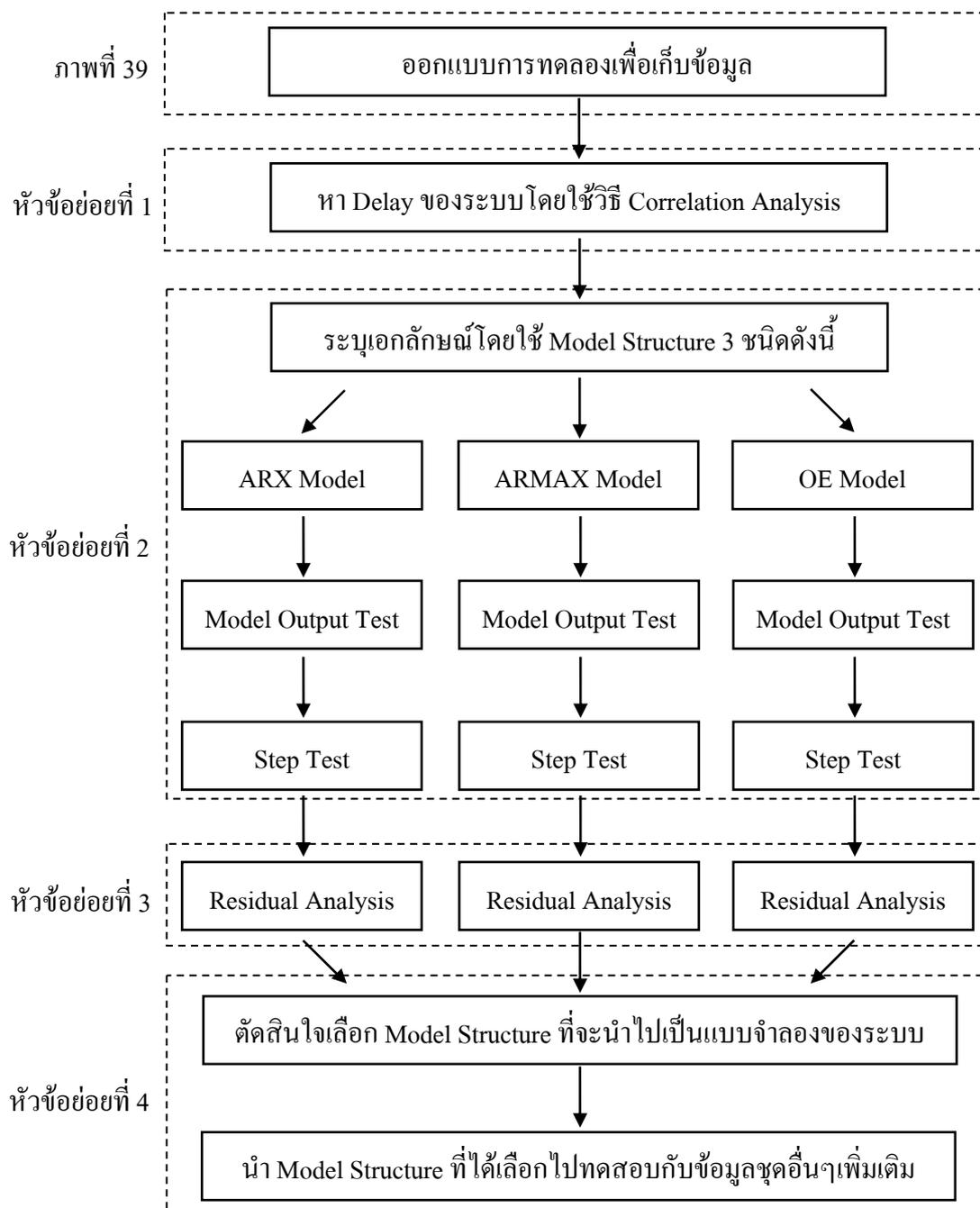


ผลและการวิจารณ์

เราจะทดลองระบบเอกลักษณ์โดยใช้ข้อมูลที่ได้เตรียมไว้ในส่วนวิธีการในหน้า 98-105 และใช้ Model 3 ชนิดคือ ARX Model, ARMAX Model และ OE Model แสดงขั้นตอนได้ตามภาพที่ 63



ภาพที่ 63 แสดงแผนภาพลำดับขั้นตอนการระบุเอกลักษณ์

1. การทดสอบหาค่า **Impulse Response** และ **Step Response** ของระบบ

ตามหลักการของ Correlation Analysis เราพบว่าถ้าเราใส่สัญญาณอินพุตเป็น White Noise ให้กับระบบแล้วเราสามารถหาค่า Impulse Response และ Step Response ของระบบได้โดยใช้ข้อมูลสัญญาณอินพุตและสัญญาณเอาต์พุตที่ได้จากการทดลอง (Lennart Ljung, 1999: 169-170) สามารถทำได้โดยใช้โปรแกรม MATLAB ช่วยดังนี้ จากภาพที่ 59 เลือก Estimate -> Correlation model ผลที่ได้คือจะโปรแกรมจะเปิดหน้าต่างชื่อ Correlation Model ขึ้นมาเพื่อให้เราใส่ค่าข้อมูลต่างๆ เราจะทำการใส่ค่า แสดงดังภาพที่ 64 แล้วเลือก Estimate ผลที่ได้คือโปรแกรมจะนำข้อมูลชื่อ Motordata30e มาทำการหาค่า Model โดยใช้วิธี Correlation Analysis และตั้งชื่อเป็น Imp แล้วนำเข้าไปเก็บในส่วนของ Model Views จากนั้นทำการปิดหน้าต่าง Correlation Model เราสามารถทำการตรวจสอบ Impulse Response และ Step Response ของข้อมูลชื่อ Imp ได้โดยการเลือก Transient resp ที่หน้าต่าง ident แสดงดังภาพที่ 65 ผลที่ได้คือโปรแกรมจะเปิดหน้าต่าง Transient Response ขึ้นมาแสดงผลของ Step Response ของข้อมูลชื่อ Imp เพื่อความสะดวกในการพิจารณา ในหน้าต่าง Transient Response ให้เลือก Style -> Stem plot เพื่อเป็นการ Plot กราฟแบบจุด (ไม่ต่อเนื่อง) ผลที่ได้แสดงตามกราฟในหน้าต่าง Transient Response ดังภาพที่ 66 และเราสามารถหา Impulse Response ได้โดยการเลือก Options -> Impulse response ในหน้าต่าง Transient Response ผลที่ได้แสดงตามกราฟในหน้าต่าง Transient Response ดังภาพที่ 67

จาก Step Response ในภาพที่ 66 จะพบว่าระบบมีค่าที่ Steady State ประมาณ 0.37 ฉะนั้นจะได้ค่าที่ 63% ของค่าที่ Steady State เท่ากับ $0.37 \times 0.63 = 0.2331$ ณ ตำแหน่งดังกล่าวตรงกับเวลาประมาณ 200 ms ซึ่งก็คือค่าของ T_r นั่นเอง แสดงให้เห็นว่าค่าของ T_r ที่ได้จาก Correlation Analysis โดยใช้ข้อมูลการทดลองใส่สัญญาณอินพุตให้กับระบบเป็น PRBS มีค่าใกล้เคียงกับค่า T_r ที่ได้จากการทดลองใส่สัญญาณอินพุตเป็น Step

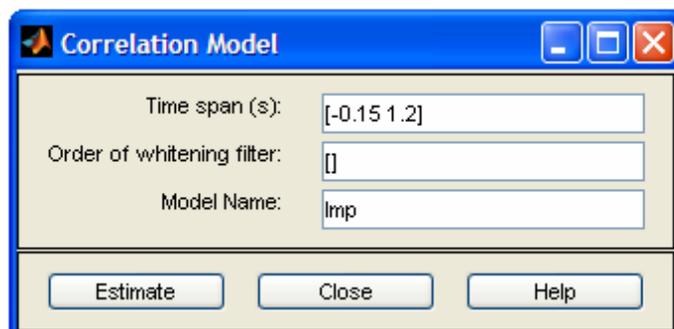
จาก Impulse Response ในภาพที่ 67 จะพบว่าระบบมี Delay ประมาณ 1 คาบ Sampling และเราสามารถตรวจสอบเสถียรภาพในเบื้องต้นได้โดยพิจารณาจาก ถ้าระบบมีเสถียรภาพจะได้

$$\sum_{k=0}^{\infty} |g(k)| = \text{ค่าคงที่ค่าใดๆ} < \infty$$

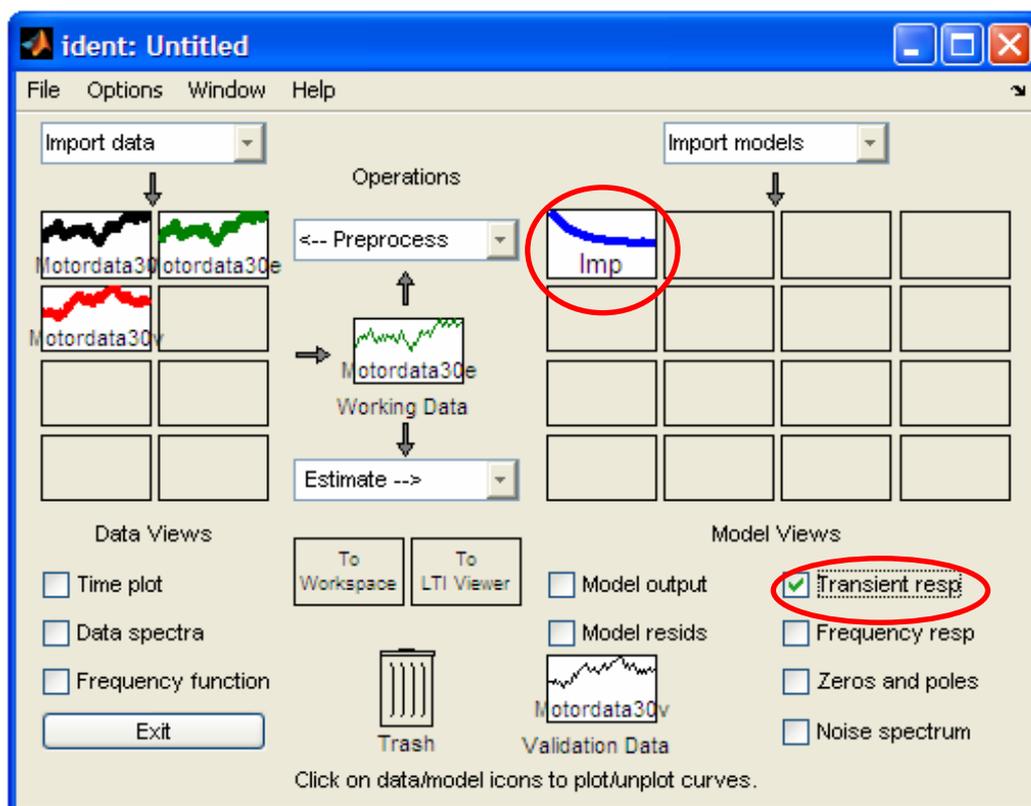
โดยที่ $g(k)$ คือ Impulse Response ของระบบ เมื่อพิจารณาจากภาพที่ 67 แล้วพอจะประมาณได้ว่า

$$\sum_{k=0}^{1.2} |g(k)| = \text{ค่าคงที่ค่าใดๆ} < \infty$$

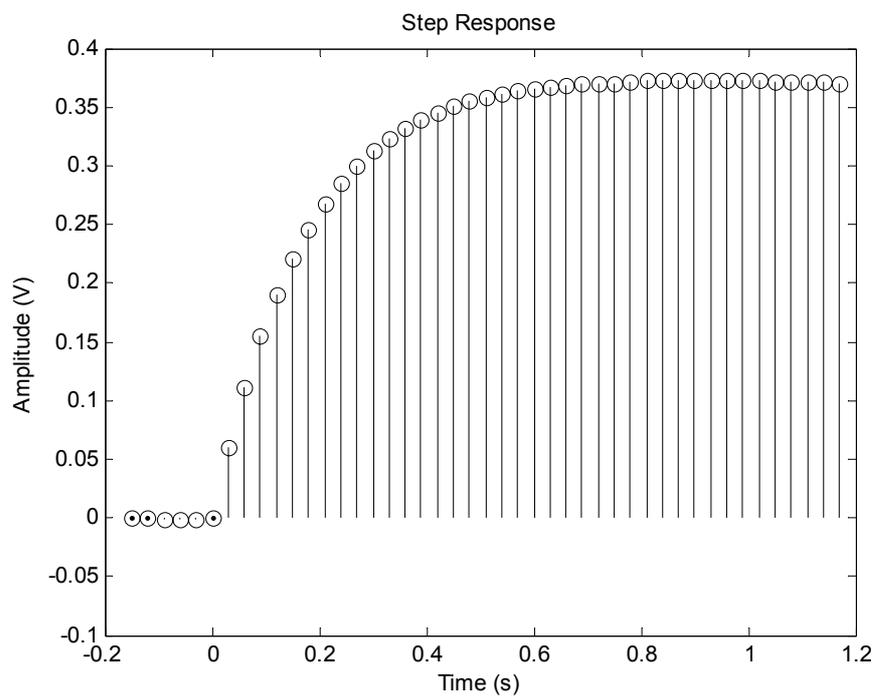
ดังนั้นเราจึงสามารถสรุปได้ในเบื้องต้นว่าระบบมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรงที่เราได้ใช้ทำการทดลองนั้นเป็นระบบที่มีแนวโน้มที่จะเป็นระบบที่มีเสถียรภาพ



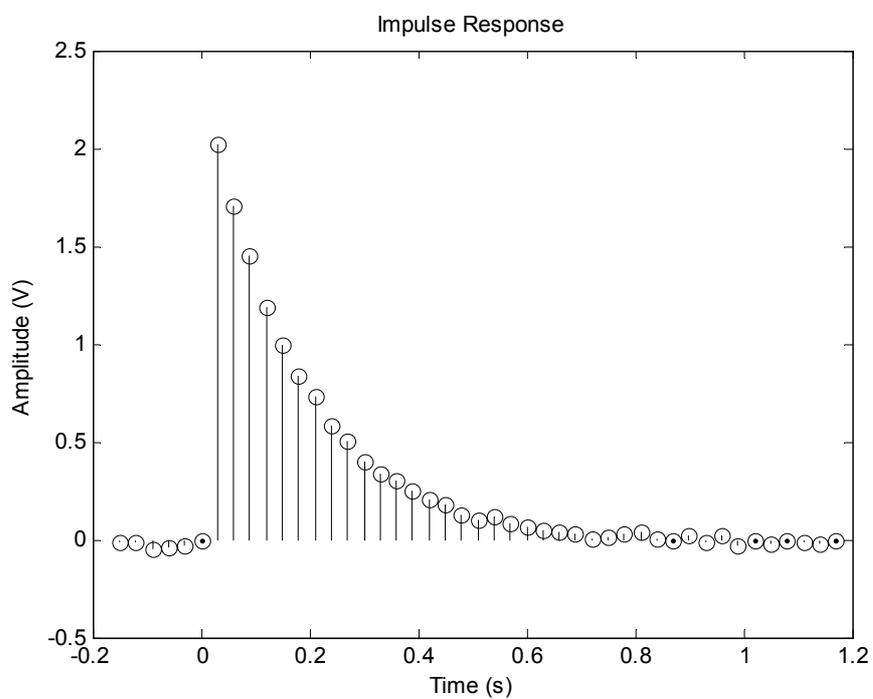
ภาพที่ 64 แสดงหน้าต่าง Correlation Model



ภาพที่ 65 แสดงการเลือก Transient resp ที่หน้าต่าง ident



ภาพที่ 66 แสดง Step Response ที่ได้จากการทำ Correlation Analysis กับชุดข้อมูลชื่อ Motordata30e



ภาพที่ 67 แสดง Impulse Response ที่ได้จากการทำ Correlation Analysis กับชุดข้อมูลชื่อ Motordata30e

2. ผลการระบุเอกลักษณ์และการตรวจสอบเบื้องต้น

นอกจากชนิดของ Model Structure เราได้เลือกเพื่อที่จะนำมาเป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบ เรายังจะต้องระบุ Order ให้กับ Model Structure นั้นๆก่อนที่จะทำการหาค่าพารามิเตอร์ θ ที่ดีที่สุด เพราะถึงจะเป็น Model Structure ชนิดเดียวกันถ้ามี Order ที่ต่างกันก็จะทำให้ความถูกต้องในการทำนายค่าเอาต์พุตต่างกัน เราจะแสดงผลของการกำหนดเอกลักษณ์เมื่อกำหนด Order มีค่าต่างๆกันดังนี้

2.1 ผลการระบุเอกลักษณ์โดยใช้ ARX Model เป็น Model Structure

ถ้าเรากลับไปพิจารณาสมการของ ARX Model แสดงสมการดังนี้

$$y(t) = -[a_1 y(t-1) + \dots + a_{n_a} y(t-n_a)] + [b_{n_k} u(t-n_k) + \dots + b_{n_b} u(t-n_k-n_b+1)] + e(t) \quad (153)$$

จากสมการ (153) จะเห็นได้ว่ามี Order ที่เราต้องกำหนดคือค่า n_a , n_b และ n_k ในที่นี้เราจะเริ่มต้นที่จากกำหนดให้ n_a และ n_b มีค่าเท่ากับ 1 สำหรับ n_k เป็น Order ของการเกิด Delay ภายในระบบ ซึ่งเราได้ทราบจากภาพที่ 67 แล้วว่า Delay ของระบบมีค่าเท่ากับ 1 คาบการ Sampling ดังนั้นก็จะกำหนดให้ Order ของ n_k มีค่าเท่ากับ 1

หลังจากที่เรากำหนด Order แล้วเราจะทำการ Estimate ค่าพารามิเตอร์ θ ที่ดีที่สุด ซึ่งสามารถทำได้โดยใช้โปรแกรม MATLAB ช่วยดังนี้ จากภาพที่ 65 เลือก Estimate -> Parametric models ผลที่ได้คือจะโปรแกรมจะเปิดหน้าต่างชื่อ Parametric Models ขึ้นมาเพื่อให้เราใส่ค่าข้อมูลต่างๆ เราจะทำการใส่ค่าต่างๆแสดงดังภาพที่ 68 แล้วเลือก Estimate

ผลที่ได้คือโปรแกรมจะทำการเลือก Model Structure เป็น ARX Model และกำหนด Order $n_a = 1$, $n_b = 1$ และ $n_k = 1$ แล้วจะใช้ข้อมูลจาก Motordata30e เพื่อทำการ Estimate ค่า θ ที่ดีที่สุดโดยใช้วิธี Least-Squares (เราสามารถเลือกวิธีการ Estimate เป็นวิธี Instrument Variable ได้โดยการเลือก IV ในภาพที่ 68) จากนั้นโปรแกรมจะทำการสร้าง ARX Model โดยใช้ค่า θ ที่ดีที่สุดที่คำนวณได้ แสดงดังนี้

$$\theta = [-0.8336 \quad 0.06099]^T$$

จะได้

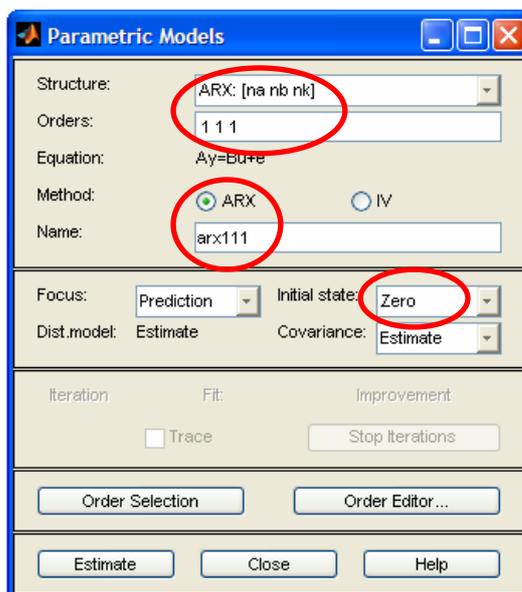
$$A(q) = 1 - 0.8336q^{-1}$$

$$B(q) = 0.06099q^{-1}$$

ดังนั้นจากสมการ (153) จะได้ ARX Model คือ

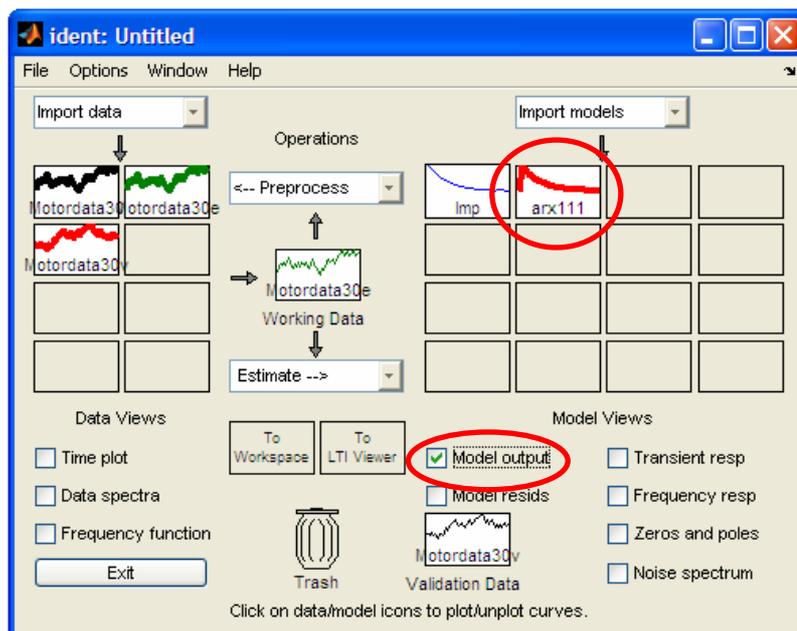
$$\hat{y}(t) = 0.8336\hat{y}(t-1) + 0.06099u(t-1) \quad (154)$$

โดยมีคาบการ Sampling เท่ากับ 0.03 วินาที จากนั้น โปรแกรมจะตั้งชื่อเป็น arx111 แล้วนำเข้าไปเก็บในส่วนของ Model Views จากนั้นทำการปิดหน้าต่าง Parametric Models

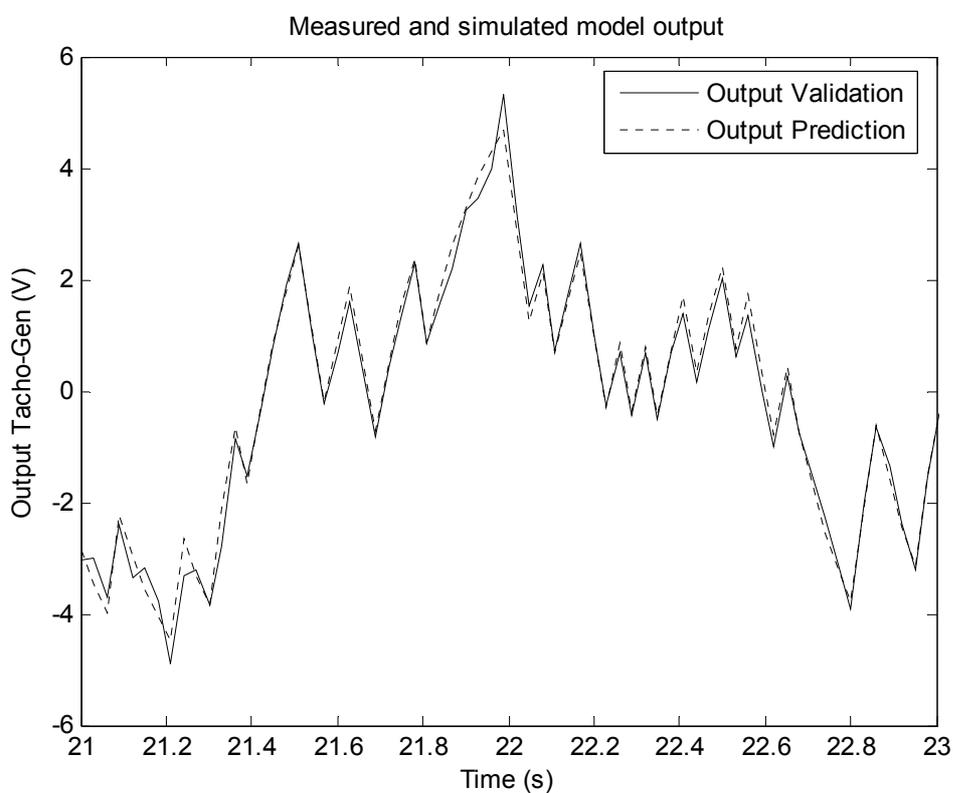


ภาพที่ 68 แสดงหน้าต่าง Parametric Models หลังจากกำหนดค่าสำหรับการ Estimate ARX Model เรียบร้อยแล้ว

เราสามารถทำการตรวจสอบความถูกต้องในการทำนายค่าสัญญาณเอาต์พุตเฉพาะของ Model arx111 ได้โดยการเลือก Model output ในหน้าต่าง ident แสดงดังภาพที่ 69



ภาพที่ 69 แสดงหน้าต่าง ident หลังการเลือก Model output เพื่อตรวจสอบ arx111



ภาพที่ 70 แสดงการเปรียบเทียบค่าสัญญาณเอาต์พุตในชุดข้อมูลชื่อ Motordata30v กับสัญญาณเอาต์พุตที่ได้จาก Model arx111 ในช่วงเวลา 2 วินาที

ผลที่ได้คือ โปรแกรมจะใช้ข้อมูลส่วน Validation Data เป็นตัวทดสอบ Model Structure ที่เราได้เลือกไว้ในส่วนของ Model Views ในที่นี้คือ โปรแกรมจะนำสัญญาณอินพุตจาก Motordata30v ใส่เข้าไปใน Model arx111 แล้วทำการเปรียบเทียบค่าสัญญาณเอาต์พุตที่ Model สร้างกับสัญญาณเอาต์พุตที่อยู่ใน Motordata30v โดยจะใช้สมการ (146) เป็นตัวบอกผลของการเปรียบเทียบ ผลการเปรียบเทียบแสดงดังภาพที่ 70

เราพบว่าถ้าใช้ Model arx111 เป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ให้กับระบบมอเตอร์ไฟฟ้า กระแสตรง เมื่อทำการ Validation โดยใช้ข้อมูลการทดลอง Motordata30v ก็จะมีค่าความถูกต้องที่วัดโดยใช้สมการ (146) เท่ากับ 89.66% ถ้าเรากำหนดให้ $n_k = 1$ แล้วทำการเปลี่ยนค่า n_a และ n_b ตั้งแต่ 0-10 จะได้ความถูกต้องแสดงตามตารางที่ 2

ตารางที่ 2 แสดงความถูกต้อง (แสดงเป็น %) เมื่อกำหนดให้ Order $n_k = 1$ และเลือกใช้ n_a และ n_b ของ ARX Model ค่าต่างๆกัน

$n_b \backslash n_a$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	-	15.35	28.60	40.12	49.75	57.18	63.54	68.86	73.48	77.61	80.73
1	3.317	89.66	89.49	89.09	89.28	89.00	88.78	88.36	88.52	88.38	88.36
2	3.634	89.78	89.79	89.71	89.82	89.88	89.90	89.78	89.97	90.02	90.04
3	3.884	89.79	89.78	89.76	89.81	89.91	89.94	89.91	90.03	90.19	90.21
4	4.068	89.94	89.88	89.81	89.84	89.92	89.96	89.95	90.07	90.02	90.21
5	4.494	89.93	89.92	89.91	89.93	89.89	89.95	89.94	90.04	90.15	90.15
6	4.676	89.97	89.97	89.93	89.97	89.94	89.94	89.93	90.03	90.14	90.14
7	4.916	90.07	89.98	89.94	89.96	89.92	89.91	89.90	90.01	90.01	90.12
8	5.007	90.17	90.13	90.04	90.06	90.03	90.02	90.01	90.01	90.01	90.12
9	4.974	90.23	90.19	90.19	90.18	90.12	90.12	90.10	90.01	90.01	90.11
10	4.953	90.24	90.22	90.19	90.19	90.14	90.14	90.12	90.12	90.12	90.11

2.2 ผลการระบุเอกลักษณ์โดยใช้ ARMAX Model เป็น Model Structure

ถ้าเรากลับไปพิจารณาสมการของ ARMAX Model แสดงสมการดังนี้

$$y(t) = -[a_1 y(t-1) + \dots + a_{n_a} y(t-n_a)] + [b_{n_k} u(t-n_k) + \dots + b_{n_b} u(t-n_k-n_b+1)] + [e(t) + c_1 e(t-1) + \dots + c_{n_c} e(t-n_c)] \quad (155)$$

จากสมการ (155) จะเห็นได้ว่ามี Order ที่เราต้องกำหนดคือค่า n_a , n_b , n_c และ n_k เราจะเริ่มต้นจากกำหนดให้ n_a , n_b และ n_c มีค่าเท่ากับ 1 สำหรับ n_k ซึ่งเป็น Order ของการเกิด Delay ภายในระบบซึ่งเราก็จะกำหนดให้ Order ของ n_k มีค่าเท่ากับ 1 เช่นเดียวกันกับที่กำหนดไว้ใน ARX Model

หลังจากที่เรากำหนด Order แล้วเราจะทำการ Estimate ค่าพารามิเตอร์ θ ที่ดีที่สุด ซึ่งสามารถทำได้โดยใช้โปรแกรม MATLAB ช่วยดังนี้ จากภาพที่ 69 เลือก Estimate -> Parametric models ผลที่ได้คือจะโปรแกรมจะเปิดหน้าต่างชื่อ Parametric Models ขึ้นมาเพื่อให้เราใส่ค่าข้อมูลต่างๆ เราจะทำการใส่ค่า แสดงดังภาพที่ 71 แล้วเลือก Estimate

ผลที่ได้คือโปรแกรมจะทำการเลือก Model Structure เป็น ARMAX Model และกำหนด Order $n_a = 1$, $n_b = 1$, $n_c = 1$ และ $n_k = 1$ แล้วจะใช้ข้อมูลจาก Motordata30e เพื่อทำการ Estimate ค่า θ ที่ดีที่สุดโดยใช้ Parameter Estimation Method จากนั้นโปรแกรมจะทำการสร้าง ARMAX Model โดยใช้ค่า θ ที่ดีที่สุดที่คำนวณได้ แสดงดังนี้

$$\theta = [-0.8341 \quad 0.0613 \quad -0.4581]^T$$

จะได้

$$A(q) = 1 - 0.8341q^{-1}$$

$$B(q) = 0.0613q^{-1}$$

$$C(q) = 1 - 0.4581q^{-1}$$

ดังนั้นจากสมการ (155) จะได้ ARMAX Model คือ

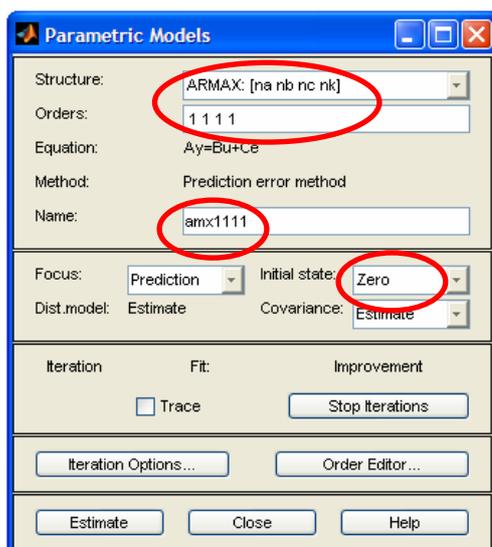
$$\hat{y}(t) = 0.8341\hat{y}(t-1) + 0.0613u(t-1) + e(t) - 0.4581e(t-1) \quad (156)$$

โดยมีคาบการ Sampling เท่ากับ 0.03 วินาที จากนั้น โปรแกรมจะตั้งชื่อเป็น amx1111 แล้วนำเข้าไปเก็บในส่วนของ Model Views จากนั้นทำการปิดหน้าต่าง Parametric Models

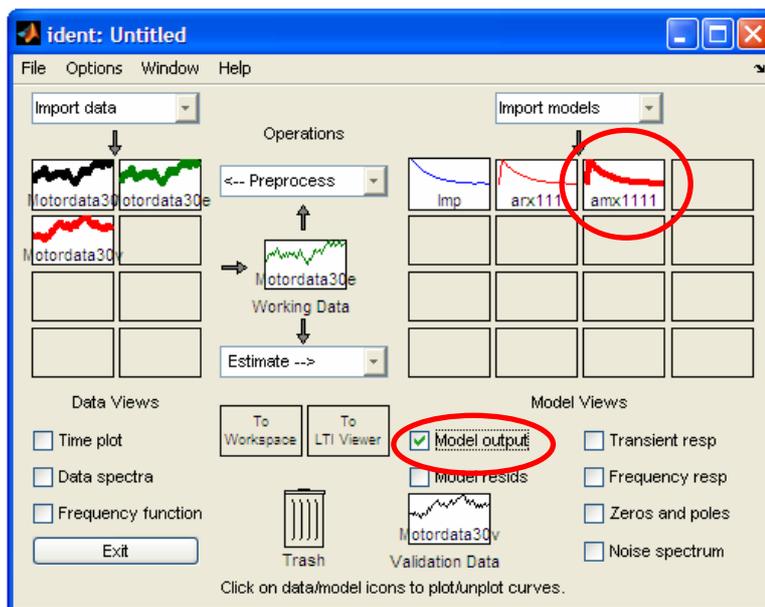
เราสามารถทำการตรวจสอบความถูกต้องในการทำนายค่าสัญญาณเอาต์พุตเฉพาะของ Model amx1111 ได้โดยการเลือก Model output ในหน้าต่าง ident แสดงดังภาพที่ 72

ผลที่ได้คือ โปรแกรมจะใช้ข้อมูลส่วน Validation Data เป็นตัวทดสอบ Model Structure ที่เราได้เลือกไว้ในส่วนของ Model Views ในที่นี้คือ โปรแกรมจะนำสัญญาณอินพุตจาก Motordata30v ใส่เข้าไปใน Model amx1111 แล้วทำการเปรียบเทียบค่าสัญญาณเอาต์พุตที่ Model สร้างกับสัญญาณเอาต์พุตที่อยู่ใน Motordata30v โดยจะใช้สมการ (146) เป็นตัวบอกผลของการเปรียบเทียบ ผลการเปรียบเทียบแสดงดังภาพที่ 73

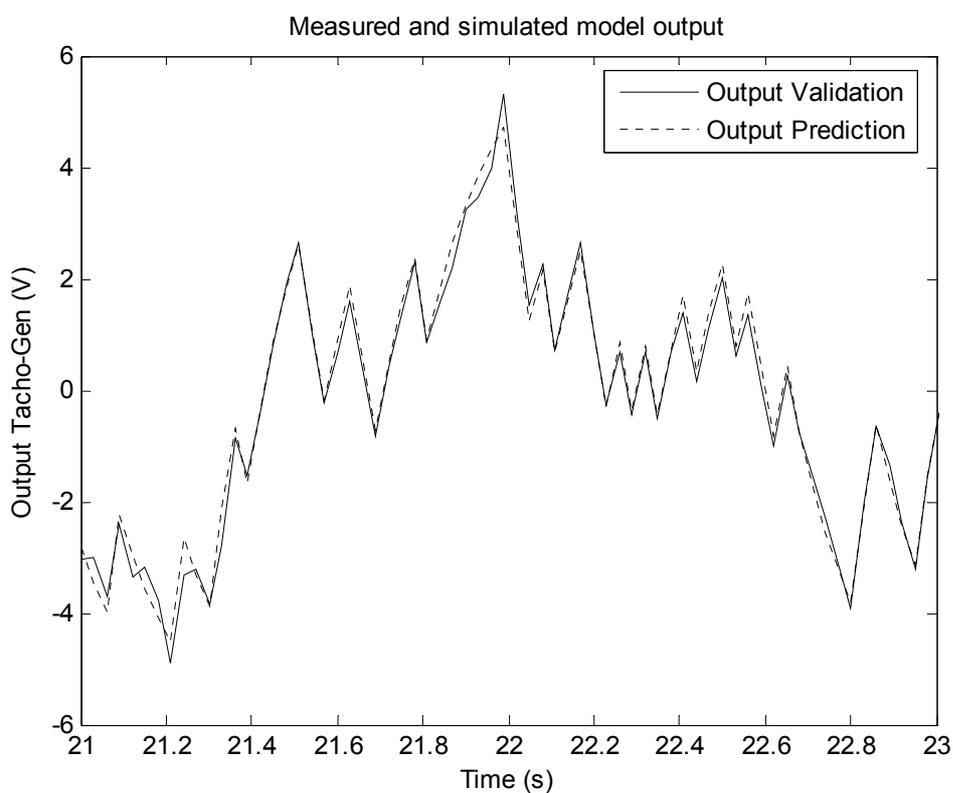
เราพบว่าถ้าใช้ Model amx1111 เป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ให้กับระบบมอเตอร์ไฟฟ้า กระแสตรง เมื่อทำการ Validation โดยใช้ข้อมูลการทดลอง Motordata30v ก็จะมีค่าความถูกต้องที่วัดโดยใช้สมการ (146) เท่ากับ 89.66%



ภาพที่ 71 แสดงหน้าต่าง Parametric Models หลังจากกำหนดค่าสำหรับการ Estimate ARMAX Model เรียบร้อยแล้ว



ภาพที่ 72 แสดงหน้าต่าง ident หลังการเลือก Model output เพื่อตรวจสอบ amx1111



ภาพที่ 73 แสดงการเปรียบเทียบค่าสัญญาณเอาต์พุตในชุดข้อมูลชื่อ Motordata30v กับสัญญาณเอาต์พุตที่ได้จาก Model amx1111 ในช่วงเวลา 2 วินาที

ถ้าเราทำการเปลี่ยนแปลงค่าของ n_c ให้มีค่าตั้งแต่ 0-15 โดยกำหนดให้ n_a , n_b และ n_k เท่ากับ 1 จะได้ผลการทดสอบความถูกต้องแสดงดังตารางที่ 3 และถ้าเราทำการเปลี่ยนค่า n_a และ n_b ตั้งแต่ 0-10 โดยกำหนดให้ n_c และ n_k เท่ากับ 1 จะได้ค่าความถูกต้องแสดงตามตารางที่ 4

ตารางที่ 3 แสดงความถูกต้อง (แสดงเป็น %) เมื่อกำหนดให้ Order n_a , n_b และ n_k เท่ากับ 1 และเลือกใช้ Order n_c ของ ARMAX Model ค่าต่างๆกัน

n_c	ความถูกต้อง	n_c	ความถูกต้อง	n_c	ความถูกต้อง	n_c	ความถูกต้อง
0	89.07	4	89.85	8	90.16	12	90.30
1	89.66	5	89.87	9	90.16	13	90.39
2	89.67	6	89.89	10	90.22	14	90.39
3	89.76	7	90.01	11	90.27	15	90.42

ตารางที่ 4 แสดงความถูกต้อง (แสดงเป็น %) เมื่อกำหนดให้ Order n_c และ n_k เท่ากับ 1 และเลือกใช้ Order n_a และ n_b ของ ARMAX Model ค่าต่างๆกัน

$n_b \backslash n_a$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	-	12.82	25.68	38.01	47.54	55.87	61.92	68.00	72.47	76.90	80.12
1	-	89.66	89.86	89.92	90.01	90.00	90.05	90.15	90.26	90.27	90.34
2	-	89.86	89.83	89.85	90.00	89.97	90.07	90.05	90.17	90.28	90.29
3	-	89.92	89.85	90.22	89.92	90.04	90.03	90.06	90.04	90.18	90.33
4	-	90.01	90.00	89.93	90.12	90.25	89.88	90.13	90.03	90.11	90.24
5	-	90.00	90.04	90.04	90.05	90.25	89.89	89.86	89.94	89.94	90.04
6	-	90.04	90.07	90.03	89.89	90.24	89.91	89.90	89.92	90.01	90.02
7	-	90.15	90.04	90.05	90.12	89.87	89.90	89.91	89.98	90.01	90.01
8	-	90.25	90.18	90.04	90.03	89.99	89.92	89.97	89.79	90.00	89.97
9	-	90.27	90.27	90.20	90.07	89.89	90.09	90.00	89.99	89.92	89.78
10	-	90.33	90.29	90.20	90.20	90.08	90.07	89.84	90.11	89.94	89.85

2.3 ผลการระบุเอกลักษณ์โดยใช้ OE Model เป็น Model Structure

ถ้าเรากลับไปพิจารณาสมการของ OE Model แสดงสมการดังนี้

$$y(t) = w(t) + e(t) \quad (157)$$

โดย

$$w(t) = -[f_1 w(t-1) + \dots + f_{n_f} w(t-n_f)] + [b_{n_k} u(t-n_k) + \dots + b_{n_b} u(t-n_k-n_b+1)] \quad (158)$$

จากสมการ (158) จะเห็นได้ว่ามี Order ที่เราต้องกำหนดคือค่า n_b , n_f และ n_k เราจะเริ่มต้นที่จากกำหนดให้ n_b และ n_f มีค่าเท่ากับ 1 สำหรับ n_k ซึ่งเป็น Order ของการเกิด Delay ภายในระบบซึ่งเราก็จะกำหนดให้ Order ของ n_k มีค่าเท่ากับ 1 ด้วยเหตุผลเดียวกันกับที่กำหนดไว้ใน ARX Model

หลังจากที่เรากำหนด Order แล้วเราจะทำการ Estimate ค่าพารามิเตอร์ θ ที่ดีที่สุด ซึ่งสามารถทำได้โดยใช้โปรแกรม MATLAB ช่วยดังนี้ จากภาพที่ 72 เลือก Estimate -> Parametric models ผลที่ได้คือโปรแกรมจะเปิดหน้าต่างชื่อ Parametric Models ขึ้นมาเพื่อให้เราใส่ค่าข้อมูลต่างๆ เราจะทำการใส่ค่า แสดงดังภาพที่ 74 แล้วเลือก Estimate

ผลที่ได้คือโปรแกรมจะทำการเลือก Model Structure เป็น OE Model และกำหนด Order $n_b = 1$, $n_f = 1$ และ $n_k = 1$ แล้วจะใช้ข้อมูลจาก Motordata30e เพื่อทำการ Estimate ค่า θ ที่ดีที่สุดโดยใช้ Parameter Estimation Method จากนั้นโปรแกรมจะทำการสร้าง OE Model โดยใช้ค่า θ ที่ดีที่สุดที่คำนวณได้ แสดงดังนี้

$$\theta = [0.06809 \quad -0.8368]^T$$

จะได้

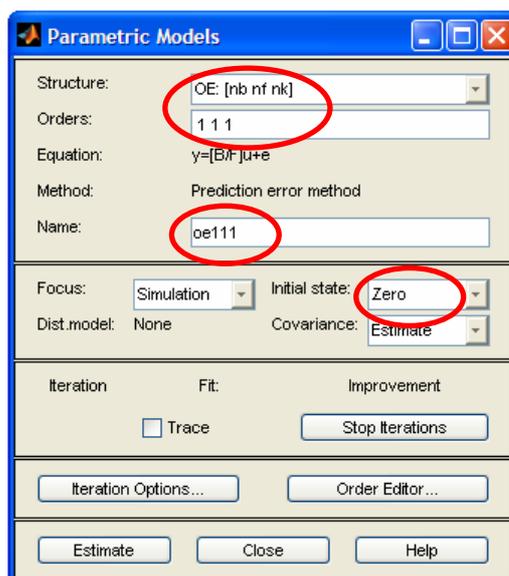
$$B(q) = 0.06089q^{-1}$$

$$F(q) = 1 - 0.8368q^{-1}$$

ดังนั้นจากสมการ (158) จะได้ OE Model คือ

$$\hat{y}(t) = 0.8368\hat{y}(t-1) + 0.06089u(t-1) + 0.051u(t-2) + e(t) - 0.8368e(t-1) \quad (159)$$

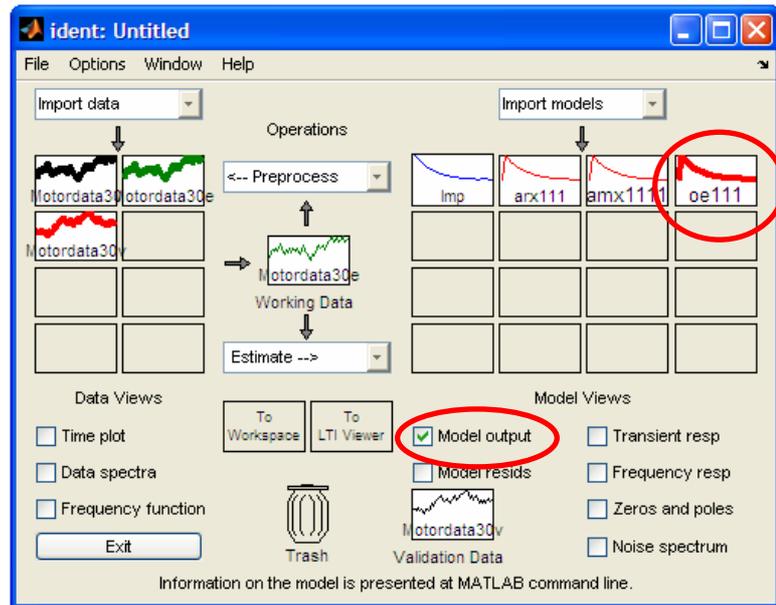
โดยมีคาบการ Sampling เท่ากับ 0.03 วินาที จากนั้น โปรแกรมจะตั้งชื่อเป็น oe111 แล้วนำเข้าไปเก็บในส่วนของ Model Views



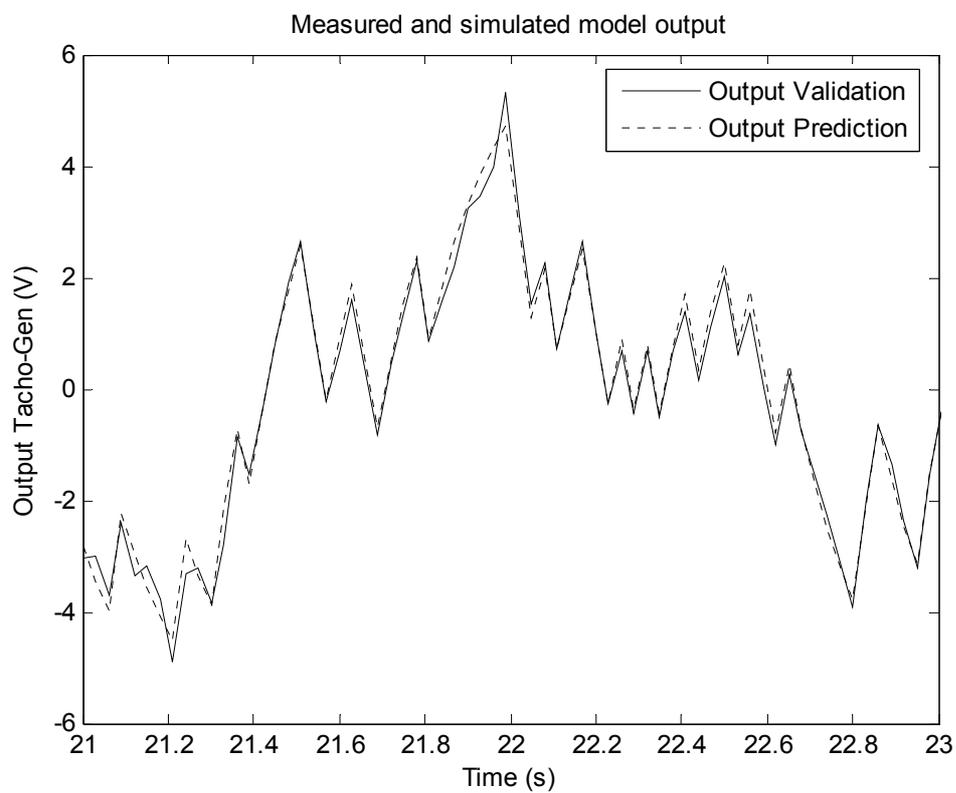
ภาพที่ 74 แสดงหน้าต่าง Parametric Models หลังจากกำหนดค่าสำหรับการ Estimate ARMAX Model เรียบร้อยแล้ว

ทำการปิดหน้าต่าง Parametric Models เราสามารถทำการตรวจสอบความถูกต้องในการทำนายค่าสัญญาณเอาต์พุตเฉพาะของ Model oe111 ได้โดยการเลือก Model output ในหน้าต่าง ident แสดงดังภาพที่ 76

ผลที่ได้คือ โปรแกรมจะใช้ข้อมูลส่วน Validation Data เป็นตัวทดสอบ Model Structure ที่เราได้เลือกไว้ในส่วนของ Model Views ในที่นี้คือ โปรแกรมจะนำสัญญาณอินพุตจาก Motordata30v ใส่เข้าไปใน Model oe111 แล้วทำการเปรียบเทียบค่าสัญญาณเอาต์พุตที่ Model สร้างกับสัญญาณเอาต์พุตที่อยู่ใน Motordata30v โดยจะใช้สมการ (146) เป็นตัวบอกผลของการเปรียบเทียบ ผลการเปรียบเทียบแสดงดังภาพที่ 75



ภาพที่ 75 แสดงหน้าต่าง ident หลังการเลือก Model output เพื่อตรวจสอบ oe111



ภาพที่ 76 แสดงการเปรียบเทียบค่าสัญญาณเอาต์พุตในชุดข้อมูลชื่อ Motordata30v กับสัญญาณเอาต์พุตที่ได้จาก Model oe111 ในช่วงเวลา 2 วินาที

เราพบว่าถ้าใช้ Model oe111 เป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ให้กับระบบมอเตอร์ไฟฟ้า กระแสตรง เมื่อทำการ Validation โดยใช้ข้อมูลการทดลอง Motordata30v ก็จะมี ความถูกต้องที่วัด โดยใช้สมการ (146) เท่ากับ 89.81% ถ้าเรากำหนดให้ $n_k = 1$ แล้วทำการเปลี่ยนค่า n_b และ n_f ตั้งแต่ 0-10 จะมีความถูกต้องแสดงตามตารางที่ 5

ตารางที่ 5 แสดงความถูกต้อง (แสดงเป็น %) เมื่อกำหนดให้ Order $n_k = 1$ และเลือกใช้ Order n_f ของ OE Model ค่าต่างๆกัน

$n_f \backslash n_b$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
1	15.35	89.81	89.86	89.92	90.01	90.00	90.04	90.15	90.25	90.27	90.33
2	28.58	89.86	89.83	89.85	90.00	90.04	90.07	90.04	90.18	90.27	90.29
3	40.06	89.92	89.85	90.22	89.93	90.04	90.03	90.05	90.04	90.02	90.02
4	49.65	90.01	90.00	89.92	90.12	90.25	89.89	90.12	90.03	90.07	90.20
5	57.09	90.00	89.97	90.04	90.25	90.25	90.24	89.87	89.99	89.89	90.08
6	63.48	90.05	90.07	90.03	89.88	89.89	89.91	89.90	89.92	90.09	90.07
7	68.83	90.15	90.05	90.06	90.13	89.86	89.90	89.91	89.87	90.00	89.94
8	73.44	90.26	90.17	90.04	90.03	89.94	89.92	89.98	89.79	89.99	90.11
9	77.56	90.27	90.28	90.18	90.11	89.94	90.01	90.01	90.00	89.92	89.94
10	80.69	90.34	90.29	90.33	90.24	90.04	90.02	90.01	89.97	89.78	89.85

2.4 การทดสอบว่าค่า Delay $n_k = 1$ นั้นเป็นค่าที่เหมาะสมที่สุด

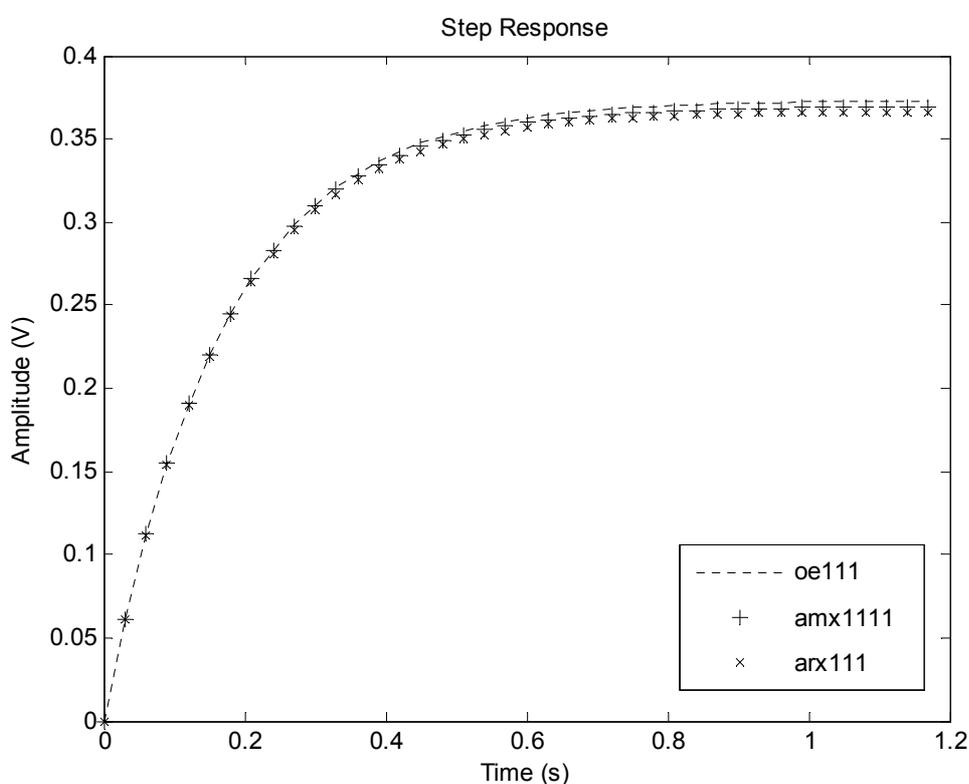
จากภาพที่ 67 ทำให้เราทราบว่า Order ของ n_k ที่เราใช้กับ Model Structure ควรจะมีค่าเท่ากับ 1 แต่ก็อาจจะมีค่า Order ค่าอื่นที่เหมาะสมกว่า เราจึงทดลองเปลี่ยนค่า Order ของ n_k แล้วสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบใหม่โดยใช้ข้อมูล Motordata30e เหมือนเดิมและทำการทดสอบความถูกต้องในการทำนาย โดยใช้ข้อมูล Motordata30v จะได้ผลแสดงตามตารางที่ 6 ซึ่งแสดงให้เห็นได้อย่างชัดเจนว่าการใช้ค่า $n_k = 1$ จะให้ความถูกต้องในการทำนายมีค่ามากที่สุด

ตารางที่ 6 แสดงความถูกต้อง (แสดงเป็น %) เมื่อเลือกใช้ Order n_k ค่าต่างๆกัน

ชื่อ Model Structure \ Order ของ Delay n_k	0	1	2	3
arx11 n_k	3.306	89.66	5.443	6.499
amx111 n_k	6.764	89.66	42.00	3.411
oe11 n_k	50.11	89.81	46.86	30.89

2.5 การทดสอบแบบจำลองทางคณิตศาสตร์โดยใช้อินพุตเป็น Step

ผลการใส่สัญญาณอินพุตเป็น Step ให้กับระบบแสดงดังภาพที่ 77 จะพบว่า Model arx111, Model amx1111 และ Model oe111 ให้ผลตอบสนองที่มีลักษณะใกล้เคียงกัน เราจะประมาณค่าที่ Steady-State ได้ประมาณ 0.37 ฉะนั้นที่ค่า $0.37 \times 0.63 = 0.233$ จะพบว่า ณ ตำแหน่งดังกล่าวอยู่ที่ค่าเวลาประมาณ 180 ms ซึ่งมีค่าใกล้เคียงกันกับค่า T_r ของระบบจริงที่เราวัดได้



ภาพที่ 77 แสดงค่า Step Response ของ Model arx111, Model amx1111 และ Model oe111

3. การเปรียบเทียบความถูกต้องและคุณสมบัติของ Model Structure ที่ใช้ในการระบุเอกลักษณ์

จุดประสงค์หนึ่งของงานวิทยานิพนธ์คือจะทำการเปรียบเทียบความถูกต้องในการทำนายค่าเอาต์พุตและคุณสมบัติของระบบจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่สร้างมาจาก ARX Model, ARMAX Model และ OE Model เนื่องจาก Model Structure แต่ละชนิดสามารถกำหนด Order ได้หลากหลาย จากผลการทดลองในตารางที่ 2 ถึงตารางที่ 5 และเราพบว่าถ้ากำหนด Order ของ Model Structure ให้สูงขึ้น Model Structure ก็จะมีคุณสมบัติถูกต้องในการทำนายแนวโน้มที่ดีมากขึ้น ดังนั้นในการเปรียบเทียบ Model Structure แต่ละ Model Structure ว่า Model Structure ชนิดไหนดีกว่ากันในงานวิทยานิพนธ์นี้เราจึงจะเปรียบเทียบที่ Order ค่าเดียวกัน

Order ของ n_a , n_b และ n_f ถูกกำหนดค่าโดยการพิจารณา Transfer Function แบบ Discrete ที่ได้จากการทดลองใส่อินพุตเป็น Step ให้กับระบบ เราพบว่า Order ของ y และ u ของ Transfer Function ดังกล่าวมีค่าเท่ากับ 1 ดังนั้นเราจึงกำหนดให้ n_a , n_b และ n_f มีค่าเท่ากับ 1 เพื่อใช้ในการเปรียบเทียบ

Order ของ n_c ถูกกำหนดค่าโดยการพิจารณาจากตารางที่ 3 เราพบว่าเมื่อ Order ของ n_c มีค่าเพิ่มขึ้น การทำนายค่าของ ARMAX Model ก็จะมีแนวโน้มที่จะถูกต้องมากขึ้น ดังนั้นเพื่อให้เหมาะสมที่จะนำ ARMAX Model ไปเปรียบเทียบกับ ARX Model และ OE Model ซึ่งมี Order ของแต่ละตัวแปรภายในมีค่าเท่ากับ 1 ดังนั้นเราจึงกำหนดให้ $n_c = 1$ เพื่อใช้ในการเปรียบเทียบ

Order ของ n_k ถูกกำหนดค่าโดยการพิจารณาจากภาพที่ 67 แสดง Impulse Response ของระบบ ซึ่งเป็นสิ่งที่บอกให้เราทราบว่า Delay ของระบบมีค่าประมาณ 1 คาบการ Sampling ดังนั้นเราจึงกำหนดให้ $n_k = 1$ เพื่อใช้ในการเปรียบเทียบ

หลังการกำหนด Order ของแต่ละ Model Structure เป็นที่เรียบร้อยแล้วทำให้เราได้ Model Structure ที่จะนำมาเปรียบเทียบกันคือ arx111, amx1111 และ oe111 แสดงดังนี้

- ARX Model arx111 ใช้ n_a , n_b และ n_k มีค่าเท่ากับ 1 มีสมการดังนี้

$$\hat{y}(t) = 0.8336\hat{y}(t-1) + 0.06099u(t-1)$$

- ARMAX Model amx1111 ใช้ n_a , n_b , n_c และ n_k มีค่าเท่ากับ 1 มีสมการดังนี้

$$\hat{y}(t) = 0.8341\hat{y}(t-1) + 0.0613u(t-1) + e(t) - 0.4581e(t-1)$$

- OE Model oe111 ใช้ n_b , n_f และ n_k มีค่าเท่ากับ 1 มีสมการดังนี้

$$\hat{y}(t) = 0.8368\hat{y}(t-1) + 0.06089u(t-1) + 0.051u(t-2) + e(t) - 0.8368e(t-1)$$

3.1 เปรียบเทียบค่าความถูกต้องของ Model Output

เราจะทำการเปรียบเทียบ Model Structure ที่ได้ ออกมา กับ Validation Data โดยใช้ Order ตามที่กำหนดไว้โดยมีค่าความถูกต้องของแต่ละ Model Structure เมื่อใช้ Validation Data จำนวน 324 Samples แสดงตามตารางที่ 7

ตารางที่ 7 แสดงค่าความถูกต้อง (แสดงเป็น %) ของแต่ละ Model Structure

ชื่อ Model Structure	ชื่อชุดข้อมูล	Motordata30v
arx111		89.66
amx1111		89.66
oe111		89.81

3.2 เปรียบเทียบค่า Residual ของ Model Output

จากตารางที่ 7 เราจะเห็นได้ว่าความสามารถในการทำนายค่าสัญญาณเอาต์พุตของ Model Structure ทั้ง 3 ชนิดมีค่าใกล้เคียงกัน ทำให้การตัดสินใจเลือก Model Structure ที่จะนำมาเป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรงอาจทำได้ยาก ดังนั้นเราจึงได้นำวิธีการวิเคราะห์ค่า Residual ซึ่งก็เป็นวิธีการบอกคุณภาพของ Model Structure อีกชนิดหนึ่งเข้ามาใช้งานร่วมด้วย การวิเคราะห์ค่า Residual หมายถึงการนำค่า $\varepsilon(t, \hat{\theta}_N)$ มาตรวจสอบความเป็นอิสระ ซึ่งการตรวจสอบความเป็นอิสระจะทำด้วยกัน 2 อย่างคือ

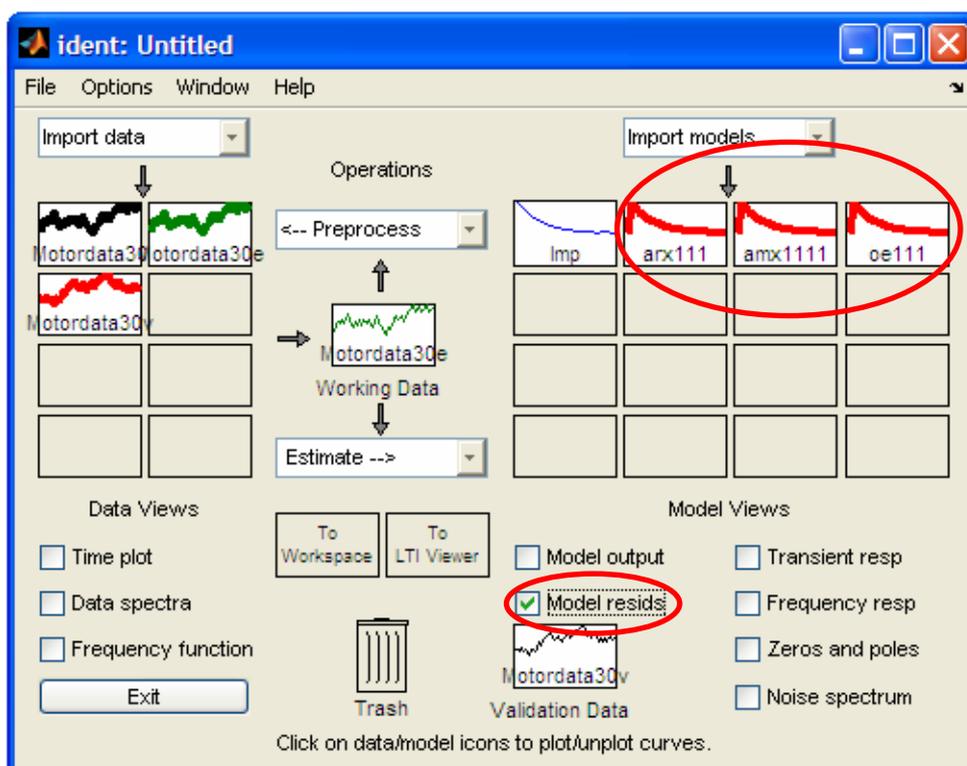
1. ตรวจสอบความเป็นอิสระระหว่าง $\varepsilon(t)$ กับ $u(t)$ สามารถทำได้โดยใช้สมการ (148) แสดงดังนี้

$$\hat{R}_{\varepsilon u}^N(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \varepsilon(t)u(t-\tau)$$

2. ตรวจสอบความเป็นอิสระระหว่าง $\varepsilon(t)$ กับ $\varepsilon(t)$ สามารถทำได้โดยใช้สมการ (149) แสดงดังนี้

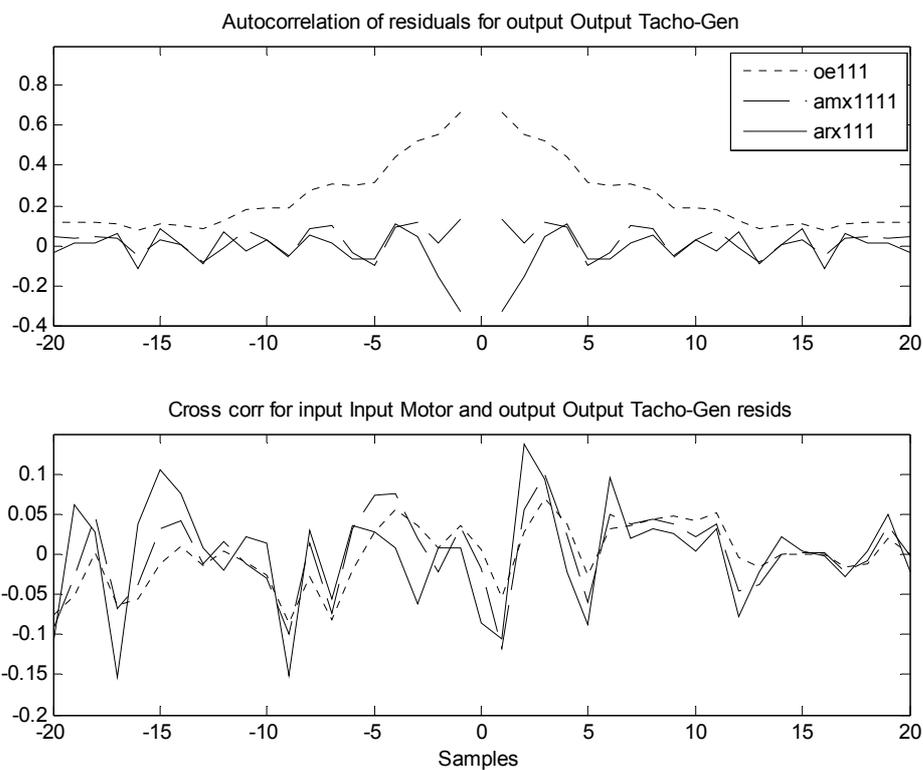
$$\hat{R}_{\varepsilon}^N(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \varepsilon(t)\varepsilon(t-\tau)$$

เราสามารถทำการตรวจสอบความเป็นอิสระโดยใช้สมการ (148) และสมการ (149) ได้โดยการเลือก Model residz แสดงดังภาพที่ 78



ภาพที่ 78 แสดงหน้าต่าง ident หลังการเลือก Model residz

ผลที่ได้คือ โปรแกรมจะใช้ข้อมูลส่วน Validation Data เป็นตัวทดสอบ Model Residual ที่เราได้เลือกไว้ในส่วนของ Model Views ผลการเปรียบเทียบแสดงในภาพที่ 79



ภาพที่ 79 แสดงการเปรียบเทียบค่า Residual ระหว่าง Model arx111, Model amx1111 และ Model oe111 โดยใช้ชุดข้อมูล Motordata30v เป็น Validation Data ภาพบนแสดงค่า $\hat{R}_\varepsilon^N(\tau)$ ภาพล่างแสดงค่า $\hat{R}_{\varepsilon u}^N(\tau)$

4. วิจารณ์ผลการทดลองและการทดสอบ Model Structure เพื่อนำไปใช้งาน

4.1 วิจารณ์ผลการทดลอง

ตามที่เราได้แสดงผลการทดลองและการเปรียบเทียบผลการทดลองไว้ในหัวข้อก่อนหน้านี้อันแล้ว เราสามารถสังเกตสิ่งที่ได้จากการทำการทดลองดังกล่าวแบ่งได้เป็นข้อดังนี้

1. จากตารางที่ 6 เราสามารถสังเกตเห็นได้ว่าเมื่อเรากำหนดค่าของ Delay ให้กับ Model Structure ไม่เหมาะสมจะทำให้ค่า % ของความถูกต้องลดลงมาก ดังนั้นการกำหนดค่า Delay ให้กับ Model Structure ที่ถูกต้องมาเป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ให้กับระบบจึงเป็นเรื่องที่สำคัญและควรเป็นเรื่องที่เราจะพิจารณาก่อนเป็นอันดับแรกในหาทำการระบุเอกลักษณ์ของระบบใดๆก็ตาม การหาค่า Delay ให้กับ Model Structure สามารถทำได้โดยการพิจารณาจาก Impulse Response ของระบบซึ่งหามาได้จากการทำ Correlation Analysis กับข้อมูลของสัญญาณอินพุตและเอาท์พุตที่ได้จากการทดลอง นั่นหมายความว่า การเก็บข้อมูลในการทดลองก็เป็นเรื่องที่สำคัญเพราะการเก็บข้อมูลด้วยความรู้เท่าไม่ถึงการณ์หรือด้วยความไม่เหมาะสมก็อาจจะเป็นสาเหตุทำให้เกิดความผิดพลาดในขั้นตอนการทำ Correlation Analysis ทำให้ผลที่ได้มีความผิดพลาดสืบต่อไปในการทำการระบุเอกลักษณ์

2. จากตารางที่ 2 ตารางที่ 4 และตารางที่ 5 เราจะสังเกตได้ว่าถ้าเรากำหนดให้ Order n ของ ARX Model ARMAX Model และ OE Model มีค่ามากขึ้นก็จะทำให้ความถูกต้องในการทำนายมีแนวโน้มที่สูงขึ้น แต่ถึงแม้การเพิ่มค่า Order n ของ Model Structure ดังกล่าวให้มีค่าสูงขึ้นความถูกต้องในการทำนายก็มีค่าไม่เพิ่มจากเดิมมากนัก ทั้งนี้ น่าจะเป็นเพราะว่าระบบมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรงที่เรากำลังจะหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์มีความซับซ้อนไม่มาก ดังจะเห็นได้จากการใช้กฎการเคลื่อนที่และกฎทางไฟฟ้าเขียนแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบซึ่งจะได้ Order ของระบบดังกล่าวมีค่าไม่เกิน Order 2 และจากการประมาณให้ความหน่วงนำของขดลวดอาร์มาเจอร์ L_a จะมีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับค่าความต้านทานของขดลวดอาร์มาเจอร์ R_a จึงประมาณให้ L_a มีค่าเท่ากับศูนย์ จึงทำให้ Transfer Function ของระบบมอเตอร์มีค่าเพียง Order 1 ดังนั้นการกำหนดให้ค่า Order ของ Model Structure มีค่าเท่ากับ 1 ก็น่าจะเพียงพอต่อการนำแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่หาได้ไปใช้งานจริง

3. สำหรับ ARMAX Model จะมี Order n_c ไว้สำหรับแสดงคุณสมบัติของสัญญาณรบกวน $e(t)$ จึงเป็นข้อได้เปรียบสำหรับการใช้ ARMAX Model เป็น Model Structure ให้กับระบบ

ที่ถูกรบกวนด้วยสัญญาณรบกวน ดังแสดงให้เห็นได้อย่างคร่าวๆ จากตารางที่ 3 ซึ่งจะพบว่าเมื่อ กำหนดค่าให้ Order ของ n_a และ n_b คงที่เท่ากับ 1 แล้วเราเพิ่มค่า Order n_c ความถูกต้องในการทำนายมีแนวโน้มที่สูงขึ้น

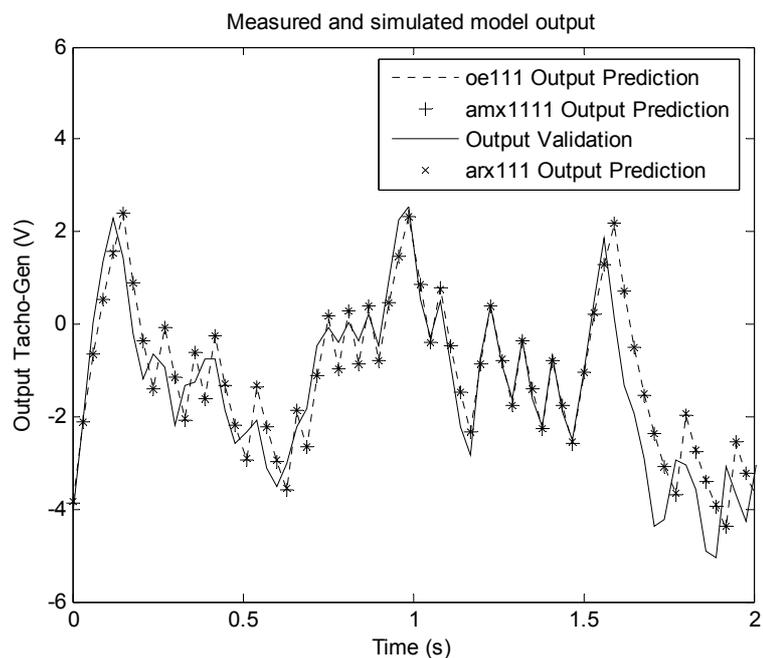
4. การเปรียบเทียบผลการทดลองในตารางที่ 7 แสดงให้เห็นว่า OE Model สามารถทำนายค่าได้ถูกต้องมากที่สุด และการเลือกใช้ ARMAX Model เป็น Model Structure ให้กับระบบจะมีความถูกต้องเท่ากันกับการเลือกใช้ ARX Model เป็น Model Structure ให้กับระบบ แต่จากการวิเคราะห์ Residual ตามภาพที่ 78 เราพบว่า ARMAX Model มีการ Correlate กันระหว่าง $\varepsilon(t, \hat{\theta}_N)$ กับ $\varepsilon(t, \hat{\theta}_N)$ หรือคือค่า $\hat{R}_\varepsilon^N(\tau)$ ซึ่งน้อยที่สุดนั่นคือรูปแบบการเกิด $\varepsilon(t, \hat{\theta}_N)$ ไม่ซ้ำกัน ทั้งนี้ น่าจะเป็นเพราะว่า ARMAX Model เป็น Model Structure ที่มีความสามารถใน Model คุณสมบัติของสัญญาณรบกวนไว้ด้วย ด้วยคุณสมบัตินี้เองก็จะทำให้ ARMAX Model น่าจะสามารถทำนายค่าเอาที่พูดได้ถูกต้องกว่า ARX Model และ OE Model เมื่อนำชุดข้อมูลที่ประกอบไปด้วยการรบกวนจากสัญญาณรบกวนมาใช้ทดสอบความถูกต้อง

4.2 การทดสอบ Model Structure กับข้อมูลชุดอื่น

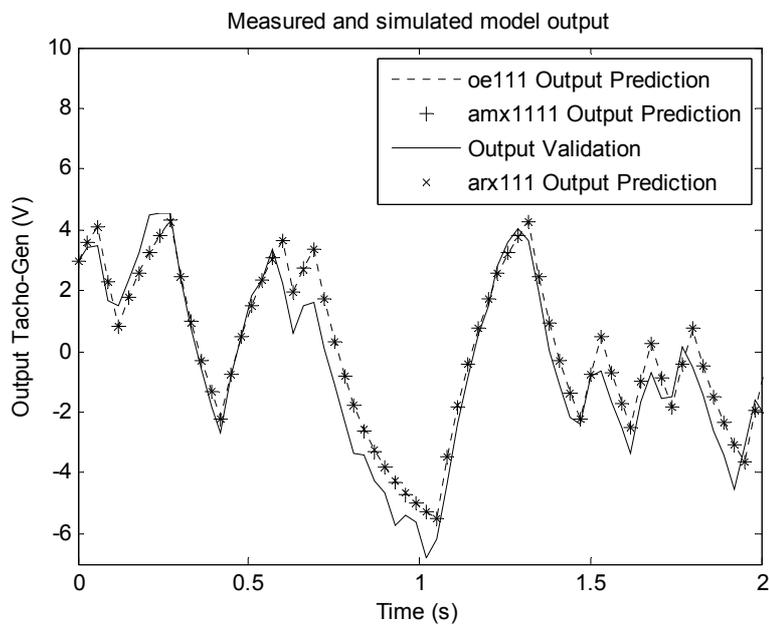
นอกจากที่เรา นำ Validation Data ที่เราได้จากชุดข้อมูลชื่อ Motordata30v เพื่อใช้ในการเปรียบเทียบ Model Structure แล้ว เราจะนำข้อมูลที่ได้จากการเก็บจากการทดลองอีก 2 ชุด ชื่อ Testdata_sig4_sampling30ms.mat และ Testdata_sig5_sampling30ms.mat มาใช้ในการทดสอบความถูกต้องในการทำนายด้วย แต่ต้องจำไว้เสมอว่าข้อมูลที่สำคัญในการนำข้อมูลที่ชุดอื่นที่ได้จากการทดลองมาใช้กับ Model Structure คือ

1. เนื่องจาก Model Structure ถูกสร้างมาจากชุดข้อมูลที่มีค่าคาบ Sampling เท่ากับ 30 ms ดังนั้น Model Structure ที่ได้จะเป็น Model Structure ที่จะทำนายค่าทุกๆ 30 ms ฉะนั้นข้อมูลอื่นๆ ที่นำมาทดสอบกับ Model Structure จึงต้องถูกเก็บมาด้วยคาบ Sampling เท่ากับ 30 ms เช่นกัน ถ้าข้อมูลที่เรากลับมามีคาบ Sampling ไม่เท่ากับ 30 ms เราสามารถแก้ไขได้ด้วยการ Resample ข้อมูล

2. เราใช้สมการ (146) เป็นตัวหาค่าเปอร์เซ็นต์ความถูกต้อง ดังนั้นการเปรียบเทียบจึงต้องทำด้วยจำนวนข้อมูลที่เท่ากันในแต่ละชุดข้อมูลที่นำมาใช้เปรียบเทียบ ถ้าจำนวนข้อมูลในชุดข้อมูลมีค่ามากเกินไปที่เราจะนำมาใช้เปรียบเทียบ เราสามารถแบ่งข้อมูลในชุดข้อมูลออกมาได้ ซึ่งสามารถทำได้โดยใช้ Function ใน ident คือเลือก Preprocessing -> Select Range



ภาพที่ 80 แสดงการเปรียบเทียบค่าสัญญาณเอาต์พุตในชุดข้อมูลชื่อ Testdata_sig4_sampling30ms กับสัญญาณเอาต์พุตที่ได้จาก Model Structure ทั้ง 3 ชนิดในช่วงเวลา 2 วินาที



ภาพที่ 81 แสดงการเปรียบเทียบค่าสัญญาณเอาต์พุตในชุดข้อมูลชื่อ Testdata_sig5_sampling30ms กับสัญญาณเอาต์พุตที่ได้จาก Model Structure ทั้ง 3 ชนิดในช่วงเวลา 2 วินาที

การเปรียบเทียบการทำนายค่าสัญญาณเอาต์พุตของ Model Structure ทั้ง 3 ชนิดโดยใช้ข้อมูล ชื่อ Testdata_sig4_sampling30ms และ Testdata_sig5_sampling30ms แสดงดังภาพที่ 79 และภาพที่ 80 ตามลำดับ ค่าความถูกต้องของแต่ละ Model Structure เมื่อใช้ Validation Data และชุดข้อมูลอีก 2 ชุดเพิ่มเติมในการเปรียบเทียบจำนวน 324 Samples เท่ากันแสดงตามตารางที่ 8

ตารางที่ 8 แสดงค่าความถูกต้อง (แสดงเป็น %) ของแต่ละ Model Structure เมื่อใช้ Validation Data และชุดข้อมูลอีก 2 ชุดเพิ่มเติมในการเปรียบเทียบ

ชื่อ Model Structure \ ชื่อชุดข้อมูล	Motordata30v	Testdata_sig4_sampling30ms	Testdata_sig5_sampling30ms
arx111	89.66	63.61	64.17
amx1111	89.66	63.66	64.35
oe111	89.81	63.56	64.52

จากตารางที่ 8 นำ Model Structure มาจัดลำดับค่าความถูกต้องและแสดงผลการเปรียบเทียบตามตารางที่ 9

ตารางที่ 9 แสดงลำดับความถูกต้องของแต่ละ Model Structure เมื่อใช้ Validation Data และชุดข้อมูลอีก 2 ชุดเพิ่มเติมในการเปรียบเทียบ

ลำดับความถูกต้อง \ ชื่อชุดข้อมูล	Motordata30v	Testdata_sig4_sampling30ms	Testdata_sig5_sampling30ms
1	oe111	amx1111	oe111
2	arx111, amx1111	arx111	amx1111
3	-	oe111	arx111

การนำแบบจำลองแบบ Discrete ที่หาได้ไปใช้กับชุดข้อมูลที่มีคาบ Sampling ค่าอื่นๆ เราควรจะต้องแปลงแบบจำลองให้กลับไปอยู่ในรูปของ Continuous ก่อนแล้วแปลงแบบจำลองในรูปของ Continuous ให้กลับมาในรูปของ Discrete โดยใช้คาบ Sampling ตามที่เราต้องการ ผลที่ได้จากการทดสอบแบบจำลองที่ได้จากการแปลงโดยใช้วิธีที่กล่าวมาข้างต้นน่าจะมีค่าความถูกต้องสูงมากขึ้น