

## การออกแบบตัวควบคุมสำหรับหุ่นยนต์รถสองล้อ

### Controller Design for Two Wheeled Mobile Robot

ปริญญา ผ่องสุภา และมนุศศักดิ์ จานทอง

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี

#### บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้เป็นการนำเสนอการออกแบบตัวควบคุมหุ่นยนต์รถสองล้อ เพื่อให้สามารถทรงตัวและเคลื่อนที่เป็นเส้นตรงไปยังตำแหน่งที่ต้องการได้ ในการออกแบบตัวควบคุมนี้ได้ทำการหาโมเดลทางคณิตศาสตร์ เพื่อจำลองการทำงานของหุ่นยนต์ สมการลากรานจ์ (Lagrange's Equation) ได้ถูกนำมาใช้ในการหาสมการการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์ ซึ่งสามารถแยกเป็น สมการการเคลื่อนที่ของโครงสร้างหุ่นยนต์และสมการการเคลื่อนที่ของตัวต้นกำลังหรือมอเตอร์ ตัวควบคุมที่ใช้ในการออกแบบคือ ตัวควบคุมแบบป้อนกลับสถานะและใช้ Linear Quadratic Regulator (LQR) ร่วมกับ Integral Control มาช่วยในการควบคุม จากนั้นได้จำลองการทำงานและทดสอบตัวควบคุมของหุ่นยนต์ ด้วยโปรแกรม MATLAB/Simulink จากการจำลองพบว่าตัวควบคุมที่ออกแบบไว้สามารถควบคุมหุ่นยนต์ให้ทรงตัวและเคลื่อนที่เป็นเส้นตรงไปยังตำแหน่งที่ต้องการได้ โดยมีค่าความผิดพลาดของตำแหน่ง  $\pm 5$  mm.

**คำสำคัญ :** หุ่นยนต์รถสองล้อ ตัวควบคุมกำลังสองเชิงเส้น

#### Abstract

The objective of this research was to present the controller design for the two-wheeled mobile robot in order to balance the robot and control its position. To design the controller, the mathematical model was derived by using Lagrange's Equation. The mathematical model was divided into 2 sub models: mobile robot model and motor model. The state feedback with Integral control was developed in order to calculate the control gain by using LQR. The robot and designed controller were implemented on MATLAB/Simulink. The results showed that the designed control was able to stabilize the robot and control its position with  $\pm 5$  mm.

**Keywords :** two-wheel mobile robot, Linear Quadratic Regulator (LQR)

## 1. บทนำ

ในปัจจุบันหลายประเทศได้ให้ความสนใจเกี่ยวกับหุ่นยนต์รถสองล้อและมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่องทั้งด้านโครงสร้างและการออกแบบตัวควบคุมหุ่นยนต์รถสองล้อ การพัฒนาหุ่นยนต์รถสองล้อได้อาศัยหลักการทำงานของร่างกายมนุษย์ ทั้งในด้านการทรงตัวและการรักษาสมดุล เปรียบได้กับการสั่งการของสมองคนผู้สมองกล จากกล้ามเนื้อผู้ฝึกเพื่อ และจากขาผู้ล้อ ทำให้การควบคุมการขับเคลื่อน เป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพและปลอดภัยสูงสุด ซึ่งแนวคิดพื้นฐานนี้มาจากการทำงานของ Gyroscope ในมนุษย์นั่นเอง โดยแนวคิดนี้ได้นำไปสู่สุดยอดนวัตกรรมอัจฉริยะสำหรับการเดินทางของมนุษย์ก็คือรถสองล้อของเซกเวย์ (Segway, 2011) ในการออกแบบตัวควบคุมหุ่นยนต์รถสองล้อ มีความน่าสนใจเป็นอย่างยิ่งเนื่องจากเป็นระบบที่ไม่มีเสถียรภาพ (Unstable System) ทำให้ยากต่อการควบคุม ซึ่งการออกแบบตัวควบคุมหุ่นยนต์รถสองล้อได้นำแนวคิดมาจากการควบคุมลูกตุ้มนาฬิกาหัวกลับ (Inverse Pendulum) โดยเป็นระบบที่ไม่มีเสถียรภาพ เช่นเดียวกัน อันเป็นผลมาจากแรงโน้มถ่วงของโลก

ในงานวิจัยนี้ได้ศึกษาแนวทางมาจากหุ่นยนต์ที่สมดุลได้ด้วยตนเองที่มีชื่อว่า NXTway-GS (Yamamoto, 2009) ซึ่งเป็นหุ่นยนต์ของเล่นที่บริษัท LEGO ได้ทำการวิจัยและพัฒนาขึ้นมา โดยใช้ตัวควบคุมแบบ LQR แต่ในงานวิจัยนี้ได้เพิ่มตัวควบคุมแบบปริพันธ์ (Integral Control) เพื่อให้หุ่นยนต์สามารถเคลื่อนที่เป็นเส้นตรงไปยังตำแหน่งที่ต้องการได้

## 2. วัตถุประสงค์

เพื่อศึกษาการออกแบบตัวควบคุมการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์รถสองล้อ ด้วยตัวควบคุมแบบป้อนกลับและใช้ตัวควบคุมแบบ Linear Quadratic Regulator (LQR) ร่วมกับตัวควบคุมแบบปริพันธ์ (Integral Control) มาช่วยในการควบคุม เพื่อให้หุ่นยนต์สามารถทรงตัวและเคลื่อนที่เป็นเส้นตรงไปยังตำแหน่งที่ต้องการได้ โดยใช้การจำลองจาก MATLAB เท่านั้น

## 3. อุปกรณ์วิธีการ

ในงานวิจัยนี้เริ่มต้นจากการหาโมเดลทางคณิตศาสตร์ เพื่อใช้ในการออกแบบตัวควบคุมและจำลองการทำงานของหุ่นยนต์ ในการหาสมการการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์ได้ใช้สมการลากรางจ์ (Lagrange's Equation) โดยมีรูปสมการดังนี้

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L(q, \dot{q}_i)}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L(q, \dot{q}_i)}{\partial q_i} = Q_i \quad (1)$$

เมื่อ  $Q_i$  คือ แรงทั่วไป (Generalized forces)

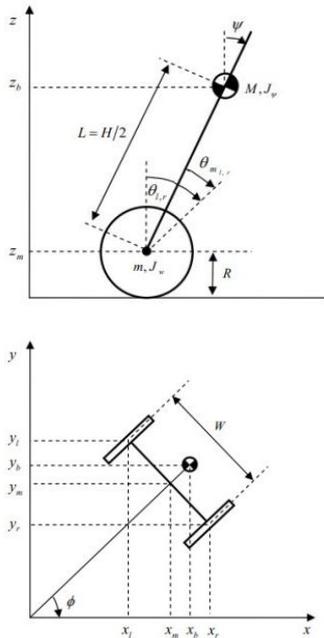
$q_i$  คือ พิกัดทั่วไป (Generalized Coordinates)

และค่า  $L(q, \dot{q}_i)$  หาได้จาก  $T(q, \dot{q}_i) - V(q, \dot{q}_i)$  (2)

โดยที่  $T(q, \dot{q}_i)$  คือ พลังงานจลน์ของระบบ

$V(q, \dot{q}_i)$  คือ พลังงานศักย์ของระบบ

ในการวิเคราะห์พลังงานของระบบ สามารถหาได้จาก Free body diagram ของหุ่นยนต์ จากรูปภาพที่ 1



รูปภาพที่ 1 Free body diagram ของหุ่นยนต์รูดสองล้อแสดงภาพด้านข้างและด้านบน (Yamamoto, 2009)

กำหนดให้  $\theta$  = ค่าเฉลี่ยของมุมล้อซ้าย - ขวา

$\psi$  = มุมของโครงหุ่นยนต์

$\phi$  = มุมที่เกิดจากการเลี้ยวของหุ่นยนต์

สมการพลังงานจลน์และพลังงานศักย์ที่ได้จาก

Free body diagram สามารถอธิบายได้ดังสมการที่ (3), (4) และ (5) ตามลำดับ

$$T(q, \dot{q})_1 = \frac{1}{2} m \left( 2R^2 \dot{\theta}^2 + \frac{W^2}{2} \dot{\phi}^2 \right) + \frac{1}{2} Mb (R^2 \dot{\theta}^2 + L_c^2 \sin^2 \psi \dot{\theta}^2 + L_c^2 \dot{\psi}^2 + 2R \dot{L}_c \cos \psi \dot{\psi}) \quad (3)$$

$$T(q, \dot{q})_2 = \frac{1}{2} J_{w,l} \dot{\theta}_{w,l}^2 + \frac{1}{2} J_{w,r} \dot{\theta}_{w,r}^2 + \frac{1}{2} J_\psi \dot{\psi}^2 + \frac{1}{2} J_\phi \dot{\phi}^2 + \frac{1}{2} n^2 J_{m,l} (\dot{\theta}_{m,l}^2 - 2\dot{\theta}_{m,l} \dot{\psi} + \dot{\psi}^2) + \frac{1}{2} n^2 J_{m,r} (\dot{\theta}_{m,r}^2 - 2\dot{\theta}_{m,r} \dot{\psi} + \dot{\psi}^2) + \frac{1}{2} \left( \frac{W^2}{2R^2} \right) J_w \dot{\phi}^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{W^2}{2R^2} \right) n^2 J_m \dot{\phi}^2$$

$$V = m_l g z_l + m_r g z_r + M g z_b \quad (5)$$

โดยที่ค่าตัวแปรต่างๆ มีค่าดังนี้

$m$	มวลของวงล้อ	5 kg
$Mb$	มวลของตัวหุ่นยนต์และคนขับ	60 kg
$R$	รัศมีของวงล้อ	0.2413 m
$W$	ความกว้างของหุ่นยนต์และคนขับ	0.4 m
$D$	ความหนาของหุ่นยนต์และคนขับ	0.25 m
$H$	ความสูงของหุ่นยนต์และคนขับ	1.7 m
$L_c$	ระยะจากจุดศูนย์กลางมวลถึงแกนล้อ	0.85 m
$L_m$	ค่าความเหนียวนำมอเตอร์	0.6 mH
$n$	อัตราทดรอบของเกียร์	10:1

จากสมการที่ (3), (4) และ (5) แทนค่าลงในสมการที่ (2) จะได้ค่า  $L(q, \dot{q})$  จากนั้นนำค่า  $L(q, \dot{q})$  แทนค่าลงในสมการที่ (1) จะได้สมการแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์คือ

$$\tau_o = ((2m + Mb)R^2 + 2J_w + 2n^2 J_m) \ddot{\theta} + (MbRL_c \cos \psi - 2n^2 J_m) \ddot{\psi} - MbRL_c \sin \psi \dot{\psi}^2 \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \tau_\psi = & (MbL_C^2 + J_\psi + 2n^2J_m)\ddot{\psi} + \\ & (MbRL_C \cos\psi - 2n^2J_m)\ddot{\theta} - \\ & MbRL_C \sin\psi\dot{\psi}\dot{\theta} - MbL_C^2 \sin\psi \times \\ & \cos\psi\dot{\theta}^2 - MbgL_C \sin\psi \end{aligned} \quad (7)$$

ซึ่งสมการที่ (6) และ (7) เป็นสมการไม่เชิงเส้น ซึ่งจะต้องทำให้เป็นสมการเชิงเส้น โดยที่จุดสมดุลของหุ่นยนต์มีค่าดังนี้  $\psi = 0$ ,  $\sin\psi = \psi$ ,  $\cos\psi = 1$ , และ  $\dot{\psi}^2 = 0$ , จะได้สมการเชิงเส้นซึ่งสามารถอธิบายได้ดังสมการที่ (8) และ (9)

$$\tau_\theta = ((2m + Mb)R^2 + 2J_w + 2n^2J_m)\ddot{\theta} + (MbRL_C - 2n^2J_m)\ddot{\psi} \quad (8)$$

$$\tau_\psi = (MbL_C^2 + J_\psi + 2n^2J_m)\ddot{\psi} + (MbRL_C - 2n^2J_m)\ddot{\theta} - MbgL\psi \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \text{โดยที่ } \tau_\theta &= n\tau_l + n\tau_r \\ \tau_\psi &= -n\tau_l - n\tau_r \end{aligned}$$

จากสมการการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์ จะเห็นว่าตัวแปรขาเข้าเป็นแรงบิดทั้งหมด ดังนั้นจึงจำเป็นที่จะต้องแปลงสมการการเคลื่อนที่ของตัวต้นกำลังหรือมอเตอร์ให้มีตัวแปรขาออกเป็นแรงบิดด้วยเช่นกัน ด้วยเหตุนี้สมการการเคลื่อนที่ของตัวต้นกำลังหรือมอเตอร์จะใช้เพียงส่วนแรกเพียงส่วนเดียว คือ ส่วนของวงจรรีเล็กทรอนิกส์ เพราะมีตัวแปรขาออกเป็นกระแสที่สามารถแปลงเป็นแรงบิดได้ ซึ่งสมการการเคลื่อนที่ของมอเตอร์ในส่วนของวงจรรีเล็กทรอนิกส์สามารถเขียนได้ดังนี้

$$L_m \frac{di_{l,r}}{dt} + R_m i_{l,r} - K_b (\dot{\psi} - \dot{\theta}_{l,r}) = V_{l,r} \quad (10)$$

โดยที่ ค่า  $L_m$  มีค่าเพียง 0.00006 H เท่านั้น ซึ่ง มีค่าน้อยมาก ดังนั้นจึงคิดว่าค่านี้มีค่าเท่ากับศูนย์จะได้

$$i_{l,r} = \frac{K_b (\dot{\psi} - \dot{\theta}_{l,r}) + V_{l,r}}{R_m} \quad (11)$$

จากสมการที่ (11) เป็นสมการหาค่ากระแสที่ไหลอยู่ในขดลวดมอเตอร์ ดังนั้นถ้าต้องการแรงบิดต้องนำเอาค่าคงที่แรงบิดของมอเตอร์มาคูณจะได้

$$\tau_{l,r} = K_t i_{l,r} = \frac{K_t K_b (\dot{\psi} - \dot{\theta}_{l,r}) + K_t V_{l,r}}{R_m} \quad (12)$$

กำหนดให้  $\frac{K_t K_b}{R_m} = \beta$  และ  $\frac{nK_t}{R_m} = \alpha$

จากสมการที่ได้ (8) และ (9) เป็นสมการแบบจำลองของหุ่นยนต์ ส่วนสมการที่ (12) เป็นสมการหาแรงบิดของมอเตอร์ เมื่อนำเอาสมการที่ (12) แทนลงในสมการที่ (8) และ (9) จะได้สมการรวมของทั้งระบบคือ

$$\begin{aligned} & ((2m + Mb)R^2 + 2J_w + 2n^2J_m)\ddot{\theta} + \\ & (MbRL_C - 2n^2J_m)\ddot{\psi} - 2n\beta\dot{\psi} + 2n\beta\dot{\theta} \\ & = \alpha V_l + \alpha V_r \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} & (MbL_C^2 + J_\psi + 2n^2J_m)\ddot{\psi} + (MbRL_C - \\ & 2n^2J_m)\ddot{\theta} - MbgL\psi + 2n\beta\dot{\psi} - 2n\beta\dot{\theta} \\ & = -\alpha V_l - \alpha V_r \end{aligned} \quad (14)$$

โดยที่  $V_l$  และ  $V_r$  คือ แรงดันของมอเตอร์ซ้ายและขวาตามลำดับ

หลังจากที่ได้คำนวณหาค่าอนุพันธ์ในสมการลากรางจ์และจัดเรียงเทอมต่างๆ แล้ว จากสมการแบบจำลองของหุ่นยนต์สามารถเขียนออกมาได้ในรูป

$$M(q)\ddot{q} + F(q, \dot{q}) + G(q) = H\tau \quad (15)$$

จัดรูปใหม่จะได้

$$\ddot{q} = M(q)^{-1}H\tau - M(q)^{-1}F(q, \dot{q}) - M(q)^{-1}G(q) \quad (16)$$

โดยที่  $M(q)\ddot{q}$  = Inertia Matrix เป็นพจน์ที่เกี่ยวข้องกับ

อนุพันธ์อันดับสองของ  $q$

$F(q, \dot{q})$  = Coriolis ซึ่งเป็นอนุพันธ์อันดับแรกของ  $q$

$G(q)$  = Gravity Torque ซึ่งเป็นพจน์ที่ขึ้นกับ  $q$  อย่างเดียว

$H\tau$  = Force หรือ Torque

จากสมการเชิงเส้นทั้งสองสมการ คือ สมการที่

(13) และ (14) นำมาเขียนเป็นเมตริกซ์จะได้

$M(q)\ddot{q} =$

$$\begin{bmatrix} (2m + Mb)R^2 + 2J_w + 2n^2 J_m & MbRL_C - 2n^2 J_m \\ MbRL_C - 2n^2 J_m & MbL_C^2 + J_\psi + 2n^2 J_m \end{bmatrix}$$

$$F(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} 2n\beta & -2n\beta \\ -2n\beta & 2n\beta \end{bmatrix}$$

$$G(q) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -MbgL_C \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} \alpha V_l & \alpha V_r \\ -\alpha V_l & -\alpha V_r \end{bmatrix}$$

จากนั้นทำการจัดให้อยู่ในรูปปริภูมิสถานะ (State Space Model)

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \end{aligned} \quad (17)$$

โดยที่  $x = [\theta \ \psi \ \dot{\theta} \ \dot{\psi}]^T$ ,  $y = [\theta \ \psi]^T$  และ  $u = [V_l \ V_r]^T$  เป็นสมการสถานะ (State Equation) เพื่อใช้เป็นตัวแทนของระบบที่ต้องการควบคุม เมื่อแทนค่าลงในสมการสถานะจะได้

$\dot{x} =$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -0.5262 & -0.0042 & 0.0042 \\ 0 & 8.7625 & 0.0128 & -0.0128 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \psi \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0.0174 & 0.0174 \\ -0.0539 & -0.0539 \end{bmatrix} V$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \psi \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}$$

โดยที่ค่า  $A, B, C$  และ  $D$  มีค่าดังนี้

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -0.5262 & -0.0042 & 0.0042 \\ 0 & 8.7625 & 0.0128 & -0.0128 \end{bmatrix}$$

$$A_{32} = (L_C Mbg(2J_m n^2 - L_C MbR))/E$$

$$A_{33} = \left(\frac{2\beta n}{E}\right)(-L_C MbR - MbL^2 - J_f)$$

$$A_{34} = \left(\frac{2\beta n}{E}\right)(MbL^2 + J_f + L_C MbR)$$

$$A_{42} = L_C Mbg(J_m + 2J_w + MbR^2 + 2R^2 m + 2n^2)/E$$

$$A_{43} = \left(\frac{2\beta n}{E}\right)(J_m + 2J_w + MbR^2 + 2R^2 m + 2n^2 - 2J_m n^2 + L_C MbR)$$

$$A_{44} = \left(\frac{2\beta n}{E}\right)(2J_m n^2 - L_C MbR - J_m - 2J_w - MbR^2 - 2R^2 m - 2n^2)$$

$$E = (2n^2 + J_m + 2J_w + MbR^2 + 2R^2m)J_f + (4n^4 + 2J_m n^2 - 4J_m n^4 + L_c^2 Mb + 4J_w n^2 + 2MbR^2 n^2 + 4R^2 mn^2 + 4L_c MbRn^2)J_m + 2L_c^2 Mbn^2 + 2J_w L_c Mb + 2L_c^2 MbR^2 m$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0.0174 & 0.0174 \\ -0.0539 & -0.0539 \end{bmatrix}$$

$$B_{31} = B_{32} = \frac{\alpha}{E} (MbL_c^2 + 2J_m n^2 + J_f - 2J_m n^2 + L_c MbR)$$

$$B_{41} = B_{42} = \frac{\alpha}{E} (2J_m n^2 - L_c MbR - J_m - 2J_w - MbR^2 - 2R^2 m - 2n^2)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

สำหรับการออกแบบตัวควบคุมได้ใช้ตัวควบคุมแบบตัวแปรสถานะป้อนกลับร่วมกับ Integral Control เพื่อให้หุ่นยนต์สามารถเคลื่อนที่ไปยังตำแหน่งที่ต้องการได้ โดยที่สัญญาณ  $u = r - Kx$  ซึ่งทำให้ได้ระบบใหม่ดังต่อไปนี้

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} V + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r \quad (18)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \\ \ddot{\theta} \\ \dot{\psi} \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -5.262 & -0.0042 & 0.0042 & 0 \\ 0 & 8.7625 & 0.0128 & -0.0128 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \psi \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \\ x_n \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0.0174 & 0.0174 \\ -0.0539 & -0.0539 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} V + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} r$$

$$y = [C \ 0] \begin{bmatrix} x \\ x_N \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \psi \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \\ x_n \end{bmatrix}$$

โดยที่ค่า gain ในการควบคุมนั้นได้ใช้หลักการ Linear Quadratic Regulator (LQR) เพื่อทำให้ค่าดัชนีชี้วัดสมรรถนะ (Performance Index) มีค่าน้อยที่สุดโดยมีรูปแบบดังนี้

$$J = \int_0^{\infty} (X^T Q X + U^T R U) dt \quad (20)$$

โดยที่  $Q$  เป็น positive semi-definite real matrix

$R$  เป็น positive definite real matrix

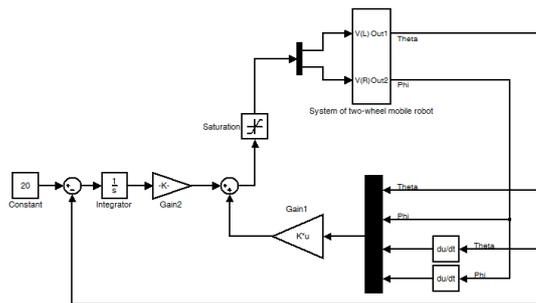
โดยที่ค่า  $Q$  และ  $R$  ของ ตัวควบคุมแบบปริพันธ์ มีค่าดังนี้

$$Q = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6000000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} 2000 & 0 \\ 0 & 2000 \end{bmatrix}$$

จากนั้นได้ทำการจำลองการทำงานของหุ่นยนต์ด้วยโปรแกรม MATLAB/Simulink โดยการนำสมการการเคลื่อนที่ของตัวหุ่นยนต์ที่คำนวณได้มาแปลงเป็น Block

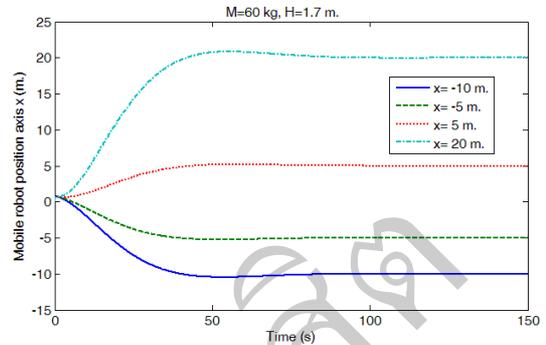
diagram ในโปรแกรม MATLAB/Simulink เพื่อ  
จำลองการทำงานของระบบแสดงดังรูปภาพที่ 2



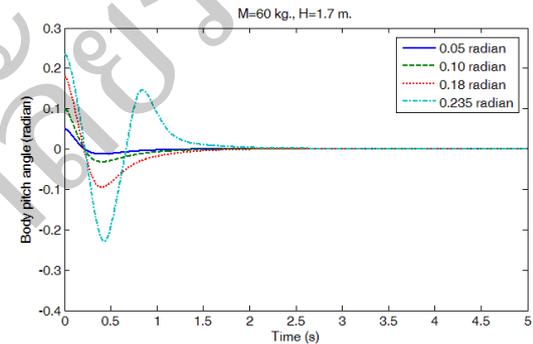
รูปภาพที่ 2 Block diagram ของหุ่นยนต์รถสองล้อ

#### 4. ผลการวิจัยและข้อวิจารณ์

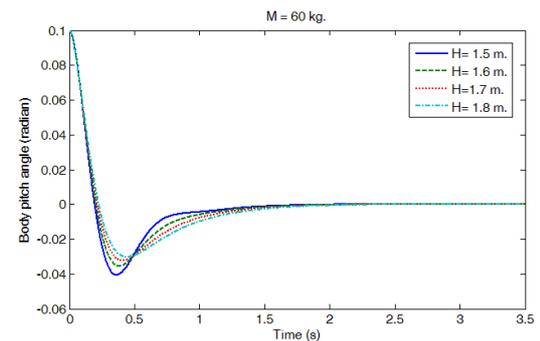
พิจารณารูปภาพที่ 3 เมื่อกำหนดให้หุ่นยนต์เคลื่อนที่ไปยังตำแหน่ง  $x$  ใดๆ แสดงดังรูปภาพที่ 3 ผลที่ได้คือ หุ่นยนต์สามารถเคลื่อนที่ไปยังตำแหน่งที่ต้องการได้อย่างแม่นยำ โดยมีค่า error  $\pm 5$  mm. และเมื่อพิจารณาจากรูปภาพที่ 4 พบว่าหุ่นยนต์สามารถทรงตัวอยู่ได้ เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงค่าเริ่มต้นของมุม  $\psi$  ให้มีค่าเท่ากับ 0.05, 0.1, 0.18, และ 0.235 radian ตามลำดับ ซึ่งถ้าค่ามุม  $\psi$  มีค่ามากกว่า 0.235 radian พบว่ามีการแกว่งของโครงหุ่นยนต์เกิดขึ้นส่งผลให้หุ่นยนต์ไม่สามารถทรงตัวอยู่ได้ ดังนั้นค่าของมุม  $\psi$  ควรจะมีค่าไม่เกิน  $\pm 0.235$  radian หรือ  $\pm 13.5$  degree



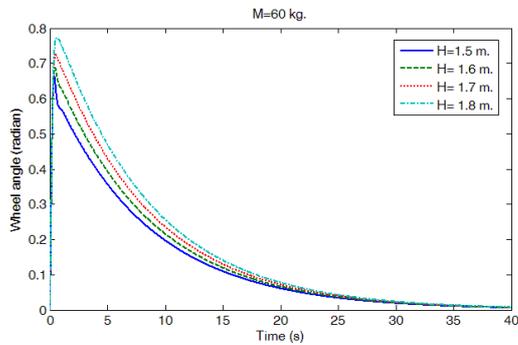
รูปภาพที่ 3 ตำแหน่งหุ่นยนต์เมื่อกำหนดให้เคลื่อนที่ไปยังตำแหน่ง  $x$  ใดๆ



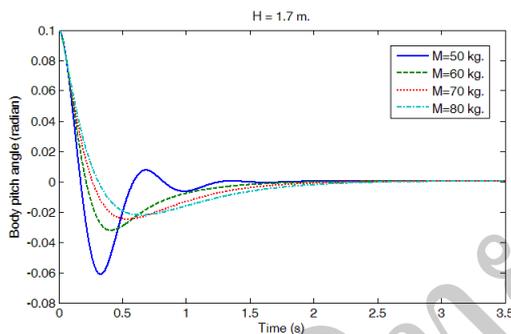
รูปภาพที่ 4 มุมโครงหุ่นยนต์ที่องศาต่างๆเทียบกับเวลา



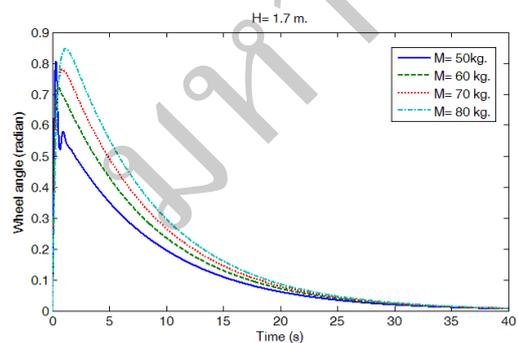
รูปภาพที่ 5 มุมโครงหุ่นยนต์เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงความสูงของผู้ขับขี่ โดยให้มวลของผู้ขับขี่มีค่าคงที่



รูปภาพที่ 6 มุมล้อหุ่นยนต์เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงความสูงของผู้ขับขี่ โดยให้มวลของผู้ขับขี่มีค่าคงที่



รูปภาพที่ 7 มุมโครงหุ่นยนต์เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงมวลของผู้ขับขี่ โดยให้ความสูงของผู้ขับขี่มีค่าคงที่



รูปภาพที่ 8 มุมล้อหุ่นยนต์เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงมวลของผู้ขับขี่ โดยให้ความสูงของผู้ขับขี่มีค่าคงที่

เมื่อพิจารณารูปภาพที่ 5 พบว่า เมื่อกำหนดให้มวลมีค่าคงที่เท่ากับ 60 kg. และทำการเปลี่ยนแปลงความสูงของผู้ขับขี่ แสดงให้เห็นว่า ยิ่งผู้ขับขี่มีความสูงมาก ระบบจะเข้าสู่สภาวะเสถียรภาพเร็วและเกิดการแกว่งของโครงหุ่นยนต์น้อยกว่าผู้ขับขี่ที่มีความสูงน้อย

และเมื่อพิจารณาจากรูปภาพที่ 6 พบว่าผู้ขับขี่ที่มีความสูงมากจะส่งผลให้การเคลื่อนที่ของล้อหุ่นยนต์มีความต่อเนื่อง มากกว่าผู้ขับขี่ที่มีความสูงน้อย ข้อสังเกตคือ การเปลี่ยนแปลงความสูงของผู้ขับขี่นั้น เปลี่ยนแปลงเพียงแคาระดับ จุดศูนยมาตรานั้น คือ จาก 1.5 m. ไปเป็น 1.6, 1.7 และ 1.8 ตามลำดับ ซึ่งอาจจะส่งผลต่อตัวควบคุมไม่มากเท่าไร

จากนั้นกำหนดให้ความสูงของผู้ขับขี่มีค่าคงที่เท่ากับ 1.7 m. และทำการเปลี่ยนแปลงมวลของผู้ขับขี่แทน แสดงดังรูปภาพที่ 7 พบว่า การเปลี่ยนแปลงมวลนั้นส่งผลต่อตัวควบคุมอย่างเห็นได้ชัด โดยที่มวล 50 kg. มีการแกว่งของโครงหุ่นยนต์มากกว่า มวลที่ 60, 70 และ 80 kg. ตามลำดับ และที่มวล 40 kg ตัวควบคุมที่ออกแบบไว้ไม่สามารถควบคุมหุ่นยนต์ให้ทรงตัวอยู่ได้

และเมื่อพิจารณาการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์ตามรูปภาพที่ 8 ที่มวล 50 kg การเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์ไม่ค่อยต่อเนื่องนัก อาจเกิดจากการแกว่งของโครงหุ่นยนต์ โดยเมื่อเทียบกับ มวล 60, 70 และ 80 kg การเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์จะมีความต่อเนื่องมากกว่า ดังนั้นในการออกแบบตัวควบคุม อาจจะต้องหาค่า  $K$  ของระบบใหม่เพื่อให้สามารถควบคุมหุ่นยนต์ได้

## 5. บทสรุป

จากงานวิจัยนี้ที่ได้ศึกษาการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์รถสองล้อและออกแบบตัวควบคุมการเคลื่อนที่

ของหุ่นยนต์ ด้วยตัวควบคุมแบบป้อนกลับสถานะ (State Feedback control) และใช้ Linear Quadratic Regulator (LQR) ร่วมกับตัวควบคุมแบบปริพันธ์ (Integral Control) มาช่วยในการควบคุม โดยเริ่มต้นจากการหาโมเดลทางคณิตศาสตร์ เพื่อใช้ในการออกแบบตัวควบคุมและจำลองการทำงานของหุ่นยนต์ และได้ใช้สมการ ลากรานจ์ (Lagrange's Equation) ในการหาสมการการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์ ซึ่งสมการที่ได้นั้นเป็นสมการ ไม่เชิงเส้น จึงต้องทำการแปลงให้เป็นเชิงเส้น ต่อมาทำการจัดให้อยู่ในรูปปริภูมิสเทท (State space model) และกำหนดตัวแปรสถานะของระบบในรูปสมการสถานะ (State Equation) เพื่อใช้เป็นตัวแทนของระบบที่ต้องการควบคุม จากนั้นจึงทำการออกแบบตัวควบคุมแบบ LQR โดยทำการหาค่าเมตริกซ์สถานะ  $Q$  และสัญญาณขาเข้า  $R$  จากนั้นออกแบบตัวควบคุมแบบปริพันธ์ (Integral Control) เพื่อช่วยในการควบคุมตำแหน่งการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์ และจำลองการทำงานของหุ่นยนต์ด้วยโปรแกรม MATLAB/Simulink ผลการจำลองการทำงานของหุ่นยนต์พบว่า สามารถควบคุมหุ่นยนต์ให้ทรงตัวและเคลื่อนที่ไปยังตำแหน่ง  $x$  ใดๆ ได้ โดยมีค่า error  $\pm 5$  mm. โดยที่องศาของมุม  $\psi$  ควรมีค่าไม่เกิน  $\pm 13.5$  degree และเมื่อพิจารณาจากรูปภาพที่ 5-8 จะพบว่า มวลและความสูงของผู้จับขึ้นส่งผลโดยตรงต่อตัวควบคุม โดยในการออกแบบตัวควบคุมนี้ได้ใช้ค่า  $M = 60$  kg และ  $H = 1.7$  m. ซึ่งถ้ามวลหรือความสูงมีค่ามากกว่า  $\pm 20\%$  ของมวลและความสูงที่กำหนดไว้ จะทำให้หุ่นยนต์ไม่สามารถควบคุมได้ ดังนั้นในการออกแบบตัวควบคุม อาจจะใช้ทฤษฎี การควบคุมแบบคงทน (Robust Control) มาช่วยในการควบคุมเพื่อให้สามารถควบคุมหุ่นยนต์ได้ เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงมวลหรือความสูงที่มากกว่า  $\pm 20\%$  ของมวลและความสูงที่กำหนดไว้

## 6. กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบพระคุณทางมหาวิทยาลัยเทคโนโลยี-ราชมงคลธัญบุรี ที่ได้ให้ทุนในการทำวิจัยครั้งนี้

## 7. เอกสารอ้างอิง

- Yamamoto, Y. (2009). *NXTway-GS Model-Based Design- Control of self-balancing two – Wheeled robot built with LEGO Mindstorms NXT*. Cybernet System CO., LTD.