารย์กัญญา วีระกุล, D.Agr.)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

วันที่ เดือน พ.ศ.

วิทยานิพนธ์

เรื่อง

การออกแบบหุ่นยนต์สองล้ออัจฉริยะ

Design of an Intelligent Two-Wheeled Robot

โดย

นายบัณฑิต อินทรีย์มีศักดิ์

เสนอ

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

เพื่อความสมบูรณ์แห่งปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต (วิศวกรรมเครื่องกล)

พ.ศ. 2552

บัณฑิต อินทรีย์มีศักดิ์ 2552: การออกแบบหุ่นยนต์สองล้ออัจฉริยะ ปริญญาวิศวกรรมศาสตร
มหาบัณฑิต (วิศวกรรมเครื่องกล) สาขาวิศวกรรมเครื่องกล ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก: อาจารย์วิฑิต ฉัตรรัตนกุลชัย, Ph.D. 100 หน้า

หุ่นยนต์สองล้ออัจฉริยะถูกขับเคลื่อนด้วยมอเตอร์กระแสตรงที่เป็นอิสระต่อกัน และมีเอน
โคดเดอร์ติดกับแกนของมอเตอร์ในแต่ละตัว เพื่อวัดมุมของมอเตอร์ในขณะที่เคลื่อนที่ หุ่นยนต์สองล้อ
อัจฉริยะเป็นระบบที่มีเสถียรภาพอย่างมีขอบเขต การควบคุมใช้หุ่นยนต์สองล้ออัจฉริยะเสถียรภาพ
และสามารถหลบสิ่งกีดขวางได้ เป็นระบบที่ทำให้ยากเนื่องจากเป็นระบบที่ไม่เชิงเส้น, ระบบไม่ใช่
มุมเฟสน้อยที่สุด และมีสัญญาณป้อนเข้าน้อยกว่าสัญญาณป้อนออก

ในงานวิจัยนี้นำเสนอการออกแบบระบบควบคุมของหุ่นยนต์สองล้ออัจฉริยะ โดยอาศัยตัวคุม
ค่ากำลังสองเชิงเส้น และใช้โปรแกรม Vision builder ในการควบคุมกล้องรับภาพ และส่งค่าต่างๆ
ผ่านโปรแกรม Lab View เพื่อการประมวลผล

ผลการจำลองและการทดลองตัววัดความเอียงมีประสิทธิภาพที่ดีในย่านความถี่สูง ในช่วงของ
ความถี่ที่กำหนด ผลการจำลองและทดลองการควบคุมระบบดังกล่าวแสดงผลเป็นที่น่ายอมรับ และ
มีประสิทธิภาพของตัวควบคุมที่ได้ออกแบบไว้ ถึงแม้ว่าการทดลองระบบจะเกิดการแกว่ง เนื่องจาก
แรงเสียดทานของมอเตอร์ ระยะห่างของเฟืองมอเตอร์ และน้ำหนักของสายไฟที่แกว่งไปมา
แต่ก็สามารถทรงตัวได้ดีในขณะที่เคลื่อนที่ และกล้องรับภาพสามารถรับภาพได้อย่างแม่นยำขณะพบ
สิ่งกีดขวาง ทำให้หุ่นยนต์สองล้ออัจฉริยะหลบสิ่งกีดขวางได้ดี

Bundit Inseemeeesak 2009: Design of an Intelligent Two Wheeled Robot. Master of Engineering (Mechanical Engineering), Major Field: Mechanical Engineering, Department of Mechanical Engineering. Thesis Advisor: Mr. Withit Chatlatanagulchai, Ph.D.
100 pages.

An intelligent two wheeled robot is independently driven by two concentric motors. Each motor has an encoder connected to its shaft to measure angle when it moves. The intelligent two wheeled robot is a marginally stable plant that avoids obstacles autonomously. Control of the robot for stabilizing and meeting some desired responses is complicated because the plant is nonlinear and non-minimum phase. Moreover, the number of inputs is lower than the number of outputs.

In this research, we use the LQR control and LQR control with augmented integrator, including state observer in order to estimate states. Vision Builder software is used to capture image and send to Lab View to implement.

Both simulation and experimental results of tilt angle estimation are accurate over a wide frequency range. Simulation and experimental results also demonstrate the reliability and effectiveness of the proposed control scheme even if oscillation occurs in experiment due to friction and oscillated electrical wire. Robot can still turn with high accuracy. Camera can capture high-accuracy image in the presence of obstacles enabling the robot to avoid the obstacles well.

Student's signature

Thesis Advisor's signature

กิตติกรรมประกาศ

ข้าพเจ้าขอกราบขอบพระคุณ อาจารย์ ดร. วิทิต ฉัตรรัตนกุลชัย ประธานกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่ได้ช่วยเหลือในการวางแผนการดำเนินงาน และให้คำปรึกษาปัญหาต่างๆ ในงานวิจัยวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ จนกระทั่งเสร็จสมบูรณ์และขอกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. วิชัย ศิวะโกศิษฐ กรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม อาจารย์ ดร. ธเนศ อรุณศรีโสภณ ประธานการสอบ และ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. พงศกร เกิดช้าง ผู้ทรงคุณวุฒิภายนอกสถาบัน ที่กรุณาให้คำปรึกษาแนะนำและช่วยเหลือในการทำวิทยานิพนธ์ให้สำเร็จลุล่วงไปด้วยดี

ขอขอบคุณมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, สถาบันคั่นคว่ำและพัฒนาเทคโนโลยีอุตสาหกรรม (RD IPT), ห้องปฏิบัติการควบคุมหุ่นยนต์และการสั่นสะเทือน (Control of Robot and Vibration Laboratory, CRV LAB) ที่เอื้อเฟื้อสถานที่และอุปกรณ์การทำวิจัย

ขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อ คุณแม่ และขอบคุณทุกคนใน CRV LAB ที่คอยให้ความช่วยเหลือ เมื่อเกิดปัญหาในขณะทำการวิจัย คอยให้กำลังใจ ชี้แนะและสนับสนุนการทำวิทยานิพนธ์จนสำเร็จลุล่วงไปด้วยดี

บัณฑิต อินทรีย์มีศักดิ์

กันยายน 2552

สารบัญ

หน้า

สารบัญ	(1)
สารบัญตาราง	(2)
สารบัญภาพ	(3)
คำอธิบายสัญลักษณ์ และคำย่อ	(6)
คำนำ	1
วัตถุประสงค์	2
การตรวจเอกสาร	3
อุปกรณ์และวิธีการ	20
ผลและวิจารณ์	57
สรุปและข้อเสนอแนะ	70
สรุป	70
ข้อเสนอแนะ	70
เอกสารและสิ่งอ้างอิง	72
ภาคผนวก	76
ภาคผนวก ก การหาค่าพารามิเตอร์ด้วยโปรแกรมเขียนแบบสามมิติ	77
ภาคผนวก ข การหาเอกลักษณ์ของระบบ	80
ภาคผนวก ค การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์	87
ภาคผนวก ง โค้ดโปรแกรม MATLAB	93
ประวัติการศึกษา และการทำงาน	100

สารบัญตาราง

ตารางที่

หน้า

1 ค่าพารามิเตอร์ทั่วไปของหุ่นยนต์

29

สารบัญภาพ

ภาพที่	หน้า
1 (ซ้าย) Dean Kamen บน Segway (กลาง) Segway PT (ขวา) Winglet	4
2 การทดลองหุ่นยนต์สองล้อของ Shiroma <i>et al.</i>	4
3 หุ่นยนต์สองล้อ NXTway-GS	6
4 (ซ้าย) หุ่นยนต์สองล้อ Yamabico Kuro (ขวา) หุ่นยนต์สองล้อ YAIP	7
5 (ซ้าย) หุ่นยนต์สองล้อของ Kim <i>et al.</i> (ขวา) หุ่นยนต์สองล้อ T-WIP mobile robot	7
6 หุ่นยนต์สองล้อ JOE: a mobile, inverted pendulum	9
7 ฟังก์ชันของภาพ	12
8 กรอบพิกัดสำหรับระบบกล้อง	14
9 ระบบเซอร์โวภาพบนพื้นฐานตำแหน่ง	16
10 ระบบเซอร์โวภาพบนพื้นฐาน	16
11 แสดงผลที่มีต่อคุณภาพของรูป	18
12 อุปกรณ์และการออกแบบการทดลอง	21
13 หุ่นยนต์สองล้ออัจฉริยะในห้องปฏิบัติการควบคุมหุ่นยนต์และ การสัมผัสเทียม	21
14 อุปกรณ์เอนโคเดอร์เซนเซอร์	22
15 อุปกรณ์ตัวตรวจวัดความเอียง Inclinator	22
16 อุปกรณ์วงจรขับเคลื่อนมอเตอร์กระแสตรง	23
17 มอเตอร์กระแสตรง	23
18 การ์ดรับส่งข้อมูล (Data Acquisition) NI PCI 6221 (CB68)	24
19 Power Supply GW INSTEK รุ่น GPS-3030D	24
20 กล้องรับภาพ Basler รุ่น scA640-70fm	25
21 โปรแกรม Vision Builder	25
22 หุ่นยนต์สองล้อที่มี 4 องศาอิสระ	26
23 หุ่นยนต์สองล้อบนแกนพิกัด x, y, z	27
24 บล็อกไดอะแกรมในการควบคุมป้อนกลับแบบรักษาเสถียรภาพ	42

สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพที่		หน้า
25	บล็อกไดอะแกรมในการควบคุมป้อนกลับแบบตามรอยสัญญาณ	45
26	หุ่นยนต์รถสองล้ออัจฉริยะ	47
27	บล็อกไดอะแกรมในการควบคุมป้อนกลับแบบตามรอยสัญญาณ	48
28	แสดงการใช้ฟังก์ชันของการตรวจจับขอบ และการตั้งค่าต่างๆ	49
29	แสดงการตั้งค่าให้วัดขอบเจอเพียงขอบเดียว	49
30	เพิ่มฟังก์ชันการตรวจจับขอบให้ครอบคลุมพื้นที่	50
31	การใส่ฟังก์ชันให้ครบแนวล่างขึ้นบน 5 เส้น	50
32	เพิ่มเส้นตรวจจับขอบในแนวซ้ายไปขวา 5 เส้น เพื่อให้ครอบคลุมพื้นที่	51
33	เพิ่มเส้นตรวจจับในแนวขวาไปซ้ายห้าเส้น เพื่อให้ครอบคลุมพื้นที่	51
34	แสดงฟังก์ชันที่ใช้ในการคำนวณเพื่อหาระยะขอบของวัตถุที่วัดได้	53
35	แสดงการนำค่าระยะที่ได้เป็นพิกเซล เพื่อเก็บเป็นค่าตัวเลข	53
36	การเพิ่มฟังก์ชัน Run Labview VI	54
37	แสดงการนำไฟล์ LabVIEW มาใช้ประยุกต์ระหว่างการตรวจจับด้วยภาพ และการควบคุมมอเตอร์	54
38	แผนภาพของไฟล์ LabVIEW ที่จะรับค่าตัวแปรต่างๆ ทั้งสิบห้าตัว	55
39	แสดงหน้าของไฟล์ควบคุมการหมุนของมอเตอร์	56
40	ผลการจำลองการรักษาสถียรภาพของระบบควบคุมอาศัยตัวคุมค่ากำลังสองน้อยที่สุด	58
41	ผลการจำลองการติดตามค่าของระบบควบคุมอาศัยตัวคุมค่ากำลังสองน้อยที่สุด	59
42	ผลการจำลองการเคลื่อนในสองมิติของระบบควบคุมอาศัยตัวคุมค่ากำลังสองน้อยที่สุด	59
43	การทดลองการรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์สองล้อ	61
44	ผลการทดลองการติดตามค่าของหุ่นยนต์สองล้อ	62
45	ผลการทดลองการเคลื่อนในสองมิติของหุ่นยนต์สองล้อ	63
46	ผลการทดลองการติดตามค่าของหุ่นยนต์สองล้อที่มวลเพิ่ม	64

สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพที่	หน้า
47 ผลการทดลองการเคลื่อนในสองมิติของหุ่นยนต์สองล้อที่มวลเพิ่ม	65
48 การวัดระยะวัตถุด้วยโปรแกรม Vision Builder	66
49 ตรรกะของรถสองล้ออัจฉริยะ	67
50 สนามทดลองของรถสองล้ออัจฉริยะ	67
51 ผลการทดลองจริงการแสดงมุมล้อของหุ่นยนต์สองล้ออัจฉริยะ	68
52 ผลการทดลองจริงการแสดงแรงดันไฟฟ้าของหุ่นยนต์สองล้ออัจฉริยะ	69
ภาพผนวกที่	
ก1 รูป 3 มิติของหุ่นยนต์สองล้อและแกนพิกัด (x_0, y_0, z_0)	78
ข1 วงจรสมมูลของมอเตอร์กระแสตรง	81
ข2 การทดลองการพิสูจน์เอกลักษณ์ของมอเตอร์กระแสตรง	82
ข3 แบบจำลองของ Inclinator อย่างง่าย	84
ข4 การทดลองการพิสูจน์เอกลักษณ์ของตัวตรวจรู้ Inclinator	85

คำอธิบายสัญลักษณ์และอักษรย่อ

คำอธิบายสัญลักษณ์

ϕ	=	มุมเอียงของหุ่นยนต์ (rad)
θ	=	มุมหมุนเอียงของล้อซ้ายและขวา (rad)
θ_1	=	มุมเอียงจริง (rad)
θ_2	=	มุมเอียงของตัวตรวจรู้ Inclinator (rad)
ρ	=	มุมยกของหุ่นยนต์ (rad)
ω_g	=	อัตราไ้มเอียงจากตัวตรวจรู้ Rate Gyroscope ($rad.s^{-1}$)
ξ	=	อินทิกรัลของเอาต์พุต
ψ	=	มุมเอียงของหุ่นยนต์ (rad)
c	=	สัมประสิทธิ์ความหน่วง
E	=	ค่าผิดพลาดของสมการกำลังสองน้อยที่สุด
F_ϕ	=	แรงภายนอกที่กระทำในระบบพิกัด ϕ ($N.m$)
F_θ	=	แรงภายนอกที่กระทำในระบบพิกัด θ ($N.m$)
F_ψ	=	แรงภายนอกที่กระทำในระบบพิกัด ψ ($N.m$)
F_l	=	แรงภายนอกที่กระทำกับล้อซ้าย ($N.m$)
F_r	=	แรงภายนอกที่กระทำกับล้อขวา ($N.m$)
f_m	=	สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานระหว่างตัวถังและมอเตอร์ ($N.m$)
f_w	=	สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานระหว่างล้อและพื้น
g	=	แรงโน้มถ่วง (ms^{-2})
G_p	=	ฟังก์ชันถ่ายโอนของพลาเน็ต
H_∞	=	การควบคุมโดยวิเคราะห์ด้วยนอร์ม H_∞
i	=	อันดับของระบบ
J	=	ค่าครรชนิสมรรถนะ
J_{by}	=	โมเมนต์ความเฉื่อยตัวถังรอบแกน y_0 (kgm^2)
J_{bz}	=	โมเมนต์ความเฉื่อยตัวถังรอบแกน z_0 (kgm^2)
J_e	=	โมเมนต์ความเฉื่อยของเอนโคเดอร์ (kgm^2)

คำอธิบายสัญลักษณ์และอักษรย่อ (ต่อ)

คำอธิบายสัญลักษณ์

J_g	=	โมเมนต์ความเฉื่อยของเกียร์ทดรอบมอเตอร์ (kgm^2)
J_m	=	โมเมนต์ความเฉื่อยอาร์เมเจอร์รอบแกน y_0 (kgm^2)
J_r	=	โมเมนต์ความเฉื่อยของพูลเลย์ทดเอนโคเดอร์ (kgm^2)
J_{wy}	=	โมเมนต์ความเฉื่อยของล้อรอบแกน y_0 (kgm^2)
J_{wz}	=	โมเมนต์ความเฉื่อยของล้อรอบแกน z_0 (kgm^2)
K	=	ค่าอัตราขยายของตัวควบคุม, ค่าอัตราขยายสำหรับ Dual System
K_1	=	ค่าอัตราขยายสำหรับเอาต์พุต, ค่าอัตราขยายสำหรับอินทิกรัลของเอาต์พุต
K_2	=	ค่าอัตราขยายสำหรับค่าสเตตของระบบ
K_b	=	ค่าคงที่แรงดันไฟฟ้าย้อนกลับมอเตอร์ ($Vsrad^{-1}$)
K_e	=	ค่าอัตราขยายของตัวสังเกต
K_t	=	ค่าคงที่แรงบิดมอเตอร์ (NmA^{-1})
L	=	ค่าลากรานจ์, ความสูงจุดศูนย์กลางถ่วงของหุ่นยนต์จากแกนล้อ (m)
l	=	ความยาวแขนระหว่างจุดหมุนกับโพโตไดโอด (m)
m	=	มวลของโพโตไดโอด (kg)
m_w	=	มวลล้อ (kg)
m_b	=	มวลตัวถัง (kg)
n	=	อัตราทดมอเตอร์, เอาต์พุตของระบบ Dual System
n_2	=	อัตราทดเอนโคเดอร์
Q	=	เมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักของสเตต
Q_i	=	แรงในระบบพิกัดที่สนใจ
q_i	=	ระบบพิกัด
R	=	รัศมีล้อ (m) , เมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักของสัญญาณควบคุม
R_m	=	ค่าความต้านทานมอเตอร์ (Ω)
r	=	สัญญาณอ้างอิง
T	=	พลังงานจลน์รวมของระบบ (kgm^2s^{-2})

คำอธิบายสัญลักษณ์และอักษรย่อ (ต่อ)

คำอธิบายสัญลักษณ์

T_1	=	พลังงานจลน์รวมจากการเคลื่อนที่เชิงเส้น (kgm^2s^{-2})
T_2	=	พลังงานจลน์รวมจากการเคลื่อนที่แบบหมุน (kgm^2s^{-2})
u	=	สัญญาณควบคุม (V)
V	=	พลังงานศักย์รวมของระบบ (kgm^2s^{-2})
v	=	สัญญาณควบคุมของระบบ Dual System
W	=	ระยะความกว้างฐานล้อ (m)
x	=	ค่าสเตตของระบบ
$\ddot{x}$	=	ค่าความเร่งในแนวระดับ
$\dot{x}$	=	ค่าประมาณของสเตตของระบบ
$\tilde{x}_a$	=	ค่าที่วัดได้จากเอาต์พุตสำหรับตัวสังเกตลดอันดับ
$\tilde{x}_b$	=	ค่าประมาณสำหรับตัวสังเกตลดอันดับ
$\ddot{y}$	=	เอาต์พุตของระบบ
y	=	ค่าความเร่งในแนวตั้ง

คำอธิบายอักษรย่อ

IMU	=	Inertial Measurement Unit
LQR	=	Linear Quadratic Regulator
LTI	=	Linear Time Invariant
MIMO	=	Multi-input Multi-output
NMP	=	Non-minimum Phase
WMR	=	Wheel Mobile Robot
PID	=	Proportional Integral derivative Controller
TWV	=	Two-wheeled vehicle

การออกแบบหุ่นยนต์สองล้ออัจฉริยะ

Design of an Intelligent Two-Wheeled Robot

คำนำ

งานด้านวิศวกรรมและวิทยาศาสตร์เทคโนโลยีสมัยใหม่ ได้นำหุ่นยนต์มาพัฒนาขึ้นหลายสิบปีแล้ว ซึ่งมันถูกใช้เพื่อประโยชน์ในการทำงานในด้านต่างๆ เช่น การทดแทนแรงงานของมนุษย์ การทำงานด้วยประสิทธิภาพสูง การลดความเสี่ยงต่อภัยอันตรายขณะทำงาน หรือเพื่ออำนวยความสะดวกสบาย ในประเทศไทยได้มีการตื่นตัวในการศึกษาและพัฒนาหุ่นยนต์ในช่วงเวลาหลายปีที่ผ่านมา งานวิจัยเกี่ยวกับหุ่นยนต์สองล้อนี้เป็นงานวิจัยที่ประเทศต่างๆ ได้พัฒนามาในช่วงสิบปีที่ผ่านมา และยังมีการพัฒนาต่อเนื่อง โดยในประเทศไทยนับว่ามีงานวิจัยด้านนี้น้อยอยู่มาก

การควบคุมการรักษาสมดุลของหุ่นยนต์สองล้อมีลักษณะเดียวกับลูกตุ้มนาฬิกากลับหัว แต่เคลื่อนที่ด้วยล้อที่ขานานกันสองล้อที่เป็นอิสระต่อกัน โดยในประเทศไทยนับว่ามีงานวิจัยด้านนี้น้อยมาก และยังคงเป็นปัญหาเปิดเนื่องจากความซับซ้อนของระบบที่ไม่มีความเสถียรภาพ และระบบไม่เป็นเชิงเส้นอันเป็นผลมาจากแรงโน้มถ่วงของโลก แต่มีผู้วิจัยได้พัฒนาตัวตรวจรู้ที่มีความละเอียดสูงขึ้น มีความเร็วมากขึ้น และมีราคาต่ำลง จึงสามารถประยุกต์ระบบการวัดความเอียงนั้น สำหรับการผลิตเชิงพาณิชย์ได้ เช่น ยานพาหนะ Segway มีหลักการคล้ายกับหุ่นยนต์สองล้อ และงานวิจัยนี้ได้นำกล้องรับภาพและประมวลผลคิดไว้ที่ตัวหุ่นยนต์สองล้อ และใช้ Machine Vision ซึ่งเป็นวิธีการที่ทำให้อุปกรณ์ประมวลผลต่างๆ เช่น คอมพิวเตอร์หรืออุปกรณ์ประมวลผลสัญญาณดิจิทัล (Digital Signal Processor, DSP) มีความสามารถในการรับรู้ภาพ ซึ่งรวมทั้งการทำให้อุปกรณ์ประมวลผล สามารถตัดสินใจและสั่งงานกลไกส่วนต่างๆ ได้ จากข้อมูลที่ได้จากภาพหรือกลุ่มของภาพนั้นๆ จุดมุ่งหมายสูงสุดของ Machine Vision คือ ทำให้เครื่องจักรหรืออุปกรณ์ประมวลผลต่างๆ มีความสามารถให้ได้เทียบเท่ากับระบบการมองเห็นของมนุษย์ ซึ่งได้ถูกออกแบบร่วมกับหุ่นยนต์สองล้อเพื่อเป็นหุ่นยนต์ในการสำรวจที่สามารถเคลื่อนที่ได้อย่างคล่องแคล่ว

งานวิจัยนี้ได้ใช้การออกแบบตัวควบคุมขั้นสูงที่มีประสิทธิภาพในการทรงตัวของหุ่นยนต์สองล้อตัวหนึ่งมาใช้ คือ ตัวคุมค่ากำลังสองน้อยที่สุด (Linear Quadratic Regulator, LQR) ซึ่งอยู่ในหมวดการควบคุมที่เหมาะสมที่สุด (Optimal Control) เพื่อออกแบบระบบควบคุมสำหรับหุ่นยนต์สองล้อให้มีสมรรถนะที่เหมาะสมที่สุด

วัตถุประสงค์

1. สร้างรถสองล้ออัจฉริยะ
2. ศึกษาโปรแกรม Machine Vision และ LabVIEW เพื่อนำไปใช้กับรถสองล้ออัจฉริยะ
3. ศึกษาและออกแบบระบบควบคุมอัตโนมัติ Visual Servo ให้กับรถอัจฉริยะ

การตรวจเอกสาร

เนื่องจากการพัฒนาโปรแกรมเพื่อควบคุมอัตโนมัติของหุ่นยนต์สองล้อ ยังคงเป็นปัญหาที่มีความซับซ้อนมากในปัจจุบัน เนื่องจากมีเพียงสองล้อเท่านั้นที่กำหนดทั้งการเคลื่อนที่ในสองมิติ รวมถึงการทรงตัวด้วย แต่ทว่าการเคลื่อนที่ด้วยล้อเพียงสองล้อนั้นกลับทำให้หุ่นยนต์สามารถเคลื่อนที่ได้คล่องแคล่ว จึงต้องทำการศึกษาทางด้านโปรแกรม และพลศาสตร์ของตัวหุ่นยนต์ ดังนั้นการหาแบบควบคุมและระบบสมการ ที่ใช้ในการ ควบคุมหุ่นยนต์ที่มีอยู่ทั่วไป โดยส่วนใหญ่จะยังไม่สมบูรณ์แบบ เนื่องมาจากข้อมูลต่างๆ ยังขาดหายไป ดังนั้นจึงต้องมีการค้นหาข้อมูลต่างๆ เพิ่มขึ้น เพื่อทำการอธิบายระบบของหุ่นยนต์

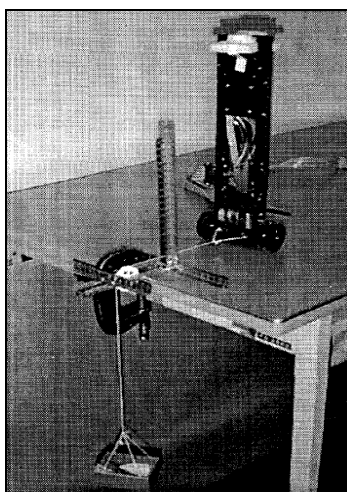
พ.ศ. 2548 สองเมือง นันทขว้าง ได้ออกแบบตัวควบคุมอย่างง่ายในการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของลูกตุ้มนาฬิกากลับหัวโดยอาศัยตัวควบคุมสองส่วนส่วนแรกเป็นตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของลูกตุ้มโดยอาศัยตัวควบคุมพีดี (PD controller) ถูกออกแบบด้วยเทคนิคเส้นทางราก (root locus) ตัวควบคุมที่สองควบคุมลูกตุ้มให้มีเสถียรภาพ จุดสมดุลบนโดยใช้ตัวควบคุมเซอร์โวย้อนกลับสถานะ (servo state feedback) ซึ่งออกแบบด้วยวิธีการวางโพล (pole-placement method) ซึ่งสามารถควบคุมระบบให้มีเสถียรภาพได้ภายในระยะเวลา 5 วินาที

ค.ศ. 2001 Dean Kamen ภาพที่ 1 (ซ้าย) ผู้คิดค้น Segway พาหนะสองล้อส่วนบุคคลที่เปิดตัวอย่างเป็นทางการในปี และมีตัวแทนจำหน่ายในประเทศไทยด้วย (www.segway.co.th) แต่อย่างไร้ราคาสูงอยู่มาก และมีปัญหาเรื่องความปลอดภัย พาหนะสองล้อส่วนบุคคลวัดกรรมล้ำสมัย Segway PT ถูกนำมาใช้อย่างแพร่หลาย ไม่ว่าจะเป็นยานพาหนะสำหรับการเดินทางในตัวเมือง หรือ ในการแข่งขันกีฬาโอลิมปิก 2008 ที่ปักกิ่งนั้น เจ้าหน้าที่รักษาความปลอดภัยเตรียมความพร้อมรับมือเหตุการณ์ฉุกเฉินที่อาจจะเกิดขึ้นด้วย Segway PT นับว่าเป็นการเลือกใช้อุปกรณ์ที่ล้ำสมัยและเข้ากับสถานการณ์ที่โลกรณรงค์หันมาใช้พลังงานสะอาดเป็นมิตรกับสิ่งแวดล้อม และในช่วงเดือนสิงหาคม พ.ศ. 2551 บริษัท Toyota ประเทศญี่ปุ่น (www.toyota.co.jp) เปิดตัวหุ่นยนต์หุ่นคู่ที่ชื่อว่าที่มีขนาดลักษณะที่เล็กกว่า Segway แต่ยังเคลื่อนที่โดยมีความเร็วสูงสุดเพียง 6 กิโลเมตรต่อชั่วโมงเท่านั้น เมื่อเทียบกับ Segway PT มีความเร็วสูงสุด 20 กิโลเมตรต่อชั่วโมง



ภาพที่ 1 (ซ้าย) Dean Kamen (กลาง) Segway PT (ขวา) Winglet

ในปี ค.ศ. 1996 Shiroma *et al.* ได้ศึกษาเกี่ยวกับพฤติกรรมของหุ่นยนต์สองล้อที่เคลื่อนที่ร่วมกันตั้งแต่สองตัว เป็นการต่อยอดมาจากงานวิจัยเดิมสำหรับพฤติกรรมของหุ่นยนต์ที่เคลื่อนที่ร่วมกันของ (Hashimoto and Oba, 1993) ที่มีลักษณะเป็นรถสี่ล้อทำให้แรงภายนอกไม่ส่งผลต่อเสถียรภาพ แต่งานวิจัยเขานั้นพิจารณาความสมดุลของหุ่นยนต์สองล้อที่เป็นระบบที่ไม่มีเสถียรภาพจากแรงภายนอกสำหรับระบบเคลื่อนที่ร่วมกัน ใช้ระบบควบคุมจากการประมาณแรงภายนอกด้วยตัวสังเกตในขณะทรงตัวเพื่อชดเชยแรงจากการทดลองการประมาณแรงภายนอกสามารถทำให้ระบบทรงตัวและชดเชยแรงได้ และสามารถทำงานร่วมกันได้ระหว่างมนุษย์และหุ่นยนต์



ภาพที่ 2 การทดลองหุ่นยนต์สองล้อของ Shiroma *et al.*

ในปี ค.ศ. 1986 ได้แสดงการขับเคลื่อนโดยอัตโนมัติของรถยนต์ที่อาศัยการประมวลผลภาพแบบ real-time ที่ความเร็ว 96 km/h บนทางด่วนในประเทศเยอรมัน Dickmans โดยใช้ Kalman Filter ในการประมวลผลภาพแบบที่เป็น Sequence (image sequence analysis)

ในปี 2003 Salerno and Angeles ได้ทำหุ่นยนต์ Wheel Mobile Robot (WMRs) โดยใช้การควบคุมความเปลี่ยนแปลงของระบบไม่เชิงเส้น ด้วยวิธี Quasiholonomic ซึ่งได้ทำการวิเคราะห์การกระตุ้นภายใต้การควบคุมที่อาจจะเปลี่ยนแปลงได้ และจำลองการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์ ด้วยวิธี linearized รอบจุดสมดุล เขาทำการวิเคราะห์การเคลื่อนที่ในส่วนลึกของระบบหุ่นยนต์ ด้วยระบบลูกตุ้มนาฬิกากลับหัว (inverted pendulum system) เป็นการวิเคราะห์ที่ถูกต้อง และเขาก็เชื่อว่าจะใช้แก้กับมอเตอร์ที่สามารถทรงตัวได้

Alessio and Jorge กล่าวว่ามีระบบที่วิเคราะห์ลูกตุ้มนาฬิกากลับหัวคล้ายกันกับของเขา คือ JOE แต่จะแตกต่างกันที่

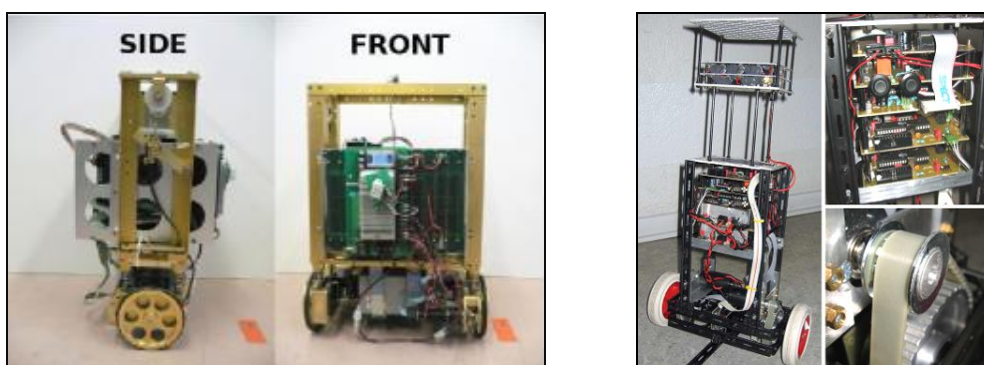
1. ตัวตรวจรู้ ใช้วัดความเอียงของหุ่นยนต์ Alessio and Jorge ใช้ inclinometer แต่ JOE ใช้ rate gyro
2. ตำแหน่งการวางมวล Alessio and Jorge วางจุดศูนย์กลางมวลอยู่ต่ำกว่าเส้นผ่านศูนย์กลางล้อ แต่ JOE วางจุดศูนย์กลางมวลอยู่เหนือเส้นผ่านศูนย์กลางล้อ
3. ปัญหาที่เกิดขึ้น JOE ใช้การ integration ข้อมูลที่ได้จาก rate gyro แต่ rate gyro จะมีความไวต่อการรับสัญญาณ จึงทำให้เกิดการแกว่งของสัญญาณ จะส่งผลให้หุ่นยนต์เคลื่อนที่ช้าลงในการเดินหน้าหรือถอยหลัง แต่ Alessio and Jorge ใช้ inclinometer ทำให้ปัญหาที่กล่าวมานั้นลดลง
4. การใช้ตัวควบคุม JOE ใช้ linear เป็นตัวควบคุม และเขามองข้ามแรงที่ไม่เป็นเชิงเส้น (nonlinear) ซึ่งเกี่ยวข้องกับการเคลื่อนไหวของหุ่นยนต์ แต่ Alessio and Jorge ใช้วิธี Quasiholonomic เขาเอาชนะปัญหาต่างๆ โดยการใส่การควบคุมระบบย้อนกลับไม่เชิงเส้น (nonlinear feedback control)

การควบคุมระบบหุ่นยนต์สองล้อเป็นตัวอย่างที่น่าสนใจและเหมาะสำหรับการเรียนรู้ มีหุ่นยนต์ประเภทนี้สำหรับการศึกษาในห้องทดลอง โดยเฉพาะจากค่าย LEGO ดังภาพที่ 4 โดยใน หุ่นยนต์ราคาต่ำสามารถใช้ตัวตรวจรู้ความเอียงที่ใช้หลักการวัดระยะทางด้วยแสง เพื่อวัดระยะทาง ระหว่างหุ่นยนต์กับพื้น แต่ผลลัพธ์ที่ได้จะไม่แม่นยำและใช้ได้เฉพาะกับพื้นที่มีลักษณะเรียบ สำหรับ หุ่นยนต์แบบที่ดีกว่านิยมใช้ตัวตรวจรู้ Rate Gyroscope ร่วมกับ Accelerometer ซึ่งสามารถใช้งาน ได้ดีและมีราคาต่ำ ซึ่งเรียกว่า Inertial Measurement Unit (IMU) ตัวอย่างเช่น งานวิจัยการออกแบบ ระบบควบคุมของ NXTway-GS โดย (Yomamoto, 2008)



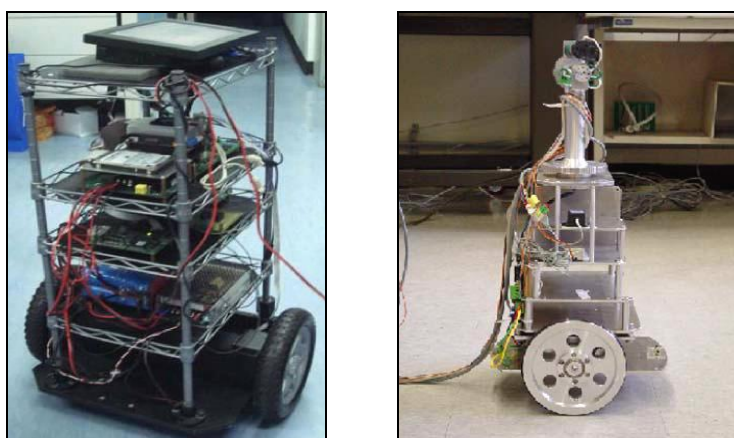
ภาพที่ 3 หุ่นยนต์สองล้อ NXTway-GS

การออกแบบระบบควบคุมในกับงานวิจัยนี้ คือ การควบคุมที่เหมาะสมที่สุดโดยใช้ตัวคุม ค่ากำลังสองถือว่าเป็นการออกแบบตัวควบคุมที่มีประสิทธิภาพอย่างหนึ่ง โดย (Ha and Yuta, 1996) นำหุ่นยนต์ Yamabico Kuro มาออกแบบระบบควบคุมแบบที่เหมาะสมที่สุดโดยใช้ตัวคุมค่ากำลังสอง ที่มีตัวอินทิกรัล โดยสร้างสมการพลศาสตร์มาจากสมการลากรางจ์สำหรับควบคุมความเร็วของ การเคลื่อนที่และการทรงตัว แต่ใช้ตัวควบคุม PID แบบสุ่มค่าอัตราขยายสำหรับการควบคุมมุมเลี้ยว และในปี ค.ศ. 2008 Imamura *et al.* นำหุ่นยนต์ดังกล่าวมาศึกษาถึงประสิทธิภาพการควบคุมสำหรับ ใช้เป็นหุ่นยนต์สำรวจ นอกนั้น (Akesson *et al.*, 2006) ได้ทำงานวิจัยหุ่นยนต์สองล้อ YAIP โดยใช้ การประมาณค่าความเร็วจากอะนาล็อกเอนโคเดอร์ และใช้ระบบควบคุมแบบตัวคุมค่ากำลังสอง ร่วมกับฟังก์ชันชดเชยแรงเสียดทาน



ภาพที่ 4 (ซ้าย) หุ่นยนต์สองล้อ Yamabico Kuro (ขวา) หุ่นยนต์สองล้อ YAIP

โดยการหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบนั้นแบ่งออกเป็นวิธี คือ วิธีแรกวิเคราะห์มาจากกฎข้อที่สองของนิวตัน ซึ่งคือการนำเอาแรงในแต่ละแนวให้มาสมดุลกัน ถึงได้ว่าเป็นวิธีพื้นฐานมากที่สุดเหมาะสำหรับระบบที่ไม่ซับซ้อนมากนัก แต่ยิ่งระบบซับซ้อนมากขึ้นยิ่งทำได้ยากขึ้นมาก วิธีที่สองเป็นวิธีที่นิยมวิธีหนึ่งที่ถูกพัฒนามาภายหลัง โดยการพิจารณาความสมดุลระหว่างแรงที่ป้อนเข้าไปในระบบพิกัดกับพลังงานศักย์และพลังงานจลน์ของระบบ ทำให้เหมาะสมสำหรับระบบที่มีความซับซ้อนมากขึ้น วิธีที่สาม คือ วิธีของเคน ได้พัฒนาต่อมาอีกในภายหลัง โดยการพิจารณาในแต่ละระนาบ ทำให้สามารถลดรูปสมการให้มีความซับซ้อนน้อยลงได้ ตัวอย่างเช่น งานวิจัยของ (Kim *et al.*, 2005) ออกแบบระบบควบคุมแบบตัวคุมค่ากำลังสองน้อยสุดโดยจำลองระบบมาจากสมการของเคน เช่นเกี่ยวกับหุ่นยนต์สองล้อ T-WIP mobile robot ของ (Nawawi *et al.*, 2007)



ภาพที่ 5 (ซ้าย) หุ่นยนต์สองล้อของ Kim *et al.* (ขวา) หุ่นยนต์สองล้อ T-WIP mobile robot

หุ่นยนต์สองล้อถูกขับเคลื่อนด้วยมอเตอร์กระแสตรงที่เป็นอิสระต่อกันแต่มีแกนหมุนร่วมกัน หุ่นยนต์สองล้อถูกแบ่งย่อยตามลักษณะการทรงตัวเป็น 3 ประเภท ประเภทแรก คือ หุ่นยนต์สองล้อที่มีเสถียรภาพในตัวเอง เนื่องจากหุ่นยนต์นั้นมีจุดศูนย์ถ่วงอยู่ต่ำกว่าแกนล้อ หรือมีลักษณะเหมือนลูกตุ้มนาฬิกา (pendulum) จึงไม่ต้องการระบบควบคุมสำหรับการทรงตัว (Anonymous, 1935) อย่างไรก็ตามหุ่นยนต์ประเภทแรกนี้ไม่ได้เปรียบสำหรับกาเปลี่ยนแปลงตำแหน่งจุดศูนย์ถ่วง สำหรับการขึ้นลงทางลาดชันรวมทั้งการนำเอาไปใช้ประโยชน์ก็ทำได้ยาก

หุ่นยนต์สองล้อประเภทที่สองและสาม มีลักษณะทางพลศาสตร์ประเภทลูกตุ้มนาฬิกากลับหัว (inverted pendulum) เป็นยานพาหนะที่มีเสถียรภาพอย่างมีขอบเขต (marginally stable) เมื่อไม่มีแรงภายนอกกระทำ ระบบนั้นมีจุดสมดุล (equilibrium point) อยู่ที่ตำแหน่งมุมเอียงศูนย์องศาเท่านั้น แต่แรงโน้มถ่วงของโลกจะทำให้หุ่นยนต์ล้มลง หุ่นยนต์นั้นจึงต้องมีตัวตรวจรู้เพื่อบอกถึงสถานะความเอียงของหุ่นยนต์ เพื่อรักษาสมดุลหรือตำแหน่งจุดศูนย์ถ่วง การควบคุมหุ่นยนต์นั้นต้องอาศัยทั้งระบบควบคุมที่แม่นยำและมีความไวสูง เนื่องจากต้องเผชิญกับความโน้มถ่วงของโลกที่มีลักษณะไม่เชิงเส้นที่จะทำให้ระบบไม่มีเสถียรภาพ ซึ่งส่วนใหญ่ระบบที่มีความซับซ้อนเช่นนี้มักจะใช้สำหรับการทดสอบประสิทธิภาพของตัวควบคุม

โดยหุ่นยนต์สองล้อประเภทที่สองนั้นได้รับการควบคุมจากแรงภายนอก ตัวอย่างเช่น พาหนะสองล้อส่วนบุคคล Segway ที่เป็นยานพาหนะที่รู้จักกันดี โดยหุ่นยนต์นี้มีระบบการควบคุมอัตโนมัติซึ่งทำงานด้วยการเคลื่อนที่ยานพาหนะตามการเคลื่อนไหวของบุคคลที่อยู่บนพาหนะ เช่น เมื่อ ผู้ขับขี่ถ่าน้ำหนักไปด้านหน้า หุ่นยนต์จะทรงตัวไม่ให้ล้มโดยขับเคลื่อนล้อให้เคลื่อนที่ไปด้านหน้า ในการถอยหลังจะมีลักษณะเดียวกัน หรือเมื่อผู้ขับขี่เอียงกันโยกไปด้านใดด้านหนึ่งหุ่นยนต์จะเลี้ยวซ้ายหรือเลี้ยวขวาจากการหมุนล้อทั้งสองด้วยความเร็วที่แตกต่างกัน ซึ่งงานวิจัยหลายๆงาน (Sasaki *et al.*, 2005; Lin *et al.*, 2007; Morrell and Field, 2007) ได้ชี้แจงเกี่ยวกับการออกแบบหุ่นยนต์สองล้อประเภทที่สองนี้

ในงานวิจัยนี้เป็นการออกแบบหุ่นยนต์สองล้อประเภทที่สามมีลักษณะคล้ายคลึงกับประเภทที่สอง แต่ไม่มีคนควบคุมบนพาหนะ แต่อาศัยการควบคุมอัตโนมัติตามคำสั่งสัญญาณอ้างอิง ดังนั้นการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์เป็นระบบไม่ใช้มนุษย์น้อยที่สุด นอกจากนั้นยังเป็นระบบหลายอินพุตหลายเอาต์พุต (multi-input multi-output, MIMO) ที่มีสัญญาณป้อนเข้าน้อยกว่าสัญญาณป้อนออก ซึ่งการออกแบบหุ่นยนต์ประเภทนี้จะแพร่หลายในช่วงหลังปี ค.ศ. 1995

ในปี ค.ศ. 2002 Grasser และคณะ ได้ออกแบบหุ่นยนต์สองล้อดังภาพที่ 6 ขนาดความสูง 65 เซนติเมตร น้ำหนักประมาณ 12 กิโลกรัม สามารถวิ่งได้ด้วยความเร็วสูงสุด 1.5 เมตรต่อวินาที สามารถรักษาสมดุล, ทนทานต่อแรงรบกวนภายนอกและตอบสนองต่อสัญญาณอ้างอิงได้ และได้กล่าวถึงปัญหาของ Planetary Gearbox ของมอเตอร์เมื่อโมเมนต์ความเฉื่อยมอเตอร์ต่ำกว่าล้อมากๆ สัญญาณรบกวนอาจจะทำให้เกิดการเสียหายกับมอเตอร์ได้ โดยแก้ไขได้ด้วยการใช้ตัวกรองความถี่สูงที่ 10 เฮิร์ต ในการออกแบบนั้นเริ่มจากการสร้างสมการคณิตศาสตร์จำลองพลศาสตร์ของระบบ ด้วยกฎข้อที่สองของนิวตันและประมาณระบบเป็นระบบเชิงเส้นตรง จะได้สมการพลศาสตร์เป็นรูปแบบปริภูมิสถานะสองส่วน และออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีการวางโพลไว้หลายรูปแบบ ในแต่ละรูปแบบจะได้ผลตอบสนองดีในช่วงการทำงานแตกต่างกัน เพื่อเพิ่มประสิทธิภาพ ผู้วิจัยดังกล่าวจึงได้เสนอให้ออกแบบตัวควบคุมด้วยเทคนิค Adaptive Control เช่น อาศัย Fuzzy Logic เป็นต้น



ภาพที่ 6 หุ่นยนต์สองล้อ JOE: a mobile, inverted pendulum

การออกแบบตัวควบคุมหุ่นยนต์สองล้อด้วยเทคนิค H_∞ ซึ่งกล่าวได้ว่าเป็นการออกแบบตัวควบคุมขั้นสูงชนิดหนึ่งถูกนำมาเปรียบเทียบกับ การออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีการวางโพล (Yano *et al.*, 1998) โดยออกแบบให้ตัวควบคุมทนทานต่อแรงรบกวนสองข้อ ได้แก่ แรงบิดอันเกิดจากแรงโน้มถ่วงของโลกและความผิดพลาดของมุมลูกตุ้มนาฬิกา กลับหัว และค่าผิดพลาดอัตราขยายของตัวควบคุมและแรงเสียดทานในแกนหมุน พบว่า การออกแบบวิธีการวางโพลนั้นทำได้ลำบากในการหาโพลที่เหมาะสมแตกต่างกับเทคนิค H_∞ ที่สามารถจัดรูปสมการฟังก์ชันถ่ายโอนที่มีประสิทธิภาพในการเพิ่มความสมดุล (robust stability) และลดผลของแรงรบกวน ทำให้ลดการสั่นของลูกตุ้มนาฬิกา กลับหัวในสภาวะคงตัว

หุ่นยนต์สองล้อ Two-wheeled vehicle (TWV) โดย (Ren *et al.*, 2008) ใช้ตัวควบคุมที่มีลักษณะของ Neural Network ทำการปรับแก้ค่าอัตราขยายแบบออนไลน์เพื่อแก้ปัญหาต่อสิ่งรบกวนภายนอกและความไม่แน่นอนของแบบจำลอง ซึ่งแบบจำลองนั้นได้มาจากการแก้สมการนิวตัน และการใช้ตัวควบคุมนั้นช่วยปรับเปลี่ยนค่าอัตราขยายของสัญญาณควบคุม การทดลองแสดงให้เห็นถึงผลดีของระบบควบคุมดังกล่าวเปรียบเทียบกับการใช้ค่าอัตราขยายคงที่ของ PID แบบทั่วไปในด้านสมรรถนะและความทนทาน โดยเฉพาะเมื่อเปลี่ยนแปลงภาระการทำงาน

ในระบบที่ส่วนหนึ่งส่วนใดของระบบติดตั้งถาวรอยู่กับพื้น การตรวจวัดการเคลื่อนที่ของพลศาสตร์ไม่ใช่เรื่องยากโดยใช้เอนโคเดอร์เซนเซอร์ แต่ในทางตรงกันข้ามระบบยานพาหนะสองล้อเป็นระบบที่เคลื่อนที่อย่างอิสระ ดังนั้น จึงไม่สามารถใช้เอนโคเดอร์เซนเซอร์สำหรับการวัดความเอียงได้ โดยหุ่นยนต์นั้นต้องการตัวตรวจวัดที่แม่นยำและตอบสนองต่อแบนด์วิธสูง (high bandwidth) การใช้ตัวตรวจวัดประเภทตัววัดความเร่งสามารถตอบสนองต่อแบนด์วิธสูงได้ดี แต่พบว่ามีปัญหาต่อการตอบสนองต่อการสั่นสะเทือนที่สูงเกินไป (Vaganay *et al.*, 1993)

ในปี ค.ศ. 1996 Baerveldt และ Klang ได้ออกแบบตัวตรวจวัดสำหรับวัดความเอียงโดยใช้หลักการของ Complementary Filter ระหว่างตัวตรวจวัดสองตัวคือ Pendulum Inclinator และ Rate Gyroscope โดยสามารถชดเชยการตอบสนองทางพลศาสตร์ที่ช้าของ Inclinator และการเบี่ยงเบนของสัญญาณของ Rate Gyroscope ได้ แต่พบว่าการประมาณค่าพารามิเตอร์ของ Inclinator ด้วย First-Order Low-Pass filter ด้วยเวลาคงที่ ตัวตรวจวัดนี้จึงตอบสนองต่อความถี่ได้ดีเฉพาะช่วง 0.15 ถึง 1.5 เฮิรตซ์ และในปี ค.ศ. 2004 Rehbinder และ Hu พัฒนาการวัดความเอียงจาก Rate Gyroscope และ Accelerometer โดยอาศัย Switching State Estimator ก็สามารถแก้ปัญหาการ Drift ของสัญญาณ Rate Gyroscope ได้

ในปี ค.ศ. 2004 Wang, Teoh and Shen ได้นำเสนอวิธีการที่เรียกว่า B-snake ซึ่งใช้ความสัมพันธ์ของเส้นขนานใน 3D เพื่อที่จะหารูปร่างของแบบจำลองใน 2D จากการคำนวณจุด vanishing ข้อมูลที่ได้จากภาพจะถูกนำมาปรับค่าพารามิเตอร์รูปแบบการจำลองของถนน ซึ่งเป็นฟังก์ชัน B-spline โดยใช้ Minimum Mean square Error

ในปี ค.ศ. 2006 Leavitt และคณะ ได้พัฒนาตัวตรวจรู้จาก Pendulum Inclinometer และ Rate Gyroscope โดยเพิ่มตัวตรวจรู้วัดความเร่ง อาศัยความรู้ของ State Observation จำลองโมเดลตัวตรวจรู้ทุกชนิดแบบไม่แปรผันตามเวลา (linear time invariant, LTI) จำลองโมเดล Rate Gyroscope เป็นค่าการประมาณความเร็วเชิงมุมที่รวมกับค่าไบอัสและค่าสเกลที่ไม่ทราบค่า และจำลองสมการคณิตศาสตร์ของ Inclinometer เป็น Second-Order Transfer Function โดยค่าพารามิเตอร์ต่างๆ นั้นได้มาจากการทดลองการจำลองการตอบสนองเชิงความถี่ วิธีการออกแบบตัวตรวจรู้ที่คล้ายเดิมคือการจำกัด Gyro Bias ออก ตัวตรวจรู้ที่ถูกพัฒนาขึ้นนี้สามารถตอบสนองต่อแบนด์วิธสูงได้มากกว่า 4 เฮิรตซ์ ทั้งนี้ ขึ้นกับความแม่นยำของแบบจำลอง Inclinometer และสามารถทำงานได้เมื่อระบบมีความเร่งในแนวแกนต่างๆ

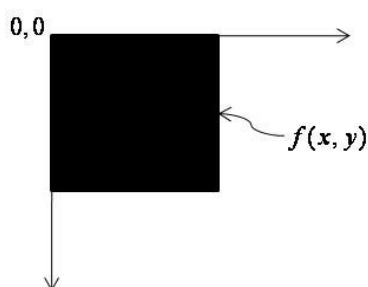
Gans and Hutchinson (2006) ได้ทำอุปกรณ์ที่ใช้สัญญาณรับภาพเข้ามาควบคุมความเร็วและการทรงตัวของ Wheeled Inverted Pendulum (WIP) ด้วยระบบสัญญาณป้อนกลับเชิงเส้น (Partial-Feedback Linearization) ซึ่งมีลักษณะเหมือนยานพาหนะที่ใช้ในปัจจุบัน เรียกว่า Segway แต่มีขนาดเล็กกว่า และมีกล้องถ่ายภาพอยู่บนตัวหุ่นยนต์ โดยควบคุมการทรงตัวด้วยตัวตรวจรู้ rate gyro ซึ่งทำหน้าที่ตรวจวัดความเอียงของตัวหุ่นยนต์ในขณะที่เคลื่อนที่ ใช้การเคลื่อนที่โดยอัตโนมัติ และหาตัว Controller ด้วยวิธี Partial-Feedback Linearization สำหรับควบคุมหุ่นยนต์

นิยามของรูปภาพดิจิทัล

รูปภาพเป็นค่าแถวลำดับสองมิติ (2D array) ซึ่งตัวแทนของความเข้มแสง สำหรับจุดประสงค์ของการประมวลผลภาพ ในพจน์ของรูปภาพอ้างอิงถึงรูปภาพดิจิทัล รูปภาพมีฟังก์ชันของความเข้มแสงดังนี้

$$f(x, y)$$

เมื่อ f เป็นจุดความสว่างของแสง (x, y) และ x และ y แทนพิกัดเชิงพื้นที่ของสมาชิกรูปภาพหรือพิกเซล (pixel) ดังภาพที่ 7



ภาพที่ 7 ฟังก์ชันของภาพ

ในการประมวลผลภาพดิจิทัล ตัวรับรู้ภาพจะแปลงรูปภาพเป็นตัวเลขวิฤต (discrete number) ของพิกเซลตัวรับรู้จะกำหนดแต่ละพิกเซลในตำแหน่งเชิงตัวเลข และค่าของระดับสีเทาหรือสีโดยระบุความสว่างและสีของแต่ละพิกเซล

การออกแบบระบบการมองเห็น

ระบบการใช้กล้องที่ใช้เทคนิคของ Machine Vision ในการประมวลผลแบบภาพอัตโนมัติ นั้น มักมีความยืดหยุ่นการใช้งานสูง สามารถใช้กับการตรวจจับถนน เส้นแบ่งทาง สิ่ง กีดขวางบนถนน ยานพาหนะอื่นๆ หรือลักษณะเด่นที่กำหนดจุดหมายปลายทางของการเคลื่อนที่ ภาพที่ได้ อาจจะเป็น ภาพสีหรือขาวดำก็ได้ขึ้นอยู่กับกระบวนการประมวลผลข้อมูล

การใช้กล้องเดี่ยว

งานวิจัยในช่วงเริ่มต้นมักใช้กล้องเดี่ยว หรือที่เรียกว่า Monocular ซึ่งมีข้อดี คือ ในการคำนวณผลนั้น ค่อนข้างเร็วและค่าใช้จ่ายต่ำ แต่ Monocular นั้น ไม่สามารถที่จะดึงข้อมูลที่สำคัญของ ภาพที่ได้ ออกมาคือระยะห่างหรือความลึกของวัตถุกับกล้องออกมาได้

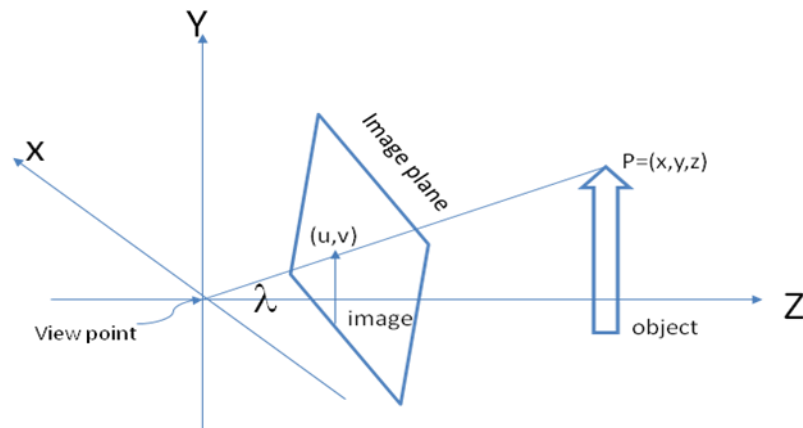
Dickmans (1986) ที่ได้แสดงการขับเคลื่อนโดยอัตโนมัติของรถยนต์ที่อาศัยประมวลผลภาพแบบ real-time ที่ความเร็ว 96 km/h บนทางด่วนในประเทศเยอรมัน Dickmans โดยใช้ Kalman Filter ในการประมวลผลภาพที่เป็น Sequence (image sequence analysis) เพื่อควบคุมการเคลื่อนที่ในเวลาจริง

งานวิจัยของมหาวิทยาลัยคาร์เนกีเมลลอน ซึ่งเป็นผู้บุกเบิกการใช้ระบบเครือข่ายประสาทเทียมในการตรวจจับถนนเรียกว่าระบบ ALVINN งานวิจัยส่วนใหญ่เกี่ยวกับการตรวจจับถนน นั่นคือ วิธีการหาขอบ (edge detection) ในการตัดเส้นใจและแยกแยะบริเวณถนนออกจากสิ่งแวดลอมอื่นๆและยังใช้วิธีการแปลงภาพเพื่อหาเส้นตรงในภาพ เช่น การใช้ Hough transform ขอบที่แสดงเส้นซ้าย-ขวาของขอบถนนมักมีสีที่โดดเด่นอย่างชัดเจน และสามารถลากกันไปตัดที่จุด vanishing ที่ horizon row ในภาพได้เช่น ระบบ LANELOCK วิธีการที่ได้พัฒนาขึ้นมาในช่วงแรกนี้มักไม่ทนทานต่อการตรวจจับทางโค้งและขอบถนนซึ่งไม่มีเส้นบอกทางที่ชัดเจน

การฉายของกล้อง (Camera Projection Models)

เพื่อที่จะควบคุมหุ่นยนต์โดยใช้ข้อมูลจากการมองเห็น เราจึงต้องศึกษากระบวนการการเกิดภาพที่จำเป็น กล้องแต่ละตัวจะประกอบด้วยเลนส์ (lens) ที่ทำให้เกิดการฉาย 2 มิติ (2D projection) ลงบนระนาบที่มีตัวรับรู้ (sensor) อยู่ การฉายนี้ทำให้ข้อมูลความลึกหายไป ดังนั้น แต่ละจุดบนระนาบภาพจะเป็นรังสี (ray) ในปริภูมิ 3 มิติ (3D space) เพราะฉะนั้นจึงต้องการข้อมูลเพิ่มเติมเพื่อที่จะระบุพิกัด 3 มิติ จากจุดบนระนาบภาพข้อมูลนี้อาจมาจากกล้องหลายๆตัว หลายมุมมองจากกล้องตัวเดียว หรือความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์ทางเรขาคณิตระหว่างจุดหลายๆ จุดบนเป้าหมาย ในส่วนนี้จะอธิบายตัวแบบการฉาย 3 แบบที่ใช้กันอย่างกว้างขวางในการจำลองกระบวนการสร้างภาพ ได้แก่ การฉายเชิงทัศนมิติ (perspective projection) การฉายเชิงเส้นตั้งฉากตามมาตรา (scaled orthographic projection) และการฉายเชิงสัมพัทธ์ (affine projection)

สำหรับตัวแบบการฉายแต่ละแบบเรากำหนดระบบพิกัดกล้องด้วยแกน X และ Y เพื่อเป็นพื้นฐานสำหรับระนาบภาพ โดยให้แกน Z ตั้งฉากกับระนาบภาพ (แนวเดียวกับแกนเชิงแสง-optical axis) และมีจุดกำเนิด (origin) อยู่ที่ระยะ λ หลังระนาบภาพ โดยที่ λ เป็นความยาวโฟกัส (focal length) ของเลนส์ของกล้องดังรูป



ภาพที่ 8 กรอบพิกัดสำหรับระบบกล้อง

1. การฉายเชิงทัศนมิติ (perspective projection) ถ้ากล้องถูกจำลองโดยใช้การฉายภาพเชิงทัศนมิติ จุด ${}^cP = [x, y, z]^T$ ซึ่งพิกัดอยู่ในกรอบพิกัด (coordinate frame) ของกล้อง C จะฉายลงบนระนาบภาพที่มีพิกัด $p = [u, v]^T$ ได้เป็น

$$(x, y, z) = \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

ถ้าพิกัดของ P อยู่ในกรอบพิกัด x เราจะต้องทำการแปลงพิกัด ${}^cP = {}^cX_x({}^xP)$ ก่อน

2. การฉายเชิงเส้นตั้งฉากตามมาตรา (scaled orthographic) การฉายเชิงทัศนมิติเป็นการส่งแบบไม่เชิงเส้น (nonlinear) จากคาร์ทีเซียนไปยังพิกัดภาพ ในหลายกรณี เป็นไปได้ที่จะประมาณการส่งนี้โดยการฉายเชิงเส้นตั้งฉากตามมาตรา ซึ่งเป็นการส่งเชิงเส้นภายใต้ตัวแบบนี้ พิกัดภาพสำหรับจุด cP จะเป็น

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

เมื่อ s คือ ตัวประกอบมาตราคงที่ (fixed scale factor)

ตัวแบบการฉายเชิงเส้นตั้งฉากตามมาตราเหมาะสำหรับกรณีที่ความลึกสัมพันธ์ของจุดค่อนข้างน้อย เมื่อเทียบกับระยะทางจากกล้องไปยังฉาก เช่น เครื่องบินอยู่บนฟ้าหรือกล้องที่มีความยาวโฟกัสค่อนข้างยาววางอยู่หลายเมตรจากปริภูมิงาน (workspace)

3. การฉายเชิงสัมพรรค (affine projection) เป็นการประมาณการฉายเชิงทัศนคติแบบหนึ่ง ที่เป็นการประมาณเชิงเส้น ในกรณีพิกัดภาพสำหรับการฉายของจุด P จะเป็น

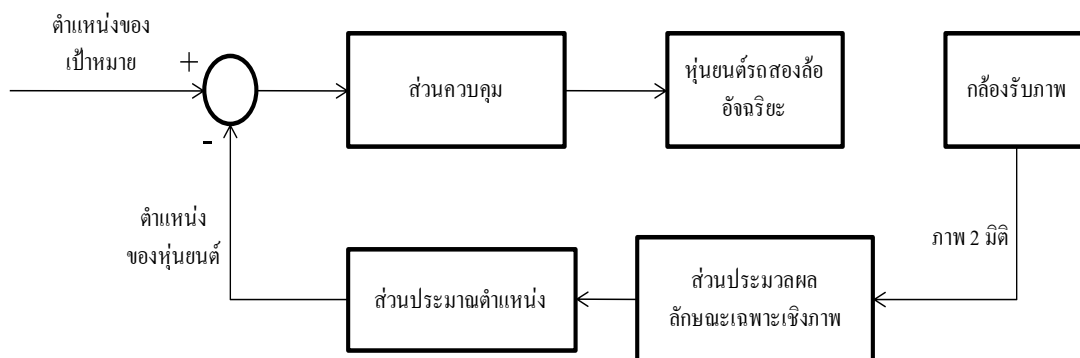
$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = A^c P + C$$

เมื่อ A คือ เมตริกขนาด 2×3 ใดๆ และ C คือ เวกเตอร์ขนาด 2 ใดๆ

จะเห็นได้ว่า การฉายเชิงเส้นตั้งฉากตามมาตราเป็นกรณีพิเศษของการฉายเชิงสัมพรรค การฉายเชิงสัมพรรคอาจจะไม่ตรงกับสถานการณ์เกิดภาพใดๆ โดยเฉพาะ แต่เป็นการประมาณการฉายเชิงทัศนมิติที่ดีในบริเวณ เนื่องจากตัวแบบเป็นแบบเชิงเส้น A และ C จึงสามารถคำนวณได้ง่าย โดยใช้เทคนิคการถอดอยเชิงเส้น ทำให้ลดความซับซ้อนของปัญหาไปได้มาก

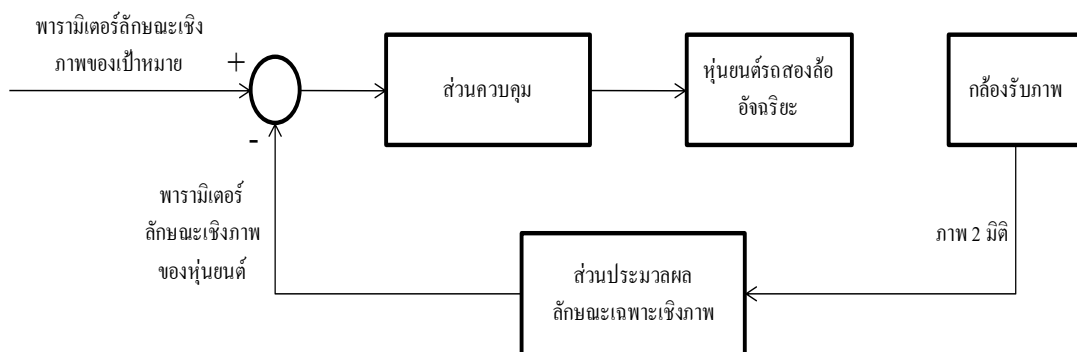
สถาปัตยกรรมการเซอร์โว (Servoing Architectures)

ระบบเซอร์โวภาพสามารถแยกตามลักษณะอินพุตของส่วนควบคุมได้ 2 ประเภทได้แก่ ระบบบนพื้นฐานตำแหน่ง (position-based system) และระบบบนพื้นฐาน (image-based system) ในระบบบนพื้นฐานตำแหน่ง ลักษณะเฉพาะเชิงภาพ (image feature) เช่น สัญลักษณืที่ทำไว้ที่จุดปลายของหุ่นยนต์ จะถูกดึงออกมาจากภาพ 2 มิติ แล้วใช้ข้อมูลทางเรขาคณิตกับตัวแบบกล้อง เพื่อที่จะประมาณตำแหน่งในโลกจริง



ภาพที่ 9 ระบบเซอร์โวภาพบนพื้นฐานตำแหน่ง

ส่วนระบบพื้นฐานภาพ ค่าที่ป้อนกลับไปจะอยู่ในรูปแบบค่าที่ได้จากลักษณะเฉพาะเชิงภาพ ที่เรียกว่าพารามิเตอร์ลักษณะเฉพาะเชิงภาพ (image feature parameter) โดยตรง เช่น ค่าพิกัดระนาบภาพ (image plane coordinates) ของลักษณะเฉพาะเชิงภาพ จะเห็นว่า ระบบบนพื้นฐานของภาพ จะไม่แปลความหมายของภาพเป็นตำแหน่งในโลกจริง ทำให้ลดปัญหาความผิดพลาด เนื่องจากการสร้างแบบจำลองของกล้อง โครงสร้างของระบบบนพื้นฐานภาพ ดังภาพที่ 10



ภาพที่ 10 ระบบเซอร์โวภาพบนพื้นฐาน

เครื่องรับภาพ

เครื่องรับภาพ(Machine Vision) คือ วิธีการที่ทำให้อุปกรณ์ประมวลผลต่างๆ เช่น คอมพิวเตอร์ หรืออุปกรณ์ประมวลผลสัญญาณดิจิทัล(Digital Signal Processor, DSP) มีความสามารถในการรับรู้ภาพ ซึ่งรวมทั้งการทำให้อุปกรณ์ประมวลผลนั้นๆ สามารถตัดสินใจและสั่งงานกลไกส่วนต่างๆ ได้จากข้อมูลที่ได้จากภาพหรือกลุ่มของภาพนั้นๆ จุดมุ่งหมายสูงสุดของ เครื่องรับภาพ คือ เครื่องจักร

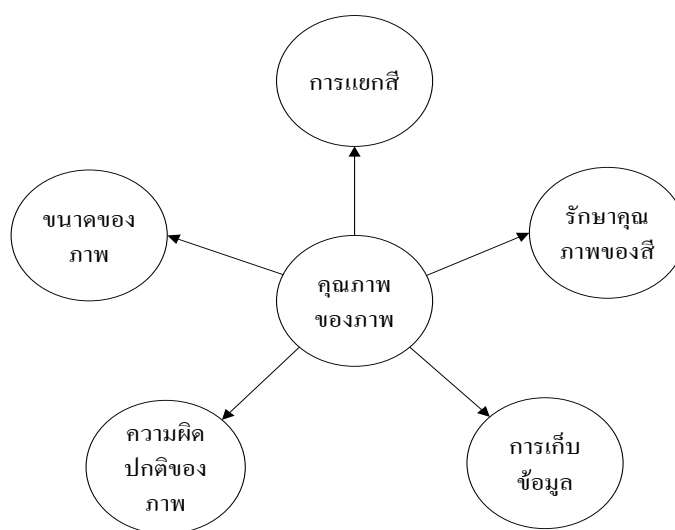
หรืออุปกรณ์ในการประมวลผลต่างๆ มีความสามารถให้ได้เทียบเท่ากับระบบการมองเห็นของมนุษย์ ที่มีวิวัฒนาการต่อเนื่องกันมาหลายสิบล้านปี อย่างไรก็ตามเทคโนโลยีในปัจจุบันยังคงไม่สามารถทำให้เครื่องจักรสามารถมองเห็นและรับรู้ ได้เทียบเท่ากับความสามารถของมนุษย์ ยกตัวอย่างเช่น ผู้อ่านที่เป็นมนุษย์ที่มีสภาพร่างกายปกติ จะสามารถแยกแยะสิ่งของที่ต้องการจากกองสิ่งของหลายๆ อย่างได้ หรือสามารถแยกแยะหน้าคนที่คุ้นเคยได้ จากกลุ่มคนที่อยู่ภายใต้สภาพแวดล้อมที่มีฝนตก หรือหมอกลงจัด การทำกิจกรรมดังกล่าวนี้ ผู้อ่านจะสามารถทำได้โดยแทบจะไม่ต้องใช้ความพยายามมากเท่าไรนัก ซึ่งหากต้องการใช้เครื่องจักรหรืออุปกรณ์ประมวลผลมีความสามารถที่จะทำกิจกรรมดังกล่าวได้นั้น นอกจากจะต้องใช้ความพยายามเป็นอย่างมากแล้ว ยังต้องให้กระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนอีกด้วย ทั้งนี้ เนื่องจากความแตกต่างกันระหว่างการทำงานของอุปกรณ์ประมวลผลและสมองของมนุษย์ ที่แม้อุปกรณ์ประมวลผลจะมีความเร็วในการประมวลผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่าสมองของมนุษย์มาก ดังจะเห็นได้ง่ายๆ จากการบวกเลขสี่หลักเข้าด้วยกัน จะพบว่าคอมพิวเตอร์ที่มีอยู่ในปัจจุบัน หรือแม้กระทั่งเครื่องคิดเลขธรรมดาทั่วไป จะสามารถทำงานดังกล่าวได้โดยใช้เวลาเพียงเศษเสี้ยววินาทีเท่านั้น ซึ่งต่างกับสมองของมนุษย์ที่เป็นหน่วยประมวลผลอย่างง่ายๆ อย่างไรก็ตามเนื่องจากหน่วยย่อยๆ ของสมองมนุษย์เหล่านี้ มีจำนวนมากมายมหาศาล และทำงานไปพร้อมๆ กัน (Parallel Processing) แทนที่จะทำงานทีละขั้นตอน (Serial Processing) ซึ่งเป็นวิธีการทำงานของอุปกรณ์ประมวลผลที่มีอยู่ในปัจจุบัน จึงทำให้ประสิทธิภาพการทำงานของสมองมนุษย์สูงกว่าอุปกรณ์ประมวลผลที่มีอยู่ในปัจจุบันเป็นอย่างมาก

แม้ว่าด้วยเทคโนโลยีที่มีอยู่ในปัจจุบันจะไม่สามารถพัฒนาความสามารถการมองเห็น และรับรู้ของเครื่องจักรให้ได้เทียบเท่ากับของสมองมนุษย์ แต่ผลที่ได้จากการพัฒนาความรู้เรื่อง Machine Vision ก็สามารถนำไปใช้กับระบบรักษาความปลอดภัย หรือแม้กระทั่งการประยุกต์ใช้ในเชิงอุตสาหกรรม เป็นต้น

ระบบการรับภาพ (Vision System) หรือบางคนอาจเรียกว่า แมชชีนวิชัน (Machine Vision) จึงเข้ามามีบทบาทในการตรวจเช็คคุณภาพ เนื่องจากระบบนี้สามารถตรวจเช็คได้ หนึ่งร้อยเปอร์เซ็นต์ของผลิตภัณฑ์ และมีความละเอียดแม่นยำกว่าสายตามนุษย์ สามารถควบคุมคุณภาพได้สม่ำเสมอ ต่างจากสายตามนุษย์ที่อาจมีความเหนื่อยล้า เป็นสาเหตุทำให้เกิดความผิดพลาดได้นอกจากนี้ระบบนี้ยังสามารถตรวจเช็คคุณภาพชิ้นงานได้ตั้งแต่ช่วงแรกๆ ของกระบวนการผลิต ซึ่งบางกระบวนการคนไม่สามารถเข้าไปในพื้นที่นั้นๆ ได้ ทำให้สามารถคัดแยกชิ้นงานที่เสียออกแต่เนิ่นๆ ไม่ต้องปล่อยให้เสร็จสิ้นกระบวนการถึงจะมีการตรวจเช็ค เพราะถึงเวลานั้นชิ้นงานมีมูลค่าที่สูง

คุณภาพของกล้องรับภาพ

คุณภาพของกล้องรับภาพที่ดีต้องมีการเก็บข้อมูลของภาพต้นแบบ และส่งข้อมูล ภาพเข้าจอคอมพิวเตอร์โดยมีความผิดพลาดของภาพน้อยที่สุดจากภาพต้นแบบ จึงขึ้นอยู่กับองค์ประกอบต่างๆ ดังภาพที่ 11



ภาพที่ 11 แสดงผลที่มีต่อคุณภาพของรูป

1. การแยกสี คือ ความแตกต่างระหว่างระดับความเข้มของวัตถุที่ต้องการตรวจสอบเทียบกับพื้นหลัง ดังนั้นภาพควรที่จะมีค่าของสีที่แตกต่างกัน เพียงพอที่จะแยกวัตถุออกจาก Background โดยการใช้อุปกรณ์ให้แสงสว่างที่เหมาะสม สามารถช่วยเพิ่มประสิทธิภาพของ Contrast ได้

$$\text{สูตรที่ใช้: \% Contrast} = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

Depth of Field เป็นความสามารถในการรักษาคูณภาพของรูปให้ชัดเจน เมื่อวัตถุมีการขยับออกจากจุดโฟกัสที่ดีที่สุด

2. การรักษาคูณภาพของสี คือ ความสามารถในการรักษาคูณภาพของภาพให้ชัดเจนเหมือนต้นแบบ เมื่อวัตถุมีการขยับออกจากจุดโฟกัส

3. การเก็บข้อมูล คือ เมื่อแสงตกกระทบตัวตรวจรู้ จะทำการเก็บข้อมูลของพิกเซล ณ จุดต่างๆ ของภาพ ซึ่งโดยทั่วไปแล้ว รูปหนึ่งรูปจะประกอบไปด้วยพิกเซล ขนาดเล็กๆ ต่างๆ รวมตัวกันขึ้นมา ข้อมูลเหล่านี้จะถูกรวบรวมและจัดรูปก่อนที่จะส่งไปแสดงผล ยี่ Sensor ใหญ่ FOV ก็จะมีมาก โดยทั่วไป ตัวตรวจรู้จะมีขนาด สี่ต่อสาม (แนวยาว ต่อ แนวตั้ง) ซึ่งถ้าหากตัวตรวจรู้มีขนาดใหญ่มากเมื่อเทียบกับเลนส์ ภาพที่ออกมาจะเลือนราง หรืออาจ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในบริเวณขอบหรือมุมของรูป (Tunnel Effect)

4. ความผิดปกติของภาพ เกิดจากความผิดปกติทางเรขาคณิตของส่วนที่จับภาพเข้ามาของเลนส์ ซึ่งเลนส์โดยทั่วไปจะเกิดการผิดรูปแบบโค้ง (Radial Distortion) ซึ่งทำให้ภาพที่กล้องรับภายใต้ อยู่ไกลกว่าความเป็นจริง เทียบจากจุดศูนย์กลางของมิตที่มองเห็น แต่ข้อมูลไม่ได้หายไป วิธีการแก้ไข คือ ใช้เทคนิคที่เรียกว่า การวัดระยะห่าง (Spatial Calibration) ในโปรแกรมหรือใช้การปรับที่ตัวเลนส์ของกล้องรับภาพที่ติดอยู่กับรถสองล้อ

5. ขนาดของภาพ คือ การ เกิดจากแนวแกนของกล้องไม่ได้ตั้งฉากกับวัตถุที่ต้องการตรวจสอบ ซึ่งจะส่งผลทำให้การเปลี่ยนแปลงกำลังขยายของวัตถุ จะขึ้นอยู่กับระยะห่างของเลนส์กับวัตถุ ซึ่งวิธีการแก้ไขนั้นจะต้องพยายามปรับตัวกล้องให้ตั้งฉากกับวัตถุ หรือใช้วิธีการวัดขนาดในโปรแกรม หรือใช้การหมุนเลนส์ที่ตัวกล้องเพื่อปรับระยะห่างของวัตถุ

อุปกรณ์และวิธีการ

ส่วนแรกในบทนี้จะกล่าวถึงอุปกรณ์การทดลองสำหรับการออกแบบ ซึ่งแบ่งย่อยเป็นการออกแบบและจำลองระบบควบคุมผ่านโปรแกรมคอมพิวเตอร์ และการทดลองจริงสำหรับหุ่นยนต์สองล้อ และวิธีการสำหรับงานวิจัยนี้ถูกแบ่งออกเป็นสองส่วน คือ การหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และออกแบบระบบควบคุม

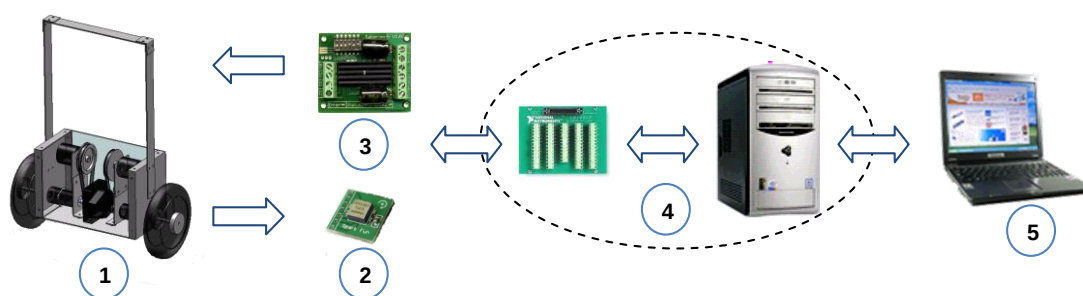
อุปกรณ์การทดลอง

การออกแบบและจำลองระบบควบคุม

ประเด็นสำคัญในงานวิจัยนี้ คือ การออกแบบระบบควบคุมและการจำลองเพื่อวิเคราะห์ผลโปรแกรมที่นำมาใช้ คือ โปรแกรม MATLAB ซึ่งถูกใช้อย่างแพร่หลายในงานด้านวิศวกรรมศาสตร์ โปรแกรมดังกล่าว เป็นภาษาขั้นสูงที่ช่วยลดระยะเวลาในการเขียนโปรแกรมด้วยฟังก์ชันต่างๆ เช่น กระบวนการทางเมตริกซ์ การออกแบบตัวควบคุม เป็นต้น โดยค่าพารามิเตอร์ของระบบสำหรับการจำลองได้มาอุปกรณ์ทดลองจริงในหัวข้อถัดไป โดยดูได้จากภาคผนวก ก

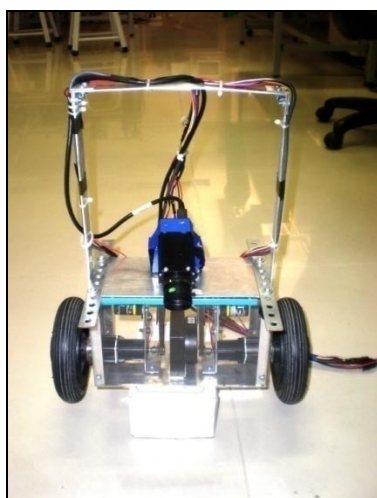
การทดลองระบบควบคุมของหุ่นยนต์สองล้อ

อุปกรณ์การทดลองประกอบด้วย หุ่นยนต์สองล้อ ระบบป้อนเข้าสัญญาณ ซึ่งประกอบด้วยระบบควบคุมความแรงดันไฟฟ้ามอเตอร์และแหล่งจ่ายพลังงาน ระบบป้อนกลับสัญญาณ คือ ระบบรับค่าสัญญาณจากตัวตรวจรู้ ตัวควบคุมประกอบด้วยการรับส่งสัญญาณติดตั้งภายในคอมพิวเตอร์ ตั้งโต๊ะที่ทำหน้าที่เป็น Target Computer และคอมพิวเตอร์โน้ตบุ๊กทำหน้าที่เป็น Host Computer ดังแสดงในภาพที่ 12



ภาพที่ 12 อุปกรณ์และการออกแบบการทดลอง

1. หุ่นยนต์สองล้อเป็นหุ่นยนต์ขนาด $14.7 \times 36.6 \times 52$ เซนติเมตร น้ำหนักรวม 3.179 กิโลกรัม วัสดุโครงทำมาจากอลูมิเนียม ภายในหุ่นยนต์จะมีมอเตอร์กระแสตรง 2 ชุด โดยต่อตรงกับล้อทั้งสอง ที่ทำงานอย่างอิสระต่อกัน เพื่อควบคุมการทรงตัวของหุ่นยนต์สองล้อในห้องปฏิบัติการควบคุม หุ่นยนต์และการสัมผัสเทียม ดังภาพที่ 13



ภาพที่ 13 หุ่นยนต์สองล้ออัจฉริยะในห้องปฏิบัติการควบคุมหุ่นยนต์และการสัมผัสเทียม

2. ตัวตรวจรู้ คือ อุปกรณ์ที่เปลี่ยนพลังงานกลเป็นพลังงานไฟฟ้าเพื่อบอกถึงสถานะของ หุ่นยนต์ ตัวตรวจรู้สำหรับหุ่นยนต์สองล้อ ประกอบด้วย

2.1 เอนโคเดอร์เซนเซอร์ (Encoder) คือ อุปกรณ์วัดตำแหน่งที่ทำงานโดยอาศัยการยิง ลำแสงผ่านแถบมีดสีขาวและส่งออกเป็นสัญญาณดิจิทัล การอ่านค่าอัตราการเปลี่ยนแปลงของระดับ สัญญาณถูกนำมาคำนวณเป็นอัตราเร็วของการเปลี่ยนแปลงตำแหน่ง งานวิจัยนี้ใช้ตัวตรวจรู้ Omron

รุ่น E6B2 CWZ6BC มีความละเอียดเท่ากับ 360 ครั้งต่อรอบ (CPR) โดยมี 2 ชุด สำหรับการวัดอัตราเร็วของล้อซ้ายและล้อขวา เอนโคเดอร์ต่ออยู่กับมอเตอร์ผ่านพลูเลย์และสายพาน



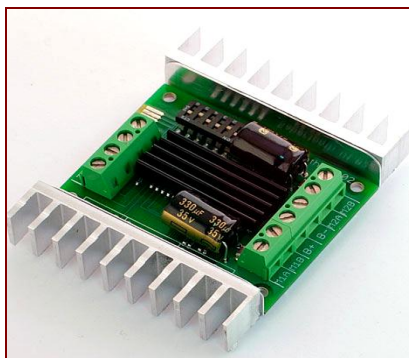
ภาพที่ 14 อุปกรณ์เอนโคเดอร์เซนเซอร์

2.2 ตัวตรวจวัดความเอียง (Inclinometer) คือ อุปกรณ์วัดมุมเอียงของของโครงหุ่นยนต์ ลักษณะการทำงานเหมือนเอนโคเดอร์เซนเซอร์ แต่อาศัยการแกว่งของลูกตุ้มที่อยู่ภายใน งานวิจัยนี้ใช้ตัวตรวจวัด USDigital รุ่น EM1/HEDS T6 มีความละเอียดเท่ากับ 2500 ครั้งต่อรอบ (CPR)



ภาพที่ 15 อุปกรณ์ตัวตรวจวัดความเอียง Inclinometer

3. วงจรขับมอเตอร์กระแสตรง (Power Amplifier) ทำหน้าที่ขยายกระแสไฟฟ้า โดยอุปกรณ์นี้จะรับสัญญาณป้อนเข้าคือกระแสไฟฟ้าที่มีขนาดและปริมาณต่ำ และจ่ายกระแสไฟฟ้าที่มีขนาดและแรงดันสูงกว่า โดยใช้พลังงานจากแหล่งกำเนิดไฟฟ้าไปยังมอเตอร์กระแสตรงที่ติดตั้งอยู่บนหุ่นยนต์ ซึ่งในงานวิจัยนี้ใช้อุปกรณ์รุ่น Sabertooth2×10 ทำหน้าที่เป็นวงจรขับที่รับและจ่ายไฟฟ้าโดยแปรผันตามแรงดันไฟฟ้า



ภาพที่ 16 อุปกรณ์วงจรขับมอเตอร์กระแสตรง

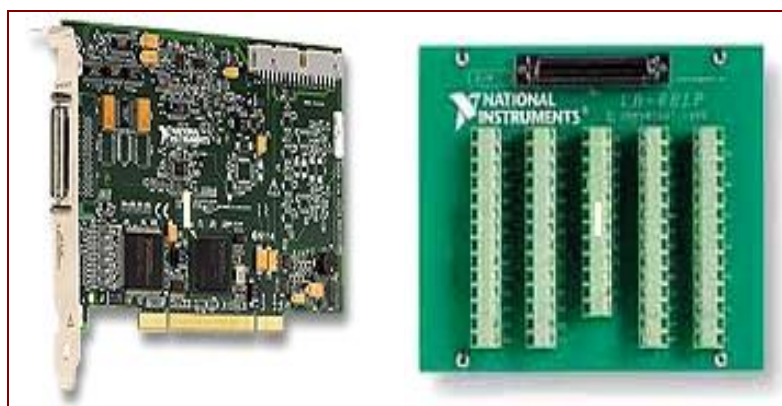
4. มอเตอร์กระแสตรง(DC Motor) ใช้แรงดันไฟฟ้า 12 โวลต์ กระแสไฟฟ้า 0.075 แอมแปร์ ความเร็วสูงสุด 8100 รอบต่อนาที และมีอัตราทดเกียร์ 68: 1 รอบ



ภาพที่ 17 มอเตอร์กระแสตรง

5. Host Computer คือ คอมพิวเตอร์สำหรับพัฒนาแอปพลิเคชัน และในคอมพิวเตอร์ตัวนี้ติดตั้งโปรแกรม LabVIEW 8.2.07. โปรแกรม Vision Builder โปรแกรมที่ใช้จัดการกับภาพอีกโปรแกรมหนึ่ง เหมาะกับงานที่ไม่มีรายละเอียดมากนัก มีความสามารถหลายอย่าง

6. Target Computer คือ คอมพิวเตอร์ที่ใช้เป็นตัวควบคุมของระบบ ในคอมพิวเตอร์นี้ถูกติดตั้งการรับส่งข้อมูล (Data Acquisition) NI PCI 6221 ทำหน้าที่รับส่งสัญญาณ มีความเร็ว 250kS ต่อวินาทีและความละเอียด 16 บิตสำหรับอนาล็อก ความละเอียด 8 บิตสำหรับดิจิทัล และความละเอียด 32 บิต 80 เมกกะเฮิร์ต สำหรับช่องต่อเคาท์เตอร์ แต่อยู่กับการ์ดเชื่อมต่อ (CB68) และในคอมพิวเตอร์ตัวนี้ติดตั้งโปรแกรม LabVIEW Real-Time 8.2.0



ภาพที่ 18 การ์ดรับส่งข้อมูล (Data Acquisition) NI PCI 6221 (CB68)

7. Power Supply วงจรขับมอเตอร์กระแสตรง ทำหน้าที่ เพิ่มกระแสไฟฟ้า สามารถจ่ายกระแสไฟฟ้าสูงสุดได้ 3แอมแปร์ และแรงดันไฟฟ้าสูงสุด 30 โวลต์



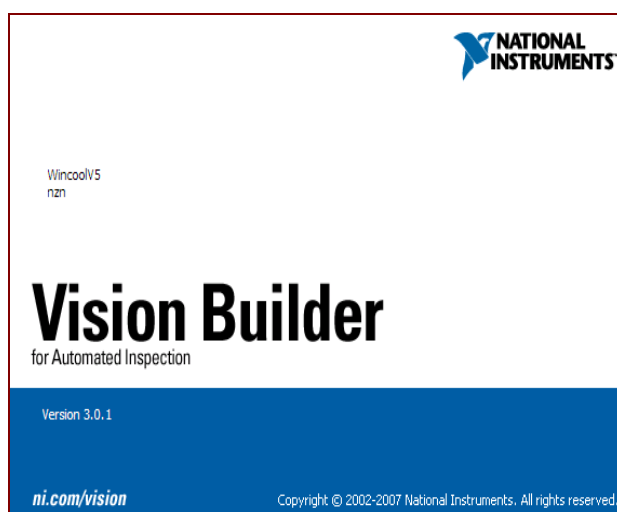
ภาพที่ 19 Power Supply GW INSTEK รุ่น GPS-3030D

8. กล้องวิดีโอของ Basler รุ่น scA640-70fm ใช้ไฟฟ้ากระแสตรง 12 VDC กล้องมีขนาด กว้าง 44 มิลลิเมตร ยาว 73.7 มิลลิเมตร สูง 29 มิลลิเมตร น้ำหนัก 110 กรัมขนาดภาพ 659×490 พิกเซล ความละเอียดภาพ 7.4×7.4 ไมโครเมตร



ภาพที่ 20 กล้องรับภาพ Basler รุ่น scA640-70fm

9. โปรแกรม Vision Builder เป็นโปรแกรมที่ใช้สำหรับรับภาพจากกล้องวิดีโอ และสามารถคำนวณระยะห่างระหว่างตัวรถกับวัตถุได้ และนำภาพที่รับได้มาแสดงผลบนหน้าจอคอมพิวเตอร์



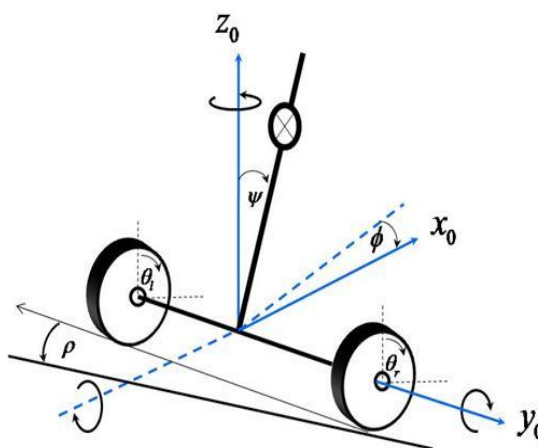
ภาพที่ 21 โปรแกรม Vision Builder

การหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

ส่วนที่สำคัญในการออกแบบระบบควบคุมที่อาศัยแบบจำลอง (model-based control) คือ การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่แม่นยำ เนื่องจากขั้นตอนการตัดสินใจในขบวนการออกแบบ ตัวควบคุมจะทำได้ดีเมื่อเข้าใจถึงพฤติกรรมของระบบที่จะทำการควบคุมละบางครั้งที่พบว่าแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จากวิธีกล่องดำ (Black Box) ที่มีอันดับต่างๆ ไม่สามารถบอกถึงพลศาสตร์ของระบบได้ด้นัก

หุ่นยนต์สองล้อนั้นสามารถหาแบบจำลองที่มีประสิทธิภาพได้จากสมการการเคลื่อนที่เชิงกล ได้แก่ กฎข้อที่สองของนิวตัน (Grasser *et al.*, 2002) ทฤษฎีของเคน (Kim *et al.*, 2005) และสมการลากรางจ์ที่งานวิจัยนี้นำมาใช้

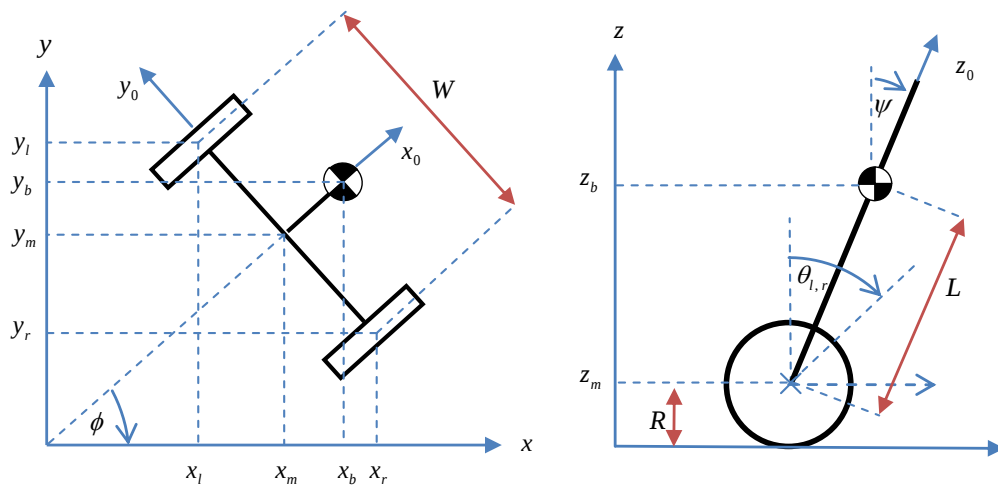
ภาพที่ 22 แสดงถึงองศาอิสระทั้งหมดของหุ่นยนต์เท่ากับ 4 องศาอิสระ ประกอบด้วยค่าเฉลี่ยมุมหมุนของล้อทั้งสอง $(\theta_l + \theta_r) / 2$, มุมเอียงของหุ่นยนต์ (ψ), มุมเลี้ยวของหุ่นยนต์ (ϕ) และมุมยกของหุ่นยนต์ (ρ) แต่ในงานวิจัยนี้จะพิจารณาเฉพาะกรณีที่หุ่นยนต์วิ่งบนพื้นที่ไม่มีความลาดชันหรือค่ามุมยกของหุ่นยนต์มีค่าเท่ากับศูนย์เสมอ ส่งผลให้ระบบหุ่นยนต์สองล้อในงานวิจัยนี้มีองศาอิสระเท่ากับ 3



ภาพที่ 22 หุ่นยนต์สองล้อที่มี 4 องศาอิสระ

พลศาสตร์ลากรางจ์สำหรับหุ่นยนต์สองล้อ

วิธีการหาแบบจำลองการเคลื่อนที่ที่ใช้สมการลากรางจ์เหมาะสำหรับระบบที่มีความยุ่งยากและซับซ้อน โดยจะคำนวณ จากสมการพลังงานศักย์และพลังงานจลน์ในรูปของตัวแปรพิกัด หุ่นยนต์สองล้ออยู่ภายใต้การควบคุมให้เคลื่อนที่ตามระบบพิกัด คือ (θ, ψ, ϕ)



ภาพที่ 23 หุ่นยนต์สองล้อบนแกนพิกัด x, y, z

$$\theta = \frac{1}{2}(\theta_l + \theta_r) = \text{มุมหมุนเฉลี่ยของล้อซ้ายและล้อขวา}$$

$$\phi = \frac{R}{W}(\theta_r - \theta_l) = \text{มุมหมุนของหุ่นยนต์สองล้อ (Body yaw angle)}$$

$$\psi = \text{มุมเอียงของหุ่นยนต์สองล้อ (Body pitch angle)}$$

โดย θ_l, θ_r = มุมของล้อซ้ายและล้อขวา

และความสัมพันธ์ของ θ และ ϕ จาก $\frac{1}{2}(\theta_l + \theta_r)$ และ $\frac{R}{W}(\theta_r - \theta_l)$ จะได้ว่า

$$\theta_r = \theta + \frac{W}{2R}\phi, \theta_l = \theta - \frac{W}{2R}\phi \quad (1)$$

สมการลากรางจ์สำหรับหาแบบจำลองทางพลศาสตร์สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i \quad (2)$$

โดย L = ค่าลากรางจ์ (Lagrangian) = $T - V$

T = พลังงานจลน์รวมของระบบ

V = พลังงานศักย์รวมของระบบ

q_i = ระบบพิกัด

Q_i = แรงในระบบพิกัดที่กำลังสนใจ

i = อันดับของระบบ

เมื่อขณะเวลาเริ่มต้น กำหนดให้ค่าพารามิเตอร์ของหุ่นยนต์สองล้อให้อยู่บนระบบพิกัด
ดังแสดงในภาพที่ ดังนั้น สามารถเขียนค่าพารามิเตอร์ได้ดังนี้

$$(x_m, y_m, z_m) = (R\theta \cos \phi, R\theta \sin \phi, R) \quad (3)$$

$$(x_l, y_l, z_l) = (x_m - \frac{W}{2} \sin \phi, y_m + \frac{W}{2} \cos \phi, z_m) \quad (4)$$

$$(x_r, y_r, z_r) = (x_m + \frac{W}{2} \sin \phi, y_m - \frac{W}{2} \cos \phi, z_m) \quad (5)$$

$$(x_b, y_b, z_b) = (x_m + L \sin \psi \cos \phi, y_m + L \sin \psi \sin \phi, z_m + L \cos \psi) \quad (6)$$

ตารางที่ 1 ค่าพารามิเตอร์ทั่วไปของหุ่นยนต์

พารามิเตอร์	ความหมาย	ขนาด (หน่วย)
g	แรงโน้มถ่วงโลก	$9.81 \text{ (m/s}^2\text{)}$
m_w	มวลล้อ	0.5675 (kg)
m_b	มวลตัวถัง	1.94033 (kg)
R	รัศมีล้อ	0.146 (m)
W	ระยะความกว้างฐานล้อ	0.3103 (m)
n	อัตราทดมอเตอร์	64
n_2	อัตราทดเอนโคเดอร์	0.25
J_e	โมเมนต์ความเฉื่อยของเอนโคเดอร์	$1 \times 10^{-6} \text{ (kgm}^2\text{)}$

(J_e ข้อมูลจากโรงงานผลิต Omron)

จากภาคผนวก ก จะได้ค่าพารามิเตอร์ดังนี้

$$L = \text{ระยะห่างของจุดศูนย์กลางถ่วงในแนวแกน } z_0 = 0.04895 \text{ m}$$

$$J_{by} = \text{โมเมนต์ความเฉื่อยตัวถังรอบแกน } y_0 = 0.0173198 \text{ kgm}^2$$

$$J_{wy} = \text{โมเมนต์ความเฉื่อยของล้อรอบแกน } y_0 = 0.0013824 \text{ kgm}^2$$

$$J_{bz} = \text{โมเมนต์ความเฉื่อยตัวถังรอบแกน } z_0 = 0.0117333 \text{ kgm}^2$$

$$J_{wz} = \text{โมเมนต์ความเฉื่อยของล้อรอบแกน } z_0 = 0.0144355 \text{ kgm}^2$$

$$J_r = \text{โมเมนต์ความเฉื่อยของเกียร์ทดเอนโคเดอร์} = 0.0000578 \text{ kgm}^2$$

จากภาคผนวก ก จะได้ค่าพารามิเตอร์ดังนี้

$$R_m = \text{ค่าความต้านทานมอเตอร์}$$

$$K_b = \text{ค่าคงที่แรงดันไฟฟ้าย้อนกลับมอเตอร์}$$

$$K_t = \text{ค่าคงที่แรงบิดมอเตอร์}$$

$$K_{b_l} = 0.004129229, \quad K_{b_r} = 0.004420931$$

$$\left(\frac{K_t}{R_m}\right)_l = 0.003718956, \quad \left(\frac{K_t}{R_m}\right)_r = 0.0038156$$

พารามิเตอร์อื่นๆ ที่หาได้ยากแต่มีค่าใกล้เคียงกับระบบอื่น จึงกำหนดค่าได้ดังนี้

$$J_m = \text{โมเมนต์ความเฉื่อยอาร์เมเจอร์รอบแกน } y_0 = 1 \times 10^{-5} \text{ kgm}^2$$

$$J_g = \text{โมเมนต์ความเฉื่อยของเกียร์ทดรอบมอเตอร์} = 1 \times 10^{-5} \text{ kgm}^2$$

$$f_m = \text{สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานระหว่างตัวถังและมอเตอร์} = 0.0022$$

$$f_w = \text{สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานระหว่างล้อและพื้น} = 0$$

พลังงานจลน์จากการเคลื่อนที่เชิงเส้น (T_1), พลังงานจลน์จากการเคลื่อนที่แบบหมุน (T_2) และพลังงานศักย์ (U) หาได้จากสมการ (7), (8) และ (9)

$$T_1 = \frac{1}{2} m_w (\dot{x}_l^2 + \dot{y}_l^2 + \dot{z}_l^2) + \frac{1}{2} m_w (\dot{x}_r^2 + \dot{y}_r^2 + \dot{z}_r^2) + \frac{1}{2} m_b (\dot{x}_b^2 + \dot{y}_b^2 + \dot{z}_b^2) \quad (7)$$

$$T_2 = + \frac{1}{2} J_{by} \dot{\psi}^2 + \frac{1}{2} J_{bz} \dot{\phi}^2 + J_{wz} \dot{\phi}^2 + \frac{1}{2} J_{wy} \dot{\theta}_l^2 + \frac{1}{2} J_{wy} \dot{\theta}_r^2$$

$$+ \left[\frac{1}{2} (\dot{\theta}_l - \dot{\psi})^2 + \frac{1}{2} (\dot{\theta}_r - \dot{\psi})^2 \right] [J_g + J_m n^2 + (J_e + J_r) n^2 n_2^2] \quad (8)$$

$$U = mgz_l + mgz_r + mgz_b \quad (9)$$

จากสมการพลังงานจลน์จากการเคลื่อนที่เชิงเส้น (7) แทนค่าจากสมการ (3), (4), (5), (6) เปลี่ยนรูปให้อยู่ในระบบพิกัดได้ดังนี้

$$T_1 = \frac{1}{2} m \left(\left[\frac{d}{dt} (R\theta \cos \phi - \frac{W}{2} \sin \phi) \right]^2 + \left[\frac{d}{dt} (R\theta \sin \phi + \frac{W}{2} \cos \phi) \right]^2 + \left[\frac{d}{dt} (R) \right]^2 \right)$$

$$+ \frac{1}{2} m \left(\left[\frac{d}{dt} (R\theta \cos \phi + \frac{W}{2} \sin \phi) \right]^2 + \left[\frac{d}{dt} (R\theta \sin \phi - \frac{W}{2} \cos \phi) \right]^2 + \left[\frac{d}{dt} (R) \right]^2 \right)$$

$$+ \frac{1}{2} m \left(\left[\frac{d}{dt} (R\theta \cos \phi + L \sin \psi \cos \phi) \right]^2 + \left[\frac{d}{dt} (R\theta \sin \phi + L \sin \psi \sin \phi) \right]^2 + \left[\frac{d}{dt} (R + L \cos \psi) \right]^2 \right)$$

$$T_1 = \frac{1}{2} m_w \left(\left[\begin{aligned} & \left[-R\theta\dot{\phi} \sin \phi + R\dot{\theta} \cos \phi - \frac{W}{2} \dot{\phi} \cos \phi \right]^2 + \left[R\theta\dot{\phi} \cos \phi + R\dot{\theta} \sin \phi - \frac{W}{2} \dot{\phi} \sin \phi \right]^2 + \\ & \left[-R\theta\dot{\phi} \sin \phi + R\dot{\theta} \cos \phi + \frac{W}{2} \dot{\phi} \cos \phi \right]^2 + \left[R\theta\dot{\phi} \cos \phi + R\dot{\theta} \sin \phi + \frac{W}{2} \dot{\phi} \sin \phi \right]^2 \end{aligned} \right] \right. \\ \left. + \frac{1}{2} m_b \left[\begin{aligned} & \left[-R\theta\dot{\phi} \sin \phi + R\dot{\theta} \cos \phi - L\dot{\phi} \sin \psi \sin \phi + L\dot{\psi} \cos \psi \cos \phi \right]^2 \\ & + \left[R\theta\dot{\phi} \cos \phi + R\dot{\theta} \sin \phi + L\dot{\phi} \sin \psi \cos \phi + L\dot{\psi} \cos \psi \sin \phi \right]^2 + \left[-L\dot{\psi} \sin \psi \right]^2 \end{aligned} \right] \right]$$

จัดรูปใหม่จะได้

$$T_1 = \frac{1}{2} m_w \left[\begin{aligned} & R^2 \theta^2 \dot{\phi}^2 \sin^2 \phi + R^2 \dot{\theta}^2 \cos^2 \phi + \frac{W^2}{4} \dot{\phi}^2 \cos^2 \phi - 2R^2 \theta \dot{\theta} \dot{\phi} \sin \phi \cos \phi \\ & + RW \theta \dot{\phi}^2 \sin \phi \cos \phi - RW \dot{\theta} \dot{\phi} \cos^2 \phi + R^2 \theta^2 \dot{\phi}^2 \cos^2 \phi + R^2 \dot{\theta}^2 \sin^2 \phi \\ & + \frac{W^2}{4} \dot{\phi}^2 \sin^2 \phi + 2R^2 \theta \dot{\theta} \dot{\phi} \sin \phi \cos \phi - RW \theta \dot{\phi}^2 \sin \phi \cos \phi - RW \dot{\theta} \dot{\phi} \sin^2 \phi \\ & + R^2 \theta^2 \dot{\phi}^2 \sin^2 \phi + R^2 \dot{\theta}^2 \cos^2 \phi + \frac{W^2}{4} \dot{\phi}^2 \cos^2 \phi - 2R^2 \theta \dot{\theta} \dot{\phi} \sin \phi \cos \phi \\ & - RW \theta \dot{\phi}^2 \sin \phi \cos \phi + RW \dot{\theta} \dot{\phi} \cos^2 \phi + R^2 \theta^2 \dot{\phi}^2 \cos^2 \phi + R^2 \dot{\theta}^2 \sin^2 \phi \\ & + \frac{W^2}{4} \dot{\phi}^2 \sin^2 \phi + 2R^2 \theta \dot{\theta} \dot{\phi} \sin \phi \cos \phi + RW \theta \dot{\phi}^2 \sin \phi \cos \phi + RW \dot{\theta} \dot{\phi} \sin^2 \phi \end{aligned} \right] \\ + \frac{1}{2} m_b \left[\begin{aligned} & R^2 \theta^2 \dot{\phi}^2 \sin^2 \phi + R^2 \dot{\theta}^2 \cos^2 \phi + L^2 \dot{\phi}^2 \sin^2 \phi \sin^2 \psi + L^2 \dot{\psi}^2 \cos^2 \phi \cos^2 \psi \\ & - 2R^2 \theta \dot{\theta} \dot{\phi} \sin \phi \cos \phi + 2LR \theta \dot{\phi}^2 \sin^2 \phi \sin \psi - 2LR \theta \dot{\phi} \dot{\psi} \sin \phi \cos \phi \cos \psi \\ & - 2LR \dot{\theta} \dot{\phi} \sin \phi \cos \phi \sin \psi + 2LR \dot{\theta} \dot{\psi} \cos^2 \phi \cos \psi \\ & - 2L^2 \dot{\phi} \dot{\psi} \sin \phi \cos \phi \sin \psi \cos \psi + R^2 \theta^2 \dot{\phi}^2 \cos^2 \phi + R^2 \dot{\theta}^2 \sin^2 \phi \\ & L^2 \dot{\phi}^2 \cos^2 \phi \sin^2 \psi + L^2 \dot{\psi}^2 \sin^2 \phi \cos^2 \psi + 2R^2 \theta \dot{\theta} \dot{\phi} \sin \phi \cos \phi \\ & + 2LR \theta \dot{\phi}^2 \cos^2 \phi \sin \psi + 2LR \theta \dot{\phi} \dot{\psi} \sin \phi \cos \phi \cos \psi \\ & + 2LR \dot{\theta} \dot{\phi} \sin \phi \cos \phi \sin \psi + 2LR \dot{\theta} \dot{\psi} \sin^2 \phi \cos \psi \\ & + 2L^2 \dot{\phi} \dot{\psi} \sin \phi \cos \phi \sin \psi \cos \psi + L^2 \dot{\psi}^2 \sin^2 \psi \end{aligned} \right]$$

$$\begin{aligned}
T_1 &= \frac{1}{2} m_w \left[\left(2R^2 \theta^2 \dot{\phi}^2 + 2R^2 \dot{\theta}^2 + \frac{W^2 \dot{\phi}^2}{2} \right) (\sin^2 \phi) \right. \\
&\quad \left. + \left(2R^2 \theta^2 \dot{\phi}^2 + 2R^2 \dot{\theta}^2 + \frac{W^2 \dot{\phi}^2}{2} \right) (\cos^2 \phi) \right] \\
&\quad + \frac{1}{2} m_b \left[\left(R^2 \theta^2 \dot{\phi}^2 + R^2 \dot{\theta}^2 \right) \sin^2 \phi + \left(R^2 \dot{\theta}^2 + R^2 \theta^2 \dot{\phi}^2 \right) \cos^2 \phi + \left(L^2 \dot{\phi}^2 \right) \sin^2 \phi \sin^2 \psi \right. \\
&\quad + \left(L^2 \dot{\phi}^2 \right) \cos^2 \phi \sin^2 \psi + \left(L^2 \dot{\psi}^2 \right) \sin^2 \phi \cos^2 \psi + \left(L^2 \dot{\psi}^2 \right) \cos^2 \phi \cos^2 \psi \\
&\quad + \left(2LR\theta \dot{\phi}^2 \right) \sin^2 \phi \sin \psi + \left(2LR\theta \dot{\phi}^2 \right) \cos^2 \phi \sin \psi + \left(2LR\dot{\theta} \dot{\psi} \right) \sin^2 \phi \cos \psi \\
&\quad \left. + \left(2LR\dot{\theta} \dot{\psi} \right) \cos^2 \phi \cos \psi + \left(L^2 \dot{\psi}^2 \right) \sin^2 \psi \right] \\
T_1 &= \frac{1}{2} m_w \left(2R^2 \theta^2 \dot{\phi}^2 + 2R^2 \dot{\theta}^2 + \frac{W^2 \dot{\phi}^2}{2} \right) \\
&\quad + \frac{1}{2} m_b \left(R^2 \theta^2 \dot{\phi}^2 + R^2 \dot{\theta}^2 + L^2 \dot{\phi}^2 \sin^2 \psi + L^2 \dot{\psi}^2 + 2LR\theta \dot{\phi}^2 \sin \psi + 2LR\dot{\theta} \dot{\psi} \cos \psi \right)
\end{aligned} \tag{10}$$

แทนค่าสมการ (1) ในสมการพลังงานจลน์จากการเคลื่อนที่แบบหมุน (8) จะเปลี่ยนรูปให้อยู่ในระบบพิกัดได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
T_2 &= \frac{1}{2} J_w \left[\frac{d}{dt} \left(\theta - \frac{W}{2R} \phi \right) \right]^2 + \frac{1}{2} J_w \left[\frac{d}{dt} \left(\theta + \frac{W}{2R} \phi \right) \right]^2 + \frac{1}{2} J_\psi \dot{\psi}^2 + \frac{1}{2} J_\phi \dot{\phi}^2 \\
&\quad + \frac{1}{2} n^2 J_m \left(\dot{\theta} + \frac{W}{2R} \dot{\phi} - \dot{\psi} \right)^2 + \frac{1}{2} n^2 J_m \left(\dot{\theta} - \frac{W}{2R} \dot{\phi} - \dot{\psi} \right)^2 \\
T_2 &= \frac{1}{2} J_w \left[2\dot{\theta}^2 + \frac{W^2}{2R^2} \dot{\phi}^2 \right] + \frac{1}{2} J_\psi \dot{\psi}^2 + \frac{1}{2} J_\phi \dot{\phi}^2 \\
&\quad + \frac{1}{2} n^2 J_m \left[\begin{aligned} &\dot{\theta}^2 + \frac{W^2}{4R^2} \dot{\phi}^2 + \dot{\psi}^2 + \frac{W}{R} \dot{\theta} \dot{\phi} - 2\dot{\theta} \dot{\psi} - \frac{W}{R} \dot{\phi} \dot{\psi} + \dot{\theta}^2 \\ &+ \frac{W^2}{4R^2} \dot{\phi}^2 + \dot{\psi}^2 - \frac{W}{R} \dot{\theta} \dot{\phi} - 2\dot{\theta} \dot{\psi} + \frac{W}{R} \dot{\phi} \dot{\psi} \end{aligned} \right] \\
T_2 &= + \frac{1}{2} J_{by} \dot{\psi}^2 + \frac{1}{2} (J_{bz} + 2J_{wz}) \dot{\phi}^2 + \frac{1}{2} J_{wy} \left[2\dot{\theta}^2 + \frac{W^2}{2R^2} \dot{\phi}^2 \right] \\
&\quad + \frac{1}{2} [J_g + J_m n^2 + (J_e + J_r) n^2 n_2^2] (2\dot{\theta}^2 + \frac{W^2}{2R^2} \dot{\phi}^2 + 2\dot{\psi}^2 - 4\dot{\theta} \dot{\psi})
\end{aligned} \tag{11}$$

จากสมการพลังงานศักย์ (9) เปลี่ยนรูปให้อยู่ในระบบพิกัดได้ดังนี้

$$U = m_w g R + m_w g R + m_b g (R + L \cos \psi) = 2m_w g R + m_b g R + m_b g L \cos \psi$$

จะได้ค่าลากรางจ์ (L) คือ

$$L = T_1 + T_2 - U \quad (12)$$

$$\begin{aligned} L = & \frac{1}{2} m_w \left(2R^2 \dot{\theta}^2 + 2R^2 \dot{\phi}^2 + \frac{W^2 \dot{\phi}^2}{2} - 4gR \right) \\ & + \frac{1}{2} m_b \left(R^2 \dot{\theta}^2 + R^2 \dot{\phi}^2 + L^2 \dot{\psi}^2 \sin^2 \psi + L^2 \dot{\psi}^2 + 2LR \dot{\theta} \dot{\phi} \sin \psi \right. \\ & \left. + 2LR \dot{\theta} \dot{\psi} \cos \psi - 2gR - 2gL \cos \psi \right) \\ & + \frac{1}{2} J_{wy} \left(2\dot{\theta}^2 + \frac{W^2}{2R^2} \dot{\phi}^2 \right) + \frac{1}{2} J_{by} \dot{\psi}^2 + \frac{1}{2} (J_{bz} + 2J_{wz}) \dot{\phi}^2 \\ & + \frac{1}{2} [J_g + J_m n^2 + (J_e + J_r) n^2 n_2^2] \left(2\dot{\theta}^2 + \frac{W^2}{2R^2} \dot{\phi}^2 + 2\dot{\psi}^2 - 4\dot{\theta} \dot{\psi} \right) \end{aligned} \quad (13)$$

$$\text{กำหนดให้} \quad J_o = [J_g + J_m n^2 + (J_e + J_r) n^2 n_2^2] \quad (14)$$

สมการลากรางจ์สามารถหาได้จากสมการ

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = F_\theta \quad (15)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \psi} = F_\psi \quad (16)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \phi} = F_\phi \quad (17)$$

จากสมการลากรางจ์ทั้ง 3 พิกัดจะได้อยู่ในรูป 3 สมการ คือ สมการ (18), (19), (20)

$$\frac{\partial L}{\partial \theta} = 2m_w R^2 \dot{\theta} \dot{\phi}^2 + m_b R^2 \dot{\theta} \dot{\phi}^2 + m_b L R \dot{\phi}^2 \sin \psi$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} = 2m_w R^2 \dot{\theta} + m_b R^2 \dot{\theta} + m_b L R \dot{\psi} \cos \psi + 2J_{wy} \dot{\theta} + 2J_o \dot{\theta} - 2J_o \dot{\psi}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) = 2m_w R^2 \ddot{\theta} + m_b R^2 \ddot{\theta} + m_b L R \cos \psi \ddot{\psi} - m_b L R \dot{\psi}^2 \sin \psi + 2J_{wy} \ddot{\theta} + 2J_o \ddot{\theta} - 2J_o \ddot{\psi}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} &= (2m_w R^2 + m_b R^2 + 2J_{wy} + 2J_o) \ddot{\theta} + (m_b L R \cos \psi - 2J_o) \ddot{\psi} \\ &\quad - m_b L R \dot{\psi}^2 \sin \psi - [2m_w R^2 \theta + m_b R^2 \theta + m L R \theta \sin \psi] \dot{\phi}^2 = F_\theta \end{aligned} \quad (18)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \psi} = m_b L^2 \dot{\phi}^2 \sin \psi \cos \psi + m_b L R \theta \dot{\phi}^2 \cos \psi + m_b L R \dot{\theta} \dot{\psi} \sin \psi - m_b g L \sin \psi$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}} = m_b L^2 \dot{\psi} + m_b L R \cos \psi \dot{\theta} + J_{by} \dot{\psi} + 2J_o \dot{\psi} - 2J_o \dot{\theta}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}} \right) = m_b L^2 \ddot{\psi} + m_b L R \cos \psi \ddot{\theta} - m_b L R \dot{\theta} \dot{\psi} \sin \psi + J_{by} \ddot{\psi} + 2J_o \ddot{\psi} - 2J_o \ddot{\theta}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \psi} &= (m_b L^2 + J_{\psi} + 2J_o) \ddot{\psi} + (m_b L R \cos \psi - 2J_o) \ddot{\theta} - m_b g L \sin \psi \\ &\quad - (m_b L^2 \sin \psi + m_b L R \theta) \dot{\phi}^2 \cos \psi = F_\psi \end{aligned} \quad (19)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \phi} = 0$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} &= 2m_w R^2 \theta^2 \dot{\phi} + \frac{1}{2} m_w W^2 \dot{\phi} + m_b R^2 \theta^2 \dot{\phi} + m_b L^2 \dot{\phi} \sin^2 \psi \\ &\quad + 2m_b L R \theta \dot{\phi} \sin \psi + 2J_{wy} \dot{\phi} + \frac{1}{2} (J_{bz} + 2J_{wz}) \dot{\phi} + J_o \frac{W^2}{2R^2} \dot{\phi} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} \right) &= 2m_w R^2 \theta^2 \ddot{\phi} + \frac{1}{2} m_w W^2 \ddot{\phi} + m_b R^2 \theta^2 \ddot{\phi} + m_b L^2 \sin^2 \psi \ddot{\phi} \\
&\quad + 2m_b LR \theta \sin \psi \ddot{\phi} + 2J_{wy} \ddot{\phi} + \frac{1}{2} (J_{bz} + 2J_{wz}) \ddot{\phi} + J_0 \frac{W^2}{2R^2} \ddot{\phi} \\
&\quad + 2(2m_w R^2 \theta \dot{\theta} \dot{\phi} + m_b R^2 \theta \dot{\theta} \dot{\phi} + m_b L^2 \dot{\phi} \dot{\psi} \sin \psi \cos \psi + m_b LR \dot{\phi} \dot{\psi} \cos \psi + m_b LR \dot{\phi} \dot{\theta} \sin \psi) \\
\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \phi} &= \left(\frac{1}{2} m_w W^2 + \frac{1}{2} (J_{bz} + 2J_{wz}) + \frac{W^2}{2R^2} (J_0 + J_{wy}) + \right. \\
&\quad \left. (2m_w + m_b) R^2 \theta^2 + 2m_b LR \theta \sin \psi + m_b L^2 \sin^2 \psi \right) \ddot{\phi} \\
&\quad + 2 \left((2m_w + m_b) R^2 \theta \dot{\theta} + m_b L^2 \dot{\psi} \sin \psi \cos \psi + m_b LR (\dot{\theta} \sin \psi + \theta \dot{\psi} \cos \psi) \right) \dot{\phi} = F_\phi
\end{aligned} \tag{20}$$

แรงที่กระทำต่อระบบในระบบพิกัดคือ แรงที่กระทำต่อพิกัด θ หรือ (F_θ) , แรงที่กระทำต่อพิกัด ψ หรือ (F_ψ) และแรงที่กระทำต่อพิกัด ϕ หรือ (F_ϕ) สามารถจัดรูปเป็นแรงที่กระทำต่อล้อซ้ายล้อขวาได้ดังสมการ

$$F_\theta = \frac{1}{2} (F_l + F_r) \tag{21}$$

$$F_\phi = \frac{R}{W} (F_r - F_l) \tag{22}$$

แบบจำลองหุ่นยนต์สองล้อแบบพารามิเตอร์มอเตอร์ซ้ายขวาเท่ากัน

โดยพิจารณาให้แรงที่กระทำกับล้อและแรงที่ทำให้เกิดการโน้มเอียงคือ แรงบิดของมอเตอร์ กระแสตรง แรงเสียดทานระหว่างมอเตอร์กับล้อ และแรงเสียดทานระหว่างล้อกับพื้น ซึ่งสามารถเขียนได้ดังสมการ

$$F_l = nK_{t_l} i_l + f_m (\dot{\psi} - \dot{\theta}_l) - f_w \dot{\theta}_l \tag{23}$$

$$F_r = nK_{t_r} i_r + f_m (\dot{\psi} - \dot{\theta}_r) - f_w \dot{\theta}_r \tag{24}$$

$$F_\psi = -nK_{t_l} i_l - nK_{t_r} i_r - f_m (\dot{\psi} - \dot{\theta}_l) - f_m (\dot{\psi} - \dot{\theta}_r) \tag{25}$$

$$\text{โดย } i_l = \frac{V_l}{R_m} - \frac{K_b}{R_m} (\dot{\psi} - \dot{\theta}_l), i_r = \frac{V_r}{R_m} - \frac{K_b}{R_m} (\dot{\psi} - \dot{\theta}_r) \tag{26}$$

แทนค่าสมการ (26) ใน (23), (24), (25) จะได้สามสมการของแรงในสามระบบพิกัดใน
เทอมของสัญญาณป้อนเข้า (V_l, V_r)

$$F_\theta = \frac{1}{2} \frac{nK_t}{R_m} (V_l + V_r) - \left(nK_t \frac{K_b}{R_m} + f_m + f_w \right) \dot{\theta} + nK_t \frac{K_b}{R_m} \dot{\psi} \quad (27)$$

$$F_\psi = -\frac{nK}{R_{m-l}} (V_l + V_r) + 2 \left(nK_t \frac{K_{b-l}}{R_{m-l}} + f_m \right) \dot{\theta} - 2 \left(nK_t \frac{K_{b-l}}{R_{m-l}} + f_m \right) \dot{\psi} \quad (28)$$

$$F_\phi = n \frac{R}{W} \frac{K_t}{R_m} (V_r - V_l) - \left(n \frac{K_t K_b}{R_m} + f_w \right) \dot{\phi} \quad (29)$$

แทนค่า (27), (28), (29) ในสมการ (18), (19), (20) และแทนสมการ (1) เพื่อถูกจัดรูปให้อยู่
ในระบบพิกัด (θ, ψ, ϕ) จะได้สมการพลศาสตร์สามสมการ

$$\begin{aligned} & \left((2m_w + m_b) R^2 + 2J_{wy} + 2J_0 \right) \ddot{\theta} + (m_b LR \cos \psi - 2J_0) \ddot{\psi} \\ & - m_b LR \dot{\psi}^2 \sin \psi - \left[2m_w R^2 \dot{\theta} + m_b R^2 \dot{\theta} + m LR \dot{\theta} \sin \psi \right] \dot{\phi}^2 \\ & = \frac{1}{2} \frac{nK_t}{R_m} (V_l + V_r) - \left(nK_t \frac{K_b}{R_m} + f_m + f_w \right) \dot{\theta} + nK_t \frac{K_b}{R_m} \dot{\psi} \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} & (m_b L^2 + J_\psi + 2J_0) \ddot{\psi} + (m_b LR \cos \psi - 2J_0) \ddot{\theta} - m_b g L \sin \psi \\ & - (m_b L^2 \sin \psi + m_b LR \dot{\theta}) \dot{\phi}^2 \cos \psi \\ & = -\frac{nK}{R_{m-l}} (V_l + V_r) + 2 \left(nK_t \frac{K_{b-l}}{R_{m-l}} + f_m \right) \dot{\theta} - 2 \left(nK_t \frac{K_{b-l}}{R_{m-l}} + f_m \right) \dot{\psi} \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{2} m_w W^2 + \frac{1}{2} (J_{bz} + 2J_{wz}) + \frac{W^2}{2R^2} (J_0 + J_{wy}) + \right. \\ & \left. (2m_w + m_b) R^2 \dot{\theta}^2 + 2m_b LR \dot{\theta} \sin \psi + m_b L^2 \sin^2 \psi \right) \ddot{\phi} \\ & + 2 \left((2m_w + m_b) R^2 \dot{\theta} \dot{\phi} + m_b L^2 \dot{\psi} \sin \psi \cos \psi + m_b LR (\dot{\theta} \sin \psi + \dot{\psi} \cos \psi) \right) \dot{\phi} \\ & = n \frac{R}{W} \frac{K_t}{R_m} (V_r - V_l) - \left(n \frac{K_t K_b}{R_m} + f_w \right) \dot{\phi} \end{aligned} \quad (32)$$

การประมาณระบบเป็นเชิงเส้นในรูปปริภูมิสแตต

สมการ (30), (31), (32) นั้น เป็นระบบไม่เชิงเส้นที่มีความแม่นยำแต่มีความซับซ้อน การออกแบบระบบควบคุมในงานวิจัยนี้ยังคงอยู่ภายใต้ทฤษฎีเชิงเส้นดังนั้นจึงประมาณระบบดังกล่าวเป็นเชิงเส้น คือ กำหนดให้ค่า ψ มีค่าน้อยๆ จึงสามารถประมาณค่าเทอมที่ไม่เป็นเชิงเส้น เช่น $\sin \psi = \psi$, $\cos \psi = 1$ และ $\psi^2 = 0$ จะได้สามสมการพลศาสตร์เชิงเส้นสำหรับการออกแบบระบบควบคุมเชิงเส้น คือ สมการ

$$\begin{aligned} & \left((2m_w + m_b)R^2 + 2J_{wy} + 2J_0 \right) \ddot{\theta} + (m_b LR - 2J_0) \ddot{\psi} \\ & + \left(nK_t \frac{K_b}{R_m} + f_m + f_w \right) \dot{\theta} - nK_t \frac{K_b}{R_m} \dot{\psi} = \frac{1}{2} \frac{nK_t}{R_m} (V_l + V_r) \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} & (m_b L^2 + J_\psi + 2J_0) \ddot{\psi} + (m_b LR \cos \psi - 2J_0) \ddot{\theta} - m_b g L \sin \psi \\ & - 2 \left(nK_t \frac{K_b}{R_m} + f_m \right) \dot{\theta} + 2 \left(nK_t \frac{K_b}{R_m} + f_m \right) \dot{\psi} = -\frac{nK}{R_m} (V_l + V_r) \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{2} m_w W^2 + \frac{1}{2} (J_{bz} + 2J_{wz}) + \frac{W^2}{2R^2} (J_0 + J_{wy}) \right) \ddot{\phi} \\ & + \left(n \frac{K_t K_b}{R_m} + f_w \right) \dot{\phi} = n \frac{R}{W} \frac{K_t}{R_m} (V_r - V_l) \end{aligned} \quad (35)$$

สมการ(33), (34) และ (35) จัดรูปได้คือ

$$E \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} + F \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} + G \begin{bmatrix} \theta \\ \psi \end{bmatrix} = H \begin{bmatrix} V_l \\ V_r \end{bmatrix} \quad (36)$$

โดย

$$E = \begin{bmatrix} (2m_w + m_b)R^2 + 2J_{wy} + 2J_0 & m_b LR - 2J_0 \\ m_b LR - 2J_0 & m_b L^2 + J_{by} + 2J_0 \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} nK_t \frac{K_b}{R_m} + f_m + f_w & -nK_t \frac{K_b}{R_m} \\ 2 \left(nK_t \frac{K_b}{R_m} + f_m \right) & 2 \left(nK_t \frac{K_b}{R_m} + f_m \right) \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -m_b g L \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \frac{nK_t}{R_m} & \frac{1}{2} \frac{nK_t}{R_m} \\ -\frac{nK}{R_m} & -\frac{nK}{R_m} \end{bmatrix}$$

และ $K\ddot{\phi} + I\dot{\phi} = J(V_r - V_l)$

โดย $K = \frac{1}{2} m_w W^2 + \frac{1}{2} (J_{bz} + 2J_{wz}) + \frac{W^2}{2R^2} (J_0 + J_{wy})$

$$I = n \frac{K_t K_b}{R_m} + f_w$$

$$J = n \frac{R}{W} \frac{K_t}{R_m}$$

จากสมการ (36) จะได้สมการ

$$E(1,1)\ddot{\theta} + E(1,2)\ddot{\psi} + F(1,1)\dot{\theta} + F(1,2)\dot{\psi} = H(1,1)V_l + H(1,2)V_r \quad (37)$$

และ

$$\begin{aligned} E(2,1)\ddot{\theta} + E(2,2)\ddot{\psi} + F(2,1)\dot{\theta} + F(2,2)\dot{\psi} + G(2,2)\psi \\ = H(2,1)V_l + H(2,2)V_r \end{aligned} \quad (38)$$

สามารถแก้สมการหาค่า $\ddot{\theta}$ ได้จาก $(37) \times E(2,2) - (38) \times E(1,2)$

สามารถแก้สมการหา $\ddot{\psi}$ ได้จาก $(38) \times E(1,1) - (37) \times E(2,1)$

กำหนดให้ $\alpha = \frac{nK_t}{R_m}$, $\beta = \frac{nK_t K_b}{R_m} + f_m$

สามารถเขียนให้อยู่ในรูปปริภูมิสถานะได้คือ

$$\dot{x} = Ax + Bu = \begin{bmatrix} A_1 & 0 \\ 0 & A_2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} B_1 & 0 \\ 0 & B_2 \end{bmatrix} u \quad (39)$$

เมื่อ $x = [\theta, \psi, \dot{\theta}, \dot{\psi}, \phi, \dot{\phi}]^T$ และ $u = [V_l, V_r]^T$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & A_1(3,2) & A_1(3,3) & A_1(3,4) \\ 0 & A_1(4,2) & A_1(4,3) & A_1(4,4) \end{bmatrix}$$

$$A_1(3,2) = -m_b g L E(1,2) / \det E$$

$$A_1(4,2) = m_b g L E(1,1) / \det E$$

$$A_1(3,3) = -[(\beta + f_w)E(2,2) + 2\beta E(1,2)] / \det E$$

$$A_1(3,4) = \beta(E(2,2) + 2E(1,2)) / \det E$$

$$A_1(4,3) = [(\beta + f_w)E(1,2) + 2\beta E(1,1)] / \det E$$

$$A_1(4,4) = -\beta(E(1,2) + 2E(1,1)) / \det E$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ B_1(3) & B_1(3) \\ B_1(4) & B_1(4) \end{bmatrix}$$

$$B_1(3) = \alpha(E(2,2)/2 + E(1,2)) / \det E$$

$$B_1(4) = -\alpha(E(1,2)/2 + E(1,1)) / \det E$$

$$\det E = E(1,1)E(2,2) - E(1,2)^2$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{I}{K} \end{bmatrix}$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{J}{K} & \frac{J}{K} \end{bmatrix}$$

โดยเอาที่พุดระบบ คือ $y = Cx$ (40)

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

การออกแบบระบบควบคุม

บทนี้แนะนำการออกแบบตัวควบคุมซึ่งเป็นหัวใจของงานวิจัยนี้ ระบบการควบคุม ที่ใช้คือการออกแบบระบบควบคุมที่เหมาะสมที่สุด (optimal control) (วิบูลย์, 2548; วโรดม, 2551; Lewis and Syrmos, 1995; Ogata, 1997) และในบทนี้ประกอบด้วย 3 ส่วน คือ คุณสมบัติความควบคุมได้และสังเกตได้ การออกแบบตัวควบคุมด้วยตัวคุมค่ากำลังสองน้อยที่สุด

สำหรับการออกแบบระบบควบคุมในงานวิจัยนี้จะสอดคล้องและเป็นไปตามทฤษฎีเมื่อระบบที่ต้องการควบคุมนั้นมีคุณสมบัติความสามารถควบคุมได้และสังเกตได้

1. คุณสมบัติความควบคุมได้ (Controllability)

ถ้าระบบมีคุณสมบัติความควบคุมได้ (controllable) หมายความว่า จะมีสัญญาณควบคุมแบบต่อเนื่องที่สามารถควบคุมระบบจากตำแหน่งเริ่มต้นไปยังตำแหน่งใดๆ ที่ต้องการได้ในเวลาหนึ่ง และสามารถหาตัวควบคุมที่เป็นหนึ่งเดียวตามสมการกฎการควบคุมที่ทำให้สมการลักษณะเฉพาะแบบพหุนาม $\alpha_c(s)$ กำถึง n ใดๆ $\alpha_c(s) = \det[sI - A - BK]$

$$\text{เมื่อ } \text{rank} \begin{bmatrix} B : AB : \dots : A^{n-1}B \end{bmatrix} = n \quad (41)$$

การพิสูจน์คุณสมบัติความควบคุมได้แสดงอยู่ในภาคผนวก ก

$$\begin{aligned} \text{rank} \begin{bmatrix} B : AB : A^2B : A^3B : A^4B : A^5B \end{bmatrix} &= 6 \\ \text{rank} \begin{bmatrix} \hat{B} : \hat{A}\hat{B} : \hat{A}^2\hat{B} : \hat{A}^3\hat{B} : \hat{A}^4\hat{B} : \hat{A}^5\hat{B} \end{bmatrix} &= 9 \end{aligned}$$

ซึ่งสามารถพิจารณาได้ด้วยโปรแกรม MATLAB ด้วยคำสั่ง `rank (ctrb (A, B))`

2. คุณสมบัติความสังเกตได้ (Observability)

ถ้าระบบ (A, B) มีคุณสมบัติความควบคุมได้ (Observability) หมายความว่า ที่เวลาใดๆ และระบบอยู่ที่ตำแหน่งใดๆ สามารถที่บอกค่าสเตรตของระบบจากการพิจารณาสัญญาณป้อนออกของระบบได้ในเวลาหนึ่ง

$$\text{เมื่อ } \text{rank} \begin{bmatrix} C^T : A^T C^T : \dots : A^{T(n-1)} C^T \end{bmatrix} = n \quad (42)$$

การพิสูจน์คุณสมบัติความสังเกตได้แสดงอยู่ในภาคผนวก ก

$$\text{rank} \begin{bmatrix} C^T : A^T C^T : A^{2T} C^T : A^{3T} C^T : A^{4T} C^T : A^{5T} C^T \end{bmatrix} = 6$$

ซึ่งสามารถพิจารณาได้ด้วยโปรแกรม MATLAB ด้วยคำสั่ง `rank (obsv (A, C))`

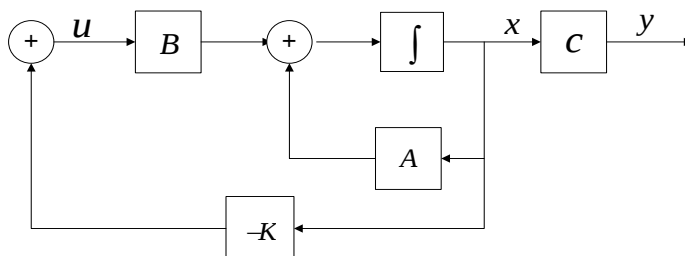
ตัวคุมค่ากำลังสองน้อยที่สุด (Linear Quadratic Regulator, LQR)

จุดเด่นของการออกแบบด้วยตัวคุมค่ากำลังสองน้อยที่สุด (linear quadratic regulator) ที่เหนือกว่าวิธีการวางโพลก็คือ มีแบบแผนที่เป็นระบบมากกว่าในการคำนวณหาค่าอัตราขยาย โดย การออกแบบสัญญาณควบคุมซึ่งทำให้ค่าดัชนีสมรรถนะ (performance index, J) มีค่าน้อยที่สุด (minimization)

กำหนดให้ดัชนีสมรรถนะ (performance index) คือ

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (43)$$

Q เป็นเมตริกซ์สมมาตรที่เป็นบวกแน่นอนซึ่งเป็นเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักให้ความสำคัญในการควบคุมของสเตตแต่ละตัว และ R เป็นเมตริกซ์สมมาตรที่เป็นกึ่งบวกแน่นอนทำหน้าที่ถ่วงน้ำหนักสำหรับสัญญาณควบคุม สัญญาณควบคุมนี้ถูกกำหนดให้ไม่มีข้อจำกัด (unconstraint) บล็อกไดอะแกรมแสดงอยู่ในภาพที่ 24



ภาพที่ 24 บล็อกไดอะแกรมในการควบคุมป้อนกลับแบบรักษาเสถียรภาพ

จากภาพที่ 24 จะได้ $\dot{x} = Ax + Bu$ (44)

$$y = Cx$$

$$u(t) = -Kx(t) \quad (45)$$

เมื่อ $x = [\theta \ \psi \ \dot{\theta} \ \dot{\psi} \ \phi \ \dot{\phi}]^T, u = [V_l \ V_r]^T$

$$K = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} & k_{15} & k_{16} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} & k_{25} & k_{26} \end{bmatrix}$$

เมตริกซ์ A, B คือ พลาเน็ตจากสมการ (39) แทนค่า u (45) ลงในสมการ (44) จะได้

$$\dot{x} = Ax - BKx = (A - BK)x \quad (46)$$

กำหนดให้เมตริกซ์ $A - BK$ มีเสถียรภาพหรือมีค่าเจาะจงเป็นค่าจริงเครื่องหมายลบทั้งหมด เมื่อแทนค่า $u(t)$ ในสมการดรชนี้สมรรถนะ (43) จะได้

$$\begin{aligned} J &= \int_0^{\infty} (x^T Q x + x^T K^T R K x) dt \\ &= \int_0^{\infty} x^T (Q + K^T R K) x dt \end{aligned} \quad (47)$$

$$\begin{aligned} \text{กำหนดให้ } x^T (Q + K^T R K) x &= -\frac{d}{dt} (x^T P x) \\ x^T (Q + K^T R K) x &= -\dot{x}^T P x - x^T P \dot{x} = -x^T \left[(A - BK)^T P + P (A - BK) \right] x \\ (A - BK)^T P + P (A - BK) &= -(Q + K^T R K) \end{aligned} \quad (48)$$

ในภาคผนวก ค แสดงให้เห็นว่าเมื่อ $A - BK$ เป็นเมตริกซ์ที่มีเสถียรภาพ จะมี P เป็นเมตริกซ์สมมาตรที่เป็นบวกแน่นอนสอดคล้องกับสมการ (48) และในกรณีที่ระบบมีเสถียรภาพแล้วสามารถหาค่า P ที่เป็นเมตริกซ์สมมาตรที่เป็นบวกแน่นอน ได้เพียงค่าเดียว ดังนั้นค่า P อื่นๆ ที่ได้จากสมการ (48) จะไม่เป็นเมตริกซ์สมมาตรที่เป็นบวกแน่นอน

จากดรชนี้สมรรถนะจะได้

$$J = \int_0^{\infty} x^T (Q + K^T R K) x dt = -x^T P x = -x^T(\infty) P x(\infty) + x^T(0) P x(0) \quad (49)$$

และเนื่องจากค่าเจาะจงของ $A - BK$ ถูกกำหนดให้เป็นลบทั้งหมด หรือ $x(\infty) \rightarrow 0$ ดังนั้น จะได้ $J = x^T(0) P x(0)$

แสดงว่าครรชนี่สมรณะเป็นฟังก์ชันของค่าเริ่มต้น $x(0)$ และเมตริกซ์ P
เพื่อหาคำตอบ กำหนดให้ $R = T^T T$

เมื่อ R เป็นเมตริกซ์สมมาตรที่เป็นบวกแน่นอน และ T ไม่เป็นเมตริกซ์หนึ่งหน่วย
จากสมการ (48) สามารถเขียนได้เป็น

$$(A^T - K^T B^T)P + P(A - BK) + Q + K^T T^T T K = 0 \quad (50)$$

$$A^T P + PA + \left[TK - (T^T)^{-1} B^T P \right]^T \left[TK - (T^T)^{-1} B^T P \right] - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (51)$$

โดยพยายามทำให้ค่า J ต่ำสุดโดยการปรับค่า K หรือต้องการค่าต่ำสุดของ

$$x^T \left[TK - (T^T)^{-1} B^T P \right]^T \left[TK - (T^T)^{-1} B^T P \right] x$$

ซึ่งเป็นพจน์ที่มีค่าเป็นกึ่งบวกแน่นอนจึงมีค่าต่ำสุดคือศูนย์ ซึ่งจะเป็นเช่นนั้นเมื่อ

$$TK = (T^T)^{-1} B^T P$$

$$\text{ดังนั้น } K = T^{-1} (T^T)^{-1} B^T P = R^{-1} B^T P \quad (52)$$

สมการ (52) เป็นสมการที่ให้ค่า K ที่เหมาะสมที่สุดสำหรับระบบดังกล่าว ดังนั้นเราสามารถคำนวณหาสัญญาณควบคุมที่เหมาะสมที่สุด คือ

$$u(t) = -Kx(t) = -R^{-1}B^T Px(t) \quad (53)$$

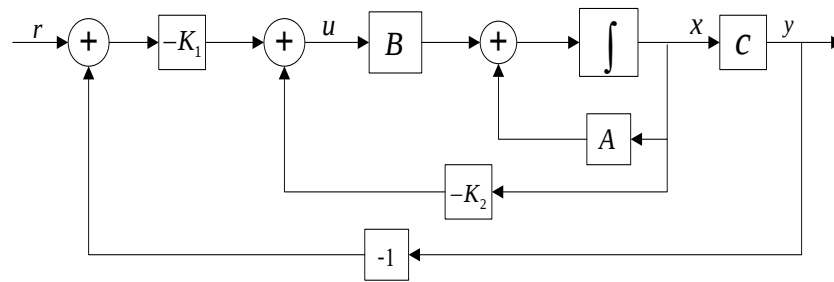
ซึ่งเมตริกซ์ P ในสมการ (53) ต้องสอดคล้องกับสมการ (48) หรือที่ลดรูปลงดังสมการ (54) เรียกว่า Reduced-matrix Riccati Equation คือ

$$A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (54)$$

สรุปการออกแบบตัวควบคุมด้วยเทคนิคดังกล่าว คือ

1. แก้คำตอบของสมการ Reduced-matrix Riccati Equation (54) เพื่อหาค่าเมตริกซ์ P เมื่อปรากฏค่า P ที่เป็นเมตริกซ์สมมาตรที่เป็นบวกแน่นอนแสดงได้ว่า ระบบมีเสถียรภาพหรือเมตริกซ์ $A-BK$ มีเสถียรภาพ

2. แทนค่าเมตริกซ์ P ในสมการ (52) เพื่อคำนวณหาค่า K ที่เหมาะสมที่สุด ส่วนถัดไปในงานวิจัยนี้เป็นปัญหาการตามรอยสัญญาณ (tracking) ในบางครั้งถูกเรียกว่า Servo Systems ซึ่งเป็นการขยายขอบเขตของปัญหาการรักษาเสถียรภาพออกไปเล็กน้อย รูปแบบการควบคุมแสดงดังภาพที่ 25



ภาพที่ 25 บล็อกไดอะแกรมในการควบคุมป้อนกลับแบบตามรอยสัญญาณ

จากภาพที่ 25

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (55)$$

$$y = Cx$$

$$u = -K_2x + K_1(r - y) \quad (56)$$

เมื่อ $x = [\theta \ \psi \ \dot{\theta} \ \dot{\psi} \ \phi \ \dot{\phi}]^T$, $u = [V_l \ V_r]^T$

$$r = [\theta_{ref} \ \psi_{ref} \ \phi_{ref}]^T$$

$$K_1 = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{15} \\ k_{21} & k_{22} & k_{25} \end{bmatrix}, K_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & k_{13} & k_{14} & 0 & k_{16} \\ 0 & 0 & k_{23} & k_{24} & 0 & k_{26} \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} & k_{15} & k_{16} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} & k_{25} & k_{26} \end{bmatrix}$$

$$\text{จากสมการ (55), (56) } \dot{x} = Ax + Bu = (A - BK)x + Bk_1 r \quad (57)$$

ระบบมีเสถียรภาพเมื่อโพลระบบปิดอยู่ในบนฝั่งซ้ายของระนาบเชิงซ้อน ดังนั้นค่า $y(\infty)$ จะมีค่าลู่เข้าสู่ค่าคงที่ r และ $u(\infty)$ มีค่าลู่เข้าสู่ค่าศูนย์ เมื่อ r เป็นฟังก์ชันขั้นบันได พบว่า

$$\dot{x}(\infty) = (A - BK)x(\infty) + Bk_1 r(\infty) \quad (58)$$

ที่ r เป็นฟังก์ชันขั้นบันได $r(\infty) = r(t) = r$ มีค่าคงที่เมื่อ $t > 0$ และพิจารณาสมการ (57) ไปด้วยสมการ (58) จะได้

$$\dot{x}(t) - \dot{x}(\infty) = (A - BK)[x(t) - x(\infty)]$$

$$\begin{aligned} \text{กำหนดให้} \quad x_e(t) &= [x(t) - x(\infty)] \\ \dot{x}_e(t) &= (A - BK)x_e(t) \end{aligned}$$

$$\text{หรือ} \quad \dot{x}_e(t) = Ax_e(t) + Bu \quad (59)$$

$$\text{และ} \quad u = -Kx_e \quad (60)$$

ผลที่ได้ คือ การออกแบบระบบ (59) และ (60) ให้มีเสถียรภาพหรือมีค่าลู่เข้า โดยการออกแบบอัตราขยาย K ให้สมการดรชนีสมรรถนะที่มีลักษณะคล้ายกับสมการ (43) ให้มีค่าต่ำสุดโดยสมการดรชนีสมรรถนะสำหรับระบบนี้คือ

$$J = \int_0^{\infty} (x_e^T Q x_e + x_e^T K^T R K x_e) dt \quad (61)$$

$$\text{ทำการออกแบบโดย } Q = \text{diag}[0.1, 1, 0.1, 1, 0.1, 0.1]$$

$$R = \text{diag}[1, 1]$$

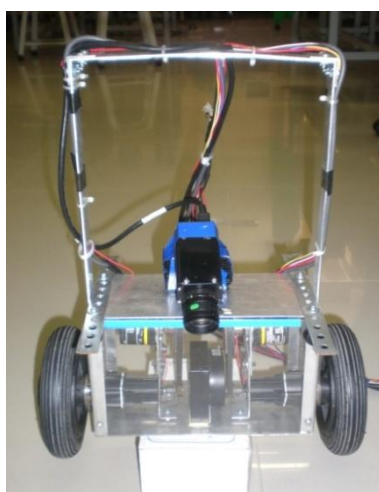
จะได้ค่าอัตราขยาย คือ

$$K = \begin{bmatrix} -0.2236 & -6.0222 & -0.6541 & -1.4885 & -0.2236 & -0.5249 \\ -0.2236 & -6.0222 & -0.6541 & -1.4885 & 0.2236 & 0.5249 \end{bmatrix}$$

วิธีการทำ Vision Builder

1. ศึกษาการใช้โปรแกรม LabVIEW และ Vision Builder AI

2. สร้างรถต้นแบบจากอุปกรณ์ที่มี ได้แก่ เอนโคเดอร์สองตัว มอเตอร์สองตัว สายพานสองเส้น ล้อรถสองข้างและแผ่นอลูมิเนียม ดังแสดงในภาพที่ 26 และทำการต่อสายเชื่อมต่อข้อมูลกับคอมพิวเตอร์ และสายไฟต่างๆ



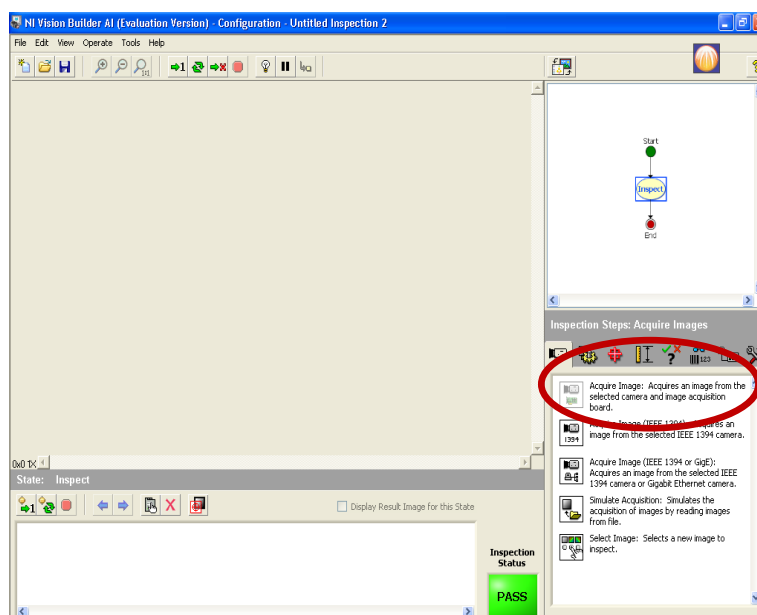
ภาพที่ 26 หุ่นยนต์รถสองล้ออัจฉริยะ

3. สร้างสนามทดลองหุ่นยนต์รถสองล้ออัจฉริยะ

4. จำลองการตรวจจับวัตถุโดยจำลองวัตถุในกรณี ที่ วัตถุเป็นชิ้นเดียว ซึ่งรถต้องหลบหลีก ดังภาพที่ 27

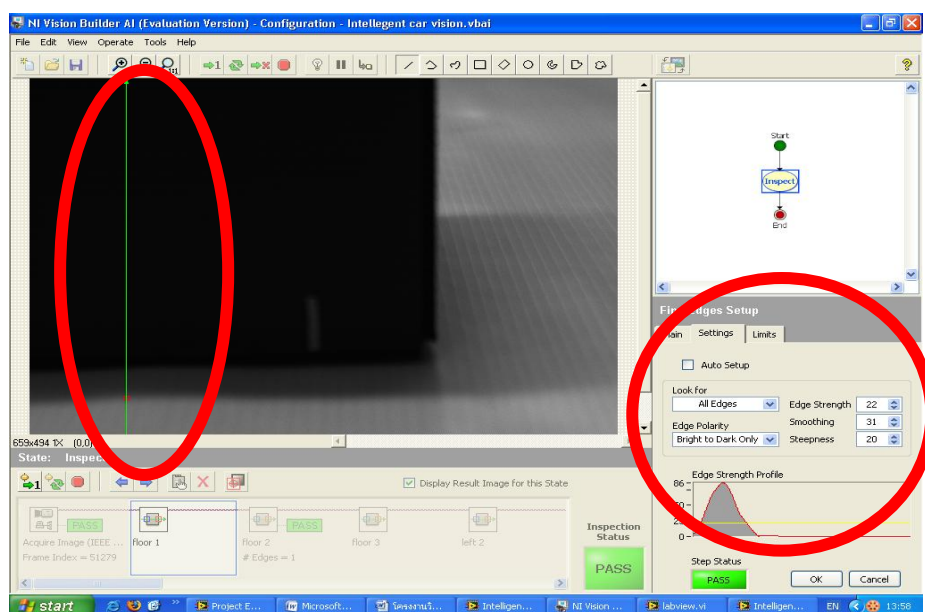
5. ทำการออกแบบการตรวจจับวัตถุใน โปรแกรม Vision Builder AI โดยมีรายละเอียดดังนี้

5.1 รับภาพที่ได้จากกล้อง เข้ามายังโปรแกรมดังภาพที่ 27 โดยใช้ฟังก์ชัน Acquire Image

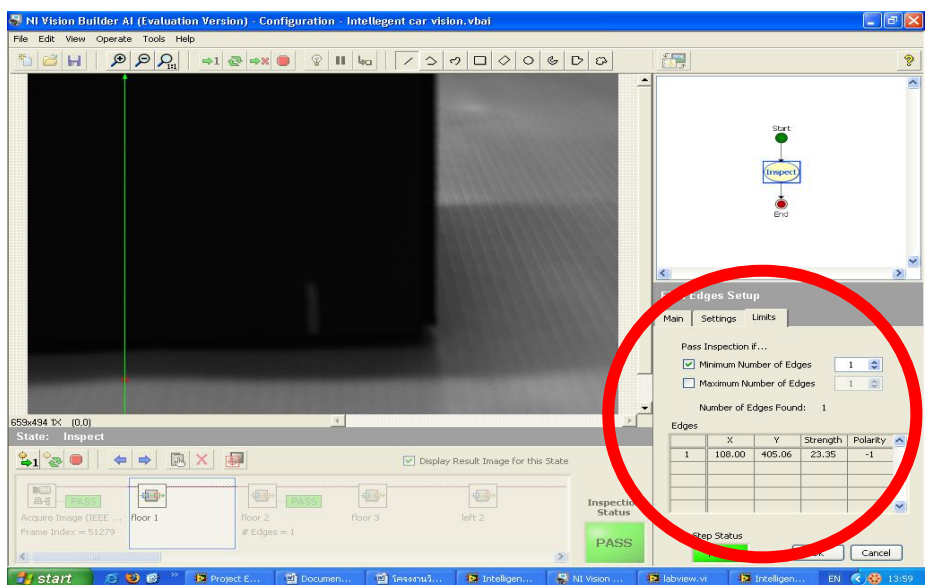


ภาพที่ 27 รับภาพจากกล้องเข้ามายังโปรแกรมโดยใช้ฟังก์ชัน Acquire Image

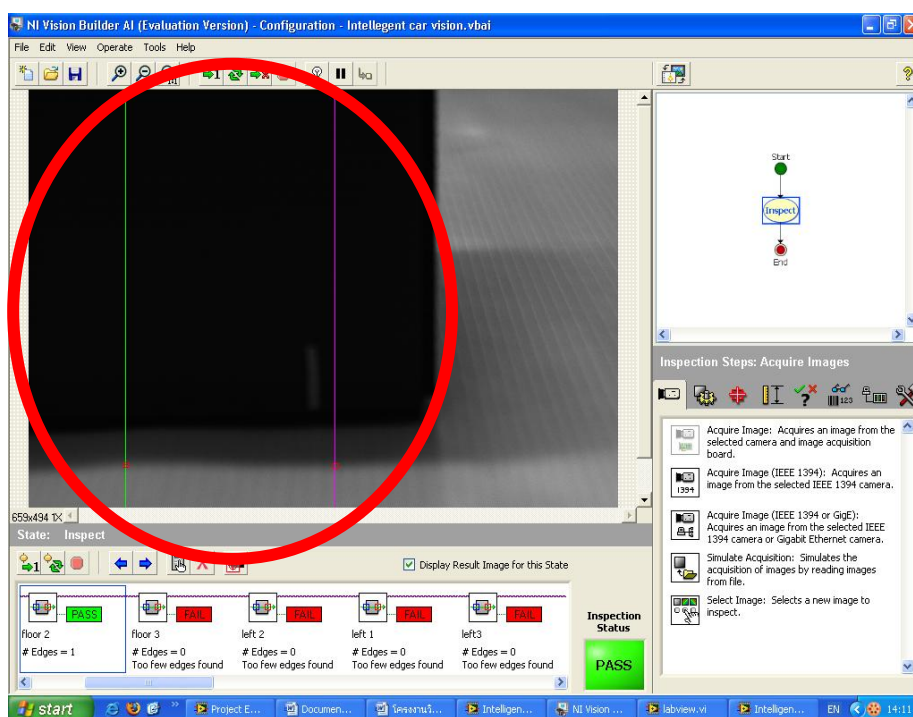
5.2 ใช้ฟังก์ชัน Find Edge เพื่อหาขอบของวัตถุที่ตรวจจับโดยแบ่งเป็นในแนวซ้ายไปขวา ขวาไปซ้าย และ ล่างขึ้นบน โดยส่วนละห้าเส้น เพื่อวัดเป็นห้าช่วง ปรับค่าของทุกเส้นดังนี้ ฟังก์ชัน Edge Polarity ตั้งค่าเป็น Bright to Dark ฟังก์ชัน Edge Strength ตั้งค่าเป็น 15-25 ฟังก์ชัน Smoothing ตั้งค่าเป็นยี่สิบห้าถึงสามสิบห้า Steepness ตั้งค่าเป็นสิบห้าถึงยี่สิบห้า ค่าที่ได้เป็นค่าที่ได้จากการประมาณและการทดลอง ดังแสดงในภาพที่ 29-35



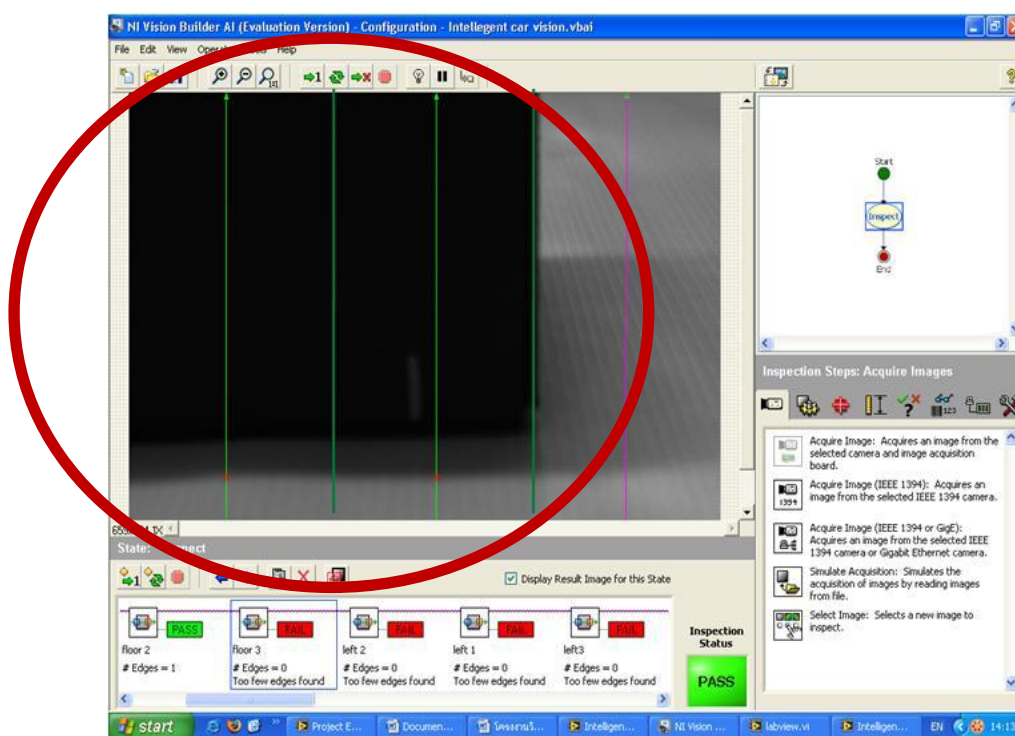
ภาพที่ 28 แสดงการใช้ฟังก์ชันของการตรวจจับขอบ และการตั้งค่าต่างๆ



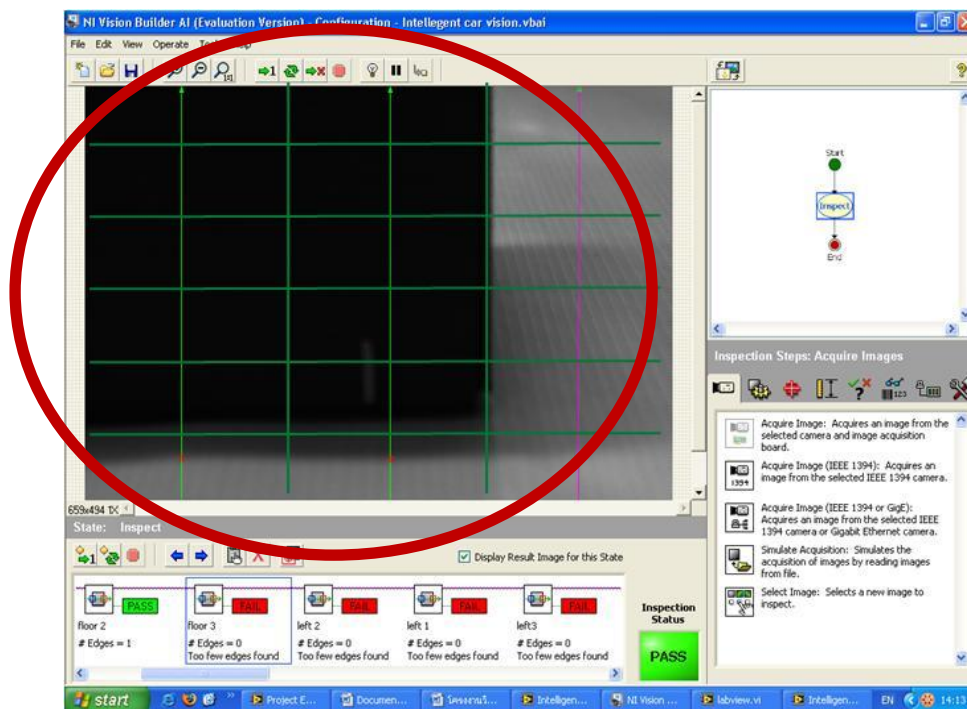
ภาพที่ 29 แสดงการตั้งค่าให้วัดขอบเจอเพียงขอบเดียว



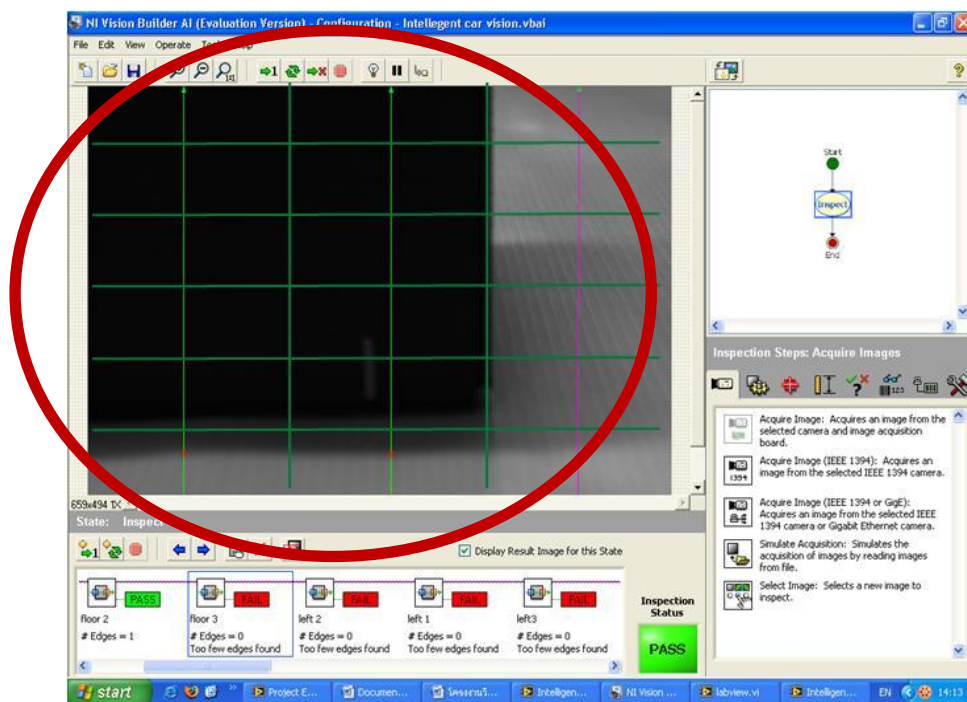
ภาพที่ 30 เพิ่มฟังก์ชันการตรวจจับขอบให้ครอบคลุมพื้นที่



ภาพที่ 31 การใส่ฟังก์ชันให้ครบแนวข้างขึ้นบน 5 เส้น



ภาพที่ 32 เพิ่มเส้นตรวจจับขอบในแนวซ้ายไปขวา 5 เส้น เพื่อให้ครอบคลุมพื้นที่



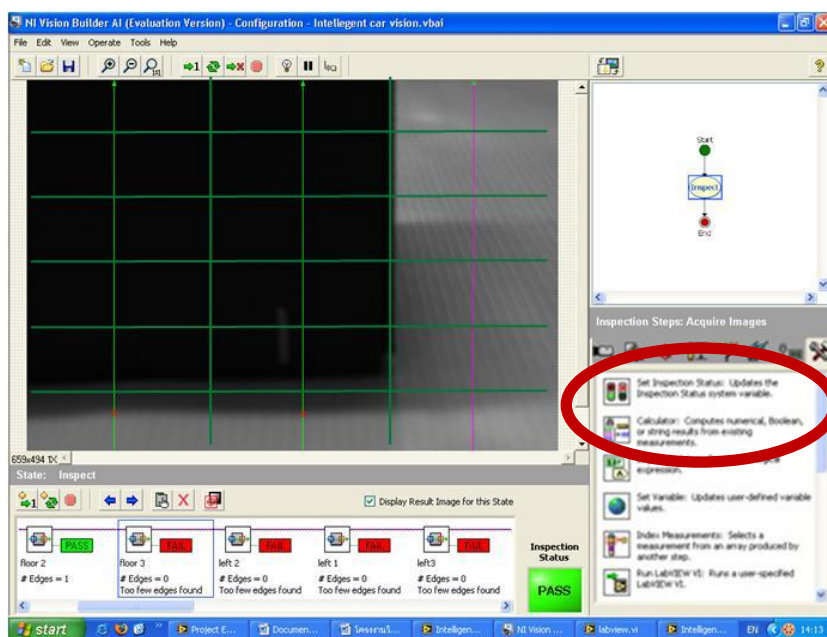
ภาพที่ 33 เพิ่มเส้นตรวจจับในแนวขวาไปซ้าย 5 เส้น เพื่อให้ครอบคลุมพื้นที่

เมื่อทำการเขียนฟังก์ชันในการตรวจวัดขอบแล้ว จะต้องทำการเก็บค่าของระยะต่างๆ ที่ทำการตรวจวัดได้ โดยระยะต่างๆ นั้นประกอบด้วย เส้นขอบที่วัดจากล่างขึ้นบน (เพื่อวัดระยะจากพื้นถึงวัตถุเพื่อระยะที่ต้องการหยุดตัวรถ) เส้นที่หนึ่ง กำหนดให้ชื่อ Floor 1 เส้นที่สอง กำหนดให้ชื่อ Floor 2 เส้นที่สาม กำหนดให้ชื่อ Floor 3 เส้นที่สี่ กำหนดให้ชื่อ Floor 4 เส้นที่ห้า กำหนดให้ชื่อ Floor 5

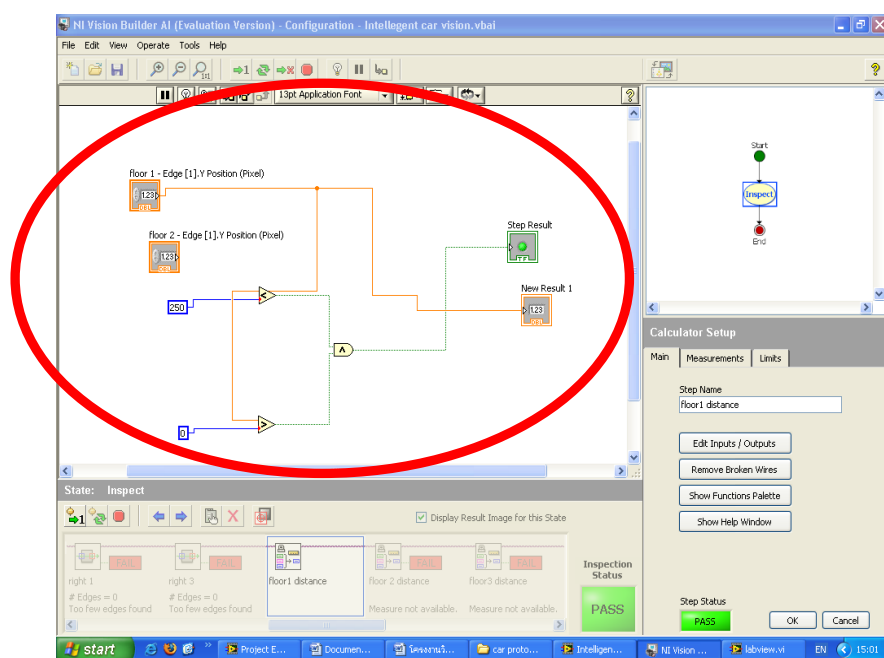
เส้นขอบที่วัดจากซ้ายไปขวา (เพื่อวัดระยะจากขอบของภาพจากกล้องไปยังวัตถุ เพื่อตัดสินใจในการเลี้ยวรถ) เส้นที่หนึ่ง กำหนดให้ชื่อ Right 1 เส้นที่สอง กำหนดให้ชื่อ Right 2 เส้นที่สาม กำหนดให้ชื่อ Right 3 เส้นที่สี่ กำหนดให้ชื่อ Right 4 เส้นที่ห้า กำหนดให้ชื่อ Right 5

เส้นขอบที่วัดจากขวาไปซ้าย (เพื่อวัดระยะจากขอบของภาพจากกล้องไปยังวัตถุ เพื่อตัดสินใจในการเลี้ยวรถ) เส้นที่หนึ่ง กำหนดให้ชื่อ Left 1 เส้นที่สอง กำหนดให้ชื่อ Left 2 เส้นที่สาม กำหนดให้ชื่อ Left 3 เส้นที่สี่ กำหนดให้ชื่อ Left 4 เส้นที่ห้า กำหนดให้ชื่อ Left 5

ใช้ฟังก์ชัน Calculator ในการวัดระยะวัตถุเป็นหน่วย พิกเซล เนื่องจากไม่ต้องปรับค่าสามารถใช้ได้ทันที โดยระยะ ในแนวแกน x จะเริ่มจากซ้ายสุดไปยังขวาสุดของกรอบจะมีค่าเท่ากับ หกร้อยหกสิบพิกเซล และจากบนสุดไปยังล่างสุดมีค่าเท่ากับสี่ร้อยสี่พิกเซล ซึ่งเป็นไปตามคุณสมบัติของกล้อง คือ มีขนาดหกร้อยหกสิบคูณสี่ร้อยเก้าสิบสี่พิกเซล โดยกำหนดให้วัดค่าของทุกเส้น โดยกำหนดให้เป็นชื่อ xxx distance เช่น Floor distance 1, Left distance 2 เป็นต้น และสามารถแสดงได้ดังภาพที่ 34

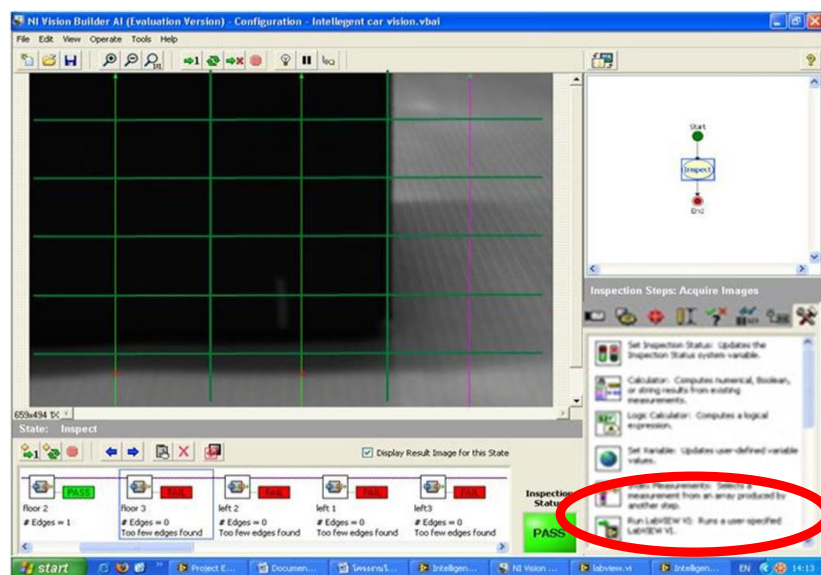


ภาพที่ 34 แสดงฟังก์ชันที่ใช้ในการคำนวณเพื่อหาระยะขอบของวัตถุที่วัดได้

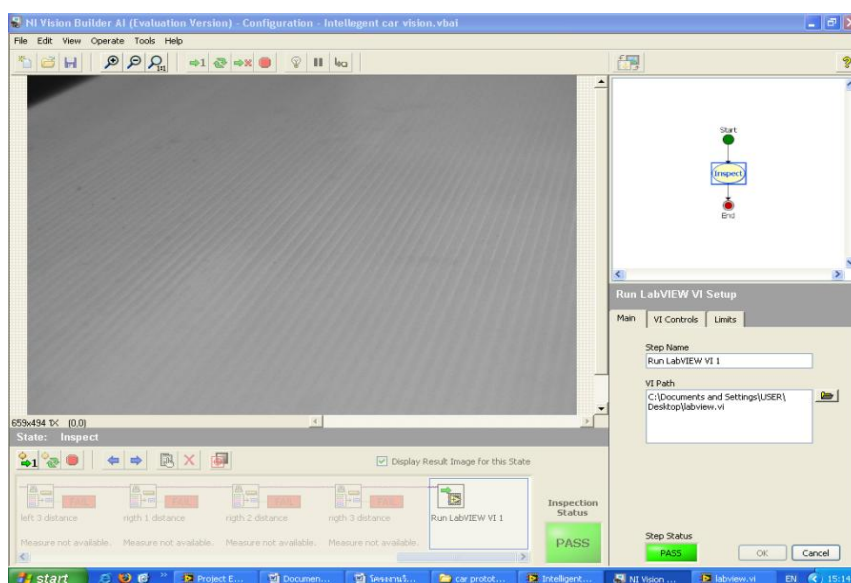


ภาพที่ 35 แสดงการนำค่าระยะที่ได้เป็น พิกเซล เพื่อเก็บเป็นค่าตัวเลข

ใช้ฟังก์ชัน Run Labview VI เพื่อนำโปรแกรมที่เขียนจากโปรแกรม LabVIEW เพื่อใช้งานร่วมกับค่าตัวแปรที่วัดได้จากวัตถุเพื่อนำไปควบคุมมอเตอร์โดยจะกล่าวถึงต่อไป และแสดงได้ดังภาพที่ 36

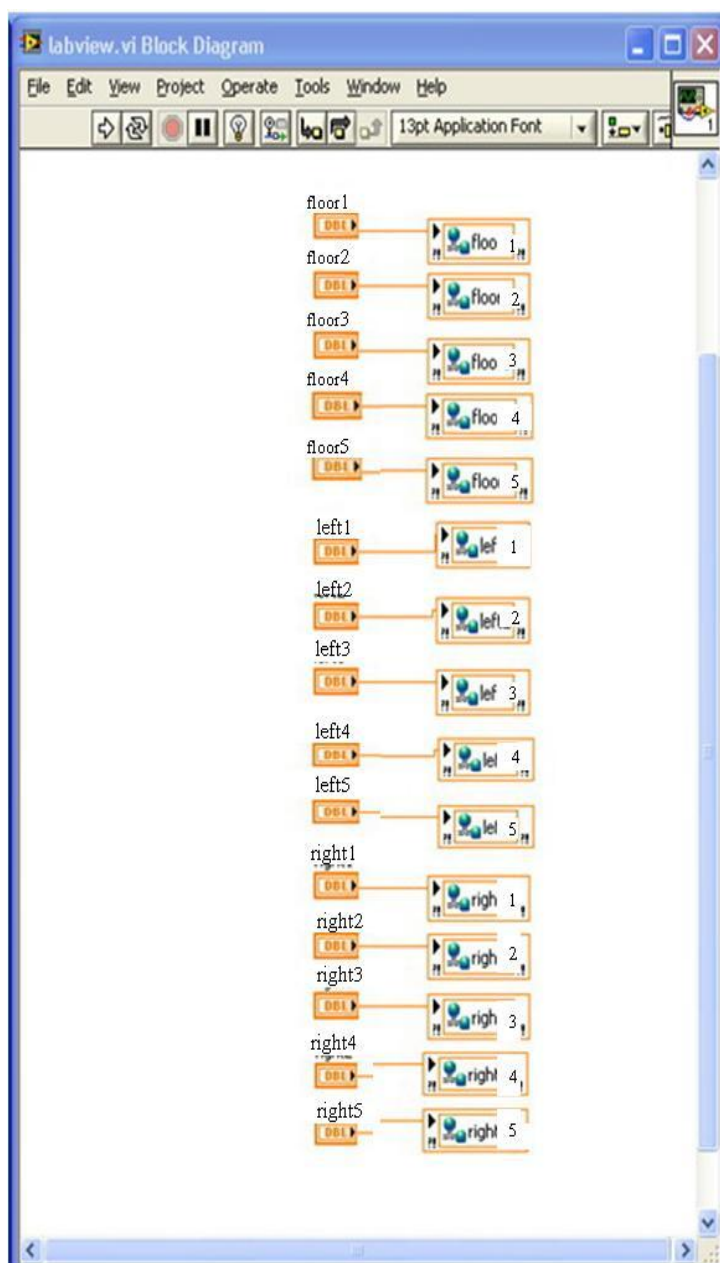


ภาพที่ 36 การเพิ่มฟังก์ชัน Run Labview VI

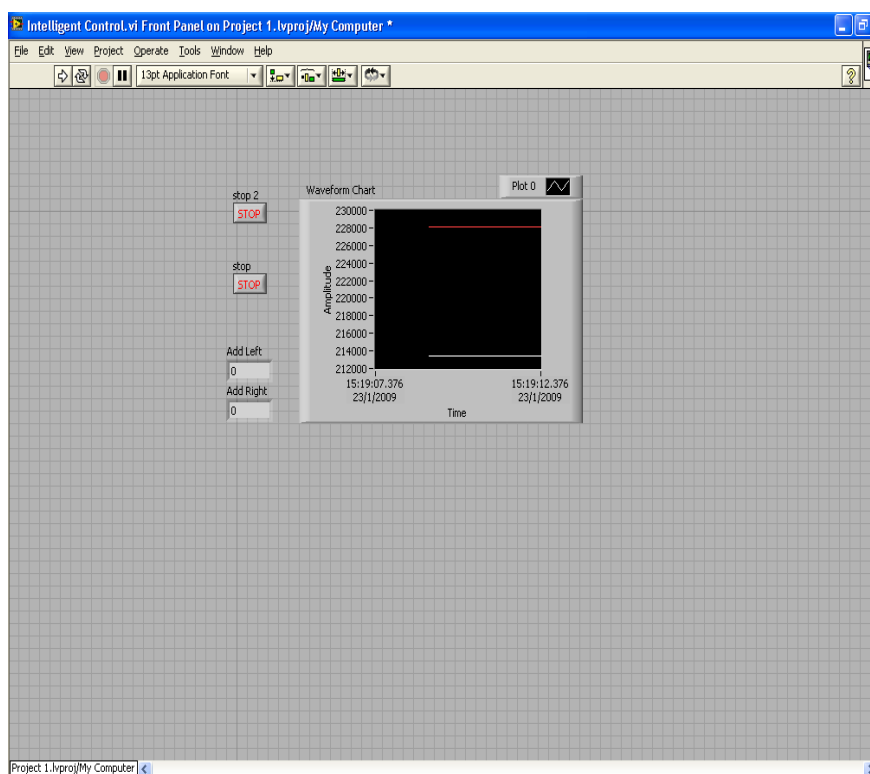


ภาพที่ 37 แสดงการนำไฟล์ LabVIEW มาใช้ประยุกต์ระหว่างการตรวจจับด้วยภาพ และการควบคุมมอเตอร์

เขียนฟังก์ชันควบคุมมอเตอร์ในโปรแกรมLabVIEW โดยการรับค่ามาจกโปรแกรม Vision Builder AI โดยจะแบ่งเป็นสองไฟล์ คือ ไฟล์ที่ใช้ในการรับค่าตัวแปรต่างๆ จาก Vision Builder ทั้งสิบห้าตัวแปร โดยรับค่ามาแล้วกำหนดให้เป็นตัวแปร สำหรับไฟล์นี้จะเป็นไฟล์ที่เรียกโดย Vision Builder เพื่อเก็บค่ามาและส่งให้เป็นตัวแปรที่จะใช้งานยังโปรแกรมอื่นต่อไป และไฟล์ที่ใช้ในการประมวลผล หรือการตัดสินใจในการเคลื่อนที่หรือการหมุนของมอเตอร์ ดังแสดงในภาพที่ 38



ภาพที่ 38 แผนภาพของไฟล์ LabVIEW ที่จะรับค่าตัวแปรต่างๆ ทั้งสิบห้าตัว



ภาพที่ 39 แสดงหน้าจอไฟล้ควบคุมการหมุนของมอเตอร์

สำหรับฟังก์ชันการควบคุมมอเตอร์นั้น จะใช้หลักการเลียวซ้ายและขวาเมื่อ มีการตรวจวัดระยะที่พื้นพบ และเมื่อพบแล้วจะตรวจวัดระยะ ด้านซ้าย และด้านขวา ใดๆ หากส่วนใดมีค่ามากกว่า ให้ทำการหมุนมอเตอร์ไปด้านนั้น โดยการเปิดโปรแกรมนั้นจะต้องเริ่มจากโปรแกรมควบคุมมอเตอร์เป็นลำดับแรก ต่อด้วย Vision Builder ส่วนโปรแกรมที่จะใช้ในการส่งค่าตัวแปรต่างๆ จะขึ้นมาอย่างอัตโนมัติ สำหรับการเคลื่อนที่หากไม่สามารถตรวจจับได้ จะสั่งให้วิ่งไป ด้านหน้าตรงๆ และเลียวซ้าย หรือเลียวขวาก็ขึ้นอยู่กับจะพบวัตถุด้านใด

ผลและวิจารณ์

ผลการทดลองจะแสดงถึงการออกแบบระบบควบคุมที่ได้กล่าวไว้ ซึ่งแบ่งออกเป็นสองส่วน คือ ผลการจำลองด้วยโปรแกรม MATLAB และผลการทดลองของหุ่นยนต์สองล้อ ทั้งสองส่วน แสดงให้เห็นความสัมพันธ์ที่สอดคล้องกัน และผลทั้งสองส่วนนั้น ยังแบ่งออกเป็นสองประเภท คือ การออกแบบตัวควบคุม และการออกแบบการวัดมุมเอียง

ผลการจำลองด้วยโปรแกรม MATLAB

การจำลองด้วยโปรแกรม MATLAB แบ่งออกเป็น 5 ส่วน ส่วนที่ 1 ถึง 4 เป็นการออกแบบ ตัวควบคุมประเภทต่างๆ ส่วนที่ 5 เป็นการออกแบบการวัดมุมเอียงด้วยตัวสังเกตสเตรต

ผลการออกแบบตัวควบคุมอาศัยตัวคุมค่ากำลังสองน้อยที่สุด (LQR)

จากการออกแบบระบบควบคุมแบบอาศัยตัวคุมค่ากำลังสองน้อยที่สุด ออกแบบสมการ สมรรถนะโดยกำหนด $Q = \text{diag}[0.1, 1, 0.1, 1, 0.1, 0.1]$ และ $R = \text{diag}[1, 1]$ จะได้ค่า อัตราขยาย คือ

$$K = \begin{bmatrix} -0.2236 & -6.0222 & -0.6541 & -1.4885 & -0.2236 & -0.5249 \\ -0.2236 & -6.0222 & -0.6541 & -1.4885 & 0.2236 & 0.5249 \end{bmatrix}$$

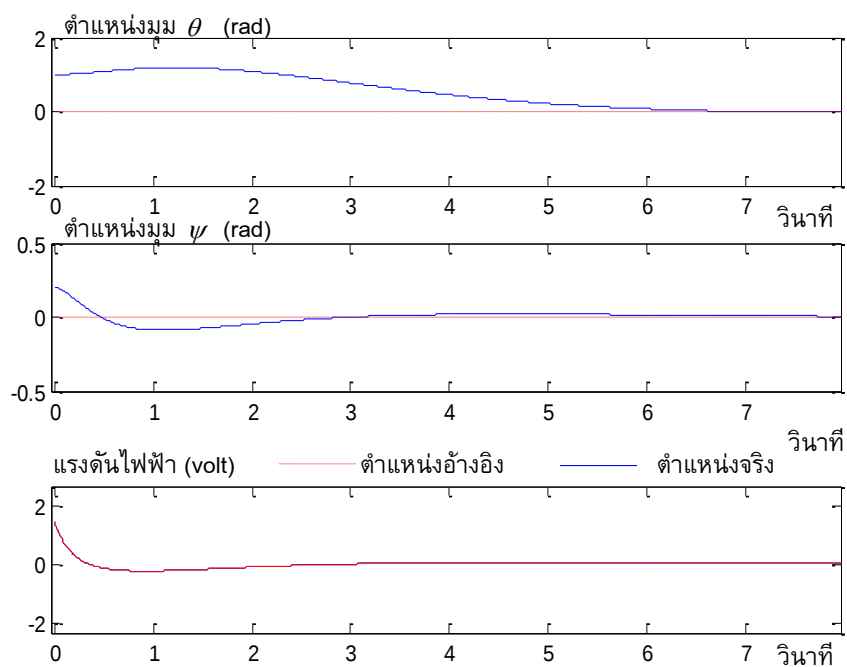
ค่าอัตราขยายดังกล่าวนำไปใช้กับระบบควบคุมแบบอาศัยตัวคุมค่ากำลังสองน้อยที่สุดจะได้ ผลดังนี้

1. ระบบรักษาเสถียรภาพ

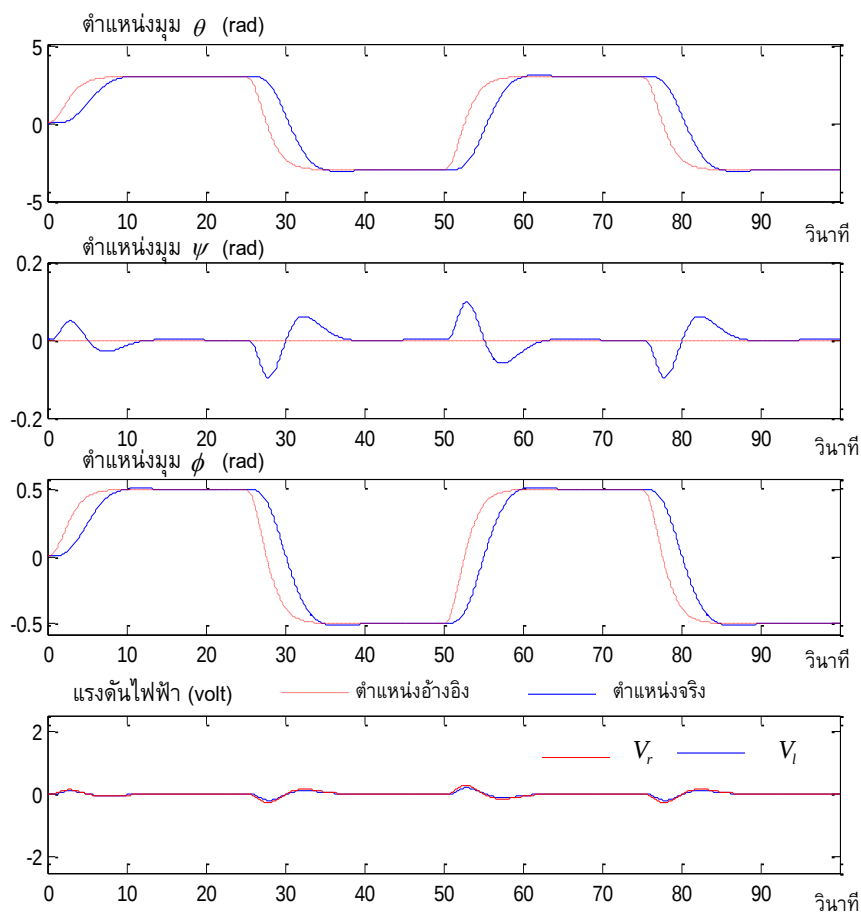
การรักษาเสถียรภาพ คือ เมื่อเวลาผ่านไปสเตรตระบบจะลู่เข้าหาค่าที่แน่นอน กำหนดให้ ตำแหน่งเริ่มต้นของสเตรตของระบบไม่อยู่ที่ศูนย์แต่อยู่ที่ $\theta = 1$ เรเดียน และ $\psi = 0.2$ เรเดียน

จากผลการจำลองระบบดังภาพที่ 40 แสดงให้เห็นว่าระบบสามารถรักษาเสถียรภาพได้ โดยตำแหน่งมุม ψ จะเคลื่อนที่เข้าสู่ตำแหน่งสมดุลได้ด้วยเวลา 3 วินาที แต่ตำแหน่งมุม θ มีลักษณะ

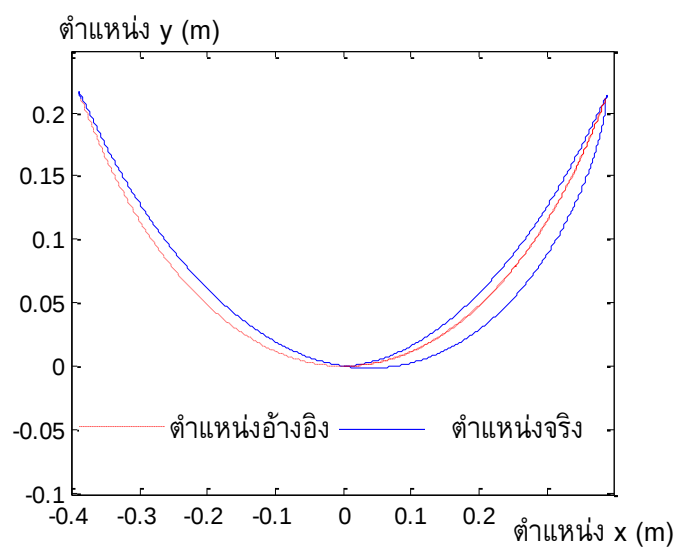
ไม่ใช่มุมเฟสน้อยที่สุด คือ จะเริ่มต้นเคลื่อนที่ในทิศทางตรงกันข้ามกับทิศทางสู่เข้าตำแหน่งสมดุล ในช่วงแรกและเคลื่อนที่เข้าสู่สภาวะคงตัวได้ด้วยเวลา 6 วินาที



ภาพที่ 40 ผลการจำลองการรักษาเสถียรภาพของระบบควบคุมอาศัยตัวคุมค่ากำลังสองน้อยที่สุด



ภาพที่ 41 ผลการจำลองการติดตามค่าของระบบควบคุมอาศัยตัวคุมค่ากำลังสองน้อยที่สุด



ภาพที่ 42 ผลการจำลองการเคลื่อนในสองมิติของระบบควบคุมอาศัยตัวคุมค่ากำลังสองน้อยที่สุด

2. ระบบตามรอยสัญญาณอ้างอิง

การตามรอยสัญญาณอ้างอิง คือ การควบคุมให้เอาต์พุตของระบบมีค่าเท่ากับค่าที่ต้องการ กำหนดให้ตำแหน่งเริ่มต้นของสเตตทั้งหมดของระบบอยู่ที่ศูนย์ โดยสัญญาณอ้างอิงจะแปรผันตามเวลา กำหนดสัญญาณอ้างอิงทั้งสาม ได้แก่ สัญญาณอ้างอิงสำหรับมุม θ คือ สัญญาณรูปสี่เหลี่ยมขนาดแอมพลิจูด 6 เรเดียนที่ผ่านตัวกรองความถี่ต่ำ $1/(s+5)^3$ สัญญาณอ้างอิงสำหรับมุม ψ คือ ศูนย์ สัญญาณอ้างอิงสำหรับมุม ϕ คือสัญญาณรูปสี่เหลี่ยมขนาดหนึ่งหน่วยที่ผ่านตัวกรองความถี่ต่ำ $1/(s+5)^3$ เช่นเดียวกัน

จากผลการจำลองระบบในภาพที่ 41 สามรูปแบบแสดงถึงการติดตามค่าเส้นปะสีแดง คือ สัญญาณอ้างอิงของเอาต์พุตทั้งสาม เส้นสีน้ำเงินคือเอาต์พุตที่ได้จากการจำลอง การควบคุมตำแหน่งมุม θ ไม่สามารถทำได้รวดเร็วมาก เนื่องจากเกี่ยวข้องกับมุมเอียงของหุ่นยนต์ (ψ) ด้วย และการควบคุมตำแหน่งมุม ϕ ทำได้ดีกว่าตำแหน่งมุม θ เล็กน้อย รูปสุดท้ายแสดงแรงดันไฟฟ้าที่ป้อนเข้าระบบและคือกำลังไฟฟ้าที่สูญเสียไปด้วย โดยออกแบบ บไม่ให้มากกว่า 2.5 และไม่ต่ำกว่า -2.5 โวลต์ ซึ่งเป็นกำลังสูงสุดของวงจรขับเคลื่อนมอเตอร์กระแสตรง

การเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์ในสองมิติจากมุมมองด้านบน แสดงดังภาพที่ 42 เส้นปะสีแดงแสดงเส้นทางการเคลื่อนที่อ้างอิง และเส้นสีน้ำเงินแสดงเส้นทางการเคลื่อนที่จริง การเคลื่อนที่เริ่มจากตำแหน่ง ก. ไปยัง ข. ก. และ ค. ตามลำดับ ถึงแม้ว่าเอาต์พุตที่ตามรอยจะตอบสนองช้าแต่ตำแหน่งการเคลื่อนที่ค่อนข้างแม่นยำ เนื่องจากตำแหน่งมุม θ และมุม ϕ มีความไวในการตอบสนองใกล้เคียงกัน

ผลการทดลอง

ในการทดลองนั้นเป็นการนำตัวควบคุมที่ได้จากการออกแบบด้วยการจำลองระบบในหัวข้อที่ผ่านมา คือ การทดลองตัวควบคุมอัสัยตัวคุมค่ากำลังสองน้อยที่สุด

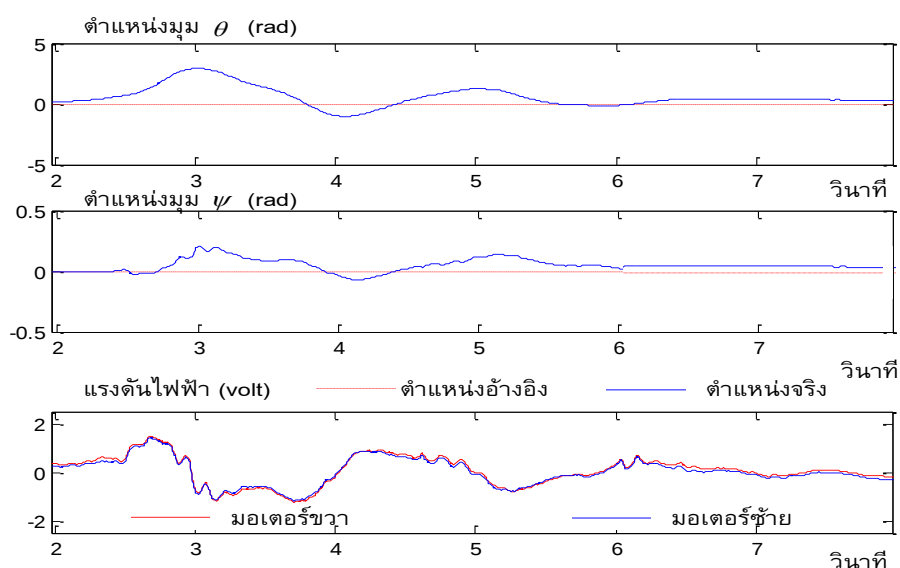
ผลการทดลองตัวควบคุมอัสัยตัวคุมค่ากำลังสองน้อยที่สุด (LQR)

จากการออกแบบตัวควบคุมจากการจำลองระบบด้วยโปรแกรมMATLAB จนได้สมรรถนะที่ต้องการแล้ว ตัวควบคุมที่เหมาะสมที่สุดนำมาใช้ในการทดลองคือ

$$K = \begin{bmatrix} -0.2236 & -6.0222 & -0.6541 & -1.4885 & -0.2236 & -0.5249 \\ -0.2236 & -6.0222 & -0.6541 & -1.4885 & 0.2236 & 0.5249 \end{bmatrix}$$

โดยแบ่งการทดลองเป็น 3 แบบ คือ การรักษาเสถียรภาพ การตาม รอยสัญญาณอ้างอิง และการตามรอยสัญญาณอ้างอิงโดยเพิ่มมวลให้ระบบ

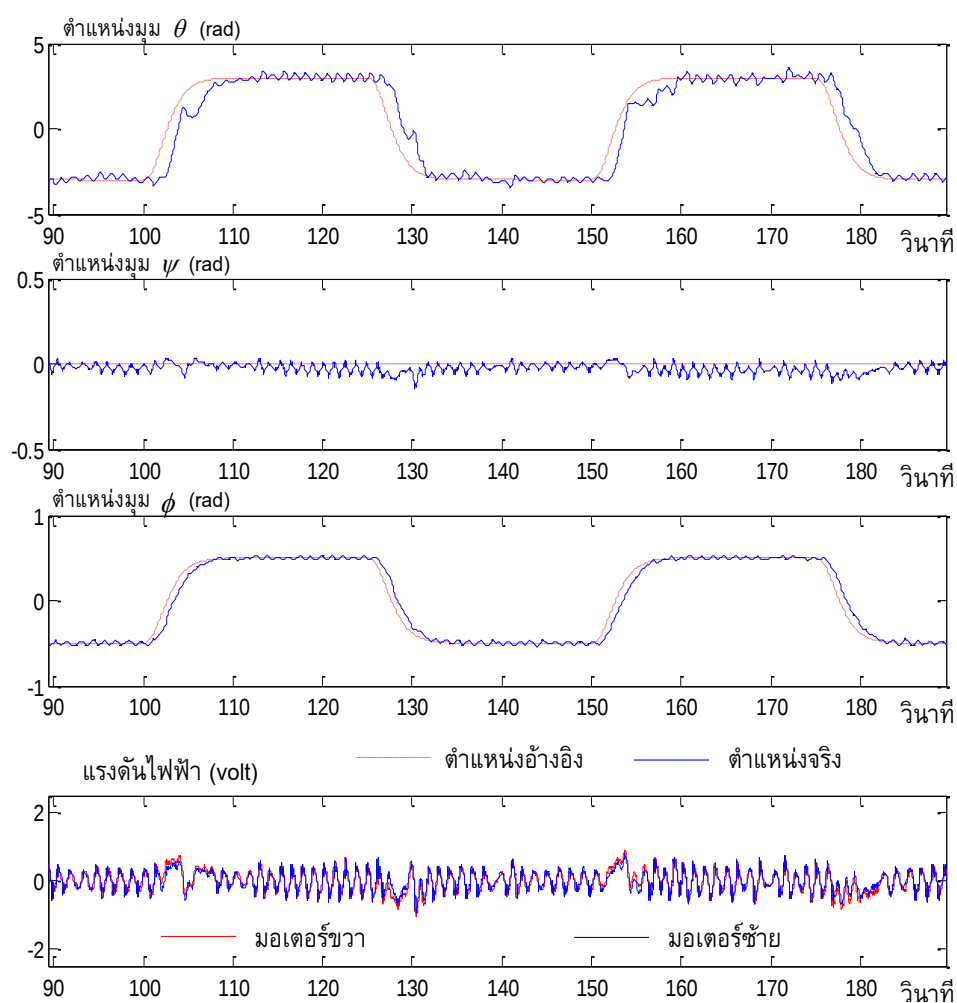
ในการทดลองที่ 1 เป็นการทดลองการรักษาเสถียรภาพของระบบ โดยค่าเริ่มต้นของทุกสแตเป็นศูนย์ และปลั๊กหุ่นยนต์ให้ล้มลงที่เวลาประมาณ 2 ถึง 2.5 วินาที ผลที่ได้แสดงด้วยภาพที่ 3



ภาพที่ 43 การทดลองการรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์สองล้อ

จากภาพที่ 43 รูปบนแสดงการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์ ตำแหน่งมุม θ แสดงผลลักษณะเดียวกับการจำลองก็จะเป็นระบบไม่ใช้มุมเฟสน้อยที่สุด หุ่นยนต์เคลื่อนที่ไปในทิศทางตรงกันข้ามก่อนที่จะเข้าสู่จุดสมดุล รูปกลางแสดงตำแหน่งมุม ψ คือ การเอียงของหุ่นยนต์ โดยหุ่นยนต์สามารถรักษาเสถียรภาพได้โดยหลังจากที่เวลา 2.5 วินาที มุม $\psi = 0.2$ เรเดียน ระบบพยายามหามุมเอียงทำให้โอเวอร์ชูตที่ $\psi = -0.1$ เรเดียนและกลับเข้าสู่จุดสมดุลในระยะเวลา 3 วินาที รูปล่างแสดงแรงดันไฟฟ้าของมอเตอร์ ซึ่งมอเตอร์ทั้งสองเคลื่อนที่ด้วยแรงดันไฟฟ้าเท่ากันที่เวลา 2.5 วินาที จะมีแรงดันไฟฟ้าสูงสุดแต่ไม่เกินกว่า ± 2.5 โวลต์

การทดลองที่ 2 เป็นการทดลองการติดตามค่าเช่นเดียวกับการออกแบบด้วยการจำลอง ระบบสัญญาณที่ต้องการติดตามหรือสัญญาณอ้างอิงมีลักษณะเดียวกัน ผลที่ได้แสดงดังภาพที่ 44



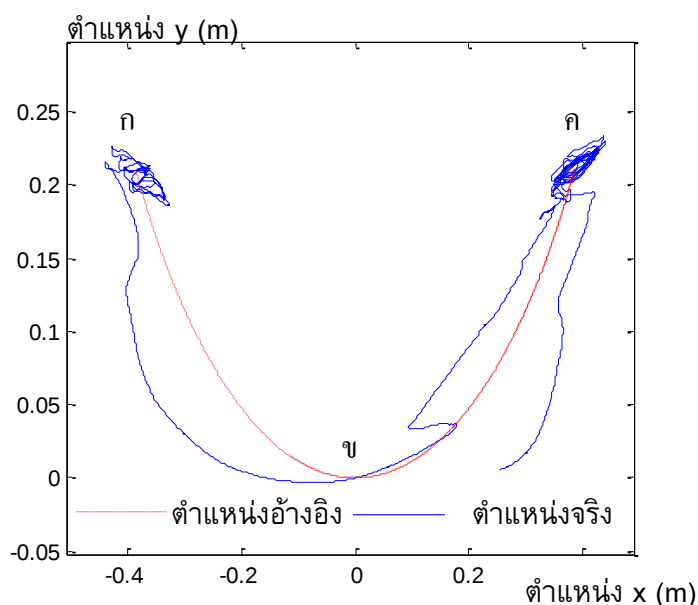
ภาพที่ 44 ผลการทดลองการติดตามค่าของหุ่นยนต์สองล้อ

จากภาพที่ 44 แสดงการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์หรือมุม θ ด้วยเส้นสีฟ้า โดยสัญญาณอ้างอิงเป็นเส้นปะสีแดง การเคลื่อนที่ ไปด้านหน้าและด้านหลังมีการตอบสนองช้าเล็กน้อย เนื่องจากต้องย้ายตำแหน่งมุมเอียงให้อยู่ในทิศทางเดียวกับทิศทางการเคลื่อนที่ก่อน ผลที่ได้แสดงการแกว่งไปมาเนื่องจากแรงเสียดทานและน้ำหนักของสายไฟ

รูปที่สอง เส้นปะสีแดงเป็นศูนย์ หมายถึง สัญญาณอ้างอิง ตำแหน่งมุมเอียงแสดงด้วยเส้นสีฟ้า มุมเอียงจะมีค่าเป็นบวกสำหรับการเคลื่อนที่ไปด้านหน้า และเป็นลบสำหรับการเคลื่อนที่กลับหลัง แต่ผลที่ได้แสดงไม่ชัดเจน เนื่องจากน้ำหนักของสายไฟที่มีมากส่งผลให้เกิดการแกว่งของมุมเอียงอยู่ตลอดเวลา

รูปที่สาม แสดงถึงความแม่นยำในการติดตามค่าของตำแหน่งมุมเอียง (ϕ) เส้นสีฟ้ากับสัญญาณอ้างอิงเส้นสีแดง เนื่องจากการควบคุมเลี้ยวจะส่งผลต่อมุมเอียงน้อย หรือระบบการเลี้ยวจะแยกออกจากการควบคุมมุมเอียงได้มาก จะเห็นได้ว่าการควบคุมมุมเอียงมีประสิทธิภาพ

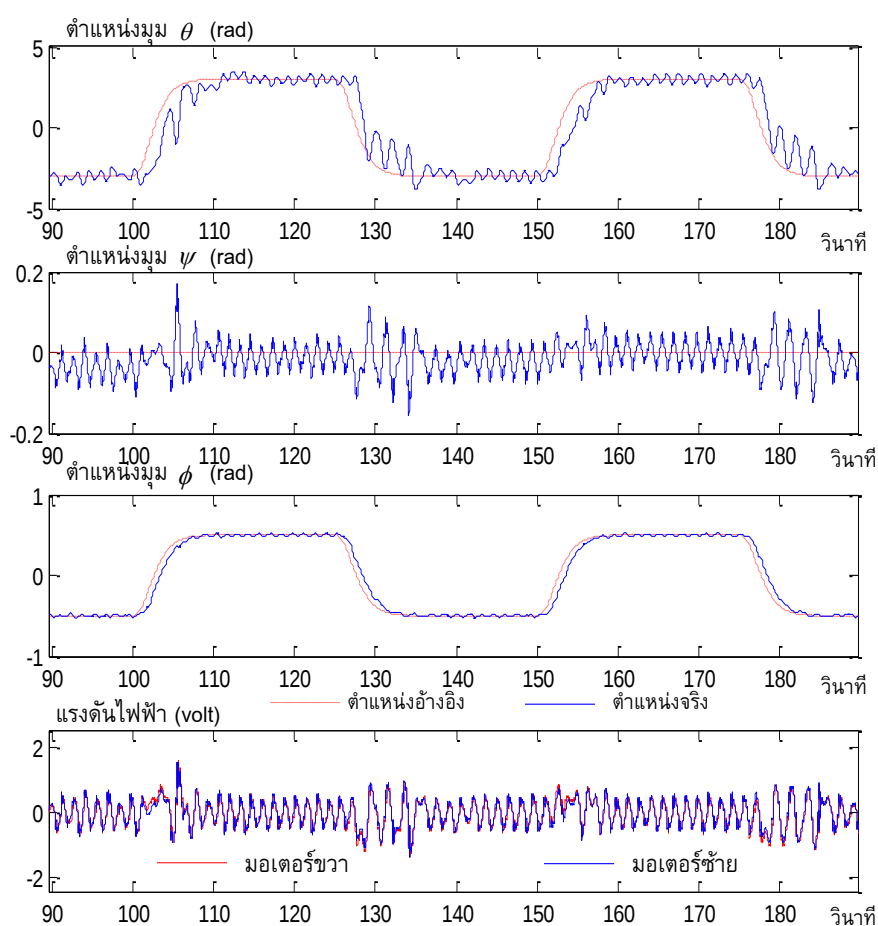
รูปที่สี่ แสดงแรงดันไฟฟ้า ซึ่งเนื่องจากสัญญาณควบคุมดังกล่าวไม่ใช่สัญญาณที่มีรูป ร่องเหมือนสัญญาณดิจิทัล แรงดันไฟฟ้าจะไม่ถูกกระตุ้นในทันที ทำให้ผลที่ได้ คือ ใช้พลังงานไฟฟ้าต่ำ แต่แรงดันไฟฟ้ามีการแกว่งอยู่ตลอดเวลาเพื่อรักษาการแกว่งของมุมเอียง



ภาพที่ 45 ผลการทดลองการเคลื่อนที่ในสองมิติของหุ่นยนต์สองล้อ

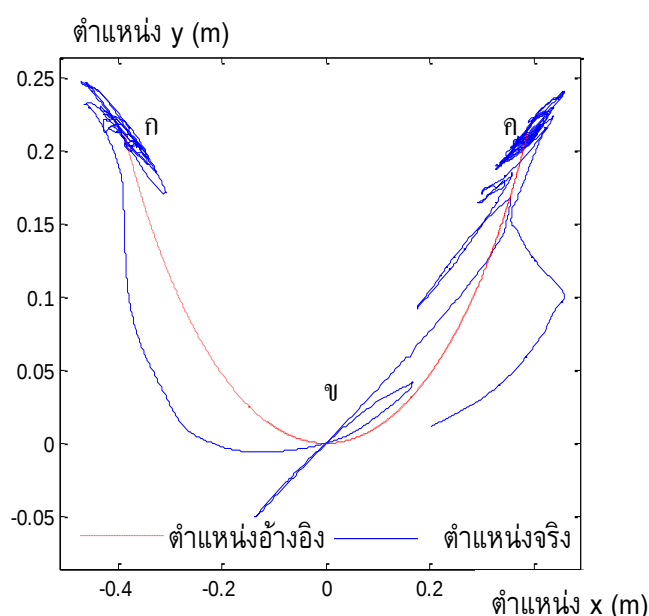
จากภาพที่ 45 แสดงการเคลื่อนที่ในสองมิติ การเคลื่อนที่เริ่มจากตำแหน่ง ก . ไปยัง ข . และ ค . และ ข . ตามลำดับ โดยที่ตำแหน่งสมดุล หรือจุด ก . และ ค . มีการแกว่งของระบบให้เห็น และการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์ตามเส้นทางการเคลื่อนที่อ้างอิงมีความผิดพลาด เนื่องจากแรงเสียดทาน และน้ำหนักสายไฟเป็นหลัก

การทดลองอันดับสุดท้าย คือ การติดตามค่าโดยเพิ่มมวลให้กับระบบ การเพิ่มมวล 680 กรัม ทำให้มวลตัวถังเพิ่มและตำแหน่งจุดศูนย์ถ่วงเปลี่ยนไป ในการทดลองนี้เป็นการทดสอบความทนทานของระบบควบคุมเมื่อแบบจำลองนั้นเปลี่ยนไป แสดงในภาพที่ 46



ภาพที่ 46 ผลการทดลองการติดตามค่าของหุ่นยนต์สองล้อที่มวลเพิ่ม

ภาพที่ 46 แสดงการดิครอยสัญญาณที่มีลักษณะเกี่ยวกับการทดลองที่ผ่านมา ผลการทดลองนี้เมื่อเปรียบเทียบกับทดลองที่ผ่านมา การควบคุมมุม θ มีการตอบสนองช้าลงเนื่องจากน้ำหนักที่เพิ่มและมีการแกว่งมากขึ้นอันเนื่องมาจากการควบคุมมุมเอียง ดังรูปที่สอง การควบคุมมุมเอียงหรือมุม ψ แสดงผลชัดเจนเมื่อมวลมากขึ้น การควบคุมระบบด้วยตัวควบคุมเดิม ทำให้มีการแกว่งของมุมเอียงมากขึ้นอย่างชัดเจน ในขณะที่รูปที่สาม ยังคงแสดงความแม่นยำสำหรับการควบคุมมุมเอียงหรือมุม ϕ ที่ไม่แตกต่างกับการทดลองก่อนหน้านี้ รูปที่สี่ แสดงแรงดันไฟฟ้าของมอเตอร์ซ้ายและขวานั้นเพิ่มมากกว่าการทดลองที่ผ่านมาอย่างชัดเจน เนื่องมาจากมวลที่เพิ่มขึ้นโดยตรง ซึ่งมอเตอร์ต้องใช้แรงบิดมากขึ้นในการควบคุมระบบนี้

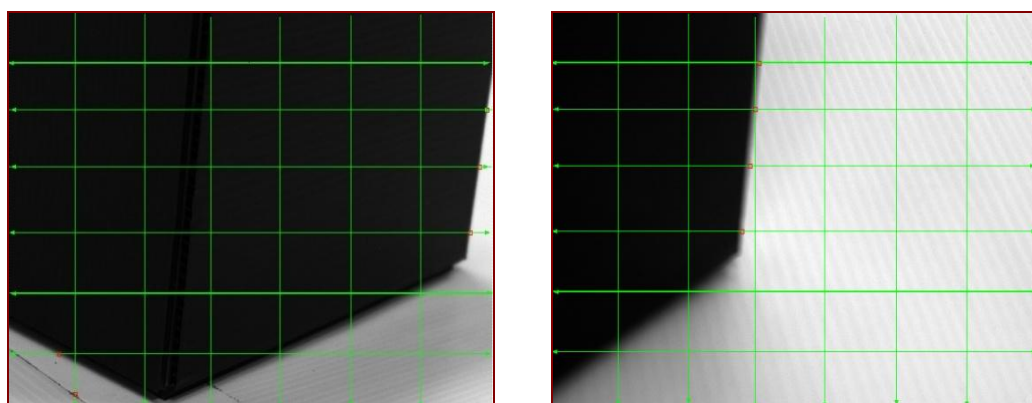


ภาพที่ 47 ผลการทดลองการเคลื่อนในสองมิติของหุ่นยนต์สองล้อที่มวลเพิ่ม

ภาพที่ 47 แสดงการเคลื่อนที่ในสองมิติ การเคลื่อนที่เริ่มจากตำแหน่ง ก . ไปยัง ข . และ ค . และ ข . ตามลำดับ ผลการทดลองนี้เมื่อเปรียบเทียบกับทดลองที่ผ่านมา การทดลองนี้แสดงผลที่ตำแหน่งสมดุล หรือ ก . และ ค . มีการแกว่งของระบบมากกว่า และการเคลื่อนที่ตามเส้นทาง การเคลื่อนที่อ้างอิงมีความผิดพลาดมากกว่า

ผลการรับภาพจากกล้องวิดีโอ

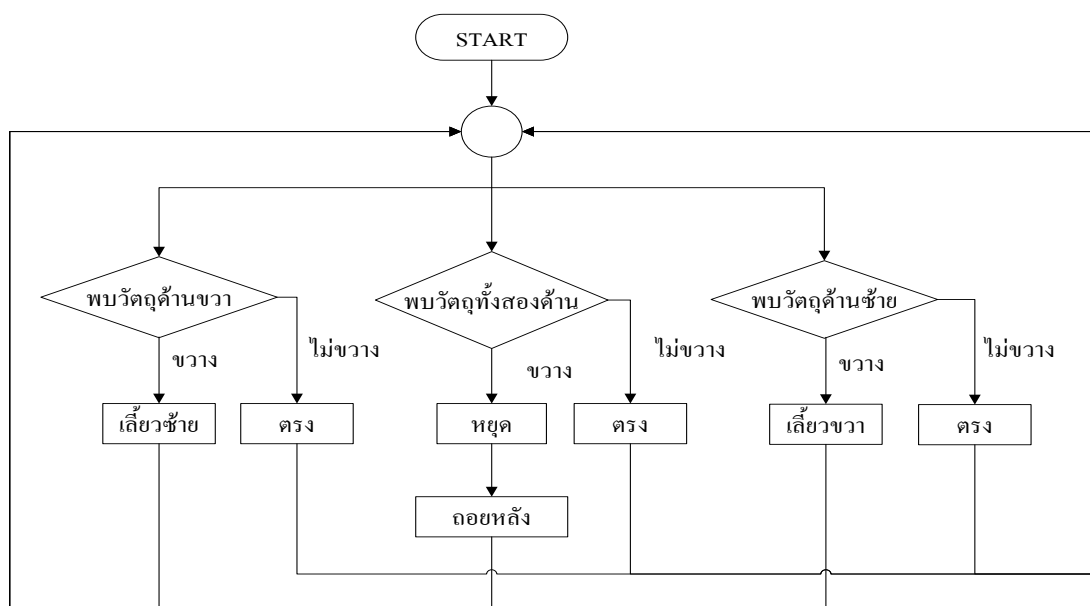
เมื่อกำหนดวิดีโอสามารถจับภาพของพื้นถนน และมองเห็นสิ่งกีดขวางได้ กล้องวิดีโอจะส่งภาพผ่านสายเคเบิลเข้ามายังโปรแกรม Vision Builder และแสดงผลบนหน้าจอคอมพิวเตอร์เป็นภาพเดียวกันกับกล้องวิดีโอมองเห็น ดังรูปที่ 48 โดยใช้ฟังก์ชัน Acquire Image



ภาพที่ 48 การวิเคราะห์วัตถุด้วยโปรแกรม Vision Builder

ตรรกะของรถสองล้ออัจฉริยะ

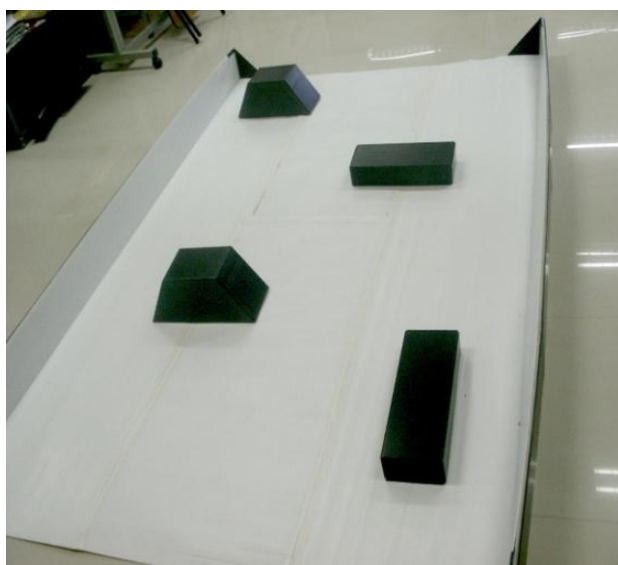
เมื่อปล่อยให้รถสองล้อวิ่ง รถวิ่งไปพบวัตถุทางด้านขวา ถ้าวัตถุนั้นขวางรถสองล้อไม่สามารถเดินหน้าต่อไปได้ก็จะเลี้ยวซ้าย แต่ถ้าไม่ขวางก็จะวิ่งไปต่อ แต่ถ้าพบ วัตถุทางด้านขวาอีกรถก็จะทำตามคำสั่งด้านบน แต่ถ้าพบ วัตถุทางด้านซ้ายขวางอยู่ไม่สามารถเดินหน้าต่อไปได้ รถก็จะเลี้ยวขวาและวิ่งไปต่อ แต่ถ้าไม่ขวาง รถสองล้อก็จะวิ่งไปต่อ แต่ถ้าพบ วัตถุทางด้านซ้ายหรือด้านขวาขวางอีกรถก็จะทำตามคำสั่งด้านบนอีกครั้ง และถ้าเจอวัตถุทั้งสองด้านรถก็จะหยุดและถอย หลังเริ่มการการประมวลผลอีกครั้งตามตรรกะที่กำหนดไว้ ดังภาพที่ 49



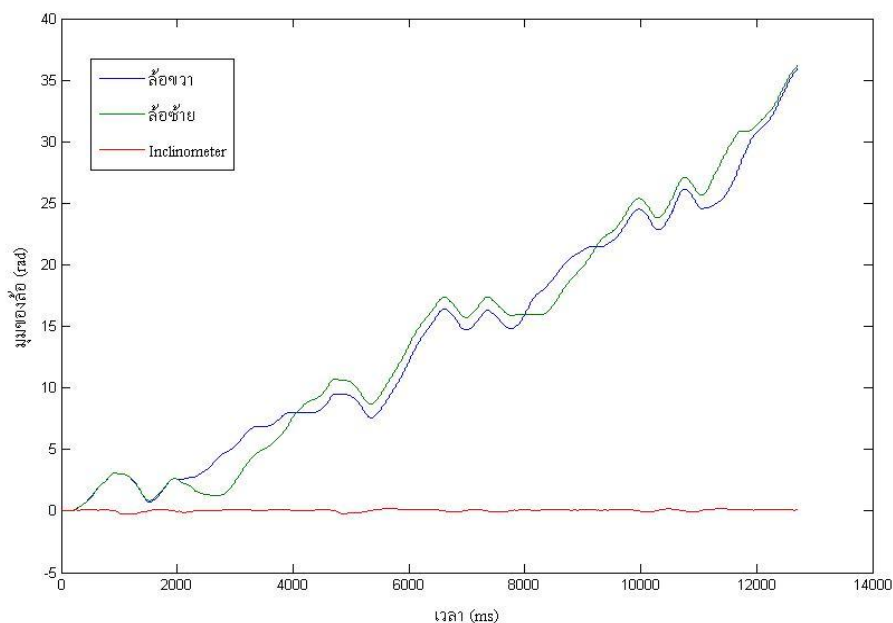
ภาพที่ 49 ตรรกะของรถสองล้ออัจฉริยะ

สนามในการทดสอบรถสองล้ออัจฉริยะ

สร้างขึ้นโดยใช้แผ่นฟิวเจอร์บอร์ดสีขาวทำเป็นพื้นถนน และวัตถุที่เป็นสิ่งกีดขวางจะใช้สีดำ เพื่อให้สัดกับพื้นถนนและเป็นประโยชน์ในส่วนของโปรแกรมที่จะแยกสีได้ง่ายขึ้นดังภาพที่ 50

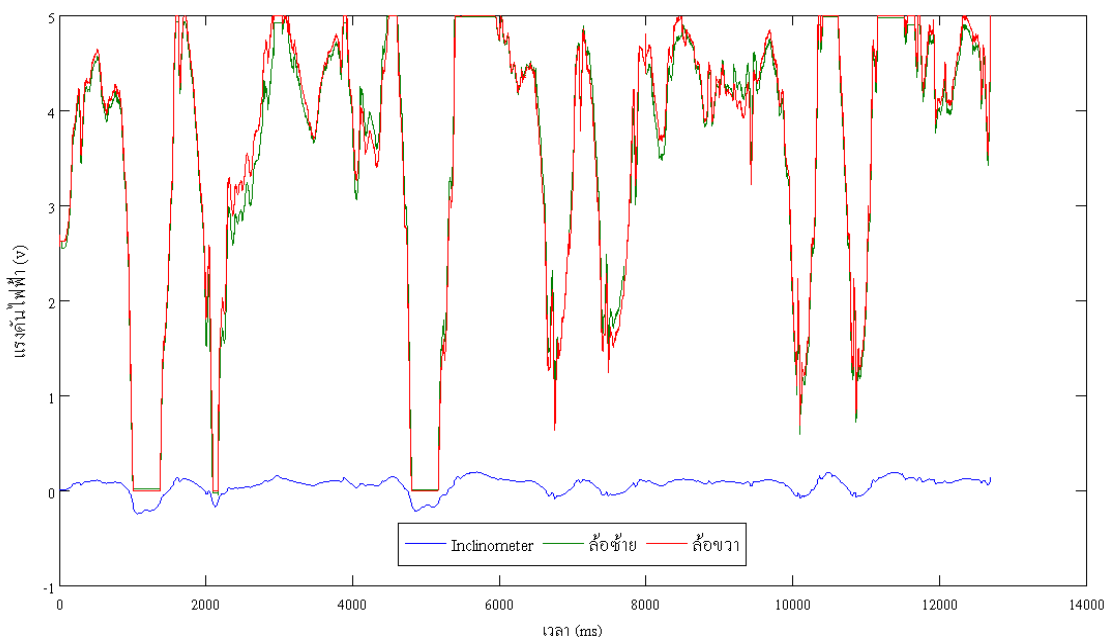


ภาพที่ 50 สนามทดลองของรถสองล้ออัจฉริยะ



ภาพที่ 51 ผลการทดลองจริงการแสดงผลมุมล้อของหุ่นยนต์สองล้ออัจฉริยะ

จากภาพที่ 51 แสดงผลการทดลองจริงการแสดงผลมุมล้อของหุ่นยนต์สองล้ออัจฉริยะ คือ การเก็บผลการทดลองในขณะที่หุ่นยนต์สองล้อวิ่งหลบสิ่งกีดขวาง ในสนามทดลองที่สร้างขึ้น โดยเก็บข้อมูลจากเซ็นเซอร์ทั้งสองตัวซึ่งติดอยู่กับล้อซ้ายและล้อขวา ตัวตรวจรู้อีกหนึ่งตัว ผลในการเก็บข้อมูล คือ เมื่อตัวตรวจรู้เอียงไปด้านหน้า มุมของล้อก็จะเพิ่มขึ้นซึ่งหมายความว่า รถวิ่งไปด้านหน้า แต่เมื่อตัวตรวจรู้เอียงไปด้านหลัง มุมของล้อก็จะลดลงซึ่งหมายความว่า รถวิ่งไปด้านหลัง



ภาพที่ 52 ผลการทดลองจริงการแสดงแรงดันไฟฟ้าของหุ่นยนต์สองล้ออัจฉริยะ

ภาพที่ 52 แสดงผลการทดลองจริงการแสดงผลของหุ่นยนต์สองล้ออัจฉริยะ คือการเก็บผลการทดลองในขณะที่หุ่นยนต์สองล้อวิ่งหลบสิ่งกีดขวาง ในสนามทดลองที่สร้างขึ้น โดยเก็บข้อมูลจากเซ็นเซอร์ทั้งสองตัวซึ่งติดอยู่กับล้อซ้ายและล้อขวา ตัวตรวจรู้อีกหนึ่งตัว ผลในการเก็บข้อมูลคือ เมื่อตัวตรวจรู้เอียงไปด้านหน้า แรงดันไฟฟ้าก็จะเพิ่มมากขึ้นมุมของล้อก็จะเพิ่มขึ้นตามไปด้วยรถจะวิ่งไปด้านหน้า แต่เมื่อตัวตรวจรู้เอียงไปด้านหลัง แรงดันไฟฟ้าก็จะลดลง มุมของล้อก็จะลดลงตามไปด้วย ซึ่งหมายความว่ารถก็จะวิ่งไปด้านหลัง

สรุปและข้อเสนอแนะ

สรุป

การควบคุมหุ่นยนต์สองล้ออัจฉริยะเป็นปัญหาที่ระบบมี 3 เอาต์พุต และมี 2 อินพุต และการควบคุมเอาต์พุตสองตัวที่มีความเกี่ยวข้องกันมาก คือการควบคุมการเคลื่อนที่ไปด้านหน้าและหลัง หรือมุม θ กับความเอียงหรือมุม ψ ซึ่งหุ่นยนต์จะสามารถเคลื่อนที่ไปด้านหน้าได้ต่อเมื่อหุ่นยนต์เอียงไปด้านหน้า ในขณะที่การควบคุมมุมเลี้ยวสามารถควบคุมได้อย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งการออกแบบระบบควบคุมนั้นต้องมีความสัมพันธ์กับกล้องรับภาพด้วย ซึ่งทำหน้าที่รับภาพสิ่งกีดขวางบนถนน และนำไปประมวลผลให้รถสองล้ออัจฉริยะหลบสิ่งกีดขวางได้

การออกแบบระบบควบคุมของหุ่นยนต์สองล้ออัจฉริยะ โดยอาศัยตัวคุมค่ากำลังสองเชิงเส้น และใช้โปรแกรม Vision bulder ในการควบคุมกล้องรับภาพ และส่งค่าต่างๆ ผ่าน โปรแกรม Lab View เพื่อการประมวลผล และผลที่ได้ผลจากการจำลองและการทดลองตัววัดความเอียงมีประสิทธิภาพที่ดีในย่านความถี่สูง ในช่วงของความถี่ที่กำหนด ผลการจำลองและทดลองการควบคุมระบบดังกล่าวแสดงผลเป็นที่น่ายอมรับ และมีประสิทธิภาพของตัวควบคุมที่ได้ออกแบบไว้ ถึงแม้ว่าการทดลองระบบจะเกิดการแกว่ง เนื่องจากแรงเสียดทานของมอเตอร์ ระยะห่างของเฟืองมอเตอร์ และน้ำหนักของสายไฟที่แกว่งไปมา แต่ก็สามารถทรงตัวได้ดีในขณะเคลื่อนที่ และกล้องรับภาพสามารถรับภาพได้อย่างแม่นยำ ขณะพบสิ่งกีดขวาง ทำให้หุ่นยนต์สองล้ออัจฉริยะหลบสิ่งกีดขวางได้ดี

ข้อเสนอแนะ

การออกแบบระบบควบคุมนี้อยู่พื้นฐานของการควบคุมเชิงเส้นการหาเอกลักษณ์ของมอเตอร์ และตัวตรวจรู้ Inclinator ด้วยกำลังเชิงเส้นน้อยที่สุดให้ผลคลาดเคลื่อนบางส่วน การหาแบบจำลองของระบบด้วยสมการลากรางจ์อาจละเลยพลังงานในบางส่วนไป และการประมาณระบบดังกล่าวเป็นเชิง ทำให้ผลการควบคุมที่ห่างจากมุมศูนย์องศาอาจขึ้นยังมีความคลาดเคลื่อนมากขึ้น การปรับเปลี่ยนให้เป็นระบบไม่เชิงเส้นนั้นน่าจะทำให้สามารถควบคุมหุ่นยนต์ได้ดีขึ้น รวมถึงการใช้แบบแปรผันค่าได้ (Adaptive Control) เช่น Neural Network หรือ Fuzzy Logic ก็น่าจะเป็นอีกทางที่เหมาะสม

สำหรับการออกแบบควบคุมการเคลื่อนที่ของรถอัจฉริยะ มีข้อจำกัดหลายประการ ได้แก่ ข้อจำกัดที่ตัวกล้อง เนื่องจากกล้องที่ใช้โดยปกติใช้กับการตรวจสอบในสายการผลิต โดยเป็นกล้องที่ติดอยู่กับที่ แต่เมื่อนำมาประยุกต์ใช้กับการเคลื่อนที่นั้น สามารถทำได้ดีในเรื่องของความเร็วที่ได้ แต่มีข้อจำกัดในเรื่องของสีที่เป็นสีเทาเท่านั้น เรื่องของระยะโฟกัสที่มีค่าสูงมาก ทำให้บางครั้ง การตรวจวัดทำให้ระยะไกลเกินกว่าที่ควรจะได้ หรือไม่สามารถตรวจวัดขอบได้ เนื่องจากเห็นภาพเต็มจอจึงไม่มีจุดอ้างอิง สำหรับความกว้างของเลนส์นั้นมีค่าจำกัด ทำให้บางครั้งการวัดค่าไม่สามารถวัดได้เนื่องจากมองไม่เห็นระยะที่ต้องการ สำหรับสายเชื่อมต่อต่างๆ มีความสลับซับซ้อน ทำให้ยากต่อการจัดระเบียบ และมีความยาวจำกัด ทำให้การเคลื่อนที่ได้แค่ระยะหนึ่งเท่านั้น แต่ผลการทดสอบก็แสดงให้เห็นว่าสามารถที่จะตอบสนองได้เป็นอย่างดีในระดับหนึ่ง ซึ่งสอดคล้องกับจุดประสงค์ที่ได้ตั้งไว้ จึงเป็นที่น่าพอใจ และโปรแกรมที่ใช้ในครั้งแรก รุ่นของโปรแกรมที่ใช้ไม่รองรับซึ่งกันและกัน แต่ระยะต่อมาได้แก้ปัญหาโดย การใช้โปรแกรมซึ่งเป็นตัวทดลองซึ่งมีอายุเพียง 30 วัน เท่านั้น ในการแก้ปัญหาเฉพาะหน้าไปก่อน

เอกสารและสิ่งอ้างอิง

- วโรคม ตูจินดา. 2550. การวิเคราะห์และออกแบบระบบควบคุมทางวิศวกรรม.
มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, กรุงเทพฯ.
- วิบูลย์ แสงวีระพันธุ์ศิริ. 2548. การควบคุมระบบพลศาสตร์. พิมพ์ครั้งที่ 2.
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ.
- กิตติพงศ์ เขาวาจา. 2551. การควบคุมที่เหมาะสมที่สุดของหุ่นยนต์สองล้อด้วยการควบคุมเชิง
แบบตัวทึ่สูง. มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, กรุงเทพฯ.
- Akesson, J., A. Blomdell and R. Brarun. 2006. Design and Control of YAIP-an Inverted
Pendulum on Two Wheels Robot. **Proceedings of the 2008 IEEE International
Conference on Control Applications**, October 4-6, 2006, Munich, Germany.
- Anonymous. 1935. Gyro-wheel car zooms along on giant tires at 116 mph. **Modern Mech.
Inventions**, 14.
- Baerveldt, A. J. and R. Klang. 1996. A low-cost and low-weight attitude estimation system for
an autonomous helicopter, pp 391-395. **Proceedings of IEEE Conf. Intelligent
Engineering System**.
- Grasser, F., A. D. Arrigo, S. Colombi and A. Ruffer. 2002. JOE: A Mobile, Inverted Pendulum.
IEEE Transactions on Industrial Electronics, 49 (1).
- Ha, Y. and S. Yuta. 1996. Trajectory Tracking Control for Navigation of The Inverse Pendulum
Type Self-contained Mobile Robot. **Robotic and Autonomous System**, 17(1-2): 65-80.

- Hashimoto, M. and F. Oba. 1993. Dynamic control approach for motion coordination of multiple wheeled mobile robots transporting a single object, **Proceedings of 1993 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems: 1944-1951.**
- Imamura, R., T. Takei and S. Yuta. 2008. Sensor Drift Compensation and Control of a Wheeled Inverted Pendulum Mobile Robot, pp 137-142. **Proceedings of Advanced Motion Control, 10th IEEE International Workshop.**
- Jeong, S. and T. Takahashi. 2007. Wheeled Inverted Pendulum Type Assistant Robot: Inverted Mobile, Standing, and Sitting Motions. **Proceedings of the International Conference on Intelligent Robots and Systems**, Oct 29- Nov 2, 2007, San Diego, CA, USA.
- Kaiko, M., T. Miyashita, N. Mitsunaga, H. Ishiguro and N. Hagita. 2006. Natural Reflexive Behavior for Wheeled Inverted Pendulum Type Humanoid Robots. **The 15th IEEE International Symposium on Robot and Human Interactive Communication (RO-MAN06)**, September 6-8, 2006, Hatfield, UK.
- Kim, Y. H., S. H. Kim and Y. K. Kwak. 2005. Dynamic Analysis of a Nonholonomic Two-wheeled Inverted Pendulum Robot, pp. 505-513. **Proceedings of the 8th on Artificial Life and Robotics** 21 (3).
- Ko, A., H. Y. K. Lau and T. L. 2005. Lau SOHO security with mini self-balancing robots. **Industrial Robot: An International Journal** 32(6) (2005): 492-498.
- Leavitt, J., A. Sideris and J. E. Bobrow. 2006. High Bandwidth Tilt Measurement Using Low-Cost Sensors. **IEEE/ASME Transactions on Mechatronics**, 11 (3).
- Lewis, F. L. And V. L. Syrmos. 1995. **Optimal Control**. 2nd ed. John Wiley & Sons, Inc. New York.

- Lin, S. C., C. C. Tsai and W. L. Luo. 2007. Adaptive Neural Network Control of a Self-balancing Two-wheeled Scooter, pp. 869-873. **The 33rd Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society (IECON)**, Nov. 5-8, 2007, Taipei, Taiwan.
- Morrell, B. J. and D. Field. 2007. Design of a closed loop controller for a two wheeled balancing transporter, pp 4059-4064. **Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems**. Oct 29-Nov 2, 2007 San Diego, CA, USA.
- Nawawi, S. W., M. N. Ahmad and J. H. S. Osman. 2007. Development of a Two-Wheeled Inverted Pendulum Mobile Robot. **Proceedings of the 5th Student Conference on Research and Development-SCORED 2007**, 11-12 December, Malaysia.
- Ogata, K. 1997. **Modern Control Engineering**. 3rd ed. Prentice-Hall. New York.
- Rehbinder, H. and X. Hu. 2004. Drift-free attitude estimation for accelerated rigid bodies. **Automatica** 40: 653-659.
- Ren, T. J., T. C. Chen and C. T. Chen. 2008. Motion control for a two-wheeled vehicle using a self-tuning PID controller. **Control Engineering Practice** 16: 365-375.
- Shiroma, N., O. Matsumoto, S. Kajita and K. Tani. 1996. Cooperative Behavior of a Wheeled Inverted Pendulum for Object Transportation. **Proceeding of IROS 96**.
- Sasaki, M., N. Yanagihara, O. Matsumoto and K. Komoriya. 2005. Steering control of the personal riding-type wheeled mobile platform (PMP), pp. 1697-1702. **Conference on Intelligent Robots and Systems, 2005 IEEE/RSJ International. (IROS 2005)**, 2-6 Aug. 2005.

Vaganay, J., M. J. Aldon and A. Fournier. 1993. Mobile robot attitude estimation by fusion of inertial data, pp. 277-282. **Proceedings of IEEE. International Conference of Robot and Automation**. 1. 2-6 May 1993, Atlanta, GA, USA.

Yomamoto, Y. 2008. **NXTway-GS (Self-Balancing Two-Wheeled Robot) Controller Design**.
<http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/loadFile.do?objectId=19147>

Yano, M., S. Kuramochi and H. Ikeda. 1998. Evaluation of the Robustness of H_{∞} Control Design versus Pole Allocation Control Design Using of a Wheeled Inverted Pendulum. **AMC' 98**.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

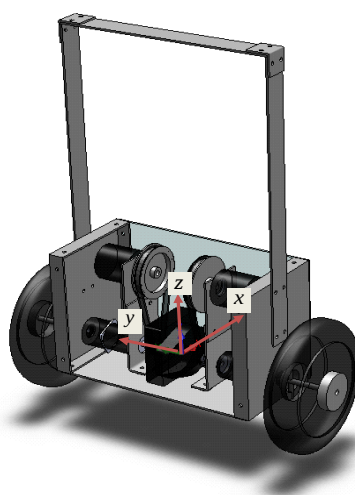
การหาค่าพารามิเตอร์ด้วยโปรแกรมเขียนแบบสามมิติ

การหาค่าพารามิเตอร์ด้วยโปรแกรมเขียนแบบสามมิติ

โมเมนต์ความเฉื่อยเป็นตัวแปรที่สำคัญสำหรับการวิเคราะห์พลศาสตร์ทางกลของหุ่นยนต์สองล้อ การหาโมเมนต์ความเฉื่อยสำหรับวัตถุทรงเรขาคณิตสามารถหาได้จากสูตรทางคณิตศาสตร์ซึ่งมีอยู่ในหนังสือกลศาสตร์วิศวกรรมทุกเล่ม แต่ สำหรับรูปร่างที่ซับซ้อนมากขึ้นการคำนวณด้วยมืออาจยุ่งยาก โปรแกรมเขียนแบบสามมิติเป็นอีกทางเลือกสำหรับการแก้ปัญหาดังกล่าว สำหรับงานวิจัยนี้จึงอาศัยโปรแกรมเขียนแบบสามมิติ Solid Works รวมถึงการสามารถหาจุดศูนย์กลางถ่วงของหุ่นยนต์สองล้อด้วย

ในแต่ละชิ้นส่วนของหุ่นยนต์อยู่ด้วยระยะและซ้่งน้ำหนักร้อยละเอียดย เพื่อนำมาเขียนแบบสามมิติในแต่ละชิ้นส่วน โดยในโปรแกรมดังกล่าว ส่วนของชิ้นงานเรียกว่า Part ซึ่งค่าน้ำหนักและขนาดถูกนำมาคำนวณความหนาแน่นโดยเพื่อระบุภายในโปรแกรม

การเขียนแบบของส่วนประกอบเรียกว่า Assembly ซึ่งประกอบมาจากชิ้นงานต่างๆ ที่เราเขียนในขั้นตอนก่อนหน้านี้ จากนั้นสร้างแกนพิกัด (x, y, z) ดังแสดงในภาพผนวกที่ ก1 จึงสามารถคำนวณค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของหุ่นยนต์สองล้อต่อแกนพิกัด และสามารถหาค่าจุดศูนย์กลางถ่วงของตัวโครงหุ่นยนต์จากค่าเฉลี่ยแบบถ่วงน้ำหนักของแต่ละชิ้นงาน



ภาพผนวกที่ ก1 รูป 3 มิติของหุ่นยนต์สองล้อและแกนพิกัด (x_0, y_0, z_0)

ที่มา: กิตติพงษ์ (2551)

ค่าพารามิเตอร์ที่คำนวณได้

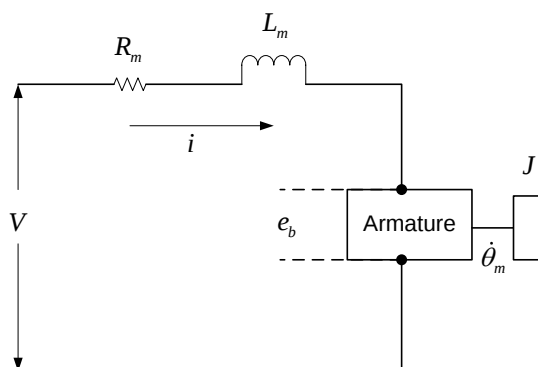
L	= ระยะห่างของจุดศูนย์กลางถ่วงในแนวแกน	z_0	= 0.04895 m
J_{by}	= โมเมนต์ความเฉื่อยตัวถังรอบแกน	y_0	= 0.0173198 kgm ²
J_{wy}	= โมเมนต์ความเฉื่อยของล้อรอบแกน	y_0	= 0.0013824 kgm ²
J_{bz}	= โมเมนต์ความเฉื่อยตัวถังรอบแกน	z_0	= 0.0117333 kgm ²
J_{wz}	= โมเมนต์ความเฉื่อยของล้อรอบแกน	z_0	= 0.0144355 kgm ²
J_r	= โมเมนต์ความเฉื่อยของส่วนหมุนทดรอบ	n_2	= 0.0000578 kgm ²

ภาคผนวก ข
การหาเอกลักษณ์ของระบบ

การหาเอกลักษณ์ของระบบ

1. การหาเอกลักษณ์ของมอเตอร์กระแสตรง

จากวงจรสมมูลของมอเตอร์กระแสตรง ดังภาพผนวกที่ ข1



ภาพผนวกที่ ข1 วงจรสมมูลของมอเตอร์กระแสตรง

ที่มา: กิตติพงษ์ (2551)

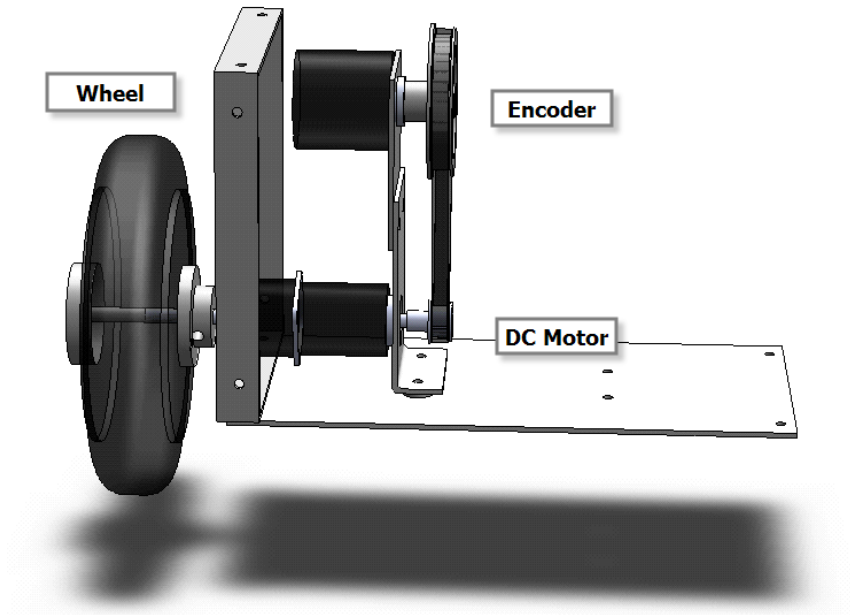
โดยแรงดันป้อนเข้าเท่ากับ (V) กระแสไฟฟ้าป้อนเข้า (i) ค่าความต้านทานของมอเตอร์ (R_m) ค่าความเหนี่ยวนำของมอเตอร์ (L_m) ค่าคงที่แรงดันไฟฟ้าย้อนกลับมอเตอร์ (k_b) และความสัมพันธ์ของแรงดันไฟฟ้าย้อนกลับ ($e_b = K_b \dot{\theta}$) สามารถเขียนความสัมพันธ์ของวงจรดังกล่าวได้ คือ

$$V = iL_m + R_m i + K_b \dot{\theta}_m \quad (62)$$

เนื่องจากค่าความเหนี่ยวนำมอเตอร์ L_m มีค่าต่ำมากเมื่อเทียบกับพจน์อื่นในสมการจึงประมาณเท่ากับศูนย์ได้ k_t คือ ค่าคงที่แรงบิดมอเตอร์ และจากความสัมพันธ์ของแรงบิดมอเตอร์ (T_m) กับ กระแสไฟฟ้าป้อนเข้า ($T_m = nK_t i$) และสมการที่ (62) จะได้

$$T_m = nK_t i = \frac{nK_t V}{R_m} - \frac{nK_t K_b \dot{\theta}_m}{R_m} \quad (63)$$

การหาค่าพารามิเตอร์ของมอเตอร์กระแสตรงวิเคราะห์โดยการพิสูจน์เอกลักษณ์ระบบด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด ออกแบบการทดลองจากอุปกรณ์ ดังภาพผนวกที่ ข2



ภาพผนวกที่ ข2 การทดลองการพิสูจน์เอกลักษณ์ของมอเตอร์กระแสตรง

ที่มา: กิตติพงษ์ (2551)

อุปกรณ์ถูกติดตั้งกับระบบป้อนหนึ่งสัญญาณผ่านเข้ามอเตอร์กระแสตรงและหนึ่งสัญญาณป้อนกลับผ่านเอนโคเดอร์เซนเซอร์ และสมการการเคลื่อนที่ระบบนี้สามารถเขียนได้อยู่ในรูป

$$T_m = (J_w + n(J_m + J_g) + n_2 n(J_e + J_r)) \ddot{\theta}_w \quad (64)$$

แทนค่าแรงบิดมอเตอร์ (63) ในสมการที่ (64) จะได้

$$\begin{aligned} \frac{nK_t V}{R_m} - \frac{nK_t K_b \dot{\theta}_m}{R_m} &= T_m = (J_w + n(J_m + J_g) + n n_2 (J_e + J_r)) \ddot{\theta}_w \\ V &= \frac{R_m}{nK_t} (J_w + n(J_m + J_g) + n n_2 (J_e + J_r)) \ddot{\theta}_w + K_b \dot{\theta}_m \\ V &= [\ddot{\theta}_w, \dot{\theta}_m] [A \quad B]^T \end{aligned}$$

สมการดังกล่าวอยู่รูปสำหรับให้วิธีการของกำลังสองน้อยที่สุด คือ

$$Y = \Phi\Theta$$

$$\text{โดย } \Phi \in \mathbb{R}^{n \times 2} = \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_w & \dot{\theta}_m \\ \vdots & \vdots \end{bmatrix}, \Theta \in \mathbb{R}^{3 \times 1} = \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}, Y \in \mathbb{R}^{n \times 1} = \begin{bmatrix} V \\ \vdots \end{bmatrix}$$

เมื่อ n คือ จำนวนของข้อมูลที่ได้จากการทดลองการพิสูจน์เอกลักษณ์ระบบ

สมการดังกล่าวกำหนดมาเพื่อให้ค่าความผิดพลาด (E) มีค่าน้อยที่สุดเมื่อ E สอดคล้องกับสมการ

$$E = \frac{(Y - \Phi\Theta)^2}{2}$$

$$\text{จะได้สมการ } \hat{\Theta} = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T Y \quad (65)$$

สำหรับการทดลองนี้จะสร้างสัญญาณป้อนเข้ามอเตอร์กระแสตรงเป็นสัญญาณไซน์ที่แปรผันความถี่สัญญาณจาก 0.1 เฮิร์ต ถึง 1 เฮิร์ตภายในระยะเวลา 60 วินาที เพื่อให้ค่าที่ได้เป็นค่าที่ครอบคลุมช่วงความถี่ทำงานของระบบ สัญญาณป้อนกลับจากเอนโคเดอร์เซนเซอร์คือ ค่า Φ สามารถคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์ ($\hat{\Theta}$) ได้จากสมการที่ (65) และจากการทดลอง 35 ครั้ง พบว่า ค่าความเบี่ยงมาตรฐานของข้อมูลต่ำกว่า 8.3×10^{-5} และค่าเฉลี่ยของข้อมูลดังกล่าว คือ

0.013794265 สำหรับค่าสัมประสิทธิ์ A ล้อซ้าย

0.004129229 สำหรับค่าสัมประสิทธิ์ B ล้อซ้าย

0.013444875 สำหรับค่าสัมประสิทธิ์ A ล้อขวา

0.004420931 สำหรับค่าสัมประสิทธิ์ B ล้อขวา

ค่าพารามิเตอร์ของมอเตอร์ที่ได้ คือ

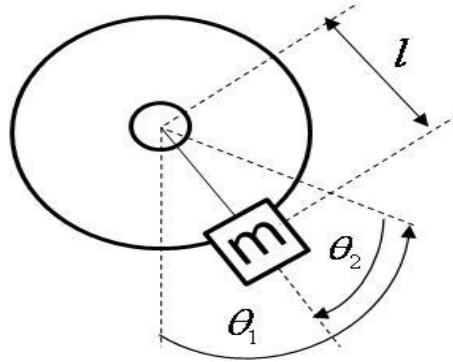
$$K_{b_l} = 0.004129229, \quad K_{b_r} = 0.004420931$$

$$\left(\frac{K_t}{R_m}\right)_l = 0.003718956, \quad \left(\frac{K_t}{R_m}\right)_r = 0.003815600$$

2. การหาเอกลักษณ์ของตัวตรวจวัดความเอียง Inclinometer

จากสมการพลศาสตร์ของตัวตรวจวัด Inclinometer ดังแสดงในภาพผนวกที่ ข4 คือ

$$J(\ddot{\theta}_1 - \ddot{\theta}_2) = c\dot{\theta}_2 - mgl \sin(\theta_1 - \theta_2) - ml(\ddot{y} \sin(\theta_1 - \theta_2)) + \ddot{x} \cos(\theta_1 - \theta_2) \quad (66)$$



ภาพผนวกที่ ข3 แบบจำลองของ Inclinometer อย่างง่าย

\$c\$ คือ สัมประสิทธิ์ความหน่วง, \$l\$ คือ ความยาวแขนระหว่างจุดหมุนกับโฟโต้ไดโอด, \$m\$ คือ มวลของโฟโต้ไดโอด, \$J\$ คือ ค่าโมเมนต์ความเฉื่อย ประมาณให้ระบบเป็นเชิงเส้นได้ โดย \$\sin(\theta_1 - \theta_2) \approx \theta_1 - \theta_2\$, \$\cos(\theta_1 - \theta_2) \approx 1\$ และไม่คิดค่าของ \$\ddot{y}(\theta_1 - \theta_2)\$

$$\left[(\ddot{\theta}_1 - \ddot{\theta}_2), g \sin(\theta_1 - \theta_2) \right] \begin{bmatrix} J/c \\ ml/c \end{bmatrix} = \dot{\theta}_2$$

$$\text{หรือ} \quad \dot{\theta}_2 = \left[(\ddot{\theta}_1 - \ddot{\theta}_2), g \sin(\theta_1 - \theta_2) \right] [J/c \quad ml/c]^T$$

สมการดังกล่าวอยู่รูปสำหรับให้วิธีการของกำลังสองน้อยที่สุด คือ

$$Y = \Phi \Theta$$

โดย $\Phi \in \mathbb{R}^{n \times 2} = \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_w & \dot{\theta}_m \\ \vdots & \vdots \end{bmatrix}, \Theta \in \mathbb{R}^{3 \times 1} = \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}, Y \in \mathbb{R}^{n \times 1} = \begin{bmatrix} V \\ \vdots \end{bmatrix}$

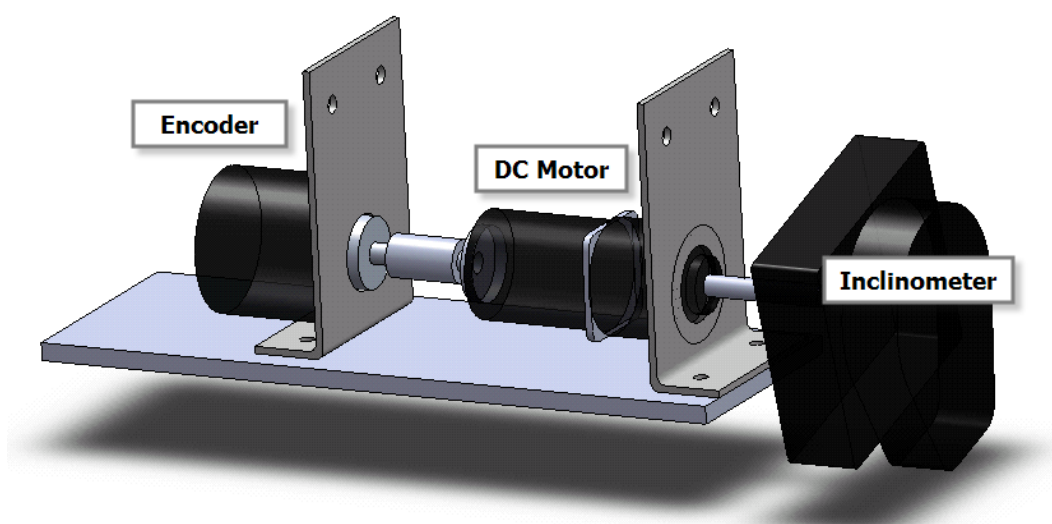
เมื่อ n คือ จำนวนของข้อมูลที่ได้จากการทดลองการพิสูจน์เอกลักษณ์ระบบ

สมการดังกล่าวกำหนดมาเพื่อให้ค่าความผิดพลาด (E) มีค่าน้อยที่สุดเมื่อ E สอดคล้องกับสมการ

$$E = \frac{(Y - \Phi\Theta)^2}{2}$$

จะได้สมการ $\hat{\Theta} = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T Y$ (66)

ภาพผนวกที่ ข4 แสดงอุปกรณ์การทดลองสำหรับการพิสูจน์เอกลักษณ์ของตัวตรวจรู้ Inclinometer ประกอบด้วยอุปกรณ์สามชนิดต่อร่วมแกนหมุนกันอยู่ โดยให้จุดศูนย์กลางของ inclinometer ต่อร่วมแกนหมุนด้วย



ภาพผนวกที่ ข4 การทดลองการพิสูจน์เอกลักษณ์ของตัวตรวจรู้ Inclinometer

ที่มา: กิตติพงษ์ (2551)

สำหรับการทดลองนี้จะสร้างสัญญาณป้อนเข้ามอดูเลเตอร์กระแสตรงเป็นสัญญาณไซน์ที่แปรผันความถี่สัญญาณจาก 0.1 เฮิรต ถึง 1 เฮิรต ภายในระยะเวลา 60 วินาที เพื่อให้ค่าที่ได้เป็นค่าที่ครอบคลุมช่วงความถี่ทำงานของระบบ สัญญาณป้อนกลับจากเอนโคเดอร์เซนเซอร์ คือ ค่า Φ สามารถคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์ได้ ($\hat{\Theta}$) จากสมการที่ (66) และจากการทดลอง 35 ครั้ง และค่าเฉลี่ยของข้อมูลดังกล่าวคือ

จากค่าสัมประสิทธิ์ A คือ $J/c = 0.0022$

จากค่าสัมประสิทธิ์ B คือ $ml/c = 1.0314$

ภาคผนวก ค
การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์

การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์

1. คุณสมบัติความควบคุมได้ (Controllability)

$$\begin{aligned}\text{จากระบบควบคุม} \quad \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du\end{aligned}$$

สามารถหาคำตอบสมการได้จาก

$$x(t) = e^{At} x(0) + \int_0^t e^{A(t-\tau)} Bu(\tau) d\tau \quad (67)$$

กำหนดให้เวลาเริ่มต้น $t_0 = 0$ สแตตเริ่มต้น $x(0)$ จากนิยามของคุณสมบัติการควบคุมได้ คือ สแตตสุดท้ายจะอยู่ที่จุดกำเนิด

$$x(t_f) = 0 = e^{At_f} x(0) + \int_0^{t_f} e^{A(t_f-\tau)} Bu(\tau) d\tau \quad (68)$$

$$\text{หรือ} \quad x(0) = - \int_0^{t_f} e^{-A\tau} Bu(\tau) d\tau \quad (69)$$

$$\text{จาก} \quad \text{Cayley-Hamilton Theorem} \quad e^{-A\tau} = \sum_{k=0}^{n-1} \alpha_k(\tau) A^k \quad (70)$$

$$\text{แทนค่า (70) ใน (69)} \quad x(0) = - \sum_{k=0}^{n-1} A^k B \int_0^{t_f} \alpha_k(\tau) u(\tau) d\tau \quad (71)$$

$$\text{กำหนดให้} \quad \int_0^{t_f} \alpha_k(\tau) u(\tau) d\tau = \beta_k \quad (72)$$

$$\begin{aligned}\text{แทนค่า (72) ใน (71)} \quad x(0) &= - \sum_{k=0}^{n-1} A^k B \beta_k \\ x(0) &= - \begin{bmatrix} B & AB & \cdots & A^{n-1} B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_{n-1} \end{bmatrix}\end{aligned} \quad (73)$$

ระบบจะมีคุณสมบัติความควบคุมได้เมื่อกำหนดค่าเริ่มต้นใดๆ $x(0)$ สามารถแก้สมการ (73) เพื่อหาคำตอบมาเป็นเอกภาพอย่างน้อยหนึ่งคำตอบได้เมื่อ

$$\text{rank}[B : AB : \dots : A^{n-1}B] = n$$

2. การพิสูจน์เมตริกซ์ P ที่สอดคล้องกับสมการ Riccati Equation

จากระบบควบคุม $\dot{x} = Ax$

A เป็นเมตริกซ์ของค่าคงที่ขนาด $n \times n$ และกำหนดให้เป็นเมตริกซ์ที่ไม่เท่ากับหนึ่ง (non-singular matrix) จากเมตริกซ์ของสมการอนุพันธ์

$$\dot{X} = A^T X + XA$$

มีผลเฉลย คือ $X = e^{A^T t} Q e^{At}$

เมื่อ Q เป็นเมตริกซ์ที่เป็นบวกแน่นอน, $X(0) = Q$

เมื่ออินทิเกรตเมตริกซ์ของสมการอนุพันธ์จาก $X = 0$ ถึง $X = \infty$ จะได้

$$X(\infty) - X(0) = A^T \left(\int_0^\infty X dt \right) + \left(\int_0^\infty X dt \right) A$$

พิจารณาให้ A เป็นเมตริกซ์สมมูล ดังนั้น $X(\infty) = 0$

$$-X(0) = A^T \left(\int_0^\infty X dt \right) + \left(\int_0^\infty X dt \right) A$$

กำหนดให้ $P = \int_0^\infty X dt = \int_0^\infty (e^{A^T t} Q e^{At}) dt$

เมื่อ e^{At} สามารถหาค่าได้จาก $e^{\lambda_1 t}, te^{\lambda_1 t}, \dots, t^{m_1-1}e^{\lambda_1 t}$ เมื่อ λ_i เป็นค่าเฉพาะจริง (eigenvalues) ของ A และ m_i คือจำนวนผลคูณของ λ_i เพราะ λ_i เป็นค่าจริงจำนวนลบ ดังนั้น $\int_0^\infty e^{A^T t} Q e^{At} dt$ สามารถหาค่าได้ และกำหนดให้

$$P^T = \int_0^\infty e^{A^T t} Q e^{At} dt = P$$

ดังนั้น P เป็นเมตริกซ์ Hermitian หรือเมตริกซ์สมมาตรที่เป็นจำนวนจริงสามารถแสดงได้ว่าเมตริกซ์สมมูล A และเมตริกซ์ Q ที่มีค่าเป็นบวกแน่นอน จะได้ค่าเมตริกซ์ P ที่สอดคล้องกับสมการ (74) เมื่อพิจารณาจาก

$$\begin{aligned} x^T P x &= x^T \int_0^\infty e^{A^T t} Q e^{At} dt x \\ x^T P x &= \int_0^\infty (e^{At} x)^T Q (e^{At} x) dt > 0 \end{aligned}$$

สำหรับ $x \neq 0$

และมีค่าเท่ากับ 0 เมื่อ $x = 0$

ดังนั้น ที่สภาวะสมมูล $x = 0$ สำหรับระบบสมมูลแบบมีขอบเขต (asymptotically stable) หรือ A เป็นเมตริกซ์ที่สมมูล จะมี P ที่เป็นเมตริกซ์เป็นบวกแน่นอนที่สอดคล้องกับสมการที่ (74)

$$A^T P + P A = -Q \quad (74)$$

3. การพิสูจน์การหาค่า P และ K ของระบบตัวคุมค่ากำลังสองน้อยที่สุด

จากระบบควบคุม $\dot{x} = ax + bu$

เมื่อ $x < 0$ สมรรถนะ คือ $J = \int_0^\infty (qx^2 + ru^2) dt$

โดยค่า $q > 0$ และ $r > 0$ สัญญาณควบคุมที่เหมาะสมได้จากสมการสมรรถนะที่มีค่าต่ำสุด
คือ

$$u = -Kx$$

$$\text{ดังนั้น จะได้สมรรถนะ } J = \int_0^{\infty} (q + rK^2)x^2 dt$$

$$\text{กำหนดให้ } (q + rK^2)x^2 = -\frac{d}{dt}(px^2)$$

$$\text{หรือ } (q + rK^2)x^2 = -2px\dot{x} = -2p(a - bK)x^2$$

$$\text{จัดรูปได้ คือ } [q + rK^2 + 2p(a - bK)]x^2 = 0$$

$$\text{จะเป็นจริงทุก } x(t) \text{ เมื่อ } q + rK^2 + 2p(a - bK) = 0 \quad (75)$$

สำหรับ $(a - bk)$ มีเสถียรภาพจะเป็นค่าลบ ดังนั้นจะมีค่า p ที่เป็นบวกสอดคล้องกับ
สมการ (75)

$$\text{หรือ } (a - bK)p + p(a - bK) = -(q + rK^2)$$

$$\text{หรือ } p = -\frac{q + rK^2}{1(a - bK)} \quad (76)$$

$$\text{โดยกำหนดให้ } J = \int_0^{\infty} (q + rK^2)x^2 dt = -\int_0^{\infty} \frac{d}{dt}(px^2) dt = px^2(0)$$

$$\text{ทำให้สมรรถนะต่ำสุดได้เมื่อ } \frac{\partial p}{\partial K} = 0$$

$$\text{จากสมการ (76) } \frac{\partial p}{\partial K} = -\frac{2rK(a - bK) - b(q + rK^2)}{2(a - bK)^2} = 0$$

จะได้ $K = \frac{pb}{r}$ (77)

และแทนค่าสมการ (77) ในสมการ (75) จะได้สมการสำหรับหาค่า p ที่เป็นค่าบวก

$$q + 2pa - \frac{p^2 b^2}{r} = 0$$

ที่มา: กิตติพงษ์ (2551)

ภาคผนวก ง
โค้ดโปรแกรม MATLAB

โค้ดโปรแกรม MATLAB

1. การหาเอกลักษณ์ของมอเตอร์กระแสตรง

```
%load raw data
input = load('File Location\ File Name.txt');
theta_encoder = load('File Location\ File Name.txt');
theta_encoderd=diff(theta_encoder)/ts;
theta_encoderdd=diff(theta_encoderd)/ts;
theta_motor=theta_encoder/n_2;
theta_motord=diff(theta_motor)/ts;
theta_motordd=diff(theta_motord)/ts;
theta_wheel=theta_motor/n;
theta_wheeld=diff(theta_wheel)/ts;
theta_wheeldd=diff(theta_wheeld)/ts;
J_wy=0.001382417;
J_r=0.0000578;
J_m=1*10^(-5);
J_g=1*10^(-5);
J_e=1*10^(-6);
n=64;
n_2=0.25; % 55mm and 13mm
J_id=J_wy+(J_g+J_m)*n+n_2*n*(J_e+J_r);
ts = 0.1; %sampling period
%perform linear least-square
[x,resnorm]=lsqlin([theta_wheeldd,theta_motord(1:length(theta_wheeldd))],...
input(1:length(theta_wheeldd));
Kb=x(2)
Kt_by_R_m=1/(x(1)*n/J_id)

ที่มา: กิตติพงษ์ (2551)
```

2. การหาเอกลักษณ์ของตัวตรวจรู้วัดความเอียง Inclinometer

```
%load raw data

theta_gyr = load('File Location\ File Name.txt');
theta_til = load('File Location\ File Name.txt');
theta_enc = load('File Location\ File Name.txt');
thetad_gyr = load('File Location\ File Name.txt');
thetad_enc = load('File Location\ File Name.txt');
theta2d_enc = load('File Location\ File Name.txt');
ts = 5000/1000000;      %in seconds
t = 0:ts:(length(theta_gyr)-1)*ts;
for i=1:length(t)-1
    thetad_til(i) = (theta_til(i+1)-theta_til(i))/ts;
end
for i=1:length(t)-2
    theta2d_til(i) = (thetad_til(i+1)-thetad_til(i))/ts;
end
%select ranges of data
t1 = ts; t2 = 60;
theta_gyr = theta_gyr(t1/ts:t2/ts);
theta_til = theta_til(t1/ts:t2/ts);
theta_enc = theta_enc(t1/ts:t2/ts);
thetad_gyr = thetad_gyr(t1/ts:t2/ts);
thetad_til = thetad_til(t1/ts:t2/ts)';
thetad_enc = thetad_enc(t1/ts:t2/ts);
theta2d_enc = theta2d_enc(t1/ts:t2/ts);
theta2d_til = theta2d_til(t1/ts:t2/ts)';
t = t(t1/ts:t2/ts);
%linear least square
g = 9.81;
```

```
[x,resnorm]=lsqlin([theta2d_enc-theta2d_til g.*sin(theta_enc-theta_til)]...
,thetad_til,[],[],[],[],[0 0],[+inf +inf]);
```

ที่มา: กิตติพงษ์ (2551)

3. แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์สองล้อ

```
% plant model.....
g=9.81;
m_w=0.5675;
m_b=1.94033;
R=0.147;
W=0.3103;
n=64;
n_2=0.25;
%from specification
J_m=1*10^(-6);
J_g=1*10^(-6);
J_e=1*10^(-6);
f_m=0.0022;
f_w=0;
%from SolidWorks
L=0.04895;
J_by=0.0173198;
J_wy=0.0013824;
J_bz=0.0117333;
J_wz=0.0144355;
J_r=0.0000578;
%form system ID
k_b=0.004275;
```

kt_by_Rm=0.0037673;

alpha=n*kt_by_Rm;

beta=alpha*k_b+f_m;

E=[(2*m_w+m_b)*R^2+2*J_wy+2*J_o,m_b*L*R-2*J_o;...

m_b*L*R-2*J_o,m_b*L^2+J_by+2*J_o];

F=[beta+f_w, -beta; -2*beta, 2*beta];

G=[0,0;0,-m_b*g*L];

H=[alpha/2, alpha/2; -alpha, -alpha];

I=beta+W/R*f_w;

J=R/W*alpha;

K=1/2*m_w*W^2+J_bz+2*J_wz+W^2/2/R^2*(J_wy+J_o);

A1=[0,0,1,0;0,0,0,1;0,-m_b*g*L*E(1,2)/det(E),((beta+f_w)*E(2,2)+2*beta*E(1,2))/det(E),...

beta*(E(2,2)+2*E(1,2))/det(E);0,m_b*g*L*E(1,1)/det(E),((beta+f_w)*E(1,2)+...

2*beta*E(1,1))/det(E),-beta*(E(1,2)+2*E(1,1))/det(E)];

B1=[0,0;0,0;alpha*(E(2,2)/2+E(1,2))/det(E),alpha*(E(2,2)/2+E(1,2))/det(E);...

-alpha*(E(1,2)/2+E(1,1))/det(E),-alpha*(E(1,2)/2+E(1,1))/det(E)];

C1=[1,0,0,0;0,1,0,0];

D1=[0,0;0,0];

A2=[0,1;0,-1/K];

B2=[0,0;-J/K,J/K];

C2=[1,0];

D2=[0,0];

sys1 = ss(A1,B1,C1,D1,'statename',{ 'theta' 'psi' 'thetadot' 'psidot' },...

'inputname',{ 'vl' 'vr' },'outputname',{ 'theta' 'psi' });

sys2 = ss(A2,B2,C2,D2,'statename',{ 'phi' 'phidot' },'inputname',{ 'vl' 'vr' },'outputname',{ 'phi' });

```
sysss = [sys1; sys2]      %state-space model
[A,B,C,D] = ssdata(sysss);
```

ที่มา: กิตติพงษ์ (2551)

4. สัญญาณอ้างอิงสำหรับการออกแบบระบบควบคุม

```
%desired trajectories.....
```

```
ts = 0.005; %sampling period
```

```
tend = 20;
```

```
t = 0:ts:tend;
```

```
zeta = 1;
```

```
omegan = 5;
```

```
filt = tf(omegan^2,[1 2*zeta*omegan omegan^2]);
```

```
filtin = 1*square(0.5*pi*0.1*t);
```

```
filtout = lsim(filt,filtin,t);
```

```
ref_theta = 3*filtout; % Tracking case
```

```
%ref_theta = zeros(size(filtout)); % Stabilization case
```

```
ref_psi = zeros(size(filtout)); % All case
```

```
ref_phi = 0.5*filtout; % Tracking case
```

```
%ref_phi = zeros(size(filtout)); % Stabilization case
```

ที่มา: กิตติพงษ์ (2551)

5. ระบบควบคุมอาศัยตัวคูณค่ากำลังสองน้อยที่สุด (LQR)

ต่อจาก แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์สองล้อ

สัญญาณอ้างอิงสำหรับการออกแบบระบบควบคุม

%control design.....

[K,S,e]=lqr(A,B,diag([0.1 10 0.1 10 0.1 0.1]),1*eye(2)); %gain K design

x1(1)=0; x2(1)=0; x3(1)=0; x4(1)=0; x5(1)=0; x6(1)=0; %initial states

for i=1:length(t)

u(:,i) = -K*[x1(i);x2(i);x3(i);x4(i);x5(i);x6(i)]... %LQR controller

+ K(:,1)*ref_theta(i)...

+ K(:,2)*ref_psi(i)...

+ K(:,5)*ref_phi(i);

xdot = A*[x1(i);x2(i);x3(i);x4(i);x5(i);x6(i)]+B*u(:,i); %CL system

x1(i+1) = x1(i) + xdot(1)*ts;

x2(i+1) = x2(i) + xdot(2)*ts;

x3(i+1) = x3(i) + xdot(3)*ts;

x4(i+1) = x4(i) + xdot(4)*ts;

x5(i+1) = x5(i) + xdot(5)*ts;

x6(i+1) = x6(i) + xdot(6)*ts;

end

ที่มา: กิตติพงษ์ (2551)

ประวัติการศึกษา และการทำงาน

ชื่อ –นามสกุล	นายบัณฑิต อินทรีย์มีศักดิ์
วัน เดือน ปี ที่เกิด	16 พฤศจิกายน พ.ศ. 2527
สถานที่เกิด	สมุทรสาคร
ประวัติการศึกษา	ปริญญาตรี วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต มหาวิทยาลัยเอเซียอาคเนย์ พ.ศ. 2550
ตำแหน่งหน้าที่การงานปัจจุบัน	-
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	-
ทุนการศึกษาที่ได้รับ	ทุนอุดหนุนและส่งเสริมวิทยานิพนธ์ระดับปริญญาโท บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ประจำปีงบประมาณ 2551