



ใบรับรองวิทยานิพนธ์
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

วิศวกรรมศาสตรดุษฎีบัณฑิต (วิศวกรรมโยธา)

ปริญญา

วิศวกรรมโยธา

วิศวกรรมโยธา

สาขา

ภาควิชา

เรื่อง การหาค่าทอพอโลยีที่เหมาะสมที่สุดสำหรับคานประกอบคอนกรีตเหล็ก

Topology Optimization for Concrete-Steel Composite Beams

نامผู้วิจัย นายศิริเดช สุริต

ได้พิจารณาเห็นชอบโดย

ประธานกรรมการ

(รองศาสตราจารย์เบญจพล เวทย์วิวัฒน์, Ph.D.)

กรรมการ

(รองศาสตราจารย์สุวิมล สัจจาณิชย์, Ph.D.)

กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์กิจพัฒน์ ภู่วรรณ, Ph.D.)

หัวหน้าภาควิชา

(รองศาสตราจารย์ก่อโชค จันทร์วางกูร, Ph.D.)

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์รับรองแล้ว

(รองศาสตราจารย์กัญญา ชีระกุล, D.Agr.)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

วันที่ เดือน พ.ศ.

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

วิทยานิพนธ์

เรื่อง

การหาค่าทอพอโลยีที่เหมาะสมที่สุดสำหรับคานประกอบคอนกรีตเหล็ก

Topology Optimization for Concrete-Steel Composite Beams

โดย

นายศิริเดช สุริต

เสนอ

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

เพื่อความสมบูรณ์แห่งปริญญาวิศวกรรมศาสตรดุษฎีบัณฑิต (วิศวกรรมโยธา)

พ.ศ. 2554

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ศิริเดช สุธีต 2554: การหาค่าทอพอโลยีเหมาะที่สุดสำหรับคานประกอบคอนกรีตเหล็ก
ปริญญานิพนธ์วิทยาศาสตรดุษฎีบัณฑิต (วิศวกรรมโยธา) สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา ภาควิชา
วิศวกรรมโยธา อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก: รองศาสตราจารย์
เบญจพล เวทย์วิวรรณ, Ph.D. 131 หน้า

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาวิธีการหาค่าทอพอโลยีเหมาะที่สุดสำหรับคาน
ประกอบคอนกรีตเหล็กซึ่งผลลัพธ์ของการศึกษาประกอบด้วยระเบียบวิธีในลักษณะแผนภูมิสาย
งานแสดงขั้นตอนการวิเคราะห์โดยมีกรณีศึกษาการออกแบบชิ้นส่วนคอนกรีตเสริมเหล็กซึ่งมีตัว
แปรระบุค่าคือความยาวช่วงพาด 4.0 เมตรกับความลึก 40, 50, 80 และ 100 เซนติเมตรและ ช่วง
พาด 2.0 เมตรกับความลึก 100 เซนติเมตร โดยมีน้ำหนักบรรทุก 1500, 2000 และ 2500 กิโลกรัม
กระทำแบบจุดที่กึ่งกลางช่วงพาดตามลำดับจัดเป็น 12 กรณีศึกษา การสร้างแบบจำลองไฟไนต์เอลิ
เมนต์กระทำโดยใช้แบบจำลองการเสริมแรงแบบกระจายตัวร่วมกับการสร้างโครงตาข่ายแบบกริด
ตรง ซึ่งสามารถสรุปเป็นขั้นตอนการวิเคราะห์คือเริ่มจากการสร้างแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์
ของคานคอนกรีตที่ไม่เสริมเหล็กจากนั้นจึงทำการหาปริมาณเหล็กเสริมเหมาะที่สุดในแต่ละรอบ
ของการทำซ้ำแล้วทำการกำจัดชิ้นส่วนคอนกรีตที่มีประสิทธิภาพต่ำออกไปทำให้ทอพอโลยีมีการ
พัฒนาไปที่ละน้อย กระบวนการจะดำเนินไปจนกระทั่งถึงเงื่อนไขการหยุด ทอพอโลยีเหมาะที่สุด
สามารถสรุปได้เป็นสองเกณฑ์คือใช้เกณฑ์น้ำหนักต่ำที่สุด และ เกณฑ์ราคาวัสดุต่ำที่สุด

Siradech Surit 2011: Topology Optimization for Concrete-Steel Composite Beams.
Doctor of Engineering (Civil Engineering), Major Field: Civil Engineering, Department
of Civil Engineering. Thesis Advisor: Associate Professor
Benjapon Wethyavivorn, Ph.D. 131 pages.

The objective of this research is to develop a method and strategy of finding the optimal topology for concrete-steel composite beams. Case studies were simply supported reinforced concrete beams with span 4.0 meter with depth 40, 50, 80 and 100 centimeter and 2.0 meter span with 100 centimeter depth, loaded by point load of 1500, 2000 and 2500 kilograms at mid-span, forming 12 load and span combinations. Finite element model was the smeared reinforcement model with fixed grid mesh. The optimization processes begin with an unreinforced concrete beam then the optimal topology of both concrete and steel progressive emerged at the same time gradually remove in efficient element. The processes continue until the ending criteria were met. The optimal topology can be found by using two criteria, the minimum weight criteria and minimum cost criteria.

Student's signature

Thesis Advisor's signature

กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณรองศาสตราจารย์ ดร.เบญจพล เวทย์วิวัฒน์ ท่านเป็นครูทั้งทางโลกและทาง
ธรรมของข้าพเจ้า ท่านเป็นผู้ให้แนวคิดเป็นต้นแบบในการทำงานและดำเนินชีวิตของข้าพเจ้า
ขอขอบคุณรองศาสตราจารย์ ดร.สุวิมล สัจจะวานิชสำหรับการให้คำปรึกษาที่อบอุ่นและให้กำลังใจ
แก่ข้าพเจ้า ขอขอบคุณผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. กิจพัฒน์ ภู่วรรณที่ให้คำปรึกษาและข้อเสนอแนะที่
เป็นประโยชน์ยิ่งแก่ข้าพเจ้า

ข้าพเจ้าขอกราบขอบคุณบูรพคณาจารย์ที่ได้ประสิทธิ์ประสาทวิชาให้แก่ข้าพเจ้าทุก
ท่าน ทั้งท่านที่ยังมีชีวิตอยู่และท่านผู้ที่ได้ล่วงลับไปแล้ว ข้าพเจ้าขออัญเชิญคุณพระศรีรัตนไตรและ
สิ่งศักดิ์สิทธิ์ทั้งหลายในสากล โปรดอำนวยการบันดาลผลบุญที่ท่านได้ทำมาขอให้ท่านได้อยู่ในภูมิที่
เป็นมงคลทั้งต่อตัวท่านและครอบครัวและเข้าถึงซึ่งพระนิพานเทอญ

ขอขอบคุณ คุณครูสุจินตนา ภัทรสถาพรพงษ์ มารดาและครูคนแรกในชีวิต ขอขอบคุณ
คุณเดชา สุริต บิดาผู้มีวิสัยทัศน์และเป็นผู้วางรากฐานการศึกษาแก่ข้าพเจ้า สุดท้ายขอขอบคุณคุณ
เพ็ญศรี แซ่อึ้ง ภรรยาผู้เป็นกำลังใจกับข้าพเจ้าตลอดเวลา

ศิริเดช สุริต
พฤษภาคม 2554

สารบัญ

| | หน้า |
|----------------------------|------|
| สารบัญ | (1) |
| สารบัญตาราง | (2) |
| สารบัญภาพ | (3) |
| คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ | (7) |
| คำนำ | 1 |
| วัตถุประสงค์ | 3 |
| การตรวจเอกสาร | 4 |
| อุปกรณ์และวิธีการ | 80 |
| อุปกรณ์ | 80 |
| วิธีการ | 81 |
| ผลและวิจารณ์ | 94 |
| ผล | 94 |
| วิจารณ์ | 116 |
| สรุปและข้อเสนอแนะ | 119 |
| สรุป | 119 |
| ข้อเสนอแนะ | 122 |
| เอกสารและสิ่งอ้างอิง | 123 |
| ภาคผนวก | 129 |
| ประวัติการศึกษาและการทำงาน | 131 |

สารบัญตาราง

| ตารางที่ | | หน้า |
|--------------|--|------|
| 1 | ค่าหน่วยแรงที่ยอมให้ และค่าตัวคูณลดกำลังใน STM | 37 |
| 2 | เกณฑ์การวิบัติของมอร์ | 58 |
| 3 | ดัชนี β สำหรับการใช้งานในสถานะประลัยช่วงระยะเวลาอ้างอิง 1 ปี | 72 |
| 4 | ตัวแปรระบุค่าทางกลสมบัติของวัสดุ | 96 |
| 5 | สมบัติเชิงปริมาณอื่นๆ ของวัสดุ | 96 |
| 6 | ตัวแปรระบุค่าในกรณีศึกษา | 97 |
| 7 | น้ำหนักวัสดุ ราคา ของโครงสร้างเริ่มต้น การวิเคราะห์รอบที่ 1 และ ทอพอโลยีที่ราคาต่ำที่สุด | 110 |
| 8 | น้ำหนักวัสดุ ราคา ของโครงสร้างเริ่มต้น การวิเคราะห์รอบที่ 1 และ ทอพอโลยีที่น้ำหนักต่ำที่สุด | 110 |
| 9 | น้ำหนักและราคาของวัสดุที่เปลี่ยนไป โดยการวิเคราะห์โดยเกณฑ์ราคาต่ำที่สุด | 112 |
| 10 | น้ำหนักและราคาของวัสดุที่เปลี่ยนไปโดยการวิเคราะห์โดยเกณฑ์น้ำหนักต่ำที่สุด | 114 |
| | | |
| ตารางผนวกที่ | | |
| 1 | ราคาคอนกรีตสำเร็จรูปปี พ.ศ. 2552 | 130 |

สารบัญญภาพ

| ภาพที่ | | หน้า |
|--------|---|------|
| 1 | ผังลำดับงานในการวิเคราะห์ค่าเหมาะที่สุดโดยทั่วไป | 7 |
| 2 | การทำเส้นขอบให้ละเอียด | 15 |
| 3 | ชิ้นส่วนที่มีจุดเชื่อมต่อที่มุมและสภาพตารางหมากรุก | 16 |
| 4 | ขั้นตอนของวิธีการแปลงย้อนกลับ | 18 |
| 5 | ค่าสถานะการคงอยู่ของชิ้นส่วน ที่อยู่รอบชิ้นส่วน K สำหรับการหาค่า t | 21 |
| 6 | รูปแบบของโครงสร้างที่ใช้ในกระบวนการ AESO | 21 |
| 7 | รูปแบบของการเพิ่มขึ้นส่วนในกระบวนการ AESO | 24 |
| 8 | วิวัฒนาการของโครงสร้างโดย BESO ในค่า SS ต่าง ๆ กัน | 26 |
| 9 | บรรทัดฐานการเพิ่มขึ้นส่วนในกระบวนการก่อกัมมันต์ของวัสดุ | 27 |
| 10 | รูปแบบของจุดต่อที่สามารถเป็นไปได้ | 35 |
| 11 | เปรียบเทียบรูปแบบของโครงข้อมุมสมมุติ | 36 |
| 12 | ระดับมูลฐานในการวิเคราะห์แบบจำลองของโครงสร้างคอนกรีต | 38 |
| 13 | แบบจำลองพฤติกรรมของมอร์ตาร์ที่มีต่อหน่วยแรงที่เพิ่มขึ้น | 41 |
| 14 | แบบจำลองสำหรับเหล็กเสริม และ ส่วนหน้าสัมผัสระหว่างเหล็กเสริม และคอนกรีต | 41 |
| 15 | แบบจำลอง โครงผลึกและหน่วยแรงหลัก σ_{PRN} และหน่วยแรงรอง σ | 42 |
| 16 | แบบจำลอง โครงผลึกแบบดัดแปลงของคานคอนกรีตเสริมเหล็ก | 44 |
| 17 | แบบจำลอง โครงผลึกของเสาคอนกรีตเสริมเหล็ก | 45 |
| 18 | การกระจายของพลังงานศักย์ที่ได้จากการคำนวณแบบจำลองโครงผลึกแบบดัดแปลงในพิกัดสามมิติ | 46 |
| 19 | แนวคิดการจำลองโครงสร้างด้วยระบบโครงข้อมุมขนาดเล็กมาก | 48 |
| 20 | แผนภูมิความสัมพันธ์ของหน่วยแรง-ความเครียด และ การวิบัติรูปแบบต่าง ๆ | 53 |
| 21 | เกณฑ์การวิบัติจากหน่วยแรงดึงจากสูงสุด | 57 |
| 22 | เกณฑ์การวิบัติของมอร์ตาร์ | 58 |
| 23 | เกณฑ์การวิบัติของมอร์ตาร์เมื่อแสดงในแกนหน่วยแรงหลัก | 59 |
| 24 | รูปแบบการวิบัติของคอนกรีต | 60 |

สารบัญญภาพ (ต่อ)

| ภาพที่ | | หน้า |
|--------|---|------|
| 25 | สนามของหน่วยแรงที่กระทำบนอนุภาคในเมตริกซ์ของคอนกรีต | 60 |
| 26 | การวิบัติของคอนกรีตภายใต้แรงกระทำสองแกน | 61 |
| 27 | เกณฑ์การวิบัติจากแรงดึงของแรงกั้นบนแกนเบี่ยงเบน | 61 |
| 28 | แสดงเกณฑ์ของ มอร์-คูลอมป์ และ ดรัคเคอร์เพเจอร์ ในแกนเบี่ยงเบน | 63 |
| 29 | กลไกการวิบัติของคอนกรีตในระดับไมโคร | 64 |
| 30 | ขั้นตอนการสร้างพื้นผิวการวิบัติของ Willam and Warnke | 65 |
| 31 | แบบจำลองชิ้นส่วนคอนกรีตที่มีการแตกร้าว | 69 |
| 32 | การหาค่าเหมาะที่สุดของตำแหน่งเหล็กเสริมคานคอนกรีตอัดแรง | 70 |
| 33 | โมดูลใน PCBDOS | 74 |
| 34 | แสดงตัวแปรออกแบบที่ใช้ในการศึกษา | 75 |
| 35 | แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ในการวิเคราะห์รูปร่างที่เหมาะสมที่สุด | 75 |
| 36 | การใส่แรง 1 หน่วยไปในโครงสร้างช่วยเพื่อหาสนามความเร็ว | 76 |
| 37 | รูปแบบของคานที่ได้จากการวิเคราะห์รูปร่างที่เหมาะสมที่สุด | 77 |
| 38 | จุดต่อของไฟไนต์เอลิเมนต์ | 83 |
| 39 | แสดงระบบการกำหนดหมายเลขชิ้นส่วนในโครงตาข่ายแบบกริดตรง | 83 |
| 40 | ไฟไนต์เอลิเมนต์ชนิดรูปสี่เหลี่ยม 4 จุดต่อ ในปริภูมิ ๕, ๗ | 84 |
| 41 | แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของชิ้นประกอบคอนกรีตเหล็ก | 87 |
| 42 | เกณฑ์การจัดและการวิบัติของคอนกรีต | 91 |
| 43 | แผนภูมิสายงานของแนวคิดพื้นฐาน | 93 |
| 44 | แผนภูมิสายงานการหาค่าทอพอโลยีที่เหมาะสมที่สุด | 95 |
| 45 | คานที่ใช้ในกรณีศึกษา | 97 |
| 46 | ราคา น้ำหนักวัสดุ กรณีศึกษา 1.1 จำนวน 17 รอบการวิเคราะห์ | 98 |
| 47 | กรณีศึกษา 1.1 ราคาต่ำที่สุด 242.77 บาท น้ำหนัก 73.6 กิโลกรัม (รุ่นที่ 5) | 98 |
| 48 | กรณีศึกษา 1.1 น้ำหนักต่ำที่สุด 53.1 กิโลกรัม ราคา 262.16 บาท (รุ่นที่ 17) | 98 |
| 49 | ราคา น้ำหนักวัสดุ กรณีศึกษา 1.2 จำนวน 37 รอบการวิเคราะห์ | 99 |
| 50 | กรณีศึกษา 1.2 ราคาต่ำที่สุด 192.21 บาท น้ำหนัก 57.9 กิโลกรัม (รุ่นที่ 26) | 99 |

สารบัญภาพ (ต่อ)

| ภาพที่ | | หน้า |
|--------|---|------|
| 51 | กรณีศึกษา 1.2 น้ำหนักต่ำที่สุด 40.6 กิโลกรัม ราคา 238.9 บาท (รุ่นที่ 37) | 99 |
| 52 | ราคา น้ำหนักวัสดุ กรณีศึกษา 1.3 จำนวน 40 รอบการวิเคราะห์ | 100 |
| 53 | กรณีศึกษา 1.3 ราคาต่ำที่สุด 76.7 บาท น้ำหนัก 61.0 กิโลกรัม (รุ่นที่ 36) | 100 |
| 54 | กรณีศึกษา 1.3 น้ำหนักต่ำที่สุด 47.3 กิโลกรัม ราคา 81.2 บาท (รุ่นที่ 40) | 100 |
| 55 | ราคา น้ำหนักวัสดุ กรณีศึกษา 1.4 จำนวน 29 รอบการวิเคราะห์ | 101 |
| 56 | กรณีศึกษา 1.4 ราคาต่ำที่สุด 33.9 บาท น้ำหนัก 24.4 กิโลกรัม (รุ่นที่ 27) | 101 |
| 57 | กรณีศึกษา 1.4 น้ำหนักต่ำที่สุด 23.4 กิโลกรัม ราคา 56.3 บาท (รุ่นที่ 29) | 101 |
| 58 | ราคา น้ำหนักวัสดุ กรณีศึกษา 2.1 จำนวน 28 รอบการวิเคราะห์ | 102 |
| 59 | กรณีศึกษา 2.1 ราคาต่ำที่สุด 374.5 บาท น้ำหนัก 81.3 กิโลกรัม (รุ่นที่ 5) | 102 |
| 60 | กรณีศึกษา 2.1 น้ำหนักต่ำที่สุด 54.3 กิโลกรัม ราคา 489.6 บาท (รุ่นที่ 28) | 102 |
| 61 | ราคา น้ำหนักวัสดุ กรณีศึกษา 2.2 จำนวน 44 รอบการวิเคราะห์ | 103 |
| 62 | กรณีศึกษา 2.2 ราคาต่ำที่สุด 301.44 บาท น้ำหนัก 84.9 กิโลกรัม (รุ่นที่ 13) | 103 |
| 63 | กรณีศึกษา 2.2 น้ำหนักต่ำที่สุด 42.7 กิโลกรัม ราคา 356.52 บาท (รุ่นที่ 44) | 103 |
| 64 | ราคา น้ำหนักวัสดุ กรณีศึกษา 2.3 จำนวน 42 รอบการวิเคราะห์ | 104 |
| 65 | กรณีศึกษา 2.3 ราคาต่ำที่สุด 128.14 บาท น้ำหนัก 75.8 กิโลกรัม (รุ่นที่ 31) | 104 |
| 66 | กรณีศึกษา 2.3 น้ำหนักต่ำที่สุด 41.4 กิโลกรัม ราคา 346.92 บาท (รุ่นที่ 42) | 104 |
| 67 | ราคา น้ำหนักวัสดุ กรณีศึกษา 2.4 จำนวน 43 รอบการวิเคราะห์ | 105 |
| 68 | กรณีศึกษา 2.4 ราคาต่ำที่สุด 47.2 บาท น้ำหนัก 25.8 กิโลกรัม (รุ่นที่ 27) | 105 |
| 69 | กรณีศึกษา 2.4 น้ำหนักต่ำที่สุด 15.9 กิโลกรัม ราคา 123.76 บาท (รุ่นที่ 33) | 105 |
| 70 | ราคา น้ำหนักวัสดุ กรณีศึกษา 3.1 จำนวน 27 รอบการวิเคราะห์ | 106 |
| 71 | กรณีศึกษา 3.1 ราคาต่ำที่สุด 478.22 บาท น้ำหนัก 82.4 กิโลกรัม (รุ่นที่ 7) | 106 |
| 72 | กรณีศึกษา 3.1 น้ำหนักต่ำที่สุด 57.1 กิโลกรัม ราคา 636.54 บาท (รุ่นที่ 27) | 106 |
| 73 | ราคา น้ำหนักวัสดุ กรณีศึกษา 3.2 จำนวน 42 รอบการวิเคราะห์ | 107 |
| 74 | กรณีศึกษา 3.2 ราคาต่ำที่สุด 424.89 บาท น้ำหนัก 83.1 กิโลกรัม (รุ่นที่ 15) | 107 |
| 75 | กรณีศึกษา 3.2 น้ำหนักต่ำที่สุด 29.3 กิโลกรัม ราคา 520.73 บาท (รุ่นที่ 42) | 107 |
| 76 | ราคา น้ำหนักวัสดุ กรณีศึกษา 3.3 จำนวน 52 รอบการวิเคราะห์ | 108 |

สารบัญภาพ (ต่อ)

| ภาพที่ | | หน้า |
|--------|---|------|
| 77 | กรณีศึกษา 3.3 ราคาต่ำที่สุด 180.19 บาท น้ำหนัก 86.1 กิโลกรัม (รุ่นที่ 38) | 108 |
| 78 | กรณีศึกษา 3.3 น้ำหนักต่ำที่สุด 52.2 กิโลกรัม ราคา 200.33 บาท (รุ่นที่ 52) | 108 |
| 79 | ราคา น้ำหนักวัสดุ กรณีศึกษา 3.4 จำนวน 38 รอบการวิเคราะห์ | 109 |
| 80 | กรณีศึกษา 3.4 ราคาต่ำที่สุด 72.12 บาท น้ำหนัก 33.2 กิโลกรัม (รุ่นที่ 30) | 109 |
| 81 | กรณีศึกษา 3.4 น้ำหนักต่ำที่สุด 19.6 กิโลกรัม ราคา 181.26 บาท (รุ่นที่ 38) | 109 |
| 82 | ร้อยละของน้ำหนักและราคาวัสดุที่เปลี่ยนแปลงไปโดยเกณฑ์ราคาต่ำที่สุด | 114 |
| 83 | ร้อยละของน้ำหนักและราคาวัสดุที่เปลี่ยนแปลงไปโดยเกณฑ์น้ำหนักต่ำที่สุด | 114 |

คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ

| | | |
|------------------|---|---|
| a_0, a_1, a_2 | = | สัมประสิทธิ์ของ Willam and Warnke |
| b_0, b_1, b_2 | = | สัมประสิทธิ์ของ Willam and Warnke |
| a_{RR}, a_{iR} | = | ค่าคงที่การแกว่งตัวของ BESO |
| h | = | ความลึกของคาน |
| p_R | = | แรงที่กระทำต่อโครงสร้าง |
| dx | = | ขนาดของชิ้นส่วนตามแกน x |
| dy | = | ขนาดของชิ้นส่วนตามแกน y |
| i | = | รุ่นของการพัฒนาการมีค่าเป็น 0, 1, 2, ... , n |
| i_0 | = | ค่าคงที่อัตราการกำจัด |
| k_c | = | เมตริกซ์ความแกร่งของคอนกรีต |
| k_s | = | เมตริกซ์ความแกร่งของเหล็กเสริม |
| k_e | = | เมตริกซ์ความแกร่งของไฟไนต์เอลิเมนต์ของคอนกรีตเสริมเหล็ก |
| n_{elx} | = | จำนวนไฟไนต์เอลิเมนต์ตามแนวแกน x |
| n_{ely} | = | จำนวนไฟไนต์เอลิเมนต์ตามแนวแกน y |
| r_0 | = | ค่าคงที่อัตราการกำจัด มีค่าเท่ากับ 0 และ r_1 มีค่าแนะนำ |
| t_s | = | ความหนาของเหล็กเสริมในแต่ละไฟไนต์เอลิเมนต์ |
| t_c | = | ความหนาของคอนกรีตในแต่ละไฟไนต์เอลิเมนต์ |
| t_e | = | ความหนาของไฟไนต์เอลิเมนต์ |
| t^{\max} | = | ความหนามากสุดที่เป็นไปได้ของเหล็กเสริม |
| f_{cu} | = | ค่าหน่วยแรงที่ยอมให้ในสตรัท |
| w | = | หน่วยน้ำหนักของคอนกรีต |
| f'_c | = | หน่วยแรงอัดประลัยของคอนกรีต |
| $g_j(X)$ | = | เซตของสมการข้อจำกัด |
| p | = | แรงที่กระทำภายในโดเมนของโครงสร้าง |
| t | = | แรงที่กระทำกับผิวของโครงสร้าง (Surface forces) |
| u | = | การเคลื่อนตัวของจุดต่อ |
| l | = | พลังงานความเครียด |

คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ (ต่อ)

| | | |
|------------|---|--|
| q | = | การเคลื่อนตัวของจุดต่อ |
| q_p | = | ผลรวมของค่าสถานภาพการคงอยู่ของชิ้นส่วนที่อยู่รอบชิ้นส่วน e และรวมถึงชิ้นส่วน e |
| q_a | = | ผลรวมของค่าสถานภาพการคงอยู่ของชิ้นส่วนที่อยู่รอบชิ้นส่วน e |
| B | = | เมตริกซ์ความสัมพันธ์ระหว่างการเปลี่ยนตำแหน่งและความเครียดของไฟไนต์เอลิเมนต์ |
| C | = | เมตริกซ์สมดุค |
| D | = | เมตริกซ์สมบัติของวัสดุ |
| E_{off} | = | มอดูลัสของชิ้นส่วนที่ปิดตัว |
| E_{on} | = | มอดูลัสของชิ้นส่วนสภาพปกติ |
| ER | = | อัตราการวิวัฒนาการในกระบวนการ ESO และ BESO |
| E_c | = | มอดูลัสยืดหยุ่นของคอนกรีต |
| F | = | เมตริกซ์ของแรงที่กระทำต่อโครงสร้าง |
| IR | = | คือสัดส่วนการเข้าร่วมในกระบวนการ AESO |
| L | = | ความยาวอ้างอิง |
| L_x | = | ความยาวของแบบจำลองตามแกน x |
| L_y | = | ความยาวของแบบจำลองตามแกน y |
| N | = | จำนวนชิ้นส่วนที่ต้องการจะแบ่งย่อย |
| ON | = | เลขการแกว่งตัวในกระบวนการ AESO |
| P | = | น้ำหนักบรรทุก |
| Q | = | เมตริกซ์ของสนามความเร็วธรรมชาติที่ได้จากโครงสร้างช่วย |
| RR_i | = | อัตราการกำจัดที่ในรุ่นปัจจุบัน |
| RR_{i+1} | = | อัตราการกำจัดที่ในรุ่นต่อไป |
| R_{Rev} | = | อัตราการวิวัฒนาการ |
| V^e | = | ปริมาตรของชิ้นส่วน e |
| X | = | เวกเตอร์ของตัวแปรออกแบบ |
| X_{new} | = | เมตริกซ์ของคู่อันดับของตัวแปรออกแบบที่ถูกแก้ไขแล้ว |

คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ (ต่อ)

| | | |
|-------------------|---|--|
| X_{old} | = | เมตริกซ์ของคู่อันดับของตัวแปรออกแบบก่อนการแก้ไข |
| β_e | = | บรรทัดฐานในการดำเนินการกับชั้นส่วนที่ e ในกระบวนการ AESO |
| β_{Max} | = | ค่าบรรทัดฐานสูงสุดของโครงสร้าง ค่า |
| β_5 | = | ตัวคูณลดกำลัง |
| δ | = | เวกเตอร์ของการกระจัดของจุดต่อ ณ จุดเดียวกับเมตริกซ์ X |
| σ^{Target} | = | หน่วยแรงเป้าหมาย |
| σ_a | = | ค่าเฉลี่ยของความเค้นตึงจากที่เกิดขึ้นแกน Octahedral |
| σ_e | = | ค่าหน่วยแรงประสิทธิผล |
| σ_e | = | หน่วยแรงในชั้นส่วนใดๆ ที่จะถูกกำจัด |
| σ_{Max} | = | หน่วยแรงสูงสุดของ โครงสร้าง |
| ρ_{vi} | = | อัตราส่วนเหล็กเสริมในชั้นที่ i |
| γ | = | ความหนาแน่นของพลังงานความเครียด |
| γ_i | = | มุมระหว่างแกนของสตรัท และเหล็กเสริม |
| Ω | = | โดเมนภายในของโครงสร้าง |
| Φ | = | ผลรวมปกติทางสถิติมาตรฐาน |

การหาค่าทอพอโลยีที่เหมาะสมที่สุดสำหรับคานประกอบคอนกรีตเหล็ก

Topology Optimization for Concrete-Steel Composite Beams

คำนำ

การวิเคราะห์ค่าเหมาะสมที่สุดได้ถูกประยุกต์ใช้ในการออกแบบทางวิศวกรรมเป็นระยะเวลานาน โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อช่วยลดต้นทุนในการผลิตชิ้นงาน โดยที่ยังคงประสิทธิภาพตามความต้องการทางวิศวกรรมไว้ได้ การวิเคราะห์เริ่มจากการสร้างสมการความสัมพันธ์กับตัวแปรออกแบบและราคาเพื่อนำไปสู่การหาค่าตอบถึงขนาดและรูปร่างของชิ้นงาน อย่างไรก็ตามกระบวนการนี้ยังมีปัญหาในกรณีที่โครงสร้างที่ต้องการวิเคราะห์การออกแบบมีข้อจำกัดในการออกแบบเชิงแนวคิด เช่น มีความซับซ้อนของระบบโครงสร้าง ประกอบด้วยพฤติกรรมทางกลศาสตร์ของวัสดุที่ซับซ้อนเกินกว่าการสร้างสมการในรูปทั่วไป หรือ ข้อจำกัดในกระบวนการสร้างและแก้ปัญหาค่าเหมาะสมที่สุดเพื่อใช้ในกระบวนการวิเคราะห์ค่าเหมาะสมที่สุด

จากข้อจำกัดดังกล่าวได้มีการผกผันแนวคิดที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์และการวิเคราะห์โดยใช้งานเครื่องคอมพิวเตอร์ทำให้ผู้ออกแบบสามารถวิเคราะห์ปัญหาที่มีตัวแปรจำนวนมากได้ซึ่งเรียกกระบวนการนี้ว่าการหาค่าทอพอโลยีที่เหมาะสมที่สุดของโครงสร้าง (Structural topology optimization) ซึ่งมีจุดเริ่มต้นการพัฒนาแนวคิดมาจากสาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล มีหลักการคือการสร้างแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของโครงสร้างและทำการวิเคราะห์ถึงการกระจายความหนาแน่นของเนื้อวัสดุในส่วนต่าง ๆ ของแบบจำลองเพื่อให้เกิดทอพอโลยีของชิ้นงานที่สอดคล้องกับการกระจายตัวของหน่วยแรง แนวคิดดังกล่าวได้มีการพัฒนาอย่างต่อเนื่องและนำไปประยุกต์ใช้จริงในการออกแบบทางวิศวกรรมในหลายสาขาด้วยกัน เช่น การออกแบบชิ้นส่วนเครื่องจักรกล ชิ้นส่วนยานยนต์ โครงสร้างอากาศยาน และ กลไกอิเล็กทรอนิกส์ขนาดเล็กมาก (Micro electronic mechanism, MEM) เป็นต้น โดยทั้งหมดมีวัตถุประสงค์หลักคือต้องการให้มีการใช้งานวัสดุน้อยที่สุด ในทางวิศวกรรมโยธาได้มีการศึกษาถึงการใช้อยู่ระเบียบวิธีการวิเคราะห์ทอพอโลยีที่เหมาะสมที่สุดมาออกแบบชิ้นส่วนโครงสร้าง เช่น การออกแบบและทดสอบระบบคานประกอบไม้และเหล็ก การใช้งานในลักษณะรูปแบบแนะนำเพื่อใช้ในการออกแบบระบบโครงสร้างค้ำยันด้านข้างของอาคารสูง โดยระเบียบวิธีนี้สามารถนำมา

ประยุกต์ใช้งานได้จริง และสามารถลดการใช้วัสดุในชิ้นส่วน โครงสร้างได้อย่างมีประสิทธิภาพ เช่นกัน

อย่างไรก็ตามด้วยปรัชญาการออกแบบที่มีความแตกต่างกันในทางวิศวกรรมเครื่องกลนั้น เศษวัสดุอาจนำเอากลับมาใช้ใหม่ได้อย่างมีประสิทธิภาพแตกต่างกับเศษวัสดุทางวิศวกรรมโยธาที่ การนำเอาวัสดุกลับมาใช้ใหม่อาจไม่คุ้มค่าพอ ดังนั้นเพื่อที่จะทำการประยุกต์ใช้งานระเบียบวิธีการ หาทอพอโลยีที่เหมาะสมที่สุดมาใช้กับการออกแบบทางวิศวกรรมโครงสร้างนั้น โครงสร้างคอนกรีต เสริมเหล็กอาจจะรองรับข้อจำกัดเพิ่มเติมในข้อนี้ได้เป็นอย่างดี เนื่องจากสามารถหล่อขึ้นรูปชิ้นงาน ในรูปแบบต่างๆตามที่คุณออกแบบต้องการได้โดยไม่ต้องกำจัดวัสดุส่วนที่ไม่ต้องการในภายหลังซึ่ง เป็นสิ่งที่บั่นทอนประสิทธิภาพของกระบวนการหาค่าทอพอโลยีที่เหมาะสมที่สุดตามมา ดังนั้นหาก สามารถพัฒนากระบวนการหาค่าทอพอโลยีที่เหมาะสมที่สุดของโครงสร้างไปใช้กับ โครงสร้างคอนกรีต เสริมเหล็กอาจลดข้อด้อยในส่วนนี้ได้

การประยุกต์กระบวนการหาค่าทอพอโลยีที่เหมาะสมที่สุดของโครงสร้างมาใช้กับ โครงสร้าง คอนกรีตเสริมเหล็กมีความท้าทายหลายประการ เช่น คอนกรีตเป็นวัสดุแปรรูปจากธรรมชาติมี พฤติกรรมซับซ้อน นอกจากนี้คอนกรีตเสริมเหล็กเป็นโครงสร้างที่มีการนำเอาวัสดุสองชนิดคือ คอนกรีตและเหล็กเสริม โครงสร้าง มาผสานเข้าด้วยกันจึงทำให้มีความจำเป็นต้องพัฒนาแนวคิดใน การหาค่าทอพอโลยีที่เหมาะสมที่สุดของโครงสร้างให้เหมาะสมกับความท้าทายที่เพิ่มขึ้นดังที่กล่าวมา อันเป็นที่มาของงานวิจัยในครั้งนี้

วัตถุประสงค์

ในการศึกษานี้มีวัตถุประสงค์หลักคือพัฒนากระบวนการหาค่าทอพอโลยีที่เหมาะสมที่สุดสำหรับคานประกอบคอนกรีตและเหล็กโดยวัตถุประสงค์สามารถแบ่งเป็น 2 ข้อได้ดังนี้

1. เพื่อพัฒนาระเบียบวิธีหาค่าทอพอโลยีที่เหมาะสมที่สุดของวัสดุสองชนิดคือคอนกรีตและเหล็กโดยมีกรณีศึกษาเป็นการหาค่าทอพอโลยีที่เหมาะสมที่สุดสำหรับคานประกอบคอนกรีตเหล็ก
2. เพื่อศึกษาเกณฑ์ความเหมาะสมที่สุดเพื่อใช้กับระเบียบวิธีที่พัฒนา

ประโยชน์ที่ได้จากการวิจัย

ทอพอโลยีที่เหมาะสมที่สุดสำหรับคานประกอบคอนกรีตเหล็กที่ได้จากการศึกษานี้สามารถนำไปใช้ประโยชน์ใช้ในการออกแบบโครงสร้างคานคอนกรีตเสริมเหล็กเบื้องต้นลักษณะรูปแบบแนะนำ (Form-suggestion) โดยมีแนวโน้มเชิงปริมาณของเหล็กเสริมเป็นข้อมูลประกอบ

ขอบเขตการวิจัย

1. การศึกษานี้ประกอบด้วยวัสดุสองชนิดคือ คอนกรีตและเหล็ก โดยวัสดุทั้งสองชนิดมีพฤติกรรมยืดหยุ่นเชิงเส้น
2. การศึกษานี้ใช้เกณฑ์หน่วยแรงตึงจากสูงสุดเพื่อประเมินประสิทธิภาพการใช้งานของคอนกรีต
3. การศึกษานี้ไม่ได้พิจารณาถึงข้อกำหนดการออกแบบ

การตรวจเอกสาร

สมการคณิตศาสตร์สำหรับปัญหาการวิเคราะห์ค่าที่เหมาะสมที่สุด

1. ตัวแปรออกแบบ

ตัวแปรออกแบบ (Design variable) คือ ตัวแปรระบุค่า (Parameter) ที่มีผลต่อการออกแบบระบบ กระบวนการระบุตัวแปรออกแบบของระบบเป็นกระบวนการสำคัญในการสร้างสูตรปัญหาการวิเคราะห์ค่าที่เหมาะสมที่สุด การเลือกใช้ตัวแปรออกแบบที่ไม่ถูกต้องส่งผลให้สมการปัญหานั้นไม่สามารถใช้แก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ หรืออาจไม่สามารถแก้ปัญหการออกแบบที่เหมาะสมที่สุดได้เลย หลักที่ต้องพิจารณาในการเลือกตัวแปรออกแบบได้ 3 ประการด้วยกัน (Haftka and Grüdäl, 1992) ดังนี้

- 1.1. ตัวแปรออกแบบใด ๆ ต้องมีความเป็นอิสระต่อตัวแปรออกแบบตัวอื่นมากเท่าที่จะสามารถทำได้
- 1.2. ในการสร้างปัญหาวิเคราะห์ค่าที่เหมาะสมที่สุดต้องประกอบด้วยตัวแปรออกแบบ
- 1.3. การใช้จำนวนตัวแปรระบุค่า หรือ ตัวแปรออกแบบ จำนวนมากจะส่งผลดีขั้นตอนการสร้างสูตรปัญหา ซึ่งในภายหลังตัวแปรระบุค่า หรือ ตัวแปรออกแบบบางตัวสามารถที่จะแทนด้วยค่าคงที่ได้

2. ฟังก์ชันราคา

ในการออกแบบเหมาะสมที่สุดนั้น มีความจำเป็นที่จะต้องสร้างมาตรฐานที่จะทำการเปรียบเทียบสภาพค่าที่เหมาะสมที่สุด ซึ่งในทางปฏิบัตินิยมใช้ฟังก์ชันราคา (Cost function) ซึ่งเป็นฟังก์ชันสเกลาร์ โดยฟังก์ชันราคาถูกสร้างจากความสัมพันธ์ของเวกเตอร์ตัวแปรออกแบบ X โดยสามารถเขียนฟังก์ชันราคา $F(X)$ ได้ตามสมการที่ (1)

$$\text{Cost} = F(X) \quad (1)$$

3. ฟังก์ชันวัตถุประสงค์

ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ (Objective function) คือเป้าหมายการดำเนินการต่อฟังก์ชันราคา โดยอาจอยู่ในรูปของการหาค่ามากที่สุดหรือค่าน้อยที่สุดของฟังก์ชันราคา แต่ในบางกรณีฟังก์ชันวัตถุประสงค์สามารถพิจารณาในรูปของปัญหาการหาค่าน้อยที่สุดได้ โดยการเปลี่ยนแปลงฟังก์ชันราคาให้มีเครื่องหมายตรงกันข้าม ดังแสดงในสมการที่ (2)

$$\text{Max } F(X) = \text{Min } (-F(X)) \quad (2)$$

ในหลายกรณีพบว่าการวิเคราะห์ค่าเหมาะที่สุดนั้นอาจจะอยู่ในลักษณะที่มีหลายวัตถุประสงค์ซ้อนกันซึ่งเรียกปัญหาการวิเคราะห์ค่าเหมาะที่สุดแบบหลายวัตถุประสงค์ (Multi-objective design optimization problem) เช่นในกรณีที่ต้องการทำให้น้ำหนักของโครงสร้างต่ำที่สุด ในขณะที่เดียวกับต้องการทำให้การโค้งตัวของโครงสร้าง หรือ หน่วยแรงในโครงสร้างมีค่าต่ำที่สุดด้วย

4. เงื่อนไขบังคับในการออกแบบ

เงื่อนไขบังคับในการออกแบบ (Design constraint) คือช่วงของค่าที่เป็นไปได้ ข้อห้ามต่าง ๆ ที่ถูกกำหนดโดยได้รับอิทธิพลจากตัวแปรออกแบบอย่างน้อยหนึ่งตัว ทั้งที่เกิดจากข้อเท็จจริงในการออกแบบ และ สิ่งที่กำหนดขึ้นเองโดยผู้ออกแบบ เงื่อนไขบังคับในการออกแบบแบ่งได้เป็น 4 ประเภท คือ

4.1. การออกแบบที่เป็นไปได้ (Feasible design) การแทนที่ค่าแวกเตอร์ของตัวแปรใด ๆ ก็ตามสามารถเรียกได้ว่าเป็นกระบวนการออกแบบ แม้ในบางครั้งค่าที่ทนที่นั้นจะไม่สมเหตุผล เช่นการระบุขนาดของโครงสร้างที่ติดลบ หรือการแทนที่ด้วยค่าที่ไม่สามารถเกิดขึ้นจริง

4.2. เงื่อนไขบังคับเชิงนัย (Implicit constraints) เป็นรูปแบบหนึ่งของเงื่อนไขบังคับที่ไม่สามารถระบุความสัมพันธ์กับตัวแปรออกแบบที่แน่ชัด เช่น ในระบบโครงสร้างที่มีความซับซ้อนมากผู้ออกแบบอาจไม่สามารถสรุปว่าตัวแปรออกแบบใดมีผลต่อการเปลี่ยนรูปในโครงสร้าง ในทางตรงกันข้าม ในกรณีที่ระบบโครงสร้างมีความซับซ้อนน้อยมาก ผู้ออกแบบอาจสามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรออกแบบใด ๆ กับการเปลี่ยนรูปของโครงสร้างได้ รูปแบบเงื่อนไขบังคับนี้เรียกว่า เงื่อนไขบังคับแบบชัดเจน (Explicit constraints)

4.3. เงื่อนไขบังคับแบบเชิงเส้น และ เงื่อนไขบังคับแบบไร้เชิงเส้น (Linear and Nonlinear constraints) โดยทั่วไปฟังก์ชันเงื่อนไขบังคับจะอยู่ในรูปของสมการเชิงเส้น ซึ่งเรียกว่า เงื่อนไขบังคับแบบเชิงเส้น ซึ่งสามารถใช้ระเบียบวิธีกำหนดการเชิงเส้นในการวิเคราะห์ปัญหาได้ อย่างไรก็ตามยังมีรูปแบบของเงื่อนไขบังคับแบบไร้เชิงเส้นซึ่งไม่สามารถวิเคราะห์โดยใช้ระเบียบวิธีกำหนดการเชิงเส้นได้

4.4. เงื่อนไขบังคับแบบสมการ และ แบบอสมการ (Equality and Inequality constraints) เป็นเงื่อนไขบังคับที่ระบุถึงความเข้มงวดในการวิเคราะห์ปัญหา เงื่อนไขบังคับแบบสมการเป็นเงื่อนไขบังคับที่มีความเข้มงวดสูง ตัวแปรออกแบบมักระบุให้มีค่าเท่ากับค่าคงที่หนึ่ง ๆ เท่านั้น ในขณะที่เงื่อนไขบังคับแบบอสมการจะมีความเข้มงวดน้อยกว่า กล่าวคือปัญหาระบุค่าของตัวแปรออกแบบในช่วงจำนวนในลักษณะอสมการ เช่น หน่วยแรงที่เกิดขึ้นไม่มากกว่าหน่วยแรงสูงสุดที่ยอมให้ หรือ การเปลี่ยนรูปสูงสุดมีค่าไม่เกินค่าการเปลี่ยนรูปที่ยอมให้ เป็นต้น

ปัญหาการวิเคราะห์ค่าเหมาะที่สุดโดยรวม

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับปัญหาการวิเคราะห์ค่าเหมาะที่สุดโดยรวมสามารถเขียนได้ตามฟังก์ชันวัตถุประสงค์ (3)

$$\text{Min } F(X) \quad (3)$$

โดย

$$g_i(X) \leq 0 \quad i = 1, \dots, m$$

โดย

X คือ เวกเตอร์ของตัวแปรออกแบบ

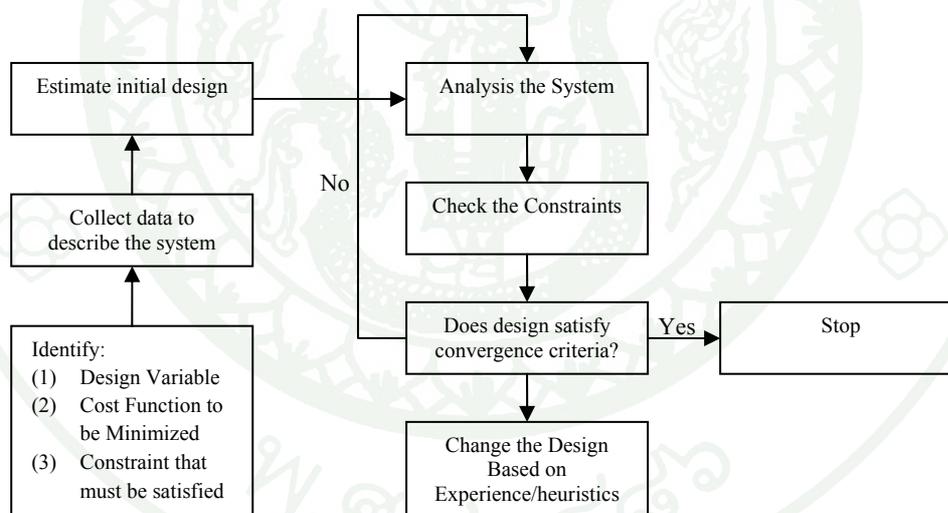
F(X) คือ ฟังก์ชันราคา

$g_i(X)$ คือ เซตของเงื่อนไขบังคับ

การวิเคราะห์ค่าเหมาะที่สุดของโครงสร้าง

การวิเคราะห์ค่าเหมาะที่สุดของโครงสร้าง (Structural optimization) เป็นเครื่องมือช่วยออกแบบ มีวัตถุประสงค์เพื่อวิเคราะห์หาค่าตัวแปรออกแบบซึ่งทำให้น้ำหนักหรือราคาในการผลิตโครงสร้างมีค่าน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับเช่น หน่วยแรงสูงสุดที่เกิดขึ้นในชิ้นส่วนของโครงสร้าง การเปลี่ยนรูปสูงสุดที่ยอมให้และความสามารถในการให้บริการของระบบ โครงสร้างหรือเงื่อนไขบังคับทางสถาปัตยกรรม การออกแบบที่ใช้ค่าตัวแปรออกแบบซึ่งทำให้อัตุประสงค์เป็นจริงเรียกว่าการออกแบบเหมาะที่สุด (Optimal design)

การวิเคราะห์ค่าเหมาะที่สุดของการใช้วัสดุในการผลิตโครงสร้างได้มีการประยุกต์ใช้ตั้งแต่ศตวรรษที่ 18 โดยในช่วงแรกเริ่มเป็นกระบวนการที่ใช้ความรู้สึกและประสบการณ์ของผู้ออกแบบเป็นหลัก ไม่มีระเบียบขั้นตอนที่ตายตัว กระบวนการทั่วไปอาจเขียนอยู่ในรูปของแผนภูมิสายงาน (Flow chart) ได้ตามภาพที่ 1



ภาพที่ 1 ฟังลำดับงานในการวิเคราะห์ค่าเหมาะที่สุดโดยทั่วไป

ที่มา: Haftka and Grüdäl (1992)

กระบวนการดังกล่าวเป็นวิธีการลองผิดลองถูก (Trial & error) ซึ่งไม่สามารถอธิบายเงื่อนไขเหมาะที่สุดในการผลิตโครงสร้างนั้น ๆ ได้เนื่องจากยังมีข้อจำกัดในการสร้างปัญหาการวิเคราะห์ค่าเหมาะที่สุด

แม้ต่อมากระบวนการวิเคราะห์ค่าเหมาะที่สุดของโครงสร้างได้ถูกพัฒนาให้มีกระบวนการเชิงวิเคราะห์อย่างเป็นระบบมากขึ้น แต่ยังมีข้อจำกัดด้านระเบียบวิธีทางคณิตศาสตร์ จนกระทั่งมีการพัฒนาหลักการทางคณิตศาสตร์ขึ้นมาเพื่อใช้ในการวิเคราะห์ปัญหาค่าเหมาะที่สุด แนวทางการวิเคราะห์ที่ถูกพัฒนาขึ้นมาและเป็นที่ยอมรับและใช้งานกันอย่างแพร่หลายในช่วงต้นของการศึกษาและวิจัย ได้แก่วิธีกำหนดการเชิงเส้น (Linear programming, LP) การใช้ระเบียบวิธีการดำเนินการทางตัวเลขในการวิเคราะห์ค่าเหมาะที่สุดสำหรับการวิเคราะห์ค่าเหมาะที่สุดแบบไร้เชิงเส้น (Non-Linear optimization) และช่วงสงครามโลกครั้งที่สองมีการพัฒนาเครื่องมือคำนวณ (Kurrer, 2008) ทำให้สามารถวิเคราะห์ปัญหาค่าเหมาะที่สุดซึ่งประกอบด้วยตัวแปรจำนวนมากได้รวดเร็วขึ้น

จากความก้าวหน้าของศึกษาทางคณิตศาสตร์และกลศาสตร์ของวัสดุที่มากขึ้นทำให้การวิเคราะห์ค่าเหมาะที่สุดของโครงสร้างถูกพัฒนามาสู่ยุคที่สามารถสร้างระบบความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ของปัญหาการออกแบบและตัวแปรออกแบบได้ชัดเจน ทำให้การวิเคราะห์ค่าเหมาะที่สุดมีความถูกต้องมากขึ้น อย่างไรก็ตามการวิเคราะห์ค่าเหมาะที่สุดยังถูกจำกัดด้วยความสามารถในการวิเคราะห์เพื่อหาคำตอบของสมการปัญหา

ในส่วนของวิศวกรรมโครงสร้างรายงานที่มักถูกอ้างถึงว่าเป็นการวิเคราะห์ค่าทอพอโลยีเหมาะที่สุดของโครงสร้างครั้งแรกคือรายงานการศึกษาของ Mitchell (1904) ซึ่งได้ศึกษาถึงการออกแบบโครงข้อมุม โดยความสัมพันธ์ของรูปร่าง แรงกระทำ และราคาโดยมีตัวแปรออกแบบเป็นระยะระหว่างจุดรองรับและมุมสัมผัสของชิ้นส่วน ต่อมาในช่วงปี ค.ศ. 1952 - 1956 ได้มีการพัฒนาระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite element method, FEM) (Clough, 2001) สำหรับงานวิเคราะห์ปัญหาการสั่นสะเทือนของอากาศยานปีกสามเหลี่ยมและถูกพัฒนาต่อเนื่องไปในวิศวกรรมหลากหลายสาขาทำให้ผู้ออกแบบมีความสามารถที่จะสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้ในการอธิบายปัญหาที่มีความซับซ้อนและมีความสามารถในการวิเคราะห์เพื่อแก้ปัญหาได้ ทำให้กระบวนการวิเคราะห์ค่าเหมาะที่สุดของโครงสร้างพัฒนาระเบียบวิธีการวิเคราะห์ที่ขึ้นมาสู่ระบบที่สามารถวิเคราะห์ปัญหาได้อย่างทั่วไปมากขึ้น ทำให้เริ่มมีการผลิตงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการวิเคราะห์ค่าเหมาะที่สุดของโครงสร้างเผยแพร่ออกมาอย่างต่อเนื่อง

ปัจจุบันเราอาจแบ่งกระบวนการวิเคราะห์ค่าเหมาะที่สุดได้เป็น 2 แนวทางด้วยกันคือ เงื่อนไขความเหมาะที่สุด (Optimality criteria) และ ทฤษฎีการค้นหา (Search method) เงื่อนไขความเหมาะที่สุดเป็นทฤษฎีโดยอ้อม (Indirect method) ซึ่งมีปรัชญาการแก้ปัญหาโดยการวิเคราะห์

ฟังก์ชันวัตถุประสงค์เพื่อให้ได้ค่าตัวแปรออกแบบที่ทำให้เกิดเป็นค่าต่ำสุด หรือ ค่าสูงสุด ของฟังก์ชันนั้น โดยมีชื่อเรียกอีกชื่อหนึ่งคือการหาค่าเหมาะที่สุดของฟังก์ชัน (Functional optimization) ขณะที่ทฤษฎีการค้นเป็นวิธีตรง (Direct method) คือค้นหาค่าเหมาะที่สุดของตัวแปรออกแบบแต่ละตัวที่อยู่ภายใต้ปริภูมิของการออกแบบ (Design space)

ในรายงานการศึกษานี้ผู้วิจัยได้ทำการแบ่งรูปแบบการหาค่าเหมาะที่สุดของโครงสร้างออกเป็น 3 ระเบียบวิธี คือ

1. การหาขนาดเหมาะที่สุดของโครงสร้าง

การหาขนาดเหมาะที่สุดของโครงสร้าง (Structure sizing optimization) ดำเนินการใช้ตัวแปรออกแบบที่กำหนดขนาด มิตติของโครงสร้าง กระบวนการทำโดยปรับเปลี่ยนขนาดโดยการย่อ หรือ ขยาย ขนาดมิติของขนาดพื้นที่หน้าตัด และ ความหนาของชิ้นส่วนเป็นต้น

2. การหารูปร่างเหมาะที่สุดของโครงสร้าง

การหารูปร่างเหมาะที่สุดของโครงสร้าง (Structure shape optimization) เป็นกระบวนการที่ทำการเปลี่ยนแปลงเส้นขอบเขต (Boundary) ของโครงสร้าง ซึ่งมีผลต่อการเปลี่ยนแปลงรูปแบบทางเรขาคณิตของโครงสร้าง แตกต่างจากการวิเคราะห์ขนาดเหมาะที่สุดของโครงสร้างที่ไม่มีการเปลี่ยนรูปร่างทางเรขาคณิตการวิเคราะห์ในลักษณะนี้เป็นกระบวนการวิเคราะห์ที่ใช้ร่วมกับระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ โดยมีตัวแปรออกแบบเป็นตำแหน่งพิกัดของจุดต่อบังคับ การวิเคราะห์การกำหนดเวกเตอร์ทิศทางให้กับการเคลื่อนตัวของจุดต่อบังคับซึ่งสามารถกำหนดได้เป็น 2 รูปแบบ คือ กำหนดทิศทางโดยผู้ใช้ และ การกำหนดทิศทางแบบตั้งฉากกับเส้นขอบของโครงสร้างเดิมการวิเคราะห์นี้อาจทำได้โดยกระบวนการที่ไม่ใช้การวิเคราะห์โดยตรงเช่น การเปลี่ยนแปลงรูปร่างของโครงสร้าง และ วิเคราะห์ถึงประสิทธิภาพของโครงสร้างโดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

3. การหาค่าทอพอโลยีเหมาะที่สุดของโครงสร้าง

การหาค่าทอพอโลยีเหมาะที่สุดของโครงสร้าง (Structural topology optimization) เป็นการวิเคราะห์โดยใช้ตำแหน่งและขนาดของช่องว่าง (Void) ในโครงสร้างเป็นตัวแปรออกแบบ โดยจำนวนและขนาดของช่องว่างสามารถเพิ่มหรือลดลงได้ตามสภาพของโครงสร้างซึ่งแตกต่างกับการหาขนาดเหมาะที่สุดของโครงสร้างและการหารูปร่างเหมาะที่สุดของโครงสร้างที่จำนวนของ

ช่องว่างจะมีจำนวนเท่าเดิมตลอดการวิเคราะห์ การวิเคราะห์ทอพอโลยีที่เหมาะสมที่สุดของโครงสร้างสามารถแบ่งได้เป็น 5 วิธี คือ

- 3.1 การหาค่าทอพอโลยีที่เหมาะสมที่สุดของโครงสร้างโดยหลักการวัสดุเอกพันธ์
- 3.2 การหาค่าที่เหมาะสมที่สุดของโครงสร้างโดยการวิวัฒน์
- 3.3 การหาค่าที่เหมาะสมที่สุดของโครงสร้างโดยการวิวัฒน์แบบเพิ่ม
- 3.4 การหาค่าที่เหมาะสมที่สุดของโครงสร้างโดยการวิวัฒน์สองทิศทาง และ
- 3.5 การหาค่าที่เหมาะสมที่สุดของโครงสร้างโดยฐานศักยภาพสำหรับการออกแบบทอ

พอโลยี

การหาค่าทอพอโลยีที่เหมาะสมที่สุดของโครงสร้าง

ทอพอโลยี (Topology) เป็นสาขาหนึ่งทางการศึกษาด้านเรขาคณิตซึ่งศึกษาวัตถุเรขาคณิต (Geometrical object) ภายใต้อุปสมมุติของสมานสัณฐาน (Homeomorphism) (Lawson, 2006) กล่าวอย่างสรุปคือเป็นการศึกษาสมบัติทางรูปร่างที่ไม่มีเปลี่ยนแปลงรูปภายใต้การ ฉีก เจาะ และ เชื่อม ทอพอโลยีถูกนำมาอธิบายรูปร่างของโครงสร้าง เรียกได้ว่า ทอพอโลยีของโครงสร้าง (Structural topology) ซึ่งอธิบายการกระจายช่องว่าง วัสดุ ที่อยู่ภายใน โครงสร้าง การหาค่าทอพอโลยีที่เหมาะสมที่สุดของโครงสร้างเป็นการศึกษาค่าเหมาะสมที่สุดของ การวางผัง (Layout) ซึ่งประกอบด้วย ทอพอโลยี รูปร่าง และ ขนาดของโครงสร้าง (Bendsøe and Sigmund, 2003) กระบวนการหาค่าทอพอโลยีที่เหมาะสมที่สุดอาจสรุปได้ดังต่อไปนี้

1. การหาค่าทอพอโลยีที่เหมาะสมที่สุดของโครงสร้างโดยหลักการวัสดุเอกพันธ์

การหาค่าทอพอโลยีที่เหมาะสมที่สุดของโครงสร้างโดยหลักการวัสดุเอกพันธ์ (Homogenization method) โดย Bendsøe and Kikuchi (1988) ได้รายงานการศึกษากระบวนการหาค่าทอพอโลยีที่เหมาะสมที่สุดของโครงสร้างโดยการจำลองโครงสร้างสมมุติที่ประกอบด้วยหน่วยย่อยขนาดเล็กซึ่งเรียกว่าหน่วยเซลล์ (Unit cell) ปัญหาการวิเคราะห์ค่าที่เหมาะสมที่สุดคือวิเคราะห์การกระจายตัวของช่องว่างในหน่วยเซลล์ซึ่งสามารถปรับขนาดของช่องว่างภายในได้ ช่องว่างดังกล่าวเกิดจากการลดค่ามอดูลัสยืดหยุ่นของวัสดุลงเหลือ $1/1000$ จากค่ามอดูลัสยืดหยุ่นปกติ หน่วยเซลล์ที่มีช่องว่างน้อยจะมีความแข็งแรงมากและหน่วยเซลล์ที่มีช่องว่างมากจะมีความแข็งแรงน้อย การวิเคราะห์ดำเนินการในลักษณะทำซ้ำโดยการลงโทษ (Penalty) ให้มีความแข็งแรงมีค่าเหมาะสมที่สุดในแต่ละบริเวณของโครงสร้าง ซึ่งสามารถพิจารณาอีกลักษณะได้ว่าเป็นการวิเคราะห์เพื่อหาจุดที่ทำให้เกิดพลังงาน

ความเครียดน้อยที่สุดตามสมการที่ (4)

$$\text{Min } \{ l(u) = \int_{\Omega} p u d\Omega + \int_{\Gamma_T} t u ds \} \quad (4)$$

โดย

| | | |
|----------|-----|---|
| l | คือ | พลังงานความเครียด |
| Ω | คือ | โดเมนภายในของโครงสร้าง |
| p | คือ | แรงที่กระทำภายในกายของโครงสร้าง (Body forces) |
| t | คือ | แรงที่ขอบหรือผิวของโครงสร้าง s (Boundary Surface tractions) |
| u | คือ | การกระจัดที่เกิดขึ้น |

ผลลัพธ์ที่ได้จากการหาค่าทอพอโลยีที่เหมาะสมที่สุดของโครงสร้างโดยหลักการวัสดุเอกพันธ์คือการกระจายตัวของช่องว่างของแต่ละหน่วยเซลล์ในโครงสร้างโดยมีค่าความหนาแน่นของวัสดุต่อเนื่อง

2. การหาค่าเหมาะที่สุดโดยหลักการวิวัฒนาการโครงสร้าง

การหาค่าเหมาะที่สุดของโครงสร้างโดยการวิวัฒนาการ (Evolutionary structural optimization, ESO) เป็นแนวทางการวิเคราะห์อีกแนวทางหนึ่งซึ่งได้มีการพัฒนามาในช่วงเวลาใกล้เคียงกัน แนวคิดการตั้งปัญหาเกิดขึ้นจากการสังเกตการวิวัฒนาการของสัตว์ในสิ่งมีชีวิตผ่านกระบวนการทางวิวัฒนาการที่ยาวนานจากรุ่นสู่รุ่นเพื่อให้มีความเหมาะสมที่สุดกับสภาพแวดล้อมอยู่อาศัยของสิ่งมีชีวิตนั้นๆ โดย Xie and Steven (1993) ได้ทำการพัฒนาแนวคิดนี้ออกมาในเชิงรูปธรรมมากขึ้น โดยรายงานเป็นแนวทางการวิเคราะห์หาค่าความเหมาะสมของโครงสร้างโดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ซึ่งสรุปขั้นตอนได้ดังนี้คือทำการกำหนดเกณฑ์การกำจัด (Rejection criteria, RC) เพื่อใช้ตัดชิ้นส่วนที่มีประสิทธิภาพต่ำออกจากเนื้อวัสดุในโครงสร้าง และ มีการใช้อัตราการวิวัฒนาการ (Evolution rate, ER) เป็นตัวเพิ่มค่า RC เข้าไปในแต่ละรอบของการวิเคราะห์ที่ i ตามสมการที่ (5)

$$RC_{i+1} = RC_i + ER \quad (5)$$

โดยบรรทัดฐานการกำจัดนี้อาจใช้หน่วยแรงระบุภาวะคราก (Yield stress criteria) โดยในการศึกษาของ Xie and Steven ใช้เกณฑ์สภาวะครากของ Von Mises กล่าวคือถ้าชิ้นส่วนใด

มีค่าหน่วยแรงดั่งกล่าวน้อยกว่าหน่วยแรงบรรทัดฐานการกำจัดหมายถึงชิ้นส่วนนั้นมีประสิทธิภาพต่ำจึงควรคัดออกจากระบบ โดยการกำจัดนี้สามารถกระทำได้สองวิธีคือ การลบทิ้งแบบถาวร (Hard kill) และ การคุณลดค่ามอดูลัสยืดหยุ่นของวัสดุ กระบวนการนี้ทำให้เกิดการพัฒนาทอพอโลยีของโครงสร้างเนื่องจากปริมาณวัสดุที่เหลือมีปริมาณลดลง หน่วยแรงในโครงสร้างจะเกิดการกระจายตัวใหม่ซึ่งกระบวนการกำจัดและวิเคราะห์ใหม่จะดำเนินการในลักษณะทำซ้ำอย่างเป็นระบบโดยในรายงานของ Xie and Steven แนะนำให้หยุดการวิเคราะห์เมื่อบรรทัดฐานการกำจัดมีค่าเท่ากับ 25% รายงานการศึกษานี้ให้ความเห็นประกอบว่าอาจเป็นจุดที่ยังไม่ใช่ค่าทอพอโลยีเหมาะสมที่สุดแต่ช่วยให้เห็นแนวทางในการวิเคราะห์ได้ในระดับที่น่าพึงพอใจ อย่างไรก็ตามโครงสร้างที่มีการพัฒนาต่อไปอาจเป็นไปได้ทั้งเกิดการหยุดการพัฒนา หรือเกิดสภาพการขาดช่วงของการพัฒนาอย่างทันทีทันใดเนื่องจากค่า RC ที่เพิ่มซ้ำ หรือ เร็วเกินกว่าที่ระบบโครงสร้างจะสามารถพัฒนาต่อไป

ต่อมา Hinton and Sienz (1995, 1996) ได้เสนอวิธีการหาค่าทอพอโลยีเหมาะสมที่สุด ซึ่งเรียกว่าการวิวัฒนาการโครงสร้างให้มีหน่วยแรงสูงสุด (Evolutionary fully stressed design, EFSD) ซึ่งมีแนวคิดพื้นฐานจากแนวคิดของ Xie and Steven กล่าวคือ ในโครงสร้างใด ๆ ภายใต้การรับแรงที่ประกอบด้วยวัสดุที่มีหน่วยแรงน้อยอยู่แสดงให้เห็นว่า โครงสร้างนั้นมีการใช้งานวัสดุไม่เต็มประสิทธิภาพการกำจัดวัสดุส่วนที่มีการใช้งานน้อยออกไปจากโครงสร้างจะช่วยให้การใช้งานวัสดุโดยรวมมีประสิทธิภาพมากขึ้น กระบวนการนี้คล้ายกับการหาค่าทอพอโลยีเหมาะสมที่สุดของโครงสร้างโดยการวิวัฒนาการโครงสร้าง สำหรับเงื่อนไขในการกำจัดชิ้นส่วนมักกำหนดโดยพิจารณาอัตราส่วนการกำจัด (Rejection ratio, RR) โดยเงื่อนไขการกำจัดเป็นไปตามสมการที่ (6) คือ

$$\sigma_c < RR\sigma_{Max} \quad (6)$$

โดย

σ_c คือ หน่วยแรงในชิ้นส่วนใดๆ ที่จะถูกกำจัด
 σ_{Max} คือ หน่วยแรงสูงสุดของโครงสร้าง

เพื่อเป็นการป้องกันการหยุดนิ่งของการวิวัฒนาการของโครงสร้างค่าสัดส่วนการกำจัดจึงจำเป็นที่จะต้องมีการเพิ่มขึ้น ซึ่งการเพิ่มขึ้นโดยเป็นไปตามสมการที่ (7) คือ

$$RR_{i+1} = RR_i + ER \quad (7)$$

โดย

| | | |
|-------------------|-----|--|
| i | คือ | รอบการวิเคราะห์ที่มีค่าเป็น 0, 1, 2, ... , n |
| RR _i | คือ | อัตราการกำจัดในรอบปัจจุบัน |
| RR _{i+1} | คือ | อัตราการกำจัดในรอบต่อไป |
| ER | คือ | อัตราการพัฒนาการ |

การใช้อัตราการพัฒนาการที่สูงอาจทำให้การวิวัฒน์โครงสร้างเกิดการขาดช่วงได้ เนื่องจากการกำหนดการเปลี่ยนแปลงของระบบอย่างรวดเร็วเกินไป โดยทั่วไปมักกำหนดค่า RR₀ = 1.0 % และ ER = 1.0 % โดยตัวแปร ER จะถูกบวกเพิ่มเมื่อโครงสร้างเข้าสู่สถานะคงตัว (Steady state, SS) คือไม่มีการกำจัดวัสดุออกเลย เพื่อเสถียรภาพในการวิเคราะห์วิธีการที่ใช้ในการกำจัด ชิ้นส่วนออกจะไม่ใช้การลบชิ้นส่วนออกโดยตรงแต่ทำโดยการคูณลดค่ามอดูลัสยืดหยุ่นในชิ้นส่วนที่ต้องการกำจัดให้มีค่าน้อยกว่าค่าที่ใช้ปกติ ซึ่งเรียกว่า “การปิด” (Deactivation) ซึ่งเป็นไปตามสมการที่ (8)

$$E_{\text{off}} = 10^{-6} \times E_{\text{on}} \quad (8)$$

โดย

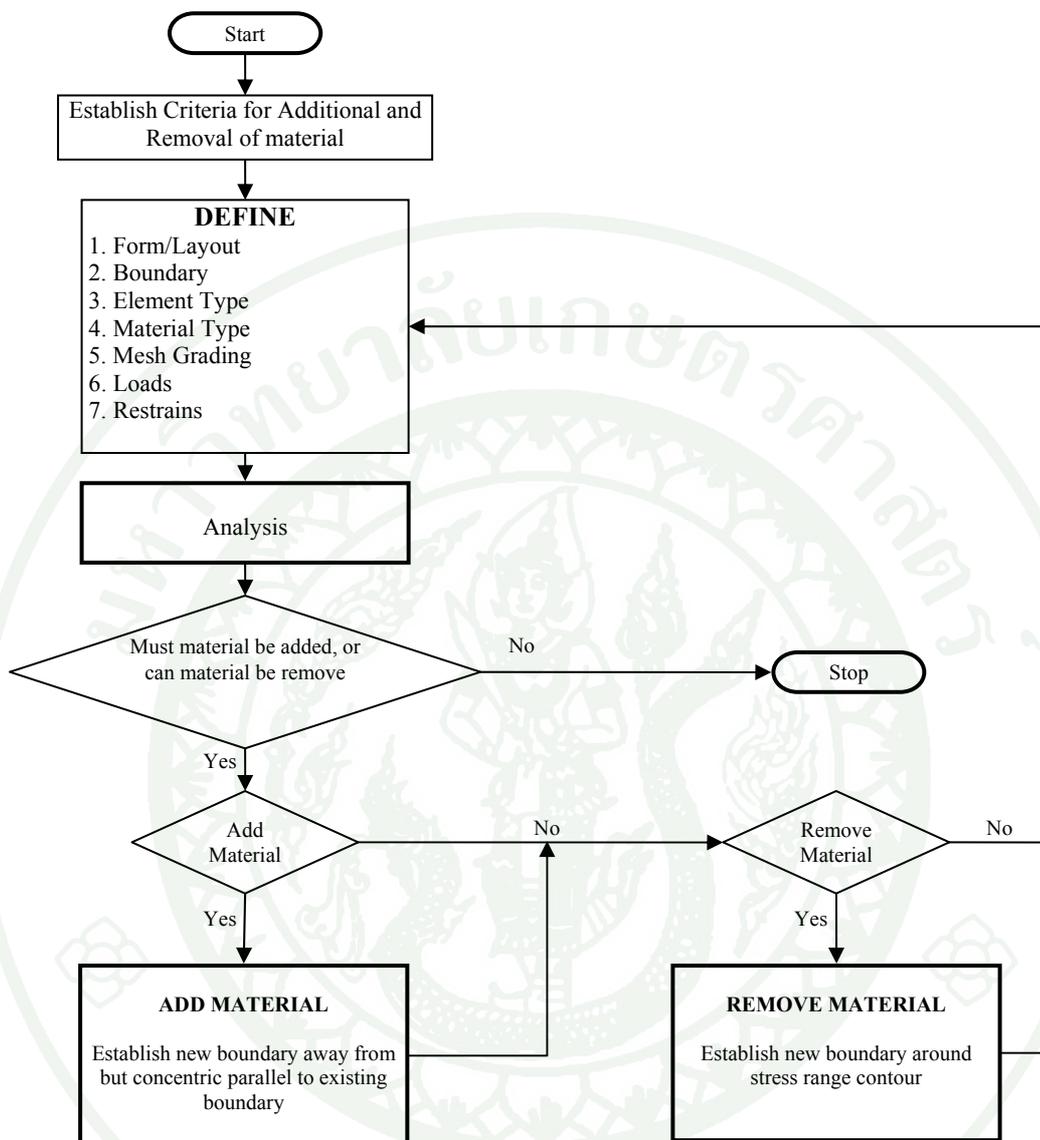
| | | |
|------------------|-----|----------------------------|
| E _{off} | คือ | มอดูลัสของชิ้นส่วนปิดตัว |
| E _{on} | คือ | มอดูลัสของชิ้นส่วนสภาพปกติ |

การพัฒนาการของโครงสร้างจะกระทำไปเรื่อยๆจนกว่าจะเกิดเงื่อนไขความเหมาะสมที่สุด กล่าวคือระดับของหน่วยแรงในชิ้นส่วนมีค่ามากกว่าค่าหน่วยแรงที่กำหนด ปริมาณของวัสดุเหลือ น้อยกว่าปริมาณของวัสดุที่ต้องการคงไว้หรือข้อกำหนดการให้บริการ ในรายงานการวิจัยของ Hinton and Sienz เสนอเกณฑ์การกำจัดและการเติบโต (Growth) โดยเงื่อนไขในการหยุด กระบวนการวิเคราะห์นั้นสามารถเป็นไปตามเงื่อนไขดังต่อไปนี้

1. หน่วยแรงทั้งหมดในโครงสร้างมีค่ามากกว่าหน่วยแรงที่กำหนด
2. สัดส่วนของการชิ้นส่วนที่กำจัดทิ้งไปมีค่ามากกว่าที่กำหนด
3. ในกรณีที่มีการใช้บรรทัดฐานการเจริญเติบโตแล้วชิ้นส่วนที่ถูกเปิดตัว มีมากกว่า ชิ้นส่วนที่ถูกปิดตัว

วิธีการนี้ใช้ระบบโครงสร้างที่มีโครงข่ายเป็นชิ้นส่วนที่เชื่อมจตุรัสหรือชิ้นส่วน ลูกบาศก์ ต่อมา Christie *et al.* (1998) ได้เสนอรายงานการวิเคราะห์หารูปร่างที่เหมาะสมของ

โครงสร้างโดยไม่จำกัดที่โครงตาข่ายแบบสี่เหลี่ยม กระบวนการเริ่มต้นด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แล้วจึงพิจารณาค่าหน่วยแรงในโครงสร้างโดยมีเงื่อนไขว่าถ้าหน่วยแรงที่เกิดมีค่าสูงกว่าหน่วยแรงที่ยอมรับให้จะต้องมีการเพิ่มเนื้อวัสดุในจุดที่หน่วยแรงมีค่าสูงนั้น ในทางตรงกันข้ามถ้าหน่วยแรงที่เกิดมีค่าน้อยหมายความว่าที่จุดนั้น ๆ ของโครงสร้างไม่จำเป็นที่จะต้องมีการใส่วัสดุเข้าไป รวมถึงการปรับรูปร่างของโครงสร้างในการวิเคราะห์จะกระทำโดยการสร้างเส้นขอบ (Boundary) ของโครงสร้าง ใหม่ตามระดับของหน่วยแรงในแต่ละขั้นตอนของการวิวัฒนาการซึ่งผู้ออกแบบเป็นผู้กำหนดเส้นขอบของโครงสร้างใหม่เอง โดยไม่มีการรายงานถึงบรรทัดฐานที่ใช้ อย่างไรก็ตาม กระบวนการปรับเปลี่ยนเส้นขอบของโครงสร้าง กระบวนการดังที่ได้กล่าวมานี้ถูกกระทำซ้ำจนกระทั่งโครงสร้างไม่มีการเปลี่ยนแปลงรูปร่างอีกซึ่งหมายถึงโครงสร้างนั้นมีรูปร่างที่เหมาะสมแล้ว ซึ่งวิธีการนี้เรียกว่าวิธีการทำเส้นขอบให้ละเอียด (Boundary refinement) ซึ่งมีขั้นตอนแสดงไว้ในภาพที่ 2



ภาพที่ 2 การทำเส้นขอบให้ละเอียด

ที่มา: Christie *et al.* (1998)

อย่างไรก็ตาม ESO ยังมีความไม่เสถียรทางเรขาคณิตอยู่ซึ่ง Renolds *et al.* (1999) ให้ความเห็นถึงข้อเสียของการดำเนินการ ESO สองประการคือการเกิดเหลี่ยมมุมของโครงสร้าง เนื่องจากการกำหนดของชิ้นส่วนที่มีโครงข่ายตายตัวและสภาพการเกิดรูปแบบตารางหมากรุก (Checkerboard) ซึ่ง Liang and Steven (2002) ได้ให้ความเห็นว่าสภาพเหลี่ยมมุมหรือตารางหมากรุก

รูปส่งผลให้การตีความทอพอโลยีที่เหมาะสมที่สุดได้ยาก รูปร่างที่มีจุดเชื่อมต่อที่จุดมุมดังแสดงไว้ในภาพที่ 3



ภาพที่ 3 ชั้นส่วนที่มีจุดเชื่อมต่อที่มุมและสภาพตารางหมากรุก

ที่มา: Reynolds *et al.* (1999)

ข้อเสียอีกประการของ ESO คือต้องใช้โครงตาข่ายที่มีความละเอียดมากตั้งแต่เริ่มต้นการวิเคราะห์ซึ่งเป็นเรื่องที่สิ้นเปลืองทรัพยากรในการคำนวณ ในวิธีการปรับตัวย้อนกลับ (Reverse adaptivity) (Reynolds *et al.*, 1999) จึงได้มีการลดข้อเสียดังกล่าวลง โดยมีการปรับเปลี่ยนโครงตาข่ายให้มีความละเอียดมากขึ้นในส่วนที่มีหน่วยแรงต่ำเพื่อป้องกันการเกิดสภาพตารางหมากรุกดังที่ได้กล่าวไว้ข้างต้น ทั้งนี้เนื่องจากการปรับความละเอียดของโครงตาข่ายในส่วนที่จะถูกกำจัดมากขึ้นทำให้การกำจัดเป็นไปโดยละเอียด

ขั้นตอนการวิเคราะห์เริ่มด้วยการสร้างแบบจำลองทางไฟไนต์เอลิเมนต์จากนั้นจึงทำการคำนวณหาค่าหน่วยแรงที่จุดต่อเพื่อนำมาหาค่าหน่วยแรงระบุสถานะครากเทียบเท่าจากจุดต่อที่ประกอบมาเป็นชั้นส่วนนั้นจากนั้นจึงทำการเรียงลำดับหน่วยแรงที่เกิดขึ้นในชั้นส่วนทั้งหมดจากน้อยไปมากและทำการรวมพื้นที่ที่ย่อยไปเรื่อยๆ จนถึงอัตราส่วนร้อยละเป้าหมายของการกำจัด จากนั้นจึงมีการปรับความละเอียดของชั้นส่วนที่จะทำการตัดออก โดยใช้ความสัมพันธ์ตามสมการที่ (9) คือ

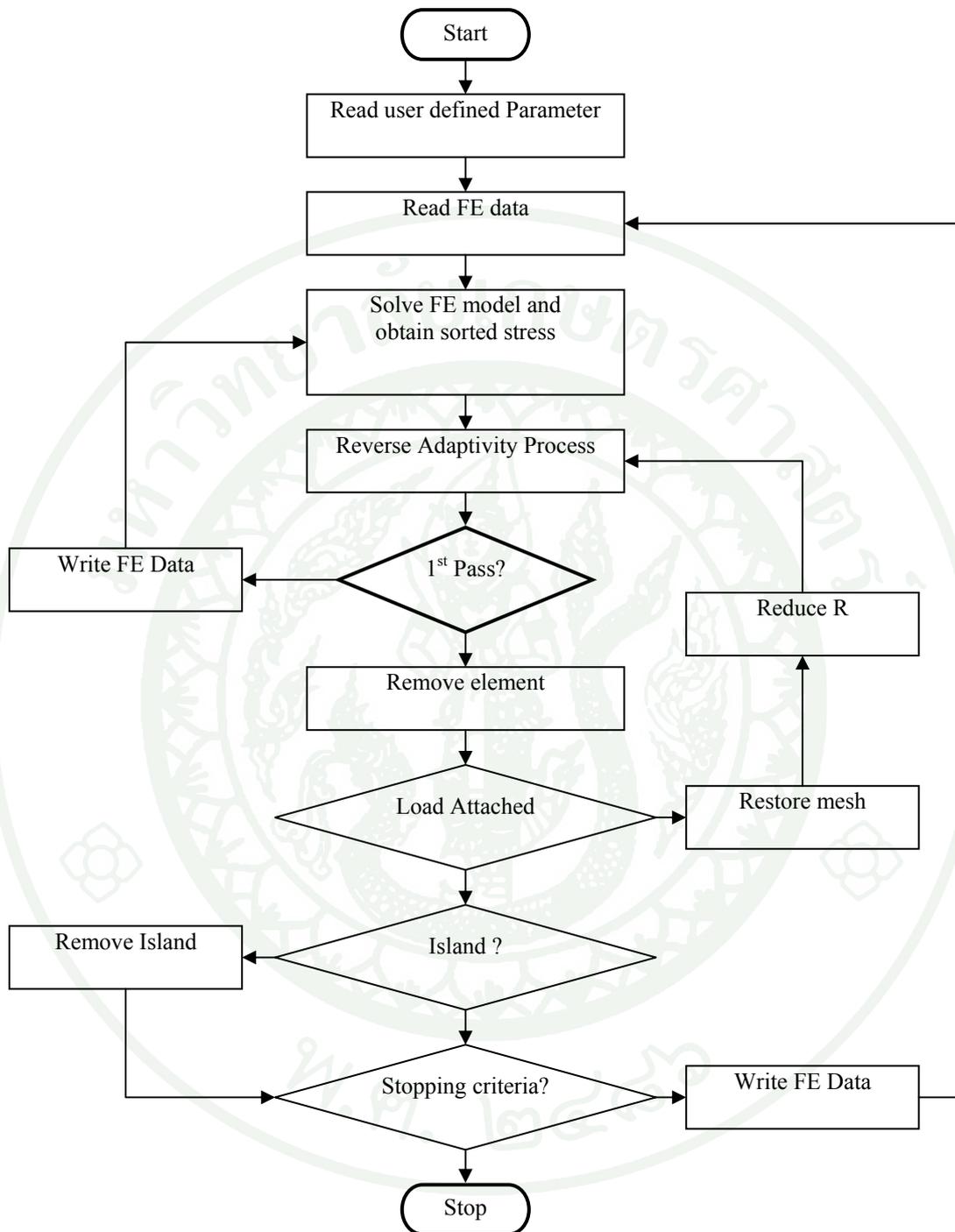
$$L = \sqrt{\frac{A}{NC}} \quad (9)$$

โดย

- | | | |
|---|-----|---|
| L | คือ | ความยาวด้านของชั้นส่วนที่จะทำการปรับขนาด |
| A | คือ | พื้นที่รวมของชั้นส่วนที่มีหน่วยแรงน้อยกว่าหน่วยแรงกำจัด |
| N | คือ | จำนวนชั้นส่วนที่ต้องการจะแบ่งย่อย |
| C | คือ | ค่าคงที่ซึ่งขึ้นอยู่กับรูปร่างของโครงตาข่าย |

จากนั้นจึงทำการวิเคราะห์ระบบทั้งหมดอีกครั้งเพื่อปรับปรุงความละเอียดการคำนวณก่อนที่จะมีการกำจัดชิ้นส่วนในส่วนที่ยังคงมีหน่วยแรงน้อยกว่าหน่วยแรงกำจัดฝังกำดับงานของวิธีการแปลงย้อนกลับแสดงในภาพที่ 4





ภาพที่ 4 ขั้นตอนของวิธีการแปลงย้อนกลับ

ที่มา: Reynolds *et al.* (1999)

การศึกษาที่กล่าวมาในข้างต้นนั้นได้ศึกษาเฉพาะโครงสร้างในปริภูมิสองมิติเท่านั้น ต่อมา Fernandes *et al.* (1999) ได้ขยายขอบเขตการศึกษาไปสู่โครงสร้างในปริภูมิสามมิติโดยโครงสร้างสามารถมีสภาพบังคับที่พื้นผิวของโครงสร้างได้

3. การหาค่าเหมาะที่สุดของโครงสร้างโดยการวิวัฒน์แบบบวกเพิ่ม

ที่ผ่านมาทั้งหมดการวิเคราะห์เริ่มต้นจากโครงสร้างที่มีปริมาณวัสดุมากเกินไปและจึงทำการกำจัดส่วนที่มีประสิทธิภาพต่ำออกไปการพัฒนากระบวนการหาค่าหอพอโลยีเหมาะที่สุดของโครงสร้างอีกรูปแบบหนึ่งซึ่งมีแนวทางการวิเคราะห์ในลักษณะตรงกันข้ามกับ ESO ซึ่งเรียกว่า การหาค่าเหมาะที่สุดของโครงสร้างโดยการวิวัฒน์แบบบวกเพิ่ม (Additive evolutionary structural optimization, AESO) (Querin *et al.*, 2000) โดยกระบวนการเริ่มจากการสร้างโครงสร้างที่มีปริมาณวัสดุน้อยที่สุดซึ่งสามารถเชื่อมโยงจุดรองรับและจุดที่มีแรงกระทำเข้าด้วยกันโดยยังคงสภาพสมดุลของโครงสร้างอยู่ กระบวนการมีพื้นฐานจาก Querin *et al.* (1997) ซึ่งได้นำเสนอดัชนีวัดศักยภาพของโครงสร้าง (Performance indicator, PI) เพื่อเป็นตัววัดศักยภาพโดยรวมของโครงสร้างทำให้การวัดระดับค่าเหมาะที่สุดของโครงสร้างค่าที่เข้าใกล้ความเป็นจริงมากกว่า กระบวนการ EFSD ค่า PI มีนิยามตามสมการที่ (10)

$$PI = \frac{\sum_{e=1}^n \sigma_{VM}^e V^e}{FL} \quad (10)$$

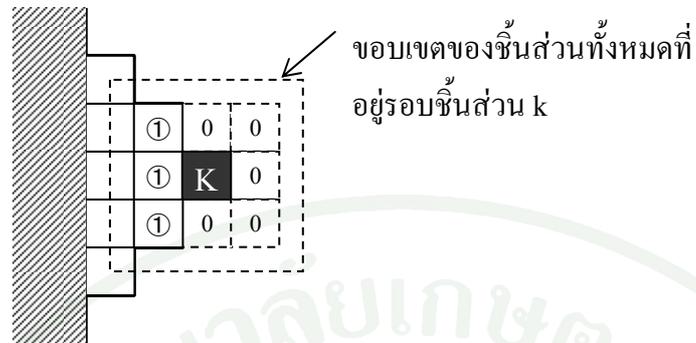
โดยที่

| | | |
|-----------------|-----|------------------------------------|
| σ_{VM}^e | คือ | หน่วยแรงของ Von Mises ในชิ้นส่วน e |
| V^e | คือ | ปริมาตรของชิ้นส่วน e |
| F | คือ | แรงที่กระทำต่อโครงสร้าง |
| L | คือ | ระยะทางอ้างอิง |

โดยปัญหาการวิเคราะห์ค่าเหมาะที่สุดถูกนิยามโดยระบบสมการที่ (11) ถึง (14)

$$\text{Min PI} = \frac{\sum_{e=1}^n \sigma_{VM}^e V^e}{FL} \quad (11)$$

ซึ่งเป็นไปตามชุดสมการเงื่อนไขบังคับ



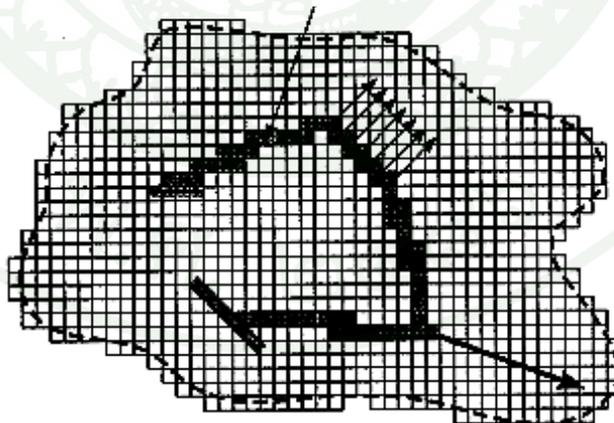
$$q_p = -1 + 1 + 1 + 1 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 4$$

$$q_a = q_{\text{Max}} - q_p = 9 - 4 = 5$$

ภาพที่ 5 ค่าสถานะการคงอยู่ของชิ้นส่วน ที่อยู่รอบชิ้นส่วน K สำหรับการหาค่า t

ที่มา: Querin *et al.* (2000)

ชิ้นส่วนที่เชื่อมต่อ ฐานรองรับ และแรงกระทำ



ภาพที่ 6 รูปแบบของโครงสร้างที่ใช้ในกระบวนการ AESO

ที่มา: Querin *et al.* (2000)

กระบวนการ AESO มีขั้นตอนการวิเคราะห์ดังต่อไปนี้

- 3.1. ทำการกำหนดขอบเขตทางกายภาพที่สามารถเป็นไปได้ซึ่งต้องรวมถึงสภาพของแรงกระทำ และ ฐานรองรับ
- 3.2. แบ่งขอบเขตทางกายภาพทั้งหมดออกเป็นชิ้นส่วนขนาดเล็กจำนวนมากเพื่อใช้ในระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์โดยชิ้นส่วนที่แบ่งต้องมีขนาดที่เท่ากันทุกประการ
- 3.3. กำหนดชิ้นส่วนจำนวนน้อยที่สุดที่สามารถเชื่อมต่อบนระบบแรง ฐานรองรับ ทั้งหมดเข้าด้วยกันได้ซึ่งการกำหนดนั้นสามารถกระทำได้โดยมี 3 แนวทางด้วยกัน คือ
 - 3.3.1. ผู้ออกแบบเป็นผู้กำหนด
 - 3.3.2. ผู้ออกแบบเป็นผู้กำหนดเวกเตอร์ทิศทางที่จะเชื่อมต่อบนระบบแรง และ ฐานรองรับเข้าด้วยกัน จากนั้นจึงใช้โปรแกรมในการวิเคราะห์ชิ้นส่วนที่เหมาะสมที่จะเป็นรูปแบบเบื้องต้น
 - 3.3.3. โปรแกรมคอมพิวเตอร์กำหนดให้โดยอัตโนมัติ
- 3.4. ชิ้นส่วนใด ๆ ที่ไม่ใช่ชิ้นส่วนแรกเริ่มจะถูกกำหนดค่าคุณสมบัติให้เป็นศูนย์
- 3.5. กำหนดมาตรวัดที่จะใช้ในการวิเคราะห์ค่าที่เหมาะสมที่สุดเช่นหน่วยแรงระบุสภาวะคราก
- 3.6. สิ่งที่แตกต่างกันจากกระบวนการ ESO ซึ่งจะทำการตัดชิ้นส่วนที่มีหน่วยแรงน้อยกว่าหน่วยแรงที่ยอมรับให้เท่านั้น แต่กระบวนการ AESO จะทำการดำเนินกระบวนการเฉพาะกับชิ้นส่วนที่ตรงกับเงื่อนไขมากที่สุดเพียงชิ้นส่วนเดียว
- 3.7. ทำการวิเคราะห์โดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบเชิงเส้น
- 3.8. ถึงแม้ว่า บางกรณีพบว่ายังมีบางส่วนที่มีปริมาณวัสดุน้อยจนเกินไป ซึ่งทำให้มีความเข้มของหน่วยแรงที่มากเกินไป แทนที่จะทำการเพิ่มวัสดุในส่วนที่ต้องการทั้งหมดพร้อมกัน กระบวนการ AESO ได้ใช้ตัวแปรวิวัฒนาการในลักษณะอ้างอิงกับกระบวนการ ESO โดยใช้สมการที่ (16) และ (17)

$$\beta_e \geq IR \beta_{Max} \quad (16)$$

โดย

| | | |
|---------------|-----|---|
| β_e | คือ | บรรทัดฐานในการดำเนินการกับชิ้นส่วนที่ e |
| β_{Max} | คือ | ค่าบรรทัดฐานสูงสุดของโครงสร้าง |
| IR | คือ | สัดส่วนการเข้าร่วม (Inclusion ratio) โดยที่ |

$$IR = a_0 - a_1SS_1 - a_2SS_2 - a_3SS_3 - \dots \quad (17)$$

โดยทั้งนี้ $1 \geq IR \geq 0$ และ $a_0 = 1, a_1, \dots, a_n$ เป็นค่าคงที่ซึ่งได้จากประสบการณ์และการทดลอง และ SS คือ ค่าตัวแปรสถานะคงที่ (Steady State, SS) ค่า IR เป็นค่าที่ค่าที่มีความคล้ายกับค่า RR ในกระบวนการ ESO แต่วัตถุประสงค์หลักของการใช้ค่า IR มีดังต่อไปนี้ คือ

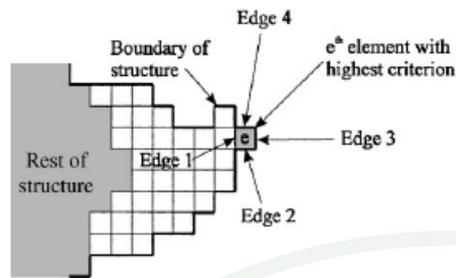
3.8.1. เป็นตัวกำหนดไม่ให้มีชิ้นส่วนจำนวนมากถูกเพิ่มเข้ามาในแต่ละรอบของการวิเคราะห์เกินไป

3.8.2. เป็นตัวแปรที่ช่วยให้กระบวนการ AESO สามารถดำเนินการต่อไปได้อย่างต่อเนื่อง ทั้งนี้เนื่องจากการเพิ่มจำนวนชิ้นส่วนเข้าไปในโครงสร้างนั้น จะทำให้หน่วยแรงเกิดการแพร่ไปยังชิ้นส่วนที่เพิ่มเข้ามาซึ่งทำให้หน่วยแรงสูงสุดของโครงสร้างนั้นมีค่าลดลง

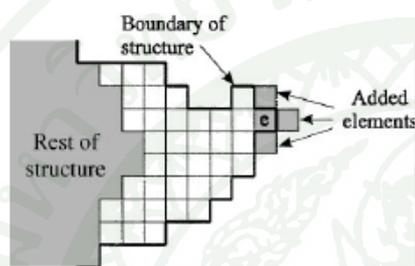
3.9. ทำซ้ำขั้นตอนที่ 7 – 8 ไปจนกระทั่งโครงสร้างเข้าสู่สถานะคงที่จึงเพิ่มค่าตัวแปรสถานะคงที่ SS ในสมการที่ (17) ขึ้นทีละ 1.0

3.10. ทำซ้ำขั้นตอนที่ 7 – 9 ไปจนกระทั่งเงื่อนไขใดเงื่อนไขหนึ่งต่อไปนี้เป็นจริง 1) ไม่สามารถเพิ่มจำนวนชิ้นส่วนได้แล้วเนื่องจากพื้นที่ออกแบบเต็มไปด้วยชิ้นส่วนที่เปิดตัว 2) ค่า PI มีค่าลดลงจนถึงที่สุด

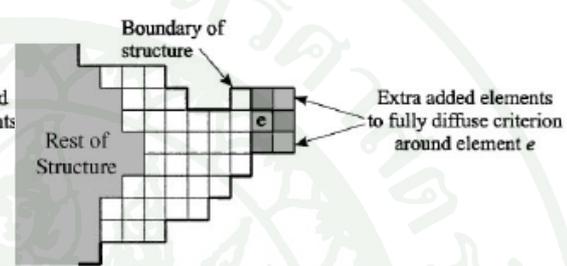
รูปแบบการเพิ่มชิ้นส่วนในกระบวนการ AESO จะดำเนินการเพิ่มที่ส่วนด้านของชิ้นส่วน และ อาจสามารถทำการเพิ่มชิ้นส่วนที่มีการใช้จุดต่อร่วมกัน ซึ่งจะทำให้การกระจายตัวของหน่วยแรงออกไปอย่างมีประสิทธิภาพมากขึ้น ตามที่ได้แสดงไว้ในภาพที่ 7



(ก)



(ข)



(ค)

ภาพที่ 7 รูปแบบของการเพิ่มขึ้นส่วนในกระบวนการ AESO

- (ก) ชิ้นส่วนที่ผ่านบรรทัดฐานการเพิ่ม
- (ข) การเพิ่มขึ้นส่วนที่ด้านขอบ
- (ค) การเพิ่มขึ้นส่วนพิเศษที่มุม

ที่มา: Querin *et al.* (2000)

4. การหาค่าเหมาะที่สุดของโครงสร้างโดยการวิวัฒนาการสองทิศทาง

ในกระบวนการ AESO นั้นพบว่าในสถานะคงที่สุดท้ายยังคงมีชิ้นส่วนที่ไม่มีประสิทธิภาพในการใช้งานอยู่ ซึ่งถ้าดำเนินการตามขั้นตอน ESO แล้วชิ้นส่วนเหล่านี้ควรถูกกำจัดไป ซึ่งต่อมา มีการปรับปรุงกระบวนการ AESO Querin (2000) โดยรวมเข้ากับกระบวนการ ESO แบบดั้งเดิมทำให้กระบวนการ AESO มีความสามารถในการกำจัดชิ้นส่วนออกได้กระบวนการนี้เรียกว่าการหาค่าเหมาะที่สุดของโครงสร้างโดยการวิวัฒนาการสองทิศทาง (Bidirectional evolutionary structural optimization, BESO) โดยเริ่มการวิเคราะห์โดยมีระเบียบวิธีเช่นเดียวกับ AESO แต่มีขั้นตอนการกำจัดชิ้นส่วนขึ้นมา ตามเกณฑ์ดังนี้ คือ ให้กำจัดชิ้นส่วนออกเมื่อ $\sigma_e < RR * \sigma_{Max}$ และให้เพิ่มขึ้นส่วนเมื่อ $\sigma_e \geq RR * \sigma_{Max}$

โดยรูปแบบสมการของค่า RR และ IR จะเปลี่ยนจากสมการในระเบียบวิธี ESO และ AESO เป็นสมการที่ (18) และ (19) ตามลำดับ

$$RR = r_0 + r_1 SS + aRR_{ON}, 0 \leq RR \leq 1 \quad (18)$$

$$IR = i_0 - i_1 SS - aIR_{ON}, 0 \leq IR \leq 1 \quad (19)$$

โดย

ON คือ เลขการแกว่งตัว (Oscillation Number, ON) ซึ่ง ON จะถูกเพิ่มขึ้นทีละ 1 สถานการณ์แกว่งตัวจะเกิดขึ้นเมื่อในกระบวนการวิเคราะห์นั้นมีการเพิ่มขึ้นส่วนเดียวกับขึ้นส่วนที่จะมีการกำจัดในรอบเดียวกัน ซึ่งค่า ON จะเป็นตัวแปรที่ทำให้การวิวัฒนาการสามารถผ่านจุดที่จะเกิดการซ้ำแบบไม่สิ้นสุดได้

r_0 คือ ค่าคงที่อัตราการกำจัด มีค่าเท่ากับ 0 และ r_1 มีค่าแนะนำเท่ากับ 0.001

i_0 คือ ค่าคงที่อัตราการกำจัด มีค่าเท่ากับ 1 และ i_1 มีค่าแนะนำเท่ากับ 0.01

a_{RR} คือ ค่าคงที่การแกว่งตัวของ BESO มีค่า เท่ากับ 0.01

a_{IR} คือ ค่าคงที่การแกว่งตัวของ BESO มีค่า เท่ากับ 0.1

ซึ่งสมการเงื่อนไขบังคับที่ใช้ในการวิเคราะห์ในกระบวนการ BESO มี 2 สมการคือ

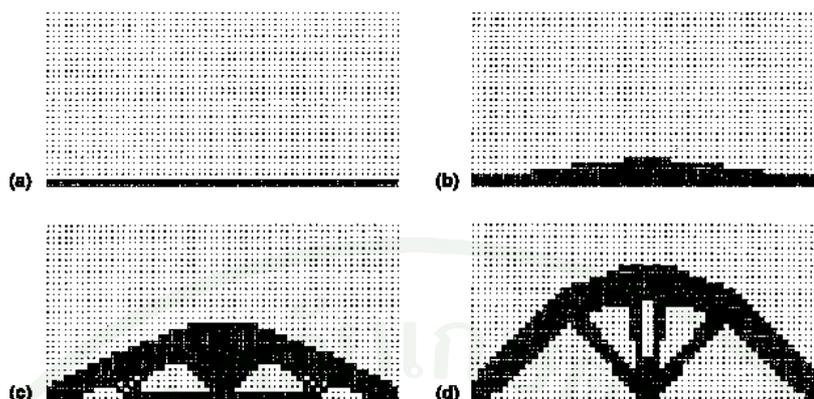
อสมการเงื่อนไขบังคับการกำจัด

$$x_e(x_e \sigma_{Max} - RR \sigma_e) \geq 0 \quad (20)$$

อสมการเงื่อนไขบังคับการเพิ่ม

$$\eta_e(IR \sigma_{Max} - \eta_e \sigma_e) \geq 0 \quad (21)$$

โดยที่ x_e คือ ตัวแปรออกแบบในชิ้นส่วน e ในลักษณะเดียวกับกระบวนการ ESO ซึ่งในกรณีที่อสมการเงื่อนไขบังคับ (20) ถูกละเมิด ค่า x_e จะถูกเปลี่ยนเป็น 0 ซึ่งหมายถึงชิ้นส่วนที่ e จะถูกกำจัด และ อสมการเงื่อนไขบังคับที่ (20) จะไม่ถูกละเมิด



ภาพที่ 8 วิวัฒนาการของโครงสร้างโดย BESO ในค่า SS ต่าง ๆ กัน
(a) SS=0 (b) SS = 5 (c) SS = 10 (d) SS= 47

ที่มา: Querin *et al.* (2000)

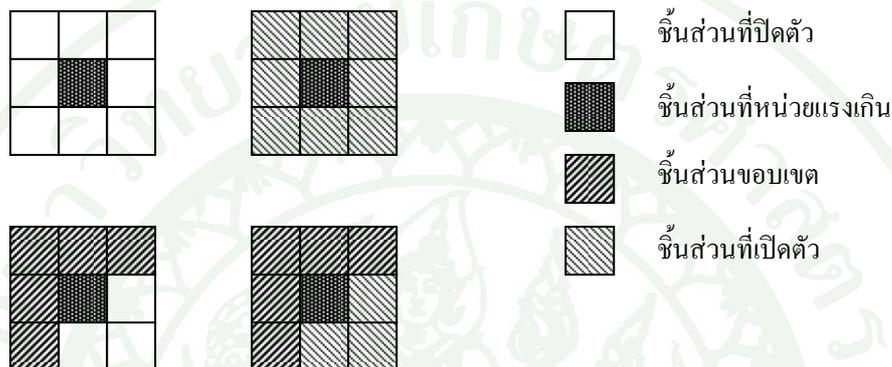
ในรายงานการวิจัยดังกล่าวมีข้อสรุปว่า กระบวนการ BESO สามารถสืบค้นการออกแบบที่เหมาะสมที่สุดจากขอบเขตการออกแบบเบื้องต้น ได้ตรงเท่าที่สภาพฐานรองรับ แรงกระทำ และระบบโครงสร้างยังคงมีชิ้นส่วนเชื่อมต่อกัน นอกจากนี้ BESO ยังเป็นกระบวนการที่ให้ผลลัพธ์ในจำนวนรอบการวิเคราะห์ที่น้อยกว่าขั้นตอน ESO แบบดั้งเดิม

Wethyavivon *et al.* (2003) ได้เสนอรายงานการวิจัยถึงการสร้าง และ ทดสอบแบบจำลองขนาดจริงของคานประกอบไม้และแผ่นเหล็กบาง (กรีซ, 2545) ซึ่งดำเนินการทั้งโดยระเบียบวิธี ESO และ ขั้นตอนที่คล้ายคลึงกับระเบียบวิธี AESO ซึ่งเรียกว่า กระบวนการก่อกัมมันต์ของวัสดุ (Material activation) (บัญชา, 2547) โดยมีการพิจารณาถึงเงื่อนไขบังคับทางสถาปัตยกรรม และ เงื่อนไขบังคับในการใช้งาน โดยบรรทัดฐานที่ใช้ในการมีความซับซ้อนน้อยกว่าระเบียบวิธี AESO กล่าวคือ กระบวนการก่อกัมมันต์นั้นบรรทัดฐานการเพิ่มขึ้นส่วนกระทำโดยการใช้หน่วยแรงระบุภาวะครากที่ยอมให้เท่านั้นตามสมการที่ (22) ซึ่งไม่มีการใช้ตัวแปรวิวัฒนาการ IR และ การเพิ่มขึ้นส่วนใช้วิธีการเพิ่มขึ้นส่วนทั้งหมดที่อยู่รอบด้านของชิ้นส่วนที่เป็นไปตามสมการที่ (22) เป็นไปตามภาพที่ 9

$$\sigma_e^{VM} \geq \sigma_{Allowable}^{VM} \quad (22)$$

โดย

σ_e^{VM} คือ หน่วยแรงของ Von Mises ในชิ้นส่วน e
 $\sigma_{Allowable}^{VM}$ คือ หน่วยแรงของ Von Mises ที่ยอมให้



ภาพที่ 9 บรรทัดฐานการเพิ่มชิ้นส่วนในกระบวนการก่อกัมมันต์ของวัสดุ

ที่มา: บัญชา (2547)

ซึ่งผลการศึกษาแบบจำลองขนาดจริงกระทำการทดสอบเทียบกับแบบจำลองคอมพิวเตอร์ พบว่ามีความแม่นยำอยู่ในระดับที่น่าพอใจ

กระบวนการ ESO นั้น ทอพอโลยีที่เหมาะสมที่สุดของโครงสร้างมักมีสภาพเหลี่ยมมุมจำนวนมากมีรายงานการศึกษาหลายชิ้นที่ศึกษาวิธีการแก้ปัญหานี้เช่นการใช้ชิ้นส่วนอันดับสูง (Higher order element) ส่งผลช่วยป้องกันการเกิดรูปแบบตารางหมากรุกในทอพอโลยีของโครงสร้างได้ Jog *et al.* (1997) Yoon and Park (1997) ได้เสนอรายงานกระบวนการสกัดรูปร่างในกระบวนการหาค่าทอพอโลยีที่เหมาะสมที่สุดทางของโครงสร้างโดยการทำให้เป็นวัสดุเอกพันธ์ ซึ่งในกระบวนการที่นำเสนอมีระเบียบวิธีการความหนาแน่นกลับ (Density redistribution) ที่สามารถควบคุมการเกิดสภาพตารางหมากรุกในโครงสร้างได้ ซึ่งเป็นปรากฏการณ์ทางคณิตศาสตร์แบบหนึ่งที่ทำให้โครงสร้างมีความแกร่งมากกว่าระดับที่ควรจะเป็นที่ความหนาแน่นของโครงสร้างที่เท่ากัน ระเบียบวิธีนี้เริ่มจากการวิเคราะห์หาค่าของพลังงานความเครียดของจุดต่อในโครงสร้างโดยคำนวณจากค่าเฉลี่ยของความหนาแน่นของพลังงานความเครียดของชิ้นส่วนที่อยู่ข้างเคียง ซึ่งสามารถหาได้จากสมการที่ (23)

$$\zeta_{nd} = \frac{1}{M} \sum_{e=1}^M \gamma_e \quad (23)$$

โดยที่

| | | |
|--------------|-----|-------------------------------------|
| ζ_{nd} | คือ | ค่าพลังงานความเครียดของจุดต่อ |
| M | คือ | จำนวนชิ้นส่วนที่อยู่รอบจุดต่อนั้น ๆ |
| γ_e | คือ | ค่าพลังงานความเครียดของชิ้นส่วน |

จากนั้นจึงทำการหาค่าพลังงานความเครียดของชิ้นส่วนอีกครั้งหนึ่งจากสมการที่ (24)

$$\zeta_e = \frac{1}{Q} \sum_{nd=1}^Q \zeta_{nd} \quad (24)$$

โดย

| | | |
|-----|-----|----------------------------|
| Q | คือ | จำนวนจุดต่อของชิ้นส่วน e |
|-----|-----|----------------------------|

โดยที่ ζ_e ที่ได้จากสมการที่ (24) คือค่าพลังงานความเครียดของชิ้นส่วนที่ได้จากระเบียบวิธีการกระจายความหนาแน่นกลับ กระบวนการที่น่าเสนอนี้จะลดสภาพตารงหมากรุกแล้วซึ่งทำให้การตีความทอพอโลยีของโครงสร้างยากได้มีการพัฒนาวิธีการที่จะทำการปรับปรุงรูปทอพอโลยีสุดท้ายของโครงสร้างเพื่อให้มีความง่ายต่อการผลิต ซึ่งแนวทางในการปรับปรุงนี้อาจดำเนินการได้ในสองแนวทางคือ (ศิริเดช, 2547)

1. การปรับปรุงสภาพเหลี่ยมมุมด้วยมือ (Manually Boundary Refinement) ซึ่งการปรับปรุงนี้ผู้ออกแบบจะทำการเพิ่มชิ้นส่วนขึ้นมาเพื่อให้เส้นขอบของโครงสร้างมีความเรียบมากขึ้น โดยผู้ออกแบบเป็นผู้กำหนดความเหมาะสมในการเติมชิ้นส่วน หรือ การกำหนดเส้นขอบของโครงสร้าง

2. การปรับปรุงสภาพเหลี่ยมมุมด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ (Automatically boundary refinement) การวิเคราะห์เพื่อปรับปรุงสภาพเหลี่ยมมุมจะกระทำโดยใช้พิกัดของรูปเหลี่ยม (Polygon) มาเป็นตัววิเคราะห์เพื่อให้รูปแบบของโครงสร้างสุดท้ายมีความเหมาะสมทั้งในด้านปริมาณการใช้งานของวัสดุ และ ในแง่ของเงื่อนไขบังคับการผลิต (Production constraint)

5. การหาค่าเหมาะที่สุดของโครงสร้างโดยฐานศักยภาพสำหรับการออกแบบทอพอโลยี

Liang and Steven (2002) ได้ให้ความคิดเห็นเกี่ยวกับกระบวนการหาค่าทอพอโลยีเหมาะที่สุดของโครงสร้างว่ามีความเป็นไปได้ที่จะหาค่าเหมาะที่สุดในระดับเฉพาะที่ (Locally optimum solution) เนื่องจากกระบวนการ ESO นั้นคำนึงถึงเฉพาะตัวแปรที่เป็นหน่วยแรงที่เกิดขึ้นในชิ้นส่วนหนึ่ง ๆ เป็นเงื่อนไขทั้งในการกำจัดชิ้นส่วนออกและการหยุดการวิเคราะห์ ดังนั้นจึงได้มีการศึกษาในการกำหนดเกณฑ์ซึ่งสามารถสะท้อนให้เห็นถึงศักยภาพที่แท้จริงของโครงสร้าง ในรายงานเรื่องการหาค่าเหมาะที่สุดของโครงสร้างโดยฐานศักยภาพสำหรับการออกแบบทอพอโลยี (Performance-based optimization method for topology design, PBO) กระบวนการ PBO ซึ่งได้พัฒนาขึ้นมาสามารถพิสูจน์ถึงความสัมพันธ์ของการเปลี่ยนแปลงของพลังงานความเครียดของชิ้นส่วนหนึ่ง ๆ ในโครงสร้างกับโครงสร้างทั้งหมดได้ โดยพิสูจน์ตามสมการที่ (25) ถึง สมการที่ (30)

สมการสมดุลของโครงสร้าง

$$Kq = F \quad (25)$$

โดย

| | | |
|---|-----|--------------------------------|
| K | คือ | เมตริกซ์ความแกร่ง |
| q | คือ | เมตริกซ์การเคลื่อนตัวของจุดต่อ |
| F | คือ | เมตริกซ์ของแรงภายนอก |

ค่าของพลังงานความเครียดของโครงสร้าง C คำนวณได้จากสมการที่ (26)

$$C = \frac{1}{2} F^T q \quad (26)$$

การเปลี่ยนแปลงของ K เมื่อมีการนำเอาชิ้นส่วน e ใด ๆ ออกจากโครงสร้าง

$$(K + \Delta K)(q + \Delta q) = F \quad (27)$$

โดย

| | | |
|------------|-----|---|
| ΔK | คือ | ค่าความแกร่งของโครงสร้างที่เปลี่ยนไปหลังจากนำชิ้นส่วน e ออกจากโครงสร้าง |
| Δq | คือ | เมตริกซ์การเคลื่อนตัวที่เปลี่ยนไป |

ความสัมพันธ์ของ ΔK และเมตริกซ์ความแกร่งของชิ้นส่วน e คือ k_e แสดงในสมการที่ (28)

$$\Delta K = K_r - K = -k_e \quad (28)$$

การเปลี่ยนแปลงพลังงานความเครียดใน โครงสร้างจากการที่นำชิ้นส่วนหนึ่ง ๆ ออกจากโครงสร้าง คือ

$$\Delta C = \frac{1}{2} F^T \Delta q = -\frac{1}{2} F^T K^{-1} \Delta K q = -\frac{1}{2} q^T \Delta K q = \frac{1}{2} q_e^T k_e q_e \quad (29)$$

จากสมการที่ (29) ซึ่งให้เห็นว่าการเปลี่ยนแปลงพลังงานความเครียดของโครงสร้าง ΔC มีค่าเท่ากับ พลังงานความเครียดของชิ้นส่วนที่นำออกไป ดังนั้นสามารถสรุปได้ว่า

$$c_e = \frac{1}{2} q_e^T k_e q_e \quad (30)$$

การดำเนินการเพิ่มศักยภาพของโครงสร้างสามารถทำได้โดยการกำจัดเนื่องจากการใช้พลังงาน ความเครียดของชิ้นส่วนอย่างเป็นระบบ แต่ทั้งนี้เนื่องจากระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์อาจมีการแบ่ง ขนาดของโครงตาข่ายที่ไม่เท่ากัน ดังนั้นการใช้ค่าพลังงานความเครียดโดยตรงมาเป็นมาตรฐานใน การกำจัดชิ้นส่วนใดๆ ออกจากโครงสร้างอาจเป็นวิธีที่ไม่สมเหตุผลนัก จากเหตุดังกล่าวจึงได้มีการ นำเสนอการใช้ค่าความหนาแน่นของพลังงานความเครียด (Strain energy density, γ_e) มาเป็น เกณฑ์ในการกำจัดชิ้นส่วนออก ตามสมการที่ (31)

$$\gamma_e = \frac{|c_e|}{w_e} \quad (31)$$

โดย

c_e คือ ค่าพลังงานความเครียดของชิ้นส่วน e
 w_e คือ น้ำหนักของชิ้นส่วน e

ในการศึกษานี้ดัชนีวัดศักยภาพของโครงสร้างใช้ค่าสัดส่วนของน้ำหนักของโครงสร้างแรกเริ่ม เทียบต่อน้ำหนักของโครงสร้างในแต่ละขั้นตอนของการวิเคราะห์ ซึ่งการวิเคราะห์หาค่าดัชนีวัด ศักยภาพแบ่งเป็นสองแบบคือ ในเงื่อนไขความเค้นเชิงระนาบ (Plane stress condition) และ ใน กรณีของโครงสร้างแผ่นบาง (Plate) ภายใต้แรงคด

$$W_0^s = \left(\frac{C_0}{C^*} \right) \cdot W_0 \quad (32)$$

โดย W_0^s น้ำหนักของโครงสร้างที่ถูกทำเป็นมาตรฐานกับน้ำหนักเริ่มต้นของโครงสร้าง W_0 ในทำนองเดียวกันความสัมพันธ์ของน้ำหนักของโครงสร้างในแต่ละรอบของการทำซ้ำ W_i และน้ำหนักที่ถูกทำเป็นมาตรฐานในแต่ละรอบการวิเคราะห์ W_i^s สามารถหาได้จากสมการที่ (33)

$$W_i^s = \left(\frac{C_0}{C^*} \right) \cdot W_i \quad (33)$$

โดยที่ C^* คือ ค่าพลังงานความเครียดสูงสุดของโครงสร้างจากสมการปัญหา (26) ค่าดัชนีวัดศักยภาพ PI สามารถหาได้จากสมการที่ (34)

$$PI = \frac{W_0^s}{W_i^s} = \frac{(C_0 / C^*) W_0}{(C_i / C^*) W_i} = \frac{C_0 W_0}{C_i W_i} \quad (34)$$

โดยฟังก์ชันวัตถุประสงค์ของการวิเคราะห์ค่าเหมาะที่สุดคือ

$$\text{Max PI} = \frac{C_0 W_0}{C_i W_i} \quad (35)$$

กระบวนการหาค่าทอพอโลยีเหมาะที่สุดของโครงสร้างโดยวิธีฐานศักยภาพสามารถสรุปเป็นขั้นตอนดังต่อไปนี้

5.1. สร้างแบบจำลองเบื้องต้นเพื่อกำหนดขอบเขตการออกแบบโดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ กำหนดแรงกระทำ กลสมบัติของวัสดุที่ใช้ และ สภาพของฐานรองรับ กำหนดพื้นที่ออกแบบ และ พื้นที่ไว้การออกแบบโดยการกำหนดหมายเลขระบุ (ID) ของกลสมบัติของวัสดุที่ต่างกัน

5.2. วิเคราะห์โครงสร้างด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

5.3. วิเคราะห์ดัชนีวัดศักยภาพของโครงสร้าง

5.4. คำนวณหาค่าความหนาแน่นของพลังงานความเครียดของชิ้นส่วน ทั้งหมดในน้ำหนักบรรทุกในแต่ละกรณี

5.5. ทำการกำจัดชิ้นส่วนออกจำนวนสัดส่วนร้อยละ R จากจำนวนชิ้นส่วนทั้งหมดที่อยู่ภายในพื้นที่ออกแบบ

5.6. ตรวจสอบสภาพความต่อเนื่องของโครงสร้างหลังจากการตัดชิ้นส่วนออกโดยที่ตรวจสอบว่าชิ้นส่วนทุกชิ้นมีด้านใดด้านหนึ่งที่ติดกับชิ้นส่วนอื่นๆหรือไม่ ในกรณีที่มีชิ้นส่วนใดที่ไม่มีด้านใดด้านหนึ่งติดกับชิ้นส่วนอื่นๆ จะถือว่าชิ้นส่วนนั้นเป็นชิ้นส่วนเอกฐาน (Singular element) ซึ่งจะถูกละทิ้งออกจากแบบจำลอง

5.7. ตรวจสอบสภาพความสมมาตรของโครงสร้าง ภายใต้แกนสมมาตรที่ได้ถูกกำหนดไว้ในขั้นตอนการออกแบบเบื้องต้น

5.8. บันทึกค่า PI ของโครงสร้างไว้เพื่อใช้เป็นเกณฑ์ประเมินในขั้นตอนที่ 10

5.9. ทำซ้ำขั้นตอนที่ 2 ถึง 8 จนกว่าค่า PI จะน้อยกว่า 1.0 หรือไม่มีการเปลี่ยนแปลงในการวิเคราะห์รอบต่อไป

5.10. เขียนแผนภูมิข้อมูลระหว่างค่า PI และ รอบของการวิเคราะห์เพื่อหารอบของการวิเคราะห์ที่มีค่า PI สูงสุด ทอพอโลยีที่เหมาะสมที่สุดของโครงสร้างคือทอพอโลยีที่อยู่ในรอบการวิเคราะห์ที่มีค่า PI สูงสุด

อย่างไรก็ตามการหาค่าทอพอโลยีที่เหมาะสมที่สุดของโครงสร้างด้วยฐานศักยภาพยังมีข้อน่าสังเกตเกี่ยวกับการใช้ค่า γ_c กล่าวคือ จากสมการที่ (31) ซึ่งใช้เครื่องหมายค่าสัมบูรณ์ซึ่งหมายถึงให้พิจารณาว่าความเครียดที่เกิดจากการเปลี่ยนรูปในลักษณะการหดตัวหรือขยายตัวของชิ้นส่วนใด ๆ มีผลต่อศักยภาพของชิ้นส่วนอย่างเท่าเทียมกันซึ่งอาจสอดคล้องกับวัสดุที่มีประสิทธิภาพในการรับแรงดึงได้ดีพอกับการรับแรงอัดแต่อาจไม่สอดคล้องกับวัสดุประเภทคอนกรีตดังที่จะได้มีการกล่าวถึงในลำดับต่อไป

สมมุติฐานการออกแบบโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็ก

Leet and Bernal (1982) ได้สรุปถึงสมมุติฐานเบื้องต้นในการออกแบบโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็ก ดังต่อไปนี้

1. แรง และ หน่วยแรงภายในที่เกิดขึ้นในหน้าตัดใด ๆ ของโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็ก จะต้องอยู่ในสภาวะสมดุล
2. ความเครียดที่เกิดขึ้นในเหล็กเสริมที่อยู่ในโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็ก ไม่ว่าจะเป็นการหดตัว หรือการยืดตัวมีค่าเท่ากับความเครียดที่เกิดขึ้นในคอนกรีตที่อยู่ล้อมรอบ กล่าวคือไม่มีการเลื่อนเกิดขึ้นระหว่างผิวสัมผัสของคอนกรีต และ เหล็กเสริม หรือมีการสร้างพันธะอย่างสมบูรณ์ (Perfect bond)
3. การเปลี่ยนรูปของหน้าตัดใด ๆ ในคอนกรีตเสริมเหล็กจะถือว่าคงสภาพเป็นระนาบเสมอในขณะที่มีแรงมากระทำกับโครงสร้าง
4. ให้ถือว่าคอนกรีตนั้นสามารถรับแรงดึงได้น้อยมาก และเมื่อเกิดการแตกร้าวเนื่องจากแรงดึงแล้วรอยแตกร้าวนั้นจะไม่สามารถส่งผ่านแรงดึงได้อีกต่อไป

สมมุติฐานในการออกแบบโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็กดังกล่าวเป็นเพียงเพื่อความสะดวกในการวิเคราะห์ในกรณีที่มีความเรียบง่ายเท่านั้น ซึ่งในข้อเท็จจริงแล้วพฤติกรรมร่วมระหว่างคอนกรีตและเหล็กเสริมมีความซับซ้อนเป็นอย่างยิ่ง ด้วยเหตุนี้ทำให้แนวทางในการออกแบบในปัจจุบันมีการใช้ผลที่ได้จากการทดลองมาเป็นข้อมูลในการสร้างสมการความสัมพันธ์ต่าง ๆ ซึ่งในหลายพฤติกรรมยังอยู่ในระหว่างการดำเนินการศึกษา และ ปรับปรุงความถูกต้องของสมการความสัมพันธ์เพื่อการออกแบบอยู่อย่างสม่ำเสมอ

ขั้นตอนการออกแบบโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็กในปัจจุบัน

ตามที่ได้กล่าวมาแล้วในข้างต้นนั้นกระบวนการออกแบบโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็กที่ใช้ในปัจจุบันเป็นกระบวนการที่ได้จากการทดลองเป็นหลัก ซึ่งมีหน่วยงานหลายหน่วยที่ทำหน้าที่ควบคุมมาตรฐานในการออกแบบ เช่น สถาบันคอนกรีตอเมริกัน (American Concrete Institute, ACI) และ วิศวกรรมสถานแห่งประเทศไทย (ว.ส.ท.) เป็นต้น นอกจากนี้ยังมีหน่วยงานระดับประเทศอีกหลายหน่วยงานทำให้ขั้นตอนการออกแบบโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็กใน

ปัจจุบันมีมาตรฐานรองรับมากมายขึ้นอยู่กับสภาพทางภูมิอากาศ คุณภาพในการผลิต และ ปัจจัยที่มีความจำเป็นอื่น ๆ อีกมาก โดยหลักการแล้วในมาตรฐานการออกแบบจะมีแม่บทที่คล้ายกัน กล่าวคือต้องมีความปลอดภัยในการใช้งานโดยทั่วไป ซึ่งหลักการความปลอดภัยนี้สรุปได้ตามสมการที่ (36)

$$\text{กำลังที่ออกแบบ} \geq \text{กำลังที่ต้องการ} \text{ หรือ } \phi S_n \geq U \quad (36)$$

โดยที่ S_n เรียกว่ากำลังปกติ เป็นค่าที่ได้จากการวิเคราะห์ และ ค่า U คือค่ากำลังที่ต้องการ ซึ่งมีการใช้ตัวคูณเพิ่มค่าเพื่อความปลอดภัยสำหรับค่าที่ใช้คูณเพิ่มนี้ขึ้นอยู่กับปัจจัยหลายประการ ซึ่งได้จากการวิเคราะห์ทางสถิติขึ้นอยู่กับสภาพความแม่นยำในการเกิดแรงนั้น ในขณะที่ ϕ คือตัวคูณลดค่ากำลังซึ่งเป็นการปรับลดค่ากำลังที่ได้จากการวิเคราะห์ให้ลดลงตามปัจจัยที่เกิดจากความไม่แน่นอนต่าง ๆ การใช้งานตัวคูณเพิ่ม และ ตัวคูณลดกำลังนี้ทำให้ความน่าจะเป็นในการเกิดเหตุการณ์ที่โครงสร้างมีกำลังที่ได้จริงน้อยกว่าที่ออกแบบอยู่ที่ 1/100 และ ความน่าจะเป็นที่น้ำหนักบรรทุกจริงจะมากกว่าน้ำหนักที่ออกแบบอยู่ที่ 1/1000 ทำให้ความน่าจะเป็นในการเกิดการวิบัติของโครงสร้างที่ออกแบบอยู่ที่ 1/100,000 (Nowak and Collins, 2000)

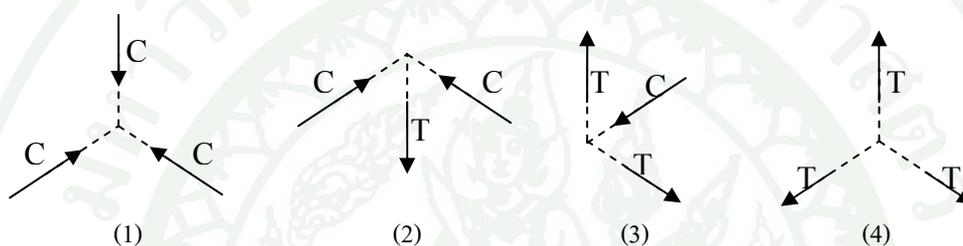
การออกแบบโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็กด้วยแบบจำลองสตรัท-ไท

แบบจำลอง สตรัท-ไท (Strut-Tie model, STM) คือ การจำลองกลไกการถ่ายแรงภายในโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็กโดยการระบบโครงข้อหมุนอนุমান (Truss analogy) ใน STM พฤติกรรมของสนามหน่วยแรง (Stress field) ที่ซับซ้อนจะถูกจำลองเป็นระบบที่คล้ายกับโครงข้อหมุนและเช่นเดียวกับระบบโครงข้อหมุนซึ่งในชิ้นส่วนแต่ละชิ้นจะรับแรงในแนวแกนคือ แรงอัดและแรงดึง สำหรับ STM ชิ้นส่วนรับแรงอัดว่า สตรัท (Strut) และ ชิ้นส่วนรับแรงดึงจะเรียกว่า ไท (Tie)

ชิ้นส่วนสตรัท เป็นส่วนที่มีการรับแรงอัด โดยที่แนวคิดในการกระจายของสนามหน่วยแรงในเนื้อคอนกรีตสามารถเป็นไปได้ในรูปแบบต่าง ๆ เช่น แบบสมมาตร แบบรูปขวด หรือ แบบรูปพัด เราสามารถเสริมความสามารถในการรับแรงอัดของชิ้นส่วนสตรัทได้ ในกรณีที่สตรัทมีการใช้เหล็กเสริม โครงสร้าง จะเรียกว่าสตรัทแบบเสริมแรง (Reinforced struts)

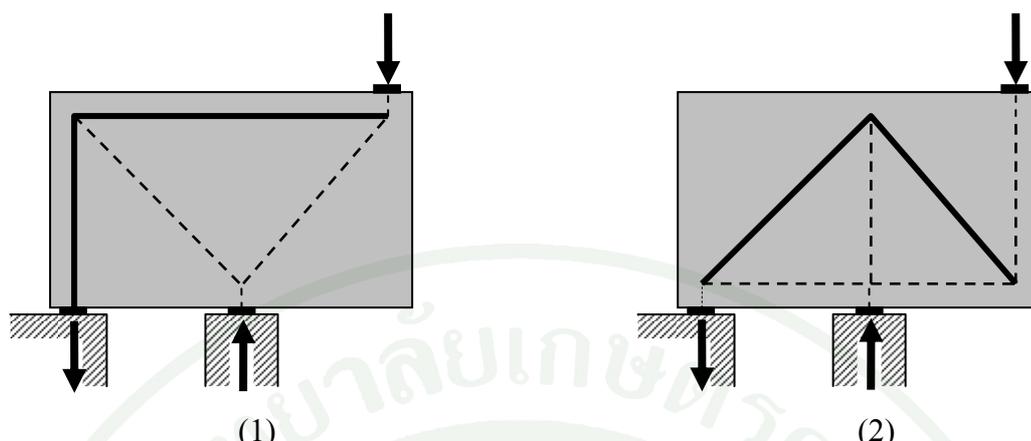
ชิ้นส่วนไท เป็นชิ้นส่วนที่รับแรงดึงในโครงสร้าง โดยทั่วไปชิ้นส่วนไท มักจะเป็นเหล็กเสริมที่ใช้ในงานคอนกรีตเสริมเหล็กธรรมดา แต่ในบางกรณีอาจจะเป็นเหล็กเสริมสำหรับงานคอนกรีตอัดแรง ซึ่งมีแรงดึงอยู่ในชิ้นส่วนอยู่แล้ว

จุดต่อ (Node) คือ บริเวณที่ทำหน้าที่คล้ายคลึงกับส่วนที่เป็นข้อต่อ (Joint) ในระบบโครงข้อหมุน จุดต่อเป็นบริเวณที่มีการถ่ายแรงในระหว่างชิ้นส่วน STM พื้นที่ในส่วนนี้มีสถานะของหน่วยแรงหลายทิศทาง เมื่อทำการแจกแจงประเภทของจุดต่อในระบบ STM ตามรูปแบบของระบบแรงที่เชื่อมต่อกันแล้ว รูปแบบของจุดต่อจะมี 4 รูปแบบด้วยกันดังที่แสดงไว้ในภาพที่ 10



ภาพที่ 10 รูปแบบของจุดต่อที่สามารถเป็นไปได้

เนื่องจาก STM จะต้องมีความสอดคล้องกับเงื่อนไขสมดุลสถิตยศาสตร์ดังต่อไปนี้คือ การสมดุลของแรงภายนอก (Boundary force) สมดุลของแรงภายใน ในแต่ละจุดต่อ อย่างไรก็ตามเงื่อนไขความสอดคล้องของความเครียด (Strain compatibility) นั้นเป็นเงื่อนไขที่ไม่เข้มงวดนัก ทั้งนี้เนื่องจากการอนุมานเพียงว่า STM มีความสามารถในการรับน้ำหนักบรรทุกทุกภายนอกได้อย่างเพียงพอโดยยังสามารถรองรับเงื่อนไขสมดุลในแรงภายในได้ ซึ่งแรงภายนอกที่ทำให้เกิดเงื่อนไขการวิบัตินี้จะไม่มากไปกว่าแรงภายนอกที่ทำให้เกิดการวิบัติจริงในโครงสร้าง อย่างไรก็ตามการกำหนดรูปร่างของโครงข้อหมุนสมมุติในแบบจำลอง STM นั้น มีผลต่อการออกแบบโครงสร้าง และยังมีผลต่อความสามารถในการยึดหยุ่นของคานภาพที่ 11 แสดงให้เห็นถึงระบบ STM ที่มีผลต่อรูปแบบของโครงสร้างคอนกรีต ในภาพที่ 11 (2) ระบบจะมีปัญหาด้านความยึดหยุ่นของโครงสร้างได้



ภาพที่ 11 เปรียบเทียบรูปแบบของโครงข้อหมุนสมมติ

การออกแบบโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็กด้วย STM สามารถสรุปได้เป็น 5 ขั้นตอนด้วยกันคือ

1. กำหนดขอบเขตของพื้นที่ภาคส่วน-บี และ หาขนาดของแรงที่กระทำกับขอบเขตนั้น
2. ร่างรูปแบบของโครงข้อหมุน และ ทำการหาแรงขอบเขตเทียบเท่า (Equivalent boundary forces) จากนั้นจึงวิเคราะห์หาแรงภายในที่เกิดขึ้นในชิ้นส่วน โครงข้อหมุนแต่ละชิ้น
3. เลือกเหล็กเสริมหรือ เหล็กสำหรับงานคอนกรีตอัดแรงที่มีความสามารถในการรับแรง ประกอบกับมีสภาพการยึดเหนี่ยวที่เหมาะสมในบริเวณของจุดต่อ
4. ประเมินขนาดของสตรัท และ จุดต่อที่มีความสามารถในการรับแรงที่เกิดขึ้นทั้งในส่วนของสตรัท และ จุดต่ออย่างเหมาะสม
5. จัดการกระจายตัวของเหล็กเสริมโดยคำนึงถึงเงื่อนไขความยืดหยุ่นของโครงสร้าง

ข้อสังเกตสำคัญในแนวทางการออกแบบโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็กด้วยทฤษฎีการออกแบบด้วยระบบ STM คือ จากขั้นตอนที่ 3 และ 4 พบว่าหน่วยแรงที่เกิดขึ้นในทุกบริเวณของโครงสร้างจะน้อยกว่าหน่วยแรงที่เกิดขึ้นจริงเสมอ ดังนั้นการออกแบบด้วยวิธี STM จึงเป็นทฤษฎีการออกแบบในขอบเขตล่างของการวิเคราะห์ขีดจำกัด (Lower-bound method of limit analysis) ซึ่งใน STM นั้นมีการกำหนดค่าหน่วยแรงที่ยอมให้ และค่าตัวคูณลดกำลังตามมาตรฐานของ ACI 318-02 ในภาคผนวก A ซึ่งได้นำมาแสดงไว้ในตารางที่ 1

ตารางที่ 1 ค่าหน่วยแรงที่ยอมให้ และค่าตัวคูณลดกำลังใน STM

| | |
|---------------------------|--|
| ขีดจำกัดหน่วยแรง | f_{cu} |
| สูตร | $f_{cu} = 0.85 \beta_5 f'_c$ |
| โดย | $\beta_5 = 1.00$ สำหรับสูตรที่ขนาดคงที่ในพื้นที่รับแรงอัดที่ไม่มีการแตกร้าว $\beta_5 = 0.75$ สำหรับสูตรทรงขวด มีการเสริมเหล็กป้องกันการแตกร้าว $\beta_5 = 0.60$ สำหรับสูตรทรงขวด ไม่มีการเสริมเหล็กป้องกันการแตกร้าว $\beta_5 = 0.60$ สำหรับกรณีอื่น $\beta_5 = 0.40$ สำหรับสูตรในชิ้นส่วนรับแรงดึง $f'_c =$ กำลังอัดประลัยของคอนกรีต |
| หมายเหตุ | ความต้องการของเหล็กเสริมป้องกันการแตกร้าว $\sum p_{vi} \sin \gamma_i \geq 0.003$ โดย p_{vi} คือ อัตราส่วนเหล็กเสริมในชั้นที่ i γ_i คือ มุมระหว่างแกนของสูตร และเหล็กเสริม |
| จุดต่อ | $f_{cu} = 0.85 \beta_n f'_c$ $\beta_n = 1.00$ ในกรณีที่จุดต่อถูกล้อมรอบโดยสูตร หรือพื้นที่รับแรงแบกทาน $\beta_n = 0.80$ ในกรณีที่จุดต่อมีโหมยี่ครั้งเพียงเส้นเดียว $\beta_n = 0.60$ ในกรณีที่จุดต่อมีโหมยี่ครั้งมากกว่าหนึ่งเส้น |
| สัมประสิทธิ์ตัวคูณลดกำลัง | $\phi = 0.75$ สำหรับสูตร ไท และ จุดต่อ |

ที่มา: ACI 318-02

จากตารางที่ 1 เห็นได้ว่า ACI 318-02 ได้พิจารณาถึงผลที่เกิดขึ้นเนื่องจากสถานะของหน่วยแรงที่อยู่รอบจุดต่อมาเป็นตัวลดกำลังของคอนกรีต โดยสถานะจุดต่อที่เป็นสถานะอัดจะมีการลดกำลังของคอนกรีตน้อยกว่ากรณีที่จุดต่อมีการรับแรงดึงจากชิ้นส่วนไท

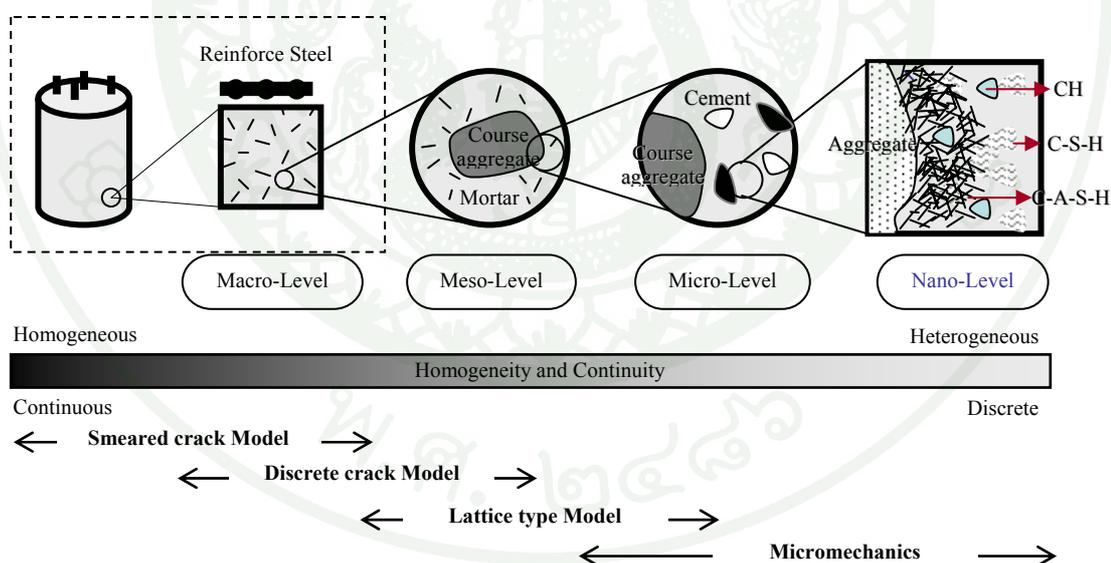
แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของคอนกรีต

ความซับซ้อนในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของโครงสร้างเกิดขึ้นจากปัจจัยหลายประการกล่าวคือคอนกรีตมีส่วนประกอบของวัสดุธรรมชาติหลายชนิดรวมเข้าด้วยกันเช่น

ซีเมนต์ น้ำ มวลรวมหยาบ และ มวลรวมละเอียด นอกจากนี้ในบางกรณียังมีส่วนประกอบอื่น เช่น สารผสมเพิ่มชนิดต่าง ๆ ทั้งหมดนี้เมื่อรวมกับปัจจัยการผสมคอนกรีต รูปแบบการใช้งาน และ รูปแบบของโครงสร้างทำให้การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เป็นไปอย่างซับซ้อนมากขึ้น อย่างไรก็ตามเมื่อทำการแจกแจงองค์ประกอบความสัมพันธ์ของปัจจัยต่าง ๆ ที่มีผลต่อการสร้างแบบจำลองของโครงสร้างคอนกรีตสามารถแบ่งได้ 5 องค์ประกอบ คือ

1. แบบจำลองระหว่างเหล็กเสริมโครงสร้างและคอนกรีต
2. แบบจำลองของเหล็กเสริมโครงสร้าง
3. แบบจำลองของผิวสัมผัสระหว่างมวลรวม และ มอร์ตาร์
4. แบบจำลองของมวลรวมหยาบ
5. แบบจำลองของมอร์ตาร์

เมื่อคำนึงถึงความสะดวกในการศึกษาได้มีการแบ่งระดับ การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของคอนกรีตออกเป็นระดับมูลฐานต่าง ๆ ดังแสดงในภาพที่ 12



ภาพที่ 12 ระดับมูลฐานในการวิเคราะห์แบบจำลองของโครงสร้างคอนกรีต

ที่มา: Van Mier (1997)

ในการสร้างแบบจำลองโครงสร้างคอนกรีต ผู้วิจัยสามารถตั้งสมมุติฐานของพฤติกรรมของคอนกรีต ตามขนาดของปัญหาที่สนใจได้เป็น 4 ระดับด้วยกัน คือ

1. ระดับมหภาค (Macro-Level)

แบบจำลองโครงสร้างคอนกรีตในแบบจำลองระดับมหภาคนี้มีสมมุติฐานว่าคอนกรีตเสริมเหล็กมีพฤติกรรมเป็นวัสดุเนื้อเดียว โดยสมการควบคุม (Governing equation) ของโครงสร้างตั้งอยู่บนกรอบการวิเคราะห์ของหลักวิชากลศาสตร์วัสดุภาวะต่อเนื่อง (Continuum mechanics) การสร้างแบบจำลองของโครงสร้างคอนกรีตระดับมหภาคนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อใช้ในการวิเคราะห์พฤติกรรมในภาพรวมของโครงสร้าง เช่น เงื่อนไขที่ทำให้เกิดการวิบัติของโครงสร้าง เส้นโครงพฤติกรรม นำหนักบรรทุก-การโก่งตัว ข้อดีของการใช้แบบจำลองระดับมหภาคคือมีความเรียบง่ายของพฤติกรรมที่ให้มีราคาในการวิเคราะห์ที่ต่ำ

2. ระดับกลาง (Meso-Level)

การสร้างแบบจำลองมีสมมุติฐานว่าเนื้อคอนกรีตนั้นไม่ใช่วัสดุเนื้อเดียว โดยเป็นส่วนผสมของมวลรวมหยาบ และเนื้อมอร์ตาร์ มวลรวมหยาบมีการกระจายตัวอย่างสุ่ม และ อนุมาณว่ามวลรวมมีรูปร่างเป็นทรงกลม โดยมีโครงผลึกเป็นตัวยึดเชื่อมต่อกัน แบบจำลองนี้เรียกว่า แบบจำลองโครงผลึก (Lattice model) แบบจำลองชนิดนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ ศึกษาแบบจำลองพฤติกรรมที่เกี่ยวข้องกับกลไกการแตกหักของวัสดุ (Fracture mechanism) ศึกษาถึงพฤติกรรมการแตกตัวของคอนกรีต และ ปรากฏการณ์การเลื่อน (Slip) ระหว่างเนื้อคอนกรีต และ เหล็กเสริม

3. ระดับไมโคร (Micro-Level)

เป็นแบบจำลองซึ่งจำลองพฤติกรรมในระดับ ซีเมนต์เฟส (Paste) มวลรวมหยาบ มวลรวมละเอียด และ ช่องว่างอากาศ (Air void)

4. ระดับนาโน (Nano-Level)

เป็นแบบจำลองในระดับโมเลกุล แบบจำลองชนิดนี้ใช้ในการศึกษาแรงยึดเหนี่ยวระหว่างโมเลกุลของสารประกอบในคอนกรีต

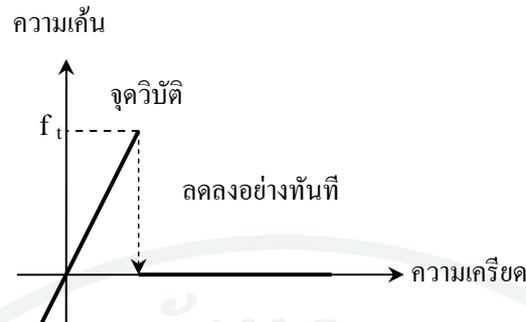
แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ระดับที่วิศวกร โครงสร้างให้ความสนใจคือระดับมหภาค และ แบบจำลองในระดับกลาง ซึ่งในทางการวิเคราะห์ถึงพฤติกรรมการแตกหักของวัสดุ นั้น แบบจำลองที่มีความถูกต้องมากกว่าคือแบบจำลองระดับกลาง อย่างไรก็ตามแบบจำลอง ระดับกลางมีความละเอียดเกินความจำเป็นที่จะต้องใช้ในการศึกษานี้ ผู้วิจัยจึงเลือกใช้แบบจำลอง ในระดับมหภาคกล่าวคือพิจารณาว่าคอนกรีตเป็นวัสดุเนื้อเดียว

แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็ก

1. แบบจำลอง โครงผลึกแบบสามมิติ

แบบจำลอง โครงผลึกเป็นแบบจำลองที่ใช้ในการอธิบายถึงพฤติกรรมการแตกร้าวของ โครงสร้างคอนกรีต การสร้างแบบจำลองมีความหลากหลาย การสร้างแบบจำลอง โครงผลึกของ โครงสร้างคอนกรีตนั้นนำเอาเทคนิคต่างๆ มาใช้ เช่น การสร้างแบบจำลอง โครงผลึกโดยใช้ภาพ ดิจิตอลเป็นพื้นฐานในการสร้างแบบจำลอง โดย Asai *et al.* (2003) อีกทั้งยังมีการศึกษาถึงการสร้าง แบบจำลอง โครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็กโดยใช้แบบจำลอง โครงผลึก (Lattice Model) โดย Miki and Niwa (2004) แนวคิดของแบบจำลอง โครงผลึกของคอนกรีตเสริมเหล็กเป็นแนวคิดที่ได้ พัฒนาต่อเนื่องมาจาก ทฤษฎีชิ้นส่วนเฉพาะ (Distinct Element Method, DEM) เพื่อที่จะใช้ในการ จำลองพฤติกรรมในระดับกลางวัสดุที่มีลักษณะเป็นก้อนแข็ง โครงสร้างระดับกลางของวัสดุ ต่อเนื่องจะถูกแบ่งย่อยออกเป็น โครงข่ายของชิ้นส่วน โครงสร้าง เช่น ชิ้นส่วนประเภท โครงข้อหมุน หรือ ชิ้นส่วนประเภทคาน กลยุทธ์ของทฤษฎีนี้ถูกพัฒนามาเพื่อใช้ในการศึกษากลไกการวิบัติของ โครงสร้างที่มีเนื้อเปราะ ในการสร้างแบบจำลอง โครงผลึกของโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็กนั้นมีความจำเป็นที่จะต้องเข้าใจถึงพฤติกรรมของแบบจำลองย่อยต่าง ๆ ที่ประกอบเข้าเป็นโครงสร้าง คอนกรีตในระดับกลางได้ ซึ่งพฤติกรรมย่อยที่รวมมาเป็นปัจจัยในการสร้างแบบจำลองนั้นมี ดังต่อไปนี้ คือ

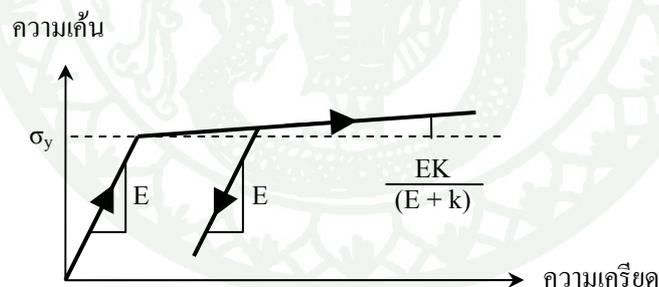
1.1 แบบจำลองของมอร์ตาร์ มวลรวม และ หน้าสัมผัสระหว่างมอร์ตาร์และมวลรวม โดยทั่วไปการจำลองสภาพการแตกเปราะของ โครงสร้างตั้งสมมุติฐานว่าเกิดขึ้นเนื่องจากการวิบัติ ด้วยแรงดึงในเนื้อมอร์ตาร์ โดยใช้แบบจำลองพฤติกรรมการแตกเปราะแบบยืดหยุ่น (Elastic-Brittle) ซึ่งมีหน่วยแรงดึงสูงสุดเป็น f_t ตามที่ได้แสดงไว้ในภาพที่ 13



ภาพที่ 13 แบบจำลองพฤติกรรมของมอร์ตาร์ที่มีต่อหน่วยแรงที่เพิ่มขึ้น

ที่มา: Van Mier (1997)

1.2 แบบจำลองของเหล็กเสริม โครงสร้าง และ หน้าสัมผัสระหว่างเหล็กเสริม โครงสร้าง และ คอนกรีต เหล็กเสริม โครงสร้างจะถูกจำลองโดยการแบ่งเนื้อวัสดุเป็นส่วนย่อย ๆ ที่มีโครงข่ายรูปแบบเดียวกับโครงสร้างคอนกรีตที่ถูกแบ่งย่อยในตอนแรก แบบจำลองพฤติกรรม การรับน้ำหนักของเหล็กเสริม โครงสร้างแสดงในภาพที่ 14 โดย E และ K คือ โมดูลัสยืดหยุ่น และ โมดูลัสของสภาพความเป็นพลาสติก (Plasticity modulus) ตามลำดับ



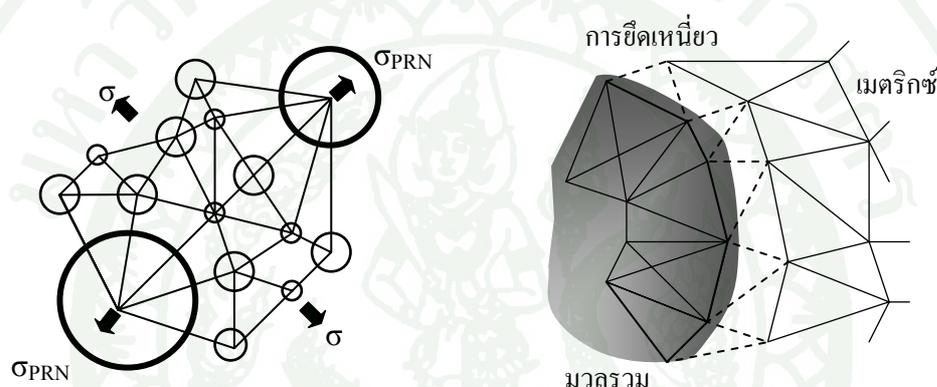
ภาพที่ 14 แบบจำลองสำหรับเหล็กเสริม และ ส่วนหน้าสัมผัสระหว่างเหล็กเสริม และคอนกรีต

ที่มา: Van Mier (1997)

ในการสร้างแบบจำลองพฤติกรรมของการเคลื่อนตัวของเหล็กเสริมและคอนกรีตนั้น พฤติกรรมของการเคลื่อนตัวของเหล็กเสริมเป็นขั้นตอนที่ไม่สามารถย้อนกลับได้ พฤติกรรมของการสร้างพันธะระหว่างเหล็กเสริมและคอนกรีตสามารถใช้ระบบโครงข่ายที่มีกลสมบัติเหมาะสม ในการสร้างแบบจำลองพฤติกรรมได้เช่นเดียวกัน โดยที่สามารถหากลสมบัติได้จากการทดสอบการดึงหลุด (Pull-Off test)

2. แบบจำลองโครงผลึกแบบกักกันสำหรับคอนกรีตที่เกิดความเสียหายภายใต้แรงดึงและแรงอัด

ในแบบจำลองโครงผลึกนั้นไม่มีการพิจารณาถึงสภาพความเป็นจริงที่ขนาด และการกระจายตัวของมวลรวมมีความแปรปรวนซึ่ง Gianluca *et al.* (2003) ได้รายงานถึงการสร้างแบบจำลองโครงผลึกโดยมีการใช้ตัวแปรที่ได้จากการวิเคราะห์ความละเอียดของมวลรวมเพื่อใช้เป็นตัวแปรเพื่อให้แบบจำลองที่ได้มีความถูกต้องมากยิ่งขึ้น จากการศึกษาการกระจายตัวของขนาดของมวลรวมที่อยู่ในโครงสร้างของเนื้อคอนกรีต



ภาพที่ 15 แบบจำลองโครงผลึกและหน่วยแรงหลัก σ_{PRN} และหน่วยแรงรอง σ

ที่มา: Gianluca *et al.* (2003)

แบบจำลองโครงผลึกของโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็กสามารถใช้วิเคราะห์พฤติกรรมการวิบัติของคอนกรีตในสนามแรงดึงและสนามแรงอัด แบบจำลองที่สร้างขึ้นโดยรวมการกระจายตัวของขนาดของมวลรวมมาเป็นปัจจัย การกระจายตัวของมวลรวมขนาดต่าง ๆ จะเข้าไปแบบสุ่มและแทนที่ด้วยเรขาคณิตแบบวงกลมที่มีขนาดรัศมีต่างกัน หรือ ใช้ทรงกลมในกรณีแบบจำลองในปริภูมิสามมิติ โดยมวลรวมแต่ละอนุภาคถูกเชื่อมต่อเข้าด้วยกันโดยโครงข่ายสามเหลี่ยมดีลาแนย์ (Delaunay triangle) ความสามารถในการถ่ายเทหน่วยแรงสำคัญต่าง ๆ ในโครงสร้างขึ้นอยู่กับ การสร้างเมตริกซ์ความแกร่งซึ่งในแบบจำลองนี้สามารถสร้างแบบจำลองของสตรัทที่มีความสามารถในการถ่ายเทแรงเหมือน จำลองพฤติกรรมการคัด จำลองพฤติกรรมแรงเสียดทาน และ แรงยึดเหนี่ยวระหว่างมวลรวมได้ แบบจำลองโครงผลึกเป็นแบบจำลองของโครงสร้างคอนกรีตในระดับกลางที่สามารถอธิบายแต่หากนำมาใช้ในการวิเคราะห์โครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็กนั้น จะต้องใช้

ทรัพยากรระบบในการวิเคราะห์มากขึ้นความจำเป็น ดังนั้นจึงได้มีการพัฒนาแบบจำลองโครง
ผลึกให้มีความเหมาะสมสำหรับการวิเคราะห์โครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็กมากขึ้น

3. แบบจำลองโครงผลึกแบบดัดแปลงในปริภูมิสองมิติ

แม้ว่าการใช้แบบจำลองโครงผลึกของคอนกรีตจะทำให้ผลการวิเคราะห์ที่แม่นยำจาก
การรวมตัวแปรปัจจัยต่าง ๆ ไว้ แต่แบบจำลองดังกล่าวมีความละเอียดมากเกินความต้องการของ
วิศวกรโครงสร้าง ดังนั้นจึงมีการพัฒนาแบบจำลองโครงผลึกแบบดัดแปลง (Modified lattice
model, MLM) เพื่อนำมาใช้ในการวิเคราะห์ถึงพฤติกรรมของโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็กใน
ระดับมหภาค (Niwa *et al.*, 1995) โดยแบบจำลองโครงผลึกแบบดัดแปลงนี้โครงสร้างคอนกรีต
เสริมเหล็กจะถูกจำลองพฤติกรรมออกเป็น 5 ส่วนด้วยกัน คือ

3.1 ชิ้นส่วนที่มีพฤติกรรมการอัดเนื่องจากแรงดัด (Flexural compression member)

3.2 ชิ้นส่วนที่มีพฤติกรรมการดึงเนื่องจากแรงดัด (Flexural tension member)

3.3 ชิ้นส่วนแนวทแยงมุมที่มีพฤติกรรมการอัด (Diagonal compression member)

3.4 ชิ้นส่วนแนวทแยงมุมที่มีพฤติกรรมการดึง (Diagonal tension member)

3.5 ชิ้นส่วนช่องโค้ง (Arch member) สัดส่วนของความกว้างของชิ้นส่วนช่องโค้ง ต่อ
ขนาดของความกว้างของคานามีค่าเท่ากับ t เพื่อสร้างสัดส่วนวิเคราะห์ที่ทำให้เกิดค่าพลังงานศักย์
รวมต่ำที่สุดซึ่งคำนวณจากการใช้หน่วยแรงเฉือนหนึ่งหน่วยกระทำต่อโครงสร้าง คานาคอนกรีต ค่า t
จะมีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 1 โดยที่

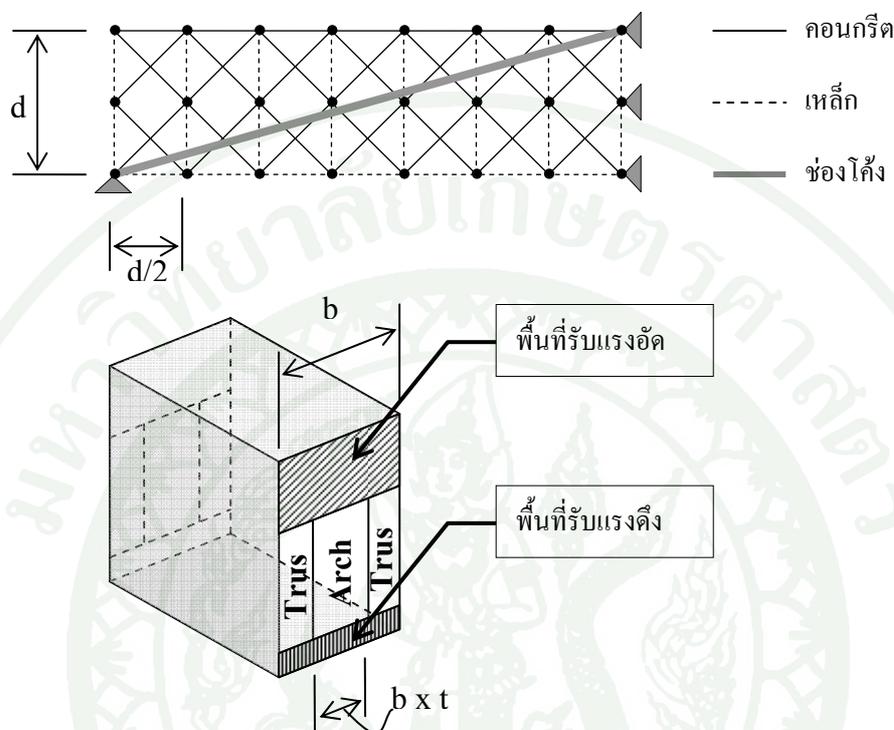
3.5.1 ความลึกของชิ้นส่วนที่มีพฤติกรรมการอัดเนื่องจากแรงดัดมีขนาดเท่ากับ
ความลึกของพื้นที่ที่รับแรงอัดเนื่องจากการดัดในขณะที่เกิดสภาวะประลัย

3.5.2 ความลึกของชิ้นส่วนที่มีพฤติกรรมการดึงเนื่องจากแรงดัดมีขนาดเป็นสอง
เท่าของระยะจากจุดศูนย์ถ่วงของเหล็กเสริมรับแรงดึง ไปจนถึงผิวของคานาด้านรับแรงอัด

3.5.3 ความสูงของแบบจำลองโครงผลึกมีค่าเท่ากับความลึกประสิทธิผลของคาน

3.5.4 ชิ้นส่วนช่องโค้งวางตัวในรูปแบบที่เชื่อมระหว่างผิวบนของคานาและ
จุดศูนย์ถ่วงเหล็กเสริมรับแรงดัด

3.5.5 ชั้นส่วนที่อยู่ในแนวตั้งห่างกันเป็นระยะเท่ากับครึ่งหนึ่งของความลึก ประสิทธิภาพของคาน



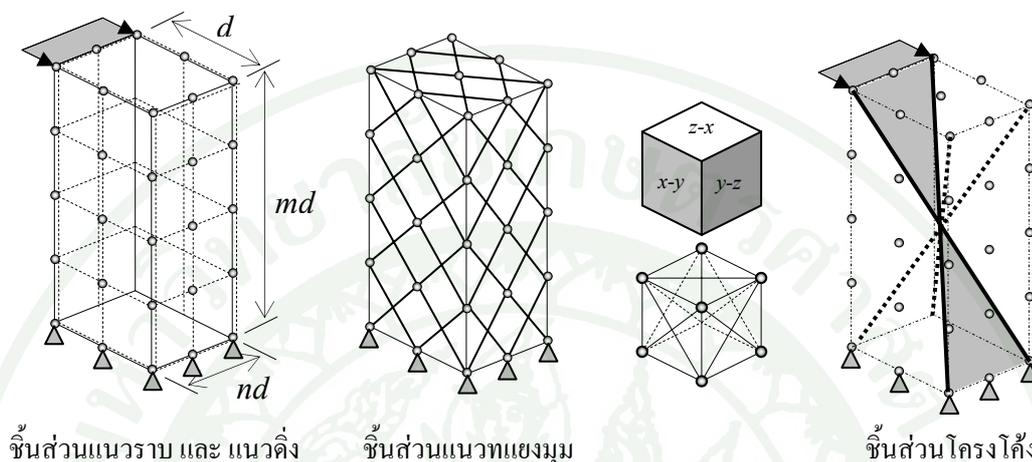
ภาพที่ 16 แบบจำลองโครงผลึกแบบดัดแปลงของคานคอนกรีตเสริมเหล็ก

ที่มา: Niwa *et al.* (1995)

4. แบบจำลองโครงผลึกแบบดัดแปลงในปริภูมิสามมิติ

จากนั้น Miki and Niwa (2004) ได้ปรับปรุงแบบจำลองโครงผลึกแบบดัดแปลงเดิมซึ่งจำกัดรูปแบบอยู่ในปริภูมิสองมิติมาสู่แบบจำลองในปริภูมิสามมิติ ทำให้สามารถจำลองพฤติกรรมการบิด และการตอบสนองต่อระบบแรงสองทิศแกน ในกรณีศึกษาของแบบจำลองนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาถึงพฤติกรรมของเสาสี่เหลี่ยมที่มีความกว้างของหน้าตัดต่างกัน โดยมีสมมุติฐานกลไกถ่ายเทแรงเฉือนของระบบโดยขึ้นส่วนช่องโค้ง 4 ชั้นส่วนซึ่งเชื่อมต่อระหว่างจุดที่มีแรงกระทำ ไปยังส่วนฐานรองรับของเสา ซึ่งช่องโค้งที่ทำหน้าที่รับแรงอัดจะมีพฤติกรรมเป็นสตรัทอย่างสมบูรณ์ ในกรณีที่ระบบแรงกระทำมีการเปลี่ยนทิศทาง แรงภายในช่องโค้งจะเปลี่ยนไป ซึ่งช่องโค้ง 2 คู่จะทำหน้าที่เป็นกลไกถ่ายเทแรงเฉือน ในการจำลองรูปแบบของโครงข้อหมุนในปริภูมิสามมิตินั้นระบบโครงข้อหมุนจะอยู่ในระบบระนาบ 3 ระนาบด้วยกัน คือ x-y, y-z และ z-x โดยโครงข้อหมุนจะวางตัวใน

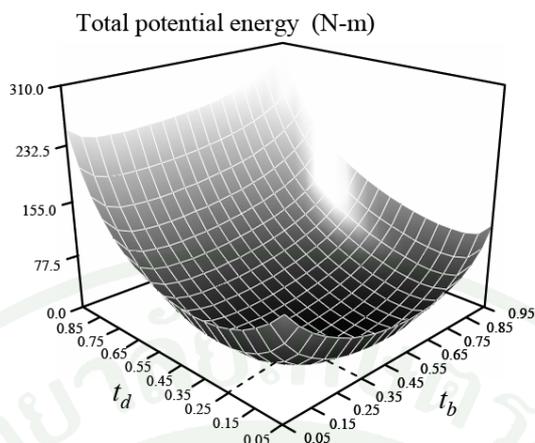
ระนาบทั้งสาม ในแต่ละหน่วยของโครงข้อหมุนจะมีจำนวนชิ้นส่วนตามแนวเฉียงจำนวน 12 ชิ้นส่วน ดังแสดงไว้ในภาพที่ 17



ภาพที่ 17 แบบจำลองโครงผลึกของเสาคอนกรีตเสริมเหล็ก

ที่มา: Miki and Niwa (2004)

ในแบบจำลองโครงผลึกแบบดัดแปลงนั้นขั้นตอนการหาตัวแปร t ที่ทำให้เกิดเงื่อนไขพลังงานศักย์รวมต่ำสุดนั้น แบบจำลองโครงผลึกแบบดัดแปลงในระบบพิกัดสามมิติมีความแตกต่างจากแบบจำลองในระบบพิกัดสองมิติ คือ นอกจากที่จะต้องหาค่าสัมประสิทธิ์ในด้านลึก t_d แล้ว ยังมีค่าสัมประสิทธิ์ในด้านกว้างด้วย t_b ซึ่งการวิเคราะห์เพื่อให้เกิดค่า t_d และ t_b ที่เหมาะสมสามารถทำได้โดยการแปรผันค่าตัวแปรตั้งแต่ 0.05 ถึง 0.95 โดยแบ่งเป็นช่วงละ 0.05 ซึ่งเมื่อทำการวิเคราะห์ค่าทั้งหมดแล้วจะได้แผนภูมิที่มีรูปแบบเป็นพื้นผิว ดังแสดงไว้ในภาพที่ 18



ภาพที่ 18 การกระจายของพลังงานศักย์ที่ได้จากการคำนวณแบบจำลองโครงสร้างแบบตัดแปลงใน พิกัดสามมิติ

ที่มา: Miki and Niwa (2004)

ในการสร้างแบบจำลองโครงสร้างนั้นเมตริกซ์ความแข็งแกร่งของชิ้นส่วนตั้งอยู่บน พื้นฐานของระบบโครงข้อหมุนซึ่งถูกกำหนดโดยค่าตัวแปรต่าง ๆ ของชิ้นส่วนดังนี้ คือ ค่ามอดุลัส ยืดหยุ่น E ที่ได้จากความสัมพันธ์ระหว่างแผนภูมิของ หน่วยแรง - ความเครียด พื้นที่หน้าตัด A และความยาวของชิ้นส่วน L เมตริกซ์ความแข็งแกร่งชิ้นส่วนโครงข้อหมุน K ในระบบพิกัดรวมได้ แสดงไว้ในสมการที่ (37)

$$K = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} c_1^2 & c_1c_2 & c_1c_3 & -c_1^2 & -c_1c_2 & -c_1c_3 \\ & c_1^2 & c_2c_3 & -c_1c_2 & -c_2^2 & -c_2c_3 \\ & & c_3 & -c_1c_3 & -c_2c_3 & -c_3^2 \\ & & & c_1 & c_1c_2 & c_1c_3 \\ \text{sym.} & & & & c_2 & c_2c_3 \\ & & & & & c_3^2 \end{bmatrix} \quad (37)$$

โดย

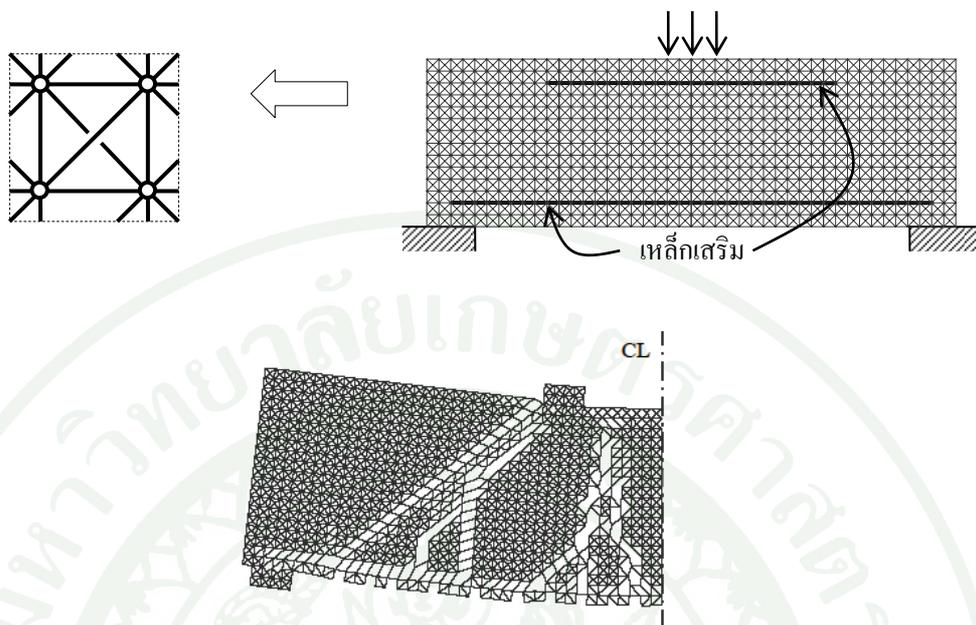
$$c_1 = \frac{x_j - x_i}{L}, c_2 = \frac{y_j - y_i}{L}, c_3 = \frac{z_j - z_i}{L} \quad (38)$$

โดย

| | | |
|-------------------|-----|---|
| (x_i, y_i, z_i) | คือ | พิกัดจุดต่อเริ่มต้น i ของชิ้นส่วนโครงข้หมุน |
| (x_j, y_j, z_j) | คือ | พิกัดจุดต่อสิ้นสุด j ของชิ้นส่วนโครงข้หมุน |
| L | คือ | ความยาวของชิ้นส่วน |

5. แบบจำลองโครงข้หมุนขนาดเล็กมาก

แบบจำลองโครงข้หมุนขนาดเล็กมาก (Micro-Truss model) (Hamed, 2004) เป็นการจำลองพฤติกรรมของโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็กที่พัฒนาจากแบบจำลองโครงผลึกของคอนกรีต มีวัตถุประสงค์เพื่อให้แบบจำลองโครงผลึกสามารถใช้งานในโครงสร้างที่มีรูปทรงทั่วไป ซึ่งแบบจำลองโครงข้หมุนขนาดเล็กมากเป็นส่วนผสมระหว่าง แบบจำลองโครงผลึกของโครงสร้างคอนกรีต และ STM โครงสร้างคอนกรีตจะถูกแบ่งออกเป็นจุดต่อจำนวนมากในแต่ละจุดต่อจะเชื่อมต่อกันด้วยชิ้นส่วนโครงข้หมุน ในแต่ละหน่วยของระบบโครงข้หมุนจะประกอบด้วยจุดต่อ 4 จุด โดยมีชิ้นส่วนโครงข้หมุนที่วางตัวอยู่ในแนวราบ 2 ชิ้นส่วน ชิ้นส่วนที่วางตัวอยู่ในแนวตั้ง 2 ชิ้นส่วน และ ชิ้นส่วนที่วางตัวอยู่ในแนวทแยงมุม 2 ชิ้นส่วน โดยที่ ชิ้นส่วนโครงข้หมุนที่วางตัวอยู่ในแนวราบ และ แนวตั้งจะทำการรับแรงในแนวปกติ (Normal direction) และ ชิ้นส่วนโครงข้หมุนที่วางตัวในแนวทแยงมุมจะทำหน้าที่รับแรงเฉือน



ภาพที่ 19 แนวคิดการจำลองโครงสร้างด้วยระบบโครงข้อหมุนขนาดเล็กลง

ที่มา: Hamed (2004)

5.1 แบบจำลองโครงข้อหมุนขนาดเล็กลงสามารถจำลองพฤติกรรมการแตกร้าวในเนื้อคอนกรีตจากระบบแรงภายในต่าง ๆ ดังต่อไปนี้ คือ

- 5.1.1 การแตกร้าวในเนื้อคอนกรีตเนื่องจากแรงดัด (Flexural crack failure)
- 5.1.2 การแตกร้าวในเนื้อคอนกรีตในแนวทแยงเนื่องจากแรงดึง (Diagonal tension failure)
- 5.1.3 การแตกร้าวในเนื้อคอนกรีตเนื่องจากพฤติกรรมผสมระหว่างแรงเฉือนและแรงอัด
- 5.1.4 การแตกร้าวในเนื้อคอนกรีตในแนวทแยงเนื่องจากการผ่า (Splitting)

อย่างไรก็ตามในแบบจำลองโครงข้อหมุนขนาดเล็กลงนี้ยังคงมีข้อจำกัดอยู่ เนื่องจากยังไม่มีคำนึงถึงพฤติกรรมการขัดประสาน (Interlocking) ที่เกิดระหว่างมวลรวมในคอนกรีต และ นอกจากนี้ยังไม่สามารถจำลองการวิบัติจากการเลื่อนตัวจากการเฉือน (Shear slip failure) รวมทั้งไม่สามารถจำลองผลของขนาดที่มีต่อแรงเฉือนได้ นอกจากนี้ถึงแม้ว่าแบบจำลองนี้

จะสามารถทำการจำลองการตอบสนองของโครงสร้างในกรณีที่มีการใช้เหล็กเสริมแต่การวางตัวของเหล็กเสริมจะต้องเป็นแนวเดียวกับ โครงงข้อหมุน

ในด้านการสร้างเมตริกซ์ความแกร่ง (Stiffness) ของชิ้นส่วนนั้น ในแบบจำลองที่ได้มีการนำเสนอใช้ชิ้นส่วนโครงงข้อหมุนในระบบพิกัด 2 มิติ ซึ่งในแบบจำลองโครงงข้อหมุนขนาดเล็กมากนี้ได้

$$S^g = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} c^2 & c \cdot s & -c^2 & -c \cdot s \\ & s^2 & -c \cdot s & -s^2 \\ \text{Sym.} & & c^2 & c \cdot s \\ & & & s^2 \end{bmatrix} \quad (39)$$

สมการที่ (39) ค่า s และ c คือค่า sine และ cosine ของชิ้นส่วน ตามลำดับ ค่ามอดูลัสยืดหยุ่นสัมผัส (Tangent modulus) ของโครงงสร้าง จะต้องไม่ค่าไม่เป็นศูนย์หรือติดลบเพื่อป้องกันการลู่ออกของค่าตอบในระหว่างขั้นตอนการวิเคราะห์โดยในแบบจำลองโครงงข้อหมุนขนาดเล็กมากนี้กำหนดให้ค่ามอดูลัสยืดหยุ่นไม่ต่ำกว่าร้อยละ 5 ของมอดูลัสยืดหยุ่นเริ่มต้นของโครงงสร้าง

เนื่องจากการใช้งานของโครงงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็กนั้น อาจเกิดสภาพการใ้งานที่ทำให้วัสดุมีพฤติกรรมเกินสภาพขีดจำกัดความยืดหยุ่น ดังนั้นจึงจำเป็นต้องวิเคราะห์พฤติกรรมในช่วงใ้งเชิงเส้นประกอบเข้าไปด้วย ในรายงานการศึกษานี้ขั้นตอนการวิเคราะห์แบบใ้งเชิงเส้นใ้งระเบียบวิธีการทำซ้ำ แบบจำลองพฤติกรรมใ้งเชิงเส้นของวัสดุแบ่งออกเป็น 2 ส่วนหลัก ๆ คือ พฤติกรรมในช่วงรับแรงดึง และพฤติกรรมภายใต้แรงอัด พฤติกรรมของคอนกรีตในสภาวะหลังการแตกร้าว (Post-Cracking) ความสามารถในการถ่ายหน่วยแรงดึงผ่านพื้นผิวที่เกิดการแตกร้าวจะลดลงอย่างรวดเร็ว แบบจำลองของคอนกรีตในช่วงรับแรงดึงแสดงไว้ในสมการที่ (40)

$$\sigma = f_t \left(\frac{\epsilon_{cr}}{\epsilon} \right)^c \quad (40)$$

| | | | |
|-----|-----------------|-----|--|
| โดย | f_t | คือ | หน่วยแรงดึงสูงสุดในคอนกรีต |
| | ϵ_{cr} | คือ | ความเครียดที่จุดวิบัติ |
| | ϵ | คือ | ความเครียดในจุดที่ทำให้เกิดหน่วยแรง σ |

ตัวชี้กำลัง C เป็นค่าที่ขึ้นอยู่กับพลังงานการแตกหักซึ่งมีค่าอยู่ในช่วง 0.1 ถึง 0.15 N/mm สำหรับแบบจำลองพฤติกรรมของคอนกรีตภายใต้แรงอัดนั้นแสดงไว้ในสมการที่ (41)

$$\sigma = K_0 E_0 (\varepsilon - \varepsilon_p) \quad (41)$$

โดย

$$K_0 = e^{-0.73x(1-e^{1.25x})}$$

$$E_0 = \frac{2f'_c}{\varepsilon_{peak}}$$

$$\varepsilon_p = \varepsilon_{peak} \left(x - \frac{20}{7} (1 - e^{-0.35x}) \right)$$

$$x = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{peak}}$$

โดยที่ ε_{peak} คือค่าความเครียดสูงสุดที่เกิดขึ้นในคอนกรีตขณะอัดประลัย

แบบจำลองพฤติกรรมของเหล็กเสริม แบ่งออกเป็น 3 ช่วงด้วยกันคือช่วงยืดหยุ่น คือช่วงก่อนถึงขีดจำกัดอัตราส่วน (Proportional limit) ช่วงหลังการคราก และ ช่วง Strain hardening โดยพฤติกรรมในแต่ละช่วงแสดงในสมการที่ (42)

$$\sigma = E_s \varepsilon \quad 0 < \varepsilon < \varepsilon_y$$

$$\sigma = f_y \quad \varepsilon_y < \varepsilon < \varepsilon_{sh}$$

$$\sigma = f_y + \left(1 - e^{-\frac{\varepsilon_{sh} - \varepsilon}{k}} \right) (1.01f_u - f_y) \quad \varepsilon > \varepsilon_{sh}$$

โดยที่

E_s คือ ค่ามอดุลัสยืดหยุ่นของเหล็ก

f_y คือ หน่วยแรงที่จุดคราก

f_u คือ หน่วยแรงประลัย

และ ค่า k สามารถหาได้จาก $k = 0.047 \cdot \left(\frac{4000}{f_y} \right)^{\frac{2}{3}}$

5.2 การวิเคราะห์แบบจำลองโครงข้อหมุนขนาดเล็กมากในสภาพไร้เชิงเส้น

ระเบียบวิธีที่ใช้ในการวิเคราะห์แบบจำลองในสภาพไร้เชิงเส้นใช้การทำซ้ำโดยที่เงื่อนไขการลู่เข้าคือค่าผลบวกกำลังสองที่น้อยที่สุดของแรงที่ทำให้เกิดความไม่สมดุลในจุดต่อ โดยสามารถสรุปเป็นขั้นตอนได้ดังต่อไปนี้

5.2.1 เริ่มการวิเคราะห์โดยใช้ข้อมูลเรขาคณิต เงื่อนไขขอบเขต และ เวกเตอร์การเพิ่มของน้ำหนัก

5.2.2 คำนวณเมตริกซ์ความแข็งแกร่งรวมของโครงสร้าง K ตามแบบจำลองวัสดุในสมการที่กำหนดมาในข้างต้น

5.2.3 หาค่าการเคลื่อนตัวของจุดต่อ d จากสมการสมดุล $Kd = f$

5.2.4 ค่าการเคลื่อนตัวของจุดต่อทำให้สามารถหาความเครียดที่เกิดขึ้นในเนื้อวัสดุได้ จากสมการกำหนดพฤติกรรมของวัสดุทำให้สามารถหาหน่วยแรงที่เกิดขึ้นในวัสดุแต่ละชนิดได้

5.2.5 คำนวณหาแรงภายในที่เกิดขึ้นในชิ้นส่วนโดยใช้ค่าหน่วยแรงที่ได้จากขั้นตอนที่ 5.2.4 คูณกับขนาดของหน้าตัดของชิ้นส่วน

5.2.6 หาผลรวมแรงภายในที่ได้ที่ได้จากขั้นตอนที่ 5.2.5 ในแต่ละจุดต่อ f_i

5.2.7 จากขั้นตอนที่ 5.2.6 ได้ผลลัพธ์เป็นแรงที่ไม่สมดุลในแต่ละจุดต่อ

$$\Delta f = f - f_i$$

5.2.8 ตรวจสอบเงื่อนไขการลู่เข้าโดยดูจาก Δf ในกรณีที่ยังไม่ตรงกับเงื่อนไขให้ทำขั้นตอนที่ 5.2.9

5.2.9 ทำการวิเคราะห์โครงสร้างในรอบใหม่โดยใช้เมตริกซ์ความแข็งแกร่งสัมผัส k โดยใช้ตำแหน่งของจุดต่อที่เกิดการเคลื่อนตัวไปแล้ว ซึ่งระบบแรงที่กระทำในโครงสร้างขั้นตอนนี้จะใช้ Δf ซึ่งเมื่อทำการแก้ระบบสมการสมดุล $K\Delta d = \Delta f$ จะได้ค่าจุดต่อที่เปลี่ยนไป Δd

5.2.10 คำนวณการกระจัดล่าสุดในแต่ละจุดต่อโดยรวม d กับ Δd เข้าด้วยกัน

5.2.11 ทำซ้ำขั้นตอนที่ 5.2.4 ถึง 5.2.7 เพื่อหาค่า Δf

5.2.12 ตรวจสอบเงื่อนไขการลู่เข้าตามขั้นตอนที่ 5.2.8 จนกว่าจะได้ความแม่นยำของผลลัพธ์ที่เพียงพอ

เกณฑ์การวิบัติของวัสดุทั่วไป

ในกระบวนการหาค่าทอพอโลยีเหมาะสมที่สุดนั้นเกณฑ์การวิบัติของวัสดุ (Failure criteria) เป็นบรรทัดฐานที่ช่วยตัดสินว่าวัสดุมีประสิทธิภาพได้ตามที่ได้มีความคาดหวังไว้หรือไม่ ซึ่งเกณฑ์การวิบัติของวัสดุนั้นอาจไม่เกี่ยวกับความสามารถในการรับน้ำหนักบรรทุกของโครงสร้าง และ ในทางกลศาสตร์ของวัสดุแล้วเกณฑ์ดังกล่าวจะเกี่ยวข้องกับ ความเครียด หน่วยแรงของวัสดุ และ เสถียรภาพทางโครงสร้าง เกณฑ์การวิบัติของวัสดุนั้น เรียกได้อีกอย่างหนึ่งคือ ทฤษฎีการวิบัติ (Failure theory)

1. ลักษณะทั่วไปของเกณฑ์การวิบัติ

ในการศึกษาเพื่อให้ผลการวิเคราะห์ที่คาดหวังผู้ศึกษาต้องเข้าใจลักษณะการวิบัติวัสดุว่าเป็นการวิบัติในรูปแบบใดระหว่าง การวิบัติแบบเหนียว (Ductile) และ การวิบัติแบบเปราะ (Brittle) อย่างไรก็ตามในสภาพความเป็นจริง เป็นการยากที่จะระบุอย่างชัดเจนว่าวัสดุหนึ่งควรจะใช้เกณฑ์การวิบัติของวัสดุรูปแบบใด เนื่องจากวัสดุสามารถเปลี่ยนแปลงรูปแบบการวิบัติได้ ซึ่งขึ้นอยู่กับตัวแปรแวดล้อมอื่น ๆ ที่นอกเหนือการควบคุม เช่น โลหะสามารถเปลี่ยนรูปแบบการวิบัติจากแบบเหนียว เป็นแบบเปราะได้ เมื่ออยู่ในสภาพที่มีอุณหภูมิต่ำ หรือ ในสภาวะที่อัตราความเครียดสูง ดังนั้นสำหรับเกณฑ์การวิบัติอาจสรุปลักษณะทั่วไปได้ดังนี้

- 1.1 เกณฑ์การวิบัติเป็นกฎที่ไม่สามารถพิสูจน์ได้
- 1.2 เกณฑ์การวิบัติเป็นกฎที่เกิดจากปรากฏการณ์ธรรมชาติ (Phenomenological rules)
- 1.3 ไม่มีเกณฑ์การวิบัติใด ๆ เพียงเกณฑ์เดียวที่เหมาะสมสำหรับวัสดุทุกชนิด

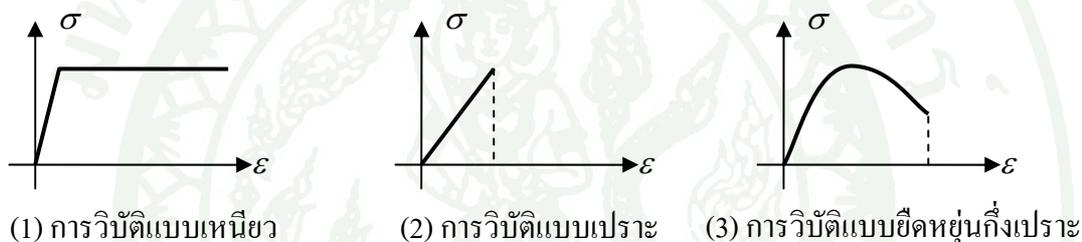
2. พฤติกรรมการวิบัติของวัสดุ

การอธิบายถึงรูปแบบการวิบัติ ของวัสดุที่ได้รับแรงกระทำได้โดยใช้ความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดและหน่วยแรง โดยสามารถแบ่งออกเป็น 3 รูปแบบด้วยกันคือ

2.1 การวิบัติแบบเหนียว หรือ การคราก (Ductile or Yield failure) คือการวิบัติที่มีรูปแบบของการเปลี่ยนแรงกระทำเพียงเล็กน้อยส่งผลต่อการเปลี่ยนรูปของวัสดุเป็นอย่างมาก จนกระทั่งถึงได้ว่าวัสดุไม่สามารถรับแรงกระทำโดยยังคงความสามารถในการใช้งานไว้ได้

2.2 การวิบัติแบบเปราะ หรือ การวิบัติแบบหายนะ (Brittle or Catastrophe failure) เป็นการวิบัติที่ความสามารถในการรับแรงกระทำของวัสดุลดลงอย่างฉับพลันจนถือได้ว่า ณ จุดหนึ่งของพฤติกรรมความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรง และความเครียด นั้นจบลงแบบขาดความต่อเนื่องในทันที

2.3 การวิบัติแบบยืดหยุ่นกึ่งเปราะ (Elastic - Quasi brittle failure) เป็นสภาพที่ความสามารถในการรับแรงของวัสดุค่อย ๆ ลดลงในลักษณะการอ่อนตัว (Softening) ซึ่งเป็นการค่อย ๆ ลดความสามารถในการรับแรงลงไปเรื่อย ๆ ซึ่งอาจจะสิ้นสุดโดยการวิบัติแบบหายนะหรือสิ้นสุดที่สภาพการครากขึ้นอยู่กับกลสมบัติของวัสดุ ซึ่งรูปแบบของการวิบัติทั้งสามรูปแบบสามารถเขียนอธิบายในรูปของแผนภูมิความสัมพันธ์ของ ความเครียด และความเค้นได้ตามภาพที่ 20



ภาพที่ 20 แผนภูมิความสัมพันธ์ของหน่วยแรง-ความเครียด และการวิบัติรูปแบบต่าง ๆ

ที่มา: Timoshenko and Goodier (1934)

3. การแบ่งประเภทเกณฑ์การวิบัติของวัสดุ

ในการศึกษาถึงเกณฑ์การวิบัติของวัสดุอาจแบ่งได้ 2 ประเภทคือ

3.1 เกณฑ์การวิบัติที่มีพื้นฐานมาจากการวิเคราะห์หน่วยแรง ในการศึกษานี้แบ่งรูปแบบการวิบัติได้ 2 รูปแบบคือ

3.1.1 การวิบัติแบบเหนียวได้แก่เกณฑ์หน่วยแรงเฉือนสูงสุด (Maximum shear stress criteria) และเกณฑ์หน่วยแรงของ Von Mises (Von Mises's stress criteria)

ได้มีการสร้างเกณฑ์การวิบัติของวัสดุเหนียวไว้ในหลายสถานะหน่วยแรง ทั้งการวิบัติในสถานะหน่วยแรงแบบแกนเดียว (Uni-axial) สถานะหน่วยแรงแบบสองแกน (Bi-axial) และ สถานะหน่วยแรงแบบสามแกน (Tri-axial) ซึ่งสามารถกล่าวโดยสรุปคือเกณฑ์การวิบัติ

เนื่องจากแรงเฉือน เหมาะกับวัสดุไอโซทรอปิก (Isotropic) ที่มีหน่วยแรงเฉือนมากกว่าค่าที่วัสดุจะสามารถรับได้ ซึ่งโดยทั่วไปสามารถวิเคราะห์ได้จากการทดสอบการดึง โดยใช้วงกลมของมอร์ช่วยในการทำนาย อย่างไรก็ตามได้มีการศึกษาเกี่ยวกับอิทธิพลของ สัดส่วนปัวซองที่มีผลต่อการเปลี่ยนรูปของวัสดุในแนวแกนตั้งฉากกับแรง ในบางกรณีปริมาณของพลังงานความเครียดต่อหนึ่งหน่วยปริมาตรของวัสดุ อาจใช้เป็นเกณฑ์ระบุการวิบัติของวัสดุภายใต้สถานะหน่วยแรงในสภาวะหนึ่งๆ ได้ สมมุติฐานที่เพิ่มขึ้นคือ พลังงานความเครียดที่เกิดในวัสดุประกอบด้วยสองส่วนด้วยกัน คือ พลังงานความเครียดที่เกิดขึ้นจากการเปลี่ยนปริมาตรของวัสดุ และ พลังงานความเครียดที่เกิดขึ้นจากการบิดรูป (Distortion) ขึ้นในสถานะของหน่วยแรงใด ๆ (Timoshenko and Goodier, 1934)

จากสมมุติฐานดังกล่าวทำให้สามารถอธิบายถึงความสามารถในการรับแรงกระทำของวัสดุไอโซทรอปิกที่เพิ่มขึ้นเป็นอย่างมากในสภาวะแรงดันชลสถิตย (Hydrostatic pressure) ได้ โดยใช้สมมุติฐานดังกล่าว คือ ในสภาวะแรงดันชลสถิตยผลรวมของหน่วยแรงที่กระทำต่อวัสดุมีค่าเป็นศูนย์ ดังนั้นค่าพลังงานความเครียดที่เกิดขึ้นจากการเปลี่ยนรูปของวัสดุจึงมีค่าเป็นศูนย์ ดังนั้นการวิบัติของวัสดุจึงจะเกิดขึ้นได้เมื่อ พลังงานความเครียดเนื่องจากการบิดรูปไม่เป็นศูนย์ เพื่อสร้างสมการคณิตศาสตร์อธิบายพฤติกรรมการวิบัติดังกล่าวโดยมีการตั้งกฎเกณฑ์พื้นฐานขึ้นมา 2 ประการ

ก. สถานะชลสถิตย (Hydrostatic state) หรือ สถานะที่วัสดุไม่มีการเปลี่ยนรูปร่าง เป็นสภาวะที่ หน่วยแรงหลักทั้งสามแกนมีค่าเท่ากับค่าคงที่

ข. สถานะเบี่ยงเบน (Deviator state) คือสถานะที่หน่วยแรงหลักมีเกิดขึ้นในเนื้อวัสดุมีการเปลี่ยนไปจากแกนชลสถิตย ในสถานะนี้วัสดุไม่มีการเปลี่ยนปริมาตร

จากเกณฑ์พื้นฐานข้างต้น ได้มีการพัฒนาหลักการพลังงานความเครียดของการบิดรูปเป็นค่าพลังงานที่มีความสัมพันธ์กับสถานะเบี่ยงเบน และ สถานะชลสถิตยขึ้นมา โดยในสถานะเบี่ยงเบน S_i นั้นมีนิยามค่าหน่วยแรงเบี่ยงเบนดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned} S_x &= \sigma_x - \sigma_a & S_{xy} &= \tau_{xy} \\ S_y &= \sigma_y - \sigma_a & S_{yz} &= \tau_{yz} \\ S_z &= \sigma_z - \sigma_a & S_{zx} &= \tau_{zx} \end{aligned} \quad (43)$$

โดย σ_a คือ ค่าเฉลี่ยของหน่วยแรงตั้งฉากที่เกิดขึ้นแกน Octahedral
 $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ คือ หน่วยแรงในระบบพิกัด x, y, z
 $\tau_{xy} \tau_{yx} \tau_{zx}$ คือ หน่วยแรงเฉือนในระบบพิกัด x, y, z

$$\sigma_a = \frac{1}{3}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (44)$$

จากการรวมเอาปัจจัยทั้งสองเข้าด้วยกันทำให้ค่าพลังงานความเครียดของการเบี่ยงเบน มีค่าดังสมการต่อไปนี้

$$U_{od} = \frac{1}{12G}((\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)) \quad (45)$$

ซึ่งสามารถเขียนได้อีกรูปหนึ่งคือ

$$U_{od} = \frac{3}{4G} \tau_{oct}^2 \quad \text{และ} \quad U_{od} = \frac{3}{6G} \sigma_e^2 \quad (46)$$

โดย σ_e คือ ค่าหน่วยแรงประสิทธิผล (Effective Stress) ซึ่งนิยามไว้ดังสมการที่ (47)

$$\sigma_e = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)} \quad (47)$$

สมการที่ (47) ถูกใช้รูปทั่วไปของเกณฑ์สำหรับการวิบัติของวัสดุประเภทไอโซทรอปิก เช่น ในสถานะหน่วยแรงแกนเดียว คือมีค่าเฉพาะ σ_x จะได้เป็น $\sigma_e = \sigma_x$ และ $\sigma_e = \sigma_0$ ในสถานะชลสถิตย์ โดยสมการของสถานะหน่วยแรงประสิทธิผลนั้นถูกใช้ในเกณฑ์การวิบัติของ Von Mises

เกณฑ์หน่วยแรงของ Von Mises นิยามว่าวัสดุจะเกิดการวิบัติเมื่อค่าพลังงานความเครียดที่เกิดขึ้นต่อหนึ่งหน่วยปริมาตรของวัสดุมีค่ามากกว่าค่าที่ยอมให้จากสมการที่ (47) ตามเกณฑ์สภาวะครากของ Von Mises การครากของวัสดุจะเกิดขึ้นเมื่อค่าพลังงานความเครียดเบี่ยงเบนมีค่ามากกว่าค่าพลังงานความเครียดในสภาวะครากของการดึงแกนเดียว (f_y)

3.1.2 การวิบัติแบบยืดหยุ่นถึงเปราะได้แก่เกณฑ์หน่วยแรงตั้งฉากสูงสุด (Maximum normal stress criteria) และ เกณฑ์ของมอร์ (Mohr's criteria)

การวิบัติของวัสดุจำพวกยึดหยุ่นกึ่งเปราะนั้น พบว่าการใช้เกณฑ์การวิบัติของวัสดุ แบบไอโซทรอปิกนั้นมักให้ผลที่ต่างกับผลการทดลองในหลาย ๆ กรณี ทั้งนี้เนื่องจากสถานะของโครงสร้างของวัสดุที่เป็นแอนไอโซทรอปิก (Anisotropic) กล่าวความสามารถในการรับแรงขึ้นอยู่กับทิศทางของแรงกระทำ ซึ่งเกิดขึ้นจากแรงพันธะของอะตอม ของวัสดุ โดยมีแรงพันธะอยู่สองชนิด คือ พันธะโควาเลนต์ (Covalent) ซึ่งเป็นแรงที่มีความแข็งแกร่งกว่าแรงของพันธะแวนเดอวาล์ว (Van de Waals) ซึ่งเป็นแรงที่อยู่ระหว่างระนาบของโครงสร้างผลึกของวัสดุ เช่น โครงสร้างของแกรไฟท์ หรือ เป็นได้ทั้งจากพฤติกรรมทางกลศาสตร์ขององค์ประกอบที่อยู่ในคอนกรีต ซึ่งประกอบทั้งส่วนที่เป็นช่องว่าง และ ส่วนสัมผัสระหว่างมวลรวม และ มอร์ตาร์ ในกรณีของวัสดุประเภทเหนียวกึ่งเปราะนี้สมมติฐานเกณฑ์วิบัติชนิดเหนียวอาจใช้เพื่อทำนายพฤติกรรมได้แม่นยำนัก เกณฑ์หน่วยแรงตั้งฉากสูงสุดมีชื่อที่รู้จักกันหลายชื่อ ได้แก่ เกณฑ์ของคูลอมบ์ (Coulomb's criterion) หรือ เกณฑ์ของแรงกิน (Rankine's criterion) มีสมมติฐานคือวัสดุใด ๆ จะเกิดการวิบัติก็ต่อเมื่อค่ามากที่สุดของหน่วยแรงเค้นหลักที่เกิดขึ้นมีค่าถึงค่าจำกัดค่าหนึ่ง

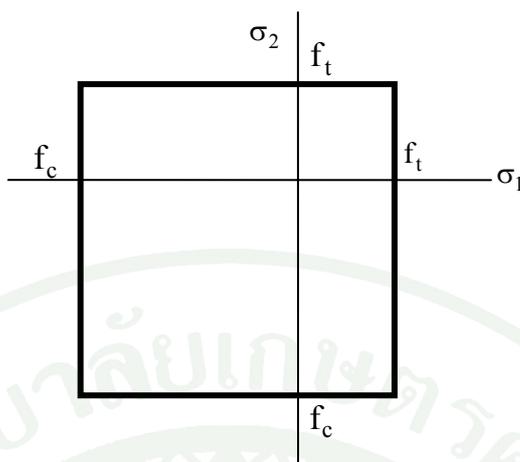
หน่วยแรงดึง

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_t} \geq 1 \quad (48)$$

หน่วยแรงอัด

$$\left| \frac{\sigma_2}{\sigma_c} \right| \geq 1 \quad (49)$$

โดย σ_1 และ σ_2 คือ หน่วยแรงหลักในระนาบสองมิติที่เกิดขึ้นในวัสดุ ซึ่งเกณฑ์การวิบัติโดยหน่วยแรงตั้งฉากสูงสุด แสดงไว้ตามภาพที่ 21

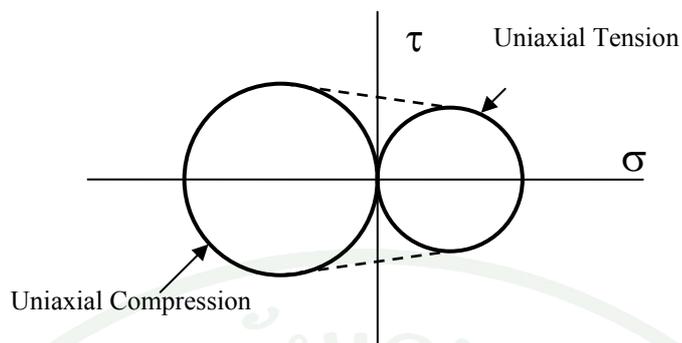


ภาพที่ 21 เกณฑ์การวิบัติจากหน่วยแรงตั้งฉากสูงสุด

ที่มา: Van Mier (1997)

ค่า f_t และ f_c ที่แสดงในภาพที่ 20 คือ หน่วยแรงดึงสูงสุดและหน่วยแรงอัดสูงสุด ที่ได้จากการทดสอบการดึงและการอัดในแกนเดียวถึงแม้เกณฑ์การวิบัติโดยหน่วยแรงตั้งฉากสูงสุดเป็นเกณฑ์ที่ไม่แม่นยำนักเช่นในกรณีที่หน่วยแรงหลักทั้งหมดที่กระทำเป็นแรงอัดวัสดุจะสามารถรับแรงอัดชลสถิตย์ โดยที่ไม่เกิดการร้าวหรือการวิบัติ ทั้งนี้เนื่องจากผลจากสัดส่วนของของวัสดุที่ทำให้ความเครียดที่เกิดขึ้นในแกนที่ตั้งฉากกันหักล้างกันทำให้วัสดุไม่สามารถไปถึงความเครียดที่ทำให้เกิดการวิบัติได้

เกณฑ์การวิบัติของมอร์ (Mohr failure criteria) หรือ เกณฑ์คูลอมบ์-มอร์ (Coulomb-Mohr criteria) มีการใช้ทฤษฎีวงกลมของมอร์เพื่อช่วยในการทำนายการวิบัติของวัสดุ ซึ่งเกณฑ์การวิบัติของมอร์ คือ วัสดุจะถึงการวิบัติเมื่อวงกลมมอร์ที่สร้างจากสถานะของหน่วยแรงที่เกิดขึ้นในวัสดุเกิดการล่่วงล้ำเส้นขอบการห่อ (Envelope) ที่สร้างจากสถานะของหน่วยแรงทั้งสอง รูปแบบคือการวิบัติเนื่องจากแรงอัดแกนเดียว และการวิบัติเนื่องจากแรงดึงแกนเดียว ดังที่แสดงในภาพที่ 22



ภาพที่ 22 เกลนซ์การวิบัติของมอร์

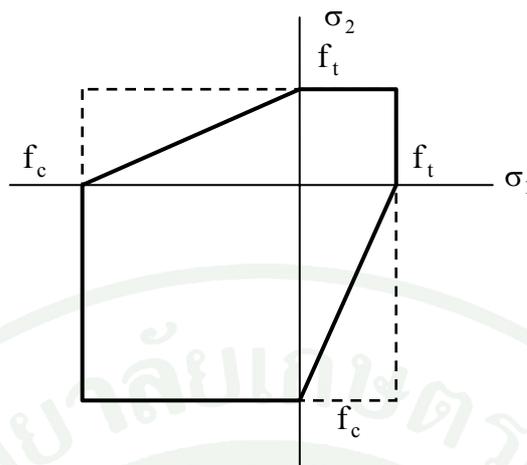
ที่มา: Van Mier (1997)

จากภาพที่ 22 เราสามารถทำนายว่าสถานะหน่วยแรงที่เกิดขึ้นกับวัสดุจะทำให้วัสดุเกิดการวิบัติหรือไม่โดยมีรูปแบบการพิจารณาซึ่งสามารถนำมาเขียนเป็นกรณีได้ดังตารางที่ 2

ตารางที่ 2 เกลนซ์การวิบัติของมอร์

| กรณี | หน่วยแรงแกนหลัก | วัสดุจะไม่วิบัติเมื่อ |
|------|---|--|
| 1 | แรงดึงทั้งสองแกน $\sigma_1 > 0$ และ $\sigma_2 > 0$ | $\sigma_1 < f_t$ และ $\sigma_2 < f_t$ |
| 2 | แรงอัดทั้งสองแกน $\sigma_1 < 0$ และ $\sigma_2 < 0$ | $\sigma_1 > -f_c$ และ $\sigma_2 > -f_c$ |
| 3 | 1 อยู่ในแกนดึง 2 อยู่ในแกนอัด $\sigma_1 > 0$ และ $\sigma_2 < 0$ | $\frac{\sigma_1}{f_t} + \frac{\sigma_2}{-f_c} < 1$ |
| 4 | 1 อยู่ในแกนอัด 2 อยู่ในแกนดึง $\sigma_1 < 0$ และ $\sigma_2 > 0$ | $\frac{\sigma_1}{-f_c} + \frac{\sigma_2}{f_t} < 1$ |

ซึ่งเมื่อนำมาแสดงบนระบบแกนหน่วยแรงหลักจะได้ตามภาพที่ 23



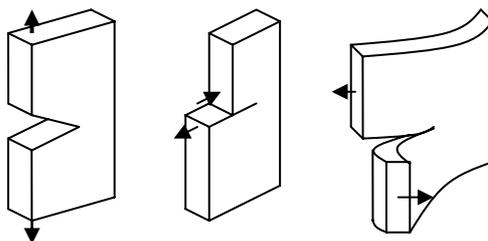
ภาพที่ 23 เหน้การวิบัติของมอร์เมื่อแสดงในแกนหน่วยแรงหลัก

ที่มา: Van Mier (1997)

3.2 เหน้การวิบัติที่ไม่ได้มีพื้นฐานมาจากการวิเคราะห์หน่วยแรง เช่น การสั่นสะเทือน (Vibration) การคืบ (Creep) ความล้า (Fatigue) ของวัสดุ

เหน้การวิบัติของคอนกรีต

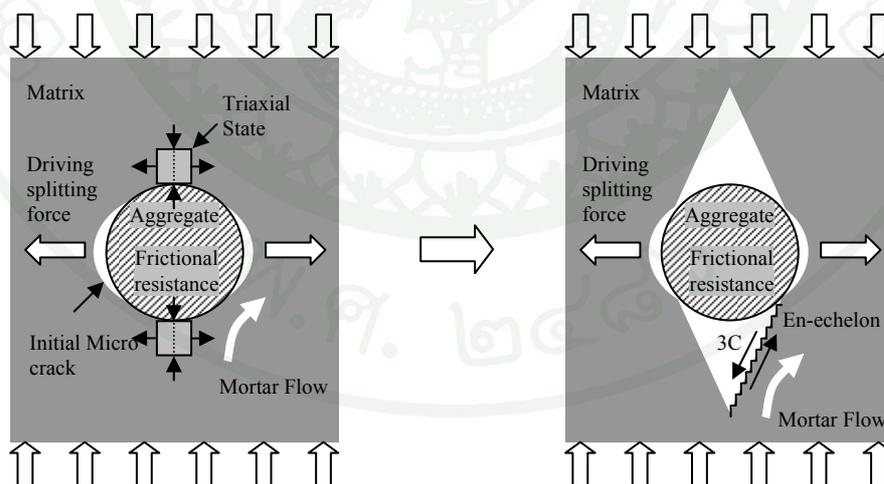
คอนกรีตเป็นวัสดุที่มีส่วนประกอบหลายส่วนดังที่ได้กล่าวมาในข้างต้น การวิบัติของคอนกรีตในกรณีที่ไม่ได้เกิดจากหน่วยแรงนอก โครงสร้างจะเกิดขึ้นจากโครงสร้างในระดับไมโครเมตรทั้งนี้เนื่องจากหลายปัจจัยประกอบกัน เช่น การหดตัวที่แตกต่างกันของวัสดุที่เป็นองค์ประกอบที่อยู่ภายใน ความแตกต่างของอุณหภูมิภายในและภายนอกซึ่งเกิดขึ้นระหว่างปฏิกิริยาไฮเดรชันในกระบวนการแข็งตัวของคอนกรีต ทำให้มีหน่วยแรงดึงเข้มข้นเกิดขึ้นในส่วนประสานระหว่างมวลรวมและเมตริกซ์ ซึ่งทำให้โครงสร้างของคอนกรีตมีรอยแตกร้าวที่มีขนาดเล็กกระจายอยู่โดยทั่วไป โดยเฉพาะบริเวณรอยต่อของมวลรวมและเฟลซ รอยแตกร้าวเหล่านี้พร้อมที่จะแพร่กระจาย (Propagation) จนกระทั่งคอนกรีตเกิดการวิบัติ ซึ่งรูปแบบการวิบัติที่เป็นไปได้มี 3 รูปแบบด้วยกัน กล่าวคือ 1) การวิบัติเนื่องจากช่องเปิดจากแรงดึง 2) การวิบัติแบบเลื่อนในระนาบ และ 3) การวิบัติจากการเลื่อนออกนอกระนาบ ดังแสดงไว้ในภาพที่ 24 ตามลำดับ



ภาพที่ 24 รูปแบบการวิบัติของคอนกรีต

ที่มา: Van Mier (1997)

ขั้นตอนการวิบัติของคอนกรีตปกติสามารถอธิบายด้วยสมมุติฐานในระดับไมโครกล่าวคือ ในสภาพวิวิธพันธ์ (Heterogeneous) หรือ สภาพวัสดุเนื้อผสมในโครงสร้างคอนกรีตนั้นมวลรวมมีความแข็งแรงมากกว่า เมตริกซ์ของเนื้อคอนกรีต เมื่อเกิดแรงกระทำเมตริกซ์จะเกิดการไหลผ่านส่วนของมวลรวมไป ทำให้เมตริกซ์เกิดการแยกตัวออกจากกันในสภาพการการผ่า (Split) ในสภาพที่แยกออกเป็นรูปทรงกรวยที่มีผิวภายในคล้ายกับชั้นบันไดสภาพการแตกเช่นนี้เรียกว่า en-echelon ซึ่งเป็นที่ยอมรับกันว่าการวิบัติของคอนกรีตด้วยแรงเฉือนภายใต้สภาวะการการกักกันแบบสามแกน (Triaxial confinement) นั้นมีเงื่อนไขเริ่มต้นมาจากการขยายตัวของรอยแตกที่เกิดจากแรงดึง ซึ่งมีทิศทางขนานกับหน่วยแรงอัด



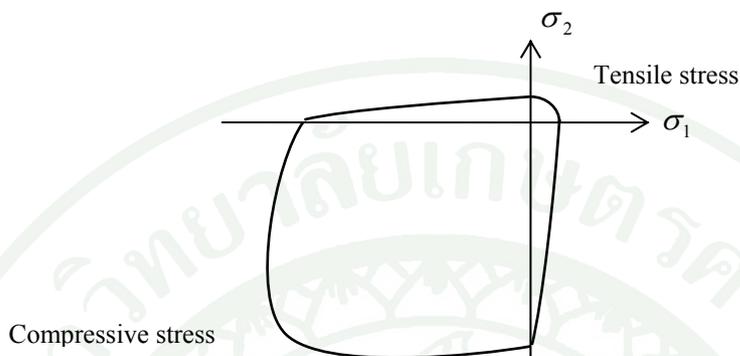
1) สถานะเริ่มต้น

2) สถานะกระจายตัว

ภาพที่ 25 สนามของหน่วยแรงที่กระทำบนอนุภาคในเมตริกซ์ของคอนกรีต

ที่มา: Van Mier (1997)

ลักษณะโดยทั่วไปของพฤติกรรมของคอนกรีตภายใต้แรงสองแกน ของคอนกรีตที่ได้จากการทดลองมีลักษณะดังแสดงในภาพที่ 26 ซึ่งเห็นได้ว่าเกณฑ์ของ Von Mises มีรูปร่างที่ไม่สอดคล้องกัน ซึ่งจะได้มีการอธิบายถึงสาเหตุในหัวข้อที่ 6.5 และ ภาพที่ 29



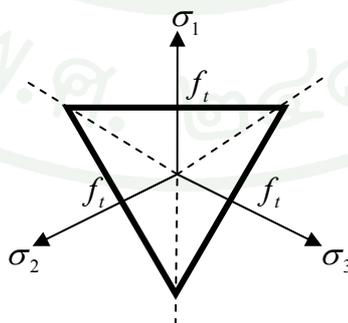
ภาพที่ 26 การวิบัติของคอนกรีตภายใต้แรงกระทำสองแกน

ที่มา: Chen (1982)

1. เกณฑ์การวิบัติของคอนกรีตโดยหน่วยแรงดึงสูงสุด (Maximum Tensile Strength Criteria) เป็นเกณฑ์ที่ถูกพัฒนาขึ้น โดยแรงกิน (Rankine) โดยมีสมมติฐานว่า วัสดุจะเกิดการวิบัติแบบเปราะเมื่อ หน่วยแรงดึงเกินกว่าหน่วยแรงดึงที่ยอมให้ โดยแสดงไว้ในสมการที่ (49)

$$\sigma_1 = f_t \quad \sigma_2 = f_t \quad \sigma_3 = f_t \quad (49)$$

ซึ่งแสดงไว้อีกครั้งในแกนเบี่ยงเบนตามภาพที่ 26



ภาพที่ 27 เกณฑ์การวิบัติจากแรงดึงของแรงกินบนแกนเบี่ยงเบน

ที่มา: Chen (1982)

เกณฑ์การวิบัติของแรงกั้นนั้นถูกนำไปประยุกต์ใช้ในการสร้างแบบจำลองคอนกรีตระดับโครงสร้างซึ่งทำให้สามารถแสดงพฤติกรรมลักษณะวิวิธพันธ์ได้ นอกจากนี้อาจใช้ในการอธิบายแบบจำลองพฤติกรรมการอัดแบบแกนเดียวในกรณีที่มีการปรับปรุงสภาพบังคับที่ฐานรองรับของแบบจำลองแล้วได้แม่นยำในระดับหนึ่ง อย่างไรก็ตามเกณฑ์การวิบัติของแรงกั้นมีข้อจำกัดในการใช้งานในสมมุติฐานทั่วไปหลายประการด้วยกัน

เกณฑ์การวิบัติของคอนกรีตภายใต้แรงกระทำสองแกนเนื่องด้วยเกณฑ์วิบัติของ Von Mises เป็นเกณฑ์ที่ใช้ค่า J_2 ของหน่วยแรงเบี่ยงเบนเพียงค่าเดียว ซึ่งจากกลไกการวิบัติของคอนกรีตจะเห็นว่าพฤติกรรมการวิบัติของคอนกรีตนั้นมีปัจจัยของ I_1 และ J_2 มาเกี่ยวข้อง ดังนั้นเกณฑ์ที่ควรนำมาประยุกต์ใช้งานจึงต้องมีปัจจัยดังกล่าวมาในแบบจำลองด้วย ซึ่งเกณฑ์การวิบัติที่มีการรวมเอาปัจจัยของ I_1 และ J_2 มาเกี่ยวข้องคือ เกณฑ์ของ มอร์-คูลอมบ์ และ เกณฑ์ของ ดรักเคอร์-พราเกอร์ (Drucker-Prager)

2. เกณฑ์การวิบัติของมอร์-คูลอมบ์เป็นเกณฑ์ที่มีความสัมพันธ์กับแรงเฉือนกล่าวคือ มีสมมุติฐานว่าวัสดุจะเกิดการวิบัติเมื่อหน่วยแรงเฉือนเกินกว่าหน่วยแรงเฉือนที่ยอมให้ หน่วยแรงเฉือนสูงสุดที่เกิดขึ้นนั้นสัมพันธ์กับแรงกระทำและ มุมเสียดทานภายใน ซึ่งสามารถเขียนได้ตามสมการที่ (50)

$$|\tau| = c - \sigma \tan \phi \quad (50)$$

โดยที่

c คือ ค่าความเชื่อมแน่น (Cohesion)
 ϕ คือ มุมเสียดทานภายในของวัสดุ

ซึ่งเมื่อเขียนเกณฑ์ของ มอร์-คูลอมบ์ ในรูปของหน่วยแรงหลักแล้ว ได้ตามสมการที่

(51)

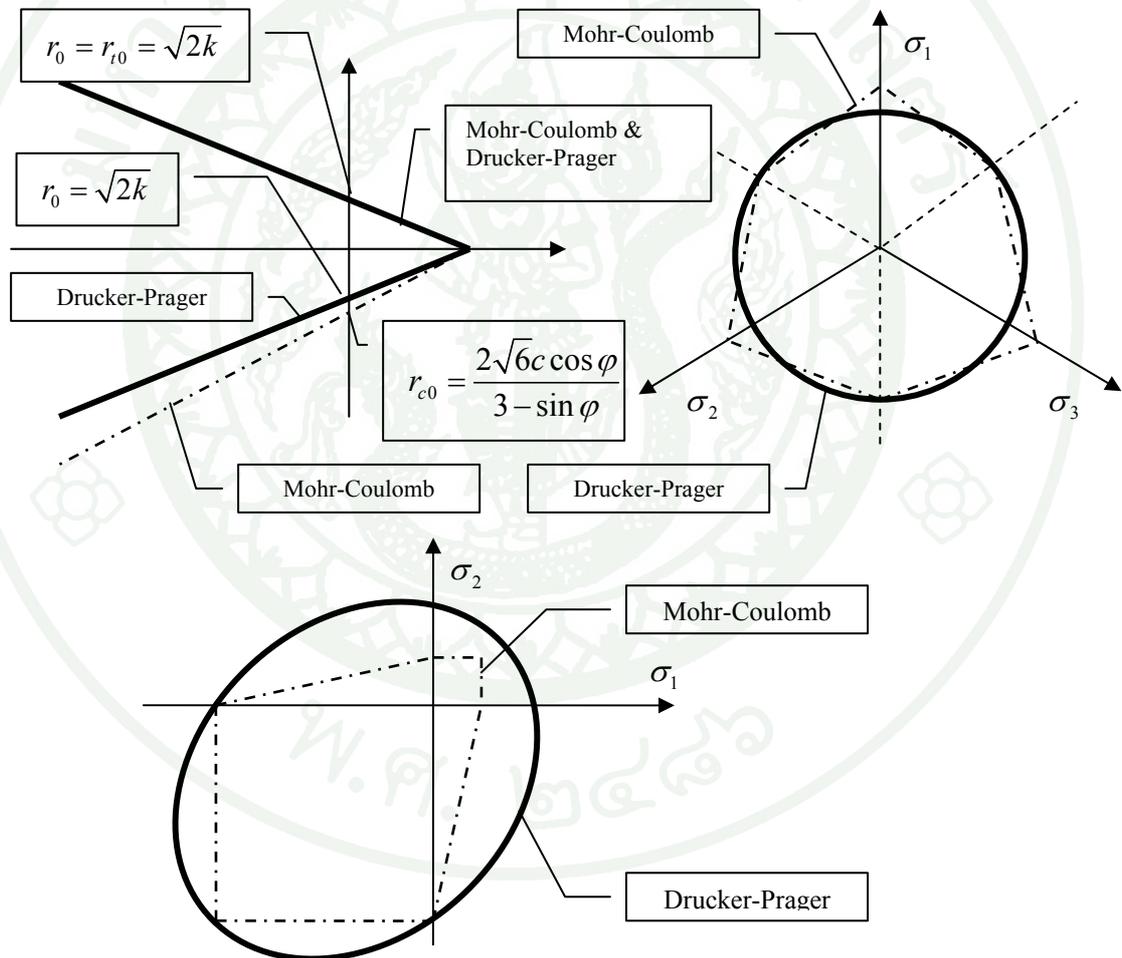
$$\sigma_1 \frac{1 + \sin \phi}{2c \cos \phi} - \sigma_3 \frac{1 - \sin \phi}{2c \cos \phi} = 1 \quad (51)$$

โดยที่ $\sigma_1 < \sigma_2 < \sigma_3$ และ แรงดึงมีค่าเป็นบวก

3. สำหรับเกณฑ์ของดริคเคอร์-เพเจอร์ เป็นเกณฑ์ที่สามารถมองได้ว่าเป็นรูปแบบหนึ่งของเกณฑ์มอร์-คูลอมบ์ ที่ถูกประมาณให้มีความเรียบ โดยแสดงในรูปของ I_1 และ J_2 ตามสมการที่ (52)

$$f(I_1, J_2) = \alpha I_1 + \sqrt{J_2} - k = 0 \quad (52)$$

ซึ่งเมื่อนำเอาเกณฑ์ของ มอร์-คูลอมบ์ และ ดริคเคอร์เพเจอร์ มาเขียนร่วมกันอยู่ในแกนเบี่ยงเบนจะได้ตามภาพที่ 28

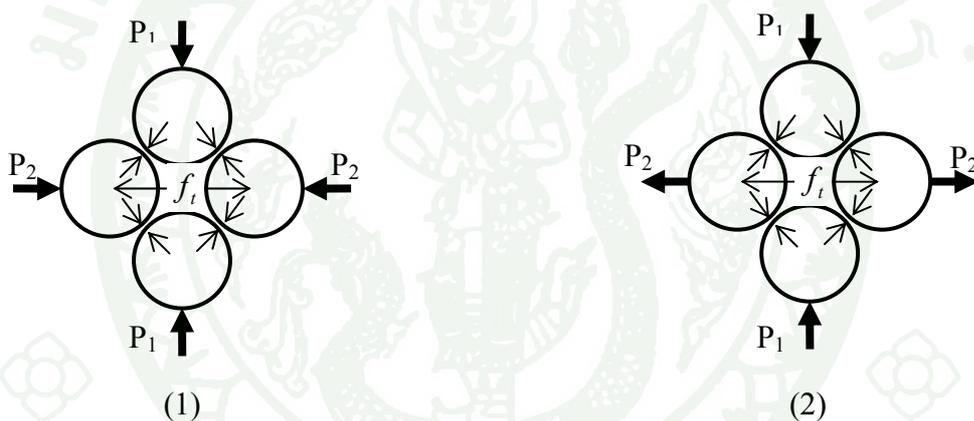


ภาพที่ 28 แสดงเกณฑ์ของ มอร์-คูลอมบ์ และ ดริคเคอร์เพเจอร์ ในแกนเบี่ยงเบน

ที่มา: Chen (1982)

ค่า α และ ค่า k เป็นค่าคงที่ ซึ่งในกรณีที่ $\alpha = 0$ สมการที่ (52) จะเปลี่ยนเป็นรูปของ เกณฑ์ของ Von Mises กรณีพิเศษอีกหนึ่งกรณีคือทรงกระบอกของเกณฑ์ของดริคเคอร์เพเจอร์จะห่อหุ้มเกณฑ์ของ มอร์-คูลอมป์ เมื่อ $\alpha = \frac{2 \sin \varphi}{\sqrt{3}(3 - \sin \varphi)}$ และ $k = \frac{6c \cos \varphi}{\sqrt{3}(3 - \sin \varphi)}$

ผลการทดลองในห้องปฏิบัติการมักแสดงให้เห็นถึงความไม่สอดคล้องกันระหว่างเกณฑ์การวิบัติของ Von Mises และถึงแม้ว่าเกณฑ์ของ มอร์-คูลอมป์ และ ดริคเคอร์เพเจอร์จะให้ผลการวิเคราะห์ที่สอดคล้องกว่า แต่เนื่องจากเกณฑ์ทั้งสองไม่มีการคำนึงถึงสถานะหน่วยแรงหลักในระดับปานกลาง กล่าวคือกำลังของคอนกรีตจะลดลงอย่างมีนัยสำคัญเมื่อคอนกรีตอยู่ในสนามของหน่วยแรงที่แรงกระทำด้านข้างเป็นแรงดึง ซึ่งสามารถอธิบายได้ด้วยกลไกการวิบัติในระดับไมโครตามภาพที่ 28



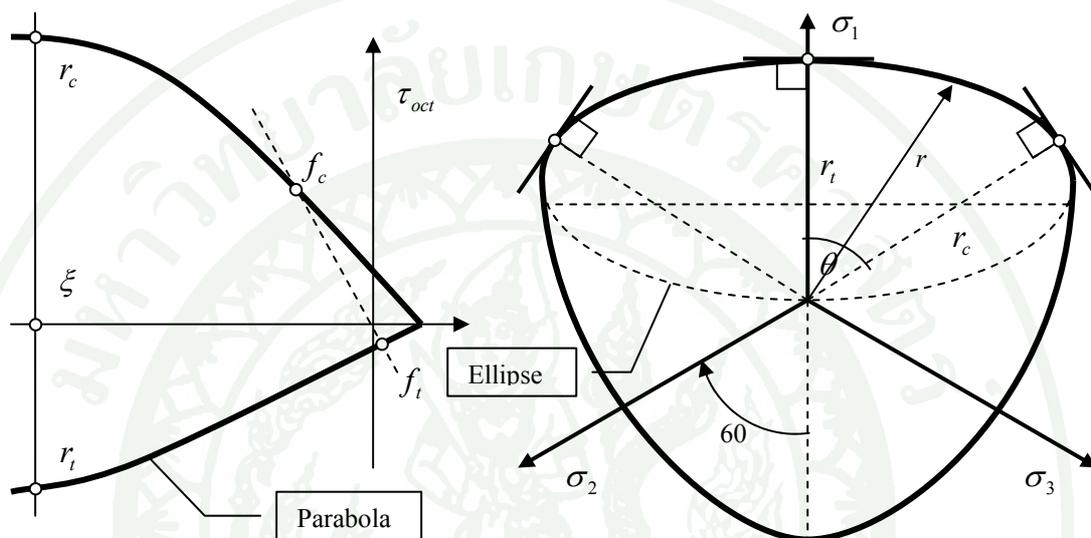
ภาพที่ 29 กลไกการวิบัติของคอนกรีตในระดับไมโคร

ที่มา: Van Mier (1997)

ตามภาพที่ 28 (1) จะเห็นว่า แรงดึงที่เกิดขึ้นในอนุภาคของวัสดุคอนกรีตถูกหักล้างโดยแรง P_2 ในขณะที่ ในภาพที่ 28 (2) แสดงให้เห็นถึงผลกระทบของแรง P_2 ซึ่งได้เปลี่ยนสถานะจากแรงอัดเป็นแรงดึงซึ่งมีผลให้ความสามารถในการรับแรงอัดตามแกนหลัก P_1 มีค่าลดลง ซึ่งโดยธรรมชาติของคอนกรีตแล้ว $f_t < 0.1f_c$ ซึ่งปัจจัยดังกล่าวมีความสำคัญต่อความแม่นยำของการสร้างเกณฑ์การวิบัติในวัสดุคอนกรีต

4. เกณฑ์การวิบัติของ Willam and Warnke เป็นแบบจำลองแบบจำลองห้าตัวแปร (Willam and Warnke five-parameter model) (Willam and Warnke, 1975) ที่มีความสอดคล้องกับผลการทดสอบมากขึ้นซึ่งเป็นแบบจำลองที่ใช้อธิบายรูปร่างของพื้นผิวจำกัดในรูปของ วงรี และ

โค้งพาราโบลา ในแกนเบี่ยงเบน ซึ่งแกนนี้ใช้ค่า I_1, J_2 และ J_3 ซึ่งรูปร่างของแกนนี้มีลักษณะเป็นโค้งนูน (Convex) ที่มีความต่อเนื่อง ทำให้มีความเหมาะสมในการใช้ในระเบียบวิธีเชิงตัวเลข ในการสร้างเกณฑ์ของดังกกล่าว แสดงลักษณะบังคับทางเรขาคณิตในภาพที่ 30 ในเกณฑ์นี้เส้นเมอริเดียนสูงสุดของแรงดึง ($\theta = 0$) และ แรงอัด ($\theta = \frac{\pi}{3}$) มีค่าดังสมการที่ (53)



ภาพที่ 30 ขั้นตอนการสร้างพื้นผิวการวิบัติของ Willam and Warnke

ที่มา: Chen (1982)

$$(\theta = 0) \quad r_t = a_0 + a_1 \left(\frac{\sigma_{\text{oct}}}{|f_c|} \right) + a_2 \left(\frac{\sigma_{\text{oct}}}{|f_c|} \right)^2 \quad (53)$$

$$(\theta = \frac{\pi}{3}) \quad r_c = b_0 + b_1 \left(\frac{\sigma_{\text{oct}}}{|f_c|} \right) + b_2 \left(\frac{\sigma_{\text{oct}}}{|f_c|} \right)^2 \quad (54)$$

โดยเซตของจุดต่าง ๆ บนแกนเบี่ยงเบนสามารถหาได้จากสมการที่ (55)

$$r(\theta) = \frac{2r_c(r_c^2 - r_t^2) \cos \theta + r_c(2r_t - r_c) \sqrt{4(r_c^2 - r_t^2) \cos^2 \theta + 5r_t^2 - 4r_t r_c}}{4(r_c^2 - r_t^2) \cos^2 \theta + (r_c - 2r_t)^2} \quad (55)$$

โดย

$$\cos \theta = \frac{2\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3}{\sqrt{2((\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2)}} \quad (56)$$

โดยที่ค่าตัวแปร a_0 , a_1 , a_2 และ b_0 , b_1 , b_2 สามารถหาค่าได้จากการผลทดลองพื้นฐาน 5 การทดลองด้วยกัน คือ

- 4.1 การทดสอบการอัดแกนเดียว (Uni-axial Compression test, f_c)
- 4.2 การทดสอบการดึงแกนเดียว (Uni-axial Tension Test, f_t)
- 4.3 การทดสอบการอัดแบบสองแกนด้วยแรงอัดที่เท่ากัน (Equi-Biaxial Compression Test, f_{2c})
- 4.4 ผลการทดลองจากการทดสอบการกดอัดแบบสามแกนในเกณฑ์แรงอัดกำลังสูง 2 การทดลองคือ

4.4.1 ผลการทดสอบแบบสามแกนต้องอยู่ที่เมอริเดียนสูงสุดของแรงดึง

4.4.2 ผลการทดสอบบนเมอริเดียนสูงสุดของแรงอัด

โดยที่ข้อมูลที่อยู่บนเมอริเดียนสูงสุดของแรงอัดจะเป็นตัวกำหนดความแม่นยำของแบบจำลอง ซึ่งแบบจำลองนี้ไม่สามารถประมาณค่าออกช่วงไปยังชุดข้อมูลที่เกินไปกว่าขอบเขตนี้ได้ ในการสร้างเกณฑ์ของ Willam and Warnke นั้น จะเป็นการสร้างโดยใช้ชุดของสมการดังต่อไปนี้

$$a_0 = \frac{2}{3}a_u a_1 - \frac{4}{9}a_u^2 a_1 + \sqrt{\frac{2}{15}}a_u \quad (57)$$

$$a_1 = \frac{1}{3}(2a_u - a_z)a_2 - \sqrt{\frac{6}{5}}\left(\frac{a_z - a_u}{2a_u + a_z}\right) \quad (58)$$

$$a_2 = \frac{\sqrt{\frac{6}{5}}\xi(a_z - a_u) - \sqrt{\frac{6}{5}}a_z a_u + \rho_1(2a_u + a_z)}{(2a_u + a_z)\left(\xi^2 - \frac{2}{3}a_u \xi - \frac{2}{9}a_z a_u\right)} \quad (59)$$

$$b_0 = -b_1 \xi_0 - b_2 \xi_0^2 \quad (60)$$

$$b_1 = \left(\xi + \frac{1}{3} \right) b_2 + \frac{\sqrt{\frac{6}{5}} - 3\rho_2}{3\xi - 1} \quad (61)$$

$$b_2 = \frac{\rho_2 \left(\xi_0 + \frac{1}{3} \right) - \sqrt{\frac{2}{15}} (\xi_0 + \xi)}{(\xi_0 + \xi) \left(\xi - \frac{1}{3} \right) \left(\xi_0 - \frac{1}{3} \right)} \quad (62)$$

โดยที่ $\xi_0 = \frac{-a_1 - \sqrt{a_1^2 - 4a_0a_2}}{2a_2}$ $a_z = \frac{f_t}{|f_c|}$ $a_u = \frac{|f_{2c}|}{|f_c|}$ $\xi = \frac{-\sigma_{oct}}{|f_c|}$

และ $\rho_1 = \frac{3}{5} \frac{|\tau_{oct}|}{|f_c|}$ ในกรณีที่ $(\theta = 0)$

$\rho_2 = \frac{3}{5} \frac{|\tau_{oct}|}{|f_c|}$ ในกรณีที่ $(\theta = \frac{\pi}{3})$

เกณฑ์การวิบัติของ Willam and Warnke เป็นพื้นฐานของการศึกษาเกี่ยวกับกลไกการวิบัติของโครงสร้างคอนกรีต และ แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์

5. ข้อสังเกตของเกณฑ์การวิบัติ

จากการตรวจสอบเอกสารสรุปได้ว่าเกณฑ์การวิบัติของ Von Mises มีความไม่สอดคล้องกับพฤติกรรมการวิบัติของคอนกรีต ที่ผ่านมากระบวนการวิเคราะห์ทอพอโลยีที่เหมาะสมที่สุดใช้หน่วยแรง Von Mises เป็นเกณฑ์ในการกำจัด ซึ่งเกณฑ์ดังกล่าวอาจเหมาะสมกับวัสดุเหนียว ซึ่งกลไกการวิบัติเกิดจากหน่วยแรงเฉือน แต่คอนกรีตกลไกการวิบัติมีแนวโน้มที่จะเกิดจากแรงดึง ดังนั้นในการศึกษานี้ผู้วิจัยจึงเลือกใช้เกณฑ์ที่เหมาะสมกับวัสดุเปราะคือเกณฑ์หน่วยแรงดึงจากสูงสุดด้วยเหตุผลดังต่อไปนี้

5.1 แม้ว่าเกณฑ์ของ Willam and Warnke เป็นเกณฑ์ที่รวมผลการทดสอบสมบัติของคอนกรีตมาใช้ในการหาตัวแปรระบุค่า ทำให้แบบจำลองมีความแม่นยำสูง แต่ในการศึกษานี้เน้นที่การพัฒนากระบวนการหาทอพอโลยีที่เหมาะสมที่สุด เกณฑ์การวิบัติเป็นเพียงปัจจัยประกอบเท่านั้น ซึ่งผู้ที่สนใจสามารถพัฒนาต่อโดยสามารถพิจารณาเกณฑ์อื่น ๆ ในการศึกษาเชิงเปรียบเทียบในลำดับต่อไป

5.2 แบบจำลองการเสริมเหล็กที่ใช้ในการศึกษานี้ยังมีข้อจำกัดการใช้งานหลายประการเช่นยังไม่มีกรรวมพฤติกรรมไร้เชิงเส้นของวัสดุ และ พฤติกรรมการยึดเหนี่ยวเข้าไปในแบบจำลองดังนั้นการใช้เกณฑ์วิบัติที่มีความละเอียดกับแบบจำลองที่ไม่ละเอียดอาจทำให้ผลที่ได้มีความละเอียดลดลง

5.3 กระบวนการหาค่าทอพอโลยีเหมาะสมที่สุดของโครงสร้างใช้เวลาในการวิเคราะห์นานเนื่องจากมีรอบของการทำซ้ำเปรียบเทียบหน่วยแรงที่เกี่ยวข้องกับเกณฑ์การวิบัติเป็นจำนวนมาก ด้วยข้อจำกัดการคำนวณ เกณฑ์วิบัติที่ใช้ควรเป็นเกณฑ์ที่เรียบง่ายที่สุดเท่าที่เป็นไปได้

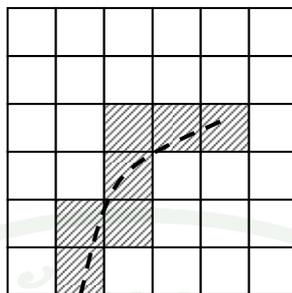
แบบจำลองของคอนกรีตที่เกิดการแตกร้าว

ในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของคอนกรีตภายใต้สภาวะที่เกิดรอยร้าว นั้น มีวัตถุประสงค์เพื่อจำลองพฤติกรรมของวัสดุคอนกรีตภายหลังการวิบัติ เพื่อให้พฤติกรรมการรับแรงของแบบจำลองสอดคล้องกับผลการทดลองมากที่สุด ซึ่งในปัจจุบันมี 3 แนวทางด้วยกัน คือ

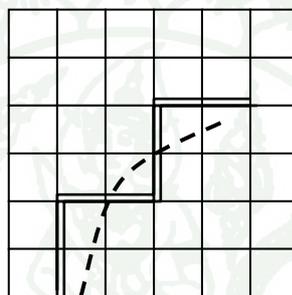
1. แบบจำลองการร้าวแบบเกลี่ย (Smearred cracking) เป็นการเกลี่ยการร้าว ให้มีการกระจายตัวไปตลอดทั้งชิ้นส่วน โดยทำให้เกิดการลดค่ามอดุลัสยืดหยุ่นของคอนกรีตในทิศทางที่เกิดรอยร้าว He, et al. (2006) ได้พัฒนาแบบจำลองการร้าวแบบเกลี่ยโดยนำแนวคิดของวัสดุที่มีพฤติกรรมแบบ Orthotropic มาพัฒนาประกอบเพื่อเพิ่มความแม่นยำในการวิเคราะห์แบบจำลองมากยิ่งขึ้น

2. แบบจำลองการร้าวแบบวิจุดละเส้น โครงตาข่าย (Discrete crack along mesh line) มีหลักการคือทำให้เกิดการขาดช่วงของรอยร้าวของคอนกรีต โดยถือว่าเป็นชิ้นส่วนแบบช่องว่าง (Gap element) ซึ่งเกิดสภาวะการขาดช่วงของหน่วยแรง รูปร่างของรอยแตกที่เกิดขึ้นจากแบบจำลองนี้จะมีลักษณะเป็นรอยแตกแบบประมาณ

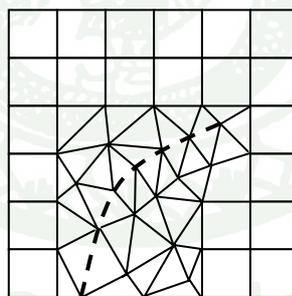
3. การสร้างโครงตาข่ายใหม่ (Re-meshing) เป็นการแกะรอยรอยแตกที่เกิดขึ้นในแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ โดยเน้นที่ความแม่นยำของตำแหน่งรอยแตก หลังจากที่มีการระบุรูปแบบของรอยแตกได้แล้ว จะต้องทำการสร้างโครงตาข่ายใหม่ เพื่อรองรับรอยแตกที่เกิดขึ้น ซึ่งแนวทางการสร้างโครงตาข่ายใหม่นี้มีข้อเสียคือ ต้องทำการสร้างโครงตาข่ายใหม่ซึ่งเป็นขั้นตอนที่ต้องใช้การคำนวณและอาจเกิดปัญหาความไม่เสถียรทางคณิตศาสตร์ได้



(1) แบบจำลองการร้าวแบบเกลี่ย



(2) แบบจำลองการร้าวแบบวิยุตและเส้นโครงตาข่าย



(3) การสร้างโครงตาข่ายใหม่

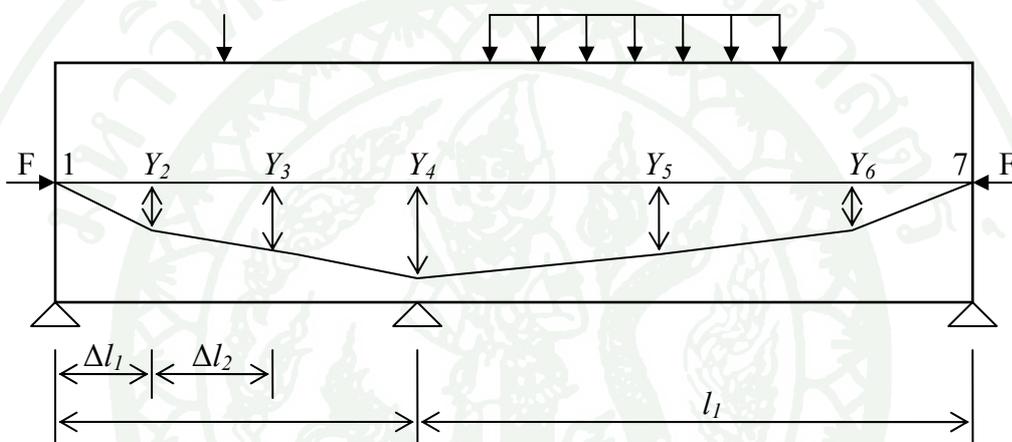
ภาพที่ 31 แบบจำลองชิ้นส่วนคอนกรีตที่มีการแตกร้าว

ที่มา: Van Mier (1997)

การวิเคราะห์ค่าเหมาะที่สุดสำหรับโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็ก

1. ระเบียบวิธีวิเคราะห์ค่าเหมาะที่สุดโดยวิธีคลาสสิก

Kirsch (1973) ได้รายงานการศึกษาค่าเหมาะที่สุดของโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็ก โดยระเบียบวิธีคลาสสิกเพื่อใช้ในการวิเคราะห์ตำแหน่งของเหล็กอัดแรงและแรงที่ใช้ในการออกแบบโครงสร้างคอนกรีตอัดแรงของระบบคานต่อเนื่อง เพื่อให้ได้รูปแบบของการจัดวางเหล็กอัดแรง และ การใช้แรงดึงเหล็กที่น้อยที่สุด ตามที่แสดงในภาพที่ 32



ภาพที่ 32 การหาค่าเหมาะที่สุดของตำแหน่งเหล็กเสริมคานคอนกรีตอัดแรง

ที่มา: Kirsch (1973)

จากการกำหนดตัวแปรต่างๆ เห็นได้ว่าผู้วิเคราะห์ปัญหาสามารถที่สร้างสมการความสัมพันธ์ของตัวแปรที่ต้องการ คือ แรงที่ใช้ในการดึงเหล็ก F และ ระยะเยื้องศูนย์กลางของเหล็กอัดแรง Y_i จากนั้นปัญหาจึงอยู่ในรูปของฟังก์ชันวัตถุประสงค์ (63)

$$\text{Min } F \quad (63)$$

โดยที่สมการเงื่อนไขบังคับ สามารถสร้างได้จากความต้องการ และ ข้อเท็จจริงในการออกแบบดังต่อไปนี้ คือ

1.1 หน่วยแรงมากที่สุดที่เกิดขึ้นในคอนกรีต $\sigma(F, Y_i)$ ต้องไม่มากกว่าหน่วยแรงที่ยอมรับได้ σ_{Upper} และ ต้องไม่น้อยกว่า σ_{Lower} ; $\sigma_{\text{Lower}} \leq \sigma(F, Y_i) \leq \sigma_{\text{Upper}}$

1.2 หน่วยแรงเฉือนที่เกิดขึ้นในเนื้อคอนกรีต $\tau(F, Y_i)$ จะต้องไม่มากกว่า τ_{Upper} และ ไม่น้อยกว่า τ_{Lower} ; $\tau_{Lower} \leq \tau(F, Y_i) \leq \tau_{Upper}$

1.3 การโก่งตัว $u(F, Y_i)$ ต้องอยู่ในช่วงที่สามารถยอมรับได้ $u_{Lower} \leq u(F, Y_i) \leq u_{Upper}$

1.4 อสมการเงื่อนไขบังคับระยะของเหล็กอัดแรง y_i ต้องอยู่ในช่วงที่กำหนด $Y_{Lower} \leq Y_i \leq Y_{Upper}$

1.5 ความโค้งของคาน ρ_j ต้องอยู่ในช่วงที่ยอมรับได้ $\frac{1}{\rho_{Upper}} \leq \frac{1}{\rho_j} \leq \frac{1}{\rho_{Lower}}$

ซึ่งจากระบบสมการวัตถุประสงค์ และ สมการเงื่อนไขบังคับทั้งหมด ให้ผลลัพธ์เป็นแรงที่ใช้ และ ค่าของ y_i อย่างไรก็ตามการตั้งปัญหาในแรกเริ่มนั้นไม่ได้มีการพิจารณาความซับซ้อนของการสูญเสียแรงอัดในเหล็กอัดแรง ต่อมา Hernández (1990) ทำการศึกษาโดยรวมพฤติกรรมดังกล่าวไว้ โดยกำหนด ให้แรง F สามารถมีการเปลี่ยนแปลงตามพฤติกรรมที่เกิดขึ้นจริงในเหล็กอัดแรงได้ ตามสมการที่ (64) และ (65)

$$F = F_0 e^{-\mu(x_i)} ; 0 \leq x_i \leq L_j \quad (64)$$

$$F = F_0 e^{-\mu(L-x_i)} ; L_j \leq x_i \leq L \quad (65)$$

โดย

| | | |
|-------|-----|---|
| F | คือ | แรงที่เกิดขึ้นในคาน ณ ตำแหน่ง x_i |
| F_0 | คือ | แรงอัดเริ่มต้น |
| L | คือ | ความยาวคาน |
| μ | คือ | ฟังก์ชันสัมประสิทธิ์การสูญเสียแรงอัดจากความโค้งของเหล็กอัดแรง |

ในการวิจัยในช่วงแรกนั้นมีการศึกษาเฉพาะการวิเคราะห์ตัวแปรออกแบบต่าง ๆ ที่สามารถอธิบายด้วยกฎทางฟิสิกส์ หรือ หลักการทางกลศาสตร์ แต่ยังไม่มีการรวมเอาปัจจัยทางสถิติมาใช้ในการออกแบบ ต่อมา Barakat *et al.* (2003) ได้มีการเสนอรายงานการศึกษาวิจัยเรื่อง การวิเคราะห์ค่าเหมาะที่สุดวัตถุประสงค์เดียวในเชิงความเชื่อมั่นสำหรับคานคอนกรีตอัดแรง (Single Objective Reliability-Based Optimization of Prestressed Concrete Beams, SORBO) ในการศึกษาที่มีการรวมถึงดัชนีความเชื่อมั่น (Reliability index, β) มารวมเป็นสมการเงื่อนไขบังคับ

ในการวิเคราะห์ค่าเหมาะที่สุด ดัชนี β มีความสัมพันธ์กับความน่าจะเป็นที่จะเกิดการวิบัติของโครงสร้างในอายุการใช้งานหนึ่งปี P_f ซึ่งเป็นไปตามสมการที่ (66)

$$\beta = \frac{1 - P_f}{\Phi} \quad (66)$$

โดย Φ คือ ผลรวมปกติทางสถิติมาตรฐาน (Standard normal cumulative probability, $0 \leq \Phi \leq 1$) นอกจากนี้ยังมีดัชนีชีวิตอีกตัวหนึ่งซึ่งมีผลต่อการออกแบบเชิงความเชื่อมั่น คือ ราคาของความปลอดภัยสัมพัทธ์ (Relative cost of safety, RCS) ซึ่งเป็นสัดส่วนของราคา ต่อ ความปลอดภัย ค่า RCS ที่สูงหมายถึงระดับความปลอดภัยที่ต่ำลง ค่า RCS เป็นดัชนีเชิงนัยไม่สามารถระบุออกมาอย่างแน่นอนได้ต้องเป็นการตัดสินใจของผู้ออกแบบเอง ผู้วิจัยได้แบ่ง RCS ออกเป็น 3 ระดับขึ้น คือ ระดับสูง ระดับปานกลาง และ ระดับต่ำ ซึ่งดัชนี β แสดงในตารางที่ 3

ตารางที่ 3 ดัชนี β สำหรับการใช้งานในสถานะประลัยช่วงระยะเวลาอ้างอิง 1 ปี

| ราคาของความปลอดภัย สัมพัทธ์, RCS | ดัชนี β และ ระดับความรุนแรงการวิบัติที่ตามมา | | |
|-------------------------------------|--|---------|-----|
| | เล็กน้อย | ปานกลาง | มาก |
| สูง | 3.1 | 3.3 | 3.7 |
| ปานกลาง | 3.7 | 4.2 | 4.4 |
| ต่ำ | 4.2 | 4.4 | 4.7 |

ที่มา: Joint Committee of Structural Safety (2001)

โดยสมการเงื่อนไขบังคับที่เพิ่มเข้ามานอกจากเงื่อนไขบังคับทางการออกแบบทั่วไปแล้ว ยังรวมถึงเงื่อนไขบังคับในสมการที่ (67)

$$\beta_i(X) \geq \beta_i^* \quad (67)$$

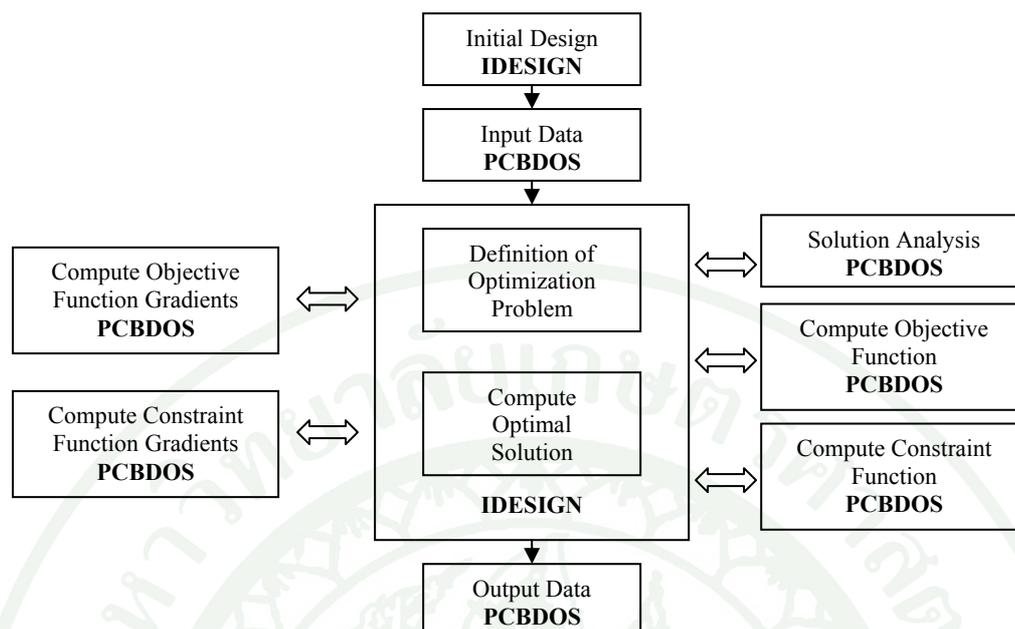
ค่า β_i^* คือดัชนีความเชื่อมั่นต่ำสุดในการออกแบบที่สามารถยอมรับได้ ซึ่งเรียกว่าดัชนีความเชื่อมั่นเป้าหมาย (Target reliability index) ซึ่งมีความแตกต่างกันออกไปตามแต่ชนิดของโครงสร้าง สภาพการใช้งาน ช่วงอายุอ้างอิง ซึ่งดัชนี β_i^* อาจไม่จะเป็นที่จะต้องมิต่างกัน ในโครงสร้างเดียวกัน ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับรูปแบบการวิบัติของโครงสร้าง หรือ วัสดุที่ใช้ในการผลิตโครงสร้างเป็นต้น

แนวทางการวิเคราะห์ค่าเหมาะที่สุดของโครงสร้างคอนกรีตโดยวิธีคลาสสิกนับว่าเป็นพื้นฐานสำคัญที่ใช้ในการพัฒนาสู่การวิเคราะห์รูปร่างเหมาะที่สุดและการหาค่าทอพอโลยีเหมาะที่สุดของโครงสร้าง อย่างไรก็ตามการวิเคราะห์ค่าเหมาะที่สุดของโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็กด้วยระเบียบวิธีคลาสสิกยังมีข้อจำกัดหลายประการ เช่น รูปแบบของปัญหา และ เงื่อนไขบังคับ ต้องเขียนอยู่ในรูปสมการได้ และสมการเหล่านั้นต้องสามารถวิเคราะห์เพื่อหาคำตอบได้ ซึ่งเงื่อนไขบังคับเหล่านี้สามารถใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ในการวิเคราะห์ได้ เมื่อมีการหลอมรวมกันระหว่างการวิเคราะห์ค่าเหมาะที่สุดแบบคลาสสิกกับระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ทำให้ได้เครื่องมือในการวิเคราะห์ที่มีประสิทธิภาพสูงขึ้นมา และ ทำให้เงื่อนไขบังคับในการวิเคราะห์ค่าเหมาะที่สุดนั้นลดลงไป

2. การวิเคราะห์รูปร่างเหมาะที่สุดของโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็ก

การวิเคราะห์รูปร่างเหมาะที่สุดในการออกแบบโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็กพัฒนาขึ้นตามความสามารถในการสร้างแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ รูปร่างของโครงสร้างจัดเป็นตัวแปรออกแบที่สำคัญ ตัวแปรอื่นๆ นอกเหนือจากนี้คือเงื่อนไขสภาพการใช้งานต่าง ๆ นำหนักบรรทุกที่ใช้ สภาพฐานรองรับ และ วัสดุที่เลือกใช้ เป็นต้น การวิเคราะห์รูปร่างเหมาะที่สุดของโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็กนั้นสามารถดำเนินการได้โดยใช้ทั้งการวิเคราะห์ค่าเหมาะที่สุดแบบคลาสสิก และ การวิเคราะห์ค่าเหมาะที่สุดโดยรวมระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ แนวทางการวิเคราะห์รูปร่างเหมาะที่สุดที่มีการศึกษาในปัจจุบันได้แก่ การวิเคราะห์โดยระเบียบวิธีคลาสสิก และ การวิเคราะห์โดยการใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ร่วมกับระเบียบวิธีอื่น ๆ

ต่อมา Al-Gahtani *et al.* (1995) ได้สร้างระบบสำหรับการออกแบบคานคอนกรีตอัดแรงบางส่วนสำหรับคานต่อเนื่อง (Partially Pre-stressed continuous beam design optimization system, PCBDOS) ซึ่งมีการรวมเงื่อนไขบังคับในการออกแบบของ ACI รูปร่างหน้าตัดต่างๆ ของคอนกรีต และ ผลของการสูญเสียแรงอัดในรูปแบบต่าง ๆ กัน มารวมในระบบนี้ ซึ่งฟังก์ชันราคาในการศึกษารวมถึงราคาของแบบหล่อคอนกรีต PCBDOS มีการใช้ตัวแปรออกแบบรวมเป็นจำนวน 30 ตัวแปร โมดูลต่าง ๆ ใน PCBDOS แสดงในภาพที่ 33



ภาพที่ 33 โมดูลใน PCB DOS

ที่มา: Al-Gahtani *et al.* (1995)

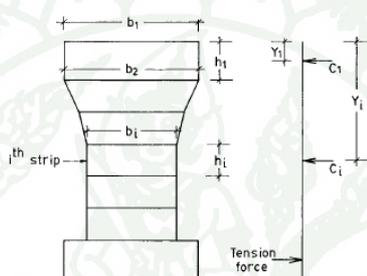
ในรูปแบบของ PBDOS นี้ระบบสมการเงื่อนไขบังคับอาจมีลักษณะไร้เชิงเส้น ทำให้ที่การแก้ระบบสมการมีความซับซ้อนและใช้ทรัพยากรในการวิเคราะห์มาก การวิเคราะห์แบ่งระดับสามารถเพิ่มความเร็วในการวิเคราะห์ ซึ่ง Kirsch (1997) ได้นำเสนอการวิเคราะห์ค่าเหมาะที่สุดของโครงสร้างอัดแรงในสองระดับ (Two-Level optimization) โดยแบ่งระดับการวิเคราะห์แยกออกจากกันตามรูปแบบของสมการเชิงเส้นและสมการไร้เชิงเส้น

2.1 รูปแบบสมการเชิงเส้น เช่น การวิเคราะห์ค่าเหมาะที่สุดของ แรงที่ใช้ในการอัดแรง พิกัดของเหล็กอัดแรง และ ระบบต่าง ๆ ในการอัดแรง

2.2 รูปแบบสมการไร้เชิงเส้น เช่น รูปร่างหน้าตัดของคอนกรีต กลสมบัติของวัสดุ

ในการจำแนกปัญหาเป็นส่วน (Decomposition) การวิเคราะห์ต้องทำการจำแนกปัญหาที่มีความซับซ้อนมาก ๆ ออกมาเป็นปัญหาย่อยซึ่งมีปฏิสัมพันธ์กัน โดยวิเคราะห์ปัญหาย่อยแต่ละปัญหาเสมือนเป็นปัญหาหลัก โดยมีการลดค่าตัวแปรออกแบบลงทั้งนี้เนื่องจากตัวแปรออกบบบางตัวได้ถูกวิเคราะห์ระดับค่าเหมาะที่สุดไปแล้วในระดับที่อยู่ก่อนหน้า ดังนั้นกระบวนการวิเคราะห์ค่าเหมาะที่สุดในสองระดับนี้จะช่วยเพิ่มประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ปัญหาได้

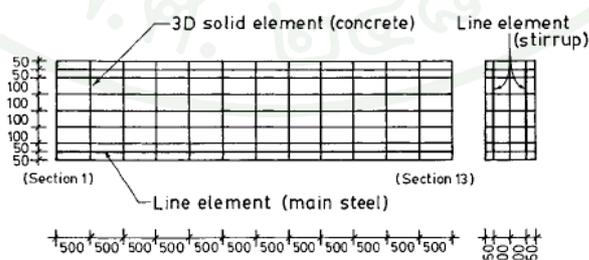
มีรายงานการศึกษาถึงการการใช้ระเบียบวิธีสนามความเร็วธรรมชาติ (Natural velocity field) มาใช้ในการออกแบบรูปร่างของโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็ก (Rath *et al.*, 1999) โดยมีแนวคิดเบื้องต้นมาจากการสังเกตข้อเท็จจริงของการกระจายหน่วยแรงในหน้าตัดขวางของคานคอนกรีตเสริมเหล็กกว่ามีการกระจายหน่วยแรงที่ไม่คงที่ในแต่ละหน้าตัดที่เปลี่ยนไป ในการวิจัยมุ่งเน้นที่การใช้ตัวแปรออกแบบจำนวนมากแทนถึงความลึกของหน้าตัดของคานคอนกรีตในหน้าตัดต่าง ๆ โดยมีสมมติฐานการศึกษาจำกัดที่ไม่รวมเอาตำแหน่งของเหล็กเสริม ตำแหน่งการหยุดเหล็ก และ รายละเอียดของการเสริมเหล็กรับแรงเฉือน รายละเอียดของตัวแปรออกแบบแสดงไว้ในภาพที่ 34



ภาพที่ 34 แสดงตัวแปรออกแบบที่ใช้ในการศึกษา

ที่มา: Rath *et al.* (1999)

ในการศึกษานี้ ตัวแปรออกแบบที่ถูกกำหนดให้เป็นค่าคงที่ได้แก่ ความกว้าง และความลึกของปีกบน และ ปีกล่างของคาน ระยะหุ้มของคอนกรีตเสริมเหล็ก ความยาวของคาน น้ำหนักบรรทุก และ ชนิดของวัสดุที่ใช้ กระบวนการวิเคราะห์กระทำโดยการใช้แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ สร้างแบบจำลองของโครงสร้างช่วย โดยมีรายละเอียดของแบบจำลองดังแสดงในภาพที่ 34



ภาพที่ 35 แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ในการวิเคราะห์รูปร่างที่เหมาะสมที่สุด

ที่มา: Rath *et al.* (1999)

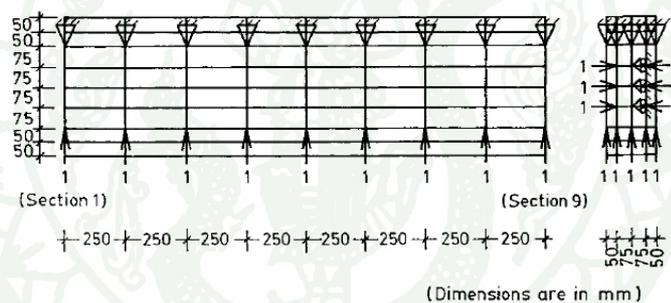
การวิเคราะห์สนามความเร็วธรรมชาติจะดำเนินการโดยสมการที่ (68)

$$X_{\text{new}} = X_{\text{old}} + Q\delta \quad (68)$$

โดย

| | | |
|------------------|-----|---|
| X_{new} | คือ | เมตริกซ์ของคู่อันดับของตัวแปรออกแบบที่ถูกแก้ไขแล้ว |
| X_{old} | คือ | เมตริกซ์ของคู่อันดับของตัวแปรออกแบบก่อนการแก้ไข |
| Q | คือ | เมตริกซ์ของสนามความเร็วธรรมชาติที่ได้จากโครงสร้างช่วย |
| δ | คือ | เวกเตอร์ของการกระจัดของจุดต่อ ณ จุดเดียวกับเมตริกซ์ X |

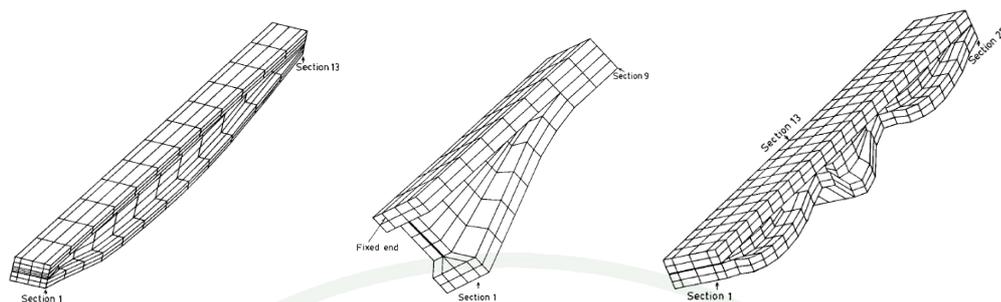
เมตริกซ์สนามความเร็วธรรมชาติสามารถหาได้จากการใส่แรงหนึ่งหน่วยไปในจุดที่เกิดตัวแปรออกแบบนั้น ๆ ตามภาพที่ 36 และ ใช้ค่าการเปลี่ยนรูปในตำแหน่งอื่น ๆ มาเขียนรวมกันให้อยู่ในรูปของเมตริกซ์



ภาพที่ 36 การใส่แรง 1 หน่วยไปในโครงสร้างช่วยเพื่อหาสนามความเร็ว

ที่มา: Rath *et al.* (1999)

จากการศึกษาพบว่าโครงสร้างที่ผ่านการวิเคราะห์รูปร่างเหมาะสมที่สุดไปแล้วนั้นลดน้ำหนักจากการออกแบบเบื้องต้นไปได้ร้อยละ 39.96, 49.70 และ 56.71 สำหรับคานแบบช่วงเดียว คานยื่น และ คานต่อเนื่องสองช่วง ตามลำดับโดยรูปแบบของคานได้แสดงไว้ในภาพที่ 37



ภาพที่ 37 รูปแบบของคานที่ได้จากการวิเคราะห์รูปร่างที่เหมาะสมที่สุด

ที่มา: Rath *et al.* (1999)

ในงานวิจัยของ Rath *et al.* (1999) ไม่มีการพิจารณาถึงน้ำหนักของโครงสร้างที่ลดลงในแต่ละขั้นตอนการทำซ้ำและมีข้อเสนอแนะเพิ่มเติมเกี่ยวกับการใช้ระเบียบวิธีการเชิงพันธุศาสตร์ในการหาขนาดของเหล็กเสริม เนื่องจากขนาดของเหล็กเสริมนั้นเป็นขนาดที่ไม่ต่อเนื่องและยังไม่มี การพิจารณาถึงการประยุกต์ใช้งานกับโครงสร้างคอนกรีตอัดแรง

3. การหาค่าทอพอโลยีที่เหมาะสมที่สุดของ STM

ตามที่ได้กล่าวมาแล้วในข้างต้น STM พัฒนาเพื่อเป็นเครื่องมือในการออกแบบโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็กในบริเวณที่มีความแปรปรวนของหน่วยแรงสูง ซึ่งแนวทางในการวิเคราะห์ปริมาณเหล็กเสริมโครงสร้างนั้นไม่สามารถใช้สมการตามทฤษฎียึดหยุ่นทั่วไป อย่างไรก็ตามประสิทธิภาพของ STM นั้นขึ้นอยู่กับการสร้างรูปแบบ STM ที่เหมาะสม ที่ผ่านมาได้มีการศึกษาแนวทางในการสร้าง STM ที่เหมาะสมในหลายแนวทางด้วยกัน เช่นการหาค่าทอพอโลยีที่เหมาะสมที่สุดของโครงข้อมุมมาใช้ในการสร้าง STM (Mohamed and Richard, 2001) โดยขั้นตอนที่นำเสนอแนะนั้นสามารถสร้างรูปแบบของ STM ภายใต้ขอบเขตทางเรขาคณิตคงที่ของโครงสร้างที่กำหนดขึ้น อาจสรุปได้ว่างานวิจัยนี้เน้นที่การออกแบบรูปแบบการวางเหล็กเสริมในโครงสร้างมากกว่าเป็นการออกแบบรูปร่างของโครงสร้าง ในการวิจัยนี้ได้นำเสนอตัวแปรวัดความความไม่สอดคล้องของความเครียดในโครงสร้าง (Strain compatibility error, SCER) เพื่อเป็นตัววัดว่าแบบจำลองโครงข้อมุมที่สร้างขึ้นมีค่าความเครียดแตกต่างจากการวิเคราะห์ผลโดยทฤษฎียึดหยุ่นเป็นอย่างไร ซึ่งค่า SCER สามารถหาได้จากสมการที่ (69)

$$SCER = 1 - \frac{\Pi_C(\sigma)}{\Pi_C(\sigma^*)} \leq 1 \quad (69)$$

โดย

| | | |
|------------|-----|---|
| Π_C | คือ | ฟังก์ชันพลังงานศักย์ยืดหยุ่นของโครงสร้างซึ่งรวมเอาทั้งส่วนที่เกิดจากแรงในกายของโครงสร้างและแรงที่พื้นผิวโครงสร้าง |
| σ | คือ | หน่วยแรงที่เกิดขึ้นจริง |
| σ^* | คือ | หน่วยแรงที่เกิดขึ้นจากแบบจำลอง |

ระบบโครงข้อมุมที่มีค่า SCER น้อยกว่าคือระบบที่มีความใกล้เคียงกับสภาพความเป็นจริงมากกว่า ซึ่งในการวิเคราะห์หาค่า Π_C ในรายงานการศึกษานี้ได้ใช้แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ ดังนั้นค่า SCER ในกรณีของแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์จึงมีค่าเท่ากับศูนย์ กระบวนการวิเคราะห์นี้มีเป้าหมายที่การใช้ปริมาณเหล็กเสริมโครงสร้างน้อยที่สุด

ขั้นตอนการวิเคราะห์เริ่มจาก สร้างระบบโครงข้อมุมในลักษณะโครงสร้างพื้นฐานคือ มีการเชื่อมต่อจุดต่อทั้งหมดเข้าด้วยกันในลักษณะที่จุดต่อทุกจุดถูกเชื่อมโยงด้วยชิ้นส่วนเข้าด้วยกัน ดังนั้นจึงมีจำนวนชิ้นส่วนที่เชื่อมจุดต่อจำนวน n จุดเข้าด้วยกันเป็นจำนวน $n(n - 1)!$ จากนั้นทำการใส่ระบบแรงกระทำเข้าไป ปัญหาการวิเคราะห์ค่าเหมาะที่สุดสามารถเขียนได้ตามสมการที่ (70)

$$\min \sum_{j \in T} \{L_j A_j\} : F_j \geq 0 \quad (70)$$

โดย

| | | |
|-------|-----|---|
| L_j | คือ | เมตริกซ์ความยาวของชิ้นส่วนโครงข้อมุม |
| A_j | คือ | เมตริกซ์พื้นที่หน้าตัดของชิ้นส่วนโครงข้อมุม |
| F | คือ | เมตริกซ์ของแรงภายในของชิ้นส่วนโครงข้อมุม |

โดยสมการเงื่อนไขบังคับมีดังต่อไปนี้

3.1 สมการสมดุล $CF = p_R$ โดยที่ C คือเมตริกซ์ความสัมพันธ์ระหว่างแรงภายนอกและแรงภายในโครงข้อมุม และ p_R คือแรงที่กระทำต่อโครงสร้าง

3.2 ความสามารถในการรับภาระ p ต้องมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับภาระที่ต้องการ p^*

3.3 แรงในชิ้นส่วน j และ k ใด ๆ ต้องไม่เกินกว่าแรงที่ยอมให้ $|F_j| \leq A_j |f_c|$ $j \in T$ และ $|F_k| \leq A_k |f_c|$ $k \in C$ โดยที่ f_t และ f_c คือหน่วยแรงดึงและหน่วยแรงอัดที่ยอมให้ในโครงสร้าง และ T และ C คือเซตของชิ้นส่วนรับแรงดึงและแรงอัดตามลำดับ

3.4 อสมการเงื่อนไขบังคับทางกายภาพที่ $A_i \geq 0$ คือขนาดหน้าตัดของชิ้นส่วนไม่สามารถติดลบได้

จากนั้นจึงใช้ระเบียบวิธีการวิเคราะห์ทอพอโลยีที่เหมาะสมที่สุดของโครงข้อหมุน ซึ่งในรายงานฉบับนี้ไม่ได้ลงไปรายละเอียดของการวิเคราะห์ อย่างไรก็ตามได้มีการศึกษาการวิเคราะห์ทอพอโลยีที่เหมาะสมที่สุดของโครงข้อหมุน (Bendsøe, 1995) ซึ่งให้รูปแบบของการวิเคราะห์ที่มีลักษณะใกล้เคียงกัน

ต่อมา Liang *et al.* (2002) ได้นำระเบียบวิธีวิเคราะห์ทอพอโลยีที่เหมาะสมที่สุดมาเป็นเครื่องมือในการกำหนดรูปแบบที่เหมาะสมที่สุดของ STM สำหรับโครงสร้างผนังรับแรงเฉือนที่มีช่องเปิด หรือเสารองรับสะพาน ซึ่งผลการวิเคราะห์ที่อยู่ในลักษณะรูปแบบแนะนำของ STM โดยการวิเคราะห์นั้นใช้ค่าความหนาแน่นของพลังงานความเครียด เป็นบรรทัดฐานในการกำจัดชิ้นส่วนออก โดยสามารถคำนวณได้จากสมการที่ (71)

$$\zeta_e = \frac{|u_e^T k_e u_e|}{w_e} \quad (71)$$

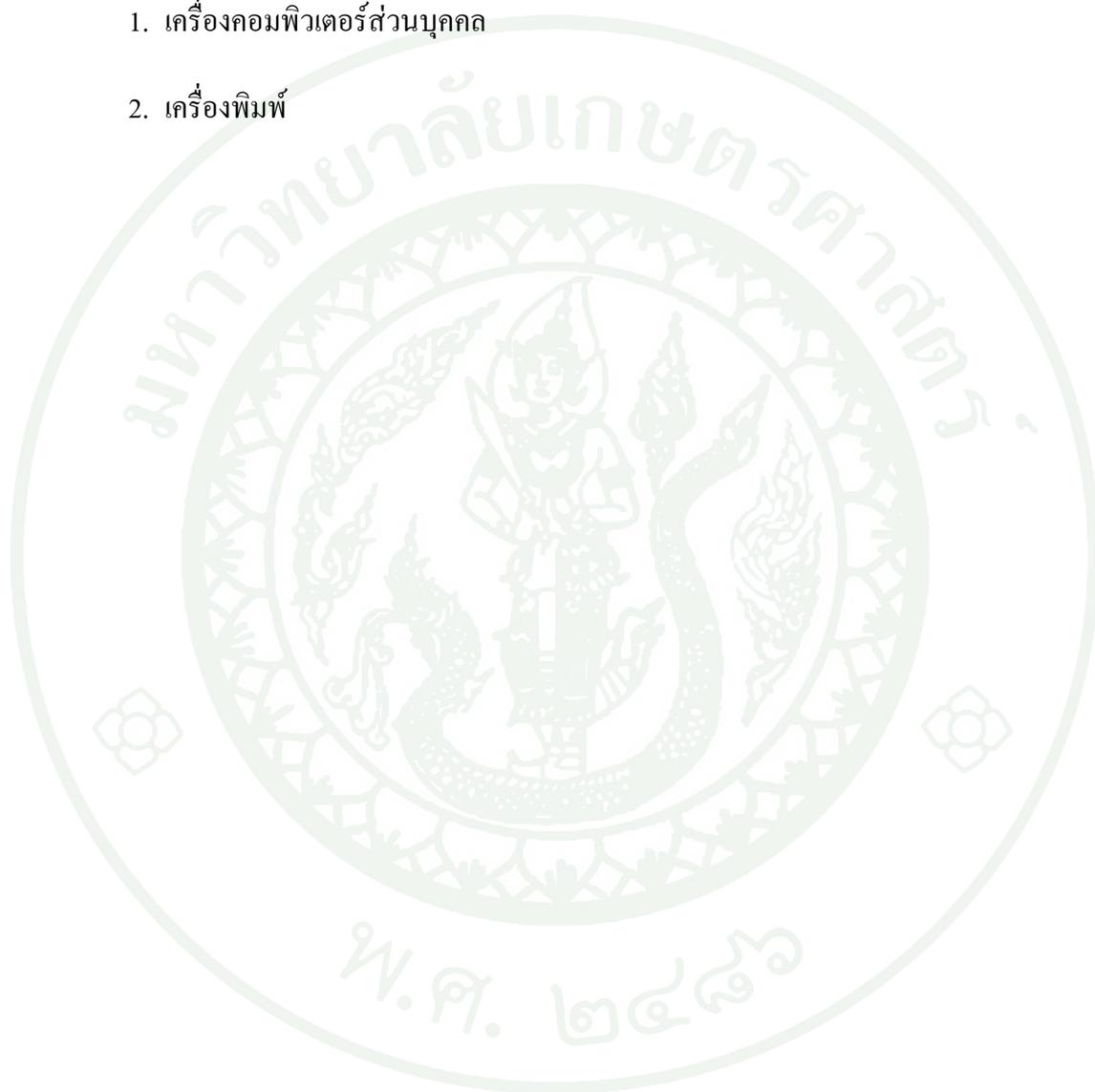
การกำจัดชิ้นส่วนในแต่ละรอบของการวิเคราะห์นั้นจะกระทำโดยการคำนวณความหนาแน่นของพลังงานความเครียดของทุกชิ้นส่วนในโครงสร้างจากนั้นจึงนำเอาค่าที่ได้มาเรียงตามลำดับ ชิ้นส่วนที่มีค่าความหนาแน่นของพลังงานความเครียดต่ำจำนวนสัดส่วน R (%) จากจำนวนชิ้นส่วนแรกเริ่มทั้งหมดจะถูกกำจัดในแต่ละรอบของการวิเคราะห์ คำนวณค่า PI และนำมาเขียนในรูปของแผนภูมิแสดงระหว่างค่า PI กับจำนวนครั้งที่ทำซ้ำ โดยที่วัตถุประสงค์ของการวิเคราะห์ยังคงอยู่ที่การทำให้ค่า PI ตามสมการที่ (34) มีค่าสูงที่สุด

ถึงแม้ว่าการใช้งาน PBO ในการช่วยในการสร้าง STM จะเป็นขั้นตอนที่มีประสิทธิภาพ แต่เนื่องจากกระบวนการนี้เป็นเพียงขั้นตอนการสร้างรูปแบบแนะนำเท่านั้น ดังนั้นในการสร้าง STM ผู้ออกแบบยังต้องคำนึงถึงมาตรฐานในการสร้าง STM อีกในขั้นตอนสุดท้าย และกระบวนการ PBO นั้นเป็นกระบวนการที่ตั้งอยู่บนค่าบรรทัดฐานความเครียด ในขณะที่มาตรฐานการออกแบบ STM นั้นตั้งอยู่บนบรรทัดฐานหน่วยแรง ซึ่งการใช้ PBO ช่วยให้ขั้นตอนการลองผิดลองถูกในการสร้าง STM ลดลง

อุปกรณ์และวิธีการ

อุปกรณ์

1. เครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคล
2. เครื่องพิมพ์



วิธีการ

การพัฒนากระบวนการหาค่าทอพอโลยีที่เหมาะสมที่สุดสำหรับคานประกอบคอนกรีตเหล็กสามารถสรุปเป็นลำดับขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. ออกแบบโครงร่างกระบวนการ

แนวคิดแม่บทของกระบวนการตั้งอยู่บนสมมุติฐานต่อไปนี้

1.1. หน่วยแรงดึงหรือหน่วยแรงอัดส่วนเกินที่เกิดขึ้นในคอนกรีตจะมีค่าลดลงเมื่อใช้เหล็กเสริมในส่วนนั้น

1.2. หากหน่วยแรงที่เกิดขึ้นในคอนกรีตภายหลังการเสริมเหล็กในปริมาณที่เหมาะสมที่สุดในแต่ละรอบของการวิเคราะห์มีค่าน้อยเมื่อเปรียบเทียบกับสัดส่วนกับเกณฑ์หน่วยแรงดึงจากสูงสุด ซึ่งถือได้ว่ามีประสิทธิภาพในการใช้งานต่ำและจะถูกกำจัดโดยการปรับลดค่ามอดูลัสยืดหยุ่น

1.3. จากการกำจัดชิ้นส่วนในขั้นที่ 1.2 ทำให้ความแข็งแรงของโครงสร้างมีการเปลี่ยนแปลงส่งผลให้การกระจายหน่วยแรงเปลี่ยนไปจึงต้องกระทำขั้นตอนที่ 1.1 และ 1.2 ซ้ำจนกว่าจะถึงเงื่อนไขการหยุดคือ การเปลี่ยนรูปของโครงสร้างมีค่ามากกว่าค่าที่ยอมให้

2. พัฒนาแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์โดยใช้โครงตาข่ายแบบกริดตริง

แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์โดยใช้โครงตาข่ายแบบกริดตริง (Finite element model with fixed grid mesh) เป็นระเบียบขั้นตอนการวิฤตปริภูมิปัญหาโดยใช้ไฟไนต์เอลิเมนต์รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากซึ่งมีขนาดเท่ากันทุกชิ้นส่วน การสร้างโครงตาข่ายไฟไนต์เอลิเมนต์โดยใช้โครงตาข่ายแบบกริดตริง ประกอบด้วย 5 ขั้นตอนคือ

2.1. วิฤตปริภูมิปัญหาในลักษณะโครงตาข่ายแบบกริดตริง

การสร้างข้อมูลทางเรขาคณิตของโครงตาข่ายแบบกริดตริงอย่างง่ายสามารถกระทำโดยรับมิติของปริภูมิปัญหาในลักษณะสี่เหลี่ยมมุมฉาก จากนั้นจึงทำการกำหนดความละเอียดของการแบ่งโครงตาข่ายโดยกำหนดจำนวนชิ้นส่วนตลอดความกว้างและความยาวตามลำดับทำให้สามารถคำนวณขนาดของไฟไนต์เอลิเมนต์ได้

| | | |
|-----------|-----|---------------------------------|
| L_x | คือ | ความยาวของแบบจำลองตามแกน x |
| L_y | คือ | ความยาวของแบบจำลองตามแกน y |
| dx | คือ | ขนาดของชิ้นส่วนตามแกน x |
| dy | คือ | ขนาดของชิ้นส่วนตามแกน y |
| n_{elx} | คือ | จำนวนไฟไนต์เอลิเมนต์ตามแนวแกน x |
| n_{ely} | คือ | จำนวนไฟไนต์เอลิเมนต์ตามแนวแกน y |

โดยค่า n_{elx} และ n_{ely} มีค่าเท่ากับ L_x/dx และ L_y/dy ตามลำดับ

การกำหนดคชนี้อย่างเป็นระบบช่วยให้การดำเนินการวิเคราะห์แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ดำเนินการได้รวดเร็วขึ้น โครงสร้างข้อมูลทางเรขาคณิตของโครงตาข่ายแบบกริดครึ่งเป็นดังต่อไปนี้

2.1.1. จำนวนจุดต่อ (Node) ประกอบด้วยตัวแปรระบุค่า n_{elx} และ n_{ely} จำนวนของจุดต่อตามแนวแกน x และ แกน y จะมีจำนวน $(n_{elx} + 1)$ และ $(n_{ely} + 1)$ ดังนั้นจึงมีจำนวนจุดต่อทั้งหมด $(n_{elx} + 1)(n_{ely} + 1)$ จุด บันทึกจำนวนจุดต่อไว้ในตัวแปรระบุค่า n

2.1.2. หมายเลขของจุดต่อ จะเริ่มจากจุดกำเนิด (0, 0) โดยเริ่มจากจุดต่อหมายเลข 1 และ มีค่าเพิ่มขึ้นทีละหนึ่งตามแกน x และ เรียงตามแกน y พิกัดของจุดต่อ x_1, \dots, x_n และ y_1, \dots, y_n จะเก็บไว้ในเมตริกซ์ $xy_{n \times 2}$ โดยมีรูปแบบการเก็บค่าดังต่อไปนี้

$$xy = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ \vdots & \vdots \\ x_n & y_n \end{bmatrix} \quad (72)$$

2.1.3. โครงสร้างข้อมูลของไฟไนต์เอลิเมนต์ซึ่งในแต่ละชิ้นส่วนประกอบด้วย 4 จุดต่อ เก็บค่าเฉพาะหมายเลขจุดต่อในเมตริกซ์ element ซึ่งมีมิติเป็น $m \times 4$ โดย m คือจำนวนของชิ้นส่วนมีค่าเท่ากับ $n_{elx} \times n_{ely}$

$$\text{element} = \begin{bmatrix} n_{11} & n_{12} & n_{13} & n_{14} \\ n_{21} & n_{22} & n_{23} & n_{24} \\ n_{31} & n_{32} & n_{33} & n_{34} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ n_{m1} & n_{m2} & n_{m3} & n_{m4} \end{bmatrix} \quad (73)$$

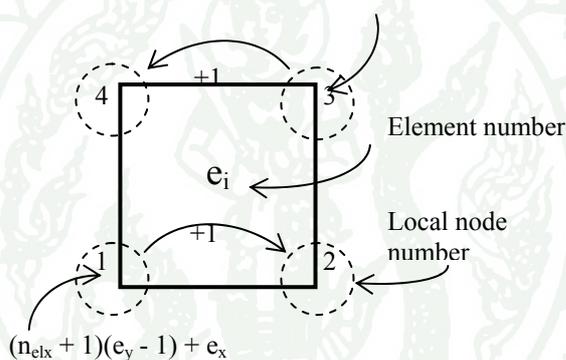
โดยอันดับของจุดต่อ n_{ij} ของชิ้นส่วน $i = 1, \dots, m$ มีค่าดังต่อไปนี้

$$n_{i1} = (n_{elx} + 1) * (ely - 1) + elx \quad (74)$$

$$n_{i2} = n_{i1} + 1$$

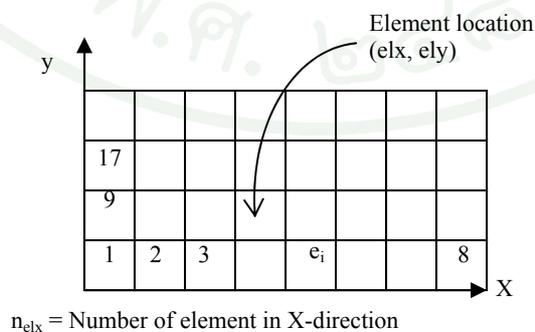
$$n_{i3} = (n_{elx} + 1) * ely + elx + 1$$

$$n_{i4} = n_{i3} - 1$$



ภาพที่ 38 จุดต่อของไฟไนต์เอลิเมนต์

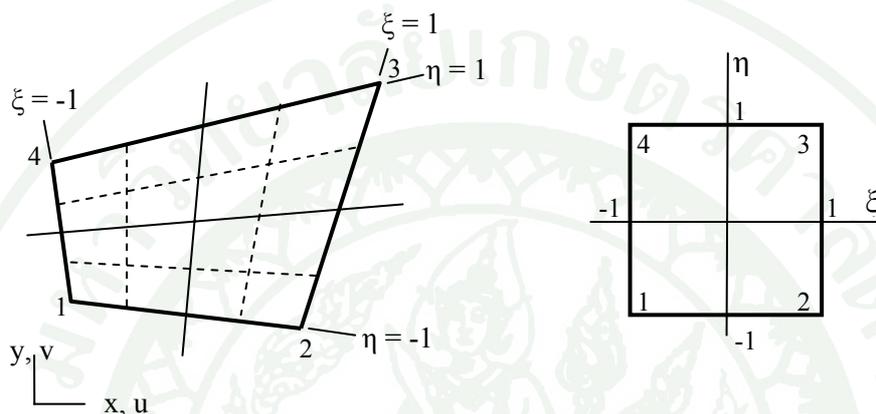
โดย elx และ ely คือ ตำแหน่งของไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ปรากฏในระบบของโครงตาข่ายแบบกริดตรง สำหรับไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ i ค่าดัชนีของจุดต่อเฉพาะที่ และ พิกัดครอบคลุมแสดงในภาพที่ 39



ภาพที่ 39 แสดงระบบการกำหนดหมายเลขชิ้นส่วนในโครงตาข่ายแบบกริดตรง

2.2. การหาค่าเมตริกซ์ความแกร่งของไฟไนต์เอลิเมนต์ชนิดรูปสี่เหลี่ยม 4 จุดต่อ

ในการศึกษานี้ใช้ไฟไนต์เอลิเมนต์รูปสี่เหลี่ยม 4 จุดต่อ (Four-node quadrilateral element) ตามภาพที่ 40 โดยฟังก์ชันรูปร่าง (Shape function) ของจุดต่อ 1 ถึง 4 ในระบบพิกัดธรรมชาติ ξ, η แสดงในสมการที่ (75)



ภาพที่ 40 ไฟไนต์เอลิเมนต์ชนิดรูปสี่เหลี่ยม 4 จุดต่อในปริภูมิ ξ, η

ที่มา: Chandrupatla and Belegundu (1997)

$$\begin{aligned}
 N_1 &= \frac{1}{4}(1-\xi)(1-\eta) \\
 N_2 &= \frac{1}{4}(1+\xi)(1-\eta) \\
 N_3 &= \frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta) \\
 N_4 &= \frac{1}{4}(1-\xi)(1+\eta)
 \end{aligned}
 \tag{75}$$

เมื่อกำหนดให้ u คือ ค่าการเคลื่อนของจุดใด ๆ ภายใน (ξ, η) และ q คือเวกเตอร์การเคลื่อนตัวที่จุดต่อ ความสัมพันธ์ของ u และ q เป็นไปตามสมการที่ (76)

$$u = Nq \tag{76}$$

โดย

$$N = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 \end{bmatrix} \quad (77)$$

ความสัมพันธ์ระหว่าง N และ (x, y) แสดงในสมการที่ (78)

$$x = N_1x_1 + N_2x_2 + N_3x_3 + N_4x_4 \quad (78)$$

$$y = N_1y_1 + N_2y_2 + N_3y_3 + N_4y_4$$

อนุพันธ์ของสมการที่ (78) โดยใช้กฎลูกโซ่เทียบกับคู่อันดับ ξ, η เมื่อกำหนดให้ $f = f(x, y)$ คือ

$$\frac{\partial f}{\partial \xi} = \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \xi} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \xi} \quad (79)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \eta} = \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \eta}$$

ซึ่งสามารถเขียนในรูปเมทริกซ์จาโคเบียน (Jacobian matrix) คือ

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial \xi} \\ \frac{\partial f}{\partial \eta} \end{bmatrix} = J \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (80)$$

โดย

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \quad (81)$$

ซึ่งรูปเต็มของสมการที่ (81) คือสมการที่ (82)

$$J = \begin{bmatrix} -(1-\eta)x_1 + (1-\eta)x_2 + (1+\eta)x_3 - (1+\eta)x_4 & -(1-\eta)y_1 + (1-\eta)y_2 + (1+\eta)y_3 - (1+\eta)y_4 \\ -(1-\xi)x_1 - (1+\xi)x_2 + (1+\xi)x_3 + (1-\xi)x_4 & -(1-\xi)y_1 - (1+\xi)y_2 + (1+\xi)y_3 + (1-\xi)y_4 \end{bmatrix} \quad (82)$$

$$= \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{bmatrix}$$

ฟังก์ชันเมตริกซ์ความแกร่งของไฟไนต์เอลิเมนต์ $k(E, v, t_e)$ สามารถหาได้จาก สมการที่ (83)

$$k(E, v, t_e) = t_e \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 B^T D(E, v) B \det J d\xi d\eta \quad (83)$$

โดย B คือ เมตริกซ์ความสัมพันธ์ระหว่างการเปลี่ยนตำแหน่งและความเครียดของไฟไนต์เอลิเมนต์ โดย $\varepsilon = Bq$ และสามารถหาได้จากสมการที่ (84)

$$B = AG \quad (84)$$

โดย

$$A = \frac{1}{\det J} \begin{bmatrix} J_{22} & -J_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -J_{21} & J_{11} \\ -J_{21} & J_{11} & J_{22} & -J_{12} \end{bmatrix} \quad (85)$$

$$G = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} -(1-\eta) & 0 & (1-\eta) & 0 & (1+\eta) & 0 & -(1+\eta) & 0 \\ -(1-\xi) & 0 & -(1+\xi) & 0 & (1+\xi) & 0 & (1-\xi) & 0 \\ 0 & -(1-\eta) & 0 & (1-\eta) & 0 & (1+\eta) & 0 & -(1+\eta) \\ 0 & -(1-\xi) & 0 & -(1+\xi) & 0 & (1+\xi) & 0 & (1-\xi) \end{bmatrix} \quad (86)$$

และ

$D(E, v)$ คือ ฟังก์ชันของเมตริกซ์สมบัติของวัสดุภายใต้กรณีความเค้นเชิงระนาบ

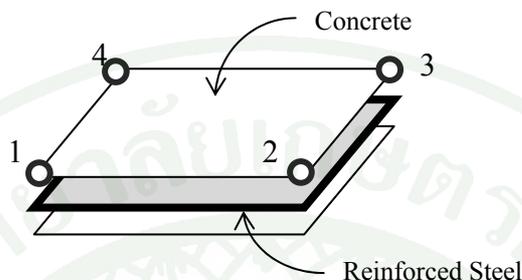
$$D(E, v) = \frac{E}{1-v^2} \begin{bmatrix} 1 & v & 0 \\ v & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-v}{2} \end{bmatrix} \quad (87)$$

โดย

v คือ อัตราส่วนของปัวซอง (Poisson's ratio) ของวัสดุ

2.3. การรวมเมตริกความแกร่งของไฟไนต์เอลิเมนต์คอนกรีตและเหล็ก

ไฟไนต์เอลิเมนต์ของชิ้นส่วนคอนกรีตเสริมเหล็กในงานวิจัยนี้ มีลักษณะเป็นชั้นซ้อนกันตามภาพที่ 41



ภาพที่ 41 แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของชิ้นประกอบคอนกรีตเหล็ก

ความสัมพันธ์ระหว่าง ความหนาของชั้นเหล็กเสริม ความหนาของชั้นคอนกรีต และ ความหนาของไฟไนต์เอลิเมนต์ เป็นไปตามสมการที่ (88)

$$t_e = t_c + t_s \quad (88)$$

โดย

| | | |
|-------|-----|--|
| t_s | คือ | ความหนาของเหล็กเสริมในแต่ละไฟไนต์เอลิเมนต์ |
| t_c | คือ | ความหนาของคอนกรีตในแต่ละไฟไนต์เอลิเมนต์ |
| t_e | คือ | ความหนาของไฟไนต์เอลิเมนต์ |

ในการศึกษานี้พิจารณาว่าระหว่างชั้นของคอนกรีต และ เหล็กเสริม มีการยึดเหนี่ยวสมบูรณ์ ทำให้ความแกร่งรวมของไฟไนต์เอลิเมนต์คอนกรีตและเหล็ก เป็นไปตามสมการที่ (89)

$$k_e = k_c + k_s \quad (89)$$

โดย

| | | |
|-------|-----|---|
| k_c | คือ | เมตริกซ์ความแกร่งของคอนกรีต |
| k_s | คือ | เมตริกซ์ความแกร่งของเหล็กเสริม |
| k_e | คือ | เมตริกซ์ความแกร่งของไฟไนต์เอลิเมนต์ของคอนกรีตเสริมเหล็ก |

เนื่องจากเมตริกซ์ความแกร่งของไฟไนต์เอลิเมนต์คอนกรีต และ เหล็กเสริม สร้างจากฟังก์ชันรูปร่างเดียวกันจึงสามารถสรุปเป็นรูปฟังก์ชันได้ตามสมการที่ (90) และ (91)

$$k_s = k(E_s, v_s, t_s) \quad (90)$$

$$k_c = k(E_c, v_c, t_c) \quad (91)$$

โดย

| | | |
|-------|-----|---|
| k | คือ | ฟังก์ชันของเมตริกซ์ความแกร่ง แสดงในสมการ (83) |
| E_c | คือ | ค่ามอดุลัสยืดหยุ่นของคอนกรีต |
| E_s | คือ | ค่ามอดุลัสยืดหยุ่นของเหล็ก |
| v_c | คือ | สัดส่วนปัวซอง (Poisson's ratio) ของคอนกรีต |
| v_s | คือ | สัดส่วนปัวซองของเหล็ก |

สมการที่ (89) จึงสามารถเขียนอยู่อีกกรุปหนึ่งคือ

$$k_c = k(E_s, v_s, t_s) + k(E_c, v_c, t_c) \quad (92)$$

โดย k_c เป็นเมตริกซ์ความแกร่งของไฟไนต์เอลิเมนต์คอนกรีตเหล็กในงานวิจัยนี้

2.4. การสร้างและวิเคราะห์แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์

การวิเคราะห์แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ประกอบด้วยการกำหนดแรงกระทำ และสภาพบังคับที่องศาความอิสระ (Degree of freedom) ที่สอดคล้องกับอันดับของจุดต่อ สำหรับจุดต่อที่ n ใดๆ ซึ่ง n เริ่มต้นจาก 1 สามารถคำนวณได้ดังต่อไปนี้

$$\text{องศาความอิสระในแกน } x = 2n - 1$$

$$\text{องศาความอิสระในแกน } y = 2n$$

จากองศาความอิสระที่กำหนดทำให้สามารถสร้างเมตริกซ์ของแรงกระทำ F และกำหนดสภาพบังคับที่เกิดจากฐานรองรับได้ ดังนั้นเมื่อกำหนดให้ K คือ เมตริกซ์ความแกร่งของโครงสร้าง จะสามารถหาค่าเมตริกซ์การเปลี่ยนตำแหน่ง q ได้จากสมการที่ (93)

$$Kq = F \quad (93)$$

2.5. การวิเคราะห์หน่วยแรงในแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์

หน่วยแรงที่เกิดขึ้นในคอนกรีต และ เหล็กเสริมและคอนกรีต สามารถหาได้จากสมการที่ (94)

$$\sigma = DBq \quad (94)$$

3. การหาปริมาณเสริมเหล็กในไฟไนต์เอลิเมนต์ด้วยระเบียบวิธีแบ่งครึ่ง

การเสริมเหล็กในส่วนที่คอนกรีตเกิดการวิบัตินั้นจะเสริมในปริมาณที่ต่ำที่สุดที่ไม่ทำให้คอนกรีตเกิดการแตกร้าวพอดี ซึ่งการหาความหนาของเหล็กเสริมที่น้อยในแต่ละไฟไนต์เอลิเมนต์ทำโดยใช้ระเบียบวิธีแบ่งครึ่ง (Bisection) โดยมีขั้นตอนดังต่อไปนี้

3.1. ให้หน่วยแรงในไฟไนต์เอลิเมนต์ที่พิจารณามีค่าเท่ากับ

$$\sigma = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (95)$$

3.2. หามatricซ์ของหน่วยแรงหลัก σ_{PRN} จาก σ ที่ได้จากขั้นตอนที่ 1

$$\sigma_{PRN} = \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{Bmatrix}; \sigma_1 > \sigma_2 \quad (96)$$

โดย

σ_1 คือ หน่วยแรงมุขสำคัญหลัก

σ_2 คือ หน่วยแรงมุขสำคัญรอง

3.3. ตรวจสอบ σ_{PRN} กับ กำลังสูงสุด σ_{MAX} ที่ยอมให้เกิดในวัสดุ โดยในการวิจัยนี้ใช้บรรทัดฐาน หน่วยแรงตึงมากสูงสุด กำหนดให้

$$\sigma_{MAX} = \begin{Bmatrix} \sigma_{UPPER} \\ \sigma_{LOWER} \end{Bmatrix} \quad (97)$$

โดย σ_{LOWER} และ σ_2 มีค่าน้อยกว่าศูนย์ กล่าวคือเป็นค่าหน่วยแรงอัด ได้ว่าวัสดุจะไม่วิบัติเมื่อ σ_{PRN} มีค่าไม่เกิน σ_{MAX} ซึ่งสามารถเขียนอยู่ในรูปสมการที่ (98)

$$\sigma_{UPPER} > \sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_{LOWER} \quad (98)$$

สมการที่ (98) สามารถเขียนในรูปนิเสธ คือวัสดุจะเกิดการวิบัติเมื่อ

$$\sigma_{UPPER} < \sigma_1 \cup \sigma_2 < \sigma_{LOWER} \quad (99)$$

3.4. จากสมการที่ (92) เห็นได้ว่า เมื่อ E_s , E_c , v_s , และ v_c เป็นค่าคงที่ ดังนั้นตัวแปรระบุค่าที่มีผลต่อ Stress ที่เกิดขึ้นในวัสดุ คือ t_s และ t_c ความล่าช้า อย่างไรก็ตาม ความสัมพันธ์ระหว่าง t_s และ t_c เป็นดังสมการที่ (88) ดังนั้นสมการที่ (92) สามารถเขียนอีกรูปหนึ่ง คือ

$$k_c = k(E_s, v_s, t_s) + k(E_c, v_c, t_c - t_s) \quad (100)$$

จากสมการที่ (94) และ (100) สามารถสรุปได้ว่า k_c และ σ_{PRN} เป็นฟังก์ชันของ t_s

3.5. ในการหาความหนาเหมาะที่สุดของชั้นเหล็กเสริมในไฟไนต์เอลิเมนต์ที่มีสองชั้นตอนคือ

3.5.1. การหาความหนาเหล็กเสริมในไฟไนต์เอลิเมนต์ชั้นเดียว โดยพิจารณา t_s ในชั้นประกอบนั้นเป็นตัวแปรต้น และ ค่าหน่วยแรงที่เกิดขึ้นในชั้นส่วนเป็นตัวแปรตาม ระเบียบวิธีแบ่งครึ่ง มีขั้นตอนดังต่อไปนี้

3.5.2. หนดค่าความหนามากสุดที่เป็นไปได้ของเหล็กเสริม t_s^{max} ในกรณีที่ไม่มีเงื่อนไขบังคับเรื่องระยะหุ้ม t_s^{max} จะมีค่าเท่ากับ t_c

3.6. กำหนดค่าความหนาน้อยสุด $t_s^{min} = 0$ ซึ่งหมายถึงไม่มีชั้นเหล็กเสริมในคอนกรีต

3.7. ค่า t_s^{avg} หาได้จากสมการที่ (101)

$$t_{s,i}^{avg} = \frac{t_{s,i-1}^{max} + t_{s,i-1}^{min}}{2} \quad (101)$$

3.8. เมื่อพิจารณาในหน่วยเซลล์ใด ๆ หากพิจารณาว่าส่วนคอนกรีต ค่าของ t_s ที่เพิ่มขึ้น ส่งผลให้หน่วยแรงในคอนกรีตมีค่าลดลง ในทางตรงข้ามค่า t_s ที่ลดลงจะส่งผลให้หน่วยแรงในเนื้อคอนกรีตมีค่าลดลง การปรับค่า t_s เพื่อให้หน่วยแรงที่เกิดขึ้นในเนื้อคอนกรีต $\sigma_{conc,i}$ มีค่าเท่ากับหน่วยแรงเป้าหมาย σ^{Target}

ถ้า $\sigma_{\text{conc},i} > \sigma^{\text{Target}}$ แล้ว ให้ $t_{s,i+1}^{\text{max}} = t_{s,i}^{\text{avg}}$

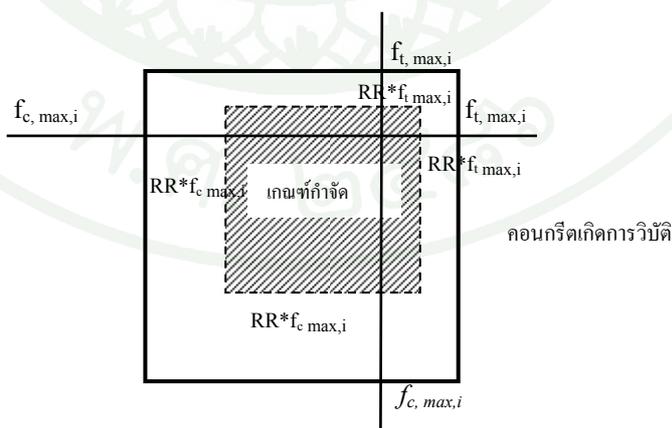
ถ้า $\sigma_{\text{conc},i} < \sigma^{\text{Target}}$ แล้ว ให้ $t_{s,i+1}^{\text{min}} = t_{s,i}^{\text{avg}}$

3.9. ทำซ้ำขั้นตอน 3.3 ถึงขั้นตอนที่ 3.4 โดยเงื่อนไขหยุดการทำซ้ำคือ $|t_{s,i+1}^{\text{avg}} - t_{s,i}^{\text{avg}}| \leq \varepsilon$
โดยในงานวิจัยนี้กำหนดค่าความคลาดเคลื่อนที่ยอมรับ (Tolerance, ε) มีค่าเป็น $\frac{t_c}{1000}$

3.10. ขั้นตอนนี้ เป็นการหาปริมาณการเสริมเหล็กที่เหมาะสมที่สุดของแต่ละหน่วยเซลล์ การเพิ่มหรือลดปริมาณเหล็กเสริมทำให้เมตริกซ์ความแกร่งของแต่ละหน่วยเซลล์มีการเปลี่ยนแปลง ส่งผลให้เมตริกซ์ความแกร่งในของระบบเปลี่ยนไป ดังนั้นจึงต้องคำนวณค่าการเคลื่อนตัวของจุดต่อ q อีกครั้ง ความหนาของเหล็กเสริมกระบวนการนี้ต้องดำเนินการในลักษณะการทำซ้ำเพื่อให้ความหนาของเหล็กเสริมทั้งระบบมีความเหมาะสมที่สุด โดยการแกว่งตัวของปริมาณเหล็กเสริมจะมีค่าลดลงเรื่อย ๆ

4. การประเมินประสิทธิภาพของวัสดุและการกำหนดหน่วยเซลล์

การประเมินประสิทธิภาพของเนื้อวัสดุพิจารณาจากหน่วยแรงหลักที่เกิดขึ้นในคอนกรีต หากคอนกรีตมีหน่วยแรงน้อยหลักกว่าค่าน้อยที่สุดที่ยอมให้จะถือว่าหน่วยเซลล์นั้นๆ มีประสิทธิภาพในการใช้งานวัสดุที่ต่ำ และ สมควรถูกคัดออกจากระบบโครงสร้าง ซึ่งกำหนดหน่วยแรงน้อยที่สุดที่ยอมให้ในแต่ละรอบของการวิเคราะห์อ้างอิงจากระเบียบวิธี ESO



ภาพที่ 42 เกณฑ์จำกัดและการวิบัติของคอนกรีต

ภาพที่ 42 อธิบายถึงการหาค่าหน่วยแรงก้ำจัดคอนกรีตออกโดยใช้เกณฑ์หน่วยแรงตั้งฉากสูงสุดร่วมกับอัตราการก้ำจัด RR

โดย

$f_{t, \max, i}$ คือ หน่วยแรงดึงสูงสุดที่เกิดขึ้นในรอบการวิเคราะห์ที่ i
 $f_{c, \max, i}$ คือ หน่วยแรงอัดสูงสุดที่เกิดขึ้นในรอบการวิเคราะห์ที่ i

5. แนวคิดการหาค่าทอพอโลยีที่เหมาะสมที่สุดของโครงสร้างคอนกรีตเหล็ก

แนวคิดพื้นฐานการหาค่าทอพอโลยีที่เหมาะสมที่สุดของโครงสร้างคอนกรีตเหล็ก สามารถเขียนเป็นแผนภูมิสายงานในภาพที่ 43 โดยมีสมมุติฐานคือเหล็กเสริมมีหน้าที่รับหน่วยแรงดึง หรือหน่วยแรงอัดในส่วนที่คอนกรีตไม่สามารถรับได้โดยพิจารณาประสิทธิภาพการใช้งานคอนกรีตเกณฑ์หน่วยแรงตั้งฉากสูงสุด

5.1 ไฟไนต์เอลิเมนต์ทุกชิ้นในแบบจำลองสามารถหาปริมาณเหล็กที่เหมาะสมที่สุดได้

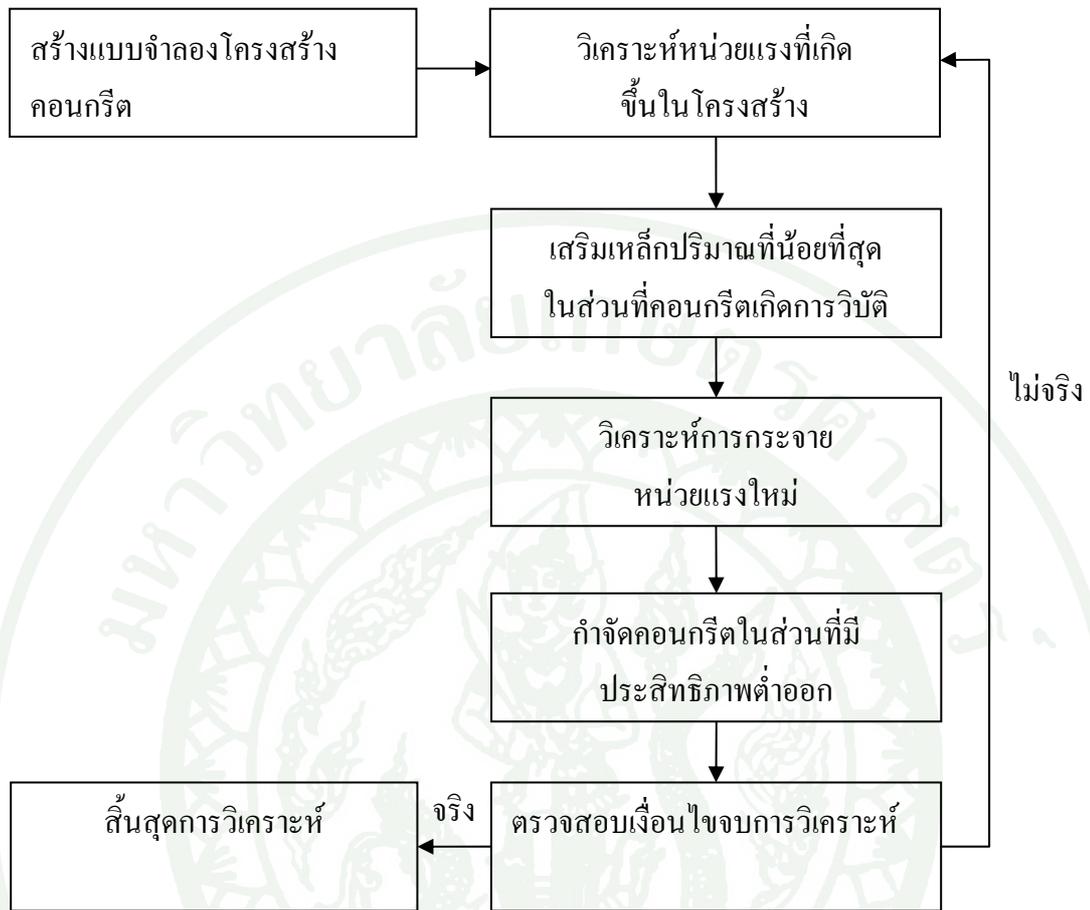
5.2 ห้ามก้ำจัดไฟไนต์เอลิเมนต์ใดๆ ที่มีเหล็กรวมอยู่

6 ทดสอบเพื่อทำการแก้จุดบกพร่องของแผนภูมิสายงาน (Debug)

7. สรุปแผนภูมิสายงานของกระบวนการ

8. ดำเนินการวิเคราะห์กรณีศึกษาโดยชุดตัวแปรระบุค่า

9. สรุปผลการวิเคราะห์กรณีศึกษา



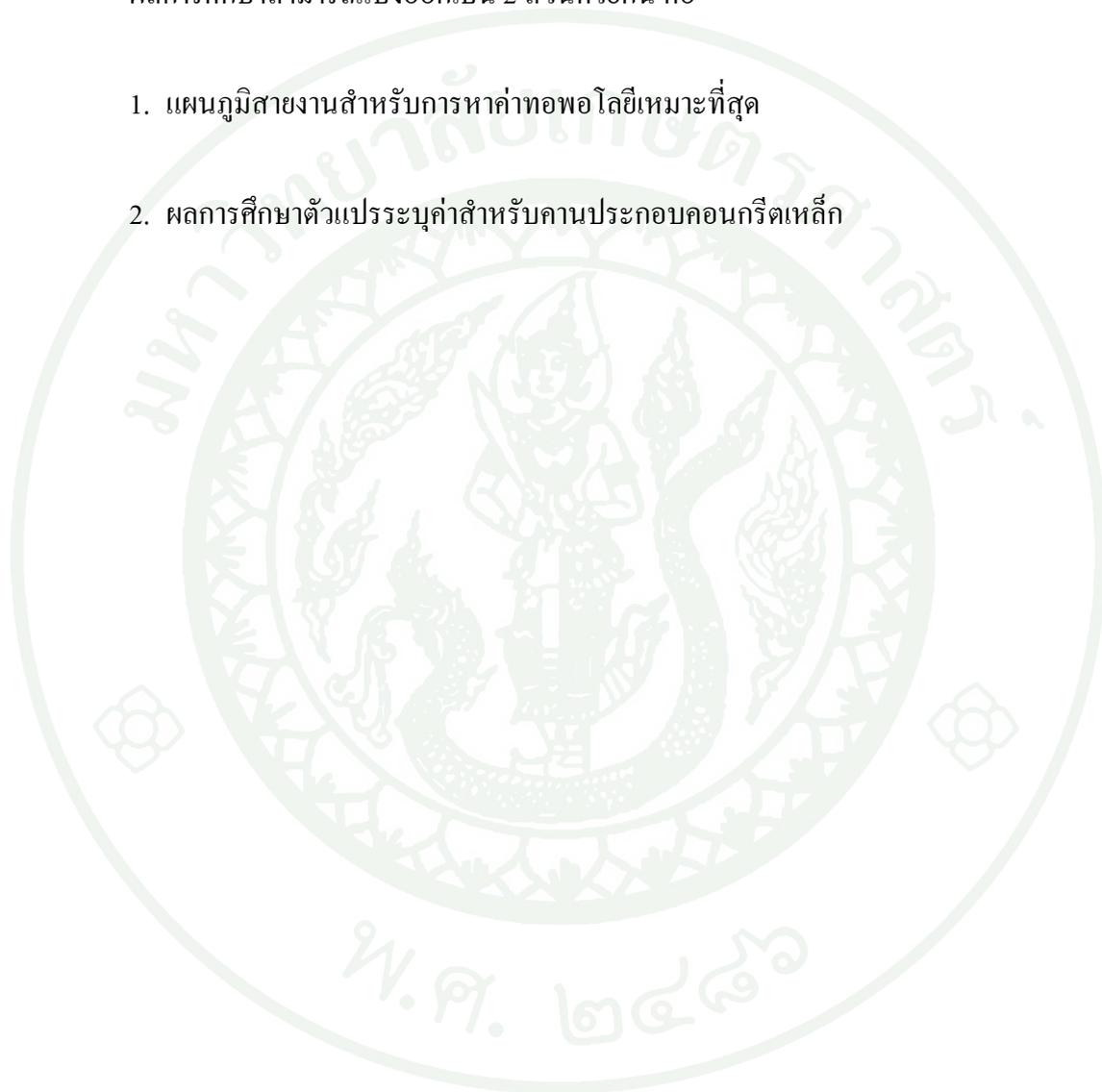
ภาพที่ 43 แผนภูมิสายงานของแนวคิดพื้นฐาน

ผลและวิจารณ์

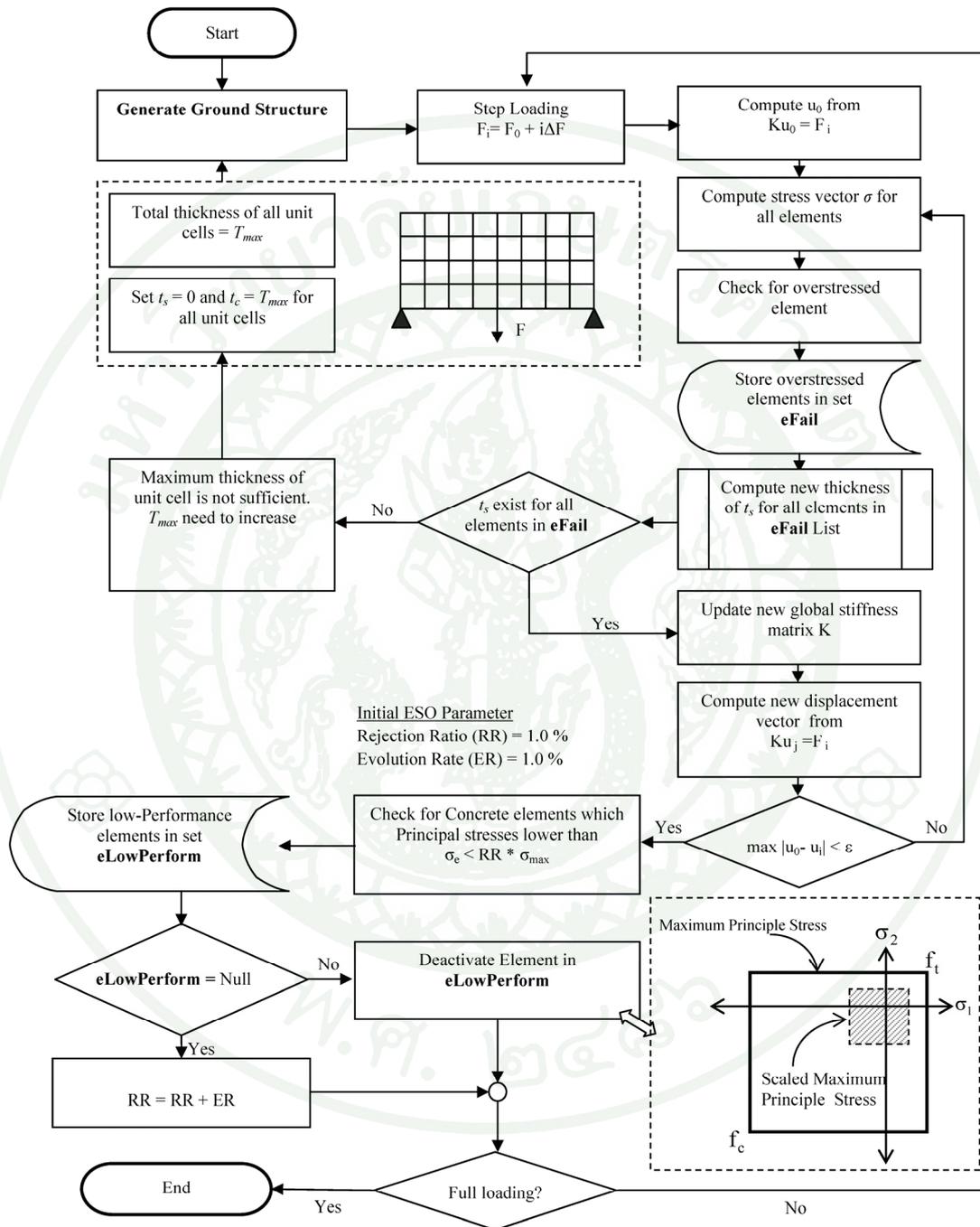
ผล

ผลการศึกษาสามารถแบ่งออกเป็น 2 ส่วนด้วยกัน คือ

1. แผนภูมิสายงานสำหรับการหาค่าทอพอโลยีเหมาะสมที่สุด
2. ผลการศึกษาตัวแปรระบุค่าสำหรับคานประกอบคอนกรีตเหล็ก



แผนภูมิสายงานสำหรับการหาค่าทอพอโลยีที่เหมาะสมที่สุด



ภาพที่ 44 แผนภูมิสายงานการหาค่าทอพอโลยีที่เหมาะสมที่สุด

การศึกษาตัวแปรระบุค่า

การศึกษาตัวแปรระบุค่า (Parametric studies) เพื่อทดสอบฟังก์ชันงานเป็นคาน
คอนกรีตเสริมเหล็กที่มีจุดรองรับอย่างง่าย มีตัวแปรระบุค่าที่ใช้ดังต่อไปนี้

ตารางที่ 4 ตัวแปรระบุค่าทางกลสมบัติของวัสดุ

| วัสดุ | กลสมบัติ | | หน่วยแรงสูงสุด | |
|------------|---|---------------|--|--|
| | ค่ามอดุลัสยืดหยุ่น (กก./ซม. ²) | สัดส่วนปัวซอง | หน่วยแรงดึง (กก./ซม. ²) | หน่วยแรงอัด (กก./ซม. ²) |
| คอนกรีต | $4,270 w^{1.5} \sqrt{f'_c}$ | 0.17 | $1.76 \sqrt{f'_c}$ | f'_c |
| เหล็กเสริม | 2.039×10^6 | 0.30 | - | - |

หมายเหตุ ค่า $E_c = 4,270 w^{1.5} \sqrt{f'_c}$ อ้างอิงจากมาตรฐานของวิศวกรรมสถานแห่งประเทศไทย
(คณะกรรมการวิชาการสาขาวิศวกรรมโยธา, 2550)

โดย

w คือ หน่วยน้ำหนักของคอนกรีตมีค่าโดยประมาณ 2,323 – 2,400 กก./ลบ.ม.
 f'_c คือ หน่วยแรงอัดประลัยของคอนกรีตอายุ 28 วันในการศึกษานี้เป็นค่าคงที่
 240 กก./ซม.²

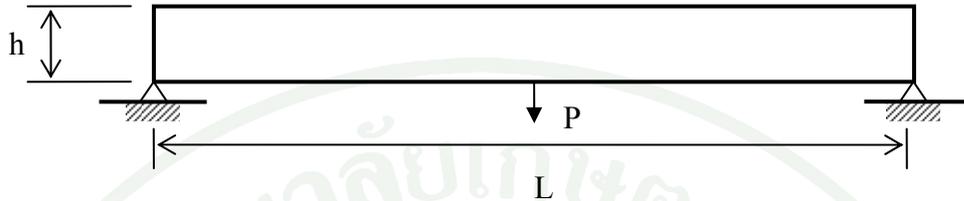
ตารางที่ 5 สมบัติเชิงปริมาณอื่นๆ ของวัสดุ

| วัสดุ | น้ำหนักต่อหน่วย | | ราคาต่อหน่วย | |
|------------|--------------------|-----------|----------------------|--------------|
| | (กก./ลบ.ม.) | (บาท/กก.) | (บาท/ลบ.ม.) | (บาท/ลบ.ซม.) |
| คอนกรีต | 2,400 ¹ | 1.041 | 2,550 ² | 0.00255 |
| เหล็กเสริม | 7,850 | 19.000 | 149,150 ² | 0.14915 |

หมายเหตุ ¹ ค่าโดยประมาณ ² คอนกรีตกำลังอัด 240 กก./ซม.²

ที่มา: สำนักดัชนีเศรษฐกิจการค้า (2552)

โดยคานในกรณีศึกษามีการกำหนดตัวแปรระบุค่า 3 ตัวแปรคือ ช่วงพาด (L) ความลึก (h) และ น้ำหนักบรรทุก (P) ดังแสดงในภาพที่ 45 และ ตารางที่ 6



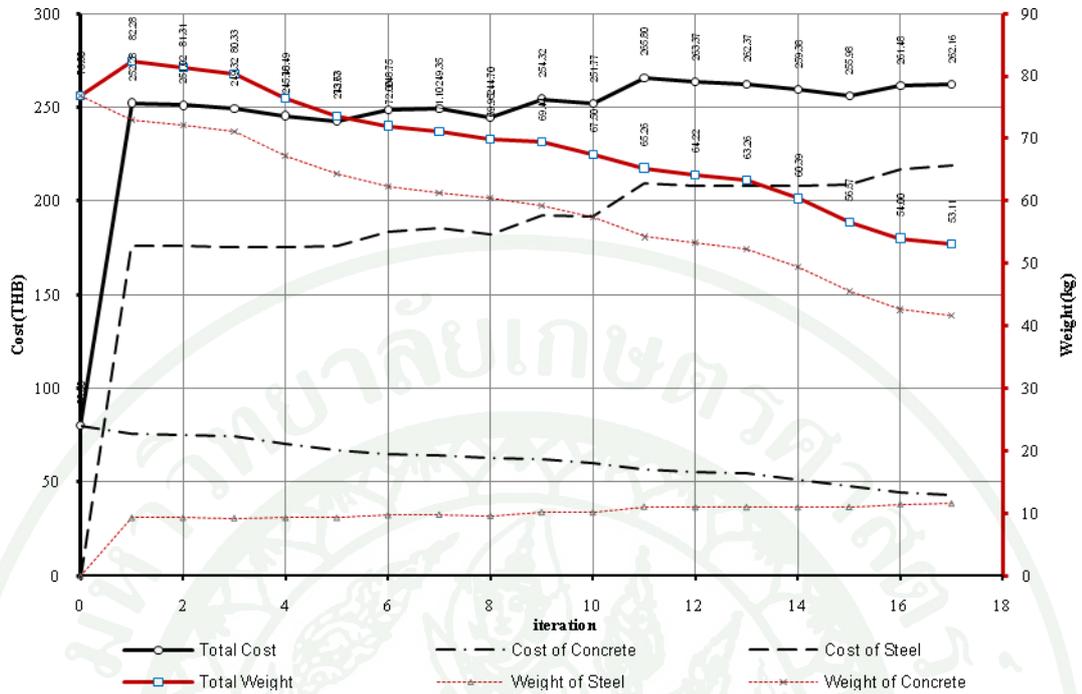
ภาพที่ 45 คานที่ใช้ในกรณีศึกษา

ตัวแปรระบุค่าของแต่ละกรณีศึกษาดังต่อไปนี้

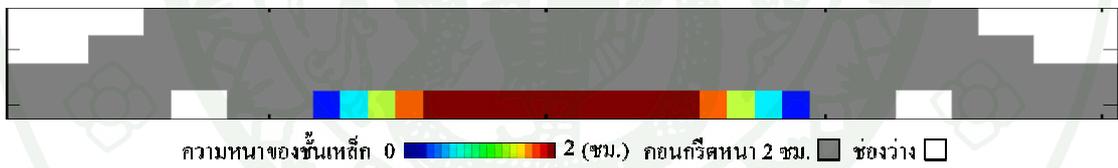
ตารางที่ 6 ตัวแปรระบุค่าในกรณีศึกษา

| กรณีศึกษา ที่ | f_c (กก./ชม. ²) | ช่วงพาด L (ชม.) | ความลึก h (ชม.) | L/h | ความหนา t (ชม.) | น้ำหนัก P (กก.) | ชิ้นส่วน | | |
|------------------|----------------------------------|-----------------------|-----------------------|-----|-----------------------|-----------------------|----------|-------|---------------------------|
| | | | | | | | n_x | n_y | A_e (ชม. ²) |
| 1.1 | 240 | 400 | 40 | 10 | 2.0 | 1500 | 40 | 4 | 100 |
| 1.2 | 240 | 400 | 50 | 8 | 2.0 | 1500 | 40 | 5 | 100 |
| 1.3 | 240 | 400 | 80 | 5 | 2.0 | 1500 | 40 | 8 | 100 |
| 1.4 | 240 | 200 | 100 | 2 | 2.0 | 1500 | 20 | 10 | 100 |
| 2.1 | 240 | 400 | 40 | 10 | 2.0 | 2000 | 40 | 4 | 100 |
| 2.2 | 240 | 400 | 50 | 8 | 2.0 | 2000 | 40 | 5 | 100 |
| 2.3 | 240 | 400 | 80 | 5 | 2.0 | 2000 | 40 | 8 | 100 |
| 2.4 | 240 | 200 | 100 | 2 | 2.0 | 2000 | 20 | 10 | 100 |
| 3.1 | 240 | 400 | 40 | 10 | 2.0 | 2500 | 40 | 4 | 100 |
| 3.2 | 240 | 400 | 50 | 8 | 2.0 | 2500 | 40 | 5 | 100 |
| 3.3 | 240 | 400 | 80 | 5 | 2.0 | 2500 | 40 | 8 | 100 |
| 3.4 | 240 | 200 | 100 | 2 | 2.0 | 2500 | 20 | 10 | 100 |

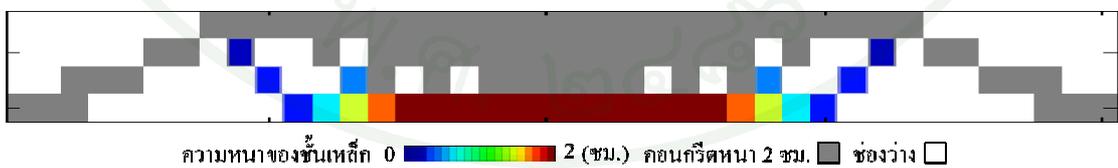
ภาพที่ 46 ถึง 81 แสดงแผนภูมิการข้อมูลวัสดุ ราคา และ ทอพอโลยีของคาน ที่ได้จากชุดตัวแปรระบุค่า



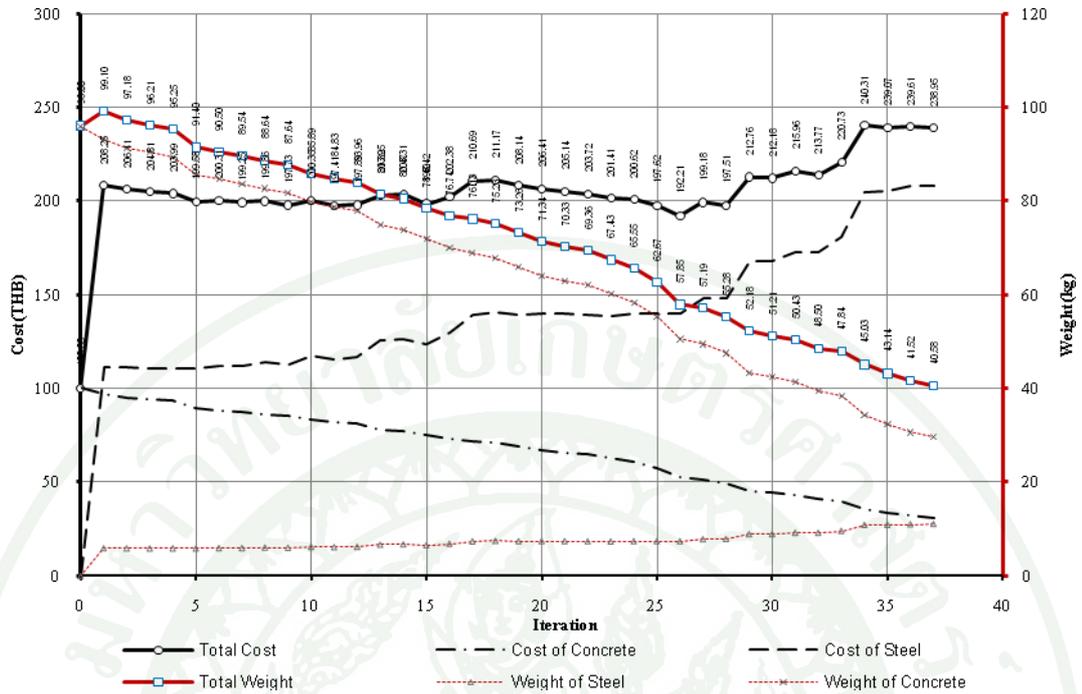
ภาพที่ 46 ราคา น้ำหนักวัสดุ กรณีศึกษา 1.1 จำนวน 17 รอบการวิเคราะห์



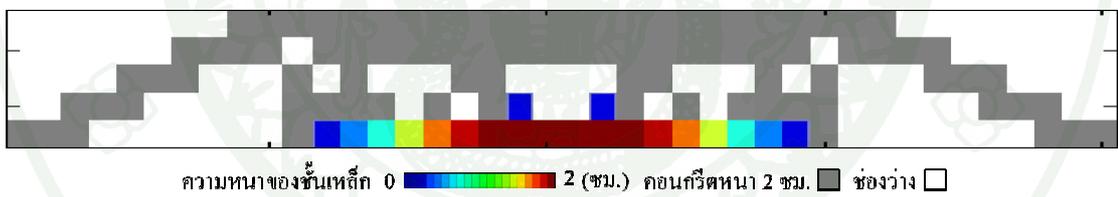
ภาพที่ 47 กรณีศึกษา 1.1 ราคาต่ำที่สุด 242.77 บาท น้ำหนัก 73.6 กิโลกรัม (รุ่นที่ 5)



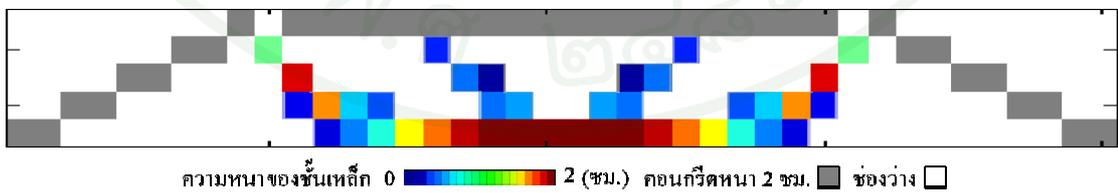
ภาพที่ 48 กรณีศึกษา 1.1 น้ำหนักต่ำที่สุด 53.1 กิโลกรัม ราคา 262.16 บาท (รุ่นที่ 17)



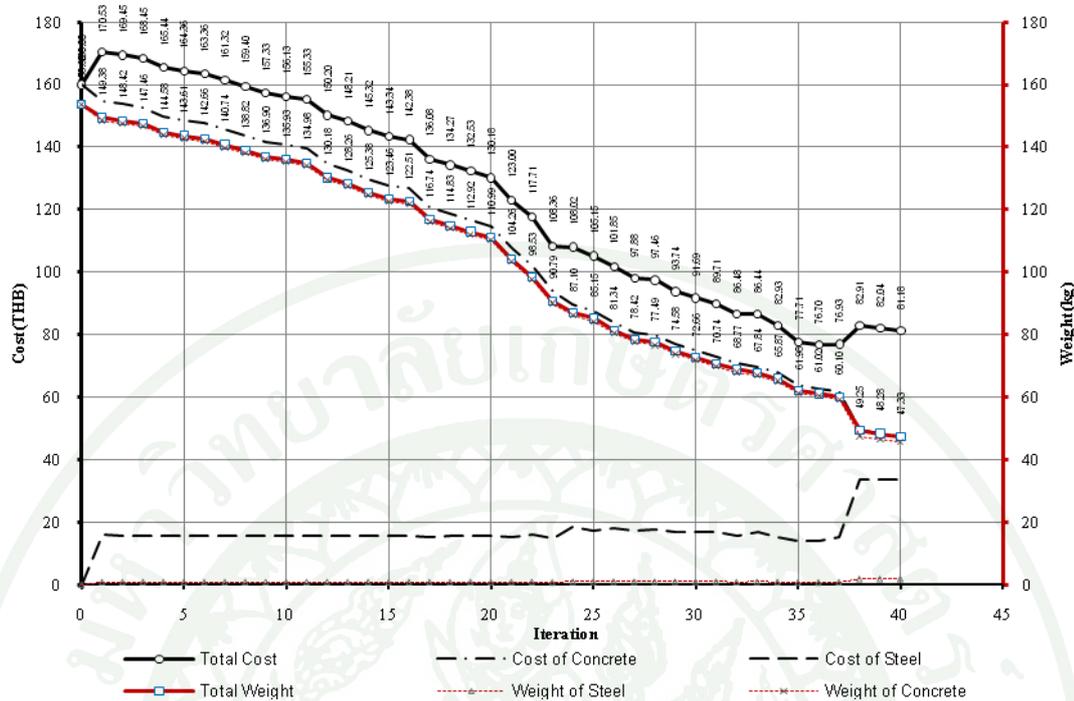
ภาพที่ 49 ราคา น้ำหนักวัสดุ กรณีศึกษา 1.2 จำนวน 37 รอบการวิเคราะห์



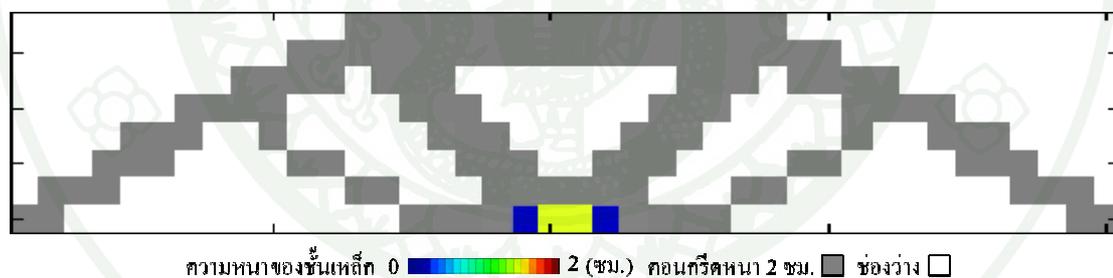
ภาพที่ 50 กรณีศึกษา 1.2 ราคาต่ำที่สุด 192.21 บาท น้ำหนัก 57.9 กิโลกรัม (รุ่นที่ 26)



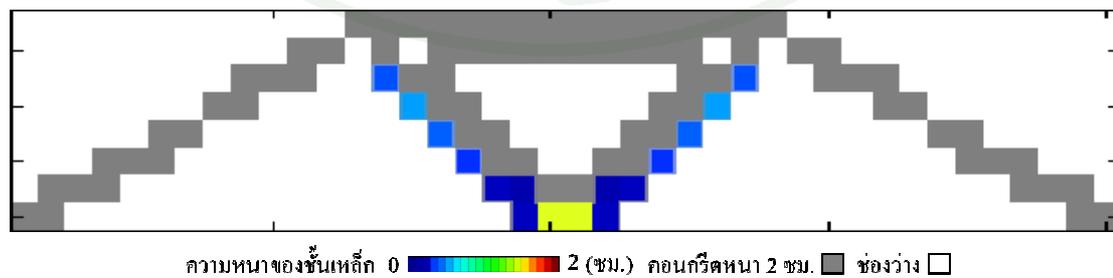
ภาพที่ 51 กรณีศึกษา 1.2 น้ำหนักต่ำที่สุด 40.6 กิโลกรัม ราคา 238.9 บาท (รุ่นที่ 37)



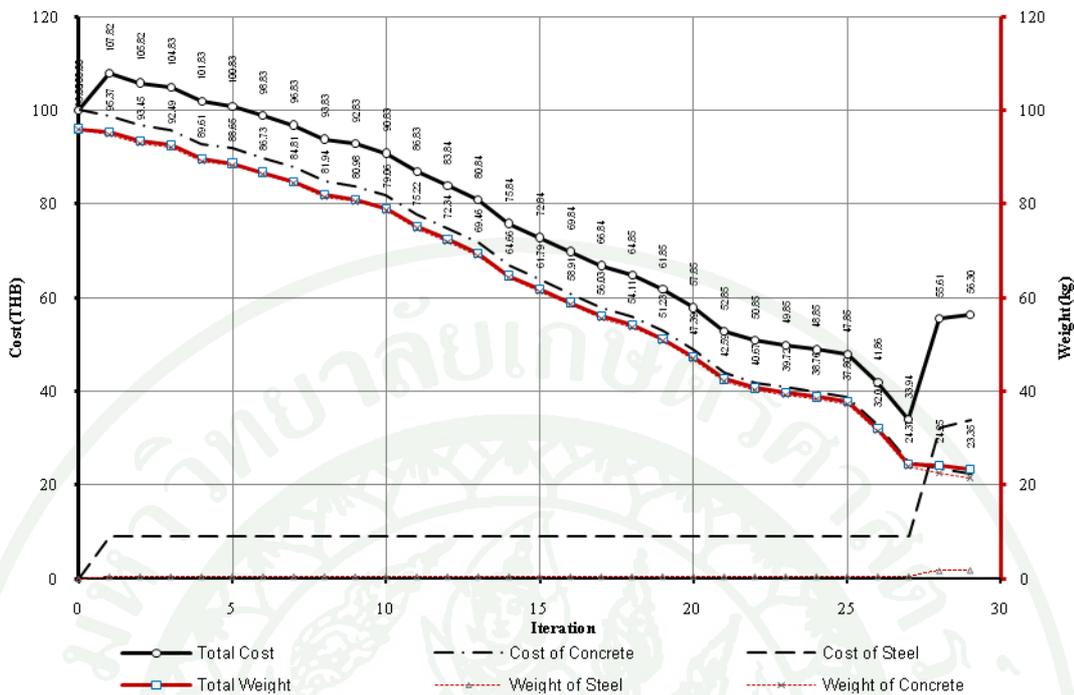
ภาพที่ 52 ราคา น้ำหนักวัสดุ กรณีศึกษา 1.3 จำนวน 40 รอบการวิเคราะห์



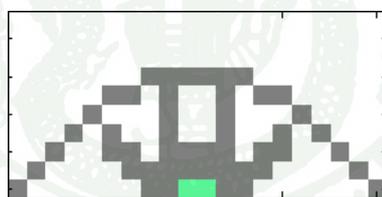
ภาพที่ 53 กรณีศึกษา 1.3 ราคาต่ำที่สุด 76.7 บาท น้ำหนัก 61.0 กิโลกรัม (รุ่นที่ 36)



ภาพที่ 54 กรณีศึกษา 1.3 น้ำหนักต่ำที่สุด 47.3 กิโลกรัม ราคา 81.2 บาท (รุ่นที่ 40)

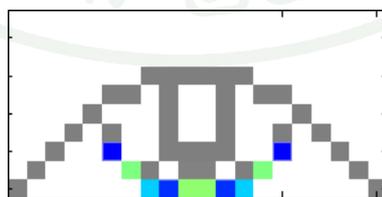


ภาพที่ 55 ราคา น้ำหนักวัสดุ กรณีศึกษา 1.4 จำนวน 29 รอบการวิเคราะห์



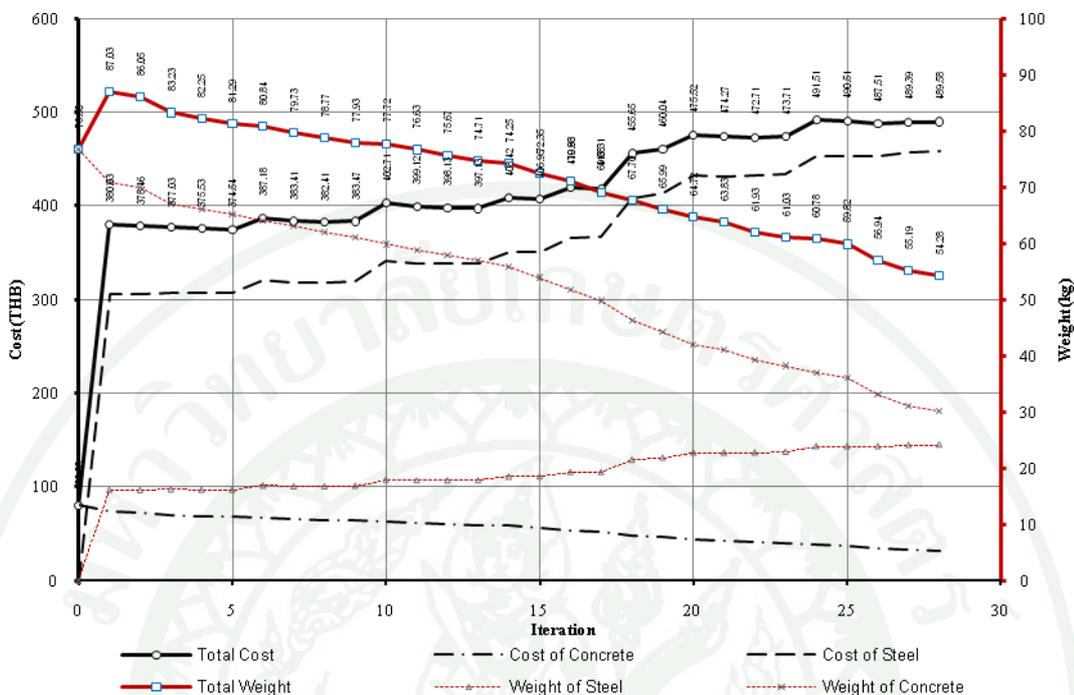
ความหนาของชั้นเหล็ก 0 2 (ซม.) คอนกรีตหนา 2 ซม. ช่องว่าง

ภาพที่ 56 กรณีศึกษา 1.4 ราคาต่ำที่สุด 33.9 บาท น้ำหนัก 24.4 กิโลกรัม (รุ่นที่ 27)

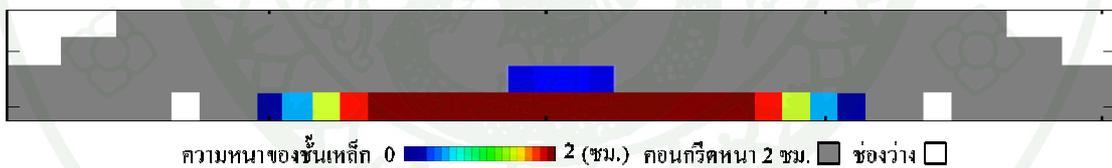


ความหนาของชั้นเหล็ก 0 2 (ซม.) คอนกรีตหนา 2 ซม. ช่องว่าง

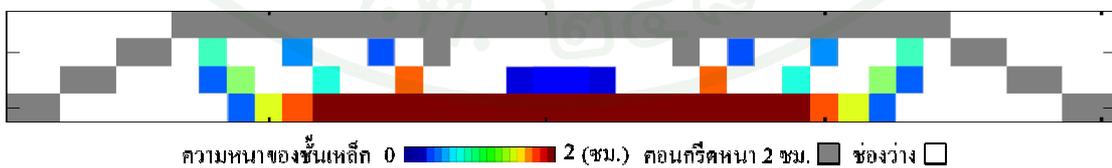
ภาพที่ 57 กรณีศึกษา 1.4 น้ำหนักต่ำที่สุด 23.4 กิโลกรัม ราคา 56.3 บาท (รุ่นที่ 29)



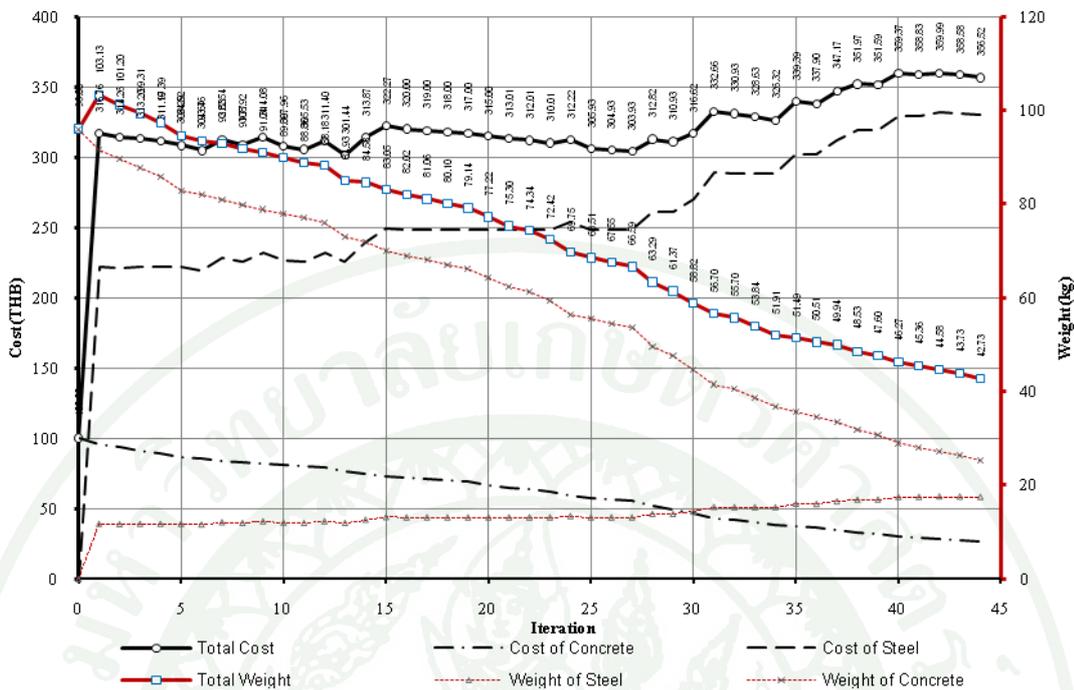
ภาพที่ 58 ราคา น้ำหนักวัสดุ กรณีศึกษา 2.1 จำนวน 28 รอบการวิเคราะห์

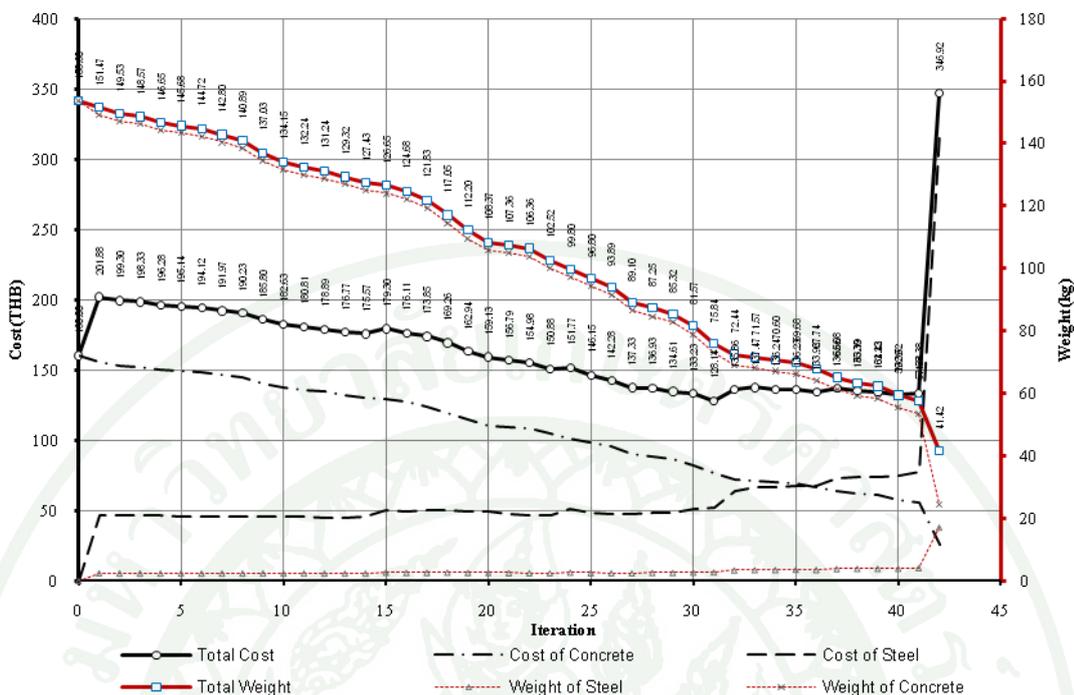


ภาพที่ 59 กรณีศึกษา 2.1 ราคาต่ำที่สุด 374.5 บาท น้ำหนัก 81.3 กิโลกรัม (รุ่นที่ 5)

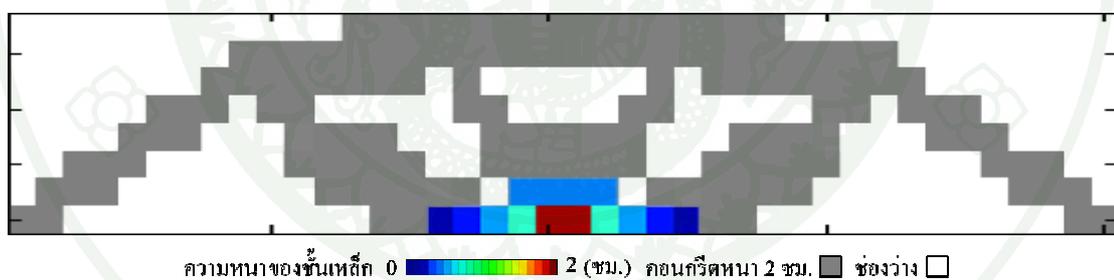


ภาพที่ 60 กรณีศึกษา 2.1 น้ำหนักต่ำที่สุด 54.3 กิโลกรัม ราคา 489.6 บาท (รุ่นที่ 28)

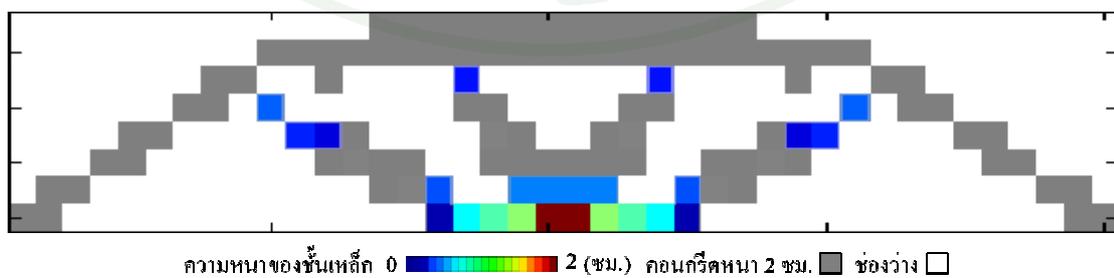




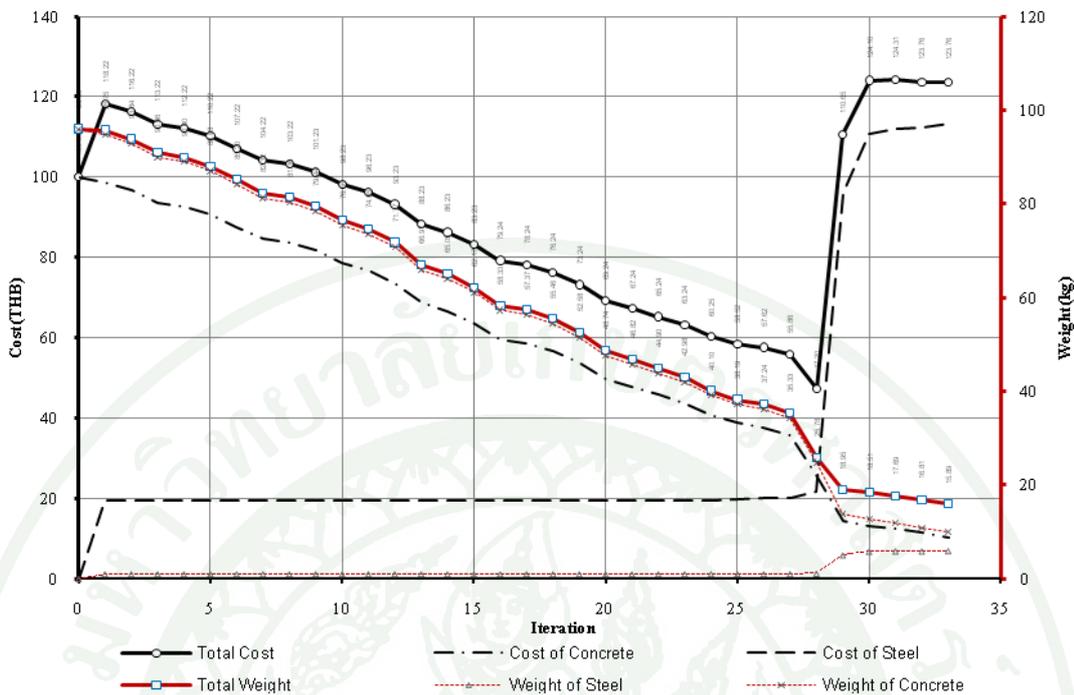
ภาพที่ 64 ราคา น้ำหนักวัสดุ กรณีศึกษา 2.3 จำนวน 42 รอบการวิเคราะห์



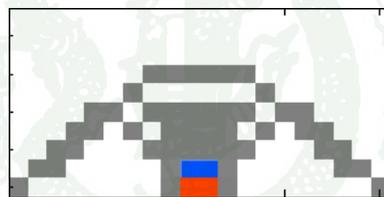
ภาพที่ 65 กรณีศึกษา 2.3 ราคาต่ำที่สุด 128.14 บาท น้ำหนัก 75.8 กิโลกรัม (รุ่นที่ 31)



ภาพที่ 66 กรณีศึกษา 2.3 น้ำหนักต่ำที่สุด 41.4 กิโลกรัม ราคา 346.92 บาท (รุ่นที่ 42)

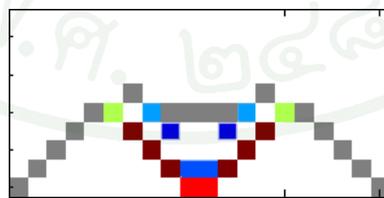


ภาพที่ 67 ราคา น้ำหนักวัสดุ กรณีศึกษา 2.4 จำนวน 43 รอบการวิเคราะห์



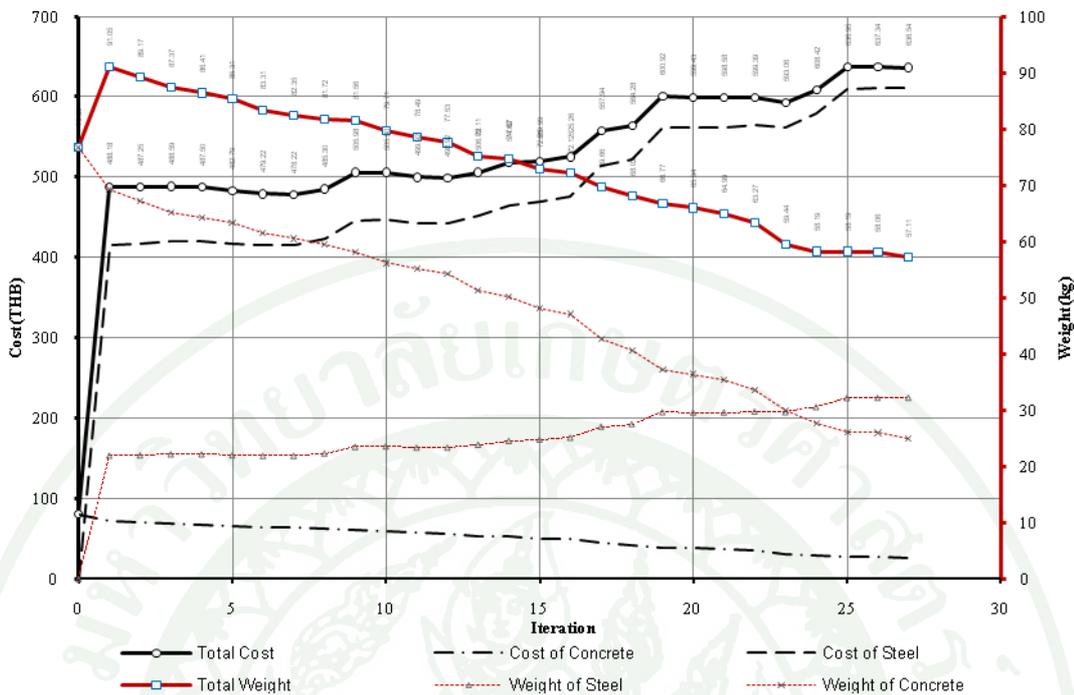
ความหนาของชั้นเหล็ก 0 2 (ชม.) คอนกรีตหนา 2 ซม. ช่องว่าง □

ภาพที่ 68 กรณีศึกษา 2.4 ราคาต่ำที่สุด 47.2 บาท น้ำหนัก 25.8 กิโลกรัม (รุ่นที่ 27)

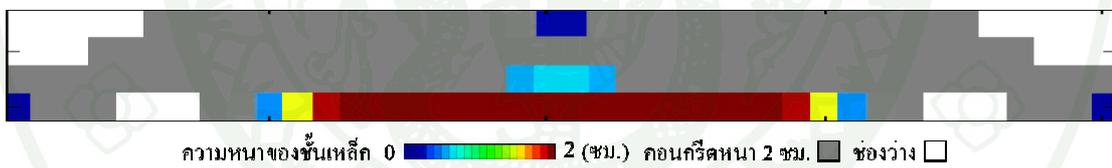


ความหนาของชั้นเหล็ก 0 2 (ชม.) คอนกรีตหนา 2 ซม. ช่องว่าง □

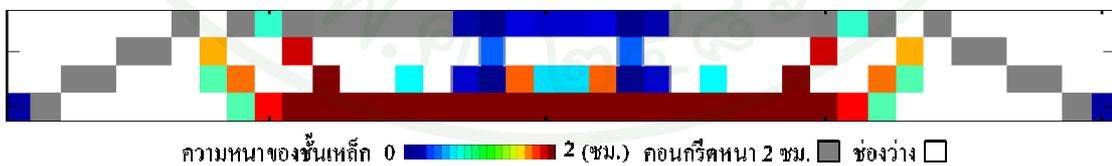
ภาพที่ 69 กรณีศึกษา 2.4 น้ำหนักต่ำที่สุด 15.9 กิโลกรัม ราคา 123.76 บาท (รุ่นที่ 33)



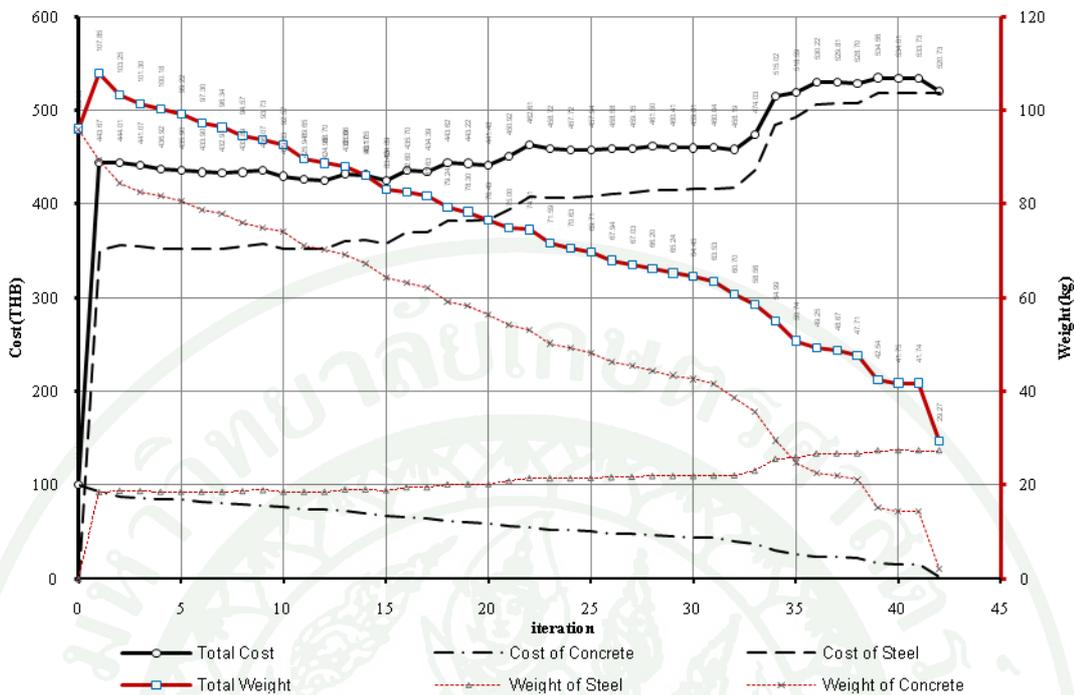
ภาพที่ 70 ราคา น้ำหนักวัสดุ กรณีศึกษา 3.1 จำนวน 27 รอบการวิเคราะห์



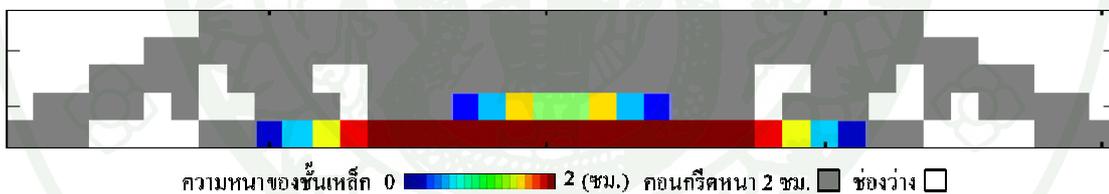
ภาพที่ 71 กรณีศึกษา 3.1 ราคาต่ำที่สุด 478.22 บาท น้ำหนัก 82.4 กิโลกรัม (รุ่นที่ 7)



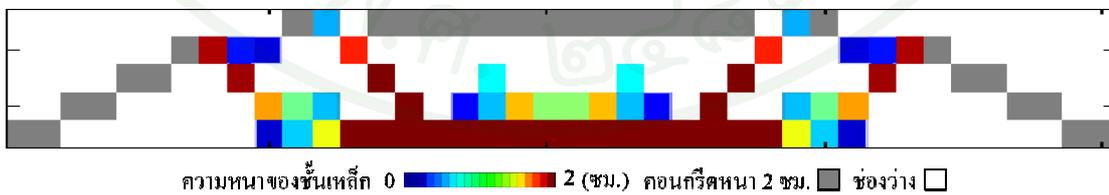
ภาพที่ 72 กรณีศึกษา 3.1 น้ำหนักต่ำที่สุด 57.1 กิโลกรัม ราคา 636.54 บาท (รุ่นที่ 27)



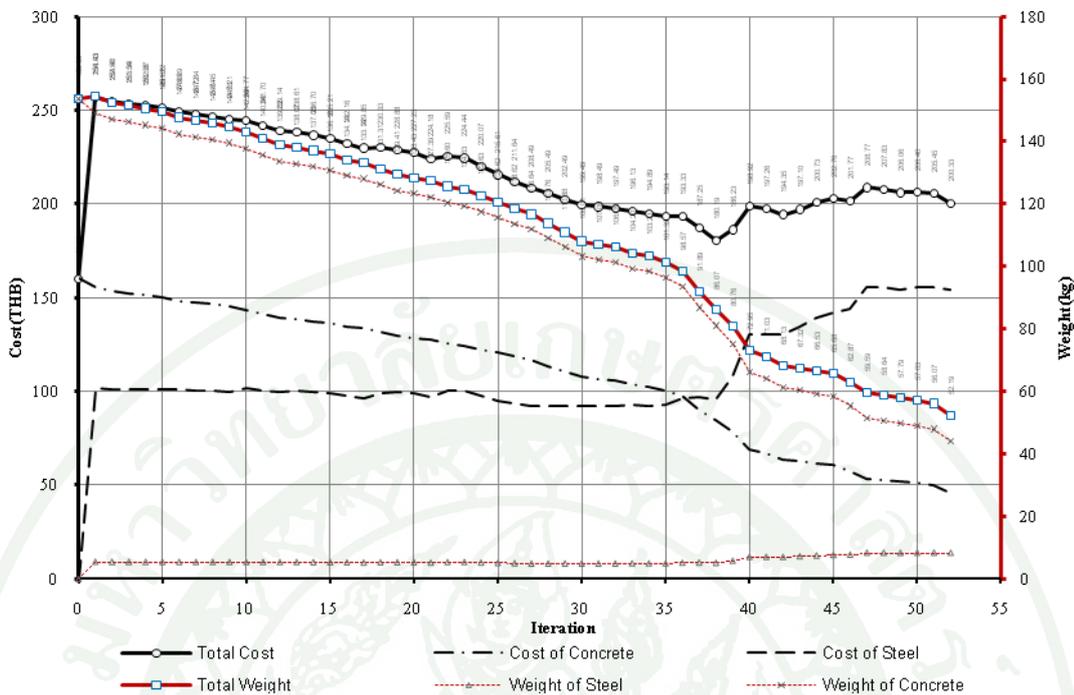
ภาพที่ 73 ราคา น้ำหนักวัสดุ กรณีศึกษา 3.2 จำนวน 42 รอบการวิเคราะห์



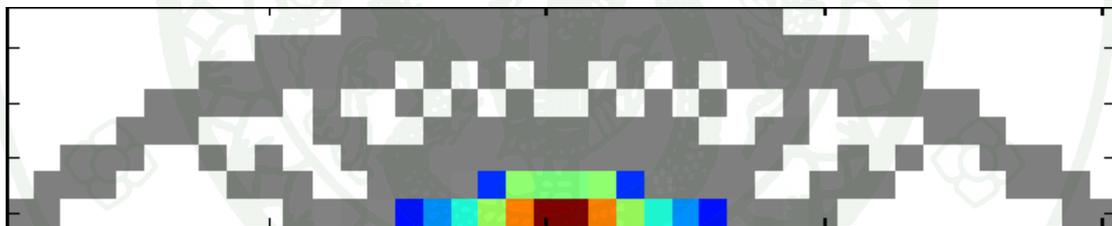
ภาพที่ 74 กรณีศึกษา 3.2 ราคาต่ำที่สุด 424.89 บาท น้ำหนัก 83.1 กิโลกรัม (รุ่นที่ 15)



ภาพที่ 75 กรณีศึกษา 3.2 น้ำหนักต่ำที่สุด 29.3 กิโลกรัม ราคา 520.73 บาท (รุ่นที่ 42)



ภาพที่ 76 ราคา น้ำหนักวัสดุ กรณีศึกษา 3.3 จำนวน 52 รอบการวิเคราะห์



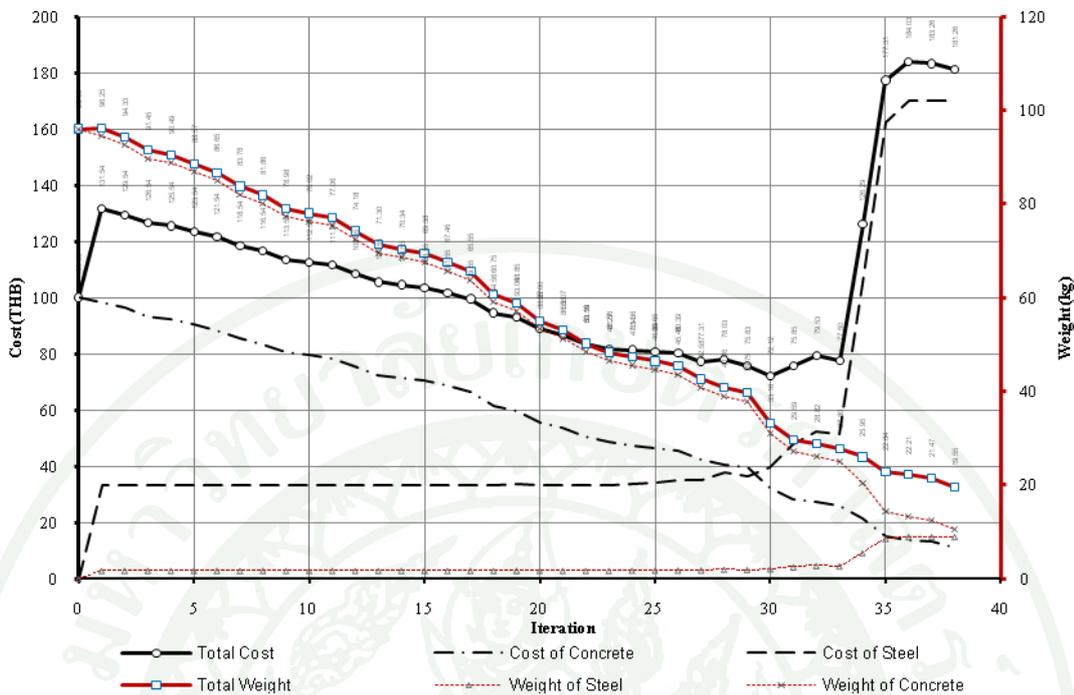
ความหนาของชั้นเหล็ก 0 2 (ชม.) กอนกรีตหนา 2 ชม. ช่องว่าง

ภาพที่ 77 กรณีศึกษา 3.3 ราคาต่ำที่สุด 180.19 บาท น้ำหนัก 86.1 กิโลกรัม (รุ่นที่ 38)

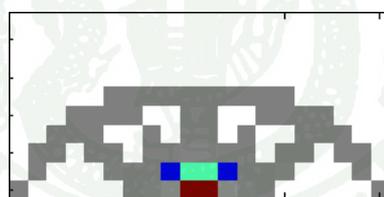


ความหนาของชั้นเหล็ก 0 2 (ชม.) กอนกรีตหนา 2 ชม. ช่องว่าง

ภาพที่ 78 กรณีศึกษา 3.3 น้ำหนักต่ำที่สุด 52.2 กิโลกรัม ราคา 200.33 บาท (รุ่นที่ 52)

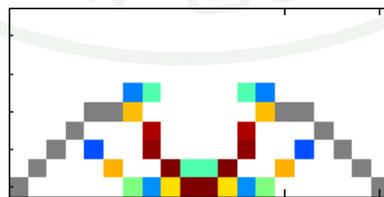


ภาพที่ 79 ราคา น้ำหนักวัสดุ กรณีศึกษา 3.4 จำนวน 38 รอบการวิเคราะห์



ความหนาของชั้นเหล็ก 0 2 (ซม.) คอนกรีตหนา 2 ซม. ช่องว่าง

ภาพที่ 80 กรณีศึกษา 3.4 ราคาต่ำที่สุด 72.12 บาท น้ำหนัก 33.2 กิโลกรัม (รุ่นที่ 30)



ความหนาของชั้นเหล็ก 0 2 (ซม.) คอนกรีตหนา 2 ซม. ช่องว่าง

ภาพที่ 81 กรณีศึกษา 3.4 น้ำหนักต่ำที่สุด 19.6 กิโลกรัม ราคา 181.26 บาท (รุ่นที่ 38)

ตารางที่ 7 น้ำหนักวัสดุ ราคา ของโครงสร้างเริ่มต้น การวิเคราะห์รอบที่ 1 และ ทอพอโลยีที่ราคาต่ำที่สุด

| กรณีศึกษา | น้ำหนักวัสดุ (กิโลกรัม) | | | | ราคาวัสดุ (บาท) | | | | การวิเคราะห์ รอบที่ | น้ำหนักวัสดุ (กิโลกรัม) | | | ราคาวัสดุ (บาท) | | |
|-----------|-------------------------|---------|----------|-------|-----------------|---------|----------|-------|------------------------|-------------------------|-------|------|-----------------|-------|--------|
| | เริ่มต้น | | รอบที่ 1 | | เริ่มต้น | | รอบที่ 1 | | | คอนกรีต | เหล็ก | รวม | คอนกรีต | เหล็ก | รวม |
| | คอนกรีต | คอนกรีต | เหล็ก | รวม | คอนกรีต | คอนกรีต | เหล็ก | รวม | | | | | | | |
| 1.1 | 76.8 | 73.0 | 9.3 | 82.3 | 80.0 | 76.0 | 176.2 | 252.3 | 17 | 41.6 | 11.5 | 53.1 | 43.3 | 218.8 | 262.16 |
| 1.2 | 96.0 | 93.3 | 5.8 | 99.1 | 100.0 | 97.1 | 111.1 | 208.3 | 37 | 29.6 | 11.0 | 40.6 | 30.9 | 208.1 | 238.95 |
| 1.3 | 153.6 | 148.5 | 0.8 | 149.4 | 160.0 | 154.7 | 15.8 | 170.5 | 40 | 45.6 | 1.8 | 47.3 | 47.5 | 33.7 | 81.18 |
| 1.4 | 96.0 | 94.9 | 0.5 | 95.4 | 100.0 | 98.9 | 9.0 | 107.8 | 29 | 21.6 | 1.8 | 23.4 | 22.5 | 33.8 | 56.30 |
| 2.1 | 76.8 | 70.9 | 16.1 | 87.0 | 80.0 | 73.9 | 306.2 | 380.0 | 28 | 30.2 | 24.1 | 54.3 | 31.4 | 458.2 | 489.58 |
| 2.2 | 96.0 | 91.5 | 11.7 | 103.1 | 100.0 | 95.3 | 221.5 | 316.8 | 44 | 25.4 | 17.4 | 42.7 | 26.4 | 330.1 | 356.52 |
| 2.3 | 153.6 | 149.0 | 2.5 | 151.5 | 160.0 | 155.2 | 46.7 | 201.9 | 42 | 24.5 | 16.9 | 41.4 | 25.5 | 321.4 | 346.92 |
| 2.4 | 96.0 | 94.7 | 1.0 | 95.8 | 100.0 | 98.7 | 19.5 | 118.2 | 33 | 9.9 | 6.0 | 15.9 | 10.3 | 113.4 | 123.76 |
| 3.1 | 76.8 | 69.1 | 21.9 | 91.0 | 80.0 | 72.0 | 416.2 | 488.2 | 27 | 25.0 | 32.1 | 57.1 | 26.0 | 610.5 | 636.54 |
| 3.2 | 96.0 | 89.4 | 18.4 | 107.8 | 100.0 | 93.1 | 350.5 | 443.7 | 42 | 2.0 | 27.3 | 29.3 | 2.0 | 518.7 | 520.73 |
| 3.3 | 153.6 | 149.1 | 5.3 | 154.4 | 160.0 | 155.3 | 101.6 | 256.9 | 52 | 44.1 | 8.1 | 52.2 | 45.9 | 154.4 | 200.33 |
| 3.4 | 96.0 | 94.5 | 1.7 | 96.2 | 100.0 | 98.4 | 33.1 | 131.5 | 38 | 10.6 | 9.0 | 19.6 | 11.0 | 170.2 | 181.26 |

ตารางที่ 8 น้ำหนักวัสดุ ราคา ของโครงสร้างเริ่มต้น การวิเคราะห์รอบที่ 1 และ ทอพอโลยีที่น้ำหนักต่ำที่สุด

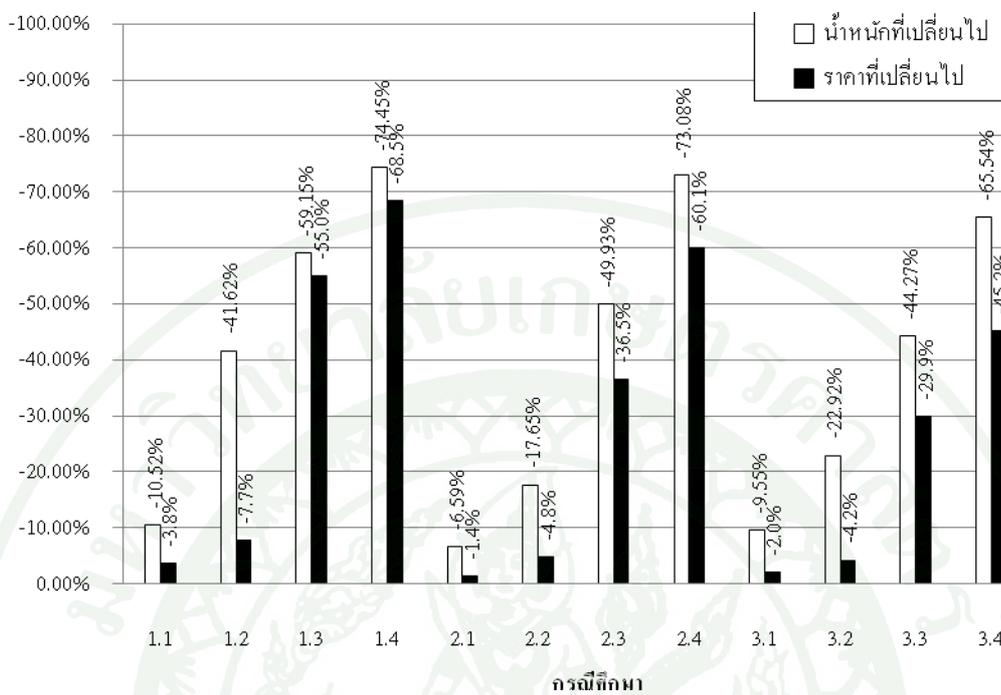
| กรณีศึกษา | น้ำหนักวัสดุ (กิโลกรัม) | | | | ราคาวัสดุ (บาท) | | | | การวิเคราะห์ รอบที่ | น้ำหนักวัสดุ (กิโลกรัม) | | | ราคาวัสดุ (บาท) | | |
|-----------|-------------------------|---------|----------|-------|-----------------|---------|----------|-------|------------------------|-------------------------|-------|------|-----------------|-------|--------|
| | เริ่มต้น | | รอบที่ 1 | | เริ่มต้น | | รอบที่ 1 | | | คอนกรีต | เหล็ก | รวม | คอนกรีต | เหล็ก | รวม |
| | คอนกรีต | คอนกรีต | เหล็ก | รวม | คอนกรีต | คอนกรีต | เหล็ก | รวม | | | | | | | |
| 1.1 | 76.8 | 73.0 | 9.3 | 82.3 | 80.0 | 76.0 | 176.2 | 252.3 | 17 | 64.4 | 9.2 | 73.6 | 43.3 | 218.8 | 262.16 |
| 1.2 | 96.0 | 93.3 | 5.8 | 99.1 | 100.0 | 97.1 | 111.1 | 208.3 | 37 | 29.6 | 11.0 | 40.6 | 30.9 | 208.1 | 238.95 |
| 1.3 | 153.6 | 148.5 | 0.8 | 149.4 | 160.0 | 154.7 | 15.8 | 170.5 | 40 | 45.6 | 1.8 | 47.3 | 47.5 | 33.7 | 81.18 |
| 1.4 | 96.0 | 94.9 | 0.5 | 95.4 | 100.0 | 98.9 | 9.0 | 107.8 | 29 | 21.6 | 1.8 | 23.4 | 22.5 | 33.8 | 56.30 |
| 2.1 | 76.8 | 70.9 | 16.1 | 87.0 | 80.0 | 73.9 | 306.2 | 380.0 | 28 | 30.2 | 24.1 | 54.3 | 31.4 | 458.2 | 489.58 |
| 2.2 | 96.0 | 91.5 | 11.7 | 103.1 | 100.0 | 95.3 | 221.5 | 316.8 | 44 | 25.4 | 17.4 | 42.7 | 26.4 | 330.1 | 356.52 |
| 2.3 | 153.6 | 149.0 | 2.5 | 151.5 | 160.0 | 155.2 | 46.7 | 201.9 | 42 | 24.5 | 16.9 | 41.4 | 25.5 | 321.4 | 346.92 |
| 2.4 | 96.0 | 94.7 | 1.0 | 95.8 | 100.0 | 98.7 | 19.5 | 118.2 | 33 | 9.9 | 6.0 | 15.9 | 10.3 | 113.4 | 123.76 |
| 3.1 | 76.8 | 69.1 | 21.9 | 91.0 | 80.0 | 72.0 | 416.2 | 488.2 | 27 | 25.0 | 32.1 | 57.1 | 26.0 | 610.5 | 636.54 |
| 3.2 | 96.0 | 89.4 | 18.4 | 107.8 | 100.0 | 93.1 | 350.5 | 443.7 | 42 | 2.0 | 27.3 | 29.3 | 2.0 | 518.7 | 520.73 |
| 3.3 | 153.6 | 149.1 | 5.3 | 154.4 | 160.0 | 155.3 | 101.6 | 256.9 | 52 | 44.1 | 8.1 | 52.2 | 45.9 | 154.4 | 200.33 |
| 3.4 | 96.0 | 94.5 | 1.7 | 96.2 | 100.0 | 98.4 | 33.1 | 131.5 | 38 | 10.6 | 9.0 | 19.6 | 11.0 | 170.2 | 181.26 |

ตารางที่ 9 น้ำหนักและราคาของวัสดุที่เปลี่ยนไป โดยการวิเคราะห์โดยเกณฑ์ราคาต่ำที่สุด

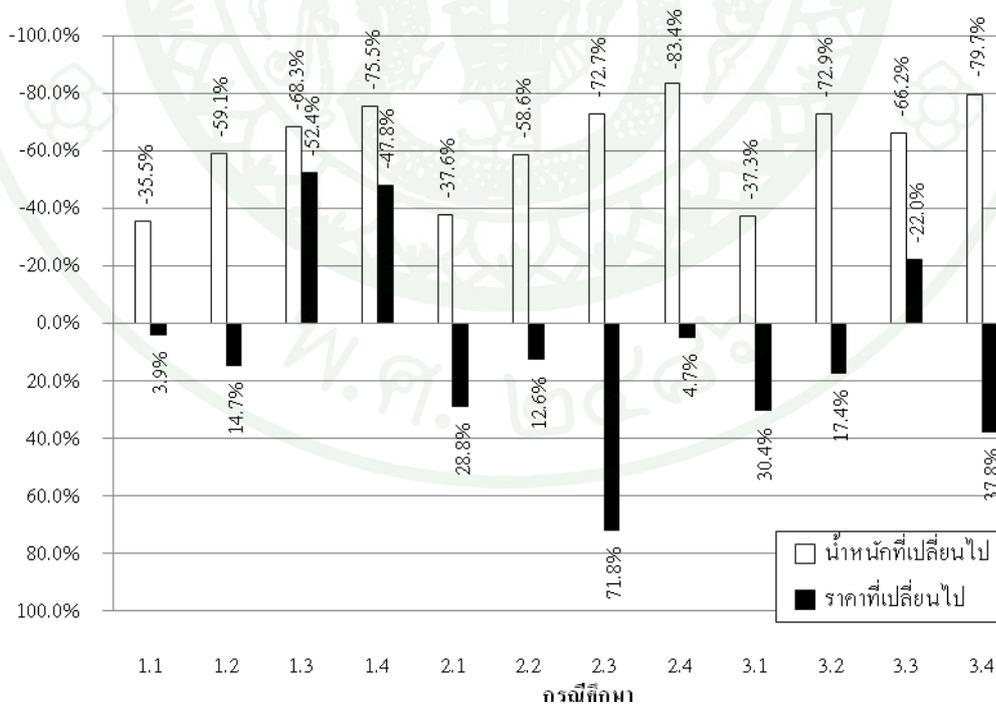
| กรณีศึกษา | น้ำหนักวัสดุที่เปลี่ยนไปเมื่อเทียบกับ รอบการวิเคราะห์ที่ (กิโลกรัม) | | ราคาที่เปลี่ยนไปเมื่อเทียบกับรอบ การวิเคราะห์ที่ (บาท) | | ร้อยละของน้ำหนักที่เปลี่ยนไปเมื่อ เทียบกับรอบการวิเคราะห์ที่ | | ร้อยละของราคาที่เปลี่ยนไปเมื่อ เทียบกับรอบการวิเคราะห์ที่ | |
|-----------|---|----------|--|----------|---|----------|--|----------|
| | เริ่มต้น | รอบที่ 1 | เริ่มต้น | รอบที่ 1 | เริ่มต้น | รอบที่ 1 | เริ่มต้น | รอบที่ 1 |
| 1.1 | -3.2 | -8.7 | 162.8 | -9.5 | -4.13% | -10.52% | 203.5% | -3.8% |
| 1.2 | -38.1 | -41.2 | 92.2 | -16.0 | -39.74% | -41.62% | 92.2% | -7.7% |
| 1.3 | -92.6 | -88.4 | -83.3 | -93.8 | -60.27% | -59.15% | -52.1% | -55.0% |
| 1.4 | -71.6 | -71.0 | -66.1 | -73.9 | -74.62% | -74.45% | -66.1% | -68.5% |
| 2.1 | 4.5 | -5.7 | 294.5 | -5.5 | 5.85% | -6.59% | 368.2% | -1.4% |
| 2.2 | -11.1 | -18.2 | 201.4 | -15.3 | -11.53% | -17.65% | 201.4% | -4.8% |
| 2.3 | -77.8 | -75.6 | -31.9 | -73.7 | -50.63% | -49.93% | -19.9% | -36.5% |
| 2.4 | -70.2 | -70.0 | -52.8 | -71.0 | -73.14% | -73.08% | -52.8% | -60.1% |
| 3.1 | 5.6 | -8.7 | 398.2 | -10.0 | 7.23% | -9.55% | 497.8% | -2.0% |
| 3.2 | -12.9 | -24.7 | 324.9 | -18.8 | -13.40% | -22.92% | 324.9% | -4.2% |
| 3.3 | -67.5 | -68.4 | 20.2 | -76.7 | -43.96% | -44.27% | 12.6% | -29.9% |
| 3.4 | -62.8 | -63.1 | -27.9 | -59.4 | -65.45% | -65.54% | -27.9% | -45.2% |

ตารางที่ 10 น้ำหนักและราคาของวัสดุที่เปลี่ยนไปโดยการวิเคราะห์โดยเกณฑ์น้ำหนักต่ำที่สุด

| กรณีศึกษา | น้ำหนักวัสดุที่เปลี่ยนไปเมื่อเทียบกับ รอบการวิเคราะห์ที่ (กิโลกรัม) | | ราคาที่เปลี่ยนไปเมื่อเทียบกับรอบ การวิเคราะห์ที่ (บาท) | | ร้อยละของน้ำหนักที่เปลี่ยนไปเมื่อ เทียบกับรอบการวิเคราะห์ที่ | | ร้อยละของราคาที่เปลี่ยนไปเมื่อ เทียบกับรอบการวิเคราะห์ที่ | |
|-----------|---|----------|--|----------|---|----------|--|----------|
| | เริ่มต้น | รอบที่ 1 | เริ่มต้น | รอบที่ 1 | เริ่มต้น | รอบที่ 1 | เริ่มต้น | รอบที่ 1 |
| 1.1 | -23.7 | -29.2 | 182.16 | 9.88 | -30.8% | -35.5% | 227.7% | 3.9% |
| 1.2 | -55.4 | -58.5 | 138.95 | 30.70 | -57.7% | -59.1% | 139.0% | 14.7% |
| 1.3 | -106.3 | -102.0 | -78.82 | -89.35 | -69.2% | -68.3% | -49.3% | -52.4% |
| 1.4 | -72.6 | -72.0 | -43.70 | -51.52 | -75.7% | -75.5% | -43.7% | -47.8% |
| 2.1 | -22.5 | -32.7 | 409.58 | 109.55 | -29.3% | -37.6% | 512.0% | 28.8% |
| 2.2 | -53.3 | -60.4 | 256.52 | 39.76 | -55.5% | -58.6% | 256.5% | 12.6% |
| 2.3 | -112.2 | -110.1 | 186.92 | 145.04 | -73.0% | -72.7% | 116.8% | 71.8% |
| 2.4 | -80.1 | -79.9 | 23.76 | 5.54 | -83.4% | -83.4% | 23.8% | 4.7% |
| 3.1 | -19.7 | -33.9 | 556.54 | 148.35 | -25.6% | -37.3% | 695.7% | 30.4% |
| 3.2 | -66.7 | -78.6 | 420.73 | 77.06 | -69.5% | -72.9% | 420.7% | 17.4% |
| 3.3 | -101.4 | -102.2 | 40.33 | -56.60 | -66.0% | -66.2% | 25.2% | -22.0% |
| 3.4 | -76.4 | -76.7 | 81.26 | 49.73 | -79.6% | -79.7% | 81.3% | 37.8% |



ภาพที่ 82 ร้อยละของน้ำหนักและราคาข้าวสุกที่เปลี่ยนแปลงไปโดยเกณฑ์ราคาต่ำที่สุด



ภาพที่ 83 ร้อยละของน้ำหนักและราคาข้าวสุกที่เปลี่ยนแปลงไปโดยเกณฑ์น้ำหนักต่ำที่สุด

กรณีศึกษาที่ 1.1, 2.1 และ 3.1 เป็นกลุ่มที่มีสัดส่วนความยาวต่อความลึกประสิทธิภาพเท่ากับ 10 ซึ่งเป็นสัดส่วนเดียวกับคานคอนกรีตเสริมเหล็กโดยทั่วไป จากกระบวนการหาค่าทอพอโลยีเหมาะที่สุดผู้ศึกษาพบว่า การเพิ่มขึ้นของแรงกระทำซึ่งกรณีศึกษาชุดนี้ แสดงให้เห็นถึงการเสริมเหล็กด้านล่างของโครงสร้างคาน ในกรณีศึกษาที่ 3.1 มีการเสริมเหล็กด้านบนของคาน ทั้งในกรณี ทอพอโลยีราคาต่ำที่สุด และ ทอพอโลยีน้ำหนักต่ำที่สุด โดยในกรณีศึกษา ที่ 1.1, 2.1 และ 3.1 ลักษณะของช่องโค้งไม่ปรากฏชัดเจน

กรณีศึกษาที่ 1.2, 2.2 และ 3.2 เป็นกลุ่มที่มีสัดส่วนความยาวต่อความลึกประสิทธิภาพเท่ากับ 8 ลักษณะของช่องโค้งยังไม่ชัดเจน กรณีศึกษาที่ 1.2 แสดงให้เห็นการกำจัดคอนกรีตในส่วนแกน สะเทินออกเป็นช่วง กรณีศึกษาที่ 2.2 และ 3.2 ปรากฏเหล็กรับแรงดึงชั้นที่สองในทอพอโลยีราคาต่ำที่สุด และปริมาณเหล็กรับแรงดึงมีค่ามากขึ้นตามลำดับ

กรณีศึกษาที่ 1.3, 2.3 และ 3.3 เป็นกลุ่มที่มีสัดส่วนความยาวต่อความลึกประสิทธิภาพเท่ากับ 5 สภาพช่องโค้งปรากฏขึ้นชัดเจนในทอพอโลยีที่ราคาต่ำสุด โดยคอนกรีตที่อยู่ใต้ช่องโค้งมีลักษณะคล้ายพัดซึ่งคอนกรีตในส่วนนี้ทำหน้าที่รับแรงดึง กลไกการรับน้ำหนักเปลี่ยนจากช่องโค้งเป็นโครงข้อหมุนในทอพอโลยีราคาต่ำที่สุด สำหรับกรณีศึกษาที่ 1.3 แต่ยังคงสภาพของช่องโค้งในกรณีศึกษาที่ 3.3 สำหรับ สำหรับกรณีศึกษาที่ 2.3 ในทอพอโลยีน้ำหนักต่ำที่สุดมีกลไกการรับน้ำหนักที่เป็นส่วนผสมของโครงข้อหมุนและช่องโค้ง

กรณีศึกษาที่ 1.4, 2.4 และ 3.4 เป็นกลุ่มที่มีสัดส่วนความยาวต่อความลึกประสิทธิภาพเท่ากับ 2 สภาพช่องโค้งปรากฏชัดที่สุด ยกเว้นกรณีศึกษาที่ 3.4 ซึ่งหน่วยแรงในคอนกรีตซึ่งอยู่ในสูงจากกึ่งกลางคานจากด้านล่าง 15 เซนติเมตรมีหน่วยแรงอัดที่ประมาณ 240 กิโลกรัมต่อตารางเซนติเมตร ซึ่งสูงกว่าหน่วยแรงอัดในช่องโค้งด้านบน

วิจารณ์

1. กระบวนการหาค่าทอพอโลยีที่เหมาะสมที่สุด

1.1 ในการศึกษาที่สามารถพัฒนากระบวนการหาค่าทอพอโลยีที่เหมาะสมที่สุดสำหรับคานประกอบคอนกรีตเหล็กได้ตามวัตถุประสงค์ของการศึกษา

1.2 เมื่อเปรียบเทียบกับการศึกษาก่อนหน้านี้ที่คล้ายคลึงกับเกี่ยวข้องกับหาค่าทอพอโลยีที่เหมาะสมที่สุดของโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็ก อาจเปรียบเทียบกับได้กับการศึกษาของ Liang et al (2000, 2001) และ Liang and Steven (2002) ซึ่งได้ผลลัพธ์เป็นทอพอโลยีของเหล็กเสริมและคอนกรีตโดยไม่มีการแสดงปริมาณของเหล็กเสริมในบริเวณต่าง ๆ ของโครงสร้าง เมื่อเปรียบเทียบกับผลการวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีที่นำเสนอในการศึกษานี้ มีข้อแตกต่างที่ชัดเจนคือในการศึกษานี้ผลลัพธ์ที่ได้คือทอพอโลยีของคอนกรีต พร้อมกับทอพอโลยีของเหล็กเสริม นอกจากนี้ในทอพอโลยีของเหล็กเสริมยังมีปริมาณความหนาของเหล็กเสริมที่ต้องการในทอพอโลยีรวมอยู่ด้วย

1.3 กระบวนการเสริมเหล็กที่เหมาะสมที่สุดทั้งระบบเป็นกระบวนการทำซ้ำโดยตั้งอยู่บนความจริงว่าการเปลี่ยนแปลงความแกร่งของชิ้นส่วนใด ๆ จะส่งผลกระทบต่อความแกร่งรวมของโครงสร้างทั้งหมด ดังนั้นจึงต้องมีการตรวจสอบค่าความหนาที่เหมาะสมที่สุดของชิ้นเหล็กเสริมในทุก ๆ ชิ้นส่วนทำให้การวิเคราะห์ปัญหาใช้ระยะเวลายาวนาน การพิจารณาถึงอิทธิพลของการเปลี่ยนแปลงค่าความแกร่งที่มีต่อชิ้นส่วนในระบบรวมจะสามารถลดขอบเขตการวิเคราะห์ซ้ำลงได้ซึ่งอาจช่วยเพิ่มความเร็วในการวิเคราะห์ปัญหา

1.4 ในภาพรวมกระบวนการวิเคราะห์ยังคงได้รับข้อเสียจากกระบวนการโครงข่ายแบบกริดตรง คือ มีความต้องการความละเอียดของโครงข่ายที่สูงเมื่อประกอบกับขั้นตอนในระเบียบวิธีซึ่งมีกระบวนการวนรอบที่ซ้อนกันหลายลำดับขั้นแล้ว ทำให้การวิเคราะห์ใช้ระยะเวลาในการเป็นอย่างมาก

1.5 กระบวนการหาความหนาที่เหมาะสมที่สุดของชิ้นเหล็กเสริมเฉพาะที่สามารถกระทำด้วยการใช้วิธีแบ่งครึ่งร่วมกับหน่วยแรงดึงจากสูงสุด อย่างไรก็ตามยังไม่ได้ปรับปรุงให้ระเบียบวิธีที่มีความเร็วในการคำนวณมากกว่านี้เช่นการใช้วิธีนิวตัน-ราฟสัน (Newton-Raphson method) หรือการใช้รูปแบบคำตอบสำเร็จ (Closed form solution)

2. กรณีศึกษาตัวแปรระบุค่า

2.1. ทอพอโลยีที่เหมาะสมที่สุดของโครงสร้างที่ได้จากกรณีศึกษาแสดงให้เห็นความสอดคล้องกับการออกแบบคอนกรีตเสริมเหล็กทั่วไปหลายประการ ซึ่งสามารถวิจารณ์เป็นประเด็นได้ดังต่อไปนี้

2.1.1. ในทุกกรณีของชุดตัวแปรระบุค่าโครงสร้างมีพฤติกรรมรับแรงคดที่มีค่าเป็นบวก ซึ่งทอพอโลยีของเหล็กเสริมส่วนใหญ่แสดงให้เห็นถึงเหล็กเสริมที่มีความหนาแน่นที่ส่วนล่างของคาน ซึ่งสอดคล้องกับการเสริมเหล็กรับแรงดึงในคานคอนกรีตเสริมเหล็กทั่วไป

2.1.2. ทอพอโลยีของเหล็กเสริมมีความหนาแน่นสูงสุดอยู่ในช่วงกลางความยาวคานซึ่งสอดคล้องกับแรงคดที่เกิดขึ้นสูงสุดในช่วงกึ่งกลางคาน

2.1.3. กรณีคานลึก 40 ซม. เมื่อมีภาระ 2500 กิโลกรัมกระทำทอพอโลยีที่เหมาะสมที่สุดของเหล็กเสริมจะแสดงให้เห็นถึงเหล็กเสริมรับแรงอัดที่ด้านบนของคานซึ่งสอดคล้องกับลักษณะของเหล็กบนที่ใช้ใน โครงสร้างคานคอนกรีตเสริมเหล็ก

2.1.4. กรณีของคานลึก 100 ซม. พฤติกรรมส่วนโค้งและการผูกไม่แสดงให้เห็นในการศึกษาตัวแปรระบุค่าในชุดนี้เนื่องจากสภาพของจตุรกรรับยังมีสภาพบังคับในแนวราบอยู่

2.2. ที่ผ่านมาในการศึกษาเกี่ยวกับการหาค่าทอพอโลยีที่เหมาะสมที่สุดของโครงสร้าง สัดส่วนน้ำหนักโครงสร้างที่ลดลงได้มักถูกเทียบกับน้ำหนักโครงสร้างเริ่มต้นในลักษณะร้อยละ แต่ในการศึกษานี้โครงสร้างเริ่มต้นสร้างขึ้นจากคอนกรีตล้วนซึ่งเมื่อมีภาระกระทำโครงสร้างจะเกิดการวิบัติจึงไม่ถือเป็นทอพอโลยีที่ตรงกับเงื่อนไขการใช้งาน ดังนั้นจึงไม่ควรใช้เป็นฐานในการอ้างอิงในการหาสัดส่วนของน้ำหนักที่ลดลง หรือ แม้แต่เป็นฐานราคาอ้างอิง แต่ควรใช้ทอพอโลยีที่ได้จากการวิเคราะห์รอบที่ 1 ซึ่งมีการปรับความหนาของชั้นเหล็กแล้วแต่ยังไม่ทำการกำจัดคอนกรีตออกเป็นจุดอ้างอิง อย่างไรก็ตามจากกระบวนการวิวัฒน์โครงสร้างซึ่งมีการกำจัดวัสดุออกในแต่ละรอบด้วยปริมาณที่ไม่มากนักประกอบกับคอนกรีตและเหล็กเสริมมีสัดส่วนน้ำหนักต่อราคาค่อนข้างต่างกันมาก การใช้น้ำหนัก หรือ ราคาของทอพอโลยีที่ได้จากการวิเคราะห์รอบที่ 1 โดยตรง อาจไม่ทำให้ผลมีการเปลี่ยนไปอย่างมีนัยสำคัญนัก

2.3. แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของคอนกรีตและเหล็กเสริมอยู่ในสมมุติฐานการ สร้างพันธะยึดเหนี่ยวสมบูรณ์ ซึ่งหากใช้สภาพการเกิดการเคลื่อนตัวอาจมีผลต่อการวิเคราะห์ ปริมาณเหล็กเสริมที่เหมาะสมที่สุดได้

2.4. การศึกษาครั้งนี้ยังไม่มีการศึกษาสภาพไร้เชิงเส้นของคอนกรีตและเหล็กเสริม นอกจากนี้กำลังอัดสูงสุดของคอนกรีตที่ใช้มีค่าเป็น f_c' ดังนั้นปริมาณเหล็กเสริมที่ได้จะมีความ แตกต่างกับผลที่ได้จากทฤษฎีกำลังซึ่งใช้ค่าเป็น $0.85 f_c'$ ดังนั้นการใช้ทอพอโลยีของคานประกอบ คอนกรีตเหล็กอาจนำมาใช้ในลักษณะรูปแบบแนะนำ (Form-suggestion) โดยใช้ความหนาของ เหล็กเสริมเป็นแนวทางให้เห็นปริมาณเหล็กเสริมที่ต้องการในส่วนต่าง ๆ ของโครงสร้าง

3. ปัจจัยประกอบอื่นในการหาค่าทอพอ โลยีที่เหมาะสมที่สุดของคานประกอบคอนกรีตเหล็ก

3.1. การศึกษานี้ยังไม่รวมข้อกำหนดในการออกแบบ เช่นระยะหุ้มเหล็ก ปริมาณเหล็ก สูงสุดที่ยอมให้ซึ่งเมื่อรวมปัจจัยที่กล่าวมาในข้างต้นอาจส่งผลให้ทอพอ โลยีที่เหมาะสมที่สุดมีความ แตกต่างไปจากผลที่ได้จากการศึกษานี้

3.2. การศึกษาครั้งนี้ยังไม่รวมเงื่อนไขบังคับทางการผลิตเช่น รูปร่างของช่องว่างภายใน และ เงื่อนไขบังคับทางสถาปัตยกรรม เช่น พื้นผิวบังคับ หรือ พื้นที่ออกแบบ

3.3. การวิเคราะห์ในครั้งนี้อยู่ไม่พิจารณาถึงน้ำหนักตายตัวของโครงสร้างที่เปลี่ยน เนื่องจากมวลของโครงสร้างที่มีการเปลี่ยนแปลง

สรุปและข้อเสนอแนะ

สรุป

กระบวนการหาค่าทอพอโลยีที่เหมาะสมที่สุดที่ได้พัฒนาขึ้นมาในการศึกษานี้สามารถประยุกต์ใช้กับการหาค่าทอพอโลยีเหมาะสมที่สุดขึ้นส่วนประกอบคอนกรีตเหล็ก ซึ่งผลการศึกษานี้สามารถสรุปเป็นสาระสำคัญได้เป็น 3 ประเด็นคือ

1. กระบวนการหาค่าทอพอโลยีที่เหมาะสมที่สุดของขึ้นส่วนประกอบคอนกรีตเหล็ก

1.1. กระบวนการหาค่าทอพอโลยีที่เหมาะสมที่สุดของขึ้นส่วนประกอบคอนกรีตเหล็กมีขั้นตอนคือทำการเสริมเหล็กในปริมาณที่เหมาะสมในการวิเคราะห์แต่ละรอบก่อนที่จะทำการกำจัดคอนกรีตในส่วนที่มีประสิทธิภาพใช้งานต่ำโดยใช้เกณฑ์หน่วยแรงตั้งฉากสูงสุดร่วมกับกระบวนการวิวัฒนาการโครงสร้าง

1.2. การกำหนดความหนาเริ่มต้นมีผลต่อการใช้งานระเบียบวิธีแบ่งครึ่งเพื่อหาปริมาณเหล็กเสริมในแต่ละหน่วยเซลล์ร่วมกับการวนรอบซ้ำ หากความหนาเริ่มต้นเพียงพอจะสามารถหาปริมาณเหล็กเสริมที่เหมาะสมที่สุดในทุกรอบของการวิเคราะห์โครงสร้างได้

1.3. กระบวนการวิเคราะห์ความเหมาะสมที่สุดอาจเกิดสถานะคงที่ หรือ เกิดผลลัพธ์ที่ไม่สอดคล้องกับเงื่อนไขเหมาะสมที่สุด โดยมีกรณีที่อาจเกิดขึ้นดังต่อไปนี้

1.3.1. ความหนาของขึ้นส่วนเริ่มต้นมีค่าไม่พอ ทำให้ไม่สามารถหาขนาดของเหล็กเสริมที่ควบคุมไม่ให้หน่วยแรงในโครงสร้างเกินกว่าหน่วยแรงที่ยอมให้ได้ซึ่งเงื่อนไขทอพอโลยีของโครงสร้างยังสามารถพัฒนาต่อได้ แต่หน่วยแรงสูงสุดที่เกิดขึ้นในคอนกรีตจะมีค่ามากกว่าหน่วยแรงที่ยอมให้

1.3.2. สภาพของโครงสร้างที่ทุกขึ้นส่วนในแบบจำลองเกิดการเสริมเหล็กทั้งหมดทำให้ไม่สามารถทำการกำจัดขึ้นส่วนใดขึ้นส่วนหนึ่งออกได้เนื่องจากเงื่อนไขการตัดขึ้นส่วนคือขึ้นส่วนนั้น ๆ คือต้องไม่มีการเสริมเหล็ก ดังนั้นหน่วยแรงที่เกิดในโครงสร้างจะหยุดนิ่งส่งผลให้ทอพอโลยีของโครงสร้างหยุดนิ่งไปด้วย และเนื่องจากเงื่อนไขการหยุดการวิเคราะห์คือการเปลี่ยนรูปมากที่สุดที่ยอมให้ ดังนั้นหากโครงสร้างไม่มีการเปลี่ยนแปลงใด ๆ เกิดขึ้นเงื่อนไขการหยุดจึงไม่สามารถเป็นจริงได้ การวนรอบจึงเกิดไปเรื่อย ๆ ไม่มีที่สิ้นสุด

1.3.3. สภาพการแกว่ง ซึ่งเป็นสภาพที่สามารถพบได้เมื่อมีการดำเนินการในลักษณะสองทิศทางกล่าวคือมีการปรับขนาดเหล็กเสริมในลักษณะบวกเพิ่มและลดลงสลับไปมาซึ่งอาจแก้ไขด้วยการใช้เลขระบุการแกว่งตัว อย่างไรก็ตามในการศึกษานี้ยังไม่รวมเลขการแกว่งตัวมาใช้

1.4. การออกแบบขั้นต้น (Preliminary design) เพื่อหาตัวแปรระบุค่าในการกำหนดมิติของโครงสร้างภายใต้ภาระที่กระทำอาจช่วยลดโอกาสเกิดสถานะคงที่ได้ในระดับหนึ่ง

1.5. ปริมาณเหล็กที่อยู่ในโครงสร้างรูปใด ๆ จะเป็นปริมาณที่เพียงพอที่จะไม่ทำให้เกิดการวิบัติในโครงสร้างเนื่องจากแรงที่กระทำดังนั้นจึงสรุปได้ว่าทอพอโลยีที่ได้ตั้งแต่การวิเคราะห์รอบที่ 1 สามารถรับภาระที่กระทำได้

2. เกณฑ์ทอพอโลยีเหมาะสมที่สุดของโครงสร้างสามารถแยกออกได้เป็น 3 เกณฑ์ คือ

2.1. เกณฑ์ราคาต่ำที่สุด (Minimum cost criteria) กล่าวคือ ใช้คุณสมบัติทางราคาเป็นเกณฑ์ในการควบคุมการวิเคราะห์ เนื่องจากโครงสร้างประกอบด้วยวัสดุที่มีราคาแตกต่างกันในช่วงแรกของการวิเคราะห์เริ่มต้นจากคอนกรีตซึ่งมีราคาต่ำกว่าเหล็กภายหลังที่มีการกำจัดเนื้อคอนกรีตที่มีประสิทธิภาพต่ำออกและมีการแทนที่ด้วยเหล็กเสริมซึ่งมีกำลังสูงกว่าคอนกรีตแต่มีราคาที่สูงกว่าเช่นกัน ดังนั้นถึงแม้ปริมาณคอนกรีตจะลดลงแต่เมื่อปริมาตรของเหล็กเสริมสูงขึ้นในรูปของการวิวัฒนาการยุคกลางราคารวมของโครงสร้างราคาของโครงสร้างจะเริ่มสูงขึ้น อย่างไรก็ตามการใช้เกณฑ์ทางเศรษฐศาสตร์จะต้องทำการวิเคราะห์ความเหมาะสมที่สุดของโครงสร้างไปจนถึงที่สุดก่อนจากนั้นจึงหาจุดที่ราคาต่ำสุดจากประวัติการวิวัฒนาการของโครงสร้าง

2.2. เกณฑ์น้ำหนักน้อยที่สุด (Minimum weight criteria) มีลักษณะคล้ายคลึงกับเกณฑ์ทางเศรษฐศาสตร์แต่เป็นการใช้น้ำหนักรวมต่ำที่สุดของโครงสร้างเป็นหลัก

2.3. เกณฑ์การเปลี่ยนรูปสูงสุด (Maximum deformation criteria) กล่าวคือ การหยุดกระบวนการวิเคราะห์ถูกควบคุมโดยการเปลี่ยนรูปสูงสุดของโครงสร้าง การวิเคราะห์ที่จบโดยเกณฑ์การเปลี่ยนรูปสูงสุดมักมีจำนวนรอบการวิเคราะห์ที่ใกล้เคียงกับจำนวนรอบการวิเคราะห์ที่จบโดยเกณฑ์น้ำหนักน้อยที่สุด

3. ผลการศึกษาตัวแปรระบุค่ากรณีคานประกอบคอนกรีตเหล็กในการศึกษานี้พบว่า

3.1. ผลการหาค่าทอพอโลยีเหมาะสมที่สุดในชุดตัวแปรระบุค่าต่าง ๆ จากการศึกษาี้แสดงให้เห็นว่าการใช้งานระเบียบวิธีที่นำเสนอในการศึกษานี้สามารถลดน้ำหนักของโครงสร้างเมื่อเทียบกับน้ำหนักโครงสร้างในการวิเคราะห์ห้รอบที่ 1 ในช่วง 6.6% - 83.4% โดยมีแนวโน้มในการลดปริมาณวัสดุในคานลึกลงได้มากกว่าคานตื้น

3.2. ค่าคงที่ซึ่งแนะนำให้ใช้ในกระบวนการหาค่าทอพอโลยีเหมาะสมที่สุดเพื่อให้กระบวนการวิเคราะห์ห้มีเสถียรภาพการคำนวณ คือ

3.2.1. ผลต่างควบคุมรอบการวิเคราะห์ความหนาของเหล็กเสริม (Epsilon, ϵ) โดยค่าที่แนะนำให้ใช้ 0.001 เท่าของความหนารวมของหน่วยเซลล์ ซึ่งจะให้ความแม่นยำในการควบคุมหน่วยแรงที่เกิดขึ้นในคอนกรีตถึง 0.001 กิโลกรัมต่อตารางเซนติเมตร อย่างไรก็ตามหากต้องการวิเคราะห์ทอพอโลยีในระดับเบื้องต้นอาจใช้ค่าที่มากกว่าค่าที่แนะนำได้จะส่งผลให้การวิเคราะห์ห้มีความเร็วมากขึ้น

3.2.2. ค่าผลต่างมากที่สุดของค่าการกระจัดในแต่ละรอบการวิเคราะห์ควรมีค่าไม่มากกว่า 0.001 เซนติเมตร

3.2.3. ค่าคงที่ที่แนะนำให้ใช้ในกระบวนการวิวัฒน์โครงสร้างที่นำมาใช้นี้คือสัมประสิทธิ์การปิดตัวของวัสดุมีค่า 0.001 อัตราการวิวัฒนาการ 1.0 %

ข้อเสนอแนะ

1. กระบวนการปิดตัวของคอนกรีตเป็นกระบวนการที่ดำเนินการในทิศทางเดียว กล่าวคือเมื่อคอนกรีตเกิดการปิดตัวไปจะไม่สามารถเกิดการเปิดตัวอีกครั้งซึ่ง ซึ่งกระบวนการดังกล่าวอาจส่งผลของการวิเคราะห์ดังนั้นการดำเนินการในสองทิศทางควรมีการศึกษาเพิ่มเติมในอนาคต
2. ควรมีการศึกษาเปรียบเทียบการใช้เกณฑ์ระบุสถานะครากอื่นในการประเมินประสิทธิภาพการใช้งานวัสดุว่าส่งผลต่อทอพอโลยีของโครงสร้างหรือไม่
3. การวิเคราะห์ยังไม่คิดรวมการวางทิศทางเหมาะสมที่สุดของการเสริมเหล็ก ซึ่งสามารถทำได้โดยการนำเอามุมทิศทางหน่วยแรงหลักรวมกับการเสริมแรงแบบหมุน
4. เพื่อให้การวิเคราะห์ทอพอโลยีของคอนกรีตและเหล็กมีความสอดคล้องกับการใช้งานในทางปฏิบัติมากขึ้น ควรมีการรวมเอาเงื่อนไขบังคับในการผลิตและประมวลข้อกำหนดในการออกแบบมารวมในระเบียบวิธี
5. การหาปริมาณเหล็กเสริมในแต่ละหน่วยเซลล์สามารถพัฒนาวิธีการคำนวณให้อยู่ในรูปของการประมวลผลแบบกระจายจะสามารถช่วยลดระยะเวลาการวิเคราะห์ได้อย่างมีนัยสำคัญ

เอกสารและสิ่งอ้างอิง

- กริช อัชชโคสิต. 2545. การทำให้เหมาะสมที่สุดในแบบผังของคานประกอบ. วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- คณะกรรมการวิชาการสาขาวิศวกรรมโยธา. 2550. มาตรฐานสำหรับอาคารคอนกรีตเสริมเหล็ก : โดยวิธีกำลัง. สมาคมวิศวกรรมสถานแห่งประเทศไทย.
- บัญชา ลยางกูร. 2547. การทำให้เหมาะสมที่สุดในแบบผังของคานประกอบด้วยเทคนิคการกระตุ้นเนื้อวัสดุ. วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- ศิริเดช สุริต. 2547. การวิเคราะห์รูปร่างประโยชน์สุดของโครงสร้างโดยพิจารณาข้อจำกัดการผลิต. วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- สำนักดัชนีเศรษฐกิจการค้า สำนักงานปลัดกระทรวงพาณิชย์. 2552. ดัชนีราคาวัสดุก่อสร้าง. แหล่งที่มา: <http://www.price.moc.go.th/content1.aspx>, 31 ธันวาคม 2552.
- ACI Committee 318. and American Concrete Institute. 2002. **Building Code Requirements for Structural Concrete : (Aci 318-02) and Commentary (Aci 318r-02)**. American Concrete Institute, Farmington Hills, Mich.
- Al-Gahtani, A., S. Al-Saadoun and E. Abul-Feilat. 1995. Design Optimization of Continuous Partially Prestressed Concrete Beams. **Computers & Structures** 55 (2): 365-370.
- Ali, M.A. and R.N. White. 2001. Automatic Generation of Truss Model for Optimal Design of Reinforced Concrete Structures. **ACI Structural Journal** 98 (4):
- Asai, M., K. Terada, K. Ikeda, H. Suyama and K. Fujii. 2003. Meso-Scopic Numerical Analysis of Concrete Structures by a Modified Lattice Model. **Structural Engineering Earthquake Engineering** 20 (1): 43-54.
- Barakat, S., N. Kallas and M.Q. Taha. 2003. Single Objective Reliability-Based Optimization of Prestressed Concrete Beams. **Computers & Structures** 81 (26-27): 2501-2512.

- Bendsøe, M.P. and N. Kikuchi. 1988. Generating Optimal Topologies in Structural Design Using a Homogenization Method. **Computer methods in applied mechanics and engineering** 71 (2): 197-224.
- Bendsøe, M.P. and O. Sigmund. 2003. **Topology Optimization: Theory, Methods, and Applications**. Springer Verlag.
- Chandrupatla, T.R. and A.D. Belegundu. 1997. Introduction to Finite Elements in Engineering.
- Chen, W.-F. 1982. **Plasticity in Reinforced Concrete**. McGraw-Hill, New York.
- Christie, W., P. Bettess and J. Bull. 1998. Self-Designing Structures: A Practical Approach. **Engineering Computations** 15 (1): 35-48.
- Clough, R.W. 2001. Thoughts About the Origin of the Finite Element Method. **Computers and Structures** 79 (22): 2029-2030.
- Cusatis, G. 2003. Confinement-Shear Lattice Model for Concrete Damage in Tension and Compression: I. Theory. **Journal of engineering mechanics** 129 1439.
- Fernandes, P., J. Guedes and H. Rodrigues. 1999. Topology Optimization of Three-Dimensional Linear Elastic Structures with a Constraint On. **Computers & Structures** 73 (6): 583-594.
- Haftka, R.T. and R.V. Grandhi. 1986. Structural Shape Optimization--a Survey. **Computer methods in applied mechanics and engineering** 57 (1): 91-106.
- Haftka, R.T. and Z. Gürdal. 1992. **Elements of Structural Optimization**. Springer.
- He, W., Y.F. Wu, K. Liew and Z. Wu. 2006. A 2d Total Strain Based Constitutive Model for Predicting the Behaviors of Concrete Structures. **International journal of engineering science** 44 (18-19): 1280-1303.

- Hinton, E. and J. Sienz. 1993. Fully Stressed Topological Design of Structures Using an Evolutionary Procedure. **Engineering Computations** 12 (3): 229-244.
- Huang, X. and Y.M. Xie. 2010. **Evolutionary Topology Optimization of Continuum Structures : Methods and Applications**. Wiley, Chichester, West Sussex, U.K. ; Hoboken, NJ.
- Jang, G.W., J.H. Jeong, Y.Y. Kim, D. Sheen, C. Park and M.N. Kim. 2003. Checkerboard Free Topology Optimization Using Non Conforming Finite Elements. **International journal for numerical methods in engineering** 57 (12): 1717-1735.
- Kirsch, U. 1973. Optimized Prestressing by Linear Programming. **International journal for numerical methods in engineering** 7 (2): 125-136.
- Kirsch, U. 1981. **Optimum Structural Design: Concepts, Methods, and Applications**. McGraw-Hill.
- Kirsch, U. 1997. Two-Level Optimization of Prestressed Structures. **Engineering structures** 19 (4): 309-317.
- Kurrer, K.-E. 2008. **The History of the Theory of Structures : From Arch Analysis to Computational Mechanics**. Ernst & Sohn, Berlin.
- Lawson, T. 2006. **Topology: A Geometric Approach**. Oxford University Press, USA.
- Leet, K. and D. Bernal. 1982. **Reinforced Concrete Design**. McGraw-Hill.
- Liang, Q.Q. and G.P. Steven. 2002. Performance-Based Optimization for Strut-Tie Modeling of Structural Concrete. **Journal of Structural Engineering** 128 815.
- Liang, Q.Q., Y.M. Xie and G.P. Steven. 2000. Topology Optimization of Strut-and-Tie Models in Reinforced Concrete Structures Using an Evolutionary Procedure. **ACI Structural Journal** 97 (2): 322-330.

- Liang, Q.Q., Y.M. Xie and G.P. Steven. 2001. Generating Optimal Strut-and-Tie Models in Prestressed Concrete Beams by Performance-Based Optimization. **ACI Structural Journal** 98 (2): 226-232.
- Michell, A. 1904. Lviii. The Limits of Economy of Material in Frame-Structures. **Philosophical Magazine Series 6** 8 (47): 589-597.
- Miki, T. and J. Niwa. 2004. Nonlinear Analysis of Rc Structural Members Using 3d Lattice Model. **Journal of Advanced Concrete Technology** 2 (3): 343-358.
- Ngo, D. and A. Scordelis. 1967. Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Beams, *In*. ACI,
- Querin, O., G. Steven and Y.M. Xie. 1997. Development of a Performance Indicator for Structural Topology Optimization. **Structural Optimization**
- Querin, O., G. Steven and Y.M. Xie. 1998. Evolutionary Structural Optimisation (Eso) Using a Bidirectional Algorithm. **Engineering Computations** 15 (8): 1031-1048.
- Querin, O.M., G.P. Steven and Y.M. Xie. 2000. Evolutionary Structural Optimisation Using an Additive Algorithm. **Finite Elements in Analysis and Design** 34 (3-4): 291-308.
- Querin, O., V. Young, G. Steven and Y.M. Xie. 2000. Computational Efficiency and Validation of Bi-Directional Evolutionary Structural Optimisation. **Computer methods in applied mechanics and engineering** 189 (2): 559-573.
- Rath, D., A. Ahlawat and A. Ramaswamy. 1999. Shape Optimization of Rc Flexural Members. **Journal of Structural Engineering** 125 1439.
- Reynolds, D., J. McConnachie, P. Bettess, W. Christie and J. Bull. 1999. Reverse Adaptivity—a New Evolutionary Tool for Structural Optimization. **International journal for numerical methods in engineering** 45 (5): 529-552.

- Salem, H.M. 2004. The Micro Truss Model: An Innovative Rational Design Approach for Reinforced Concrete. **Journal of Advanced Concrete Technology** 2 (1): 77-87.
- Schlangen, E. and J.G.M. van Mier. 1992. Simple Lattice Model for Numerical Simulation of Fracture of Concrete Materials and Structures. **Materials and Structures** 25 (9): 534-542.
- Sigmund, O. 1997. On the Design of Compliant Mechanisms Using Topology Optimization. **Mechanics of structures and machines** 25 (4): 493-524.
- Sigmund, O. 2001. A 99 Line Topology Optimization Code Written in Matlab. **Structural and Multidisciplinary Optimization** 21 (2): 120-127.
- Surit, S. and B. Wethyavivorn. 2006. Form Suggestion: A Practical Integration of Optimal Topology to the Structural Design, *In. the 11th National Convention on Civil Engineering* Bangkok, Thailand.
- Surit, S. and B. Wethyavivorn. 2008. Topology Optimization for Sustainable Development: Case Studies, *In. TISD2008*, Khon Kaen, Thailand.
- Suzuki, K. and N. Kikuchi. 1991. A Homogenization Method for Shape and Topology Optimization. **Computer methods in applied mechanics and engineering** 93 (3): 291-318.
- Timoshenko, S. and J. Goodier. 1934. **Theory of Elasticity**. McGraw Hill
- Van Mier, J.G.M. 1997. **Fracture Processes of Concrete**. CRC Pr.
- Wang, M.Y., X. Wang and D. Guo. 2003. A Level Set Method for Structural Topology Optimization. **Computer methods in applied mechanics and engineering** 192 (1-2): 227-246.

- Wethyavivorn, B. and A. Krish. 2003. The Optimal Topology of Composite Beams: Analysis Design and Experiment,. *in System-based Vision for Strategic and Creative Design*. University of Rome, Rome.
- Xie, Y.M. and G.P. Steven. 1993. A Simple Evolutionary Procedure for Structural Optimization. **Computers & Structures** 49 (5): 885-896.
- Xie, Y.M. and G.P. Steven. 1997. **Evolutionary Structural Optimization**. Springer, London ; New York.
- Yang, X.Y., Y.M. Xie and G.P. Steven. 2005. Evolutionary Methods for Topology Optimisation of Continuous Structures with Design Dependent Loads. **Computers & Structures** 83 (12-13): 956-963.
- Zienkiewicz, O.C. and R.L. Taylor. 1989. **The Finite Element Method: Basic Formulation and Linear Problems**. McGraw-Hill College, London.
- Zienkiewicz, O.C. and R.L. Taylor. 2005. **The Finite Element Method for Solid and Structural Mechanics**. Butterworth-Heinemann, Oxford.



ภาคผนวก

ตารางผนวกที่ 1 ราคาอกรีดสำเร็จรูปปี พ.ศ. 2552

| กำลังอัดประลัย (กก. / ซม. ²) | | ราคา (บาท) | | | | | | | | | | | | |
|---|-----------|---------------|------|-------|-------|------|-------|------|------|------|------|------|------|--------|
| ลูกบาศก์ | ทรงกระบอก | ม.ค. | ก.พ. | มี.ค. | เม.ย. | พ.ค. | มิ.ย. | ก.ค. | ส.ค. | ก.ย. | ต.ค. | พ.ย. | ธ.ค. | เฉลี่ย |
| 180 | 140 | 2430 | 2430 | 2430 | 2430 | 2430 | 2430 | 2430 | 2430 | 2430 | 2430 | 2430 | 2430 | 2430 |
| 210 | 180 | 2470 | 2470 | 2470 | 2470 | 2470 | 2470 | 2470 | 2470 | 2470 | 2470 | 2470 | 2470 | 2470 |
| 240 | 210 | 2510 | 2510 | 2510 | 2510 | 2510 | 2510 | 2510 | 2510 | 2510 | 2510 | 2510 | 2510 | 2510 |
| 280 | 240 | 2550 | 2550 | 2550 | 2550 | 2550 | 2550 | 2550 | 2550 | 2550 | 2550 | 2550 | 2550 | 2550 |
| 320 | 280 | 2630 | 2630 | 2630 | 2630 | 2630 | 2630 | 2630 | 2630 | 2630 | 2630 | 2630 | 2630 | 2630 |
| 350 | 300 | 2680 | 2680 | 2680 | 2680 | 2680 | 2680 | 2680 | 2680 | 2680 | 2680 | 2680 | 2680 | 2680 |
| 380 | 320 | 2740 | 2740 | 2740 | 2740 | 2740 | 2740 | 2740 | 2740 | 2740 | 2740 | 2740 | 2740 | 2740 |
| 400 | 350 | 2810 | 2810 | 2810 | 2810 | 2810 | 2810 | 2810 | 2810 | 2810 | 2810 | 2810 | 2810 | 2810 |

ที่มา: สำนักดัชนีเศรษฐกิจการค้า (2552)

ประวัติการศึกษาและการทำงาน

| | |
|-------------------------------------|--|
| ชื่อ | นายศิริเดช สุจริต |
| เกิดวันที่ | 27 กรกฎาคม 2520 |
| สถานที่เกิด | อำเภอเมือง จังหวัดนครสวรรค์ |
| ประวัติการศึกษา | วศ.บ. (วิศวกรรมโยธา) มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ วศ.ม. (วิศวกรรมโยธา) มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ |
| ตำแหน่งหน้าที่การงานปัจจุบัน | อาจารย์ |
| สถานที่ทำงานปัจจุบัน | คณะสถาปัตยกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ |
| ผลงานดีเด่นและ/หรือรางวัลทางวิชาการ | รางวัลรองชนะเลิศการประกวดซอฟต์แวร์แห่ง ประเทศไทย ประจำปี 2549 |
| ทุนการศึกษาที่ได้รับ | - |