



ใบรับรองวิทยานิพนธ์  
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต (การสอนคณิตศาสตร์)

ปริญญา

การสอนคณิตศาสตร์

การศึกษา

สาขา

ภาควิชา

เรื่อง การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม” โดยการคัดสรรกลวิธีการสอน โรงเรียนบางแก้วประชาสรรค์ จังหวัดสมุทรปราการ

The Study of Mathematics Learning Achievement of Mathayomsuksa Three Students on “Polynomial Fraction” by Selected Teaching Strategies at Bangkaewprachasun School, Changwat Samut Prakan

นามผู้วิจัย นายวิรุทธ แจ่มแจ้ง

ได้พิจารณาเห็นชอบโดย

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

( รองศาสตราจารย์สิริพร ทิพย์คง, Ed.D. )

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม

( ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชานนท์ จันทร์, ศษ.ด. )

หัวหน้าภาควิชา

( ผู้ช่วยศาสตราจารย์สุภารัตน์ สารสว่าง, Ph.D. )

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์รับรองแล้ว

( รองศาสตราจารย์กัญญา ชีระกุล, D.Agr. )

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ....

วิทยานิพนธ์

เรื่อง

การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3  
เรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม” โดยการคัดสรรกลวิธีการสอน โรงเรียนบางแก้วประชาสรรค์  
จังหวัดสมุทรปราการ

The Study of Mathematics Learning Achievement of Mathayomsuksa Three Students on  
“Polynomial Fraction” by Selected Teaching Strategies at Bangkaewprachasun School,  
Changwat Samut Prakan

โดย

นายวีรยุทธ แจ่มแจ้ง

เสนอ

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์  
เพื่อความสมบูรณ์แห่งปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต (การสอนคณิตศาสตร์)

พ.ศ. 2553

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

วีรยุทธ แจ่มแจ้ง 2553: การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน  
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม” โดยการคัดสรรกลวิธีการสอน  
โรงเรียนบางแก้วประชาสรรค์ จังหวัดสมุทรปราการ ปรินญาศึกษาศาสตร์มหาบัณฑิต  
(การสอนคณิตศาสตร์) สาขาการสอนคณิตศาสตร์ ภาควิชาการศึกษา อาจารย์ที่ปรึกษา  
วิทยานิพนธ์หลัก: รองศาสตราจารย์สิริพร ทิพย์คง, Ed.D. 188 หน้า

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของ  
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม” โดยการคัดสรรกลวิธีการสอน  
โรงเรียนบางแก้วประชาสรรค์ จังหวัดสมุทรปราการ

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบางแก้ว  
ประชาสรรค์ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 39 คน ที่ได้มา  
จากการสุ่มแบบกลุ่มจากจำนวนห้องเรียนทั้งหมด 4 ห้องเรียน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวม  
ข้อมูลประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้เรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม” จำนวน 11 แผน  
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม”  
การวิเคราะห์ข้อมูลใช้ match paired t-test และ t-test

ผลการวิจัยปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น  
มัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม” โดยการคัดสรรกลวิธีการสอน หลังการเรียน  
สูงกว่าก่อนการเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา  
คณิตศาสตร์หลังการเรียนสูงกว่าเกณฑ์ 60% อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ลายมือชื่อนิสิต

ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

Werayut Jamjang 2010: The Study of Mathematics Learning Achievement of Mathayomsuksa Three Students on “Polynomial Fraction” by Selected Teaching Strategies at Bangkaewprachasun School, Changwat Samut Prakan. Master of Education (Teaching Mathematics), Major Field: Teaching Mathematics, Department of Education. Thesis Advisor: Associate Professor Siriporn Thipkong, Ed.D. 188 pages.

The purpose of this research was to study mathematics learning achievement of mathayomsuksa three students on “Polynomial Fraction” by selected teaching strategies at Bangkaewprachasun School, Changwat Samut Prakan.

The sample group was 39 mathayomsuksa three students at Bangkaewprachasun School in the second semester of the academic year 2009 that was selected by cluster random sampling from 4 classrooms. The instruments in data collection consisted of 11 lesson plans on “Polynomial Fraction”, the mathematics learning achievement test on “Polynomial Fraction”. The data were analyzed by match paired t-test and t-test.

The research result related that the mathematics learning achievement of mathayomsuksa three students on “Polynomial Fraction” by selected teaching strategies after learning was higher than before learning at the .05 level of significance and the mathematics learning achievement after learning was higher than 60% at the .05 level of significance.

---

Student’s signature

---

Thesis Advisor’s signature

## กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จอย่างสมบูรณ์ได้ด้วยความกรุณาและความช่วยเหลือจากรองศาสตราจารย์ ดร.สิริพร ทิพย์คง ประธานกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชานนท์ จันทรา กรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ซึ่งได้ให้คำแนะนำนำปรีกษาตรวจสอบแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ ด้วยความเอาใจใส่อย่างดียิ่ง ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งในความกรุณาของท่านเป็นอย่างยิ่ง จึงขอขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้ และขอกราบขอบพระคุณคณาจารย์ทุกท่านที่ได้ให้ความรู้ ประสบการณ์ รวมถึงผู้เขียนตำรา เอกสาร บทความต่างๆ ที่ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าและนำมาอ้างอิง อันเป็นประโยชน์สูงสุดต่อการทำวิทยานิพนธ์ในครั้งนี้

ผู้วิจัยขอขอบพระคุณอาจารย์อัครชัย วงศ์ประทุม อาจารย์เทิดเกียรติ วงศ์สมบูรณ์ อาจารย์ณัฐวรรณ ศิริพิชญพงศ์ และอาจารย์กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ทุกท่าน ที่ได้กรุณาให้คำแนะนำ และอำนวยความสะดวกในการเก็บรวบรวมข้อมูลในการวิจัยครั้งนี้ ตลอดจนคณะกรรมการผู้บริหาร ขอขอบคณนักเรียนโรงเรียนบางแก้วประชาสรรค์ที่ให้ความร่วมมือในการทดลองใช้เครื่องมือ และขอขอบคณเพื่อน นางสาวศลิศดา จุติเวช นางสาวศราญลักษณ์ บุตรรัตน์ นางสาวพีรียา พันทะสาร นางสาวศริชญญา ภูบาล นางสาวอุบลีย์ มณีรัตน์ สาขาการสอนคณิตศาสตร์ที่ทำให้กำลังใจด้วยดีมาตลอด

คุณค่าและประโยชน์ของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบแด่คุณพ่อวันชัย คุณแม่ลำไย แจ่มแจ่ม และคณาจารย์ทุกท่านที่ได้ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้แก่ผู้วิจัยตลอดมา

วิรุทธ แจ่มแจ่ม  
มีนาคม 2553

## สารบัญ

	หน้า
สารบัญตาราง	(3)
บทที่ 1 บทนำ	1
ความสำคัญของปัญหา	1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย	4
ขอบเขตของการวิจัย	4
ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	5
ข้อตกลงเบื้องต้น	6
นิยามศัพท์	6
บทที่ 2 การตรวจเอกสาร	7
หลักการสอนคณิตศาสตร์	8
การคัดสรรกลวิธีการสอน	40
การวัดผลและการประเมินผล	41
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	47
สมมติฐานของการวิจัย	50
บทที่ 3 วิธีการดำเนินการวิจัย	51
ประชากร	51
กลุ่มตัวอย่าง	51
เครื่องมือและการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	51
การเก็บรวบรวมข้อมูล	56
การวิเคราะห์ข้อมูล	57
บทที่ 4 ผลการวิจัยและข้อวิจารณ์	58
ผลการวิจัย	58
ข้อวิจารณ์	60
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ	63
สรุปผลการวิจัย	63

## สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
ข้อเสนอแนะ	66
เอกสารและสิ่งอ้างอิง	67
ภาคผนวก	72
ภาคผนวก ก ราชานามผู้เชี่ยวชาญ	73
ภาคผนวก ข แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3	75
ภาคผนวก ค แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3	168
ภาคผนวก ง สถิติที่ใช้ในการวิจัย	175
ภาคผนวก จ การวิเคราะห์ข้อมูล	178
ประวัติการศึกษาและการทำงาน	188

## สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
1	การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนการเรียนและ หลังการเรียนของนักเรียนที่สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอน	58
2	การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังการเรียนของนักเรียน ที่เรียนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอนเทียบกับเกณฑ์ 60% ของคะแนนเต็ม	59
ตารางผนวกที่		หน้า
1	คะแนนก่อนการเรียน เรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม” ของนักเรียน ในกลุ่มตัวอย่าง	179
2	คะแนนหลังการเรียน เรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม” ของนักเรียน ในกลุ่มตัวอย่าง	181
3	การเปรียบเทียบผลต่างของคะแนนจากการทดสอบก่อนการเรียนและ หลังการเรียนเรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม” ที่สอนโดยการคัดสรร กลวิธีการสอน	183

# บทที่ 1

## บทนำ

### ความสำคัญของปัญหา

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ ระเบียบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ทำให้สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม (กรมวิชาการ, 2545: 1)

คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการศึกษาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ตลอดจนศาสตร์อื่นๆ ที่เกี่ยวข้อง ดังที่สิริพร ทิพย์คง (2536: 9) ได้กล่าวว่า

...วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ช่วยก่อให้เกิดความเจริญก้าวหน้าทั้งทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี โลกในปัจจุบันเจริญขึ้น เพราะการคิดค้นทางด้านวิทยาศาสตร์ ซึ่งต้องอาศัยความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ ดังมีคำกล่าวว่า “คณิตศาสตร์เป็นราชินีของวิทยาศาสตร์” (Mathematics is the queen of science)...

ซึ่งสอดคล้องกับ ยูพิน พิพิษฐกุล (2539: 1) ได้กล่าวว่า “วิชาคณิตศาสตร์ เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับความคิด กระบวนการ และเหตุผล คณิตศาสตร์ฝึกให้เป็นคนคิดอย่างมีระเบียบ และเป็นรากฐานของวิทยาการหลายๆ สาขา ความเจริญก้าวหน้าทางเทคโนโลยี วิทยาศาสตร์ วิศวกรรมศาสตร์ เป็นต้น ก็ล้วนแต่อาศัยคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น”

การจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ให้มีคุณภาพ ย่อมเป็นสิ่งที่ควรทำอย่างยิ่ง เนื่องจากวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ช่วยให้ผู้เรียนมีความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล และคิดอย่างมีระบบ ระเบียบ ดังที่ ยูพิน พิพิษฐกุล (2539: 2) ที่กล่าวว่า

...คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวกับความคิด เราใช้คณิตศาสตร์พิสูจน์อย่างมีเหตุผลว่าสิ่งที่เรากำลังคิดนั้นเป็นจริงหรือไม่ ด้วยวิธีคิด เราจะสามารถนำคณิตศาสตร์ไปแก้ไขปัญหาทางวิทยาศาสตร์ได้ คณิตศาสตร์ช่วยให้คนเป็นผู้ที่มีเหตุผล เป็นคนใฝ่รู้ ตลอดจนพยายามคิดสิ่งที่แปลกและใหม่...

นอกจากนี้ ชมนาด เชื้อสุวรรณทวิ (2542: 1) ได้กล่าวว่า

...คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ช่วยพัฒนากระบวนการคิดของคนให้รู้จักคิด คิดเป็น คิดอย่างมีเหตุผล มีระบบขั้นตอนในการคิด และยังช่วยเสริมสร้างคุณลักษณะที่สำคัญ มีความจำเป็นในการดำรงชีวิต เช่น ความเป็นผู้มีเหตุผล มีลักษณะนิสัยละเอียด สุขุม รอบคอบ ช่างสังเกต มีไหวพริบ มีปฏิภาณที่ดี อีกทั้งเป็นพื้นฐานในการศึกษาสาขาอื่นต่อไป...

เนื่องจากลักษณะของเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์มีความซับซ้อนในเชิงความคิด และเป็นนามธรรม จึงเป็นสิ่งที่ยากในการเรียนรู้ ดังที่ สิริพร ทิพย์คง (2539: 1) ได้กล่าวว่า “คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เป็นนามธรรมประกอบด้วยสัญลักษณ์ต่างๆ และอาศัยการคิดที่เป็นแบบแผนมีขั้นตอนและเหตุผล จึงทำให้นักเรียนส่วนมากไม่ประสบผลสำเร็จในการเรียน เรียนไม่เข้าใจ และเกิดความรู้สึกเบื่อหน่าย ไม่ชอบ ไม่อยากเรียนคณิตศาสตร์” ซึ่งสอดคล้องกับ อรพรรณ ต้นบรรจง (2533: 4) ได้กล่าวว่า “คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ทำทลายความคิดของผู้เรียน เป็นวิชาที่เป็นนามธรรม จึงเป็นสิ่งที่ค่อนข้างยากและลำบากในการเรียนการสอนที่จะทำให้นักเรียนเข้าใจได้ง่ายดาย ชาบซึ่งและมีความสนใจในคณิตศาสตร์” ซึ่งปัญหาที่เกิดขึ้นไม่ใช่เพราะนักเรียนฝ่ายเดียว อาจเนื่องมาจากสาเหตุหลายประการด้วยกัน ดังที่ยุพิน พิพิธกุล (2539: 3-8) ได้กล่าวไว้สรุปได้ว่า ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นั้น มีปัญหาจะขึ้นอยู่กับผู้เรียนฝ่ายเดียว องค์ประกอบต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับผู้เรียนย่อมทำให้เกิดปัญหาได้ ซึ่งได้แก่

1. ผู้บริหาร ไม่เข้าใจธรรมชาติของวิชา ไม่สนใจติดตามข่าวคราวทางด้านหลักสูตรและวิธีสอน ไม่จัดสรรงบประมาณให้ จัดครูเข้าสอนไม่เหมาะสม และจัดชั่วโมงสอนให้ครูมากเกินไป ทำให้ครูไม่มีเวลาตรวจแบบฝึกหัด

2. ครูผู้สอน ครูบางคนมีพื้นฐานความรู้ไม่เพียงพอในการสอนเนื้อหาต่างๆ ใช้วิธีการสอนแบบเก่า เคยสอนอย่างไรก็สอนอย่างนั้น ครูบางคนเคร่งครัดตามกฎและระเบียบมากเกินไป จนทำให้

นักเรียนไม่มีอิสระ บางทีก็ทำให้การสอนไม่มีประสิทธิภาพ ครูเร่งสอนให้จบเนื้อหาโดยไม่คำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล ครูที่ดีควรมีมนุษยสัมพันธ์ มีความเป็นกันเองกับนักเรียนและมีเจตคติที่ดีต่อวิชาชีพของตนเอง

3. หลักสูตร การที่หลักสูตรเปลี่ยนแปลงบ่อยๆ อาจจะทำให้ครูปรับตัวไม่ทัน ดังนั้นครูจะต้องพร้อมที่จะปรับปรุงตัวเองให้เข้ากับสภาพการเปลี่ยนแปลงของหลักสูตรอยู่เสมอ

4. ตัวนักเรียน ปัญหาอาจจะมีสาเหตุหลายประการ ได้แก่ ความบกพร่องทางกาย ขาดความพร้อม มีเจตคติที่ไม่ดีต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และวิธีการเรียนของนักเรียน จะพบว่านักเรียนบางคนจำสูตรหรือกฎได้ทุกสูตร แต่ทำโจทย์ไม่ได้ บางคนจำทฤษฎีได้แต่พิสูจน์ไม่ได้

5. สภาพแวดล้อม ทั้งในโรงเรียนและนอกโรงเรียน เช่น เพื่อนนักเรียน บรรยากาศในห้องเรียน สถานที่ตั้งของบ้านอยู่ในสภาพที่ไม่ดี อยู่ในแหล่งสลัม ใกล้โรงมหรสพ ใกล้แหล่งอบายมุข เป็นต้น

จากปัญหาในด้านต่างๆ ล้วนเป็นอุปสรรคในการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะอย่างยิ่ง ครู เป็นผู้ที่มิบทบาทที่สำคัญที่สุดในการจัดการเรียนการสอน ดังที่สิริพร ทิพย์คง (2536: 51) ได้กล่าวไว้ว่า

...ครูเป็นบุคคลสำคัญที่จะทำให้การเรียนการสอนในห้องเรียนประสบผลสำเร็จ นอกจากคุณสมบัติทางด้านวิชาการ คือ มีความรู้ความเข้าใจอย่างแจ่มแจ้งในเนื้อหาที่สอนแล้ว ครูจะต้องเป็นผู้ที่มีความกระตือรือร้น มีความตั้งใจในการสอนเพื่อให้นักเรียนจะได้มีการพัฒนาความรู้ความสามารถ...

ดังนั้นครูในฐานะผู้จัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์จะต้องเลือกวิธีการสอนเพื่อช่วยให้นักเรียนเข้าใจในบทเรียน เกิดทักษะในการคิด มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ มีความสนใจกระตือรือร้นที่จะเรียน มีความรักในวิชาคณิตศาสตร์ อีกทั้งต้องเลือกวิธีการสอนให้สอดคล้องกับเนื้อหานั้นๆ เพราะวิธีสอนแต่ละวิธีเหมาะกับเนื้อหาที่แตกต่างกันหรือในเนื้อหาหนึ่งๆ อาจต้องใช้วิธีสอนหลายๆ วิธี ซึ่งสอดคล้องกับ สิริพร ทิพย์คง (2536: 66) กล่าวว่า “ยังไม่มียานวิชัยใดที่ชี้ชัดลงไปว่าวิธีการสอนหนึ่งดีกว่าวิธีการสอนอีกวิธีหนึ่ง ทั้งนี้เพราะต้องขึ้นอยู่กับเนื้อหา นักเรียนและครู ดังนั้นในการ

จัดการเรียนการสอนเนื้อหาของบทเรียนแต่ละบทอาจจะใช้วิธีการสอนที่แตกต่างกันหรือวิธีการสอนหลายๆ วิธีผสมกัน” และเช่นเดียวกับ ยูพิน พิพิธกุล (2545: 49) ได้กล่าวว่า “วิธีการสอนคณิตศาสตร์มีหลายวิธี แต่ละวิธีก็มีข้อดีและข้อเสียอยู่ในตัวของมันเอง ข้อสำคัญครูจะต้องเลือกให้เหมาะสมกับเนื้อหาไม่ควรยึดวิธีใดวิธีหนึ่ง” นอกจากนี้ครูจะต้องมีความรู้ในด้านปรัชญาการสอน หลักการสอน วิธีการสอน ทักษะการสอน เทคนิคการสอน สื่อการเรียนการสอน การวัดผลและการประเมินผลให้ถ่องแท้ เพื่อที่จะคัดสรรกลวิธีการสอนที่เหมาะสมที่สุดสำหรับเนื้อหานั้นๆ

จากเหตุผลดังที่ได้กล่าวมาทั้งหมด จะเห็นได้ว่าการสอนนั้น ครูจะต้องคัดสรรกลวิธีการสอนให้สอดคล้องกับเนื้อหา ครูจะต้องพิจารณาว่าเนื้อหาใดจะใช้กลวิธีการสอนใดจึงจะเหมาะสม ซึ่งเรื่องนี้เป็นเรื่องที่จะต้องพิจารณาอย่างถ่องแท้ จากประสบการณ์ของผู้วิจัยพบว่าเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม” เป็นปัญหาอย่างมากสำหรับนักเรียน ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม” สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยการคัดสรรกลวิธีการสอน

### วัตถุประสงค์ของการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม” โดยการคัดสรรกลวิธีการสอน โรงเรียนบางแก้วประชาสรรค์ จังหวัดสมุทรปราการ

### ขอบเขตของการวิจัย

1. ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบางแก้วประชาสรรค์ จังหวัดสมุทรปราการ ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 จำนวน 4 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 185 คน

2. กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบางแก้วประชาสรรค์ จังหวัดสมุทรปราการ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 จำนวนนักเรียน 39 คน จำนวน 1 ห้องเรียนคละความสามารถ ซึ่งได้จากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) จากจำนวนทั้งหมด 4 ห้องเรียน

3. เนื้อหาที่ใช้สอนสำหรับการวิจัยคือ เนื้อหารายวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3 ซึ่งประกอบด้วย

- 3.1 การดำเนินการของเศษส่วนของพหุนาม
- 3.2 การแก้สมการเศษส่วนของพหุนาม
- 3.3 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเศษส่วนของพหุนาม

4. ตัวแปรที่ศึกษาในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่

4.1 ตัวแปรอิสระ ได้แก่ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม” ที่สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอน

4.2 ตัวแปรตาม ได้แก่ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

### ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. เพื่อเป็นข้อมูลเบื้องต้นสำหรับครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ในการใช้การคัดสรรกลวิธีการสอน ให้สอดคล้องกับเนื้อหาเรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม”

2. เพื่อเป็นแนวทางให้ครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์นำกลวิธีการสอนไปพัฒนาการจัดการเรียนการสอนในเนื้อหาอื่นๆ ของวิชาคณิตศาสตร์ ให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

3. เพื่อเป็นแนวทางในการทำวิจัยในเนื้อหาเรื่องอื่นๆ ของวิชาคณิตศาสตร์ต่อไป

### ข้อตกลงเบื้องต้น

1. กลุ่มตัวอย่างไม่เคยเรียนเรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 มาก่อน

2. กลุ่มตัวอย่างทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม” อย่างเต็มความสามารถ ดังนั้นคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์จึงเชื่อถือได้

### นิยามศัพท์

สำหรับการวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้กำหนดนิยามศัพท์ในการทำวิจัย ดังนี้

**นักเรียน** หมายถึง นักเรียนที่กำลังเรียนอยู่ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2552 โรงเรียนบางแก้วประชาสรรค์ จังหวัดสมุทรปราการ

**กลุ่มตัวอย่าง** หมายถึง นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบางแก้วประชาสรรค์ จังหวัดสมุทรปราการ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 จำนวนนักเรียน 39 คน จำนวน 1 ห้องเรียน ที่เรียนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอน

**การสอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอน** หมายถึง การสอนที่คัดเลือกกลวิธีให้สอดคล้องกับเนื้อหาในแต่ละคาบ ซึ่งมีวิธีการดังนี้ การใช้คำถามประกอบการอธิบายและใช้ภาพประกอบ วิธีการสอนแบบใช้คำถาม วิธีการสอนแบบสาธิต วิธีการสอนแบบอภิปราย วิธีการสอนแบบนิรนัย วิธีการสอนแบบอธิบายและแสดงเหตุผล การใช้เอกสารแนะแนวทาง เอกสารฝึกหัด ใบความรู้ ใบกิจกรรม แบบฝึกหัดเพิ่มเติม โปรแกรม GSP ประกอบการสอน

**ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม”** หมายถึง คะแนนของนักเรียนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งทำการทดสอบก่อนการเรียน และหลังจากการเรียนการสอนสิ้นสุดลง

## บทที่ 2

### การตรวจเอกสาร

การวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ตรวจสอบเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง โดยการนำเสนอตามลำดับดังนี้

#### 1. หลักการสอนคณิตศาสตร์

1.1 ปรัชญาการสอน

1.2 หลักการสอน

1.3 วิธีการสอน

1.4 ทักษะการสอน

1.5 เทคนิคการสอน

1.6 สื่อการเรียนการสอน

#### 2. การคัดสรรกลวิธีการสอน

#### 3. การวัดผลและการประเมินผล

#### 4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

4.1 งานวิจัยต่างประเทศ

4.2 งานวิจัยภายในประเทศ

## หลักการสอนคณิตศาสตร์

### ปรัชญาการสอน

ปรัชญาการสอน หมายถึง หลักแห่งความรู้ และความจริงที่ยึดถือเพื่อเป็นแนวทางในการสอน ซึ่งการสอนนั้น John Dewey ยึดหลักปรัชญา Experimentalism คือ ให้ผู้เรียนได้ค้นพบคำตอบด้วยตนเอง ได้ประสบการณ์ ค้นคว้าเองและกระทำเอง ผู้สอนเพียงเป็นผู้แนะนำ ส่งเสริมและห้ามปรามเมื่อนักเรียนทำไม่ถูกต้องเท่านั้น ดังนั้นผู้สอนแต่ละคนย่อมมีหลักยึดของตนว่าตนจะยึดปรัชญาอะไรในการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่ง ยูพิน พิพิธกุล (2539: 39) ได้กล่าวถึงปรัชญาการสอนคณิตศาสตร์ดังนี้

1. สอนให้นักเรียนคิดเองและค้นพบด้วยตนเอง ผู้สอนเป็นเพียงผู้แนะ ไม่ใช่ผู้บอก
2. สอนโดยยึด โครงสร้าง มีระบบระเบียบ แต่ควรจะใช้วิธีการสอนหลายๆ อย่าง มีการยืดหยุ่นให้เหมาะสมกับเนื้อหา
3. ไม่มุ่งสอนแต่เนื้อหาคณิตศาสตร์อย่างเดียว ควรจะสอดแทรกจริยธรรม ฝึกความมีระเบียบวินัยไปในตัว ฝึกความเป็นเหตุเป็นผล

นอกจากนี้ประยูร อาษานาม (2525: 3) ได้กล่าวถึงปรัชญาการสอนคณิตศาสตร์สรุปได้ ดังนี้

1. หลักการหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ได้จากการค้นพบของนักคณิตศาสตร์ ครูควรรหาแนวทางหรือสภาวะการณ์ที่ชี้แนะให้นักเรียนได้ค้นพบหลักการต่างๆ ด้วยตนเองอีกครั้งหนึ่ง
2. ธรรมชาติของคณิตศาสตร์เป็นนามธรรมซึ่งยากแก่การเข้าใจ การเรียนการสอนควรเริ่มจากความคิดรวบยอดที่เป็นรูปธรรมก่อนที่จะนำไปสู่นามธรรม
3. การประยุกต์หรือการนำหลักการคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน เป็นสิ่งที่ควรตระหนักถึงเป็นอย่างยิ่ง

## หลักการสอน

การสอนคณิตศาสตร์นั้นผู้สอนต้องรู้หลักการสอนด้วย เพื่อจะช่วยให้การสอนมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น ตลอดจนนำพานักเรียนไปสู่จุดหมายของการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งนักการศึกษาได้ให้หลักการหรือแนวทางในการสอนคณิตศาสตร์ไว้หลายทฤษฎีด้วยกัน ดังนี้

ทิสนา แคมมณี (2547: 476) ได้ให้ความหมายของหลักการสอนไว้ดังนี้ “หลักการสอน คือ ข้อความรู้ย่อยๆ ที่อธิบายปรากฏการณ์ต่างๆ ทางการสอน ที่ได้รับการพิสูจน์ ทดสอบและการยอมรับว่าเชื่อถือได้ สามารถนำไปใช้ในการสอนให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ตามวัตถุประสงค์ที่กำหนด หลักการสอนหลายๆ หลักการ อาจนำไปสู่การสร้างเป็นทฤษฎีการสอนได้”

สิริพร ทิพย์คง (2536: 69-71) ได้กล่าวถึงหลักการสอนคณิตศาสตร์ พอสรุปได้ดังนี้

1. สอนจากสิ่งที่เป็นรูปธรรมไปหานามธรรม
2. สอนจากสิ่งที่อยู่ใกล้ตัวนักเรียนก่อนสอนสิ่งที่อยู่ไกลตัวนักเรียน
3. สอนจากเรื่องที่ยากก่อนการสอนเรื่องที่ยาก
4. สอนตรงตามเนื้อหาที่ต้องการสอน
5. สอนให้คิดไปตามลำดับขั้นตอนอย่างมีเหตุผล
6. สอนด้วยอารมณ์ขันให้นักเรียนเกิดความเพลิดเพลิน
7. สอนด้วยหลักจิตวิทยา สร้างแรงจูงใจ เสริมกำลังใจให้กับนักเรียน
8. สอนโดยการนำไปสัมพันธ์กับวิชาอื่น

นอกจากนี้ ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี (2542: 7) ได้กล่าวถึงหลักการสอนคณิตศาสตร์ พอสรุปได้ดังนี้

1. ให้นักเรียนได้เข้าใจพื้นฐานคณิตศาสตร์ รู้จักใช้ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ รู้เหตุผล และรู้ถึงโครงสร้างทางคณิตศาสตร์
2. การเรียนรู้ควรเชื่อมโยงกับสิ่งที่เป็นรูปธรรมให้มากที่สุด

3. ความเข้าใจต้องมาก่อนทักษะความชำนาญ

4. ความเข้าใจอย่างเดียวไม่เพียงพอต่อการเรียนคณิตศาสตร์ นักเรียนต้องมีทักษะความชำนาญ

5. เน้นการฝึกฝนให้เกิดทักษะ การสังเกต ความคิดตามลำดับเหตุผล แสดงออกถึงความรู้อีกทีนึกคิดอย่างมีระบบ ระเบียบ ง่าย กะทัดรัด ชัดเจน สื่อความหมายได้ มีความละเอียดถี่ถ้วน แม่นยำ และรวดเร็ว

6. เน้นการศึกษาและเข้าใจถึงเหตุผล โดยใช้ทฤษฎีการสอนให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้เข้าใจและค้นพบด้วยตนเอง เกิดความคิดริเริ่มสร้างสรรค์และเกิดการประยุกต์ใช้ได้โดยไม่จำเป็นต้องเรียนรู้โดยการจดจำหรือเลียนแบบจากครูเท่านั้น

7. ให้ผู้เรียนสนุกสนานกับการเรียนคณิตศาสตร์ รู้คุณค่าของการเรียนคณิตศาสตร์ สามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ และเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้เรื่องอื่นๆ หรือวิชาอื่นต่อไป

8. การสอนคณิตศาสตร์ไม่ควรเป็นเพียงการบอก ควรใช้คำถามช่วยกระตุ้นให้ผู้เรียนได้คิดและค้นพบหลักเกณฑ์ ข้อเท็จจริงต่างๆ ด้วยตนเอง เคยชินต่อการแก้ปัญหา อันจะเป็นแนวทางให้เกิดความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ มีทักษะในกระบวนการคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ดวงเดือน อ่อนน่วม (2531: 12-13) ได้สรุปว่าการสอนคณิตศาสตร์ที่ประสบผลสำเร็จสามารถทำให้ผู้เรียนมองเห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่มีความหมาย ดังนั้นควรมีการจัดประสบการณ์การเรียนรู้ให้แก่ผู้เรียนเพื่อช่วยให้ผู้เรียนมองเห็นความหมายของคณิตศาสตร์ ประสบการณ์การเรียนรู้ที่ควรจัดให้ผู้เรียนมี 3 ประเภท ได้แก่

1. ประสบการณ์การเรียนรู้ที่เป็นรูปธรรม เป็นประสบการณ์ที่ผู้เรียนได้กระทำกับวัตถุประสงค์ควบคู่ไปกับสัญลักษณ์ซึ่งช่วยให้ผู้เรียนเห็นว่าสัญลักษณ์นั้นมีความหมาย

2. ประสบการณ์การเรียนรู้ที่เป็นกึ่งรูปธรรม เป็นการจัดประสบการณ์ที่ให้ผู้เรียนได้รับสิ่งเร้าทางสายตา ไม่ได้ทำกับวัตถุจริง แต่สังเกตจากภาพของวัตถุ

3. ประสบการณ์การเรียนรู้ที่เป็นนามธรรม เป็นประสบการณ์ที่ผู้เรียนได้รับโดยใช้สัญลักษณ์เพียงอย่างเดียว

ดังนั้นในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ผู้สอนควรใช้หลักการสอนในหลายๆ รูปแบบผสมผสานกัน เพราะถ้าใช้รูปแบบใดรูปแบบหนึ่ง โดยเฉพาะแล้วจะทำให้การจัดการเรียนการสอนไม่มีประสิทธิภาพเท่าที่ควร

### วิธีการสอน

นักการศึกษาได้ให้ความหมายของวิธีการสอนไว้หลายทฤษฎี ดังนี้

สุพิน บุญชูวงศ์ (2532: 50) ได้ให้ความหมายของวิธีการสอนไว้ดังนี้ “วิธีการสอน หมายถึง กระบวนการต่างๆ ที่ครูนำมาใช้สอนนักเรียน เพื่อให้การเรียนการสอนมีประสิทธิภาพในด้านความรู้ ความเข้าใจ ด้านเจตคติและด้านทักษะ”

ทิสนา แคมมณี (2544: 7) ได้กล่าวถึงวิธีการสอนไว้ว่า “วิธีการสอน คือ ขั้นตอนในการ ดำเนินการสอนให้สำเร็จด้วยวิธีการต่างๆ ที่แตกต่างกันไปตามองค์ประกอบและขั้นตอนสำคัญอัน เป็นลักษณะเฉพาะหรือลักษณะเด่นที่ขาดไม่ได้ของวิธีนั้นๆ”

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า วิธีการสอน คือ ขั้นตอนในการดำเนินการสอนให้ประสบความสำเร็จด้วยวิธีการต่างๆ ที่แตกต่างกันไปตามองค์ประกอบและขั้นตอนสำคัญอันเป็น ลักษณะเฉพาะหรือลักษณะเด่นที่ขาดไม่ได้ของวิธีนั้นๆ เพื่อให้การจัดการเรียนการสอนมี ประสิทธิภาพสูงสุด และพัฒนาผู้เรียนได้เต็มตามศักยภาพ ซึ่งวิธีการสอนมีหลายวิธี ดังจะยกตัวอย่างต่อไปนี้

### วิธีการสอนแบบใช้คำถาม (Question Method)

สิริพร ทิพย์คง (2536: 78) ได้กล่าวว่า “วิธีสอนแบบใช้คำถาม เป็นวิธีสอนที่มุ่งให้ความรู้แก่นักเรียนด้วยการถาม-ตอบ โดยครูจะใช้คำถามอย่างต่อเนื่อง นักเรียนตอบ ทำให้นักเรียนได้คิดตาม และมีความคิดไปทีละน้อยๆ จนสามารถสรุปได้เอง”

ยุพิน พิพิธกุล (2539: 50) ได้กล่าวถึงวิธีการสอนแบบใช้คำถามว่าเป็นวิธีการที่มุ่งให้ความรู้แก่ผู้เรียน โดยการถามตอบ ผู้สอนจะใช้คำถามต่อเนื่องและไล่ความคิดไปที่ละน้อยๆ จนผู้เรียนสามารถสรุปได้

จุดประสงค์ของวิธีการสอนแบบใช้คำถาม

1. เพื่อให้ผู้เรียนรู้จักฟังและคิดตามด้วยเหตุผล
2. เพื่อให้ผู้เรียนรู้จักลำดับชั้นความคิด
3. เพื่อให้ผู้เรียนสามารถสรุปบทเรียนได้ด้วยตนเอง
4. เพื่อให้ผู้เรียนสนใจในการเรียนเพราะจะต้องตั้งใจฟังคำถามและคิดตอบในขณะเดียวกัน
5. เพื่อให้ผู้เรียนได้เรียนรู้เนื้อหาอย่างรวดเร็ว

ยุพิน พิพิธกุล (2539: 51) และ สิริพร ทิพย์คง (2536: 78-79) ได้กล่าวถึงประโยชน์และข้อจำกัดของวิธีการสอนแบบใช้คำถาม สรุปได้ดังนี้

**ประโยชน์**

1. ถ้าผู้สอนให้คำถามต่อเนื่อง ผู้เรียนก็สามารถสรุปได้
2. ทำให้ผู้เรียนค่อยๆ คิดตามด้วยเหตุผลมีลำดับขั้นตอนในการคิด และสามารถมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหา
3. เหมาะสำหรับเนื้อหาที่ไม่สามารถแสดงได้ด้วยรูปธรรม

**ข้อจำกัด**

1. เหมาะสำหรับเนื้อหาบางเรื่องเท่านั้น
2. ผู้เรียนต้องตั้งใจฟังคำถามของครูอย่างสม่ำเสมอตลอดเวลา ซึ่งทำให้เกิดความเบื่อหน่าย
3. ผู้สอนต้องใช้คำถามอย่างถูกต้องและเหมาะสม ควรใช้คำถามที่เป็นการชี้แนะบ้าง

### วิธีการสอนแบบอภิปราย (Discussion Method)

ยุพิน พิพิธกุล (2539: 56-57) ได้กล่าวว่า “วิธีการสอนแบบอภิปราย เป็นวิธีการสอนที่มุ่งให้ผู้เรียนรู้จักทำงานเป็นกลุ่ม ผู้เรียนจะรวมพลังความคิดเพื่อพิจารณาปัญหา ช่วยกันหาข้อเท็จจริงหาเหตุผลแล้วร่วมกันตอบปัญหา”

#### จุดประสงค์ของวิธีการสอนแบบอภิปราย

1. เพื่อให้ผู้เรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน
2. เพื่อฝึกให้ผู้เรียนได้แสดงออกตามแนวประชาธิปไตย
3. เพื่อฝึกให้ผู้เรียนเป็นผู้พูดและผู้ฟังที่ดี
4. เพื่อฝึกให้ผู้เรียนได้คิดด้วยเหตุผลอย่างรอบคอบและรู้จักพัฒนาความคิด
5. เพื่อฝึกให้ผู้เรียนรู้จักใช้วิจารณ์ญาณและรู้จักฟังความคิดเห็นของผู้อื่นด้วยเหตุผล

สิริพร ทิพย์คง (2536: 96) ได้กล่าวว่า “การอภิปรายเป็นการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน โดยนักเรียนร่วมกันระดมความคิดเพื่อพิจารณาปัญหาอย่างใดอย่างหนึ่ง ช่วยกันค้นหาข้อเท็จจริงและอภิปรายร่วมกัน โดยใช้เหตุผลเพื่อแก้ปัญหา”

ครูจะต้องเลือกเนื้อหาที่เหมาะสมกับการอภิปราย ครูจะต้องชี้แจงข้อปฏิบัติ ก่อนเริ่มการอภิปราย ครูช่วยเหลือนักเรียนเท่าที่จำเป็น อาจจะทำหน้าที่ประสานงาน แทนที่ครูจะเป็นฝ่ายตั้งปัญหาคอยถามนักเรียน ครูรับฟังความคิดเห็นของนักเรียนและคอยให้กำลังใจ ช่วยสรุปความคิดเห็นของนักเรียนให้กะทัดรัด ช่วยชี้ข้อบกพร่องของนักเรียนหลังจากการอภิปรายสิ้นสุดลง เพื่อที่นักเรียนจะได้ปรับปรุงตัวเองในครั้งต่อไป สำหรับนักเรียนควรรับผิดชอบการอภิปรายแสดงความคิดเห็นพยายามหาเหตุผลประกอบการแสดงความคิดเห็นเป็นของตนเองว่าทำไมตนคิดเช่นนั้น มีใจกว้างรับฟังความคิดเห็นของสมาชิกในกลุ่ม

ทิสนา แคมมณี (2547: 352) ได้กล่าวถึงประโยชน์และข้อจำกัดของวิธีการสอนแบบอภิปราย สรุปได้ดังนี้

## ประโยชน์

1. ช่วยให้ผู้เรียนกลุ่มใหญ่มีโอกาสได้แสดงความคิดเห็นและมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้อย่างทั่วถึง
2. ช่วยให้ผู้เรียนและผู้สอนได้ข้อมูลและความคิดเห็นที่หลากหลาย ช่วยให้เกิดการเรียนรู้ที่กว้างขึ้น
3. ช่วยส่งเสริมปฏิสัมพันธ์ทางสังคมระหว่างผู้เรียน ช่วยให้ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะต่างๆ จำนวนมาก เช่น ทักษะการพูด การแสดงความคิดเห็น การโต้แย้ง การวิพากษ์วิจารณ์ และทักษะการคิด เป็นต้น

## ข้อจำกัด

1. เป็นวิธีการสอนที่ใช้เวลามาก
2. เป็นวิธีการสอนที่ต้องอาศัยสถานที่หรือบริเวณที่กว้างพอจะจัดกลุ่มให้อภิปรายกันได้ โดยไม่รบกวนกัน
3. หากผู้เรียนไม่รู้หรือไม่ปฏิบัติตามบทบาทหน้าที่ของสมาชิกกลุ่มที่ดี การอภิปรายอาจไม่ได้ผลดี
4. หากสมาชิกกลุ่มและผู้สอนไม่สามารถควบคุมสถานการณ์ได้ดี อาจเกิดปัญหาการปฏิสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกในกลุ่มได้

บุญชม ศรีสะอาด (2537: 53-55) ได้กล่าวถึงลักษณะและข้อเสนอแนะของวิธีการสอนแบบอภิปราย สรุปได้ดังนี้

### ลักษณะของวิธีการสอนแบบอภิปราย

1. ผู้เรียนแลกเปลี่ยนความคิดเห็นเกี่ยวกับสิ่งที่เรียน ความคิดเห็นที่เสนออาจจะได้มาจากประสบการณ์ การศึกษาค้นคว้า การพิจารณาไตร่ตรอง การวิเคราะห์

2. การเสนอความคิดเห็น จะไม่อยู่ในรูปสรุปผลการประเมินสั้นๆ ว่า ถูก-ผิด สำคัญ-ไม่สำคัญ ฯลฯ แต่จะเป็นความคิดที่เป็นคำชี้แจง โดยหลักเหตุผล และมีหลักฐานสนับสนุน

การสอนแบบอภิปรายมีหลายรูปแบบ แต่ละรูปแบบจะมีลักษณะเฉพาะของตน รูปแบบต่างๆ ของวิธีการสอนแบบอภิปราย ได้แก่ การอภิปรายทั้งชั้น การอภิปรายแบบโต้วาที การอภิปรายเป็นคณะ การอภิปรายย่อย การอภิปรายกลุ่มใหญ่ เป็นต้น

### ข้อเสนอแนะเกี่ยวกับวิธีการสอนแบบอภิปราย

1. ผู้สอนจะต้องวางแผนและเตรียมตัวอย่างดี โดยศึกษาเนื้อหาที่เกี่ยวข้อง ศึกษาลักษณะของกิจกรรมกลุ่ม ศึกษาแหล่งหรือสื่อที่จะแนะนำให้ผู้เรียนค้นคว้า

2. ส่งเสริมหรือสร้างบรรยากาศของการยอมรับนับถือซึ่งกันและกัน ให้ผู้เรียนได้พูดอย่างเปิดเผย โดยเกิดความรู้สึกเป็นอิสระจากการขู่บังคับ

3. ผู้เรียนจะต้องเตรียมตัวและมีความพร้อม มิฉะนั้นการอภิปรายก็จะกลายเป็นการแลกเปลี่ยนความไม่รู้ ผู้สอนจึงต้องวางแผนให้มีกิจกรรมการเรียนรู้ที่เพียงพอก่อนการอภิปราย เช่น ให้ศึกษาจากตำรา เอกสาร บทความ ฯลฯ ก่อนการอภิปราย

4. ควรใช้วิธีการสอนแบบอภิปราย เมื่อต้องการพัฒนาการเรียนรู้ด้านพุทธิพิสัยในระดับสูง ด้านจิตพิสัย และด้านทักษะต่างๆ

5. ควรกำหนดหัวข้อการอภิปรายไว้อย่างเหมาะสม มีความชัดเจน

6. ควรเขียนหัวข้อการอภิปรายบนกระดานดำ หรือ ในเอกสารที่แจกให้ผู้เรียน อธิบายศัพท์ต่างๆ ให้แจ่มแจ้ง และการเสนอคำถามหรือประเด็นจะต้องให้มีความเฉพาะเจาะจง

7. พิจารณาเลือกใช้การอภิปรายหลายๆ แบบเพื่อนำไปสู่การอภิปรายทั้งชั้น การใช้การ อภิปรายหลายแบบจะช่วยจูงใจผู้เรียนได้ดีขึ้น

8. ในกรณีที่เกิดความงีบ ถ้าเป็นการงีบที่เกิดจากผู้เรียนต่างกำลังคิด ก็ควรปล่อยให้ นักเรียนได้คิด ถ้าเกิดจากความงัวเงียก็ควรช่วยให้ความกระจ่างในคำถามสุดท้ายหรือให้ ข้อสรุปการอภิปรายตั้งแต่ตอนเริ่มต้นมาจนถึงจุดนั้น

9. กระตุ้นให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการอภิปราย แต่จะต้องตระหนักว่าไม่จำเป็นที่ผู้เรียนทุก คนจะต้องพูดในทุกหัวข้อ ควรมีความพอใจเมื่อผู้เรียนหลายคนพูดในหัวข้อหนึ่งๆ และทุกคนได้ อภิปรายในหลายหัวข้อ

10. กรณีที่มีผู้ผูกขาดการอภิปราย แก้ไขโดยติดต่อบุคคลนั้นเป็นการส่วนตัว โดยให้เขา เข้าใจว่าผู้สอนประทับใจในความตั้งใจของเขา ต้องการให้อภิปรายต่อ แต่ก็อยากฟังความคิดเห็นของ บุคคลอื่นเช่นกัน ปัญหานี้ควรใช้วิธีป้องกันดีกว่าแก้ไข วิธีป้องกันคือการสร้างความเข้าใจให้กับ ผู้เรียนถึงจุดมุ่งหมายของการสอนแบบนี้ ลักษณะของผู้อภิปรายประเภทต่างๆ สภาพของ การอภิปรายที่เหมาะสม การใช้หลักการของประชาธิปไตยในการอภิปราย

11. เมื่อการอภิปรายสิ้นสุดลงจะต้องมีการสรุปประเด็นและเนื้อหาสาระของการอภิปรายไม่ ว่าจะช่วยกันสรุปหรือผู้สอนเป็นผู้สรุปก็ตาม

12. ไม่ควรให้คะแนนหรือประเมินผลการอภิปราย เว้นแต่จะมีจุดประสงค์เพื่อพัฒนา ความสามารถในการอภิปราย เพราะการที่ผู้เรียนทราบว่าจะไม่มีการให้คะแนนการอภิปรายจะ กระตุ้นให้อภิปรายอย่างเสรีและตรงไปตรงมา

13. คิดหากิจกรรมต่อจากการอภิปราย โดยธรรมชาติแล้วการอภิปรายที่ประสบผลสำเร็จ จะนำไปสู่กิจกรรมที่ส่งเสริมการเรียนรู้ของผู้เรียน

### วิธีการสอนแบบอุปนัย (Inductive Method)

ทิสนา แคมมณี (2547: 340) ได้ให้ความหมายของวิธีการสอนแบบอุปนัยว่า “กระบวนการสอนที่ผู้สอนใช้ในการช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ตามวัตถุประสงค์ที่กำหนด โดยการนำตัวอย่าง ข้อมูล ความคิด เหตุการณ์ สถานการณ์ ปรากฏการณ์ ที่ต้องการสอนให้แก่ผู้เรียน มาให้ผู้เรียนศึกษา วิเคราะห์ จนสามารถดึงหลักการ แนวคิดที่แฝงอยู่ออกมา เพื่อนำไปใช้ในสถานการณ์อื่นๆ ต่อไป กล่าวอย่างสั้นๆ ได้ว่า เป็นการสอนที่ให้ผู้เรียนสรุปหลักการจากตัวอย่างต่างๆ ด้วยตนเอง”

ยุพิน พิพิธกุล (2539: 69) ได้ให้ความหมายของวิธีการสอนแบบอุปนัยว่า “วิธีการสอนแบบอุปนัยเป็นวิธีการที่ผู้สอนจะยกตัวอย่างหลายๆ ตัวอย่างเพื่อให้ผู้เรียนเห็นรูปแบบ เมื่อผู้เรียนใช้การ สังเกต เปรียบเทียบดูสิ่งที่มีลักษณะร่วมกัน ก็จะสมารถนำไปสรุปได้”

สิริพร ทิพย์คง (2536: 127) ได้ให้ความหมายของวิธีการสอนแบบอุปนัยว่า “เป็นวิธีการสอนที่เริ่มจากการที่ครูยกตัวอย่างหลายๆ ตัวอย่างให้นักเรียนสังเกต คิด พิจารณาตัวอย่างเหล่านั้น อย่างมีเหตุผล ค้นหารูปแบบแล้วสรุปเป็นกฎเกณฑ์หรือนัยทั่วไป”

สรุปได้ว่า วิธีการสอนแบบอุปนัยนั้นเป็นวิธีการสอนที่ผู้สอนจะต้องยกตัวอย่างหลายๆ ตัวอย่าง เพื่อให้ผู้เรียนพิจารณาตัวอย่างหลายๆ ตัวอย่างนั้น แล้วหาข้อสรุป หลักการ กฎ จากข้อมูลเหล่านั้น

ทิสนา แคมมณี (2547: 340) ได้สรุปขั้นตอนของวิธีการสอนแบบอุปนัยดังนี้

1. ผู้สอนยกตัวอย่าง ข้อมูล สถานการณ์ เหตุการณ์ ปรากฏการณ์ ความคิด ที่เป็นลักษณะย่อยของสิ่งที่จะเรียนรู้
2. ผู้เรียนศึกษาและวิเคราะห์หาหลักการที่แฝงอยู่ในตัวอย่างนั้น
3. ผู้เรียนสรุปหลักการ แนวคิดที่ได้จากตัวอย่างนั้น
4. ผู้สอนประเมินผลการเรียนรู้ของผู้เรียน

ยุพิน พิพิธกุล (2539: 75-76) และ สิริพร ทิพย์คง (2536: 127) ได้กล่าวถึงประโยชน์และข้อจำกัดของวิธีการสอนแบบอุปนัย สรุปได้ดังนี้

### ประโยชน์

1. ผู้เรียนจะได้รับการฝึกให้คิดอย่างมีเหตุผล มีความเข้าใจและจำได้นาน
2. ผู้เรียนสามารถทำกิจกรรมได้ด้วยตนเอง
3. ผู้เรียนมีโอกาสและมีส่วนร่วมในการค้นพบ
4. ผู้เรียนจะได้รับการฝึกให้รู้จักสังเกต เปรียบเทียบ วิเคราะห์และสรุปด้วยตนเอง

### ข้อจำกัด

1. ไม่เหมาะสมกับเนื้อหาทุกเรื่อง
2. ถ้าผู้สอนยกตัวอย่างไม่เพียงพอจะไม่ได้ผลที่สมบูรณ์
3. ผู้สอนทุกคนอาจจะไม่สามารถใช้วิธีการสอนแบบนี้
4. ถ้าเรื่องยาวเกินไปก็ทำให้ผู้เรียนเสียเวลา
5. การใช้วิธีการอุปนัยอาจจะเป็นเรื่องจริงหรือไม่จริงก็ได้ ถ้าจะให้ได้ผลสมบูรณ์ควรร่วมใช้วิธีการนิรนัยพิสูจน์สนับสนุน

### วิธีการสอนแบบนิรนัย (Deductive Method)

ศุวิทย์ มูลคำ และ อรทัย มูลคำ (2545: 23) ได้ให้ความหมายของวิธีการสอนแบบนิรนัยว่า “วิธีการสอนโดยใช้การนิรนัย คือ กระบวนการที่ผู้สอนจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับ กฎ ทฤษฎี หลักเกณฑ์ ข้อเท็จจริงหรือข้อสรุปตามวัตถุประสงค์ในบทเรียน จากนั้นจึงให้ตัวอย่างหลายๆ ตัวอย่างเป็นการสอนจากทฤษฎีหรือกฎไปสู่ตัวอย่างที่เป็นรายละเอียด”

ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี (2542: 72) ได้ให้ความหมายของวิธีการสอนแบบนิรนัยว่า “วิธีการสอนโดยใช้การนิรนัยเป็นวิธีการสอนที่มีลักษณะตรงข้ามกับการสอนแบบอุปนัย ขั้นตอนการสอนเริ่มต้นที่ครูผู้สอนบอกกฎเกณฑ์ ทฤษฎี หลักการ สูตรต่างๆ ให้ผู้เรียนก่อน แล้วจึงพิสูจน์หรือแก้ปัญหา เป็นการสอนจากกฎไปหาตัวอย่าง เหมาะสำหรับการแก้ปัญหาที่ยาก ใช้กฎ สูตรต่างๆ ความรู้ที่เรียนมาแล้ว ทำให้จดจำหลักการ กฎเกณฑ์ สูตรต่างๆ ได้อย่างแม่นยำ”

สิริพร ทิพย์คง (2536: 133) ได้ให้ความหมายของวิธีการสอนแบบนิรนัยว่า “วิธีการสอนแบบนิรนัย กล่าวโดยสรุปว่าเริ่มต้นจากการนำนัยทั่วไป กฎ หรือสูตรที่ทราบอยู่แล้ว อาจมีการตรวจสอบข้อเท็จจริงก่อนนำมาใช้ในการแก้ไขปัญหาใหม่และเกิดข้อสรุปใหม่ขึ้น”

ทิสนา แคมมณี (2544: 31) ได้กล่าวถึงขั้นตอนและข้อเสนอแนะของวิธีการสอนแบบนิรนัย ดังนี้

#### ขั้นตอนของวิธีการสอนแบบนิรนัย

1. ผู้สอนถ่ายทอดความรู้ ทฤษฎี หลักการ กฎ ข้อสรุปที่ต้องการให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ ด้วยวิธีการต่างๆ ตามความเหมาะสม
2. ผู้สอนยกตัวอย่างสถานการณ์ใหม่ที่หลากหลาย ที่สามารถนำความรู้ที่ได้เรียนมาไปใช้
3. ผู้สอนให้ผู้เรียนฝึกปฏิบัติ นำความรู้ ความเข้าใจที่เกิดขึ้นไปใช้ในสถานการณ์ใหม่

4. ผู้สอนให้ผู้เรียนวิเคราะห์และอภิปรายการเรียนรู้ที่เกิดขึ้น

5. ผู้สอนวัดและประเมินผลการเรียนรู้ของผู้เรียน

ข้อเสนอแนะของวิธีการสอนแบบนิรนัย

1. ผู้สอนจำเป็นต้องทำความเข้าใจทฤษฎี หลักการ กฎ ข้อควรรู้ ข้อสรุป ที่ต้องการสอน ให้แก่ผู้เรียน และหาวิธีที่เหมาะสมในการถ่ายทอด หรือนำเสนอเนื้อหาสาระเหล่านั้นแก่ผู้เรียน นอกจากนี้ ผู้สอนจำเป็นต้องเตรียมตัวอย่างที่ผู้เรียนสามารถนำเนื้อหาสาระเหล่านั้นไปใช้ให้เกิดผลสำเร็จ ตัวอย่างควรเป็นสถานการณ์ที่มีความหลากหลาย เพื่อช่วยให้ผู้เรียนเกิดความคิดรวบยอดและความเข้าใจที่ชัดเจน

2. ผู้สอนจำเป็นต้องทำความเข้าใจในสิ่งที่จะสอนเป็นอย่างดี รวมทั้งหาวิธีการที่เหมาะสมในการนำเสนอเนื้อหาสาระเหล่านั้นให้แก่ผู้เรียน จนกระทั่งผู้เรียนเกิดความเข้าใจ เพื่อให้แน่ใจว่าผู้เรียนมีความเข้าใจเพียงพอ ผู้สอนควรทดสอบความรู้ ความเข้าใจของผู้เรียนก่อนให้ฝึกใช้ความรู้

3. เมื่อเห็นว่าผู้เรียนเกิดความเข้าใจในทฤษฎี หลักการ กฎ ข้อสรุปที่ให้อบรมแล้ว ผู้สอนควรให้ผู้เรียนฝึกการนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ใหม่ๆ ซึ่งควรจะมีหลากหลายพอสมควร เพื่อช่วยให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจที่ลึกซึ้งขึ้น

ยุพิน พิพิธกุล (2539: 75-76) และ สิริพร ทิพย์คง (2536: 127) ได้กล่าวถึงประโยชน์และข้อจำกัดของวิธีการสอนแบบนิรนัย สรุปได้ดังนี้

**ประโยชน์**

1. สั้นและไม่เสียเวลา เพราะใช้กฎหรือสูตรที่เคยเรียนมาแล้วล่วงหน้า
2. ทำให้จำหลักการ กฎ ได้แม่นยำ จากการนำไปใช้
3. มีการฝึกให้เป็นคนมีเหตุและผล ไม่เชื่ออะไรง่ายๆ โดยไม่มีการพิสูจน์ให้เห็นจริง
4. รวดเร็ว และมีประสิทธิภาพในการแก้ปัญหา

### ข้อจำกัด

1. ใช้สอนได้เฉพาะบางเนื้อหา
2. ทำให้ผู้ที่เริ่มต้นเรียน เข้าใจสูตรที่เป็นนามธรรมได้ยาก
3. ผู้เรียนจะต้องจำสูตรมาใช้ ซึ่งบางครั้งก็ไม่เข้าใจ ความจำจึงกลายเป็นเรื่องสำคัญ ถ้าผู้เรียนลืมกฎหรือสูตรก็ไม่สามารถแก้ปัญหาได้

### วิธีการสอนแบบสาธิต (Demonstration Method)

ทิสนา แคมมณี (2547: 330) ได้ให้ความหมายของวิธีการสอนแบบสาธิตว่า “วิธีการสอนแบบสาธิต คือ กระบวนการที่ผู้สอนใช้ในการช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ตามวัตถุประสงค์ที่กำหนด โดยการแสดงหรือทำสิ่งที่ต้องการให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ ให้ผู้เรียนสังเกต แล้วให้ผู้เรียนซักถาม อภิปราย และสรุปการเรียนรู้ที่ได้จากการสังเกตการสาธิต”

ยุพิน พิพิธกุล (2539: 52) ได้ให้ความหมายของวิธีการสอนแบบสาธิตว่า “วิธีการสอนแบบสาธิต หมายถึง การแสดงให้ผู้เรียนดู ผู้สอนจะให้ความรู้กับผู้เรียนโดยใช้สื่อการเรียนการสอนที่เป็นรูปธรรม และใช้คำถามประกอบ ผู้เรียนก็จะได้อ่านสื่อการเรียนการสอนพร้อมทั้งคิดตามและสามารถสรุปมโนคติได้”

สิริพร ทิพย์คง (2536: 86-87) ได้ให้ความหมายของวิธีการสอนแบบสาธิตว่า “วิธีการสอนแบบสาธิตเป็นวิธีการสอนที่ครูทำหน้าที่ในการวางแผนการเรียนการสอน โดยครูเป็นผู้แสดงหรือผู้กระทำให้นักเรียนดูเป็นตัวอย่าง โดยใช้สื่อรูปธรรมเพื่ออธิบายสิ่งที่เป็นนามธรรม และครูอาจใช้คำถามประกอบให้นักเรียนคิดตาม สังเกตและสรุปความคิดรวบยอด กฎ หรือสูตรที่ครูต้องการให้นักเรียนรู้”

สรุปได้ว่า วิธีการสอนแบบสาธิตนั้นเป็นวิธีที่ผู้สอนจะเป็นผู้แสดงให้ผู้เรียนดู โดยอาศัยสื่อการเรียนการสอนที่เป็นรูปธรรม และใช้คำถามประกอบการอธิบาย ผู้เรียนเป็นผู้สังเกต ฟัง และคิดตามจนสามารถสรุปมโนคติได้

ทิสนา เขมมณี (2547: 330-331) ได้กล่าวถึงข้อเสนอแนะ ประโยชน์ ข้อจำกัดของวิธีการสอนแบบสาธิต สรุปได้ดังนี้

#### ข้อเสนอแนะของวิธีการสอนแบบสาธิต

1. การเตรียมการ ผู้สอนจำเป็นต้องมีการเตรียมตัวพอสมควร เพื่อให้การเรียนรู้เป็นไปอย่างสะดวกและราบรื่น การเตรียมตัวที่สำคัญ คือ ผู้สอนควรมีการซ้อมการสาธิตก่อนเพื่อที่จะได้เห็นปัญหาและเตรียมแก้ไขปัญหาที่จะเกิดขึ้น ต่อไปจึงจัดเตรียมวัสดุ อุปกรณ์ เครื่องมือ สถานที่ที่จะใช้ในการสาธิตและจัดวางไว้อย่างเหมาะสมสะดวกแก่การใช้ นอกจากนี้ควรจัดเตรียมแบบสังเกตการสาธิต และเตรียมคำถามหรือประเด็นที่จะให้ผู้เรียนได้ร่วมคิดและอภิปรายด้วย

2. ก่อนการสาธิต ผู้สอนควรให้ความรู้เกี่ยวกับเรื่องที่สาธิตแก่ผู้เรียนอย่างเพียงพอที่จะทำให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจสิ่งที่สาธิตได้ดี โดยอาจใช้วิธีบรรยายหรือเตรียมเอกสารที่ให้รายละเอียดเกี่ยวกับลำดับขั้นตอนให้ผู้เรียน หรือใช้สื่อ เช่น วิตทัศน์ หรือผู้สอนอาจมอบหมายให้ผู้เรียนไปศึกษาเนื้อหาสาระที่จะสาธิตมาแล้วหน้า นอกจากนี้ควรให้คำแนะนำแก่ผู้เรียนในการสังเกต หรือจัดทำแบบสังเกตการณ์สาธิตให้ผู้เรียนใช้ในการสังเกต เพื่อช่วยให้ผู้เรียนตั้งใจสังเกต และมีส่วนร่วมอย่างทั่วถึง

3. การสาธิต ผู้สอนอาจใช้วิธีการบรรยายประกอบการสาธิต การสาธิตควรเป็นไปอย่างมีลำดับขั้นตอน ใช้เวลาอย่างเหมาะสม ไม่เร็วเกินไป ขณะสาธิตอาจใช้แผนภูมิกระดานดำหรือแผ่นใสประกอบ ควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนซักถาม หรือซักถามผู้เรียนเป็นระยะ เพื่อกระตุ้นความคิดและความสนใจของผู้เรียน บางกรณีอาจให้ผู้เรียนบางคนเข้ามาช่วยในการสาธิตด้วย ในกรณีการสาธิตมีสิ่งที่เป็นอันตราย ผู้สอนจะต้องสอนให้ผู้เรียนระมัดระวังในเรื่องความปลอดภัย และควรเตรียมการป้องกันและแก้ปัญหาไว้ด้วย

4. การอภิปรายสรุปการเรียนรู้ หลังจากการสาธิตแล้วผู้สอนควรให้ผู้เรียนรายงานสิ่งที่ได้สังเกตเห็นแลกเปลี่ยนกัน เปิดโอกาสให้ผู้เรียนซักถาม ผู้สอนควรเตรียมคำถามไว้กระตุ้นให้ผู้เรียนคิดด้วย ผู้เรียนอภิปรายแลกเปลี่ยนความรู้ความคิดที่แต่ละคนได้รับจากการสาธิตของครูและร่วมกันสรุปการเรียนรู้ที่ได้รับ

## ประโยชน์

1. ช่วยให้ผู้เรียนได้รับประสบการณ์ตรง เห็นสิ่งที่ต้องการเรียนรู้เป็นรูปธรรม ทำให้เกิดความเข้าใจและจดจำในเรื่องที่ทำการสาธิตได้ดีและนาน
2. ช่วยประหยัดเวลา อุปกรณ์และค่าใช้จ่าย หากใช้ทดแทนการทดลอง
3. สามารถสอนผู้เรียนได้จำนวนมาก

## ข้อจำกัด

1. หากกลุ่มใหญ่ ผู้เรียนอาจสังเกตเห็นการสาธิตไม่ชัดเจนและทั่วถึง
2. ผู้สอนเป็นผู้สาธิต จึงอาจไม่เห็นพฤติกรรมของผู้เรียน
3. ผู้เรียนอาจมีส่วนร่วมได้ไม่ทั่วถึง

## วิธีการสอนแบบผสม (Mixed Method)

ยุพิน พิพิธกุล (2539: 78) ได้ให้ความหมายของวิธีการสอนแบบผสมว่า “เมื่อจะสอนเนื้อหาหนึ่ง จะใช้วิธีการสอนหลายๆ วิธีผสมกัน เช่น ใช้การสาธิตประกอบคำสอน การอธิบายประกอบคำถาม ทั้งนี้เพื่อให้ผู้เรียนสามารถหาข้อสรุปได้”

สิริพร ทิพย์คง (2536: 137) ได้ให้ความหมายของวิธีการสอนแบบผสมว่า “เป็นวิธีการสอนที่นำเอาวิธีการสอนต่างๆ มาสอนเนื้อหาใดเนื้อหาหนึ่ง เช่น วิธีการสอนแบบสาธิต วิธีการสอนแบบอธิบายและแสดงเหตุผล และวิธีการสอนแบบค้นพบในการพิสูจน์ว่า  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$  และวิธีการสอนแบบสาธิตและวิธีการสอนแบบอุปนัย ในการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก”

ยุพิน พิพิธกุล (2539: 80) และสิริพร ทิพย์คง (2536: 137) ได้กล่าวถึงประโยชน์และข้อจำกัดของวิธีการสอนแบบผสม สรุปได้ดังนี้

## ประโยชน์

1. ผู้เรียนเข้าใจเนื้อหาของบทเรียน ได้ดียิ่งขึ้น เพราะแต่ละขั้นตอนผู้สอนพยายามหาวิธีการ เพื่อให้ผู้เรียนเข้าใจ และไม่เบื่อหน่าย
2. สร้างเจตคติที่ดีต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

## ข้อจำกัด

1. ถ้าผู้สอนไม่ศึกษาวิธีการสอน การสร้าง และ การใช้สื่อการเรียนการสอนก็ไม่สามารถ เลือกวิธีการสอนให้สอดคล้องกับเนื้อหาได้
2. เนื้อหาอย่างหนึ่ง อาจจะใช้วิธีการสอนได้หลายวิธี ผู้สอนจะต้องเลือกให้เหมาะสม จึงจะสามารถประหยัดเวลาสอนและทำให้ผู้เรียนเข้าใจได้รวดเร็ว

## วิธีการสอนแบบแก้ปัญหา (Problem solving Method)

ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี (2542: 74) ได้ให้ความหมายของวิธีการสอนแบบแก้ปัญหาว่า “เป็นวิธีการสอนที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนคิดวิเคราะห์ แก้ปัญหาอย่างมีหลักการ มีลำดับขั้นตอน เป็นวิธีการสอนที่สอดแทรกอยู่ในวิธีการสอนทุกวิธี ไม่ว่าจะครูผู้สอนจะเลือกวิธีการสอนใดก็ต้องแก้ปัญหาทั้งสิ้น ผู้สอนจะต้องรู้กลวิธีและเทคนิคการสอน ในการเน้นจุดสำคัญ และลำดับขั้นการแก้ปัญหา ดึงดูดความสนใจของผู้เรียนให้ต่อเนื่อง สอนให้รู้วิธีการ กระบวนการคิด ถ่ายทอดความคิดไปสู่ผู้เรียน ให้ผู้เรียนได้คิดตาม ให้ผู้เรียนมีทักษะทางกระบวนการคิดจนสามารถคิดแก้ปัญหาด้วยตนเองได้”

กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของ Polya

Polya (Polya, n.d. อ้างใน ยุพิน พิพิธกุล, 2539: 82) ได้กล่าวถึงขั้นตอนของการแก้ปัญหาไว้ 4 ประการ ดังนี้

1. การเข้าใจปัญหา ต้องทำความเข้าใจว่า สิ่งที่เราต้องค้นหา สิ่งใดคือข้อมูล สิ่งใดคือเงื่อนไข และเงื่อนไขนั้นจะเป็นตัวนำไปสู่สิ่งที่เราค้นหาหรือไม่ จากนั้นเป็นการวาดแผนผัง เพื่อแสดงให้เห็นถึงจุดที่สำคัญได้ และแยกเงื่อนไขออกเป็นตอนๆ

2. การคิดวางแผนในการแก้ปัญหา เป็นการหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล กับสิ่งที่ต้องการค้นหา แต่หากไม่สามารถหาพบได้ในทันทีทันใด ต้องรู้จักพิจารณาปัญหาข้างเคียงประกอบ การวางแผน ในการคิดวางแผนนี้ต้องพิจารณาว่า เคยเห็นปัญหานั้นมาก่อนหรือไม่ ทราบข้อมูลที่ เกี่ยวข้องหรือทฤษฎีที่จะเป็นประโยชน์ต่อการแก้ปัญหาหรือไม่ ถ้าไม่สามารถแก้ปัญหาทั้งหมดได้ ก็พยายามแก้ปัญหาบางส่วนก่อน และพิจารณาว่าปัญหานั้นเป็นปัญหา ทั่วๆ ไป หรือเป็นปัญหาที่ เฉพาะเจาะจง

3. การดำเนินการตามแผน ในการลงมือแก้ปัญหานั้น ต้องมีการทบทวนขั้นตอนแต่ละ ขั้นตอน ว่าเป็นขั้นตอนที่ถูกต้องหรือไม่ สามารถทดสอบได้หรือไม่ว่าถูกต้อง

4. การตรวจสอบการดำเนินการ เป็นการทบทวนผลลัพธ์ จากการดำเนินการ แก้ปัญหา และพิจารณาว่าสามารถใช้วิธีการนี้กับปัญหาอื่นๆ ได้หรือไม่

จากแนวคิดของนักการศึกษาข้างต้น สรุปได้ว่า กระบวนการแก้ปัญหามีขั้นตอนคือ เริ่มต้นจากการทำความเข้าใจปัญหา การสร้างตัวแทนปัญหา การคิดวิธีการแก้ปัญหา การดำเนินการ แก้ปัญหา และสุดท้ายก็เป็นการประเมินผลการดำเนินการแก้ปัญหาซึ่งก็คือ การตรวจสอบการ แก้ปัญหา

### วิธีการสอนแบบวิเคราะห์และสังเคราะห์ (Analytic Synthetic Method)

สิริพร ทิพย์คง (2536: 105) ได้กล่าวถึงวิธีการสอนแบบวิเคราะห์และสังเคราะห์ ดังนี้

...วิธีการสอนแบบวิเคราะห์และสังเคราะห์ ซึ่งนำมาใช้ได้ประโยชน์มากในการพิสูจน์ เรขาคณิต โดยเริ่มการพิสูจน์ด้วยวิธีการวิเคราะห์ ซึ่งพิจารณาจากผลไปหาเหตุ โดยศึกษา ว่าโจทย์ต้องการทราบอะไรหรือสิ่งที่โจทย์ถามแล้วเชื่อมโยงจากสิ่งที่โจทย์ถามไปยังสิ่งที่ โจทย์กำหนดให้ แล้วจึงใช้วิธีสังเคราะห์โดยการพิจารณาจากเหตุไปหาผล ซึ่งเป็นการนำเอา

ข้อสรุปย่อยๆ ที่จำเป็นต่างๆ มารวบรวมกัน เพื่อให้ได้ข้อสรุปที่ต้องการ หรืออาจกล่าวอีกอย่างหนึ่งได้ว่าเป็นการเริ่มจากสิ่งที่กำหนดให้ที่เราทราบแล้วนำมาใช้ช่วยในการหาสิ่งที่เราต้องการทราบ...

ยุพิน พิพิธกุล (2539: 69) ได้กล่าวถึงประโยชน์และข้อจำกัดของวิธีการสอนแบบวิเคราะห์และวิธีการสอนแบบสังเคราะห์ดังนี้

### ประโยชน์

#### แบบวิเคราะห์

1. เป็นการแยกแยะให้นักเรียนเกิดความเข้าใจด้วยเหตุผล
2. ทำให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจง่ายขึ้น และค้นพบความจริงด้วยตนเอง
3. มีลำดับขั้นตอนในการคิด

#### แบบสังเคราะห์

1. เป็นวิธีสั้นและรวดเร็ว
2. ทำให้เกิดความจำ เพราะผู้เรียนจะต้องจำสูตร นิยาม ฯลฯ มาใช้อ้างอิง

### ข้อจำกัด

#### แบบวิเคราะห์

1. เสียเวลาถ้าผู้สอนไม่มีความชำนาญพอ เป็นวิธีการสอนที่ยากที่จะทำให้การสอนมีประสิทธิภาพและรวดเร็ว
2. ไม่สามารถนำมาใช้กับทุกเนื้อหา

#### แบบสังเคราะห์

1. ทำให้ผู้เรียนสงสัย ถ้าผู้สอนไม่อธิบาย
2. ไม่ทำให้เกิดความเข้าใจอย่างแท้จริง เพราะมักจะคิดตามผู้สอน
3. ผู้เรียนไม่ค้นพบด้วยตนเองและไม่ค่อยได้คิด

## การเลือกใช้วิธีการสอนที่เหมาะสม

วิธีการสอนมีหลายวิธีและไม่มีวิธีใดดีที่สุด ฉะนั้นการสอนเนื้อหาใด ครูผู้สอนจึงควรศึกษาเนื้อหาให้ถ่องแท้แล้วพิจารณาหาวิธีสอนที่เหมาะสมกับเนื้อหานั้นๆ และในบางครั้งการสอนเนื้อหาหนึ่งอาจจะต้องใช้วิธีสอนหลายๆ แบบประกอบกัน ดังนั้นเพื่อเป็นแนวทางในการเลือกใช้วิธีการสอนให้เหมาะสม สิริพร ทิพย์คง (2536: 67-71) ได้ให้แนวคิดสรุปได้ดังนี้ ก่อนที่ครูจะเลือกใช้วิธีการสอนใดนั้นต้องคำนึงถึงสิ่งต่างๆ ต่อไปนี้

1. เนื้อหา ครูจะต้องศึกษาเนื้อหาที่จะสอนล่วงหน้า เมื่อครูทราบว่าสอนอะไร โดยศึกษาวัตถุประสงค์ของการสอนเรื่องนั้น ศึกษาเนื้อหาเรื่องนั้นให้เข้าใจอย่างแจ่มแจ้งชัดเจน
2. ตัวครู ครูพร้อมหรือไม่สำหรับเนื้อหานั้นๆ ครูมีความรู้เกี่ยวกับวิธีการสอนที่จะเลือกใช้ให้เหมาะสมกับเนื้อหานั้น หรือไม่ ถ้ามีมากน้อยเพียงใดเพราะครูบางคนอาจจะเหมาะกับวิธีการสอนอย่างใดอย่างหนึ่งหรือมีความถนัดในวิธีสอนใดวิธีสอนหนึ่ง
3. ตัวนักเรียน นักเรียนมีความพร้อมหรือไม่ นักเรียนเคยเรียนเรื่องที่ครูจะสอนแล้วหรือยัง นักเรียนมีความรู้พื้นฐานในเรื่องที่ครูจะสอนมากน้อยเพียงใด
4. เวลา ครูมีระยะเวลาในการสอนเนื้อหานั้นๆ มากน้อยเพียงไร เพราะถ้ามีเวลาไม่มากต้องเร่งสอน อาจไม่เหมาะสมที่จะใช้การสอนแบบค้นพบ
5. สื่อการเรียนการสอน โรงเรียนมีวัสดุอุปกรณ์ สื่อทัศนศึกษาต่างๆ ให้ครูหยิบยืมไปใช้หรือไม่
6. จุดมุ่งหมายในการสอนคณิตศาสตร์ ครูจำเป็นต้องทราบจุดมุ่งหมายของการสอน
7. หลักการสอนคณิตศาสตร์ ครูจำเป็นต้องทราบหลักการสอนคณิตศาสตร์ และนำสิ่งเหล่านี้ไปใช้ในการสอนเพื่อช่วยให้นักเรียนเรียนวิชาคณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจ มีความรู้และประสบความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์

ยุพิน พิพิธกุล (2539: 41) ได้กล่าวไว้ว่า “วิธีการสอนเราไม่ควรยึดมั่นถือมั่นในถ้อยคำ มากเกินไป เพียงตั้งปณิธานว่าจะสอนอย่างไรจึงจะให้นักเรียนเข้าใจ จะสอนอย่างไรจึงจะให้นักเรียน รักวิชาคณิตศาสตร์และนำไปใช้ประโยชน์ได้ก็เป็นการเพียงพอแล้ว”

พฤติกรรมของครูในชั้นเรียนเป็นองค์ประกอบที่สำคัญในการเรียนการสอนที่จะส่งผลถึง คุณภาพของการจัดการศึกษา ครูจะต้องเลือกใช้วิธีการสอนแบบต่างๆ ให้เหมาะสมกับความถนัดของ ครู ความสามารถของนักเรียน เนื้อหาที่จะสอนและสภาพของห้องเรียน

### ทักษะการสอน

การสอนคณิตศาสตร์นับว่าเป็นงานที่ต้องอาศัยทักษะ ครูจะต้องมีความรู้และทักษะต่างๆ ที่จะนำมาใช้ในการสอนเพื่อช่วยทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้เกิดความสนใจ และทำให้การจัดการ เรียนการสอนมีประสิทธิภาพมากขึ้น

ทิสนา แคมมณี (2547: 386) ได้กล่าวว่า “ทักษะการสอน หมายถึง ความสามารถในการ ปฏิบัติการสอนด้านต่างๆ อย่างชำนาญซึ่งจะเป็นไปได้ก็ต่อเมื่อผู้สอนมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับ การสอน ได้แก่ ความรู้ความเข้าใจในเรื่องหลักการสอน รูปแบบการเรียนการสอน วิธีการสอน เทคนิคการสอน และลงมือปฏิบัติตามความรู้ความเข้าใจนั้นจนสามารถปฏิบัติได้ผลดีอย่าง คล่องแคล่วชำนาญ”

ยุพิน พิพิธกุล (2539: 104) ได้กล่าวว่าการสอนคณิตศาสตร์นั้นครูจะต้องหมั่นฝึกฝน ตนเองจนเกิดทักษะ คำว่า “ทักษะ” หมายถึง ความชำนาญ ความสันทัด ความชัดเจน (พจนานุกรม ฉบับราชบัณฑิตยสถาน, 2542: 251) ผู้ที่มีความชำนาญก็ย่อมจะสอนหนังสือได้ดี ดังนั้นครู คณิตศาสตร์ควรจะฝึกฝนตนเองจนเกิดความชำนาญ ก่อนที่จะทำการสอน ครูคณิตศาสตร์ควรมีทักษะ ดังนี้คือ ทักษะการนำเข้าสู่บทเรียน ทักษะการสรุปบทเรียน ทักษะการตั้งคำถาม ทักษะการ ยกตัวอย่าง ทักษะการเล่าเรื่อง ทักษะการใช้สื่อการเรียนการสอน ทักษะการคำนวณ ทักษะแรงจูงใจ ทักษะการเสริมกำลังใจ

อาภรณ์ ใจเที่ยง (2540: 169) ได้กล่าวว่า “ผู้ที่มีทักษะการสอนเป็นผู้ที่มีความชำนาญในการสอน สามารถดำเนินการสอนได้อย่างคล่องแคล่ว ราบรื่นและเรียบร้อย ทำให้ผู้เรียนเกิดความรู้สึกแจ่มใสในบทเรียนได้ โดยใช้เวลาไม่มากนัก”

สิริพร ทิพย์คง (2536: 140) ได้กล่าวว่า “การสอนหนังสือนับว่าเป็นงานที่ต้องใช้ศิลปะ ครูจะต้องมีความรู้และทักษะต่างๆ ที่จะนำมาใช้ในการสอน เพื่อช่วยทำให้นักเรียนมีความรู้ มีความสนุกสนานในการเรียน ตั้งใจเรียน และทำให้การเรียนการสอนมีประสิทธิภาพมากขึ้น”

จากที่กล่าวมา สรุปได้ว่า ทักษะการสอนคณิตศาสตร์ เป็นงานที่ต้องใช้ศิลปะ ครูจะต้องมีความรู้ และจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องมีทักษะด้านต่างๆ เพื่อที่จะถ่ายทอดความรู้ไปสู่ผู้เรียน ดังนั้นครูจะต้องมีความรู้ความสามารถในการสอนคณิตศาสตร์อย่างเพียงพอและครูยังต้องมีทักษะต่างๆ ในการถ่ายทอดความรู้ด้วย

ชมนาด เชื้อสุวรรณทวิ (2542: 15-26) ได้กล่าวถึงทักษะต่างๆ ในการถ่ายทอดความรู้สำหรับครู สรุปได้ดังนี้

1. ทักษะในสื่อความหมาย ผู้สอนต้องรู้จักตีความและสามารถอธิบายให้นักเรียนเข้าใจได้
2. ทักษะการนำเข้าสู่บทเรียน ก่อนที่จะเริ่มดำเนินการสอน ผู้สอนควรกระตุ้นความสนใจของผู้เรียน
3. ทักษะการใช้คำถาม เป็นทักษะที่สำคัญมากในการสอนคณิตศาสตร์ ไม่ว่าจะเลือกวิธีการสอนใดก็จะต้องใช้การตั้งคำถามสอดแทรกอยู่ตลอดเวลา ถ้าครูสามารถใช้คำถามได้ดีก็จะนำไปสู่ข้อสรุปที่ต้องการได้

### 3.1 จุดประสงค์ในการใช้คำถาม

3.1.1 ถามให้ผู้เรียนคิด วิเคราะห์ เป็นลำดับขั้นตอน

3.1.2 กระตุ้นให้ผู้เรียนคิดตาม สนใจในการเรียนการสอนอยู่ตลอดเวลา

3.1.3 ตรวจสอบความก้าวหน้าของผู้เรียน ทำให้ทราบจุดบกพร่องของผู้เรียน  
ปรับปรุงแก้ไขให้ถูกต้องก่อนที่จะสอนต่อไป

3.1.4 ประเมินการสอนของครู เพื่อปรับปรุงและพัฒนาการเรียนการสอนต่อไป

3.2 ลักษณะของคำถามที่ดี

3.2.1 ชัดเจน มีความหมายแน่นอน ไม่กำกวม ต้องทำให้ผู้ถูกถามเข้าใจว่าต้องการ  
ทราบอะไร

3.2.2 เร้าใจ ให้คิด เช่น คำถามประเภท “ทำไม” ผู้ตอบจะต้องคิดหาเหตุผลมา  
สนับสนุนคำตอบ ทำให้ได้ฝึกกระบวนการคิด

3.2.3 คำถามจะต้องเจาะจง ผู้ตอบต้องทราบขอบเขตที่ต้องการ คำถามไม่กว้างเกินไป

3.2.4 เหมาะสมกับพื้นฐานความรู้ความเข้าใจและวัยของผู้เรียน

3.2.5 ไม่เป็นคำถามนำ

3.2.6 ไม่เป็นคำถามซ้อนคำถาม หรือถามที่ละหลายๆ คำถาม

3.2.7 ไม่เป็นคำถามเชิงปฏิเสธ

4. ทักษะการยกตัวอย่าง วิธีการยกตัวอย่างที่ดีควรคำนึงถึง

4.1 ยกตัวอย่างที่ง่ายก่อน แล้วจึงยกตัวอย่างที่ยากขึ้นตามลำดับ

4.2 ต้องเป็นตัวอย่างที่น่าสนใจ ไม่ควรใช้ตัวอย่างในแบบเรียน จะทำให้นักเรียนไม่มีความ  
ความตื่นตัวเท่าที่ควร

4.3 ควรรยกตัวอย่างในลักษณะเดียวกันหรือคล้ายๆ กัน หลายๆ ตัวอย่าง เพื่อให้นักเรียน เกิดทักษะความชำนาญ และสามารถสรุปได้

4.4 ตัวอย่างที่ให้การจะมีความต่อเนื่องในเนื้อหาที่เหมาะสมกับพื้นฐานความรู้ของนักเรียน เหมาะสมกับเนื้อหาเรื่องนั้นๆ

4.5 การยกตัวอย่างประกอบคำอธิบาย ควรอธิบายอย่างชัดเจน ตามลำดับขั้นตอน ใช้คำถามตอบให้นักเรียนได้คิด ทำความเข้าใจไปพร้อมๆ กัน

4.6 เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ยกตัวอย่าง เพื่อตรวจสอบความเข้าใจ

5. ทักษะการใช้สื่อการเรียนการสอน สื่อการเรียนการสอนและวิธีการใช้สื่อ ซึ่งจะช่วยให้ การเรียนการสอนดำเนินไปด้วยความรวดเร็ว ประหยัดเวลา และนักเรียนเข้าใจได้ง่ายขึ้น ชัดเจน จดจำได้ดี

5.1 เหมาะสม สอดคล้อง สัมพันธ์กับเนื้อหาของบทเรียน อาจใช้สื่อการเรียนการสอน กับการนำเข้าสู่บทเรียน เพื่อให้ประหยัดเวลามากขึ้นก็ได้

5.2 ลักษณะของสื่อการเรียนการสอนต้องดึงดูดความสนใจ สีสวยงาม ขนาดพอเหมาะกับ จำนวนนักเรียน

5.3 ใช้สื่อการเรียนการสอนให้คุ้มค่า เช่น ทำแผนภูมิตารางเปล่าๆ

5.4 ต้องเตรียมสื่อการเรียนการสอนให้พร้อม เรียงลำดับขั้นตอนให้ไม่เสียเวลา

5.5 ตรวจสอบความพร้อมของสื่อที่จะใช้

5.6 การใช้สื่อการเรียนการสอนต้องคล่องแคล่วว่องไว บางอย่างครูต้องซ้อมมาก่อน

5.7 เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ฝึกใช้สื่อการเรียนการสอนนั้นๆ

6. ทักษะการคิดคำนวณ มุ่งให้นักเรียนสามารถคิดคำนวณ ได้อย่างมีระบบ ถูกต้องตาม โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ ซึ่งครูจะมีส่วนช่วยนักเรียนได้โดยการสอนให้นักเรียนได้มีโอกาสฝึกคิด อย่างมีระบบ ครูควรคิดคำนวณให้ดูอย่างละเอียด

## 7. ทักษะการใช้กระดาน

7.1 กระดานดำเป็นอุปกรณ์การสอนพื้นฐานที่ทุกโรงเรียนหรือครูทุกคนต้องใช้ แต่ใน ปัจจุบันวิวัฒนาการด้านสื่อและอุปกรณ์ก้าวหน้ามากขึ้น กระดานขาว (white board) และเครื่องฉาย ข้ามศีรษะก็ใช้กันอย่างแพร่หลาย ครูจะต้องรู้จักใช้ให้เหมาะสม

7.2 เตรียมให้พร้อม กระดานต้องลบให้สะอาด แสงสว่างต้องเพียงพอ

7.3 การเขียนกระดานควรเริ่มจากซ้ายไปขวา ไม่ควรวกไปเวียนมา การเขียนตัวหนังสือ หรือตัวเลขต้องมีขนาดพอเหมาะ

7.4 ครูควรฝึกเขียนกระดานให้ถูกวิธี ไม่ควรยืนหันหลังให้นักเรียนเป็นเวลานานๆ

7.5 การเขียนกระดานต้องเขียนอย่างคล่องแคล่วรวดเร็ว

7.6 ควรเตรียมอุปกรณ์ เครื่องมือ เช่น ไม้บรรทัด วงเวียน ให้พร้อม

7.7 ขณะที่ครูอธิบายควรยืนชิดกระดานด้านใดด้านหนึ่ง

7.8 การเขียนข้อความสำคัญๆ ข้อสรุป กฎ สูตร ควรคำนึงถึงความเป็นระบบระเบียบ

7.9 ถ้าจะให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมมากขึ้น อาจจะให้นักเรียนออกมาช่วยเฉลย โจทย์ หรือการคำนวณบางข้อ หรือแบ่งกลุ่มแข่งขันทำโจทย์บนกระดาน

8. ทักษะการสร้างแรงจูงใจ การเสริมกำลังใจ แรงจูงใจ และกำลังใจเป็นสิ่งสำคัญมากที่จะ นำนักเรียนไปสู่ความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์

9. ทักษะการสรุปบทเรียน การสรุปบทเรียนอาจสรุปโดยครูผู้สอนหรือนักเรียนเป็นผู้สรุป การให้นักเรียนสรุปบทเรียนมีหลายวิธี ดังนี้

9.1 สรุปจากการตั้งคำถาม

9.2 สรุปจากการสังเกต

9.3 สรุปจากการทดลอง

9.4 สรุปโดยให้นักเรียนร่วมกิจกรรม

9.5 สรุปจากการใช้สื่อการเรียนการสอนสาธิตให้นักเรียนดูและใช้คำถามประกอบจนนักเรียนได้ความคิดรวบยอดนั้นๆ เอง

10. ทักษะการแก้ปัญหาในชั้นเรียน การควบคุมชั้นเรียน ทำให้ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนได้อย่างราบรื่น ให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรม ให้นักเรียนเกิดความอยากรู้ เป็นสิ่งที่สำคัญมากในการเรียนการสอน

10.1 ปัญหาด้านนักเรียน

10.1.1 นักเรียนไม่มีความพร้อมในการเรียน ไม่มีอุปกรณ์การเรียน สมุด หนังสือ หรือไม่ได้เตรียมมา

10.1.2 นักเรียนไม่มีสมาธิในการเรียน

10.1.3 ความแตกต่างระหว่างบุคคลในชั้นเรียน ทั้งด้านการรับรู้และความรู้พื้นฐาน

10.1.4 นักเรียนไม่สนใจการเรียนการสอน ไม่ร่วมกิจกรรม ทำงานอื่น เช่น นำการบ้านวิชาอื่นที่ทำไม่ทันมาทำในเวลาเรียน นั่งคุยกัน อ่านการ์ตูน พุดโทรศัพท์ อ่านข้อความในเครื่องสื่อสาร ต่างๆ หรือหลับในเวลาเรียน

## 10.2 ปัญหาด้านครูผู้สอน

10.2.1 ไม่เตรียมพร้อมในด้านสื่ออุปกรณ์การสอน ใช้วิธีการสอนซ้ำๆ ซากๆ น่าเบื่อ ไม่ดึงดูดความสนใจ ไม่เตรียมยุทธวิธีรับมือกับนักเรียนที่เกเร ที่ไม่ร่วมกิจกรรมในชั้นเรียน หรือที่ก่อวุ่นชั้นเรียน

10.2.2 ควบคุมอารมณ์ไม่ได้

10.2.3 ขาดประสบการณ์ในการแก้ปัญหาเฉพาะหน้า

### เทคนิคการสอน

“เทคนิค” หมายถึง ศิลปะ กลวิธี (พจนานุกรมราชบัณฑิตยสถาน, 2542: 260)

ทิสนา แคมมณี (2547: 478) ได้กล่าวว่า “เทคนิคการสอน หมายถึง กลวิธีต่างๆ ที่ใช้เสริมกระบวนการสอน ขั้นตอนการสอน วิธีการสอน หรือการดำเนินการทางการสอนใดๆ เพื่อช่วยให้การสอนมีคุณภาพและประสิทธิภาพมากขึ้น เช่น ในการบรรยาย ผู้สอนอาจใช้เทคนิคต่างๆ ที่สามารถช่วยให้การบรรยายมีคุณภาพและประสิทธิภาพมากขึ้น เช่น การยกตัวอย่าง การใช้สื่อ การใช้คำถาม เป็นต้น”

ยุพิน พิพิธกุล (2539: 121-126) ได้กล่าวถึงเทคนิคการสอน สรุปได้ดังนี้

... “เทคนิค” หมายถึง ศิลปะหรือกลวิธีเฉพาะวิชานั้นๆ ดังนั้นเทคนิคจึงสอดแทรกอยู่ในขณะที่ดำเนินการสอน ไม่แยกอยู่โดยอิสระ เป็นเครื่องช่วยเสริมการสอนให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจ เพลิดเพลิน สนุกสนาน เรียนคณิตศาสตร์ด้วยความไม่เบื่อหน่าย ทำให้การเรียนการสอนมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น ผู้สอนที่มีเทคนิคมักจะพยายามหาเทคนิคต่างๆ มาช่วยสอน เช่น การยกตัวอย่าง ได้ทันทั่วทั้งที่ ยกตัวอย่างจากชีวิตประจำวันและสิ่งแวดล้อม การใช้เพลง เกมปริศนา การ์ตูน หรือคำประพันธ์ประเภทร้อยกรอง เป็นเทคนิคทั้งสิ้น ครูคณิตศาสตร์ควรจะได้แสวงหาเทคนิคต่างๆ เหล่านี้มาเสริมการสอนของตน เทคนิคต่างๆ ที่ครูคณิตศาสตร์ควรจะนำมาใช้มีดังนี้ เทคนิคการยกตัวอย่างและการให้โจทย์ปัญหา

เทคนิคการใช้วัสดุประกอบการสอน เทคนิคการสร้างและใช้ภาพประกอบการสอน เทคนิคในด้านนันทนาการ...

สิริพร ทิพย์คง (2536: 151) ได้กล่าวถึง เทคนิคการสอนที่ครูใช้ในการสอน ดังนี้

1. เทคนิคการยกตัวอย่าง ได้แก่ การยกตัวอย่างสิ่งที่เกี่ยวข้องในชีวิตประจำวัน การยกตัวอย่างสอดแทรกจริยธรรม การยกตัวอย่างจากสิ่งแวดล้อม เป็นต้น
2. เทคนิคการใช้สื่อการเรียนการสอน ได้แก่ การใช้สื่อสิ่งแวดล้อม การใช้ภาพถ่ายเส้น การใช้ภาพประกอบการสอน เป็นต้น
3. เทคนิคด้านนันทนาการ ได้แก่ การแสดงบทบาทสมมติ การร้องเพลง การเต้นเข้าจังหวะ เป็นต้น
4. เทคนิคการใช้จิตวิทยาในการสอน ได้แก่ การสอนให้สัมพันธ์ความคิด การสอนให้สัมพันธ์กับวิชา เป็นต้น

#### สื่อการเรียนการสอน

ความหมายของสื่อการเรียนการสอน

วิวรรณ จันท์เทพย์ (2543: 18) ได้กล่าวว่า “สื่อการเรียนการสอน หมายถึง วัสดุอุปกรณ์ หรือวิธีการใดๆ ที่เป็นตัวกลางในการถ่ายทอดความรู้ ทักษะ และประสบการณ์ไปสู่ผู้เรียน”

ชาญชัย ยมคิษฐ์ (2548: 417) ได้กล่าวถึงสื่อการเรียนการสอนไว้ว่า

...สื่อการเรียนการสอนเป็นตัวกลางเชื่อมโยงความรู้ ความเข้าใจระหว่างสารที่ผู้สอนส่งไปยังผู้เรียน ทำให้ผู้เรียนเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมไปตามวัตถุประสงค์ที่ผู้สอนกำหนดไว้ โดยสื่อที่ผู้สอนใช้สอนเรียกว่า สื่อการสอน ถ้าผู้เรียนใช้เรียนเรียกว่า สื่อการเรียน ดังนั้นถ้าใช้คู่กันเรียกว่า สื่อการเรียนการสอน ก็แปลว่า นักเรียนก็เรียนรู้ ครูก็ใช้สอนด้วยนั่นเอง...

สิริพร ทิพย์คง (2536: 49) ได้กล่าวถึงสื่อการเรียนการสอนไว้ว่า

...สื่อการเรียนการสอน หมายถึง สิ่งใดก็ตามที่เป็นตัวกลางในการนำความรู้ไปสู่ผู้เรียน และทำให้การเรียนการสอนนั้นดำเนินไปตามวัตถุประสงค์ที่กำหนดไว้เป็นอย่างดี สื่อการเรียนการสอนมีหลายชนิด ได้แก่ เอกสารแนะแนวทาง ชุดการเรียนการสอนรายบุคคล แผ่นภาพ แผนภูมิ สไลด์ เทปบันทึกเสียง โทรทัศน์ ฟิล์มสตริป ภาพยนตร์ เกม ปริศนา กระดานดำ ตัวนักเรียน เป็นต้น...

จากความหมายดังกล่าวสรุปได้ว่า สื่อการเรียนการสอน หมายถึง ทุกสิ่งทุกอย่างที่ผู้สอนและผู้เรียนนำมาใช้ในการเรียนการสอน เพื่อเป็นตัวกลางที่ช่วยทำให้การเรียนการสอนนั้นดำเนินไปตามวัตถุประสงค์ที่กำหนดไว้เป็นอย่างดี ได้แก่ เอกสารแนะแนวทาง ชุดการเรียนการสอนรายบุคคล เทปบันทึกเสียง โทรทัศน์ เกม ปริศนา บทเรียนคอมพิวเตอร์ เป็นต้น

ความสำคัญของสื่อการเรียนการสอน

ยุพิน พิพิธกุล และ อรพรรณ ดันบรรจง (2536: 16-17) ได้กล่าวถึงความสำคัญของสื่อการเรียนการสอนไว้ดังนี้

1. สื่อการเรียนการสอนจะช่วยให้นักเรียนเข้าใจบทเรียน ได้แจ่มแจ้งยิ่งขึ้น
2. ช่วยในการสอนนักเรียนที่มีความสามารถแตกต่างกัน เช่น นักเรียนบางคนซึ่งเรียนอ่อน อาจจะต้องใช้รูปภาพ สื่อรูปธรรม หรือชุดการเรียนการสอนรายบุคคล ช่วยให้เขาบรรลุจุดประสงค์ในการเรียน
3. ช่วยสร้างเสริมความสนใจของนักเรียน

4. ประหยัดเวลาในการสอน บางคนกล่าวว่าทำให้เสียเวลา ความจริงนั้นไม่เสียเวลาเลย คนที่ว่าเสียเวลาเพราะใช้สื่อการเรียนการสอนไม่เป็น

5. เพื่อช่วยให้นักเรียนได้เรียนรู้จากสิ่งที่เป็นรูปธรรม ซึ่งจะนำไปสู่นามธรรม และทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจแน่นแฟ้นและจำได้นาน

6. ใช้สื่อการเรียนการสอนนั้นเพื่อช่วยในการอธิบายขยายข้อความและสรุปข้อความก็ได้

7. เพื่อเสริมสร้างเจตคติที่ดีต่อนักเรียน

8. ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความคิดสร้างสรรค์

ประเภทของสื่อการเรียนการสอน

ยุพิน พิพิธกุล และ อรพรรณ ดันบรรจง (2536: 17-18) ได้แบ่งสื่อการเรียนการสอนเป็น 4 ประเภท สรุปได้ดังนี้

1. วัสดุ แยกออกดังนี้คือ

1.1 วัสดุประกอบการสอนประเภทสิ่งพิมพ์ ได้แก่ หนังสือเรียน เอกสารประกอบการสอน โครงการสอน หนังสืออ่านประกอบ บทเรียนแบบโปรแกรม เอกสารแนะแนวทาง

1.2 วัสดุประดิษฐ์ เป็นสิ่งที่ครูสามารถทำด้วยตนเอง อาจจะใช้กระดาษ ไม้ พลาสติก และสิ่งอื่นๆ ซึ่งครูนำมาประดิษฐ์ขึ้น เพื่อใช้ประกอบการเรียนการสอน

1.3 วัสดุถาวร ได้แก่ กระดานนิเทศ กระดานกราฟ ของจริง ของจำลอง ของตัวอย่าง ไปสเตอร์ แผนที่ ฯลฯ

1.4 วัสดุสิ้นเปลือง เช่น ซอล์ก ฯลฯ

2. อุปกรณ์ เป็นสื่อการเรียนการสอนประเภทเครื่องมือ เช่น เครื่องฉายข้ามศีรษะ เครื่องฉายสไลด์และฟิล์มสตริป เครื่องบันทึกเสียง เป็นต้น

3. กิจกรรม การจัดกิจกรรมต่าง ๆ ก็ถือว่าเป็นสื่อการเรียนการสอนทั้งสิ้น เช่น การทดลอง การสาธิต การจัดนิทรรศการ การเล่นเกม การทำโครงการการศึกษาออกสถานที่ การแสดงบทบาทสมมติ เป็นต้น

4. สื่อการเรียนการสอนจากสิ่งแวดล้อม เป็นสื่อการเรียนการสอนที่หาง่ายเพราะอยู่รอบๆ ตัวเรา ผู้เป็นครูควรจะนำสิ่งที่อยู่รอบๆ ตัวนักเรียนมาใช้เป็นสื่อการเรียนการสอน

หลักการในการใช้สื่อการเรียนการสอน

การเลือกใช้สื่อการเรียนการสอน ควรพิจารณาจากลักษณะของเนื้อหาบทเรียน จุดประสงค์การเรียนรู้ ประเภทของสื่อ ลักษณะผู้เรียน สภาพแวดล้อม ตลอดจนสิ่งอำนวยความสะดวก

ขนาด เชื้อสุวรรณทวิ (2542: 88-89) ได้ให้หลักการในการใช้สื่อการเรียนการสอนสรุปได้ดังนี้

1. เลือกสื่อการเรียนการสอนให้เหมาะสมกับบทเรียน วิธีสอนและขั้นตอนการสอน
2. เลือกสื่อการเรียนการสอนอย่างคุ้มค่า ให้ผู้เรียนได้รับประโยชน์อย่างสูงสุด
3. เตรียมสื่อการเรียนการสอนให้พร้อมและเป็นไปอย่างถูกต้อง ตามลำดับขั้นตอนและวิธีการ
4. ให้ผู้เรียนมีโอกาสร่วมกิจกรรมได้มากที่สุด
5. ใช้สื่อการเรียนการสอนอย่างปลอดภัย มีขนาดพอเหมาะที่นักเรียนทุกคนจะมองเห็น
6. สื่อการเรียนการสอนควรจะสวยงาม

7. การใช้สื่อการเรียนการสอนจะต้องถูกต้องตามหลักวิธีการใช้

8. เครื่องอำนวยความสะดวก เทคโนโลยีต่างๆ อุปกรณ์ที่ทันสมัย ทำให้ประหยัดเวลาในการสอน ครูจึงต้องวางแผนการใช้ให้ถูกขั้นตอน

ทัศนีย์ ศุภเมธี (2535: 30-35) ได้แนะนำการเลือกใช้สื่อการเรียนการสอน สรุปได้ดังนี้

1. สื่อนั้นเหมาะสำหรับสอนเพื่อบรรลุวัตถุประสงค์ ทำให้ผู้เรียนเกิดความคิดรวบยอดหรือไม่

2. สื่อนั้นเหมาะสมกับวัย สติปัญญา ประสบการณ์ ระดับความเข้าใจของผู้เรียนหรือไม่

3. สื่อนั้นมีคุณค่าคุ้มกับผลลัพธ์ที่ได้จากการเรียนรู้ของผู้เรียนหรือไม่

4. สื่อนั้นหามาใช้ได้สะดวกหรือไม่ในเวลาที่ต้องการ

5. สื่อนั้นๆ ผู้เรียนควรจะได้ใช้มากกว่าครู

6. สื่อนั้นช่วยส่งเสริมให้เกิดความคิดและก่อให้เกิดกิจกรรมร่วมกันในการเรียนการสอนหรือไม่

การใช้สื่อประกอบการเรียนการสอน เป็นสิ่งจำเป็นอย่างยิ่งต่อการจัดการเรียนการสอน ดังนั้นครูต้องเห็นความสำคัญของการใช้สื่อ และสามารถเลือกใช้ให้เหมาะสมกับกิจกรรม นอกจากนี้หลังจากครูใช้สื่อแล้วต้องรู้จักการเก็บรักษาสื่อให้เป็นระเบียบ และรู้จักประเมินการใช้สื่อ เพื่อนำมาปรับปรุงจนสามารถใช้สื่อได้อย่างมีประสิทธิภาพ

## การคัดสรรกลวิธีการสอน

ความหมายของการคัดสรรกลวิธีการสอน

กลวิธี ตามความหมายของพจนานุกรมฉบับเฉลิมพระเกียรติ พ.ศ. 2542 หมายถึง วิธีการพลิกแพลง โดยอาศัยความรู้ความชำนาญ

กลวิธีการสอน หมายถึง วิธีการพลิกแพลงการสอน โดยอาศัยความรู้ด้านต่างๆ คือ ปรัชญา การสอน หลักการสอน วิธีการสอน ทักษะการสอน เทคนิคการสอน และสื่อการเรียนการสอนมา ประกอบกัน

สิริพร ทิพย์คง (2536: 152) ได้กล่าวว่า “การใช้ทักษะการสอน เทคนิคการสอน และวิธีการสอนรวมกัน เรียกว่า กลวิธีการสอน ดังนั้นครูควรจะฝึกฝนตนเองให้มีความรู้เหล่านี้ เพื่อที่จะทำให้ครูประสบความสำเร็จในการสอน และนักเรียนประสบความสำเร็จในการเรียน”

การคัดสรรกลวิธีการสอนให้สอดคล้องกับเนื้อหาเป็นสิ่งสำคัญที่ครูจะต้องปฏิบัติ ซึ่งจะช่วยให้เด็กเกิดความรู้ความเข้าใจในเนื้อหานั้นๆ ได้รวดเร็วซึ่งวิริยกุล ค้วงโย (2536: 34) และ สมคิด ไจมนต์ (2537: 29-30) ได้ให้ความหมาย การคัดสรรกลวิธีการสอน สรุปได้ดังนี้

...การคัดสรรกลวิธีการสอน หมายถึง การสอนที่คัดสรรกลวิธีให้สอดคล้องกับเนื้อหาที่สอน ในแต่ละคาบ ครูจะต้องเลือกวิธีการสอนที่ง่ายและให้นักเรียนเข้าใจโดยรวดเร็ว การที่ครูจะคัดสรรกลวิธีการสอนใดก็ขึ้นอยู่กับสภาพของนักเรียนด้วย นอกจากนั้น ในเนื้อหาหนึ่ง ครูอาจจะต้องใช้วิธีการสอนหลาย ๆ อย่างมาผสมผสานกัน เพื่อที่จะสรุปความคิดรวบยอด (Concept) หรือแก้โจทย์ปัญหานั้นๆ...

การที่ครูจะเลือกใช้กลวิธีใดในการสอนนั้น ขึ้นอยู่กับลักษณะของเนื้อหา ซึ่งจะมีความเหมาะสมและสอดคล้องกับวิธีการสอนที่แตกต่างกัน หรือบางเนื้อหาต้องใช้วิธีการสอนหลายวิธีผสมผสานกัน การที่ครูจะคัดสรรกลวิธีในการสอนได้ด้นั้น ครูจะต้องมีความรู้ในด้านเนื้อหา

ปรัชญาการสอน หลักการสอน วิธีการสอน ทักษะการสอน เทคนิคการสอน การวัดผลและ-  
ประเมินผล ครูจะต้องผสมผสานความรู้เหล่านั้นในการเลือกกลวิธีการสอนให้สอดคล้องกับเนื้อหา

### การวัดผลและการประเมินผล

นักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของการวัดผลและการประเมินผลดังต่อไปนี้

ยุพิน พิพิธกุล (2539: 244) ได้ให้ความหมายของการวัดผลและการประเมินผลไว้ว่า

การวัดผล หมายถึง เครื่องมือที่ใช้ตรวจสอบเพื่อต้องการทราบคุณภาพ จำนวน หรือ ปริมาณใน  
สิ่งที่ต้องการวัดนั้น

การประเมินผล หมายถึง การนำผลจากการวัดมาสรุปหรือตีค่า การประเมินผลนั้นจะต้อง  
อาศัยการวัดผล

นอกจากนี้ สิริพร ทิพย์คง (2545: 187) ได้กล่าวว่า “การวัดผล หมายถึง การตรวจสอบ  
หรือค้นหาสิ่งที่ครูผู้สอนต้องการตรวจสอบนั้นว่ามีปริมาณและคุณภาพมากน้อยเพียงใด และการ  
ประเมินผล หมายถึง การนำผลจากการวัดต่างๆ มาประมวลชี้ขาดในขั้นสรุปหรือขั้นของการ  
ตัดสินใจ”

จากความหมายของการวัดผลและการประเมินผลข้างต้น สรุปได้ว่า การวัดผล หมายถึง  
การใช้เครื่องมือตรวจสอบหรือค้นหาว่าสิ่งที่ครูต้องการตรวจสอบนั้นมีปริมาณและคุณภาพมากน้อย  
เพียงใด และการประเมินผล หมายถึง การนำผลจากการวัดมาสรุปหรือตีค่า โดยมีการตรวจสอบ  
ตัดสินใจที่ได้จากการวัดต่างๆ มาประมวลชี้ขาดในขั้นสรุปหรือขั้นของการตัดสินใจ

สิริพร ทิพย์คง (2545: 187-188) ได้กล่าวถึงวัตถุประสงค์ และหลักของการวัดผลและ  
การประเมินผลไว้ดังนี้

### วัตถุประสงค์ของการวัดผลและการประเมินผล

1. เพื่อบ่งชี้ว่านักเรียนมีทักษะและความรู้ที่สำคัญเพียงพอหรือไม่
  2. เพื่อบ่งชี้ระดับสัมฤทธิ์ผลทางการเรียนของนักเรียนแต่ละคน
  3. เพื่อวินิจฉัยจุดเด่นหรือจุดด้อยของนักเรียน โดยสังเกตจากผลการเรียนของนักเรียนที่แสดงออกมา
  4. เพื่อพัฒนาและปรับปรุงการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น
- หลักของการวัดผลและการประเมินผลการเรียนรู้
1. เน้นการนำผลการประเมินมาใช้เพื่อปรับปรุงการเรียนการสอนมากกว่าการตัดสินสอบได้ สอบตกของนักเรียน
  2. กำหนัดถึงพื้นฐานความรู้ ประสบการณ์และลักษณะของนักเรียนในระดับชั้นที่เรียนอยู่
  3. จัดดำเนินการให้สอดคล้องกับจุดมุ่งหมายของการเรียนการสอน ดำเนินการอย่างมีระบบ และผสมผสานกับการเรียนการสอน
  4. ประเมินนักเรียนทั้งทางด้านสติปัญญา จิตใจ อารมณ์และสังคม
  5. บอกแนวทางการประเมินและเกณฑ์ในการตัดสิน ตลอดจนแนวทางในการปฏิบัติตนของนักเรียน ให้นักเรียนทราบล่วงหน้า
  6. ให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกระบวนการวัดผลและการประเมินผล

การประเมินผลนั้นอาจทำได้ดังนี้

1. การประเมินผลเบื้องต้น (pre-assessment evaluation) ทำได้ 2 ลักษณะคือ

1.1 ประเมินความรู้พื้นฐาน เรื่องที่ครูควรจะได้สำรวจว่าในแต่ละภาคเรียนจะสอน เนื้อหาคณิตศาสตร์อะไรบ้าง ความรู้พื้นฐานทั่วไปที่นักเรียนควรจะมีอะไรบ้าง ครูควรออกแบบทดสอบประเมินความรู้พื้นฐานคุณเสียก่อน ถ้านักเรียนอ่อนเรื่องใดก็ควรจะได้อธิบายเสียก่อน

1.2 การประเมินก่อนเรียน ซึ่งโดยมากครูก็ให้ทำแบบทดสอบก่อนเรียน (Pretest) ทั้งนี้เพื่อตรวจสอบว่านักเรียนมีพื้นฐานความรู้ในเรื่องที่จะเรียนเพียงใด บางคนอาจจะรู้เกินเกณฑ์ที่ครูตั้งใจ เรานิยมมาใช้กับชุดการเรียนการสอน เมื่อให้นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียน ถ้าผ่านเกณฑ์ก็ให้เรียนชุดอื่นๆ ต่อไป

2. การประเมินผลย่อย (formative-evaluation) มีลักษณะดังนี้

2.1 ในขณะที่ครูทำการสอนนั้น ย่อมจะมีการทดสอบอยู่ตลอดเวลา อาจจะแบ่งบทเรียนออกเป็นหน่วยย่อยหลายๆ หน่วย หรืออาจจะแบ่งเป็นบทเรียนหนึ่งๆ เมื่อจบบทเรียนแล้วก็มีการทดสอบเพื่อประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียน

2.2 การประเมินผลย่อยนี้จะกระทำขณะที่กำลังดำเนินการสอนอยู่และจะกระทำต่อเนื่องกันไปโดยสม่ำเสมอ เมื่อพบข้อบกพร่องตอนใดก็จะแก้ไขได้ทันที

2.3 การประเมินผลย่อยนั้น ควรจะกระทำก่อนที่จะสอนเรื่องใหม่ต่อไป

2.4 การประเมินผลย่อย มุ่งเพื่อนำผลมาปรับปรุงการเรียนการสอนให้ดีขึ้น ไม่ได้นำผลมาตัดสินสอบได้สอบตก แต่ประการใด เมื่อครูสอนหัวข้อต่างๆ ไปแล้ว เมื่อจบตอนครูก็จะประเมินดูครั้งหนึ่ง ผลแห่งการประเมินจะเป็นเครื่องชี้ว่าการสอนของครูเป็นอย่างไร เมื่อพบข้อบกพร่องจะได้นำมาปรับปรุงแก้ไข นอกจากนั้นยังพบว่านักเรียนไม่เข้าใจเรื่องใด

2.5 การประเมินผลย่อย อาจจะใช้ทั้งคาบเรียน หลังจากที่เรียนเนื้อหาไปมากพอแล้ว หรือ อาจจะทำการทดสอบสั้นๆ (Quiz) ตอนต้นชั่วโมงก่อนที่จะทำการสอนต่อไปก็ได้

### 3. การประเมินผลรวม (summative evaluation) มีลักษณะดังนี้

3.1 เป็นการประเมินผลรวมทั้งหมดของหลักสูตร หรือเมื่อเรียนจบวิชาหนึ่งเป็นการประเมินผลเมื่อการเรียนการสอนได้สิ้นสุดลงแล้วในภาคเรียนนั้นๆ หรือจะเรียกว่า ทดสอบหลังเรียน (post-test)

3.2 จุดมุ่งหมายของการประเมินผลรวมก็คือให้มีการทดสอบรวมและให้คะแนนเพื่อนำไปตัดสินการสอบได้ สอบตก หรือเลื่อนชั้น

3.3 การประเมินผลรวมนี้ใช้เปรียบเทียบผลการเรียนรู้ตลอดปี หรือตลอดเทอมของนักเรียนเป็นรายบุคคล

3.4 การประเมินผลรวมนี้ สำหรับนักเรียนมัธยมศึกษา จะมีการทดสอบย่อยในระหว่างภาคเรียน และทดสอบปลายภาค ครูจะเอาคะแนนทั้งหมดมาประเมินผลรวม เพื่อตัดสินได้-ตก จะเรียกว่าเป็นการประเมินผลรวมก็ต่อเมื่อนำคะแนนนั้นมาตัดสินผลได้-ตก (ยูพิน, 2539: 244-246)

#### จุดมุ่งหมายของการวัดผลและประเมินผล

อนันต์ จันทร์ทวี (2537: 242-243) ได้กล่าวถึงจุดมุ่งหมายของการวัดผลและประเมินผล จำแนกตามจุดประสงค์ของการนำไปใช้ ดังนี้

1. เพื่อจัดประเภทโดยเปรียบเทียบผลการวัดของแต่ละบุคคลกับบุคคลอื่นๆ ว่าสูงกว่า ต่ำกว่า มากน้อยเพียงใด
2. เพื่อวินิจฉัยว่าสถานภาพของผู้เรียนใครเด่น ค้อยในส่วนใด เพื่อหาทางช่วยเหลือ
3. เพื่อเปรียบเทียบผลการเรียนว่าได้พัฒนาขึ้นมากน้อยเพียงใด

4. เพื่อพยากรณ์ โดยการใช้ผลการวัดเป็นตัวแปรในการทำนายความสำเร็จในอนาคต

5. เพื่อประเมินค่า โดยใช้ผลการวัดไปเปรียบเทียบกับเกณฑ์แล้วตัดสินให้เห็นว่าดี-ไม่ดี ผ่าน-ไม่ผ่าน

#### ขั้นตอนการวัดผลและประเมินผล

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546: 15-16) ได้สรุปขั้นตอนการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ดังนี้

การวัดผลประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ มีขั้นตอนและวิธีการที่หลากหลายและแตกต่างกันตามจุดมุ่งหมายและความต้องการของผู้ประเมิน ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

1. การวางแผนการวัดผลประเมินผล โดยผู้สอน ผู้เรียนและผู้เกี่ยวข้องร่วมกันกำหนดรายละเอียดสำคัญที่ประกอบด้วย

- 1.1 จุดประสงค์ของการนำข้อมูลสารสนเทศที่ได้จากการวัดประเมินผลไปใช้
- 1.2 กรอบของสาระการเรียนรู้และทักษะกระบวนการที่ต้องการวัดประเมินผล
- 1.3 การเก็บรวบรวมและวิเคราะห์ข้อมูล
- 1.4 เกณฑ์การตัดสินสมรรถภาพของผู้เรียน
- 1.5 รูปแบบที่ใช้ในการสรุป ตัดสินและรายงานผล

2. การรวบรวมข้อมูล ในการจัดการเรียนการสอนจะต้องคำนึงถึงการประเมินผลควบคู่ไปกับการใช้เครื่องมือวัดผลประเมินผลที่เหมาะสม เพื่อเก็บรวบรวมข้อมูลให้สอดคล้องกับแผนที่วางไว้ ทั้งนี้ผู้สอนและผู้เกี่ยวข้องจะต้องสร้างเครื่องมือวัดผลประเมินผลที่หลากหลายตามสภาพจริง มีการกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนที่สอดคล้องกับการประเมินสมรรถภาพของผู้เรียน ทั้งด้านความรู้ ความคิด ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์และคุณลักษณะที่พึงประสงค์

3. การวิเคราะห์ข้อมูล ผู้สอนจะต้องนำข้อมูลที่รวบรวมได้มาวิเคราะห์ เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปเกี่ยวกับผลการเรียนรู้ของผู้เรียนเป็นรายบุคคลหรือรายกลุ่มตามประเภทของงานและตามมาตรฐานการเรียนรู้ พร้อมทั้งจัดเก็บบันทึกข้อมูลไว้เป็นหลักฐาน

4. การนำผลไปใช้ ผู้สอนและผู้เกี่ยวข้องสามารถนำผลที่ได้จากการวิเคราะห์ไปใช้ตามจุดประสงค์ที่กำหนดไว้

ประโยชน์ของการวัดผลและประเมินผล

สิริพร ทิพย์คง (2545: 188) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของการวัดผลและประเมินผลไว้ดังนี้

1. ช่วยให้ครูทราบพฤติกรรมของนักเรียนก่อนทำการสอน เพื่อเป็นประโยชน์ในการจัดการเรียนการสอนให้เหมาะสมกับนักเรียน และพฤติกรรมก่อนเข้าเรียนยังสามารถใช้เป็นพื้นฐานในการตรวจสอบการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมของนักเรียนอันเนื่องมาจากการสอน

2. ช่วยให้ครูได้ปรับปรุงเป้าหมายของการสอนให้เหมาะสมกับสภาพความเป็นจริงของนักเรียนแต่ละคน

3. ช่วยให้ครูทราบว่านักเรียน ได้เรียนรู้และบรรลุผลตามจุดมุ่งหมายของการสอนเพียงใด

4. ช่วยให้ครูได้ทราบถึงข้อบกพร่องที่ครูจะต้องปรับปรุงแก้ไข โดยเฉพาะวิธีการสอน

5. ช่วยเพิ่มแรงจูงใจ กระตุ้นให้นักเรียนมีความต้องการในการเรียนรู้มากขึ้น

6. ช่วยให้นักเรียนได้ทราบจุดเด่นและจุดด้อยของตนเองในการเรียนการสอนเนื้อหาแต่ละเรื่อง

7. ใช้เป็นข้อมูลประกอบการประเมินผลการใช้หลักสูตรหรือโปรแกรมการศึกษา

## งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

### งานวิจัยต่างประเทศ

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคัดสรรกลวิธีการสอนในต่างประเทศมีดังนี้

Hildreth (1980) ได้ศึกษาเพื่อแสดงว่ายุทธวิธีการประมาณในการวัดความยาวและการหาพื้นที่ของเด็กและผู้ใหญ่ไม่แตกต่างกันและเปรียบเทียบวิธีการสอน 2 วิธีในการประมาณความยาวและการประมาณพื้นที่ในหน่วยเมตริก กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และนักศึกษาระดับวิทยาลัย โดยกลุ่มทดลองที่ใช้การคาดเดาคำตอบและการตรวจสอบคำตอบ และกลุ่มทดลองที่ใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสมในการประมาณความยาวและการประมาณพื้นที่ ผลการวิจัยปรากฏว่าความสามารถในการประมาณความยาวและพื้นที่และยุทธวิธีที่ใช้ในการประมาณสัมพันธ์กับความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาระดับวิทยาลัย (วัยผู้ใหญ่ตอนต้น) แต่ความสามารถในการประมาณความยาวและพื้นที่และยุทธวิธีที่ใช้ในการประมาณความยาวและพื้นที่ไม่สัมพันธ์กับความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และกลุ่มทดลองที่ใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสมในการประมาณความยาวและการประมาณพื้นที่ ใช้ยุทธวิธีที่หลากหลายในการทำแบบทดสอบหลังเรียนมากกว่ากลุ่มทดลองที่ใช้การคาดเดาคำตอบและการตรวจสอบคำตอบ

Paschal (1994) ได้ศึกษาผลการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาการมองเห็นภาพกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักศึกษาในวิชาพีชคณิตระดับวิทยาลัย และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และเทคโนโลยี กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาที่เรียนวิชาพีชคณิตระดับวิทยาลัย 5 กลุ่ม ได้แก่ กลุ่มทดลอง 3 กลุ่ม ที่ใช้เครื่องคิดเลขที่เขียนกราฟได้ โดยหนึ่งกลุ่มในนั้นคู่วิทัศน์ประกอบวิชาเรียน นอกชั้นเรียนและอีก 2 กลุ่มคู่วิทัศน์และฝึกการใช้เครื่องคิดเลข โดยที่กลุ่มควบคุมอีก 2 กลุ่มไม่ใช้เทคโนโลยีใดๆ ในการเรียนการสอน ผลการวิจัยปรากฏว่ากลุ่มทดลองที่เรียนโดยใช้เครื่องคิดเลขและคู่วิทัศน์ประกอบกันทำคะแนนด้านการแก้ปัญหาได้สูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นอกจากนี้กลุ่มทดลองทำคะแนนในการทดสอบได้สูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 เมื่อสิ้นสุดการทดลอง กลุ่มทดลองมีเจตคติทางบวกต่อเทคโนโลยีมากกว่ากลุ่มควบคุม

## งานวิจัยภายในประเทศ

สำหรับประเทศไทย ได้มีผู้ที่ทำการวิจัยเกี่ยวกับการคัดสรรกลวิธีการสอน ดังนี้

วรวิทย์ พาลพ่าย (2541) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง “ความน่าจะเป็น” ระหว่างกลุ่มที่สอนโดยวิธีการคัดสรรกลวิธีการสอนกับการสอนแบบอธิบายและแสดงเหตุผล โรงเรียนพนมสารคาม “พนมอดุลวิทยา” จังหวัดฉะเชิงเทรา ใช้กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพนมสารคาม “พนมอดุลวิทยา” จังหวัดฉะเชิงเทรา ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2540 จำนวน 2 ห้องเรียน ห้องเรียนละ 37 คน ซึ่งได้จากวิธีสุ่มแบบกลุ่ม แล้วจับสลากเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยได้แก่ แผนการสอนและแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งมีค่าความเที่ยง 0.76 การวิเคราะห์ข้อมูลใช้ pooled variance t-test ผลการวิจัยปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง “ความน่าจะเป็น” ของกลุ่มที่สอนโดยวิธีการคัดสรรกลวิธีการสอนสูงกว่ากลุ่มกับการสอนแบบอธิบายและแสดงเหตุผล อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.5

มณเฑียร ไพโรถื่อน (2541) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง “เลขยกกำลัง” ระหว่างกลุ่มที่สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอนกับการสอนแบบอธิบายและแสดงเหตุผล โรงเรียนสุรศักดิ์มนตรี จังหวัดกรุงเทพมหานคร โดยใช้กลุ่มตัวอย่างจำนวน 2 ห้องเรียน ห้องเรียนละ 51 คน กลุ่มทดลองที่ 1 สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอนกับกลุ่มทดลองที่ 2 สอนโดยวิธีการสอนแบบอธิบายและแสดงเหตุผล ผลการวิจัยปรากฏว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มที่สอนโดยวิธีคัดสรรกลวิธีการสอนสูงกว่าที่สอนแบบอธิบายและแสดงเหตุผลอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ทัศนียา ราศี (2542) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง “ระบบสมการ” ระหว่างกลุ่มที่สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอนกับการสอนแบบอธิบายและแสดงเหตุผล โรงเรียนชบอนวิทยาคม จังหวัดเพชรบูรณ์ โดยใช้กลุ่มตัวอย่างจำนวน 2 ห้องเรียน ห้องเรียนละ 38 คน กลุ่มทดลองที่ 1 สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอนกับกลุ่มทดลองที่ 2 สอนโดยวิธีการสอนแบบอธิบายและแสดงเหตุผล

ผลการวิจัยปรากฏว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มที่สอนโดยวิธีคัดสรรกลวิธีการสอนสูงกว่าที่สอนแบบอธิบายและแสดงเหตุผลอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ปาริชาติ ประเสริฐสังข์ (2545) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง “สมการและอสมการ” ที่สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอน โรงเรียนขามเสม็ดบำรุง จังหวัดบุรีรัมย์ โดยใช้กลุ่มตัวอย่างที่ได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่มจำนวน 32 คน ผลการวิจัยปรากฏว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มที่สอนโดยวิธีคัดสรรกลวิธีการสอนหลังการเรียนสูงกว่าก่อนการเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังการเรียนสูงกว่าเกณฑ์ 60% อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ศศิธร อนันตโสภณ (2545) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง “สมการ” ที่สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอน โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ จังหวัดกรุงเทพมหานคร โดยใช้กลุ่มตัวอย่างที่ได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่มจำนวน 39 คน ผลการวิจัยปรากฏว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มที่สอนโดยวิธีคัดสรรกลวิธีการสอนหลังการเรียนสูงกว่าก่อนการเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังการเรียนสูงกว่าเกณฑ์ 60% อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จตุพล ขาวฟอง (2546) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การศึกษาความก้าวหน้าทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง “เมตริกซ์” ที่สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอน ของนักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง สายวิชาคหกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีราชมงคล วิทยาเขตพระนครใต้ กลุ่มตัวอย่างได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวน 30 คน ผลการวิจัยปรากฏว่าความก้าวหน้าทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักศึกษาที่สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอนหลังการเรียนสูงกว่าก่อนการเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังการเรียนสูงกว่าเกณฑ์ 60% อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ศิริรัตน์ ถนอมพวก (2548) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง “คู่อันดับและกราฟ” ที่สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอน โรงเรียนตราษตระการคุณ จังหวัดตราด โดยใช้กลุ่มตัวอย่างที่ได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวน 48 คน ผลการวิจัยปรากฏว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มที่สอนโดยวิธีคัดสรรกลวิธีการสอนหลังการเรียนสูงกว่าก่อนการเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับ .05 และสูงกว่าเกณฑ์ 60% อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากการศึกษางานวิจัยทั้งในและต่างประเทศเกี่ยวกับวิธีการสอนแบบต่างๆ งานวิจัยส่วนมากพบว่า นักเรียนกลุ่มที่เรียน โดยใช้วิธีการสอนที่เหมาะสมกับเนื้อหา มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา คณิตศาสตร์สูง และกลุ่มที่เรียน โดยการคัดสรรกลวิธีการสอนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา คณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่เรียน โดยวิธีสอนแบบอธิบายและแสดงเหตุผล ด้วยเหตุผลดังกล่าว ผู้วิจัยจึง มีความสนใจที่จะทำการวิจัยเพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม” ที่สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอน

#### สมมติฐานของการวิจัย

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบางแก้วประชาสรรค์ จังหวัดสมุทรปราการ โดยการคัดสรรกลวิธีการสอนหลังการเรียนสูงกว่าก่อนการเรียน
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบางแก้วประชาสรรค์ จังหวัดสมุทรปราการ โดยการคัดสรรกลวิธีการสอนสูงกว่าเกณฑ์ 60 % ของคะแนนเต็ม

### บทที่ 3

#### วิธีการดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้กำหนดวิธีการเกี่ยวกับการวิจัยดังนี้

##### ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบางแก้วประชา-  
สรรค์ จังหวัดสมุทรปราการ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 จำนวน 4 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน  
185 คน

##### กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3  
โรงเรียนบางแก้วประชาสรรค์ จังหวัดสมุทรปราการ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552  
จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 39 คน ซึ่งผู้วิจัยทำการสุ่มแบบกลุ่ม (cluster random sampling)  
จากจำนวน 4 ห้องเรียน ซึ่งแต่ละห้องเรียนได้จัดนักเรียนแบบความสะดวกความสามารถ

##### เครื่องมือและการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการวิจัยในครั้งนี้ ประกอบด้วยเครื่องมือ 2 ชนิด

1. แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม”  
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

## แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม” โดยการคัดสรรกลวิธีการสอน เป็นแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้างตามขั้นตอนดังนี้

1. ศึกษาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2544 เกี่ยวกับวัตถุประสงค์ คำอธิบายรายวิชา และขอบเขตของเนื้อหา
2. ศึกษาปรัชญาการสอน หลักการสอน วิธีการสอน ทักษะการสอน เทคนิคการสอน สื่อการเรียนรู้ เอกสารแนะแนวทาง การวัดผลและประเมินผล จากตำราและเอกสารอื่นๆ
3. ศึกษาเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้เรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม” จากหนังสือสาระการเรียนรู้เพิ่มเติมวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และคู่มือครูของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ
4. ศึกษาวิธีสร้าง เอกสารฝึกหัด เอกสารแนะแนวทาง เกม และบทเรียนกิจกรรมจากเอกสารและตำราต่างๆ เพื่อใช้ประกอบการสอนเรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม”
5. ศึกษาวิธีการเขียนแผนการจัดการเรียนรู้และกิจกรรมการจัดการเรียนรู้จากตำราต่างๆ แล้วเขียนแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม” โดยให้ครอบคลุมเนื้อหาทั้งหมดของเรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม” จำนวน 11 แผน แผนละ 60 นาที ดังนี้

**คาบที่ 1** ทดสอบก่อนการเรียนรู้

**คาบที่ 2** เรื่อง ความหมายและการเขียนเศษส่วนของพหุนามในรูปผลสำเร็จ

**วิธีการสอน** การอธิบายและแสดงเหตุผล การอภิปราย

**สื่อการเรียนรู้** ใบความรู้ เอกสารฝึกหัด

คาบที่ 3 เรื่อง การคูณเศษส่วนของพหุนาม

วิธีการสอน การอธิบายและแสดงเหตุผล การอภิปราย

สื่อการเรียนรู้ เอกสารฝึกหัด

คาบที่ 4 เรื่อง การหารเศษส่วนของพหุนาม

วิธีการสอน การอธิบายและแสดงเหตุผล การอภิปราย การสอนแบบนิรนัย

สื่อการเรียนรู้ โจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง

คาบที่ 5 เรื่อง การบวกเศษส่วนของพหุนาม

วิธีการสอน การอธิบายและแสดงเหตุผล การอภิปราย การสอนแบบนิรนัย

สื่อการเรียนรู้ ใบกิจกรรม เอกสารฝึกหัด

คาบที่ 6 เรื่อง การลบเศษส่วนของพหุนาม

วิธีการสอน การอธิบายและแสดงเหตุผล การอภิปราย การสอนแบบนิรนัย

สื่อการเรียนรู้ เอกสารฝึกหัด

คาบที่ 7 เรื่อง การแก้สมการเศษส่วนของพหุนาม

วิธีการสอน การอธิบายและแสดงเหตุผล การสอนแบบแก้ปัญหา การอภิปราย

สื่อการเรียนรู้ เอกสารฝึกหัด

คาบที่ 8 เรื่อง การแก้สมการเศษส่วนของพหุนาม (ต่อ)

วิธีการสอน การอธิบายและแสดงเหตุผล การสอนแบบแก้ปัญหา การอภิปราย

สื่อการเรียนรู้ เอกสารฝึกหัด

คาบที่ 9 เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเศษส่วนของพหุนาม

วิธีการสอน การอธิบายและแสดงเหตุผล การสอนแบบแก้ปัญหา การอภิปราย  
สื่อการเรียนรู้ บัตรคำ ใบกิจกรรม แบบฝึกหัดเพิ่มเติม

คาบที่ 10 เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเศษส่วนของพหุนาม (ต่อ)

วิธีการสอน การอธิบายและแสดงเหตุผล การสอนแบบแก้ปัญหา การอภิปราย  
สื่อการเรียนรู้ แบบฝึกหัดเพิ่มเติม ภาพสำเร็จรูป เครื่องบิน และรถยนต์ โปรแกรม GSP

คาบที่ 11 เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเศษส่วนของพหุนาม (ต่อ)

วิธีการสอน การอธิบายและแสดงเหตุผล การสอนแบบแก้ปัญหา การอภิปราย  
สื่อการเรียนรู้ แบบฝึกหัดเพิ่มเติม โปรแกรม GSP

คาบที่ 12 เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเศษส่วนของพหุนาม (ต่อ)

วิธีการสอน การอธิบายและแสดงเหตุผล การสอนแบบแก้ปัญหา การอภิปราย  
สื่อการเรียนรู้ บัตรโจทย์ปัญหาเรื่องแรงงาน

คาบที่ 13 ทดสอบหลังการเรียน

6. นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเสนอคณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสมของจุดประสงค์การเรียนรู้ เนื้อหา กิจกรรมการจัดการเรียนรู้ และการวัดผลและการประเมินผลการเรียนรู้ เพื่อนำไปปรับปรุงแก้ไข

7. นำแผนการจัดการเรียนรู้อาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของคณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์

8. นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้ปรับปรุงแก้ไขแล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสมของจุดประสงค์การเรียนรู้ เนื้อหา กิจกรรมการจัดการเรียนรู้ และการวัดผลและการประเมินผลการเรียนรู้ เพื่อนำไปปรับปรุงแก้ไข

9. นำแผนการจัดการเรียนรู้มาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญทั้งสาม ท่าน จากนั้นนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

### **แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3**

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เป็นแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน สำหรับใช้ทดสอบก่อนการเรียนและหลังการเรียนกับกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งเป็นข้อสอบปรนัยแบบเลือกตอบมี 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ โดยผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้างตามขั้นตอนดังนี้

1. สร้างตารางแจกแจงข้อสอบ (Table of Specification) เพื่อวัดความรู้ ความเข้าใจ การนำไปใช้ การวิเคราะห์ โดยยึดหลักตามแนวคิดของ Bloom เพื่อใช้เป็นโครงสร้างในการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในการกำหนดอัตราส่วนและจำนวนข้อสอบในแต่ละเนื้อหา และพฤติกรรมที่มุ่งวัด

2. สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยครอบคลุม เนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม” ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ จำนวน 30 ข้อ

3. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม” ที่สร้างขึ้นเสนอต่อคณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ช่วยพิจารณาความเหมาะสมของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในแง่ความตรงเชิงเนื้อหาและความชัดเจนของข้อคำถาม ตัวเลือก ตัวลวง จากนั้นผู้วิจัยนำมาปรับปรุงแก้ไขให้เหมาะสม

4. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม” ที่สร้างขึ้นเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน ช่วยพิจารณาตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา ความเหมาะสมและความชัดเจนของข้อคำถามและตัวเลือก จากนั้นผู้วิจัยนำมาปรับปรุงแก้ไขให้เหมาะสม

5. นำแบบทดสอบที่ผ่านการปรับปรุงแก้ไขแล้วไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนบางแก้วประชาสรรค์ จังหวัดสมุทรปราการ ปีการศึกษา 2552 ในภาคเรียนที่ 1 ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม” มาแล้วจำนวน 2 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 66 คน แล้วนำผลมาวิเคราะห์เพื่อหาค่าดัชนีความเที่ยง (reliability) ค่าดัชนีความยากง่าย (p) ค่าดัชนีอำนาจจำแนก (r) โดยใช้เกณฑ์ค่าดัชนีความเที่ยงตั้งแต่ 0.70 ขึ้นไป แล้ววิเคราะห์ข้อสอบ โดยใช้เกณฑ์ค่าดัชนีความยากง่ายระหว่าง 0.20-0.80 และค่าดัชนีอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป

### การเก็บรวบรวมข้อมูล

ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ผู้วิจัยได้ดำเนินการดังนี้

1. ทำหนังสือขอความร่วมมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลการวิจัยจากภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ไปยังผู้อำนวยการ โรงเรียนบางแก้วประชาสรรค์ จังหวัดสมุทรปราการ เพื่อขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูล
2. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ได้ผ่านการวิเคราะห์และปรับปรุงแก้ไขแล้ว จำนวน 30 ข้อ มาทำการทดสอบก่อนการเรียนกับกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้เวลา 90 นาที
3. ดำเนินการสอน เรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม” กับกลุ่มตัวอย่าง เป็นเวลา 11 คาบ คาบละ 60 นาที
4. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนการเรียนจำนวน 30 ข้อ มาทำการทดสอบหลังการเรียนกับกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้เวลา 90 นาที

## การวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยใช้การวิเคราะห์ข้อมูลดังต่อไปนี้

1. ค่าสถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน
2. ค่าดัชนีความยากง่ายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์
3. ค่าดัชนีอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์
4. ค่าดัชนีความเที่ยง (reliability)
5. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนการเรียนและหลังการเรียน โดยใช้ match-paired t-test
6. การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการเรียนกับเกณฑ์ 60% ของคะแนนเต็มที่ผู้วิจัยกำหนดไว้ โดยใช้ t-test

## บทที่ 4

### ผลการวิจัยและข้อวิจารณ์

#### ผลการวิจัย

ผลของการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม” โดยการคัดสรรกลวิธีการสอน โรงเรียนบางแก้วประชาสรรค์ จังหวัดสมุทรปราการ ปรากฏผลการวิจัยดังต่อไปนี้

**ตารางที่ 1** การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนการเรียนและหลังการเรียนของนักเรียน ที่สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอน (คะแนนเต็ม 30 คะแนน)

	n	$\bar{x}$	S	t
ก่อนการเรียน	39	10.28	2.81	56.67*
หลังการเรียน	39	22.18	2.40	

\* นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ( $t_{38}(.95) = 1.645$ )

จากตารางที่ 1 แสดงว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม” ที่สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอน หลังการเรียนสูงกว่าก่อนการเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

**ตารางที่ 2** การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังการเรียนของนักเรียนที่เรียน  
โดยการคัดสรรกลวิธีการสอนเทียบกับเกณฑ์ 60% ของคะแนนเต็ม

	n	$\mu$	$\bar{x}$	S	t
หลังการเรียน	39	18	22.18	2.40	10.885*

\* นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ( $t_{38}(.95) = 1.645$ )

จากตารางที่ 2 แสดงว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง“เศษส่วนของพหุนาม”  
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอน สูงกว่าเกณฑ์ 60% ของ  
คะแนนเต็มที่ผู้วิจัยกำหนดไว้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

### ข้อวิจารณ์

จากการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม” โดยการคัดสรรกลวิธีการสอน โรงเรียนบางแก้วประชาสรรค์ จังหวัดสมุทรปราการ ผลการวิจัยปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังการเรียนสูงกว่าก่อนการเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการเรียนสูงกว่าเกณฑ์ 60% ของคะแนนเต็มอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานที่ตั้งไว้ และสอดคล้องกับงานวิจัยของวรวิทย์ พาลพ่าย (2541); มณเฑียรไพโรถื่อน (2541); ทศนียา ราศี (2542); ปาริชาติ ประเสริฐสังข์ (2545); ศศิธร อนันตโสภณ (2545); จตุพล ขาวฟอง (2546); ศิริรัตน์ ถนอมพวก (2548) ซึ่งผลการวิจัยพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอนหลังการเรียนสูงกว่าก่อนการเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ที่ผู้วิจัยกำหนดอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ นอกจากนี้ผลการวิจัยยังสอดคล้องกับผลการวิจัยของ Hildreth (1980) และ Paschal (1994) ซึ่งพบว่า นักเรียนในกลุ่มที่เรียนโดยใช้วิธีการสอนที่เหมาะสมกับเนื้อหา มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงขึ้นกว่ากลุ่มที่ใช้วิธีการสอนแบบปกติ ทั้งนี้อาจเป็นเพราะการสอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอนนั้น ครูผู้สอนจะต้องเลือกวิธีการสอน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และสื่อการเรียนรู้ ให้เหมาะสมกับเนื้อหาและความสามารถของนักเรียน ซึ่งสอดคล้องกับ สิริพร ทิพย์คง (2536: 66) ที่กล่าวว่า “ยังไม่มียานวิจัยใดที่ชี้ชัดลงไปว่าวิธีการสอนหนึ่งดีกว่าวิธีการสอนอีกวิธีหนึ่ง ทั้งนี้เพราะต้องขึ้นอยู่กับเนื้อหา นักเรียนและครู ดังนั้นในการจัดการเรียนการสอนเนื้อหาของบทเรียนแต่ละบทอาจจะใช้วิธีการสอนที่แตกต่างกันหรือวิธีการสอนหลายๆ วิธีผสมกัน” อีกทั้งครูจะต้องคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล เพื่อเสริมข้อดี แก้ไขสิ่งที่บกพร่องของนักเรียน ตลอดจนครูจะต้องคัดสรรกลวิธีการสอน เพื่อจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่หลากหลายโดยใช้สื่อการเรียนรู้ที่ทันสมัย เพื่อช่วยส่งเสริมและกระตุ้นให้นักเรียนคิดเป็น ทำเป็น และแก้ปัญหาได้ นอกจากนี้ยังส่งเสริมความกล้าแสดงออก โดยให้นักเรียนอภิปรายแสดงความคิดเห็นเพื่อแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน ซึ่งเป็นการปลูกฝังให้นักเรียนกล้าที่จะเรียนรู้ได้ด้วยความเข้าใจ ช่วยให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ และยังช่วยให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น

จากการทำงานวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการสอนและเก็บข้อมูลด้วยตนเอง โดยจัดกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ 11 คาบ เรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม” ผู้วิจัยสรุปข้อสังเกตของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ไว้ดังนี้

1. คาบที่ 1-3 เรื่องความหมายและการเขียนเศษส่วนของพหุนามในรูปผลสำเร็จ การคูณเศษส่วนของพหุนาม การหารเศษส่วนของพหุนาม ครูต้องจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการทบทวนเรื่องการแยกตัวประกอบของพหุนามในรูปแบบต่างๆ ทั้งการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองและดีกรีสาม โดยครูให้นักเรียนนำใบความรู้เรื่องการแยกตัวประกอบของพหุนามที่ใช้เป็นพื้นฐานมาด้วยทุกครั้งที่มีการเรียนการสอน และครูยกตัวอย่างประกอบการอธิบายอย่างต่อเนื่อง หลากหลาย โดยเน้นให้นักเรียนทุกคนท่องจำและทำความเข้าใจสูตรการแยกตัวประกอบให้ได้ เพื่อที่นักเรียนจะได้นำไปใช้เป็นพื้นฐานในเรื่องการคูณ การหารเศษส่วนของพหุนาม ตลอดจนการบวก การลบเศษส่วนของพหุนามต่อไป ซึ่งครูสังเกตเห็นว่านักเรียนร้อยละ 80 ที่ปฏิบัติตามจะสามารถทำแบบฝึกหัดเรื่องการคูณ การหารเศษส่วนของพหุนามได้มากกว่านักเรียนร้อยละ 20 ที่ไม่ปฏิบัติตาม เพราะนักเรียนที่ปฏิบัติตามจะจำสูตรการแยกตัวประกอบได้ และครูได้แนะนำให้นักเรียนที่ไม่ปฏิบัติตามนั้นคำนึงถึงความสำคัญของสูตรการแยกตัวประกอบ ทำให้นักเรียนทุกคนเข้าใจ และปฏิบัติตาม

2. คาบที่ 4-5 เรื่องการบวก การลบเศษส่วนของพหุนาม ครูต้องจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นเรื่องการหาค.ร.น.ของพหุนามโดยการยกตัวอย่างที่เริ่มจากง่ายไปยากและต่อเนื่อง เพื่อให้นักเรียนเข้าใจและสามารถหาค.ร.น.ของพหุนามได้ด้วยตนเอง เพราะการหาค.ร.น.ของพหุนามเป็นสิ่งสำคัญและเป็นพื้นฐานของเรื่องการบวก การลบเศษส่วนของพหุนาม ตลอดจนการแก้สมการเศษส่วนของพหุนามด้วย และในเรื่องการลบเศษส่วนของพหุนามนั้น ครูสังเกตเห็นว่านักเรียนร้อยละ 10 ลืมสมบัติการแจกแจง ครูจึงแก้ไขโดยการอธิบายเป็นรายบุคคล

3. คาบที่ 6-7 เรื่องการแก้สมการเศษส่วนของพหุนาม ครูสังเกตเห็นว่านักเรียนร้อยละ 20 มีปัญหาในเรื่องการตรวจสอบคำตอบ ซึ่งเป็นการบวกลบเศษส่วนในรูปแบบเศษส่วนซ้อน ครูจึงแก้ไขปัญหานี้โดยการทบทวนให้นักเรียน ทำให้นักเรียนเข้าใจ และสามารถตรวจสอบคำตอบในเรื่องการแก้สมการเศษส่วนของพหุนามได้ถูกต้อง

4. คาบที่ 8 เรื่อง โจทย์ปัญหาเศษส่วนของพหุนามเกี่ยวกับกำไร-ขาดทุน นักเรียนร้อยละ 50 ไม่เข้าใจขั้นตอนการตั้งสมการ ครูจึงต้องเน้นถึงความสัมพันธ์ระหว่างต้นทุน ราคาขาย และกำไร พร้อมทั้งยกตัวอย่างแสดงความสัมพันธ์ระหว่างต้นทุน ราคาขาย และกำไร ที่ใกล้ตัวและเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของนักเรียน ทำให้นักเรียนเข้าใจ และสามารถตั้งสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างต้นทุน ราคาขาย และกำไรได้ถูกต้อง

5. คาบที่ 9-10 เรื่อง โจทย์ปัญหาเศษส่วนของพหุนามเกี่ยวกับระยะทาง ความเร็ว ความเร่ง และการพายเรือตามน้ำ ทวนน้ำ นั้นครูได้ใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ประกอบการสอน โดยในคาบที่ 9 ใช้จักรยานคนจนซึ่งแสดงด้วยโปรแกรม GSP บนโทรทัศน์หน้าชั้นเรียน เพื่อประกอบการอธิบายแสดงความสัมพันธ์ของระยะทาง ความเร็ว ความเร่ง ทำให้นักเรียนมีความสนใจในการเรียนเป็นอย่างมาก และในคาบที่ 10 ครูได้ใช้เรือชมวิวซึ่งแสดงด้วยโปรแกรม GSP บนโทรทัศน์หน้าชั้นเรียน เพื่อประกอบการอธิบายแสดงความสัมพันธ์ของอัตราเร็วของเรือที่พายตามน้ำ และอัตราเร็วของเรือที่พายทวนน้ำ ซึ่งครูสังเกตเห็นว่านักเรียนร้อยละ 90 สามารถเข้าใจได้ดี

6. คาบที่ 11 เรื่อง โจทย์ปัญหาเศษส่วนของพหุนามเกี่ยวกับแรงงาน ครูได้เน้นว่าโดยทั่วไปในการแก้โจทย์ปัญหาเศษส่วนของพหุนามเกี่ยวกับแรงงานจะต้องมีการเทียบหาปริมาณงานที่ทำได้ใน 1 หน่วยเวลาก่อนเสมอ แล้วจึงนำมาเขียนสมการตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด ซึ่งครูสังเกตเห็นว่านักเรียนร้อยละ 80 สามารถเข้าใจได้ดี

## บทที่ 5

### สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

#### สรุปผลการวิจัย

จากการวิจัยเรื่อง การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน  
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม” โดยการคัดสรรกลวิธีการสอน  
โรงเรียนบางแก้วประชาสรรค์ จังหวัดสมุทรปราการ สรุปได้ดังนี้

#### วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3  
เรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม” โดยการคัดสรรกลวิธีการสอน โรงเรียนบางแก้วประชาสรรค์  
จังหวัดสมุทรปราการ

#### สมมติฐานการวิจัย

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม” ของนักเรียนชั้น  
มัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบางแก้วประชาสรรค์ จังหวัดสมุทรปราการ โดยการคัดสรรกลวิธีการ  
สอนหลังการเรียนสูงกว่าก่อนการเรียน
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม” ของนักเรียนชั้น  
มัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบางแก้วประชาสรรค์ จังหวัดสมุทรปราการ โดยการคัดสรรกลวิธีการ  
สอนสูงกว่าเกณฑ์ 60% ของคะแนนเต็ม

## ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบางแก้วประชาสรรค์ จังหวัดสมุทรปราการ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 จำนวน 4 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 185 คน

## กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบางแก้วประชาสรรค์ จังหวัดสมุทรปราการ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 39 คน ซึ่งผู้วิจัยทำการสุ่มแบบกลุ่ม (cluster random sampling) โดยจับฉลากห้องเรียนมา 1 ห้องเรียน จากจำนวน 4 ห้องเรียน ซึ่งแต่ละห้องเรียน ได้จัดนักเรียนแบบคละความสามารถ

## เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 11 แผน
2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สำหรับใช้ทดสอบก่อนการเรียนและหลังการเรียนกับกลุ่มตัวอย่าง

## วิธีการดำเนินการวิจัย

1. ผู้วิจัยสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่
  - 1.1 แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

1.2 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง“เศษส่วนของพหุนาม” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

2. ผู้วิจัยทำการทดสอบก่อนการเรียนกับกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ใช้เวลา 90 นาที

3. ผู้วิจัยดำเนินการสอน เรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม” กับกลุ่มตัวอย่างด้วยตนเอง จำนวน 11 คาบเรียน คาบเรียนละ 60 นาที

4. หลังจากการสอนเนื้อหาทั้งหมดแล้ว ผู้วิจัยทำการทดสอบหลังการเรียนกับกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ฉบับเดิม ใช้เวลา 90 นาที

5. นำผลที่ได้จากการทดสอบก่อนการเรียนและหลังการเรียนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มาวิเคราะห์หาค่าทางสถิติ เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระหว่างก่อนการเรียนและหลังการเรียน โดยใช้ match paired t-test

6. นำผลที่ได้จากการทดสอบหลังการเรียนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มาวิเคราะห์หาค่าทางสถิติ เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนกับเกณฑ์ 60% ของคะแนนเต็มที่ผู้วิจัยกำหนดไว้ โดยใช้ t-test

### ผลการวิจัย

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม” โดยการคิดสรรรกลวิธีการสอน โรงเรียนบางแก้วประชาสรรค์ จังหวัดสมุทรปราการ หลังการเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม” โดยการคัดสรรกลวิธีการสอน โรงเรียนบางแก้วประชาสรรค์ จังหวัดสมุทรปราการ หลังการเรียนสูงกว่าเกณฑ์ 60% ของคะแนนเต็มอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

### ข้อเสนอแนะ

#### ข้อเสนอแนะที่ได้จากผลการวิจัย

การจัดการเรียนการสอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอนในวิชาคณิตศาสตร์ ทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการเรียนสูงกว่าก่อนการเรียน และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังการเรียนสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ ดังนั้น ครูสามารถนำการคัดสรรกลวิธีการสอนไปใช้เป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในเนื้อหาอื่นๆ ในแต่ละระดับชั้นต่อไป

#### ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรมีการวิจัยเพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยการคัดสรรกลวิธีการสอนในเนื้อหาอื่นๆ ในแต่ละระดับชั้น
2. ควรมีการวิจัยเพื่อศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนที่เรียน โดยการคัดสรรกลวิธีการสอน

## เอกสารและสิ่งอ้างอิง

กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ. 2545. เอกสารประกอบหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 คู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์ (ร.ส.พ.).

จตุพล ขาวฟอง. 2546. การศึกษาความก้าวหน้าทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “เมตริกซ์” ที่สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอน ของนักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง สายวิชาคหกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีราชมงคล วิทยาเขตพระนครใต้. วิทยานิพนธ์ศิลปศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

ชาญชัย ยมดิษฐ์. 2548. เทคนิคและวิธีการสอนร่วมสมัย. กรุงเทพมหานคร: บริษัทหลักพิมพ์ จำกัด.

ชมนาด เชื้อสุวรรณทวิ. 2542. การสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ดวงเดือน อ่อนน่วม. 2531. การสร้างเสริมสมรรถภาพการสอนคณิตศาสตร์ของครูประถมศึกษา. กรุงเทพมหานคร: คณะครุศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ทศินา แคมมณี. 2544. 14 วิธีสอนสำหรับครูมืออาชีพ. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

\_\_\_\_\_. 2547. ศาสตร์การสอนองค์ความรู้เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ทัศนีย์ ศุภเมธี. 2535. หลักสูตรและการจัดการประถมศึกษา. กรุงเทพมหานคร: คณะครุศาสตร์, วิทยาลัยครูธนบุรี.

ทัศนียา ราสี. 2542. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง “ระบบสมการ” ระหว่างกลุ่มที่สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอนกับการสอนแบบอธิบายและแสดงเหตุผล โรงเรียนชัยบอนวิทยาคม จังหวัดเพชรบูรณ์. วิทยานิพนธ์ศิลปศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

บุญชม ศรีสะอาด. 2537. การพัฒนาการสอน. มหาสารคาม: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ มหาสารคาม.

ปาริชาติ ประเสริฐสังข์. 2545. การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง “สมการและอสมการ” โดยการคัดสรรกลวิธีการสอน โรงเรียนขามเสม็ดบำรุง จังหวัดบุรีรัมย์. วิทยานิพนธ์ศิลปศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

ประยูร อาษานาม. 2525. การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา. ขอนแก่น: คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

มณเฑียร ไพโรถื่อน. 2541. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง “เลขยกกำลัง” ระหว่างกลุ่มที่สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอนกับการสอนแบบอธิบายและแสดงเหตุผล โรงเรียนสุรศักดิ์มนตรี กรุงเทพมหานคร. วิทยานิพนธ์ศิลปศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

ยุพิน พิพิธกุล. 2539. การเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: บพิธการพิมพ์ จำกัด.

\_\_\_\_\_. 2545. การเรียนการสอนคณิตศาสตร์:ยุคปฏิรูปการศึกษา. กรุงเทพมหานคร: บพิธการพิมพ์ จำกัด.

ยุพิน พิพิธกุล และ อรพรรณ ต้นบรรจง. 2536. **สื่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์.**

กรุงเทพมหานคร: ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.  
(อัครา).

ราชบัณฑิตยสถาน ฉบับเฉลิมพระเกียรติ. 2542. **พจนานุกรมไทย.** กรุงเทพมหานคร:

นานมีบุ๊คส์พับลิเคชั่น จำกัด.

วิวรรณ จันทร์เทพย์. 2543. **เทคโนโลยีทางการศึกษา.** ราชบุรี: คณะครุศาสตร์,

สถาบันราชภัฏหมู่บ้านจอมบึง.

วีรยุทธ ค้วงใย. 2536. **การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น**

**มัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง “เวกเตอร์” ระหว่างกลุ่มที่สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอน**  
**กับการสอนแบบอธิบายและแสดงเหตุผล.** วิทยานิพนธ์ศิลปศาสตรมหาบัณฑิต  
สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

วรวิทย์ พาลพ่าย. 2541. **การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น**

**มัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง “ความน่าจะเป็น” ระหว่างกลุ่มที่สอนโดยการคัดสรรกลวิธี**  
**การสอนกับการสอนแบบอธิบายและแสดงเหตุผลโรงเรียนพนมสารคาม“พนมอดุล**  
**วิทยา” จังหวัดฉะเชิงเทรา.** วิทยานิพนธ์ศิลปศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอน  
คณิตศาสตร์, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

ศศิธร อนันต์โสภณ. 2545. **การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น**

**มัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง “สมการ” ที่สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอน**  
**โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ จังหวัดกรุงเทพมหานคร.**  
วิทยานิพนธ์ศิลปศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์,  
มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

ศิริรัตน์ ถนอมพวก. 2548. การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง “คู่อันดับและกราฟ” โดยการคัดสรรกลวิธีการสอน โรงเรียนตราษตระการคุณ จังหวัดตราด. วิทยานิพนธ์ศิลปศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2546. คู่มือวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

สิริพร ทิพย์คง. 2536. ทฤษฎีและวิธีการสอนวิชาคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

\_\_\_\_\_. 2539. งานวิจัยการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ 2521-2538. กรุงเทพมหานคร: คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

\_\_\_\_\_. 2545. หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์บริษัทพัฒนาคุณภาพวิชาการ จำกัด.

สมคิด ใจมนต์. 2537. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง “ภาคตัดกรวย” ระหว่างกลุ่มที่สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอนกับการสอนแบบอธิบายและแสดงเหตุผล โรงเรียนชุมชน จังหวัดศรีสะเกษ. วิทยานิพนธ์ศิลปศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

สุพิน บุญชูวงศ์. 2532. หลักการสอน. กรุงเทพมหานคร: คณะครุศาสตร์, วิทยาลัยครูสวนดุสิต.

สุวิทย์ มูลคำ และ อรทัย มูลคำ. 2545. 21 วิธีจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนากระบวนการคิด. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ภาพพิมพ์.

อนันต์ จันทร์แก้ว. 2537. **สาระและวิธีทางวิชาคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 8-11.**

กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช.

อาภรณ์ ใจเที่ยง. 2540. **หลักการสอน.** กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์โอเดียนสโตร์.

อรพรรณ ต้นบรรจง. 2533. **การสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา.** กรุงเทพมหานคร:

คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

Hildreth, D.J. 1980. "Estimation Strategy Uses in length and Area Measurement Tasks by Fifth and Seventh Grade Students". **Dissertation Abstracts International.** 41 (April 1981): 4319-A.

Paschal, S.G. 1994. "Effect of a Visualization-Enhanced Course in College Algebra Using Graphing Calculator and Video Tape". **Dissertation Abstracts International.** 55 (March 1995): 2754-A.



ภาคผนวก



ภาคผนวก ก  
รายนามผู้เชี่ยวชาญ

### รายนามผู้เชี่ยวชาญ

1. อาจารย์อัครุณย์ วงศ์ประทุม ครู คศ.2  
โรงเรียนบางแก้วประชาสรรค์

2. อาจารย์เทิดเกียรติ วงศ์สมบูรณ์ ครู คศ.2  
โรงเรียนบางแก้วประชาสรรค์

3. อาจารย์ณัฐวรรณ ศิริพิชญพงศ์ ครู คศ.2  
โรงเรียนบางแก้วประชาสรรค์



ภาคผนวก ข  
แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์เรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม”  
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

### แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

หน่วยการเรียนรู้ เศษส่วนของพหุนาม

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง ความหมายและการเขียนเศษส่วนของพหุนามในรูปผลสำเร็จ

เวลา 60 นาที

#### สาระสำคัญ

ให้ P และ Q เป็นพหุนาม โดยที่  $Q \neq 0$  จะเรียก  $\frac{P}{Q}$  ว่า เศษส่วนของพหุนามที่มี P เป็นตัวเศษ และ Q เป็นตัวส่วน

#### จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้: นักเรียนสามารถ

1. บอกความหมายของเศษส่วนของพหุนามได้
2. เขียนเศษส่วนของพหุนามในรูปผลสำเร็จได้

ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: นักเรียนมีความสามารถในการ

1. แก้ปัญหา
2. ให้อะเหตุผล
3. เชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์กับคณิตศาสตร์

ด้านคุณลักษณะ: นักเรียนมี

1. ความสนใจและกระตือรือร้น
2. ความกล้าคิดและกล้าแสดงความคิดเห็น
3. ความร่วมมือและความรับผิดชอบ

#### สาระการเรียนรู้

ให้ P และ Q เป็นพหุนาม โดยที่  $Q \neq 0$  จะเรียก  $\frac{P}{Q}$  ว่า เศษส่วนของพหุนามที่มี P เป็นตัวเศษ และ Q เป็นตัวส่วน เช่น

$$\frac{3x+8}{x^2-9x} \text{ เมื่อ } x^2-9x \neq 0$$

$$\frac{x^2-2x-3}{4x^2+5x+1} \text{ เมื่อ } 4x^2+5x+1 \neq 0$$

สำหรับนิพจน์เช่น  $7x+4$  สามารถเขียนได้เป็น  $\frac{7x+4}{1}$  จึงเป็นเศษส่วนของพหุนามเช่นกัน

เศษส่วนของพหุนามที่จะกล่าวต่อไปนี้ให้ถือว่าพหุนามที่เป็นตัวส่วนไม่เท่ากับ 0 ถึงแม้ว่าจะไม่ได้ระบุเงื่อนไขของพหุนามที่เป็นตัวส่วนไว้

พิจารณาเศษส่วนของพหุนาม  $\frac{5x-15}{2x^2-6x}$  ซึ่งเขียนในรูปเศษส่วนของพหุนามอีกแบบหนึ่งได้ดังนี้

$$\begin{aligned}\frac{5x-15}{2x^2-6x} &= \frac{5(x-3)}{2x(x-3)} \\ &= \frac{5}{2x}\end{aligned}$$

เรียก  $\frac{5}{2x}$  ว่าเศษส่วนของพหุนามในรูปผลสำเร็จของ  $\frac{5x-15}{2x^2-6x}$

การเขียนเศษส่วนของพหุนามในรูปผลสำเร็จจะต้องอาศัยความรู้เรื่องการแยกตัวประกอบของพหุนามมาเป็นพื้นฐาน ดังนี้

1. การแยกตัวประกอบโดยใช้สมบัติการแจกแจง
2. การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว
3. การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์
4. การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างกำลังสอง
5. การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสามที่เป็นผลบวกกำลังสาม
6. การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสามที่เป็นผลต่างกำลังสาม

**ตัวอย่างที่ 1** จงยกตัวอย่างเศษส่วนที่เป็นเศษส่วนของพหุนาม 5 ตัวอย่าง

**วิธีทำ**

เศษส่วนที่เป็นเศษส่วนของพหุนามเช่น  $\frac{3}{x-1}$ ,  $\frac{2}{7}$ ,  $\frac{x^2-4}{x-2}$ ,  $\frac{x^3+27}{x^2-3x+9}$ ,  $8x^3-64$

**ตัวอย่างที่ 2** จงเขียนเศษส่วนของพหุนามต่อไปนี้ในรูปผลสำเร็จ

- (1)  $\frac{5x-20}{x-4}$
- (2)  $\frac{x^2+x-30}{x^2+6x}$
- (3)  $\frac{x^3-8}{x^2+x+4}$
- (4)  $\frac{9m^2-n^2}{n^2-2mn-3m^2}$

**วิธีทำ** (1)  $\frac{5x-20}{x-4} = \frac{5(x-4)}{(x-4)} = 5$

(2)  $\frac{x^2+x-30}{x^2+6x} = \frac{(x+6)(x-5)}{x(x+6)} = \frac{x-5}{x}$

(3)  $\frac{x^3-8}{x^2+2x+4} = \frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{x^2+2x+4} = x-2$

(4)  $\frac{9m^2-n^2}{n^2-2mn-3m^2} = \frac{(3m-n)(3m+n)}{(n-3m)(n+m)}$   
 $= \frac{-(n-3m)(3m+n)}{(n-3m)(n+m)}$   
 $= -\frac{3m+n}{m+n}$

### **กิจกรรมการเรียนรู้**

1. ครูแจกใบความรู้เพื่อทบทวนการแยกตัวประกอบของพหุนาม โดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบายและแสดงเหตุผล
2. ครูอธิบายความหมายของเศษส่วนของพหุนาม
3. ครูยกตัวอย่างที่ 1 โดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบายและแสดงเหตุผล
4. ครูให้นักเรียนช่วยกันยกตัวอย่างเศษส่วนของพหุนาม 2-3 ตัวอย่าง
5. ครูยกตัวอย่างที่ 2 โดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบายและแสดงเหตุผล
6. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความหมาย และการเขียนเศษส่วนของพหุนามในรูปผลสำเร็จ โดยใช้การอภิปราย
7. ครูให้นักเรียนทำเอกสารฝึกหัดที่ 1 เมื่อนักเรียนทำเสร็จเรียบร้อยครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยคำตอบ โดยครูตรวจสอบความถูกต้อง
8. ครูให้นักเรียนทำเอกสารฝึกหัดที่ 2 เป็นการบ้าน

### **สื่อการเรียนรู้**

1. ใบความรู้
2. เอกสารฝึกหัดที่ 1 และ 2

### การวัดและการประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการร่วมกิจกรรมการเรียน การสอนและการตอบคำถาม	1. นักเรียนส่วนใหญ่ร่วมกิจกรรมและตอบคำถามได้ถูกต้อง
2. สังเกตจากการทำเอกสารฝึกหัดที่ 1	2. นักเรียนร้อยละ 70 ทำได้ถูกต้อง
3. ตรวจสอบเอกสารฝึกหัดที่ 2	3. นักเรียนร้อยละ 10 ทำข้อ 4 ไม่ถูกต้อง

### บันทึกหลังการสอน

จากการที่ครูแจกใบความรู้เพื่อทบทวนการแยกตัวประกอบของพหุนาม นักเรียนส่วนใหญ่พื้นฐานเรื่องการแยกตัวประกอบโดยเฉพาะการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างกำลังสอง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสามที่เป็นผลต่างกำลังสาม ผลบวกกำลังสาม และกำลังสามสมบูรณ์ ไม่ค่อยดี ครูต้องสอนแบบค่อยเป็นค่อยไปและยกตัวอย่างให้หลากหลายมากขึ้น นักเรียนส่วนใหญ่จึงเข้าใจและทำเอกสารฝึกหัดที่ 1 ได้ถูกต้อง

## ใบความรู้

ชื่อ-นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

### การแยกตัวประกอบของพหุนามที่ใช้เป็นพื้นฐาน

#### 1. การแยกตัวประกอบโดยใช้สมบัติการแจกแจง

สมบัติการแจกแจง กล่าวว่า ถ้า  $a$ ,  $b$  และ  $c$  แทนจำนวนเต็มใดๆ แล้ว

$$a(b + c) = ab + ac \quad \text{หรือ} \quad (b + c)a = ba + ca$$

เราอาจเขียนสมบัติการแจกแจงข้างต้นใหม่เป็นดังนี้

$$ab + ac = a(b + c) \quad \text{หรือ} \quad ba + ca = (b + c)a$$

**ตัวอย่าง** จงแยกตัวประกอบของพหุนามต่อไปนี้

- (1)  $6x - 12$
- (2)  $x^2y + x^3y^2 + xy$
- (3)  $15x^2y - 18xy^2$
- (4)  $m(n + 3) + 5(n + 3)$
- (5)  $ax + by + bx + ay$

**วิธีทำ**

- (1)  $6x - 12 = 6(x - 2)$
- (2)  $x^2y + x^3y^2 + xy = xy(x + x^2y + 1)$
- (3)  $15x^2y - 18xy^2 = 3xy(5x - 6y)$
- (4)  $m(n + 3) + 5(n + 3) = (n + 3)(m + 5)$
- (5)  $ax + by + bx + ay = ax + bx + by + ay$   
 $= (ax + bx) + (by + ay)$   
 $= x(a + b) + y(b + a)$   
 $= (a + b)(x + y)$

#### 2. การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว

**กรณีที่ 1**  $x^2 + bx + c = (x+m)(x+n)$  เมื่อ  $mn = c$  และ  $m+n=b$

**กรณีที่ 2**  $ax^2 + bx + c = (px+m)(qx+n)$  เมื่อ  $pq = a$ ,  $mn=c$  และ  $mq+np = b$

**ตัวอย่าง** จงแยกตัวประกอบของพหุนามต่อไปนี้

- (1)  $x^2 + 5x - 6$
- (2)  $x^2 - 10x + 21$

(3)  $2x^2 - 2x - 4$

(4)  $6y^2 - y - 12$

**วิธีทำ** (1)  $x^2 + 5x - 6 = (x + 6)(x - 1)$

(2)  $x^2 - 10x + 21 = (x - 7)(x - 3)$

(3)  $2x^2 - 2x - 4 = (2x - 4)(x + 1)$

(4)  $6y^2 - y - 12 = (3y + 4)(2y - 3)$

**3. การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์**

$$(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$$

$$(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$$

**ตัวอย่าง** จงแยกตัวประกอบของพหุนามต่อไปนี้

(1)  $x^2 + 6x + 9$

(2)  $(x - 2)^2 + 12(x - 2) + 36$

**วิธีทำ** (1)  $x^2 + 6x + 9 = x^2 + (2)(3)x + 3^2$

$$= (x + 3)^2$$

$$= (x + 3)(x + 3)$$

(2)  $(x - 2)^2 + 12(x - 2) + 36 = (x - 2)^2 + 2(x - 2)(6) + 6^2$

$$= [(x - 2) + 6]^2$$

$$= (x + 4)^2$$

$$= (x + 4)(x + 4)$$

**4. การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างกำลังสอง**

$$A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$$

**ตัวอย่าง** จงแยกตัวประกอบของพหุนามต่อไปนี้

(1)  $x^2 - 9$

(2)  $4x^2 - 9$

**วิธีทำ** (1)  $x^2 - 9 = (x)^2 - (3)^2 = (x + 3)(x - 3)$

(2)  $4x^2 - 9 = (2x)^2 - (3)^2 = (2x + 3)(2x - 3)$

5. การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสามที่เป็นผลบวกกำลังสาม

$$A^3 + B^3 = (A + B)(A^2 - AB + B^2)$$

ตัวอย่าง จงแยกตัวประกอบของพหุนามต่อไปนี้

(1)  $x^3 + 27$

(2)  $8x^3 + 125$

วิธีทำ (1)  $x^3 + 27 = x^3 + 3^3 = (x + 3)(x^2 - 3x + 9)$

(2)  $8x^3 + 125 = (2x)^3 + 5^3 = (2x + 5)(4x^2 - 10x + 25)$

6. การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสามที่เป็นผลต่างกำลังสาม

$$A^3 - B^3 = (A - B)(A^2 + AB + B^2)$$

ตัวอย่าง จงแยกตัวประกอบของพหุนามต่อไปนี้

(1)  $x^3 - 64$

(2)  $27x^3 - 8$

วิธีทำ (1)  $x^3 - 64 = x^3 - 4^3 = (x - 4)(x^2 + 4x + 16)$

(2)  $27x^3 - 8 = (3x)^3 - 2^3 = (3x - 2)(9x^2 + 6x + 4)$

## เอกสารฝึกหัดที่ 1

ชื่อ-นามสกุล..... ชั้น..... เลขที่.....

1. จงยกตัวอย่างเศษส่วนของพหุนาม 5 ตัวอย่าง

.....  
.....

2. จงเขียนเศษส่วนของพหุนามต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปผลสำเร็จ

(1)  $\frac{3x^2y + 6xy^2}{x^2 + 2xy} =$  .....

.....  
.....

(2)  $\frac{2a^2 - 4a}{a^2 - 4} =$  .....

.....  
.....

(3)  $\frac{(e+f)^2 - d^2}{(d+f)^2 - e^2} =$  .....

.....  
.....

(4)  $\frac{2y^2 - 17y + 21}{y^2 - 6y - 7} =$  .....

.....  
.....

(5)  $\frac{a^3 - 1}{a^2 + a + 1} =$  .....

.....  
.....

## เอกสารฝึกหัดที่ 2

ชื่อ-นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

จงเขียนเศษส่วนของพหุนามต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปผลสำเร็จ

1.  $\frac{x-8}{x^2-3x-40} = \dots\dots\dots$

.....

.....

.....

.....

2.  $\frac{x^2+7x+12}{x^2-6x-27} = \dots\dots\dots$

.....

.....

.....

.....

3.  $\frac{2y^2-2}{2y^2+3y+1} = \dots\dots\dots$

.....

.....

.....

.....

4.  $\frac{n^2-m^2}{2m^2+mn-3n^2} = \dots\dots\dots$

.....

.....

.....

.....

5.  $\frac{x^3+125}{x^2-5x+25} = \dots\dots\dots$

.....

.....

.....

## แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

หน่วยการเรียนรู้ เศษส่วนของพหุนาม

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง การคูณเศษส่วนของพหุนาม

เวลา 60 นาที

### สาระสำคัญ

ให้ P, Q, R และ S เป็นพหุนาม โดยที่  $Q \neq 0$  และ  $S \neq 0$  จะได้ว่า  $\frac{P}{Q} \times \frac{R}{S} = \frac{P \times R}{Q \times S}$

นิยามเขียนผลคูณที่ได้ให้เป็นเศษส่วนของพหุนามในรูปผลสำเร็จ

### จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้

นักเรียนสามารถคูณเศษส่วนของพหุนามและเขียนผลลัพธ์เป็นเศษส่วนของพหุนามในรูปผลสำเร็จได้

ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: นักเรียนมีความสามารถในการ

1. แก้ปัญหา
2. ให้เหตุผล
3. เชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์กับคณิตศาสตร์

ด้านคุณลักษณะ: นักเรียนมี

1. ความสนใจและกระตือรือร้น
2. ความกล้าคิดและกล้าแสดงความคิดเห็น
3. ความร่วมมือและความรับผิดชอบ

### สาระการเรียนรู้

การคูณเศษส่วนของพหุนามมีหลักเกณฑ์เช่นเดียวกับการคูณเศษส่วน ดังนี้

ให้ P, Q, R และ S เป็นพหุนาม โดยที่  $Q \neq 0$  และ  $S \neq 0$  จะได้ว่า  $\frac{P}{Q} \times \frac{R}{S} = \frac{P \times R}{Q \times S}$

นิยามเขียนผลคูณที่ได้ให้เป็นเศษส่วนพหุนามในรูปผลสำเร็จ

**ตัวอย่างที่ 1** จงหาผลคูณของ  $\frac{2x^2 - 4x}{x + 3}$  กับ  $\frac{x}{x - 2}$

**วิธีทำ** 
$$\frac{2x^2 - 4x}{x + 3} \times \frac{x}{x - 2} = \frac{(2x^2 - 4x)(x)}{(x + 3)(x - 2)}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{2x(x-2)(x)}{(x+3)(x-2)} \\
 &= \frac{2x(x)}{x+3} \\
 &= \frac{2x^2}{x+3}
 \end{aligned}$$

ตอบ  $\frac{2x^2}{x+3}$

**ตัวอย่างที่ 2** จงหาผลคูณของ  $\frac{x^2-7x+10}{x^2-16}$  กับ  $\frac{x+4}{x-5}$

**วิธีทำ**

$$\begin{aligned}
 \frac{x^2-7x+10}{x^2-16} \times \frac{x+4}{x-5} &= \frac{(x^2-7x+10)(x+4)}{(x^2-16)(x-5)} \\
 &= \frac{(x-2)(x-5)(x+4)}{(x-4)(x+4)(x-5)} \\
 &= \frac{x-2}{x-4}
 \end{aligned}$$

ตอบ  $\frac{x-2}{x-4}$

**ตัวอย่างที่ 3** จงหาผลคูณของ  $\frac{9y^2-24y+16}{2y+5}$  กับ  $\frac{8y^2+14y-15}{-3y^2-5y+12}$

**วิธีทำ**

$$\begin{aligned}
 \frac{9y^2-24y+16}{2y+5} \times \frac{8y^2+14y-15}{-3y^2-5y+12} &= \frac{(9y^2-24y+16)(8y^2+14y-15)}{(2y+5)(-3y^2-5y+12)} \\
 &= \frac{(3y-4)^2(2y+5)(4y-3)}{(2y+5)(-1)(3y^2+5y-12)} \\
 &= \frac{(3y-4)^2(2y+5)(4y-3)}{(2y+5)(-1)(3y-4)(y+3)} \\
 &= \frac{(3y-4)(4y-3)}{(-1)(y+3)} \\
 &= -\frac{(3y-4)(4y-3)}{y+3}
 \end{aligned}$$

ตอบ  $-\frac{(3y-4)(4y-3)}{y+3}$

**ตัวอย่างที่ 4** จงหาผลคูณของ  $\frac{z^3 + 8}{6z^2 + 21z}$  กับ  $\frac{4z^2 - 49}{2z^2 - 3z - 14}$

**วิธีทำ**

$$\begin{aligned} \frac{z^3 + 8}{6z^2 + 21z} \times \frac{4z^2 - 49}{2z^2 - 3z - 14} &= \frac{(z^3 + 8)(4z^2 - 49)}{(6z^2 + 21z)(2z^2 - 3z - 14)} \\ &= \frac{(z + 2)(z^2 - 2z + 4)(2z - 7)(2z + 7)}{3z(2z + 7)(z + 2)(2z - 7)} \\ &= \frac{z^2 - 2z + 4}{3z} \end{aligned}$$

**ตอบ**  $\frac{z^2 - 2z + 4}{3z}$

### กิจกรรมการจัดการเรียนรู้

1. ครูทบทวนการแยกตัวประกอบของพหุนาม การเขียนเศษส่วนของพหุนามในรูปผลสำเร็จ และการคูณเศษส่วน โดยใช้คำถามประกอบการอธิบาย

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd} \quad \text{เมื่อ } b, d \neq 0$$

2. ครูยกตัวอย่างที่ 1 – 3 โดยใช้คำถามตอบประกอบการอธิบายและแสดงเหตุผล

3. ครูเขียนโจทย์ของตัวอย่างที่ 4 บนกระดานแล้วให้นักเรียนช่วยกันทำบนกระดาน และครูแนะ

วิธีการทำ โดยใช้การอภิปราย

4. ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปหลักเกณฑ์การคูณเศษส่วนของพหุนามซึ่งเหมือนกับการคูณเศษส่วนทั่ว ๆ ไป คือ ตัวเศษคูณตัวเศษ และตัวส่วนคูณตัวส่วน

5. ครูให้นักเรียนทำเอกสารฝึกหัดที่ 3 เพื่อตรวจสอบความเข้าใจ เมื่อนักเรียนทำเสร็จเรียบร้อยแล้วครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยคำตอบ

6. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 4.1 ก ข้อ 1 ใหญ่เป็นการบ้าน

### สื่อการเรียนรู้

เอกสารฝึกหัดที่ 3

### การวัดและการประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการร่วมกิจกรรมการเรียนการสอนและการตอบคำถาม	1. นักเรียนร้อยละ 90 ร่วมกิจกรรมและตอบคำถาม ได้ถูกต้อง
2. สังเกตจากการทำเอกสารฝึกหัดที่ 3	2. นักเรียนร้อยละ 85 ทำได้ถูกต้อง
3. ตรวจสอบแบบฝึกหัด 4.1 ก ข้อ 1 ใหญ่	3. นักเรียนร้อยละ 5 ทำข้อ 9 ไม่ถูกต้อง

### บันทึกหลังการสอน

เมื่อครูเปิดโอกาสให้นักเรียนร่วมกันทำโจทย์ของตัวอย่างที่ 4 บนกระดาน นักเรียนส่วนใหญ่มีความกระตือรือร้นในการตอบคำถาม จึงทำให้เกิดเสียงดัง เพราะเป็นตัวอย่างที่นักเรียนสามารถทำได้ไม่ยาก ครูต้องคอยตัดเตือน และควบคุมบรรยากาศในห้องเรียนให้อยู่ในความเรียบร้อย และจากการสังเกตการทำเอกสารฝึกหัดที่ 3 มีนักเรียน 4-5 คน ทำข้อที่ 5 ไม่ได้ ครูจึงอธิบายเป็นรายบุคคล

## เอกสารฝึกหัดที่ 3

ชื่อ-นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

จงหาผลคูณของเศษส่วนของพหุนามต่อไปนี้

1.  $\frac{8m^3}{2m+3} \times \frac{6m^2+9m}{2m^2} =$  .....

.....  
.....

2.  $\frac{x-2}{x} \times \frac{x+3}{x^2-4} =$  .....

.....  
.....

3.  $\frac{x^2-4}{x^2-3x-40} \times \frac{x-8}{x+2} =$  .....

.....  
.....

4.  $\frac{2y^2-y-1}{y^2-3y-4} \times \frac{y-4}{y^2-3y+2} =$  .....

.....  
.....

5.  $\frac{x^3-27}{x^2-x-2} \times \frac{x-2}{x^2+3x+9} =$  .....

.....  
.....

### แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

หน่วยการเรียนรู้ เศษส่วนของพหุนาม

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง การหารเศษส่วนของพหุนาม

เวลา 60 นาที

#### สาระสำคัญ

ให้  $P, Q, R$  และ  $S$  เป็นพหุนาม โดยที่  $Q \neq 0, R \neq 0$  และ  $S \neq 0$  จะได้ว่า  $\frac{P}{Q} \div \frac{R}{S} = \frac{P}{Q} \times \frac{S}{R}$

นิยมเขียนผลหารที่ได้ให้เป็นเศษส่วนของพหุนามในรูปผลสำเร็จ

#### จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้

นักเรียนสามารถหารเศษส่วนของพหุนามและเขียนผลลัพธ์เป็นเศษส่วนของพหุนามในรูปผลสำเร็จได้

ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: นักเรียนมีความสามารถในการ

1. แก้ปัญหา
2. ให้เหตุผล
3. เชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์กับคณิตศาสตร์

ด้านคุณลักษณะ: นักเรียนมี

1. ความสนใจและกระตือรือร้น
2. ความกล้าคิดและกล้าแสดงความคิดเห็น
3. ความร่วมมือและความรับผิดชอบ

#### สาระการเรียนรู้

การหารเศษส่วนของพหุนามมีลักษณะที่เช่นเดียวกับการหารเศษส่วน ดังนี้

ให้  $P, Q, R$  และ  $S$  เป็นพหุนาม โดยที่  $Q \neq 0, R \neq 0$  และ  $S \neq 0$  จะได้ว่า  $\frac{P}{Q} \div \frac{R}{S} = \frac{P}{Q} \times \frac{S}{R}$

นิยมเขียนผลหารที่ได้ให้เป็นเศษส่วนของพหุนามในรูปผลสำเร็จ

**ตัวอย่างที่ 1** จงหาร  $\frac{2y+1}{y^2-6y}$  ด้วย  $\frac{y-1}{5y-30}$

**วิธีทำ**

$$\begin{aligned} \frac{2y+1}{y^2-6y} \div \frac{y-1}{5y-30} &= \frac{2y+1}{y^2-6y} \times \frac{5y-30}{y-1} \\ &= \frac{(2y+1)(5)(y-6)}{y(y-6)(y-1)} \\ &= \frac{5(2y+1)}{y(y-1)} \end{aligned}$$

**ตอบ**  $\frac{5(2y+1)}{y(y-1)}$

**ตัวอย่างที่ 2** จงหาร  $\frac{y^3-36y}{12y^2+2y-30}$  ด้วย  $\frac{4y^2-24y}{2y-3}$

**วิธีทำ**

$$\begin{aligned} \frac{y^3-36y}{12y^2+2y-30} \div \frac{4y^2-24y}{2y-3} &= \frac{y^3-36y}{12y^2+2y-30} \times \frac{2y-3}{4y^2-24y} \\ &= \frac{(y^3-36y)(2y-3)}{(12y^2+2y-30)(4y^2-24y)} \\ &= \frac{y(y^2-36)(2y-3)}{2(6y^2+y-15)(4y)(y-6)} \\ &= \frac{y(y-6)(y+6)(2y-3)}{2(2y-3)(3y+5)(4y)(y-6)} \\ &= \frac{y+6}{8(3y+5)} \end{aligned}$$

**ตอบ**  $\frac{y+6}{8(3y+5)}$

**ตัวอย่างที่ 3** จงหาร  $\frac{x^2-5x+6}{x^2+4x-12}$  ด้วย  $\frac{x^3-27}{x+6}$

**วิธีทำ**

$$\begin{aligned} \frac{x^2-5x+6}{x^2+4x-12} \div \frac{x^3-27}{x+6} &= \frac{x^2-5x+6}{x^2+4x-12} \times \frac{x+6}{x^3-27} \\ &= \frac{(x^2-5x+6)(x+6)}{(x^2+4x-12)(x^3-27)} \\ &= \frac{(x-2)(x-3)(x+6)}{(x+6)(x-2)(x-3)(x^2+3x+9)} \\ &= \frac{1}{x^2+3x+9} \end{aligned}$$

**ตอบ**  $\frac{1}{x^2+3x+9}$

**ตัวอย่างที่ 4** จงหาร  $\frac{x^4 - 625}{x^2 + 2x - 35}$  ด้วย  $\frac{x^3 + 125}{x^2 + 5x - 14}$

**วิธีทำ**

$$\begin{aligned} \frac{x^4 - 625}{x^2 + 2x - 35} \div \frac{x^3 + 125}{x^2 + 5x - 14} &= \frac{x^4 - 625}{x^2 + 2x - 35} \times \frac{x^2 + 5x - 14}{x^3 + 125} \\ &= \frac{(x^4 - 625)(x^2 + 5x - 14)}{(x^2 + 2x - 35)(x^3 + 125)} \\ &= \frac{(x^2 + 25)(x^2 - 25)(x + 7)(x - 2)}{(x + 7)(x - 5)(x + 5)(x^2 - 5x + 25)} \\ &= \frac{(x^2 + 25)(x + 5)(x - 5)(x + 7)(x - 2)}{(x + 7)(x - 5)(x + 5)(x^2 - 5x + 25)} \\ &= \frac{(x^2 + 25)(x - 2)}{x^2 - 5x + 25} \end{aligned}$$

**ตอบ**  $\frac{(x^2 + 25)(x - 2)}{x^2 - 5x + 25}$

**โจทย์พิเศษ**

จงหาผลลัพธ์ต่อไปนี้

1.  $\frac{a^3 - 1}{a^2 - 1} \div \frac{a^2 + a + 1}{a^2 + 5a + 4}$

2.  $\left( \frac{2x + 1}{2x^2 + x - 6} \times \frac{x + 2}{x - 3} \right) \div \frac{x + 5}{2x^2 - 9x + 9}$

### กิจกรรมการจัดการเรียนรู้

1. ครูทบทวนการหารเศษส่วน และการแยกตัวประกอบของพหุนามที่เป็นผลต่างกำลังสอง ผลบวกกำลังสาม และผลต่างกำลังสาม โดยใช้การถามตอบ ดังนี้

การหารเศษส่วน  $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$  เมื่อ  $b, c, d \neq 0$

การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างกำลังสอง

$$A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$$

การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสามที่เป็นผลบวกกำลังสาม

$$A^3 + B^3 = (A + B)(A^2 - AB + B^2)$$

การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสามที่เป็นผลต่างกำลังสาม

$$A^3 - B^3 = (A - B)(A^2 + AB + B^2)$$

2. ครูยกตัวอย่างที่ 1-3 โดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบายและแสดงเหตุผล
3. ครูเขียนโจทย์ของตัวอย่างที่ 4 บนกระดานแล้วให้นักเรียนทำลงในสมุดของตนเอง เมื่อเสร็จแล้วครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยคำตอบ เพื่อตรวจสอบความเข้าใจ
4. ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปหลักการหารเศษส่วนของพหุนามว่ามีวิธีการเดียวกันกับหลักการหารเศษส่วนทั่วไป คือ เปลี่ยนเครื่องหมายจากเครื่องหมายหารเป็นเครื่องหมายคูณ แล้วกลับตัวส่วนเป็นตัวเศษและตัวเศษเป็นตัวส่วน โดยใช้การอภิปราย
5. ครูเขียนโจทย์พิเศษบนกระดานแล้วให้นักเรียนทำลงในสมุดของตนเอง เมื่อเสร็จแล้วครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยคำตอบ
6. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 4.1 ก ข้อ 2 และ 3 ใหญ่เป็นการบ้าน

### สื่อการเรียนรู้

โจทย์พิเศษ

### การวัดและการประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการร่วมกิจกรรมการเรียนการสอนและการตอบคำถาม	1. นักเรียนส่วนใหญ่ร่วมกิจกรรมและตอบคำถามได้ถูกต้อง
2. ตรวจโจทย์พิเศษ	2. นักเรียนร้อยละ 75 ทำได้ถูกต้อง
3. ตรวจแบบฝึกหัด 4.1 ก ข้อ 2 และ 3 ใหญ่	3. นักเรียนร้อยละ 5 ทำข้อ 2.8 ไม่ถูกต้อง

### บันทึกหลังการสอน

เมื่อครูให้นักเรียนทำตัวอย่างที่ 4 ลงในสมุดของตนเอง นักเรียนส่วนใหญ่แยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสี่ที่ต้องจัดให้อยู่ในรูปผลต่างกำลังสองไม่ได้ ครูต้องยกตัวอย่างคู่ขนานและอธิบายแสดงเหตุผล นักเรียนจึงเข้าใจ และทำตัวอย่างที่ 4 ได้ถูกต้อง และเมื่อครูเขียน โจทย์พิเศษข้อที่ 2 บนกระดานแล้วให้นักเรียนทำลงในสมุดของตนเอง ครูต้องบอกให้นักเรียนทำในวงเล็บก่อน เพราะมีนักเรียนบางส่วนไม่เข้าใจ

### แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

หน่วยการเรียนรู้ เศษส่วนของพหุนาม

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง การบวกเศษส่วนของพหุนาม

เวลา 60 นาที

#### สาระสำคัญ

ให้  $P, Q$  และ  $R$  เป็นพหุนาม โดยที่  $Q \neq 0$  จะได้ว่า  $\frac{P}{Q} + \frac{R}{Q} = \frac{P+R}{Q}$

นิยามเขียนผลบวกที่ได้ให้เป็นเศษส่วนของพหุนามในรูปผลสำเร็จ

#### จุดประสงค์การเรียนรู้

##### ด้านความรู้

นักเรียนสามารถบวกเศษส่วนของพหุนามและเขียนผลลัพธ์เป็นเศษส่วนของพหุนามในรูปผลสำเร็จได้

ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: นักเรียนมีความสามารถในการ

1. แก้ปัญหา
2. ให้เหตุผล
3. เชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์กับคณิตศาสตร์

##### ด้านคุณลักษณะ: นักเรียนมี

1. ความสนใจและกระตือรือร้น
2. ความกล้าคิดและกล้าแสดงความคิดเห็น
3. ความร่วมมือและความรับผิดชอบ

#### สาระการเรียนรู้

การบวกเศษส่วนของพหุนามมีหลักเกณฑ์เช่นเดียวกับการบวกเศษส่วน ดังนี้

ให้  $P, Q$  และ  $R$  เป็นพหุนาม โดยที่  $Q \neq 0$  จะได้ว่า  $\frac{P}{Q} + \frac{R}{Q} = \frac{P+R}{Q}$

นิยามเขียนผลบวกที่ได้ให้เป็นเศษส่วนของพหุนามในรูปผลสำเร็จ

**ตัวอย่างที่ 1**

จงหา  $\frac{3}{x-4} + \frac{7}{x}$

**วิธีทำ**

$$\begin{aligned} \frac{3}{x-4} + \frac{7}{x} &= \frac{3x}{x(x-4)} + \frac{7(x-4)}{x(x-4)} \\ &= \frac{3x + 7(x-4)}{x(x-4)} \\ &= \frac{3x + 7x - 28}{x(x-4)} \\ &= \frac{10x - 28}{x(x-4)} \end{aligned}$$

**ตอบ**

$$\frac{10x - 28}{x(x-4)}$$

**ตัวอย่างที่ 2**

จงหา  $(3y+4) + \frac{6y^2+13y+6}{4y^2+12y+9}$

**วิธีทำ**

$$\begin{aligned} (3y+4) + \frac{6y^2+13y+6}{4y^2+12y+9} &= \frac{3y+4}{1} + \frac{(2y+3)(3y+2)}{(2y+3)(2y+3)} \\ &= \frac{3y+4}{1} + \frac{3y+2}{2y+3} \\ &= \frac{(3y+4)(2y+3)}{(2y+3)} + \frac{3y+2}{2y+3} \\ &= \frac{(6y^2+17y+12)+(3y+2)}{2y+3} \\ &= \frac{6y^2+17y+12+3y+2}{2y+3} \\ &= \frac{6y^2+20y+14}{2y+3} \end{aligned}$$

**ตอบ**

$$\frac{6y^2+20y+14}{2y+3}$$

**ตัวอย่างที่ 3**

จงหา  $\frac{10x}{x^2-x-72} + \frac{5}{2x+16}$

**วิธีทำ**

$$\begin{aligned} \frac{10x}{x^2-x-72} + \frac{5}{2x+16} &= \frac{10x}{(x-9)(x+8)} + \frac{5}{2(x+8)} \\ &= \frac{2(10x)}{2(x-9)(x+8)} + \frac{5(x-9)}{2(x+8)(x-9)} \\ &= \frac{2(10x) + 5(x-9)}{2(x-9)(x+8)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{20x + 5x - 45}{2(x-9)(x+8)} \\
 &= \frac{25x - 45}{2(x-9)(x+8)} \\
 &= \frac{5(5x - 9)}{2(x-9)(x+8)}
 \end{aligned}$$

ตอบ  $\frac{5(5x - 9)}{2(x - 9)(x + 8)}$

### กิจกรรมการจัดการเรียนรู้

1. ครูทบทวนเรื่องการหา ค.ร.น. และการบวกเศษส่วน โดยใช้การถามตอบ ดังนี้

**กรณีที่ 1** การบวกเศษส่วนเมื่อตัวส่วนเท่ากัน

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b} \quad \text{เมื่อ } b \neq 0$$

**กรณีที่ 1** การบวกเศษส่วนเมื่อตัวส่วนไม่เท่ากัน

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd} \quad \text{เมื่อ } b, d \neq 0$$

2. ครูให้นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง “ตามหา ค.ร.น.” เพื่อทบทวนเกี่ยวกับการหา ค.ร.น. ของพหุนาม เมื่อนักเรียนทำเสร็จ ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยคำตอบ โดยใช้การถามตอบ
3. ครูยกตัวอย่างที่ 1 โดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบายและแสดงเหตุผล
4. ครูเขียนโจทย์ของตัวอย่างที่ 2 บนกระดานแล้วให้นักเรียนช่วยกันทำบนกระดาน และครูแนะวิธีการทำ โดยใช้การอธิบาย
5. ครูยกตัวอย่างที่ 3 โดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบายและแสดงเหตุผล
6. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปหลักการบวกเศษส่วนของพหุนามว่าถ้าตัวส่วนไม่เท่ากัน ต้องทำตัวส่วนให้เท่ากัน โดยการนำตัวส่วนของทุกจำนวนมาหา ค.ร.น. และถ้าพหุนามใดไม่มีตัวส่วน ให้ถือว่าพหุนามนั้นมีตัวส่วนเป็น 1 เสมอ
7. ครูให้นักเรียนทำเอกสารฝึกหัดที่ 4 เพื่อตรวจสอบความเข้าใจ เมื่อนักเรียนทำเสร็จเรียบร้อย ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยคำตอบ โดยใช้การอธิบาย
8. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 4.1 ข ข้อ 1, 2, 3, 9 เป็นการบ้าน

### สื่อการเรียนรู้

1. ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง “ตามหา ค.ร.น.”
2. เอกสารฝึกหัดที่ 4

### การวัดและการประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการร่วมกิจกรรม การเรียนการสอนและการตอบคำถาม	1. นักเรียนส่วนใหญ่ร่วมกิจกรรมและ ตอบคำถาม ได้ถูกต้อง
2. สังเกตจากการทำใบกิจกรรมที่ 1	2. นักเรียนร้อยละ 70 ทำได้ถูกต้อง
3. สังเกตจากการทำเอกสารฝึกหัดที่ 4	3. นักเรียนร้อยละ 85 ทำได้ถูกต้อง
4. ตรวจสอบแบบฝึกหัด 4.1 ข ข้อ 1, 2, 3, 9	4. นักเรียนร้อยละ 15 ทำข้อ 9 ไม่ถูกต้อง

### บันทึกหลังการสอน

นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการทำใบกิจกรรมที่ 1 นักเรียนส่วนใหญ่มีส่วนร่วมในการตอบคำถามและแสดงความคิดเห็น เมื่อครูสุ่มนักเรียนออกมาทำบนกระดาน นักเรียนสามารถทำได้ถูกต้องตามขั้นตอน เมื่อครูให้นักเรียนทำเอกสารฝึกหัดที่ 4 นักเรียนร้อยละ 85 ทำได้ถูกต้อง แต่มีนักเรียน 5-6 คน ทำข้อ 2 ไม่ได้ ครูจึงต้องอธิบายเป็นรายบุคคล

ใบกิจกรรม “ตามหา ค.ร.น.”

ชื่อ-นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

คำสั่ง จงจัดสมาชิกที่อยู่ในกลุ่มของพหุนาม กลุ่มของการแยกตัวประกอบ กลุ่มของค.ร.น. ให้สอดคล้องกัน แล้วนำไปเขียนในตารางสรุป “ตามหา ค.ร.น.” ให้ถูกต้อง

<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"><math>5ab, 10a^2b, 20ab^2</math></div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"><math>x^2 - 4, x^2 + x - 6</math></div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"><math>6ab, 3(a - b), 9(a + b)</math></div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"><math>x^2 - 5x + 6, x^2 - 2x - 3</math></div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"><math>x^2 - 5x, x^2 - 25</math></div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"><math>x(x - 5)</math> <math>(x - 5)(x + 5)</math></div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"><math>(x - 2)(x - 3)</math> <math>(x - 3)(x + 1)</math></div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"><math>5 \times a \times b</math> <math>2 \times 5 \times a \times a \times b</math> <math>2^2 \times 5 \times a \times b \times b</math></div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"><math>2 \times 3 \times a \times b</math> <math>3 \times (a - b)</math> <math>3^2 \times (a + b)</math></div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"><math>(x - 2)(x + 2)</math> <math>(x - 2)(x + 3)</math></div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"><math>x(x - 5)(x + 5)</math></div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"><math>18ab(a - b)(a + b)</math></div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"><math>(x - 2)(x + 2)(x + 3)</math></div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"><math>(x - 3)(x - 2)(x + 1)</math></div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"><math>20a^2b^2</math></div>
พหุนาม	การแยกตัวประกอบ	ค.ร.น.

ตารางสรุป “ตามหา ค.ร.น.”

ข้อ	พหุนาม	การแยกตัวประกอบ	ค.ร.น.
1	..... ..... ..... .....	..... ..... ..... .....	.....
2	..... ..... ..... .....	..... ..... ..... .....	.....
3	..... ..... ..... .....	..... ..... ..... .....	.....
4	..... ..... ..... .....	..... ..... ..... .....	.....
5	..... ..... ..... .....	..... ..... ..... .....	.....

เอกสารฝึกหัดที่ 4

ชื่อ-นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

1. จงหาผลบวกของเศษส่วนพหุนามต่อไปนี้

1.1  $\frac{4}{x-3} + \frac{3}{x+2} =$  .....

.....

.....

.....

1.2  $\frac{x}{x^2+2x-3} + \frac{4}{5x+15} =$  .....

.....

.....

.....

1.3  $\frac{y+1}{y-2} + \frac{3y^2+5y-2}{2y^2+5y+2} =$  .....

.....

.....

.....

2. จงหา  $\frac{5x-15}{x^2-5x+6} + \left( \frac{x^2-x-2}{x^2+x-2} \div \frac{x-2}{x+2} \right)$

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

## แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5

หน่วยการเรียนรู้ เศษส่วนของพหุนาม

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง การลบเศษส่วนของพหุนาม

เวลา 60 นาที

## สาระสำคัญ

ให้  $P, Q$  และ  $R$  เป็นพหุนาม โดยที่  $Q \neq 0$  จะได้ว่า  $\frac{P}{Q} - \frac{R}{Q} = \frac{P-R}{Q}$

นิยามเขียนผลลบที่ได้ให้เป็นเศษส่วนของพหุนามในรูปผลสำเร็จ

## จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้

นักเรียนสามารถลบเศษส่วนของพหุนามและเขียนผลลัพธ์เป็นเศษส่วนของพหุนามในรูปผลสำเร็จได้

ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: นักเรียนมีความสามารถในการ

1. แก้ปัญหา
2. ให้เหตุผล
3. เชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์กับคณิตศาสตร์

ด้านคุณลักษณะ: นักเรียนมี

1. ความสนใจและกระตือรือร้น
2. ความกล้าคิดและกล้าแสดงความคิดเห็น
3. ความร่วมมือและความรับผิดชอบ

## สาระการเรียนรู้

การลบเศษส่วนของพหุนามมีหลักเกณฑ์เช่นเดียวกับการลบเศษส่วน ดังนี้

ให้  $P, Q$  และ  $R$  เป็นพหุนาม โดยที่  $Q \neq 0$  จะได้ว่า  $\frac{P}{Q} - \frac{R}{Q} = \frac{P-R}{Q}$

นิยามเขียนผลลบที่ได้ให้เป็นเศษส่วนของพหุนามในรูปผลสำเร็จ

**ตัวอย่างที่ 1** จงหา  $\frac{3x}{x-2} - \frac{5}{x+1}$

**วิธีทำ**

$$\begin{aligned} \frac{3x}{x-2} - \frac{5}{x+1} &= \frac{3x(x+1)}{(x-2)(x+1)} - \frac{5(x-2)}{(x-2)(x+1)} \\ &= \frac{3x(x+1) - 5(x-2)}{(x-2)(x+1)} \end{aligned}$$

$$= \frac{3x^2 + 3x - 5x + 10}{(x-2)(x+1)}$$

$$= \frac{3x^2 - 2x + 10}{(x-2)(x+1)}$$

ตอบ  $\frac{3x^2 - 2x + 10}{(x-2)(x+1)}$

ตัวอย่างที่ 2 จงหา  $\frac{2x-3}{x+5} - \frac{x^2-4x-19}{x^2+8x+15}$

วิธีทำ

$$\frac{2x-3}{x+5} - \frac{x^2-4x-19}{x^2+8x+15} = \frac{2x-3}{x+5} - \frac{x^2-4x-19}{(x+5)(x+3)}$$

$$= \frac{(2x-3)(x+3)}{(x+5)(x+3)} - \frac{x^2-4x-19}{(x+5)(x+3)}$$

$$= \frac{2x^2+3x-9-x^2+4x+19}{(x+5)(x+3)}$$

$$= \frac{x^2+7x+10}{(x+5)(x+3)}$$

$$= \frac{(x+5)(x+2)}{(x+5)(x+3)}$$

$$= \frac{x+2}{x+3}$$

ตอบ  $\frac{x+2}{x+3}$

ตัวอย่างที่ 3 จงหา  $\frac{y^2}{y-1} - \frac{2y-3}{1-y}$

วิธีทำ

$$\frac{y^2}{y-1} - \frac{2y-3}{1-y} = \frac{y^2}{y-1} - \frac{2y-3}{-(y-1)}$$

$$= \frac{y^2}{y-1} + \frac{2y-3}{y-1}$$

$$= \frac{y^2+2y-3}{y-1}$$

$$= \frac{(y-1)(y+3)}{y-1}$$

$$= y+3$$

ตอบ  $y+3$

### กิจกรรมการจัดการเรียนรู้

1. ครูทบทวนเรื่องการลบเศษส่วน โดยใช้การถามตอบ ดังนี้

กรณีที่ 1 การลบเศษส่วนเมื่อตัวส่วนเท่ากัน

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b} \quad \text{เมื่อ } b \neq 0$$

กรณีที่ 2 การลบเศษส่วนเมื่อตัวส่วนไม่เท่ากัน

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad-bc}{bd} \quad \text{เมื่อ } b, d \neq 0$$

2. ครูให้นักเรียนทำเอกสารฝึกหัดที่ 5 เพื่อทบทวนเกี่ยวกับการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันแล้วครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยคำตอบ โดยใช้การถามตอบ

3. ครูยกตัวอย่างที่ 1 โดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบายและแสดงเหตุผล

4. ครูเขียนโจทย์ของตัวอย่างที่ 2 บนกระดานและสุ่มเลือกนักเรียนออกมาทำเมื่อนักเรียนเกิดปัญหา ครูแนะนำวิธีการทำ โดยใช้การอภิปราย

5. ครูยกตัวอย่างที่ 3 โดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบายและแสดงเหตุผล

6. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปหลักการลบเศษส่วนของพหุนามซึ่งเหมือนกับการลบเศษส่วนทั่วไป ถ้าตัวส่วนเหมือนกันนำตัวเศษมาลบกันได้เลย แต่ถ้าตัวส่วนไม่เท่ากันจะต้องทำตัวส่วนให้เท่ากันโดยการหา ค.ร.น ของตัวส่วนเช่นเดียวกับการลบเศษส่วนทั่วไป โดยใช้การอภิปราย

7. ครูให้นักเรียนทำเอกสารฝึกหัดที่ 6 เมื่อนักเรียนทำเสร็จแล้ว ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยคำตอบ

8. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 4.1 ข ข้อ 4,5,6,7,8,10 เป็นการบ้าน

### สื่อการเรียนรู้

เอกสารฝึกหัดที่ 5 และ 6

### การวัดและการประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการร่วมกิจกรรมการเรียนการสอนและการตอบคำถาม	1. นักเรียนร้อยละ 95 ร่วมกิจกรรมและตอบคำถามได้ถูกต้อง
2. สังเกตจากการทำเอกสารฝึกหัดที่ 5	2. นักเรียนร้อยละ 80 ทำได้ถูกต้อง
3. สังเกตจากการทำเอกสารฝึกหัดที่ 6	3. นักเรียนร้อยละ 5 ทำข้อ 3 ไม่ถูกต้อง
4. ตรวจสอบแบบฝึกหัด 4.1 ข ข้อ 4,5,6,7,8,10	4. นักเรียนร้อยละ 65 ทำได้ถูกต้อง

### บันทึกหลังการสอน

นักเรียนร้อยละ 95 มีความกระตือรือร้นในการเรียน ตั้งใจและตอบคำถามของตัวอย่างที่ 1-2 ได้ถูกต้อง แต่มีนักเรียน 2-3 คนลืมนิเวศวิทยาหาค.ร.น. ครูจึงทบทวนให้เป็นรายบุคคล หลังจากครูอธิบายตัวอย่างที่ 1-2 เสร็จ และนักเรียนเหล่านั้นก็สามารถเข้าใจตัวอย่างที่ 1-2 ได้ และในตัวอย่างที่ 3 นักเรียนส่วนใหญ่ไม่เข้าใจการดึงตัวร่วมที่ใช้สมบัติการแจกแจง ครูจึงยกตัวอย่างคู่ขนานบนกระดาน นักเรียนถึงจะเข้าใจ เมื่อครูให้นักเรียนทำเอกสารฝึกหัดที่ 6 ครูสังเกตว่านักเรียนส่วนใหญ่ทำได้ถูกต้อง แต่มีนักเรียน 2-3 คนทำข้อ 3 ไม่ถูกต้อง ครูจึงอธิบายเป็นรายบุคคล

เอกสารฝึกหัดที่ 5  
เรื่อง การลบเศษส่วน

ชื่อ-นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

จงแสดงวิธีการหาค่าของ

1.  $\frac{3}{14} - \frac{8}{21} =$  .....

.....

.....

2.  $\frac{a}{15} - \frac{b}{20} =$  .....

.....

.....

3.  $\frac{x+2}{4} - \frac{x-3}{6} =$  .....

.....

.....

4.  $\frac{5}{6y} - \frac{4}{9y} =$  .....

.....

.....

5.  $\frac{3x}{x-2} - \frac{6}{x-2} =$  .....

.....

.....

## เอกสารฝึกหัดที่ 6

ชื่อ-นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

จงหาผลลัพธ์ต่อไปนี้

1.  $\frac{7}{9a^2} - \frac{3}{6a} =$  .....

.....

2.  $\frac{a-2}{a} - \frac{5}{a+3} =$  .....

.....

3.  $\frac{x^2}{x-2} - \frac{3x-2}{2-x} =$  .....

.....

.....

.....

4.  $\frac{1}{x^2-4x+4} - \frac{1}{x^2-4} =$  .....

.....

.....

.....

5.  $\frac{n}{n^2-49} - \frac{2}{3n+21} =$  .....

.....

.....

.....

## แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6

หน่วยการเรียนรู้ เศษส่วนของพหุนาม  
เรื่อง การแก้สมการเศษส่วนของพหุนาม

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3  
เวลา 60 นาที

### สาระสำคัญ

การแก้สมการเศษส่วนของพหุนาม คือ การหาคำตอบของสมการที่อยู่ในรูปเศษส่วนของพหุนาม

### จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้: นักเรียนสามารถ

1. แก้สมการเศษส่วนของพหุนามอย่างง่ายได้
2. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้

ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: นักเรียนมีความสามารถในการ

1. แก้ปัญหา
2. ให้เหตุผล
3. เชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์กับคณิตศาสตร์

ด้านคุณลักษณะ: นักเรียนมี

1. ความสนใจและกระตือรือร้น
2. ความกล้าคิดและกล้าแสดงความคิดเห็น
3. ความร่วมมือและความรับผิดชอบ

### สาระการเรียนรู้

การแก้สมการเศษส่วนของพหุนามก็ทำได้ในทำนองเดียวกันกับการแก้สมการทั่วๆ ไป แต่มีข้อควรระวังคือในการนำพหุนามมาคูณหรือหารทั้งสองข้างของสมการเพื่อให้ตัวส่วนของแต่ละเศษส่วนของพหุนามเป็น 1 พหุนามเหล่านั้นต้องไม่เป็นศูนย์

สมบัติของการเท่ากัน ได้แก่

1. สมบัติสลับมาตร

ให้  $a$  และ  $b$  แทนจำนวนใดๆ

ถ้า  $a = b$  แล้ว  $b = a$

## 2. สมบัติการถ่ายทอด

ให้  $a, b$  และ  $c$  แทนจำนวนใดๆ

ถ้า  $a = b$  และ  $b = c$  แล้ว  $a = c$

## 3. สมบัติการบวก

ให้  $a, b$  และ  $c$  แทนจำนวนใดๆ

ถ้า  $a = b$  แล้ว  $a + c = b + c$

## 4. สมบัติการคูณ

ให้  $a, b$  และ  $c$  แทนจำนวนใดๆ

ถ้า  $a = b$  แล้ว  $ac = bc$

การตรวจสอบคำตอบ คือการนำคำตอบที่ได้จากการแก้สมการมาแทนตัวแปรในสมการ แล้วทำให้สมการนั้นเป็นจริง

**ตัวอย่างที่ 1**

จงแก้สมการ  $\frac{6}{x-5} = \frac{2}{3}$

**วิธีทำ**

$$\frac{6}{x-5} = \frac{2}{3}$$

$$18 = 2(x-5)$$

$$18 = 2x - 10$$

$$28 = 2x$$

$$x = 14$$

**ตรวจสอบ**

แทน  $x$  ด้วย 14 ในสมการ  $\frac{6}{x-5} = \frac{2}{3}$

จะได้

$$\frac{6}{14-5} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{2}{3}$$

เป็นสมการที่เป็นจริง

ดังนั้น 14 เป็นคำตอบของสมการ  $\frac{6}{x-5} = \frac{2}{3}$

ตอบ 14

**ตัวอย่างที่ 2** จงแก้สมการ  $\frac{y-1}{y-3} = \frac{3y}{3y+4}$

**วิธีทำ**  $\frac{y-1}{y-3} = \frac{3y}{3y+4}$

$$(y-1)(3y+4) = 3y(y-3)$$

$$3y^2 + y - 4 = 3y^2 - 9y$$

$$10y = 4$$

$$y = \frac{2}{5}$$

**ตรวจสอบ** แทน  $y$  ด้วย  $\frac{2}{5}$  ในสมการ  $\frac{y-1}{y-3} = \frac{3y}{3y+4}$

จะได้

$$\frac{\frac{2}{5}-1}{\frac{2}{5}-3} = \frac{3 \times \frac{2}{5}}{3 \times \frac{2}{5} + 4}$$

$$\frac{\frac{2}{5}-\frac{5}{5}}{\frac{2}{5}-\frac{15}{5}} = \frac{\frac{6}{5}}{\frac{6}{5}+4}$$

$$\frac{\frac{2-5}{5}}{\frac{2-15}{5}} = \frac{\frac{6}{5}}{\frac{6}{5}+\frac{20}{5}}$$

$$\frac{-\frac{3}{5}}{-\frac{13}{5}} = \frac{\frac{6}{5}}{\frac{26}{5}}$$

$$\frac{3}{5} \times \frac{5}{13} = \frac{6}{5} \times \frac{5}{26}$$

$$\frac{3}{13} = \frac{3}{13}$$

เป็นสมการที่เป็นจริง

ดังนั้น  $\frac{2}{5}$  เป็นคำตอบของสมการ  $\frac{y-1}{y-3} = \frac{3y}{3y+4}$

ตอบ  $\frac{2}{5}$

**ตัวอย่างที่ 3** จงแก้สมการ  $\frac{x+5}{x-3} = \frac{2x}{2x-1}$

**วิธีทำ**  $\frac{x+5}{x-3} = \frac{2x}{2x-1}$

$$(x+5)(2x-1) = 2x(x-3)$$

$$2x^2 - x + 10x - 5 = 2x^2 - 6x$$

$$9x - 5 = -6x$$

$$15x = 5$$

$$x = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

ตรวจสอบ แทน  $x$  ด้วย  $\frac{1}{3}$  ในสมการ  $\frac{x+5}{x-3} = \frac{2x}{2x-1}$

จะได้  $\frac{\frac{1}{3}+5}{\frac{1}{3}-3} = \frac{2\left(\frac{1}{3}\right)}{2\left(\frac{1}{3}\right)-1}$

$$\frac{\frac{1}{3} + \frac{15}{3}}{\frac{1}{3} - \frac{9}{3}} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{2}{3} - \frac{3}{3}}$$

$$\frac{\frac{16}{3}}{\frac{-8}{3}} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{-1}{3}}$$

$$-2 = -2 \quad \text{เป็นสมการที่เป็นจริง}$$

ดังนั้น  $\frac{1}{3}$  เป็นคำตอบของสมการ  $\frac{x+5}{x-3} = \frac{2x}{2x-1}$

ตอบ  $\frac{1}{3}$

### กิจกรรมการจัดการเรียนรู้

1. ครูทบทวนการแก้สมการและการตรวจสอบคำตอบ โดยครูกำหนดสมการ แล้วครูและนักเรียนช่วยกันหาคำตอบพร้อมทั้งตรวจสอบคำตอบ โดยใช้การถามตอบ ดังนี้

จงแก้สมการ  $\frac{x}{15} = \frac{4}{5}$

วิธีทำ  $\frac{x}{15} = \frac{4}{5}$

$$5x = 60$$

$$x = 12$$

ตรวจสอบ แทน  $x$  ด้วย 12 ในสมการ  $\frac{x}{15} = \frac{4}{5}$

จะได้  $\frac{12}{15} = \frac{4}{5}$

$$\frac{4}{5} = \frac{4}{5} \quad \text{เป็นสมการที่เป็นจริง}$$

ดังนั้น 12 เป็นคำตอบของสมการ  $\frac{x}{15} = \frac{4}{5}$

2. ครูยกตัวอย่างที่ 1-2 โดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบายและแสดงเหตุผล
3. ครูเขียนโจทย์ของตัวอย่างที่ 3 บนกระดานแล้วให้นักเรียนทำลงในสมุดของตนเอง เมื่อเสร็จแล้วครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยคำตอบ เพื่อตรวจสอบความเข้าใจ
4. ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปหลักการแก้สมการเศษส่วนของพหุนาม เมื่อกำหนดเศษส่วนของพหุนาม 2 จำนวน โดยใช้การถามตอบประกอบการอภิปราย
5. ครูให้นักเรียนทำเอกสารฝึกหัดที่ 7 เมื่อนักเรียนทำเสร็จเรียบร้อยครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยคำตอบ
6. ครูให้นักเรียนทำเอกสารฝึกหัดที่ 8 เป็นการบ้าน

### สื่อการเรียนรู้

เอกสารฝึกหัดที่ 7-8

### การวัดและการประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการร่วมกิจกรรมการเรียนรู้การสอนและการตอบคำถาม	1. นักเรียนส่วนใหญ่ร่วมกิจกรรมและตอบคำถามได้ถูกต้อง
2. สังเกตจากการทำเอกสารฝึกหัดที่ 7	2. นักเรียนร้อยละ 75 ทำได้ถูกต้อง
3. ตรวจเอกสารฝึกหัดที่ 8	3. นักเรียนร้อยละ 80 ทำได้ถูกต้อง

### บันทึกหลังการสอน

เมื่อครูยกตัวอย่างที่ 2 นักเรียนร้อยละ 90 เข้าใจขั้นตอนการแก้สมการเพื่อหาคำตอบ แต่เมื่อถึงขั้นตอนตรวจสอบคำตอบมีนักเรียน 7-10 คน พื้นฐานเรื่องการบวก ลบ เศษส่วนไม่ดี ครูจึงสอนแบบค่อยเป็นค่อยไป พร้อมทั้งยกตัวอย่างคู่ขนานเรื่องการบวก ลบ เศษส่วนอย่างต่อเนื่อง นักเรียนจึงเข้าใจ และเมื่อครูให้นักเรียนทำเอกสารฝึกหัดที่ 8 ครูสังเกตว่านักเรียนร้อยละ 80 ทำได้ถูกต้อง

เอกสารฝึกหัดที่ 7

ชื่อ-นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

จงแก้สมการต่อไปนี้และตรวจสอบคำตอบ

1.  $\frac{x}{2} = \frac{x+3}{5}$

.....  
 .....  
 .....

ตรวจสอบ

.....  
 .....  
 .....

2.  $\frac{3}{y-4} = \frac{2}{5}$

.....  
 .....  
 .....

ตรวจสอบ

.....  
 .....  
 .....

3.  $\frac{5}{x-1} = \frac{4}{x+3}$

.....  
 .....  
 .....

ตรวจสอบ

.....  
 .....  
 .....

4.  $\frac{b-3}{b+2} = \frac{b}{b-1}$

.....  
 .....  
 .....  
 .....

ตรวจสอบ

.....  
 .....  
 .....  
 .....

เอกสารฝึกหัดที่ 8

ชื่อ-นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

จงแก้สมการต่อไปนี้และตรวจสอบคำตอบ

1.  $\frac{5}{4a+1} = \frac{2}{3a-7}$

.....  
 .....  
 .....

ตรวจสอบ

.....  
 .....  
 .....

2.  $\frac{3}{2a-3} = \frac{-2}{a+1}$

.....  
 .....  
 .....

ตรวจสอบ

.....  
 .....  
 .....

3.  $\frac{x}{-4} = \frac{3}{12x-25}$

.....  
 .....  
 .....

ตรวจสอบ

.....  
 .....  
 .....

4.  $\frac{2x+1}{2x-3} = \frac{x}{x-1}$

.....  
 .....  
 .....  
 .....

ตรวจสอบ

.....  
 .....  
 .....  
 .....

## แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7

หน่วยการเรียนรู้ เศษส่วนของพหุนาม

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง การแก้สมการเศษส่วนของพหุนาม(ต่อ)

เวลา 60 นาที

### สาระสำคัญ

การแก้สมการเศษส่วนของพหุนาม คือ การหาคำตอบของสมการที่อยู่ในรูปเศษส่วนของพหุนาม

### จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้: นักเรียนสามารถ

1. แก้สมการเศษส่วนของพหุนามที่ซับซ้อนได้
2. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้

ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: นักเรียนมีความสามารถในการ

1. แก้ปัญหา
2. ให้เหตุผล
3. เชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์กับคณิตศาสตร์

ด้านคุณลักษณะ: นักเรียนมี

1. ความสนใจและกระตือรือร้น
2. ความกล้าคิดและกล้าแสดงความคิดเห็น
3. ความร่วมมือและความรับผิดชอบ

### สาระการเรียนรู้

การแก้สมการเศษส่วนของพหุนามก็ทำได้ในทำนองเดียวกันกับการแก้สมการทั่วๆ ไป แต่มีข้อควรระวังคือในการนำพหุนามมาคูณหรือหารทั้งสองข้างของสมการเพื่อให้ตัวส่วนของแต่ละเศษส่วนของพหุนามเป็น 1 พหุนามเหล่านั้นต้องไม่เป็นศูนย์

สมบัติของการเท่ากัน ได้แก่

1. สมบัติสมมาตร

ให้  $a$  และ  $b$  แทนจำนวนใดๆ

ถ้า  $a = b$  แล้ว  $b = a$

## 2. สมบัติการถ่ายทอด

ให้  $a, b$  และ  $c$  แทนจำนวนใดๆ

ถ้า  $a = b$  และ  $b = c$  แล้ว  $a = c$

## 3. สมบัติการบวก

ให้  $a, b$  และ  $c$  แทนจำนวนใดๆ

ถ้า  $a = b$  แล้ว  $a + c = b + c$

## 4. สมบัติการคูณ

ให้  $a, b$  และ  $c$  แทนจำนวนใดๆ

ถ้า  $a = b$  แล้ว  $ac = bc$

การตรวจสอบคำตอบ คือการนำคำตอบที่ได้จากการแก้สมการมาแทนตัวแปรในสมการแล้วทำให้สมการนั้นเป็นจริง

**ตัวอย่างที่ 1**

จงแก้สมการ  $\frac{3}{4x} - \frac{2}{5x} = -\frac{2}{5}$

**วิธีทำ**

$$\frac{3}{4x} - \frac{2}{5x} = -\frac{2}{5}$$

ค.ร.น. ของ  $5, 4x, 5x$  คือ  $20x$

นำ  $20x$  มาคูณทั้งสองข้างของสมการโดยที่  $x \neq 0$

จะได้  $\frac{3}{4x} \times 20x - \frac{2}{5x} \times 20x = -\frac{2}{5} \times 20x$

$$15 - 8 = -8x$$

$$8x = -7$$

$$x = \frac{-7}{8}$$

**ตรวจสอบ**

แทน  $x$  ด้วย  $\frac{-7}{8}$  ในสมการ  $\frac{3}{4x} - \frac{2}{5x} = -\frac{2}{5}$

จะได้  $\frac{3}{4\left(\frac{-7}{8}\right)} - \frac{2}{5\left(\frac{-7}{8}\right)} = -\frac{2}{5}$

$$\frac{3}{-\frac{7}{2}} + \frac{16}{35} = -\frac{2}{5}$$

$$\frac{-6}{7} + \frac{16}{35} = -\frac{2}{5}$$

$$\frac{-30}{35} + \frac{16}{35} = -\frac{2}{5}$$

$$-\frac{14}{35} = -\frac{2}{5}$$

$$-\frac{2}{5} = -\frac{2}{5} \text{ เป็นสมการที่เป็นจริง}$$

ดังนั้น  $\frac{-7}{8}$  เป็นคำตอบของสมการ  $\frac{3}{4x} + \frac{2}{5} = \frac{2}{5x}$

ตอบ  $\frac{-7}{8}$

### ตัวอย่างที่ 2

#### วิธีทำ

จงแก้สมการ  $\frac{5}{x-3} - \frac{30}{x^2-9} = 1$

$$\frac{5}{x-3} - \frac{30}{x^2-9} = 1$$

$$\frac{5}{x-3} - \frac{30}{(x-3)(x+3)} = 1$$

ค.ร.น. ของ  $x-3, (x-3)(x+3)$  คือ  $(x-3)(x+3)$

นำ  $(x-3)(x+3)$  มาคูณทั้งสองข้างของสมการ โดยที่  $x-3 \neq 0$  และ  $x+3 \neq 0$  จะได้

$$(x-3)(x+3) \frac{5}{x-3} - (x-3)(x+3) \frac{30}{(x-3)(x+3)} = (x-3)(x+3)$$

$$5(x+3) - 30 = x^2 - 9$$

$$5x + 15 - 30 = x^2 - 9$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x-2)(x-3) = 0$$

แต่  $x-3 \neq 0$

ดังนั้น  $x-2 = 0$

จะได้  $x = 2$

#### ตรวจสอบ

แทน  $x$  ด้วย 2 ในสมการ  $\frac{5}{x-3} - \frac{30}{x^2-9} = 1$

จะได้  $\frac{5}{2-3} - \frac{30}{2^2-9} = 1$

$$\frac{5}{-1} - \frac{30}{-5} = 1$$

$$-5 + 6 = 1$$

$$1 = 1 \text{ เป็นสมการที่เป็นจริง}$$

ดังนั้น 2 เป็นคำตอบของสมการ  $\frac{5}{x-3} - \frac{30}{x^2-9} = 1$

ตอบ 2

**ตัวอย่างที่ 3**

จงแก้สมการ  $\frac{5}{x-6} - \frac{3x}{x^2+2x-48} = \frac{4}{x+8}$

**วิธีทำ**

$$\frac{5}{x-6} - \frac{3x}{x^2+2x-48} = \frac{4}{x+8}$$

$$\frac{5}{x-6} - \frac{3x}{(x-6)(x+8)} = \frac{4}{x+8}$$

ค.ร.น. ของ  $x-6, x+8, (x-6)(x+8)$  คือ  $(x-6)(x+8)$

นำ  $(x-6)(x+8)$  มาคูณทั้งสองข้างของสมการ โดยที่  $x-6 \neq 0$  และ  $x+8 \neq 0$  จะได้

$$(x-6)(x+8)\left(\frac{5}{x-6}\right) - (x-6)(x+8)\left(\frac{3x}{(x-6)(x+8)}\right) = (x-6)(x+8)\left(\frac{4}{x+8}\right)$$

$$5(x+8) - 3x = 4(x-6)$$

$$5x + 40 - 3x = 4x - 24$$

$$2x + 40 = 4x - 24$$

$$2x - 4x = -24 - 40$$

$$-2x = -64$$

$$x = \frac{-64}{-2}$$

$$x = 32$$

**ตรวจสอบ**

แทน  $x$  ด้วย 32 ในสมการ  $\frac{5}{x-6} - \frac{3x}{x^2+2x-48} = \frac{4}{x+8}$

จะได้  $\frac{5}{32-6} - \frac{3 \times 32}{(32)^2 + 2 \times 32 - 48} = \frac{4}{32+8}$

$$\frac{5}{26} - \frac{96}{1040} = \frac{4}{40}$$

$$\frac{200-96}{1040} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{104}{1040} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{10} = \frac{1}{10}$$

เป็นสมการที่เป็นจริง

ดังนั้น 32 เป็นคำตอบของสมการ  $\frac{5}{x-6} - \frac{3x}{x^2+2x-48} = \frac{4}{x+8}$

ตอบ 32

### กิจกรรมการจัดการเรียนรู้

1. ครูทบทวนเรื่องการหาคำตอบของสมการกำลังสองในรูป  $ax^2 + bx + c = 0$  เมื่อ  $a \neq 0$  โดยใช้คำถามประกอบการอธิบาย ดังนี้

**กรณีที่ 1** เมื่อ  $ax^2 + bx + c$  สามารถแยกตัวประกอบได้

$$\begin{aligned}
 & ax^2 + bx + c = 0 \\
 & (px + m)(qx + n) = 0 \quad \text{เมื่อ } pq = a, mn = c, mq + pn = b \\
 & \text{จะได้ } px + m = 0 \quad \text{หรือ} \quad qx + n = 0 \\
 & x = \frac{-m}{p} \quad \text{หรือ} \quad x = \frac{-n}{q}
 \end{aligned}$$

**กรณีที่ 2** เมื่อ  $ax^2 + bx + c$  ไม่สามารถแยกตัวประกอบได้

$$\begin{aligned}
 & ax^2 + bx + c = 0 \\
 & \text{จะได้ } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}
 \end{aligned}$$

2. ครูให้นักเรียนทำเอกสารฝึกหัดที่ 9 เพื่อทบทวนเกี่ยวกับการหาคำตอบของสมการกำลังสอง แล้วครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยคำตอบ โดยใช้การถามตอบ
3. ครูยกตัวอย่างที่ 1-2 โดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบายและแสดงเหตุผล
4. ครูเขียนโจทย์ของตัวอย่างที่ 3 บนกระดานแล้วให้นักเรียนทำลงในสมุดของตนเอง เมื่อเสร็จแล้วครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยคำตอบ เพื่อตรวจสอบความเข้าใจ
5. ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปหลักการแก้สมการเศษส่วนของพหุนาม โดยใช้การอภิปราย
6. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 4.2 เป็นการบ้าน

### สื่อการเรียนรู้

เอกสารฝึกหัดที่ 9

### การวัดและการประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการร่วมกิจกรรมการเรียน การสอนและการตอบคำถาม	1. นักเรียนส่วนใหญ่ร่วมกิจกรรมและตอบคำถามได้ถูกต้อง
2. สังเกตจากการทำเอกสารฝึกหัดที่ 9	2. นักเรียนร้อยละ 5 ทำข้อ 5 ไม่ถูกต้อง
3. ตรวจสอบแบบฝึกหัด 4.2	3. นักเรียนร้อยละ 30 ทำข้อ 17-18 ไม่ถูกต้อง

### บันทึกหลังการสอน

เมื่อครูยกตัวอย่างที่ 1-2 นักเรียนเกือบครึ่งห้อง ลืมวิธีการหา ค.ร.น. ซึ่งเป็นขั้นตอนที่สำคัญ ในการแก้สมการเศษส่วนของพหุนาม ครูจึงทบทวนการหา ค.ร.น. ของพหุนามให้ นักเรียนถึงจะ เข้าใจ และเมื่อครูเขียน โจทย์ของตัวอย่างที่ 3 บนกระดานแล้วให้นักเรียนทำลงในสมุดของตนเอง ครูสังเกตเห็นว่านักเรียนร้อยละ 85 ทำได้ถูกต้องแต่มีนักเรียน 3-5 คนมีปัญหาในขั้นตอนการ ตรวจสอบคำตอบ ครูจึงอธิบายเป็นรายบุคคล

เอกสารฝึกหัดที่ 9  
เรื่อง สมการกำลังสอง

ชื่อ-นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

จงแก้สมการต่อไปนี้

1.  $x^2 + 16x + 15 = 0$

.....

.....

.....

.....

2.  $x^2 - 7x + 12 = 0$

.....

.....

.....

.....

3.  $5x^2 + 4x - 1 = 0$

.....

.....

.....

.....

4.  $x^2 - 81 = 0$

.....

.....

.....

.....

5.  $\frac{1}{2}x^2 + x - 5 = 0$

.....

.....

.....

.....

## แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8

หน่วยการเรียนรู้ เศษส่วนของพหุนาม

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเศษส่วนของพหุนาม

เวลา 60 นาที

### สาระสำคัญ

โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเศษส่วนของพหุนาม เป็นการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่ซับซ้อนขึ้น โดยมีเศษส่วนของพหุนามและการแยกตัวประกอบของพหุนามมาเกี่ยวข้องด้วย

### จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้: นักเรียนสามารถ

1. แก้โจทย์ปัญหาของสมการเศษส่วนของพหุนามเกี่ยวกับกำไร-ขาดทุนได้
2. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้

ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: นักเรียนมีความสามารถในการ

1. แก้ปัญหา
2. ให้เหตุผล
3. สื่อสารสื่อความหมาย
4. เชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์กับคณิตศาสตร์

ด้านคุณลักษณะ: นักเรียนมี

1. ความสนใจและกระตือรือร้น
2. ความกล้าคิดและกล้าแสดงความคิดเห็น
3. ความร่วมมือและความรับผิดชอบ

### สาระการเรียนรู้

โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเศษส่วนของพหุนาม เป็นการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่ซับซ้อนขึ้น โดยมีเศษส่วนของพหุนามและการแยกตัวประกอบของพหุนามมาเกี่ยวข้องด้วย

**ตัวอย่างที่ 1** ช่างตัดเสื้อซื้อผ้ามาจำนวนหนึ่งเป็นเงิน 600 บาท และตัดผ้าเก็บไว้ 5 เมตร ที่เหลือขายไปในราคาสูงกว่าต้นทุนเมตรละ 15 บาท และยังได้กำไร 75 บาท ช่างตัดเสื้อซื้อผ้ากี่เมตร และราคาเมตรละเท่าไร

**วิธีทำ** ให้ช่างตัดเสื้อซื้อผ้ามา  $x$  เมตร

ซื้อมาราคา	$\frac{600}{x}$	บาท
ขายผ้าไป	$x - 5$	เมตร
ขายผ้าไปราคาเมตรละ	$\frac{600}{x} + 15$	บาท

เนื่องจากขายผ้าได้กำไร 75 บาท จะได้สมการเป็น

$$\left(\frac{600}{x} + 15\right)(x - 5) = 600 + 75$$

นำ  $x$  มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้ } x\left(\frac{600}{x} + 15\right)(x - 5) = 675x$$

$$(600 + 15x)(x - 5) = 675x$$

$$600x - 3000 + 15x^2 - 75x = 675x$$

$$15x^2 - 150x - 3000 = 0$$

$$15(x^2 - 10x - 200) = 0$$

$$x^2 - 10x - 200 = 0$$

$$(x - 20)(x + 10) = 0$$

ดังนั้น  $x - 20 = 0$  หรือ  $x + 10 = 0$

จะได้  $x = 20$  หรือ  $x = -10$

**ตรวจสอบ** เนื่องจาก  $x$  แทนความยาวของผ้าที่ช่างตัดเสื้อซื้อผ้ามาซึ่งจะต้องเป็นจำนวนบวก ดังนั้น  $-10$  จึงไม่ใช่ความยาวของผ้า

ถ้าให้ช่างตัดเสื้อซื้อผ้ามา 20 เมตร ราคาเมตรละ  $\frac{600}{20} = 30$  บาท

ช่างตัดเสื้อขายผ้า  $20 - 5 = 15$  เมตร ราคาเมตรละ  $30 + 15 = 45$  บาท

ช่างตัดเสื้อขายผ้าได้เงิน  $15 \times 45 = 675$  บาท

คิดเป็นกำไร  $675 - 600 = 75$  บาท ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

นั่นคือ ช่างตัดเสื้อซื้อผ้ามา 20 เมตร และราคาเมตรละ 30 บาท

**ตอบ** ซื้อผ้ามา 20 เมตร และราคาเมตรละ 30 บาท

**ตัวอย่างที่ 2** สุชาติซื้อลูกแบดมินตันประเภท ข. มาจำนวนหนึ่งเป็นเงิน 1,800 บาท ถ้าสุชาติซื้อลูกแบดมินตันประเภท ก. ราคาจะแพงกว่าประเภท ข. ก่อ่งละ 60 บาท และจะได้ลูกแบดมินตันน้อยลง  $2\frac{1}{2}$  ก่อ่ง ลูกแบดมินตันประเภท ข. ราคา ก่อ่งละเท่าไร

**วิธีทำ** สมมติให้สุชาติซื้อลูกแบดมินตันประเภท ข. มา  $x$  ก่อ่ง

เป็นเงิน 1800 บาท  
 ดังนั้น ลูกแบดมินตันประเภท ข. ราคากล่องละ  $\frac{1800}{x}$  บาท  
 ถ้าสุชาติซื้อลูกแบดมินตันประเภท ก. จะแพงกว่าประเภท ข. กล่องละ 60 บาท  
 และจะได้ลูกแบดมินตันน้อยลง  $2\frac{1}{2} = \frac{5}{2}$  กล่อง  
 ได้ลูกแบดมินตัน  $x - \frac{5}{2}$  กล่อง  
 ดังนั้น ลูกแบดมินตันประเภท ก. ราคากล่องละ  $\frac{1800}{x - \frac{5}{2}}$  บาท

จะได้สมการดังนี้

$$\frac{1800}{x - \frac{5}{2}} - \frac{1800}{x} = 60$$

$$\frac{1800}{2x - 5} - \frac{1800}{x} = 60$$

$$\frac{3600}{2x - 5} - \frac{1800}{x} = 60$$

$$\frac{3600x - 1800(2x - 5)}{x(2x - 5)} = 60$$

$$\frac{3600x - 3600x + 9000}{x(2x - 5)} = 60$$

$$\frac{9000}{2x^2 - 5x} = 60$$

$$150 = 2x^2 - 5x$$

$$2x^2 - 5x - 150 = 0$$

$$(2x + 15)(x - 10) = 0$$

ดังนั้น  $x = 10$  หรือ  $x = -\frac{15}{2} = -7\frac{1}{2}$

**ตรวจสอบ** เนื่องจาก  $x$  แทนจำนวนกล่องของลูกแบดมินตันซึ่งจะต้องเป็นจำนวนบวก  
 ดังนั้น  $-7\frac{1}{2}$  จึงไม่ใช่จำนวนกล่องของลูกแบดมินตัน  
 สุชาติซื้อลูกแบดมินตันประเภท ข. มา 10 กล่อง เป็นเงิน 1800 บาท  
 ดังนั้นสุชาติซื้อลูกแบดมินตันประเภท ข. ราคากล่องละ  $\frac{1800}{10} = 180$  บาท  
 ถ้าซื้อลูกแบดมินตันประเภท ก. ราคาแพงกว่าประเภท ข. กล่องละ 60 บาท  
 ลูกแบดมินตันประเภท ก. ราคากล่องละ  $180 + 60 = 240$  บาท

ซื้อลูกเบดมินตันประเภท ก. ได้  $\frac{1800}{240} = 7\frac{1}{2}$  กล่อง

ได้ลูกเบดมินตันประเภท ก. น้อยกว่าประเภท ข.  $10 - 7\frac{1}{2} = 2\frac{1}{2}$  กล่อง

ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

นั่นคือ สุชาติซื้อลูกเบดมินตันประเภท ข. ราคาถ่วงละ 180 บาท

ตอบ ลูกเบดมินตันประเภท ข. ราคาถ่วงละ 180 บาท

### กิจกรรมการจัดการเรียนรู้

1. ครูทบทวนการเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ โดยใช้การถามตอบ
2. ครูให้นักเรียนทุกคนร่วมทำใบกิจกรรมที่ 2 “ใครคือสัญลักษณ์” เพื่อทบทวนการเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ โดยครูคิดบัตรคำแสดงประโยคสัญลักษณ์ทั้ง 10 ข้อ บนกระดาน โดยกำหนดหมายเลขและไม่ได้เรียงลำดับให้ตรงกับประโยคภาษาในใบกิจกรรมที่ 2 แล้วครูให้นักเรียนอ่านประโยคภาษาจากใบกิจกรรมที่ 2 ทีละข้อ เมื่ออ่านแต่ละข้อเสร็จแล้ว หยุดให้นักเรียนคิด ถ้านักเรียนคนใดคิดได้ก่อนให้ยกมือขึ้นและตอบว่าตรงกับบัตรคำที่เท่าใด ครูตรวจสอบความถูกต้องพร้อมกับแนะนำเมื่อนักเรียนเกิดปัญหา แล้วให้นักเรียนบันทึกคำตอบที่ได้ลงในใบกิจกรรมที่ 2 โดยใช้การอภิปราย
3. ครูอธิบายแนวคิดแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหา ตามแผนผังลำดับขั้นของการแก้ปัญหา
4. ครูยกตัวอย่างที่ 1 โดยใช้แนวคิดแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหา เพื่อให้สอดคล้องกับลำดับขั้นของการแก้ปัญหา โดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบายและแสดงผล
5. ครูเขียนโจทย์ของตัวอย่างที่ 2 บนกระดาน แล้วครูและนักเรียนช่วยกันทำบนกระดาน โดยใช้แนวคิดแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหา เพื่อให้สอดคล้องกับลำดับขั้นของการแก้ปัญหา โดยใช้การถามตอบ
6. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปหลักการแก้โจทย์ปัญหาของสมการเศษส่วนของพหุนามเกี่ยวกับกำไร-ขาดทุน โดยใช้การอภิปราย
7. ครูให้นักเรียนทำเอกสารฝึกหัดที่ 10 และแบบฝึกหัด 4.3 ข้อ 1-3 เป็นการบ้าน

### สื่อการเรียนรู้

1. บัตรคำ
2. ใบกิจกรรมที่ 2
3. แบบฝึกหัดเพิ่มเติมที่ 1

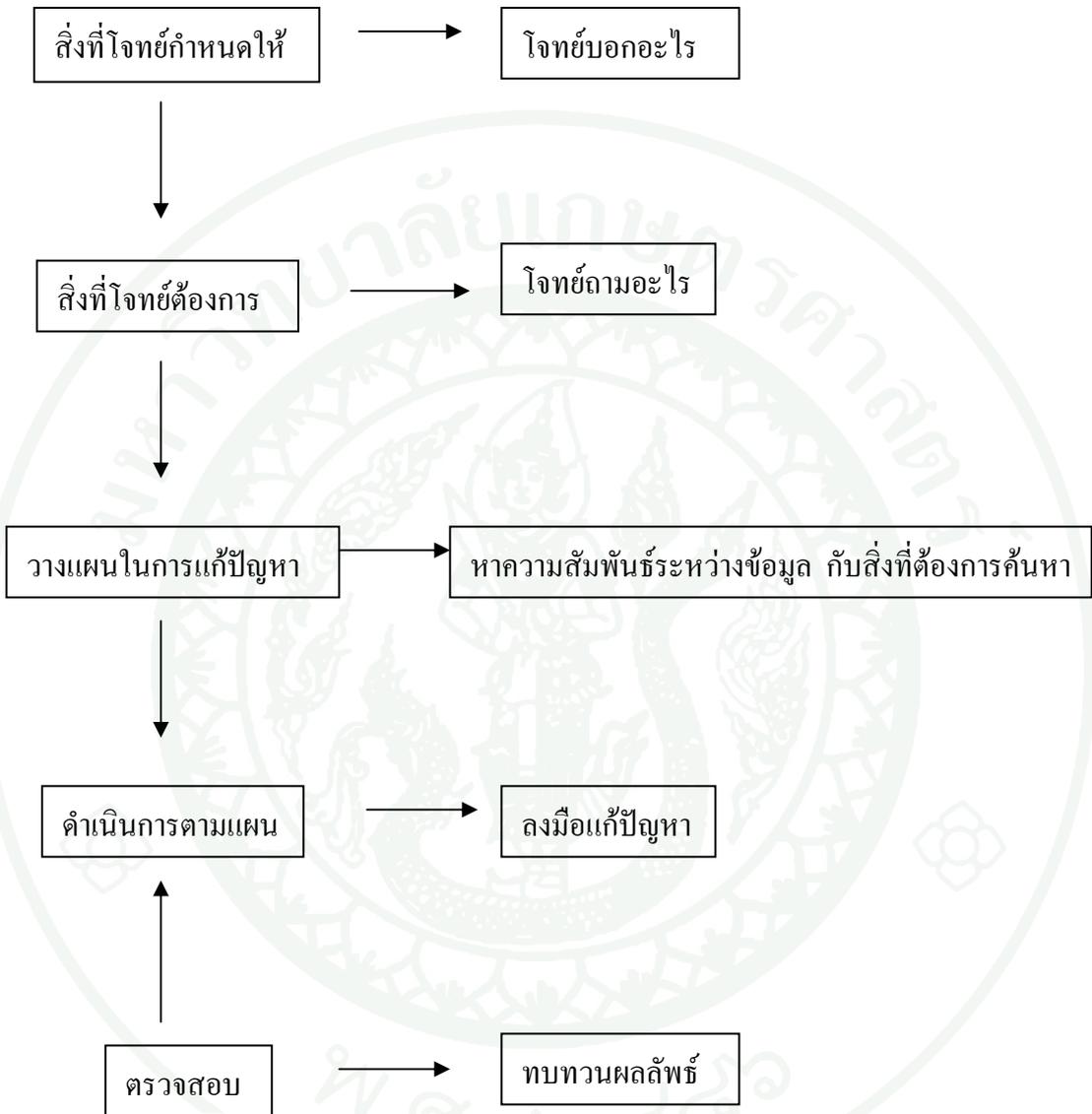
### การวัดและการประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการร่วมกิจกรรมการเรียนรู้การสอนและการตอบคำถาม	1. นักเรียนร้อยละ 85 ร่วมกิจกรรมและตอบคำถามได้ถูกต้อง
2. สังเกตจากการทำใบกิจกรรมที่ 2	2. นักเรียนร้อยละ 80 ทำได้ถูกต้อง
3. ตรวจสอบแบบฝึกหัดเพิ่มเติมที่ 1	3. นักเรียนร้อยละ 70 ทำได้ถูกต้อง
4. ตรวจสอบแบบฝึกหัด 4.3 ข้อ 1-3	4. นักเรียนร้อยละ 5 ทำข้อ 3 ไม่ถูกต้อง

### บันทึกหลังการสอน

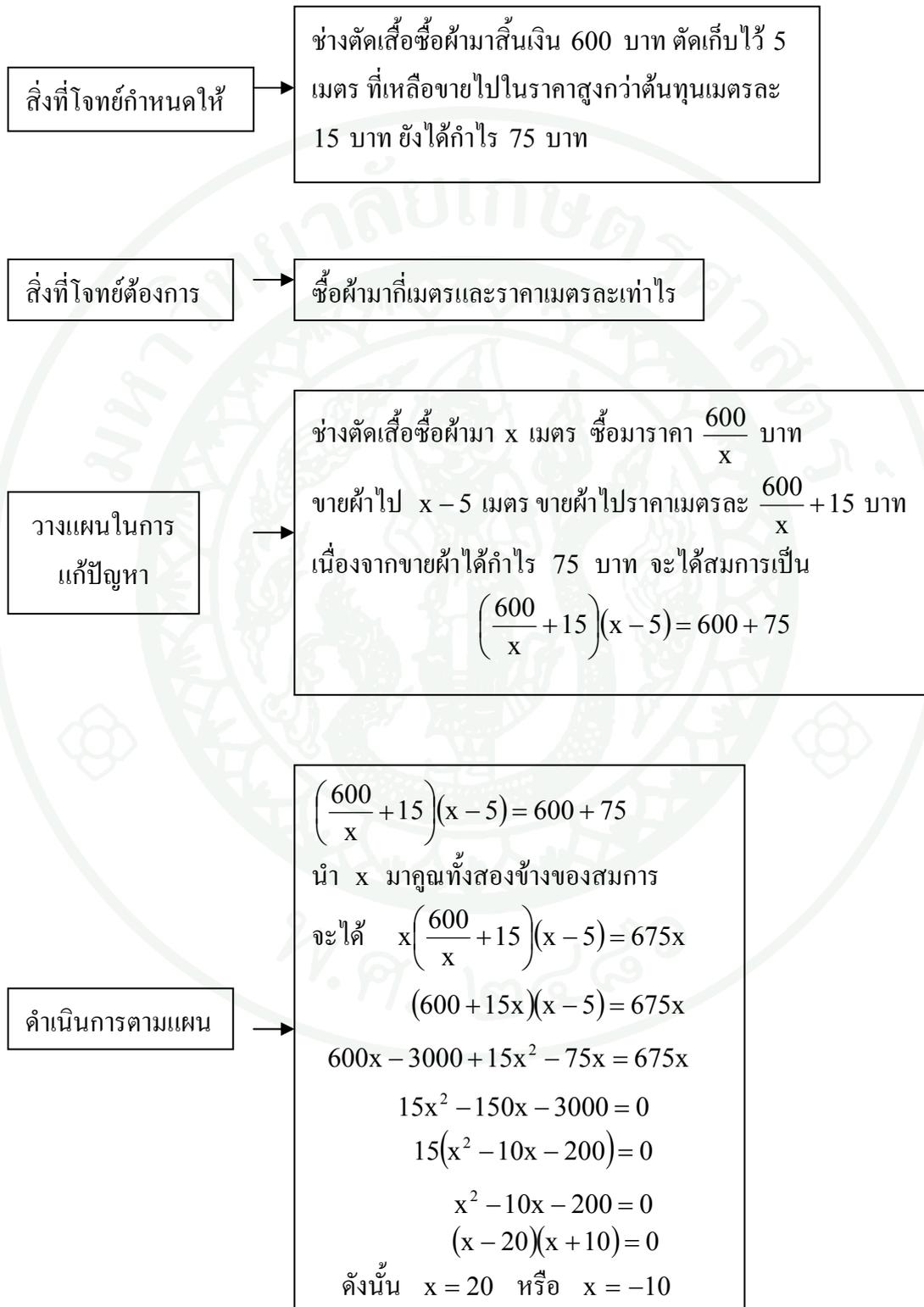
เมื่อครูติดบัตรคำแสดงประโยคสัญลักษณ์ทั้ง 10 ข้อ บนกระดาน โดยกำหนดหมายเลขและไม่ได้เรียงลำดับให้ตรงกับประโยคภาษาในใบกิจกรรมที่ 2 และเมื่อครูให้นักเรียนอ่านประโยคภาษาจากใบกิจกรรมที่ 2 ทีละข้อ เมื่ออ่านแต่ละข้อเสร็จแล้ว หยุดให้นักเรียนคิด ถ้านักเรียนคนใดคิดได้ก่อนให้ยกมือขึ้นและตอบว่าตรงกับบัตรคำที่เท่าใด ครูสังเกตเห็นว่านักเรียนร้อยละ 80 มีความสนใจ กระตือรือร้น ในการร่วมกิจกรรมนี้เป็นอย่างมาก และตอบคำถามได้ถูกต้อง เมื่อครูยกตัวอย่างที่ 1 นักเรียนร้อยละ 50 มีปัญหาในขั้นตอนวางแผนในการแก้ปัญหา ครูจึงต้องเน้นว่า ขายไปเท่ากับต้นทุนบวกกำไร และสอนแบบค่อยเป็นค่อยไป และเมื่อครูเขียนโจทย์ของตัวอย่างที่ 2 บนกระดาน แล้วครูและนักเรียนช่วยกันทำบนกระดาน นักเรียนร้อยละ 70 มีส่วนร่วมในการตอบคำถามดี และเข้าใจในขั้นตอนการแก้ปัญหา ตามแผนผังลำดับขั้นของการแก้ปัญหา

แผนผังลำดับขั้นของการแก้ปัญหา



แนวคิดของตัวอย่างที่ 1

ดำเนินการตามลำดับขั้นของการแก้ปัญหา



ตรวจสอบ →

เนื่องจาก  $x$  แทนความยาวของผ้าที่ช่างตัดเสื้อซื้อผ้ามาซึ่งจะต้องเป็นจำนวนบวก ดังนั้น  $-10$  จึงไม่ใช่ความยาวของผ้า

ถ้าให้ช่างตัดเสื้อซื้อผ้ามา 20 เมตร ราคาเมตรละ  $\frac{600}{20} = 30$  บาท

ช่างตัดเสื้อขายผ้า  $20 - 5 = 15$  เมตร ราคาเมตรละ 45 บาท

ช่างตัดเสื้อขายผ้าได้เงิน  $15 \times 45 = 675$  บาท คิดเป็นกำไร 75 บาท ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

### แนวคิดของตัวอย่างที่ 2

ดำเนินการตามลำดับขั้นของการแก้ปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ →

สุชาติซื้อลูกเบดมินตันประเภท ข. มาจำนวนหนึ่งเป็นเงิน 1,800 บาท

ถ้าสุชาติซื้อลูกเบดมินตันประเภท ก. ราคาจะแพงกว่าประเภท ข. กล่องละ 60 บาท และจะได้ลูกเบดมินตันน้อยลง  $2\frac{1}{2}$  กล่อง

สิ่งที่โจทย์ต้องการ →

ลูกเบดมินตันประเภท ข. ราคา กล่อง

วางแผนในการแก้ปัญหา →

สุชาติซื้อลูกเบดมินตันประเภท ข. มา  $x$  กล่องเป็นเงิน 1,800 บาท

ดังนั้นลูกเบดมินตันประเภท ข. ราคา กล่องละ  $\frac{1800}{x}$  บาท

ถ้าสุชาติซื้อลูกเบดมินตันประเภท ก. จะแพงกว่าประเภท ข. กล่องละ 60 บาท และจะได้ลูกเบดมินตันน้อยลง  $2\frac{1}{2} = \frac{5}{2}$  กล่อง

ได้ลูกเบดมินตัน  $x - \frac{5}{2}$  กล่อง ดังนั้นลูกเบดมินตันประเภท ก. ราคา กล่องละ  $\frac{1800}{x - \frac{5}{2}}$  บาท

จะได้สมการดังนี้  $\frac{1800}{x - \frac{5}{2}} - \frac{1800}{x} = 60$

ดำเนินการตามแผน →

$$\frac{1800}{x - \frac{5}{2}} - \frac{1800}{x} = 60$$

$$\frac{3600}{2x - 5} - \frac{1800}{x} = 60$$

$$\frac{3600x - 1800(2x - 5)}{x(2x - 5)} = 60$$

$$2x^2 - 5x - 150 = 0$$

$$(2x + 15)(x - 10) = 0$$

$$x = 10 \text{ หรือ } x = -\frac{15}{2} = -7\frac{1}{2}$$

ตรวจสอบ →

เนื่องจาก  $x$  แทนจำนวนกล่องของลูกแบดมินตันซึ่งจะต้องเป็นจำนวนบวก จึงเป็น  $-7\frac{1}{2}$  ไม่ได้

→ สุธาติซื้อลูกแบดมินตันประเภท ข. มา 10 กล่อง  
ราคากล่องละ 180 บาท สิ้นเงิน 1800 บาท ถ้าซื้อลูกแบดมินตันประเภท ก. ราคาแพงกว่าประเภท ข. กล่องละ 60 บาท  
ลูกแบดมินตันประเภท ก. ราคากล่องละ  $180 + 60 = 240$  บาท  
ซื้อลูกแบดมินตันประเภท ก. ได้  $\frac{1800}{240} = 7\frac{1}{2}$  กล่อง  
ได้ลูกแบดมินตันประเภท ก. น้อยกว่าประเภท ข.  $10 - 7\frac{1}{2} = 2\frac{1}{2}$  กล่อง ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

## ใบกิจกรรมที่ 2 “ใครคือสัญลักษณ์”

ชื่อ-นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

จงนำประโยคสัญลักษณ์บนกระดานมาบันทึกให้ตรงกับประโยคภาษาที่กำหนดให้ต่อไปนี้

ข้อที่	ประโยคภาษา	ประโยคสัญลักษณ์
1	สามเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งลบด้วยห้าเท่ากับเจ็ด	.....
2	สองในสามของจำนวนฝรั่งที่อยู่ในตะแกรงเท่ากับ 12	.....
3	ผลคูณของ 13 และ $t$ เท่ากับ 169	.....
4	จำนวนจำนวนหนึ่งน้อยกว่า $x$ อยู่ 5 คือ 19	.....
5	จำนวนจำนวนหนึ่งมากกว่า $y$ อยู่ 6 คือ 31	.....
6	ผลคูณของจำนวน 2 จำนวนเป็น 90 และจำนวนหนึ่งเป็น 5	.....
7	งูตัวที่ยาวที่สุดยาวเป็น 2 เท่าของความสูงของธงชัย และงูตัวที่ยาวที่สุดยาว 2.54 เมตร	.....
8	เศษสามส่วนสี่ของจำนวนจำนวนหนึ่งมากกว่า 7 อยู่ 33	.....
9	สองเท่าของผลบวกของจำนวนจำนวนหนึ่งกับ 11 เป็น 48	.....
10	ห้าเท่าของผลต่างของจำนวนจำนวนหนึ่งกับ 3 เท่ากับ 105	.....

## บัตรคำแสดงประโยคสัญลักษณ์

หมายเลข 1  $31 - y = 6$

หมายเลข 2  $2.54 = 2x$

หมายเลข 3  $5x = 90$

หมายเลข 4  $5(x - 3) = 105$

หมายเลข 5  $\frac{3}{4}x - 7 = 33$

หมายเลข 6  $2(x + 11) = 48$

หมายเลข 7  $x - 19 = 5$

หมายเลข 8  $13t = 169$

หมายเลข 9  $\frac{2}{3}x = 12$

หมายเลข 10  $3x - 5 = 7$

แบบฝึกหัดเพิ่มเติมที่ 1

ชื่อ-นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

พ่อค้าซื้อส้มมาทั้งหมดเป็นเงิน 700 บาท เขาขายปลีกไปราคา กิโลกรัมละ 28 บาท ถ้าขายหมดจะได้กำไรพอที่จะซื้อส้มเพิ่มได้อีก 14 กิโลกรัม เดิมพ่อค้าซื้อส้มมาก็ กิโลกรัม

แนวคิดของการแก้ปัญหา

สิ่งที่โจทย์ กำหนดให้	→	..... .....
สิ่งที่โจทย์ ต้องการ	→	.....
วางแผน ในการแก้ปัญหา	→	..... ..... .....
ดำเนินการ ตามแผน	→	..... ..... ..... .....
ตรวจสอบ	→	..... ..... ..... .....



## แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9

หน่วยการเรียนรู้ เศษส่วนของพหุนาม

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเศษส่วนของพหุนาม(ต่อ)

เวลา 60 นาที

### สาระสำคัญ

โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเศษส่วนของพหุนาม เป็นการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่ซับซ้อนขึ้น โดยมีเศษส่วนของพหุนามและการแยกตัวประกอบของพหุนามมาเกี่ยวข้องด้วย

### จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้: นักเรียนสามารถ

1. แก้โจทย์ปัญหาของสมการเศษส่วนของพหุนามเกี่ยวกับระยะทาง เวลา และ อัตราเร็วได้
2. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้

ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: นักเรียนมีความสามารถในการ

1. แก้ปัญหา
2. ให้เหตุผล
3. สื่อสารสื่อความหมาย
4. เชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์กับคณิตศาสตร์

ด้านคุณลักษณะ: นักเรียนมี

1. ความสนใจและกระตือรือร้น
2. ความกล้าคิดและกล้าแสดงความคิดเห็น
3. ความร่วมมือและความรับผิดชอบ

### สาระการเรียนรู้

$$\text{อัตราเร็ว} = \frac{\text{ระยะทาง}}{\text{เวลา}} \quad \text{หรือ} \quad \text{เวลา} = \frac{\text{ระยะทาง}}{\text{อัตราเร็ว}} \quad \text{หรือ} \quad \text{ระยะทาง} = \text{อัตราเร็ว} \times \text{เวลา}$$

**ตัวอย่างที่ 1** ในการบินระยะทาง 600 กิโลเมตรครั้งหนึ่ง เครื่องบินต้องบินช้าลงกว่าปกติ เพราะมีลมต้านและอากาศแปรปรวน เมื่อตรวจสอบแล้วพบว่าอัตราเร็วลดลงจากปกติ 200 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และเสียเวลาเพิ่มขึ้นจากปกติครึ่งชั่วโมง อยากทราบว่าอัตราเร็วของการบินปกติเป็นเท่าใด

**วิธีทำ** ให้เวลาที่ใช้ในการบินปกติเป็น  $x$  ชั่วโมง  
 ดังนั้น อัตราเร็วของการบินปกติเป็น  $\frac{600}{x}$  กิโลเมตรต่อชั่วโมง  
 ในการบินครั้งนี้เสียเวลาเพิ่มขึ้นจากปกติครึ่งชั่วโมง  
 ดังนั้น ในการบินครั้งนี้ใช้เวลา  $x + \frac{1}{2}$  ชั่วโมง  
 นั่นคือ อัตราเร็วของการบินครั้งนี้เป็น  $\frac{600}{x + \frac{1}{2}}$  กิโลเมตรต่อชั่วโมง  
 เนื่องจากอัตราเร็วของการบินครั้งนี้ลดลงจากปกติ 200 กิโลเมตรต่อชั่วโมง  
 จะได้สมการเป็น  $\frac{600}{x} - \frac{600}{x + \frac{1}{2}} = 200$   
 นำ  $x\left(x + \frac{1}{2}\right)$  มาคูณทั้งสองข้างของสมการ โดยที่  $x \neq 0$  และ  $x + \frac{1}{2} \neq 0$   
 จะได้  $600\left(x + \frac{1}{2}\right) - 600x = 200x\left(x + \frac{1}{2}\right)$   
 $600x + 300 - 600x = 200x^2 + 100x$   
 $200x^2 + 100x - 300 = 0$   
 $100(2x^2 + x - 3) = 0$   
 $2x^2 + x - 3 = 0$   
 $(x - 1)(2x + 3) = 0$   
 ดังนั้น  $x - 1 = 0$  หรือ  $2x + 3 = 0$   
 จะได้  $x = 1$  หรือ  $x = -\frac{3}{2}$

**ตรวจสอบ** เนื่องจาก  $x$  แทนเวลาที่ใช้ในการบินซึ่งจะต้องเป็นจำนวนบวก

ดังนั้น  $-\frac{3}{2}$  จึงไม่ใช่เวลาที่ใช้ในการบิน

ถ้าให้เวลาที่ใช้ในการบินปกติเป็น 1 ชั่วโมง

อัตราเร็วของการบินปกติเป็น  $\frac{600}{1} = 600$  กิโลเมตรต่อชั่วโมง

ในการบินครั้งนี้บินด้วยอัตราเร็ว  $600 - 200 = 400$  กิโลเมตรต่อชั่วโมง

เวลาที่ใช้ในการบินครั้งนี้เท่ากับ  $\frac{600}{400} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$  ชั่วโมง

การบินครั้งนี้เสียเวลาเพิ่มขึ้นจากการบินปกติ  $1\frac{1}{2} - 1 = \frac{1}{2}$  ชั่วโมง

ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

ดังนั้น เวลาที่ใช้ในการบินปกติเป็น 1 ชั่วโมง

นั่นคือ อัตราเร็วของการบินปกติเป็น  $\frac{600}{1} = 600$  กิโลเมตรต่อชั่วโมง

ตอบ 600 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

**ตัวอย่างที่ 2** ถ้ารถยนต์คันหนึ่งแล่นจากกรุงเทพมหานครไปกาญจนบุรีด้วยอัตราเร็ว 90 กิโลเมตรต่อชั่วโมง จะต้องถึงกาญจนบุรีเร็วกว่ารถยนต์ที่วิ่งด้วยอัตราเร็ว 80 กิโลเมตรต่อชั่วโมง เป็นเวลา 17 นาที จงหาระยะทางจากกรุงเทพมหานครถึงกาญจนบุรี

<b>วิธีทำ</b>	ให้ระยะทางจากกรุงเทพมหานครถึงกาญจนบุรีเป็น	x	กิโลเมตร
	ถ้ารถยนต์วิ่งด้วยอัตราเร็ว	90	กิโลเมตรต่อชั่วโมง
	จะใช้เวลาทั้งหมด	$\frac{x}{90}$	ชั่วโมง
	ถ้ารถยนต์วิ่งด้วยอัตราเร็ว	80	กิโลเมตรต่อชั่วโมง
	จะใช้เวลาทั้งหมด	$\frac{x}{80}$	ชั่วโมง
	ถึงกาญจนบุรีเข้าไป	17	นาที
	จะได้สมการเป็น	$\frac{x}{80} - \frac{x}{90} = \frac{17}{60}$	
		$\frac{x}{8} - \frac{x}{9} = \frac{17}{6}$	
		$9x - 8x = 17 \times 12$	
		$x = 204$	

**ตรวจสอบ** ระยะทางจากกรุงเทพมหานครถึงกาญจนบุรี 204 กิโลเมตร  
 ถ้ารถยนต์วิ่งด้วยอัตราเร็ว 90 กิโลเมตรต่อชั่วโมง จะใช้เวลา  $\frac{204}{90} = \frac{34}{15}$  ชั่วโมง  
 รถยนต์วิ่งด้วยอัตราเร็ว 80 กิโลเมตรต่อชั่วโมง จะใช้เวลา  $\frac{204}{80} = \frac{51}{20}$  ชั่วโมง  
 รถยนต์คันหลังจะใช้เวลามากกว่าคันแรก  $\frac{51}{20} - \frac{34}{15} = \frac{17}{60}$  ชั่วโมง = 17 นาที  
 ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

นั่นคือ ระยะทางจากกรุงเทพมหานครถึงกาญจนบุรีเป็น 204 กิโลเมตร

ตอบ 204 กิโลเมตร

### กิจกรรมการจัดการเรียนรู้

1. ครูทบทวนแนวคิดแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหา โดยใช้การถามตอบ
2. ครูแสดงภาพการเคลื่อนที่ของรถจักรยานที่สร้างขึ้น โดยโปรแกรม GSP บนโทรทัศน์  
หน้าชั้นเรียนเพื่อประกอบการอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างระยะทาง เวลา และอัตราเร็ว  
โดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย ดังนี้

$$\text{อัตราเร็ว} = \frac{\text{ระยะทาง}}{\text{เวลา}}$$

หรือ

$$\text{เวลา} = \frac{\text{ระยะทาง}}{\text{อัตราเร็ว}}$$

หรือ

$$\text{ระยะทาง} = \text{อัตราเร็ว} \times \text{เวลา}$$

3. ครูยกตัวอย่างที่ 1 และตีภาพประกอบไปพร้อมๆ กับการอ่าน โจทย์  
และใช้แนวคิดแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหา เพื่อให้สอดคล้องกับลำดับขั้นของการแก้ปัญหา  
แล้วแสดงวิธีทำ โดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบายและแสดงเหตุผล
4. ครูเขียนโจทย์ของตัวอย่างที่ 2 บนกระดาน แล้วครูและนักเรียนช่วยกันทำบนกระดาน  
และใช้แนวคิดแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหา เพื่อให้สอดคล้องกับลำดับขั้นของการแก้ปัญหา  
แล้วครูแสดงวิธีทำ โดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย
5. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปหลักการแก้โจทย์ปัญหาของสมการเศษส่วนของพหุนาม  
เกี่ยวกับระยะทาง เวลา และอัตราเร็ว โดยใช้การถามตอบ
6. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติมที่ 1 เพื่อตรวจสอบความเข้าใจ แล้วครูและนักเรียน  
ร่วมกันเฉลยคำตอบ โดยใช้การอธิบาย
7. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติมที่ 2 และแบบฝึกหัด 4.3 ข้อ 4,7,8 เป็นการบ้าน

### สื่อการเรียนรู้

1. แบบฝึกหัดเพิ่มเติมที่ 2-3
2. ภาพสำเร็จรูป เครื่องบิน และรถยนต์
3. โปรแกรม GSP

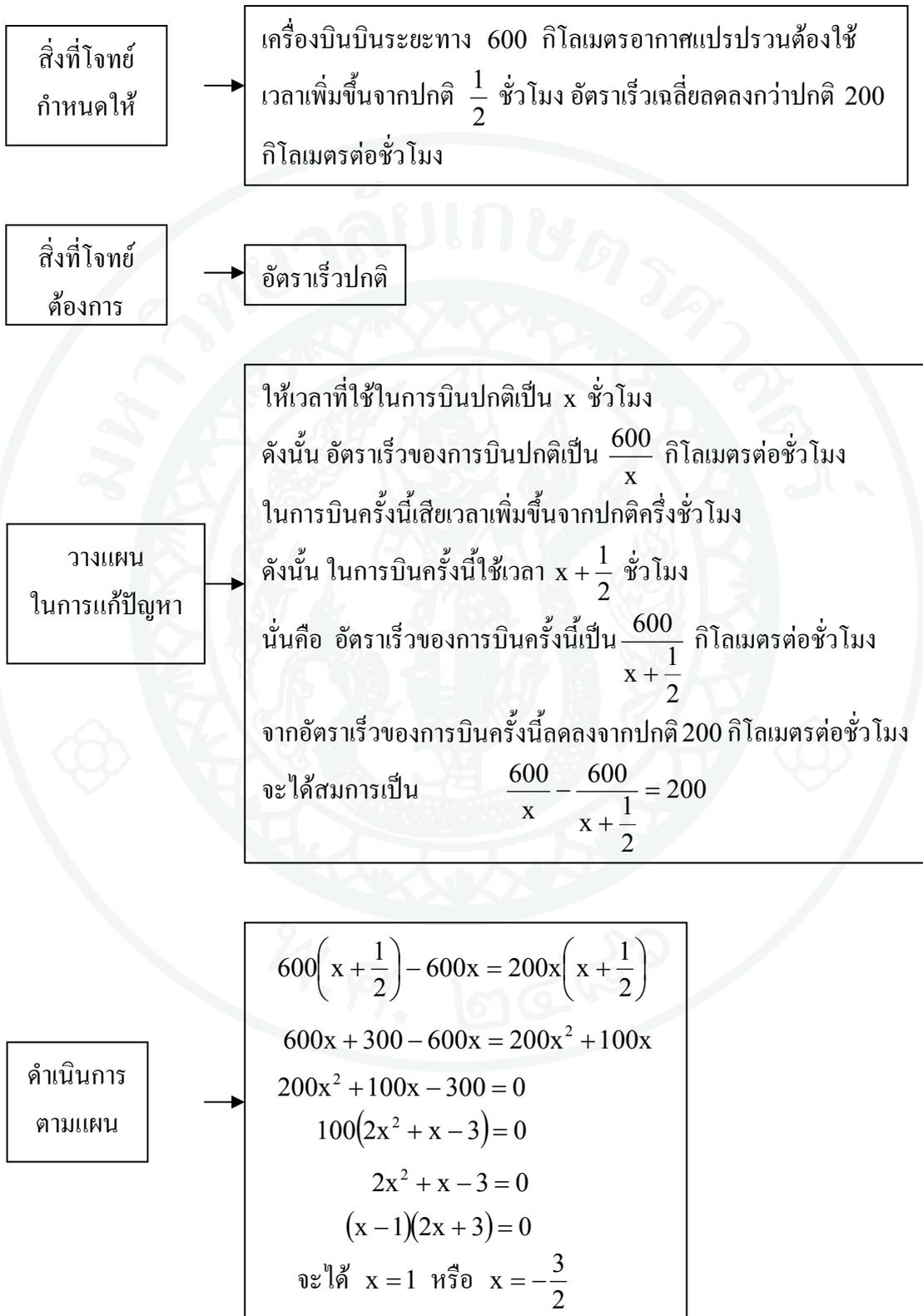
### การวัดและการประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการร่วมกิจกรรมการเรียนการสอนและการตอบคำถาม	1. นักเรียนส่วนใหญ่ร่วมกิจกรรมและตอบคำถาม ได้ถูกต้อง
2. สังเกตจากการทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติมที่ 2	2. นักเรียนร้อยละ 65 ทำได้ถูกต้อง
3. ตรวจแบบฝึกหัดเพิ่มเติมที่ 3	3. นักเรียนร้อยละ 70 ทำได้ถูกต้อง
4. ตรวจแบบฝึกหัด 4.3 ข้อ 4,7,8	4. นักเรียนร้อยละ 5 ทำข้อ 8 ไม่ถูกต้อง

### บันทึกหลังการสอน

เมื่อครูแสดงภาพการเคลื่อนที่ของรถจักรยานที่สร้างขึ้น โดยโปรแกรม GSP บนโทรทัศน์ เพื่อประกอบการอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างระยะทาง เวลา และอัตราเร็ว ครูสังเกตเห็นว่านักเรียนมีความสนใจมาก เพราะเป็นภาพเคลื่อนไหวแบบพลวัต และเมื่อครูให้นักเรียนแบบฝึกหัดเพิ่มเติมที่ 2 ครูสังเกตเห็นว่านักเรียนร้อยละ 90 ตั้งใจทำและทำได้ตามขั้นตอน แต่มีนักเรียน 3-4 คนยังมีปัญหาในขั้นตอนวางแผนในการแก้ปัญหา ครูจึงต้องอธิบายเป็นรายบุคคล

**แนวคิดของตัวอย่างที่ 1**    ดำเนินการตามลำดับขั้นของการแก้ปัญหา



**ตรวจสอบ** →

เนื่องจาก  $x$  แทนเวลาที่ใช้ในการบินซึ่งจะต้องเป็นจำนวนบวก  
 ดังนั้น  $-\frac{3}{2}$  จึงไม่ใช่เวลาที่ใช้ในการบิน  
 ถ้าให้เวลาที่ใช้ในการบินปกติเป็น 1 ชั่วโมง  
 ดังนั้นอัตราเร็วของการบินปกติเป็น  $\frac{600}{1} = 600$  กิโลเมตรต่อชั่วโมง  
 การบินครั้งนี้บินด้วยอัตราเร็ว  $600 - 200 = 400$  กิโลเมตรต่อชั่วโมง  
 เวลาที่ใช้ในการบินครั้งนี้เท่ากับ  $\frac{600}{400} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$  ชั่วโมง  
 การบินครั้งนี้เสียเวลาเพิ่มขึ้นจากการบินปกติ  $1\frac{1}{2} - 1 = \frac{1}{2}$  ชั่วโมง  
 ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

**แนวคิดของตัวอย่างที่ 2**    ดำเนินการตามลำดับขั้นของการแก้ปัญหา

**สิ่งที่โจทย์กำหนดให้** →

รถยนต์คันหนึ่งแล่นจากกรุงเทพมหานครไปกาญจนบุรี  
 ด้วยอัตราเร็ว 90 กิโลเมตรต่อชั่วโมง จะต้องถึงกาญจนบุรี  
 เร็วกว่ารถยนต์ที่วิ่งด้วยอัตราเร็ว 80 กิโลเมตรต่อชั่วโมง  
 เป็นเวลา 17 นาที

**สิ่งที่โจทย์ต้องการ** →

ระยะทางจากกรุงเทพมหานครถึงกาญจนบุรี

**วางแผนในการแก้ปัญหา** →

ให้ระยะทางจากกรุงเทพมหานครถึงกาญจนบุรีเป็น  $x$  กิโลเมตร  
 ถ้ารถยนต์วิ่งด้วยอัตราเร็ว 90 กิโลเมตรต่อชั่วโมง  
 จะใช้เวลาทั้งหมด  $\frac{x}{90}$  ชั่วโมง  
 ถ้ารถยนต์วิ่งด้วยอัตราเร็ว 80 กิโลเมตรต่อชั่วโมง  
 จะใช้เวลาทั้งหมด  $\frac{x}{80}$  ชั่วโมง ถึงกาญจนบุรีเข้าไป 17 นาที  
 จะได้สมการเป็น  $\frac{x}{80} - \frac{x}{90} = \frac{17}{60}$

ดำเนินการ  
ตามแผน

$$\begin{aligned}\frac{x}{80} - \frac{x}{90} &= \frac{17}{60} \\ \frac{x}{8} - \frac{x}{9} &= \frac{17}{6} \\ 9x - 8x &= 17 \times 12 \\ x &= 204\end{aligned}$$

ตรวจสอบ

ระยะทางจากกรุงเทพมหานครถึงกาญจนบุรี 204 กิโลเมตร  
 ถัารถยนต์วิ่งด้วยอัตราเร็ว 90 กิโลเมตรต่อชั่วโมง  
 จะใช้เวลา  $\frac{204}{90} = \frac{34}{15}$  ชั่วโมง  
 ถัารถยนต์วิ่งด้วยอัตราเร็ว 80 กิโลเมตรต่อชั่วโมง  
 จะใช้เวลา  $\frac{204}{80} = \frac{51}{20}$  ชั่วโมง  
 รถยนต์คันหลังใช้เวลามากกว่าคันแรก  $\frac{51}{20} - \frac{34}{15} = \frac{17}{60}$  ชั่วโมง  
 คิดเป็น 17 นาที  
 ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

แบบฝึกหัดเพิ่มเติมที่ 2

ชื่อ-นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

เด็กชายสมยศเดินจากบ้านไปโรงเรียนด้วยอัตราเร็ว 2 กิโลเมตรต่อชั่วโมง จะถึงโรงเรียนก่อนเวลา

4 นาที ถ้าสมยศเดินด้วยอัตราเร็ว  $1\frac{1}{2}$  กิโลเมตรต่อชั่วโมง ก็จะถึงโรงเรียนช้าไป 4 นาที

จงหาระยะทางจากบ้านสมยศถึงโรงเรียน

แนวคิดของการแก้ปัญหา

สิ่งที่โจทย์ กำหนดให้	→	..... .....
--------------------------	---	----------------

สิ่งที่โจทย์ ต้องการ	→	.....
-------------------------	---	-------

วางแผน ในการแก้ปัญหา	→	..... ..... ..... .....
-------------------------	---	----------------------------------

ดำเนินการ ตามแผน	→	..... ..... ..... .....
---------------------	---	----------------------------------

ตรวจสอบ	→	..... ..... ..... .....
---------	---	----------------------------------



แบบฝึกหัดเพิ่มเติมที่ 3

ชื่อ-นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

ศักดิ์และสรรค้อออกเดินทางพร้อมกันในระยะทาง 10 กิโลเมตร ศักดิ์เดินเร็วกว่าสรรคค์ ชั่วโมงละ  $1\frac{1}{2}$  กิโลเมตร ปรากฏว่าศักดิ์ถึงปลายทางก่อนสรรคค์  $1\frac{1}{2}$  ชั่วโมง เขาทั้งสองเดินด้วยอัตราเร็วเท่าไร

แนวคิดของการแก้ปัญหา

<p>สิ่งที่โจทย์กำหนดให้</p>	→	<p>.....</p> <p>.....</p>
<p>สิ่งที่โจทย์ต้องการ</p>	→	<p>.....</p>
<p>วางแผนในการแก้ปัญหา</p>	→	<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>
<p>ดำเนินการตามแผน</p>	→	<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>
<p>ตรวจสอบ</p>	→	<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>



## แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10

หน่วยการเรียนรู้ เศษส่วนของพหุนาม

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเศษส่วนของพหุนาม(ต่อ)

เวลา 60 นาที

### สาระสำคัญ

โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเศษส่วนของพหุนาม เป็นการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่ซับซ้อนขึ้น โดยมีเศษส่วนของพหุนามและการแยกตัวประกอบของพหุนามมาเกี่ยวข้องด้วย

### จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้: นักเรียนสามารถ

1. แก้โจทย์ปัญหาของสมการเศษส่วนของพหุนามเกี่ยวกับกระแสไฟฟ้าได้
2. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้

ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: นักเรียนมีความสามารถในการ

1. แก้ปัญหา
2. ให้เหตุผล
3. สื่อสารสื่อความหมาย
4. เชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์กับคณิตศาสตร์

ด้านคุณลักษณะ: นักเรียนมี

1. ความสนใจและกระตือรือร้น
2. ความกล้าคิดและกล้าแสดงความคิดเห็น
3. ความร่วมมือและความรับผิดชอบ

### สาระการเรียนรู้

อัตราเร็วของเรือที่พายในน้ำนิ่ง = อัตราเร็วของเรือ

อัตราเร็วของเรือที่พายตามน้ำ = อัตราเร็วของเรือ + อัตราเร็วของกระแส

อัตราเร็วของเรือที่พายทวนน้ำ = อัตราเร็วของเรือ - อัตราเร็วของกระแส

**ตัวอย่างที่ 1** ปูยอดพายเรือตามน้ำได้ระยะทาง 5 กิโลเมตร ในช่วงเวลาที่เท่ากัน ปูยอดพายเรือทวนน้ำจะได้ระยะทางเพียง 3 กิโลเมตร ถ้ากระแสน้ำในขณะนั้นมีอัตราเร็ว 2 กิโลเมตรต่อชั่วโมง จงหาอัตราเร็วของเรือ เมื่อปูยอดพายในน้ำนิ่ง

**วิธีทำ** ให้อัตราเร็วของเรือเมื่อพายในน้ำนิ่งเป็น  $x$  กิโลเมตรต่อชั่วโมง  
เนื่องจากกระแสน้ำมีอัตราเร็ว 2 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

ดังนั้น อัตราเร็วของเรือเมื่อพายตามน้ำเป็น  $x + 2$  กิโลเมตรต่อชั่วโมง

และ อัตราเร็วของเรือเมื่อพายทวนน้ำเป็น  $x - 2$  กิโลเมตรต่อชั่วโมง

พายเรือตามน้ำได้ระยะทาง  $x + 2$  กิโลเมตร ใช้เวลา 1 ชั่วโมง

ดังนั้น พายเรือตามน้ำได้ระยะทาง 5 กิโลเมตร ใช้เวลา  $\frac{5}{x + 2}$  ชั่วโมง

พายเรือทวนน้ำได้ระยะทาง  $x - 2$  กิโลเมตร ใช้เวลา 1 ชั่วโมง

ดังนั้น พายเรือทวนน้ำได้ระยะทาง 3 กิโลเมตร ใช้เวลา  $\frac{3}{x - 2}$  ชั่วโมง

เนื่องจากพายเรือตามน้ำได้ระยะทาง 5 กิโลเมตรและพายเรือทวนน้ำได้

ระยะทาง 3 กิโลเมตร ใช้เวลาเท่ากัน

จะได้สมการเป็น  $\frac{5}{x + 2} = \frac{3}{x - 2}$

นำ  $(x + 2)(x - 2)$  มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

จะได้  $5(x - 2) = 3(x + 2)$

$$5x - 10 = 3x + 6$$

$$2x = 16$$

$$x = 8$$

**ตรวจสอบ** ถ้าให้อัตราเร็วของเรือเมื่อพายในน้ำนิ่งเป็น 8 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

อัตราเร็วของเรือเมื่อพายตามน้ำเป็น  $8 + 2 = 10$  กิโลเมตรต่อชั่วโมง

อัตราเร็วของเรือเมื่อพายทวนน้ำเป็น  $8 - 2 = 6$  กิโลเมตรต่อชั่วโมง

พายเรือตามน้ำได้ระยะทาง 5 กิโลเมตร ใช้เวลา  $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$  ชั่วโมง

พายเรือทวนน้ำได้ระยะทาง 3 กิโลเมตร ใช้เวลา  $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$  ชั่วโมง

จะได้ว่า เวลาที่ใช้พายเรือตามน้ำเป็นระยะทาง 5 กิโลเมตรเท่ากับเวลาที่ใช้

พายเรือทวนน้ำเป็นระยะทาง 3 กิโลเมตร ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

นั่นคือ อัตราเร็วของเรือเมื่อพายในน้ำนิ่งเป็น 8 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

**ตอบ** 8 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

**ตัวอย่างที่ 2** เรือยนต์ลำหนึ่งแล่นในน้ำนิ่งด้วยอัตราเร็ว 32 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ถ้าแล่นทวนน้ำเป็นระยะทาง 12 กิโลเมตร แล้วแล่นกลับตามน้ำในระยะเวลาเดียวกันใช้เวลาทั้งสิ้น 48 นาที กระแสน้ำมีอัตราเร็วเท่าไร

<b>วิธีทำ</b>	ให้กระแสน้ำมีอัตราเร็ว	$x$	กิโลเมตรต่อชั่วโมง
	เรือยนต์แล่นในน้ำนิ่งด้วยอัตราเร็ว	32	กิโลเมตรต่อชั่วโมง
	อัตราเร็วของเรือยนต์เมื่อแล่นตามน้ำเป็น	$32 + x$	กิโลเมตรต่อชั่วโมง
	เรือยนต์แล่นตามน้ำเป็นระยะทาง 12 กิโลเมตรใช้เวลาทั้งสิ้น	$\frac{12}{32 + x}$	ชั่วโมง
	อัตราเร็วของเรือยนต์เมื่อแล่นทวนน้ำเป็น	$32 - x$	กิโลเมตรต่อชั่วโมง
	เรือยนต์แล่นทวนน้ำเป็นระยะทาง 12 กิโลเมตรใช้เวลาทั้งสิ้น	$\frac{12}{32 - x}$	ชั่วโมง
	ถ้าเรือยนต์แล่นตามน้ำและทวนน้ำใช้เวลาทั้งสิ้น	48	นาที

$$\text{จะได้สมการเป็น } \frac{12}{32 + x} + \frac{12}{32 - x} = \frac{48}{60}$$

$$\frac{1}{32 + x} + \frac{1}{32 - x} = \frac{4}{60} = \frac{1}{15}$$

นำ  $15(32 + x)(32 - x)$  มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้ } 15(32 - x) + 15(32 + x) = (32 + x)(32 - x)$$

$$480 - 15x + 480 + 15x = 1024 - x^2$$

$$x^2 - 64 = 0$$

$$(x - 8)(x + 8) = 0$$

$$\text{ดังนั้น } x = 8 \quad \text{หรือ} \quad x = -8$$

**ตรวจสอบ** เนื่องจาก  $x$  แทนอัตราเร็วของกระแสน้ำซึ่งจะต้องเป็นจำนวนบวก

ดังนั้น  $-8$  จึงไม่ใช่อัตราเร็วของกระแสน้ำ

ถ้ากระแสน้ำมีอัตราเร็ว 8 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

อัตราเร็วของเรือยนต์เมื่อแล่นตามน้ำเป็น  $32 + 8 = 40$  กิโลเมตรต่อชั่วโมง

ถ้าระยะทาง 12 กิโลเมตร แล่นตามน้ำใช้เวลาทั้งสิ้น  $\frac{12}{40} = \frac{3}{10}$  ชั่วโมง

$$= \frac{3}{10} \times 60 \text{ นาที}$$

$$= 18 \text{ นาที}$$

อัตราเร็วของเรือยนต์เมื่อแล่นทวนน้ำเป็น  $32 - 8 = 24$  กิโลเมตรต่อชั่วโมง

ถ้าระยะทาง 12 กิโลเมตร แล่นทวนน้ำใช้เวลาทั้งสิ้น  $\frac{12}{24} = \frac{1}{2}$  ชั่วโมง

$$= \frac{1}{2} \times 60 \text{ นาที}$$

$$= 30 \text{ นาที}$$

จะได้ว่า เรือยนต์ลำนี้ใช้เวลาในการแล่นตามน้ำและแล่นทวนน้ำทั้งสิ้น 48 นาที ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

นั่นคือ กระแสน้ำมีอัตราเร็ว 8 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

ตอบ 8 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

### กิจกรรมการจัดการเรียนรู้

1. ครูทบทวนแนวคิดแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหา และทบทวนความสัมพันธ์ระหว่าง ระยะทาง เวลา และอัตราเร็ว โดยครูกำหนดสถานการณ์ แล้วครูและนักเรียนช่วยกันแก้ปัญหา โดยใช้การถามตอบ ดังนี้

เรือยนต์ลำหนึ่งแล่นด้วยความเร็ว 13 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ถ้าเรือยนต์แล่นไปด้วย ความเร็วสม่ำเสมอเป็นระยะทาง 52 กิโลเมตร จะใช้เวลานานเท่าไร

วิธีทำ

$$\text{จาก } \text{เวลา} = \frac{\text{ระยะทาง}}{\text{อัตราเร็ว}}$$

ให้เวลาที่เรือลำนี้ใช้แทนด้วย  $x$  ชั่วโมง

$$\text{ดังนั้น } x = \frac{52}{13} = 4 \text{ ชั่วโมง}$$

นั่นคือ เรือลำนี้ใช้เวลาทั้งสิ้น 4 ชั่วโมง

2. ครูแสดงภาพการเคลื่อนที่ของเรือเมื่อพายตามน้ำและทวนน้ำที่สร้างขึ้นโดยโปรแกรม GSP บนโทรทัศน์หน้าชั้นเรียนเพื่อประกอบการอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างอัตราเร็วของ กระแสน้ำ อัตราเร็วของเรือที่พายในน้ำนิ่ง อัตราเร็วของเรือที่พายตามน้ำ และอัตราเร็วของเรือที่พายทวนน้ำ โดยใช้การถามตอบ ดังนี้

อัตราเร็วของเรือที่พายในน้ำนิ่ง = อัตราเร็วของเรือ

อัตราเร็วของเรือที่พายตามน้ำ = อัตราเร็วของเรือ + อัตราเร็วของกระแสน้ำ

อัตราเร็วของเรือที่พายทวนน้ำ = อัตราเร็วของเรือ - อัตราเร็วของกระแสน้ำ

3. ครูยกตัวอย่างที่ 1 และใช้แนวคิดแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหา เพื่อให้สอดคล้องกับลำดับขั้นของการแก้ปัญหา แล้วแสดงวิธีทำ โดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบายและแสดงเหตุผล

4. ครูเขียนโจทย์ของตัวอย่างที่ 2 บนกระดาน แล้วครูและนักเรียนช่วยกันทำบนกระดาน และใช้แนวคิดแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหา เพื่อให้สอดคล้องกับลำดับขั้นของการแก้ปัญหา แล้วแสดงวิธีทำ โดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย

5. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปหลักการแก้โจทย์ปัญหาของสมการเศษส่วนของพหุนามเกี่ยวกับกระแสไฟฟ้า โดยใช้การถามตอบ

6. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติมที่ 4 เพื่อตรวจสอบความเข้าใจ แล้วครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยคำตอบ โดยใช้การอธิบาย

7. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดในหนังสือเรียนหน้า 177 ข้อ 1-3 เป็นการบ้าน

### สื่อการเรียนรู้

1. แบบฝึกหัดเพิ่มเติมที่ 4
2. โปรแกรม GSP

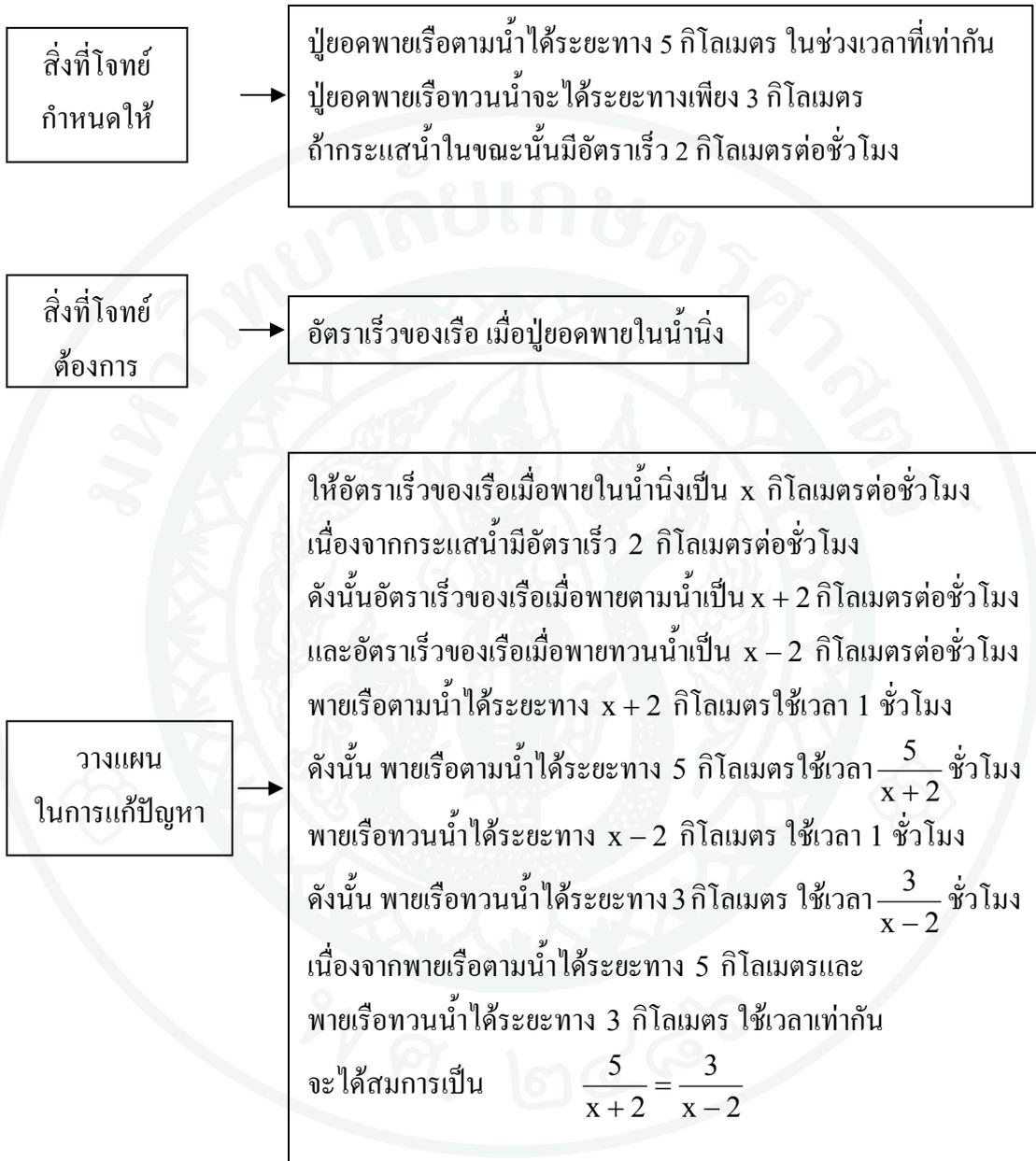
### การวัดและการประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการร่วมกิจกรรมการเรียนการสอนและการตอบคำถาม	1. นักเรียนร้อยละ 90 ร่วมกิจกรรมและตอบคำถามได้ถูกต้อง
2. สังเกตจากการทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติมที่ 4	2. นักเรียนร้อยละ 60 ทำได้ถูกต้อง
3. ตรวจแบบฝึกหัดในหนังสือเรียนหน้า 177 ข้อ 1-3	3. นักเรียนร้อยละ 70 ทำได้ถูกต้อง

### บันทึกหลังการสอน

ครูสังเกตเห็นว่านักเรียนมีความสนใจมาก เมื่อครูแสดงการเคลื่อนที่ของเรือเมื่อพายตามน้ำ และทวนน้ำที่สร้างขึ้นโดยโปรแกรม GSP เมื่อครูยกตัวอย่างที่ 1 ครูสังเกตเห็นว่านักเรียน 10-15 คน มีปัญหาในขั้นตอนวางแผนในการแก้ปัญหา ครูจึงต้องบอกนักเรียนให้สังเกตเสมอว่า โจทย์บอก เวลาหรือระยะทางที่เท่ากันเพื่อเป็นแนวทางในการสร้างสมการ นักเรียนจึงเข้าใจ และเมื่อครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติมที่ 4 ครูสังเกตว่านักเรียนส่วนใหญ่ทำได้ถูกต้อง

**แนวคิดของตัวอย่างที่ 1**    คำเนิการตามลำดับขั้นของการแก้ปัญหา



ดำเนินการ ตามแผน	→	$\frac{5}{x+2} = \frac{3}{x-2}$ $5(x-2) = 3(x+2)$ $5x - 10 = 3x + 6$ $2x = 16$ $x = 8$
ตรวจสอบ	→	<p>ถ้าให้อัตราเร็วของเรือเมื่อพายในน้ำนิ่งเป็น 8 กิโลเมตรต่อชั่วโมง  อัตราเร็วของเรือเมื่อพายตามน้ำเป็น <math>8 + 2 = 10</math> กิโลเมตรต่อชั่วโมง  อัตราเร็วของเรือเมื่อพายทวนน้ำเป็น <math>8 - 2 = 6</math> กิโลเมตรต่อชั่วโมง  พายเรือตามน้ำได้ระยะทาง 5 กิโลเมตร ใช้เวลา <math>\frac{5}{10} = \frac{1}{2}</math> ชั่วโมง  พายเรือทวนน้ำได้ระยะทาง 3 กิโลเมตร ใช้เวลา <math>\frac{3}{6} = \frac{1}{2}</math> ชั่วโมง  จะได้ว่า เวลาที่ใช้พายเรือตามน้ำเป็นระยะทาง 5 กิโลเมตรเท่ากับ  เวลาที่ใช้พายเรือทวนน้ำเป็นระยะทาง 3 กิโลเมตร  ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์</p>

**แนวคิดของตัวอย่างที่ 2** ดำเนินการตามลำดับขั้นของการแก้ปัญหา

สิ่งที่โจทย์ กำหนดให้	→	<p>เรือยนต์ลำหนึ่งแล่นในน้ำนิ่งด้วยอัตราเร็ว 32 กิโลเมตรต่อชั่วโมง  ถ้าแล่นทวนน้ำเป็นระยะทาง 12 กิโลเมตร แล้วแล่นกลับตามน้ำ  ในระยะเวลาเดียวกันใช้เวลาทั้งสิ้น 48 นาที</p>
สิ่งที่โจทย์ ต้องการ	→	อัตราเร็วของกระแสน้ำ

วางแผน  
ในการแก้ปัญหา

ให้กระแสน้ำมีอัตราเร็ว  $x$  กิโลเมตรต่อชั่วโมง  
 เรือยนต์แล่นในน้ำนิ่งด้วยอัตราเร็ว 32 กิโลเมตรต่อชั่วโมง  
 อัตราเร็วของเรือเมื่อแล่นตามน้ำเป็น  $32 + x$  กิโลเมตรต่อชั่วโมง  
 เรือยนต์แล่นตามน้ำเป็นระยะทาง 12 กิโลเมตร  
 ใช้เวลาทั้งสิ้น  $\frac{12}{32 + x}$  ชั่วโมง  
 อัตราเร็วของเรือเมื่อแล่นทวนน้ำเป็น  $32 - x$  กิโลเมตรต่อชั่วโมง  
 เรือยนต์แล่นทวนน้ำเป็นระยะทาง 12 กิโลเมตร  
 ใช้เวลาทั้งสิ้น  $\frac{12}{32 - x}$  ชั่วโมง  
 ถ้าเรือยนต์แล่นตามน้ำและทวนน้ำใช้เวลาทั้งสิ้น 48 นาที  
 จะได้สมการเป็น  $\frac{12}{32 + x} + \frac{12}{32 - x} = \frac{48}{60}$

ดำเนินการ  
ตามแผน

$$\frac{1}{32 + x} + \frac{1}{32 - x} = \frac{4}{60} = \frac{1}{15}$$

$$15(32 - x) + 15(32 + x) = (32 + x)(32 - x)$$

$$480 - 15x + 480 + 15x = 1024 - x^2$$

$$x^2 - 64 = 0$$

$$(x - 8)(x + 8) = 0$$

ดังนั้น  $x = 8$  หรือ  $x = -8$

ตรวจสอบ



เนื่องจาก  $x$  แทนอัตราเร็วของกระแสน้ำซึ่งจะต้องเป็น  
จำนวนบวก ดังนั้น  $-8$  จึงไม่ใช่อัตราเร็วของกระแสน้ำ  
ถ้ากระแสน้ำมีอัตราเร็ว 8 กิโลเมตรต่อชั่วโมง  
อัตราเร็วของเรือเมื่อแล่นตามน้ำเป็น  $32 + 8 = 40$  กิโลเมตรต่อชั่วโมง  
ถ้าระยะทาง 12 กิโลเมตรแล่นตามน้ำใช้เวลาทั้งสิ้น  $\frac{12}{40} = \frac{3}{10}$  ชั่วโมง  
คิดเป็น  $\frac{3}{10} \times 60 = 18$  นาที  
อัตราเร็วของเรือเมื่อแล่นทวนน้ำเป็น  $32 - 8 = 24$  กิโลเมตรต่อชั่วโมง  
ถ้าระยะทาง 12 กิโลเมตรแล่นทวนน้ำใช้เวลาทั้งสิ้น  $\frac{12}{24} = \frac{1}{2}$  ชั่วโมง  
คิดเป็น  $\frac{1}{2} \times 60 = 30$  นาที  
นั่นคือเรือยนต์ลำนี้ใช้เวลาในการแล่นตามน้ำและแล่นทวนน้ำ 48 นาที  
ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

แบบฝึกหัดเพิ่มเติมที่ 4

ชื่อ-นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

เรือยนต์ลำหนึ่งแล่นทวนน้ำเป็นระยะทาง 10 กิโลเมตร แล้วแล่นกลับตามน้ำในระยะทางเดียวกัน ใช้เวลาทั้งไปและกลับ 45 นาที ถ้าเรือยนต์ลำนี้แล่นในน้ำนิ่งด้วยอัตราเร็ว 30 กิโลเมตรต่อชั่วโมง อยากทราบว่ากระแสน้ำมีอัตราเร็วเป็นเท่าใด

แนวคิดของการแก้ปัญหา

สิ่งที่ต้อง กำหนดให้	→	..... .....
สิ่งที่ต้อง ต้องการ	→	.....
วางแผน ในการแก้ปัญหา	→	..... ..... .....
ดำเนินการ ตามแผน	→	..... ..... .....
ตรวจสอบ	→	..... ..... .....



## แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11

หน่วยการเรียนรู้ เศษส่วนของพหุนาม

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเศษส่วนของพหุนาม(ต่อ)

เวลา 60 นาที

### สาระสำคัญ

โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเศษส่วนของพหุนาม เป็นการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่ซับซ้อนขึ้น โดยมีเศษส่วนของพหุนามและการแยกตัวประกอบของพหุนามมาเกี่ยวข้องด้วย

### จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้: นักเรียนสามารถ

1. แก้โจทย์ปัญหาของสมการเศษส่วนของพหุนามเกี่ยวกับแรงงานได้
2. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้

ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: นักเรียนมีความสามารถในการ

1. แก้ปัญหา
2. ให้เหตุผล
3. สื่อสารสื่อความหมาย
4. เชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์กับคณิตศาสตร์

ด้านคุณลักษณะ: นักเรียนมี

1. ความสนใจและกระตือรือร้น
2. ความกล้าคิดและกล้าแสดงความคิดเห็น
3. ความร่วมมือและความรับผิดชอบ

### สาระการเรียนรู้

โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเศษส่วนของพหุนาม เป็นการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่ซับซ้อนขึ้น โดยมีเศษส่วนของพหุนามและการแยกตัวประกอบของพหุนามมาเกี่ยวข้องด้วย

**ตัวอย่างที่ 1** กิจาทำงานอย่างหนึ่งเสร็จในเวลา 2 ชั่วโมง ถ้าน้องชายช่วยทำด้วย งานนั้นจะเสร็จในเวลา  $1\frac{1}{4}$  ชั่วโมง อยากทราบว่าถ้าน้องชายของกิจาทำงานนั้นคนเดียวจะเสร็จในเวลาเท่าใด เมื่อกำหนดว่าทั้งสองคนทำงานด้วยอัตราเร็วสม่ำเสมอ

**วิธีทำ** ให้น้องชายของกิจาทำงานคนเดียวได้งาน 1 หน่วยเสร็จในเวลา  $x$  ชั่วโมง  
นั่นคือ ในเวลา  $x$  ชั่วโมง น้องชายทำงานคนเดียวได้งาน 1 หน่วย

ในเวลา 1 ชั่วโมง น้องชายทำงานคนเดียวได้งาน  $\frac{1}{x}$  หน่วย

เนื่องจากกิจาทำงานคนเดียวได้งาน 1 หน่วยเสร็จในเวลา 2 ชั่วโมง

นั่นคือ ในเวลา 2 ชั่วโมง กิจาทำงานคนเดียวได้งาน 1 หน่วย

ในเวลา 1 ชั่วโมง กิจาทำงานคนเดียวได้งาน  $\frac{1}{2}$  หน่วย

ดังนั้น ในเวลา 1 ชั่วโมง สองคนทำงานได้  $\frac{1}{x} + \frac{1}{2} = \frac{2+x}{2x}$  หน่วย

งาน  $\frac{2+x}{2x}$  หน่วย สองคนช่วยกันทำในเวลา 1 ชั่วโมง

งาน 1 หน่วย สองคนช่วยกันทำในเวลา  $\frac{2x}{2+x}$  ชั่วโมง

เนื่องจาก กิจาและน้องชายช่วยกันทำงานเสร็จในเวลา  $1\frac{1}{4} = \frac{5}{4}$  ชั่วโมง

จะได้สมการเป็น  $\frac{2x}{2+x} = \frac{5}{4}$

นำ  $4(2+x)$  มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

จะได้  $8x = 5(2+x)$

$$8x = 10 + 5x$$

$$3x = 10$$

$$x = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$$

**ตรวจสอบ** ถ้าให้น้องชายทำงานคนเดียวจะเสร็จในเวลา  $3\frac{1}{3}$  ชั่วโมง

ในเวลา 1 ชั่วโมง น้องชายทำงานคนเดียวได้งาน  $\frac{1}{3\frac{1}{3}} = \frac{3}{10}$  หน่วย

ในเวลา  $\frac{5}{4}$  ชั่วโมง น้องชายทำงานคนเดียวได้งาน  $\frac{3}{10} \times \frac{5}{4} = \frac{3}{8}$  หน่วย

ในเวลา  $\frac{5}{4}$  ชั่วโมง กิจาทำงานคนเดียวได้งาน  $\frac{1}{2} \times \frac{5}{4} = \frac{5}{8}$  หน่วย

ดังนั้น กิจจาและน้องชายช่วยกันทำงาน  $\frac{3}{8} + \frac{5}{8} = 1$  หน่วยในเวลา  $1\frac{1}{4}$  ชั่วโมง

ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

นั่นคือ น้องชายของกิจจาทำงานคนเดียวจะเสร็จในเวลา  $3\frac{1}{3}$  ชั่วโมง

ตอบ  $3\frac{1}{3}$  ชั่วโมง

**ตัวอย่างที่ 2** คนงานหญิง 9 คนกับคนงานชาย 6 คน ทำงานอย่างหนึ่งเสร็จในเวลา 2 ชั่วโมง ถ้าคนงานหญิง 5 คนกับคนงานชาย 7 คน ทำงานอย่างเดียวกันจะเสร็จในเวลา 3 ชั่วโมง อยากทราบว่าคนงานหญิงคนเดียวทำงานนั้นจะเสร็จในเวลากี่ชั่วโมง

**วิธีทำ** ให้คนงานหญิง 1 คน ทำงาน 1 หน่วย เสร็จในเวลา  $x$  ชั่วโมง

เวลา 1 ชั่วโมง คนงานหญิง 1 คน ทำงานได้  $\frac{1}{x}$  หน่วย

เวลา 1 ชั่วโมง คนงานหญิง 9 คน ทำงานได้  $\frac{9}{x}$  หน่วย

คนงานหญิง 9 คน กับคนงานชาย 6 คน ทำงาน 2 ชั่วโมง ได้งาน 1 หน่วย

คนงานหญิง 9 คน กับคนงานชาย 6 คน ทำงาน 1 ชั่วโมง ได้งาน  $\frac{1}{2}$  หน่วย

ดังนั้น คนงานชาย 6 คน ทำงาน 1 ชั่วโมง ได้งาน  $\frac{1}{2} - \frac{9}{x} = \frac{x-18}{2x}$  หน่วย

คนงานชาย 6 คน ทำงาน 3 ชั่วโมง ได้งาน  $3\left(\frac{x-18}{2x}\right)$  หน่วย

คนงานชาย 7 คน ทำงาน 3 ชั่วโมง ได้งาน  $3 \times \frac{7}{6} \times \left(\frac{x-18}{2x}\right) = 7\left(\frac{x-18}{4x}\right)$  หน่วย

คนงานหญิง 9 คน ทำงาน 3 ชั่วโมง ได้งาน  $\frac{3 \times 9}{x} = \frac{27}{x}$  หน่วย

คนงานหญิง 5 คน ทำงาน 3 ชั่วโมง ได้งาน  $\frac{27}{x} \times \frac{5}{9} = \frac{15}{x}$  หน่วย

จะได้สมการเป็น  $7\left(\frac{x-18}{4x}\right) + \frac{15}{x} = 1$

$$7x - 126 + 60 = 4x$$

$$3x = 66$$

$$x = 22$$

**ตรวจสอบ** คนงานหญิง 1 คน ทำงานเสร็จในเวลา 22 ชั่วโมง

คนงานหญิง 9 คน ทำงาน 1 ชั่วโมง ได้งาน  $\frac{9}{22}$  หน่วย

คนงานหญิง 9 คน ทำงาน 3 ชั่วโมง ได้งาน  $3 \times \frac{9}{22} = \frac{27}{22}$  หน่วย

คนงานหญิง 5 คน ทำงาน 3 ชั่วโมง ได้งาน  $\frac{27}{22} \times \frac{5}{9} = \frac{15}{22}$  หน่วย

คนงานหญิง 9 คน กับคนงานชาย 6 คน ทำงาน 1 ชั่วโมง ได้งาน  $\frac{1}{2}$  หน่วย

คนงานชาย 6 คน ทำงาน 1 ชั่วโมง ได้งาน  $\frac{1}{2} - \frac{9}{22} = \frac{2}{22} = \frac{1}{11}$  หน่วย

คนงานชาย 6 คน ทำงาน 3 ชั่วโมง ได้งาน  $3 \left( \frac{1}{11} \right) = \frac{3}{11}$  หน่วย

คนงานชาย 7 คน ทำงาน 3 ชั่วโมง ได้งาน  $\frac{7}{6} \times \frac{3}{11} = \frac{7}{22}$  หน่วย

คนงานหญิง 5 คนกับคนงานชาย 7 คน ช่วยกันทำงาน 3 ชั่วโมง

ได้งาน  $\frac{15}{22} + \frac{7}{22} = 1$  หน่วย

ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

นั่นคือ คนงานหญิงคนเดียวจะทำงานเสร็จในเวลา 22 ชั่วโมง

ตอบ 22 ชั่วโมง

### กิจกรรมการจัดการเรียนรู้

1. ครูทบทวนแนวคิดแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหา โดยใช้การถามตอบ
2. ครูยกตัวอย่างที่ 1 และใช้แนวคิดแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหา เพื่อให้สอดคล้องกับลำดับขั้นของการแก้ปัญหาแล้วแสดงวิธีทำโดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบายและแสดงเหตุผล
3. ครูเขียนโจทย์ของตัวอย่างที่ 2 บนกระดาน แล้วครูและนักเรียนช่วยกันทำบนกระดาน และใช้แนวคิดแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหา เพื่อให้สอดคล้องกับลำดับขั้นของการแก้ปัญหา โดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย
4. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปหลักการแก้โจทย์ปัญหาของสมการเศษส่วนของพหุนามเกี่ยวกับแรงงาน โดยใช้การอธิบาย
5. ครูให้นักเรียนทำบัตรโจทย์ปัญหาเรื่องแรงงานเป็นการบ้าน

### สื่อการเรียนรู้

บัตรโจทย์ปัญหาเรื่องแรงงาน

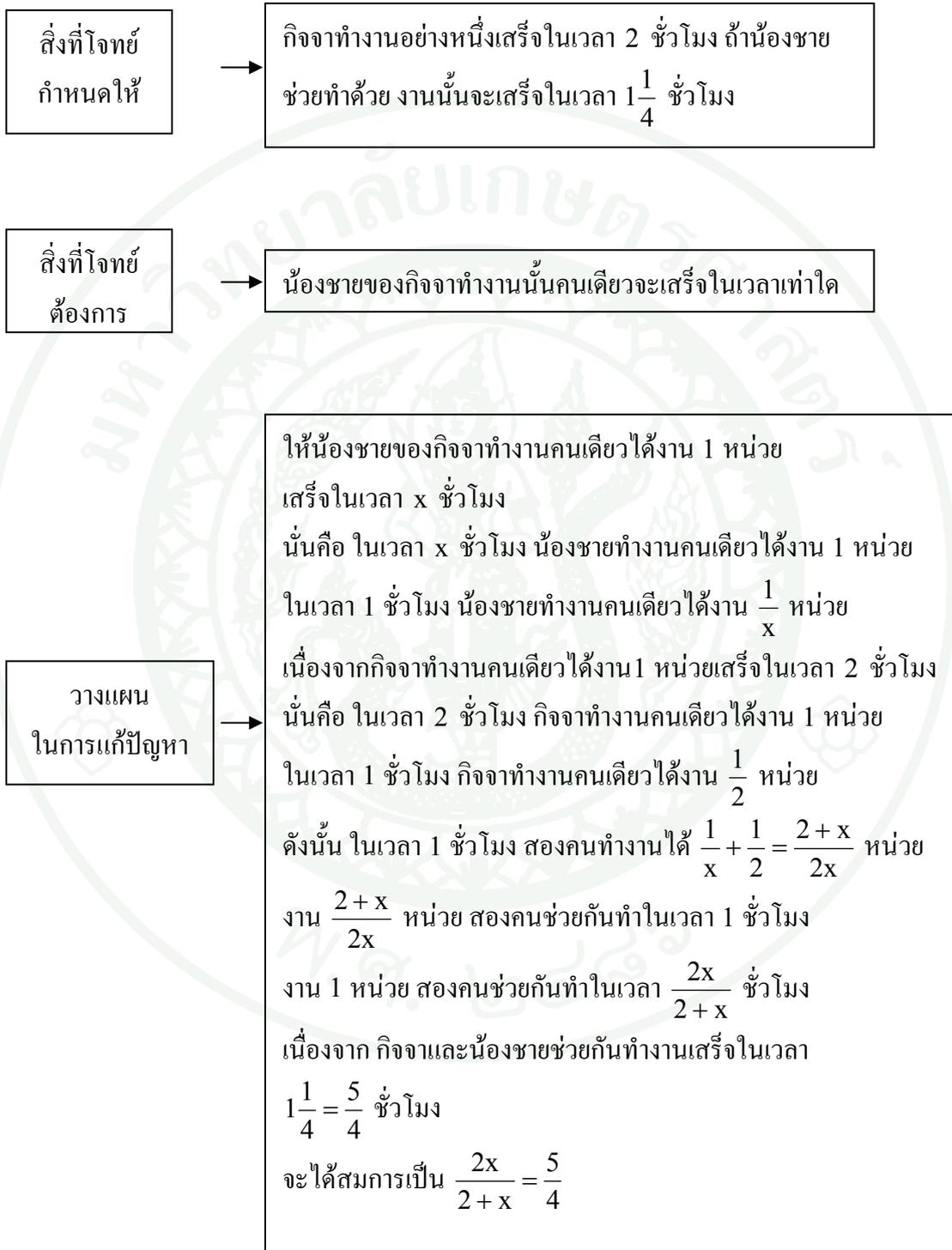
### การวัดและการประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการร่วมกิจกรรมการเรียนรู้การสอนและการตอบคำถาม	1. นักเรียนร้อยละ 90 ร่วมกิจกรรมและตอบคำถามได้ถูกต้อง
2. ตรวจสอบการทำโจทย์จากบัตรโจทย์ปัญหาเรื่องแรงงาน	2. นักเรียนร้อยละ 70 ทำได้ถูกต้อง

### บันทึกหลังการสอน

เมื่อครูยกตัวอย่างที่ 1 นักเรียน 10-15 คน มีปัญหาในขั้นตอนวางแผนในการแก้ปัญหา ครูจึงต้องเน้นว่าในการทำงานโดยใช้แรงงานคน งานที่จำเป็นต้องทำกันไม่ว่าผู้ที่จะเป็นใคร งานนั้นให้เป็น 1 หน่วยเสมอ ส่วนที่ต่างกันคือความสามารถในการทำงาน

**แนวคิดของตัวอย่างที่ 1**    คำเนิกรตามลำดับขั้นของการแก้ปัญหา



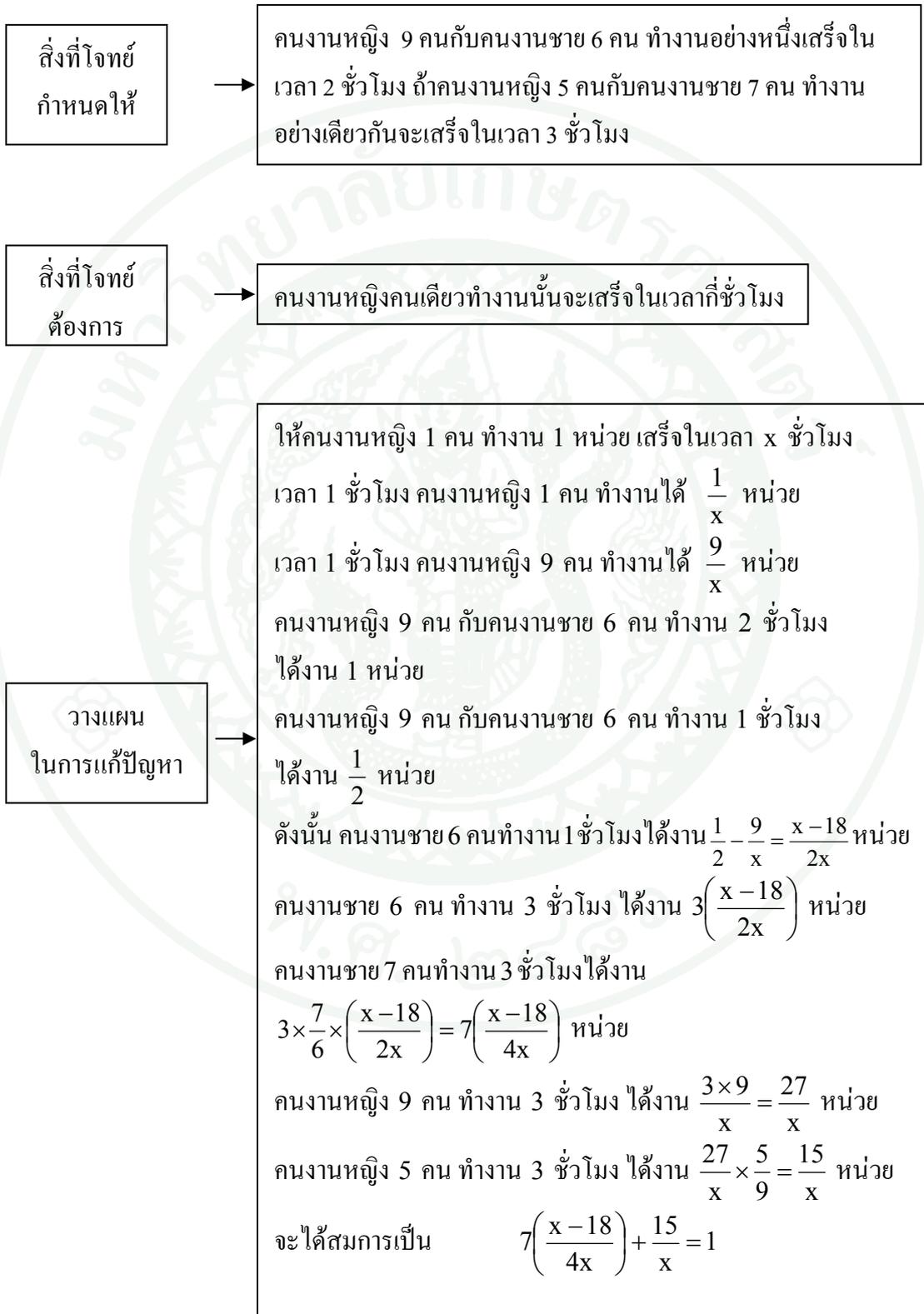
ดำเนินการ  
ตามแผน

$$\begin{aligned}\frac{2x}{2+x} &= \frac{5}{4} \\ 8x &= 5(2+x) \\ 8x &= 10+5x \\ 3x &= 10 \\ x &= \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}\end{aligned}$$

ตรวจสอบ

ถ้าให้น้องชายทำงานคนเดียวเสร็จในเวลา  $3\frac{1}{3}$  ชั่วโมง  
 ในเวลา 1 ชั่วโมง น้องชายทำงานคนเดียวได้งาน  $\frac{1}{3\frac{1}{3}} = \frac{3}{10}$  หน่วย  
 ในเวลา  $1\frac{1}{4} = \frac{5}{4}$  ชั่วโมง น้องชายทำงานคนเดียวได้งาน  
 $\frac{3}{10} \times \frac{5}{4} = \frac{3}{8}$  หน่วย  
 ในเวลา  $1\frac{1}{4} = \frac{5}{4}$  ชั่วโมง กิจจาทำงานคนเดียวได้งาน  
 $\frac{1}{2} \times \frac{5}{4} = \frac{5}{8}$  หน่วย  
 ดังนั้น กิจจาและน้องชายช่วยกันทำงาน  $\frac{3}{8} + \frac{5}{8} = 1$  หน่วย  
 ในเวลา  $1\frac{1}{4}$  ชั่วโมง  
 ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

แนวคิดของตัวอย่างที่ 2    คำเนิการตามลำดับชั้นของการแก้ปัญหา



ดำเนินการ  
ตามแผน

$$7\left(\frac{x-18}{4x}\right) + \frac{15}{x} = 1$$

$$7x - 126 + 60 = 4x$$

$$3x = 66$$

$$x = 22$$

ตรวจสอบ

คนงานหญิง 1 คน ทำงานเสร็จในเวลา 22 ชั่วโมง  
 คนงานหญิง 9 คน ทำงาน 1 ชั่วโมง ได้งาน  $\frac{9}{22}$  หน่วย  
 คนงานหญิง 9 คน ทำงาน 3 ชั่วโมง ได้งาน  $3 \times \frac{9}{22} = \frac{27}{22}$  หน่วย  
 คนงานหญิง 5 คน ทำงาน 3 ชั่วโมง ได้งาน  $\frac{27}{22} \times \frac{5}{9} = \frac{15}{22}$  หน่วย  
 คนงานหญิง 9 คน กับคนงานชาย 6 คน ทำงาน 1 ชั่วโมง  
 ได้งาน  $\frac{1}{2}$  หน่วย  
 คนงานชาย 6 คน ทำงาน 1 ชั่วโมง ได้งาน  $\frac{1}{2} - \frac{9}{22} = \frac{2}{22} = \frac{1}{11}$  หน่วย  
 คนงานชาย 6 คน ทำงาน 3 ชั่วโมง ได้งาน  $3\left(\frac{1}{11}\right) = \frac{3}{11}$  หน่วย  
 คนงานชาย 7 คน ทำงาน 3 ชั่วโมง ได้งาน  $\frac{7}{6} \times \frac{3}{11} = \frac{7}{22}$  หน่วย  
 คนงานหญิง 5 คนกับคนงานชาย 7 คน ช่วยกันทำงาน 3 ชั่วโมง  
 ได้งาน  $\frac{15}{22} + \frac{7}{22} = 1$  หน่วย  
 ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

### บัตรโจทย์ปัญหาเรื่องการทำงาน

ก ทำงานได้งานเป็น  $\frac{2}{3}$  ของงานที่ ข ทำได้ ถ้า ก และ ข ช่วยกันทำงานอย่างหนึ่งเสร็จในเวลา 12 วัน อยากทราบว่า ข ทำงานนั้นคนเดียวจะเสร็จในเวลากี่วัน





ภาคผนวก ค

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์  
เรื่อง "เศษส่วนของพหุนาม" ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์  
เรื่อง เศษส่วนของพหุนาม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

-----

**คำชี้แจง** แบบทดสอบนี้เป็นแบบทดสอบแบบปรนัย 4 ตัวเลือก 30 ข้อ 30 คะแนน เวลา 90 นาที

1. ข้อใดคือเศษส่วนของพหุนาม

ก.  $\frac{x^2-1}{x+1}$  เมื่อ  $x = -1$

ข.  $\frac{5x-2}{3-7x}$  เมื่อ  $x \neq \frac{-3}{7}$

ค.  $\frac{5}{x+2}$  สำหรับทุกจำนวนจริง  $x$

ง.  $\frac{5x+3}{7}$  สำหรับทุกจำนวนจริง  $x$

2.  $\frac{x^2-x-20}{x^2-25}$  เท่ากับเท่าไร

ก.  $\frac{x+4}{x-5}$

ข.  $\frac{x+4}{x+5}$

ค.  $\frac{x-4}{x+5}$

ง.  $\frac{x-4}{x-5}$

3.  $\frac{x^3+27}{x^2+2x-3}$  เท่ากับเท่าไร

ก.  $\frac{x^2+3x+9}{x-1}$

ข.  $\frac{x^2+3x+9}{x+1}$

ค.  $\frac{x^2-3x+9}{x-1}$

ง.  $\frac{x^2-3x+9}{x+1}$

4. ผลคูณของ  $\frac{x^2}{x^2-9}$  กับ  $\frac{x-3}{x}$  เป็นเท่าไร

ก.  $\frac{x-3}{x-9}$

ข.  $\frac{x^2-3}{x^2-9}$

ค.  $\frac{x}{x+3}$

ง.  $\frac{x}{x-3}$

5. ผลลัพธ์ของ  $\left(\frac{4y^2+8y+3}{2y^2+3y+1}\right) \times \left(\frac{3y^2-3}{10y^2+5y-15}\right)$  เท่ากับเท่าไร

ก.  $\frac{3}{5}$

ข.  $\frac{4}{5}$

ค. 1

ง. 3

6. ข้อใดคือคำตอบของ  $\frac{x-2}{x} \div \frac{x^2-4}{3x^2-9x}$

ก.  $\frac{3x^2-9x}{x+2}$

ข.  $\frac{3x^2-9x}{x-2}$

ค.  $\frac{3x-9}{x-2}$

ง.  $\frac{3x-9}{x+2}$

7.  $\frac{a^2-25}{a^2-b^2} \div \frac{a+5}{a-b}$  เท่ากับเท่าไร

ก.  $\frac{a-5}{a-b}$

ข.  $\frac{a-5}{a+b}$

ค.  $\frac{a+5}{a+b}$

ง.  $\frac{a+b}{a-5}$

8.  $\frac{y^3-1}{y^2-1} \div \frac{y^2+y+1}{y^2+5y+4}$  เท่ากับเท่าไร

ก.  $\frac{(y^2-y+1)(y+4)}{y^2+y+1}$

ข.  $\frac{(y+1)(y+4)}{y-1}$

ค.  $y+4$

ง.  $y-4$

9.  $\frac{49x^2-16}{x-3} \div \frac{7x+4}{x^2+x-12}$  เท่ากับเท่าไร

ก.  $(7x-4)(x+4)$

ข.  $\frac{7x-4}{x+4}$

ค.  $\frac{x+4}{7x-4}$

ง.  $\frac{1}{(7x-4)(x+4)}$

10.  $\frac{5x^2 + 5x}{x^2 + 3x + 2} \times \frac{x^2 - x - 6}{x^2 + 5x} \times \frac{x^2 - 25}{(x-5)(x^2 - 8x + 15)}$  เท่ากับเท่าไร

ก. 5

ข.  $\frac{5}{x-5}$

ค.  $\frac{5}{x^2 - 8x + 15}$

ง.  $\frac{5}{x^2 + 5x}$

11.  $\left( \frac{2x^2 + 7x + 3}{x^2 + 2x - 3} \times \frac{x^2 - 4}{3x^2 + 4x + 1} \right) \div \frac{2x^2 + 5x + 2}{x^2 - 1}$  เท่ากับเท่าไร

ก.  $\frac{3x+1}{x-2}$

ข.  $\frac{x-2}{3x+1}$

ค.  $\frac{(2x+1)^2(x^2-4)}{(x-1)^2(x+1)^2}$

ง.  $\frac{(2x+1)^2(x^2-4)(x+2)}{(x-1)^2(x+1)^2(3x+1)}$

12.  $\frac{y}{y-1} + \frac{3}{y}$  เท่ากับเท่าไร

ก.  $\frac{y-3}{y^2-y}$

ข.  $\frac{3-3y}{y^2-1}$

ค.  $\frac{y^2+3y-3}{y^2-y}$

ง.  $\frac{y^2+3y-3}{y^2-1}$

13.  $\frac{x+7}{x^2-49} - \frac{1}{x+7}$  เท่ากับเท่าไร

ก. 0

ข.  $\frac{1}{x^2-49}$

ค.  $\frac{2x}{x^2-49}$

ง.  $\frac{14}{x^2-49}$

14.  $\frac{x}{x-y} - \frac{y}{y-x}$  เท่ากับเท่าไร

ก. 1

ข. -1

ค.  $\frac{x+y}{x-y}$

ง.  $\frac{x-y}{x+y}$

15.  $\frac{5y^2 + 29y - 6}{y^2 - 36} - (2y + 5)$  เท่ากับเท่าไร

ก.  $\frac{-2y^2 + 12y + 29}{y - 6}$

ข.  $\frac{-2y^2 - 2y - 31}{y - 6}$

ค.  $\frac{2y^2 - 2y - 31}{y - 6}$

ง.  $\frac{2y^2 + 12y + 29}{y - 6}$

16.  $\left(\frac{1}{3x-1} - \frac{1}{9x^2-1}\right) + \frac{2x}{3x^2-2x-1}$  เท่ากับเท่าไร

ก.  $\frac{9x^2 - 5}{(9x^2 - 1)(x - 1)}$

ข.  $\frac{9x^2 - 5x}{(9x^2 - 1)(x - 1)}$

ค.  $\frac{9x^2 - 6x}{(9x^2 - 1)(x - 1)}$

ง.  $\frac{9x^2 - 2}{(9x^2 - 1)(x - 1)}$

17.  $\left(\frac{5x}{x^2-9} - \frac{5}{x-3}\right) \div \frac{3}{x^2-2x-3}$  เท่ากับเท่าไร

ก.  $\frac{x+1}{x+3}$

ข.  $\frac{5(x+1)}{x+3}$

ค.  $-\frac{x+1}{x+3}$

ง.  $-\frac{5(x+1)}{x+3}$

18.  $\left(\frac{x^2-4x}{x^2+x-2} \times \frac{x^2-1}{x^2-3x-4}\right) - \frac{x^3}{x^3+8}$  เท่ากับเท่าไร

ก.  $\frac{-2x+4}{x^3+8}$

ข.  $\frac{-2x^2+4x}{x^3+8}$

ค.  $\frac{x-x^3}{x^2-2x+4}$

ง.  $\frac{x-x^3}{x^2+2x+4}$

19.  $\frac{2}{3a} - \frac{3}{2ab} + \frac{4}{5ab} - \frac{5}{6a}$  เท่ากับเท่าไร

ก.  $\frac{15b-7}{10ab}$

ข.  $\frac{15b+7}{10ab}$

ค.  $\frac{-5b-21}{30ab}$

ง.  $\frac{-5b+21}{30ab}$

20. ถ้า  $\frac{5x}{3} - \frac{x}{5} = 7$  แล้ว  $x$  มีค่าเท่าไร

ก.  $4\frac{17}{22}$

ข.  $5\frac{5}{22}$

ค.  $26\frac{1}{4}$

ง.  $-\frac{1}{2}$

21. ถ้า  $\frac{4}{x-2} + \frac{5}{x^2-4} = 5$  แล้ว  $x$  มีค่าเท่าไร

ก. 5

ข.  $-\frac{11}{5}$

ค.  $-\frac{11}{5}, 3$

ง.  $\frac{11}{5}, -3$

22. ถ้า  $\frac{6}{2x-5} - \frac{4}{x-3} = 0$  แล้ว  $x$  มีค่าเท่าไร

ก. -19

ข. -4

ค. 0

ง. 1

23. ถ้า  $\frac{3}{x+1} - \frac{1}{2x+2} = 5$  แล้ว  $x$  มีค่าเท่าไร

ก. 0

ข.  $-\frac{1}{2}$

ค.  $-\frac{3}{10}$

ง.  $-\frac{2}{5}$

24. ถ้า  $\frac{3x+1}{3x-4} = \frac{x}{x-2}$  แล้ว  $3x+10$  มีค่าเท่าไร

ก. -2

ข. -5

ค. 4

ง. 16

25. ถ้า  $5 + \frac{8}{x-2} = \frac{4x}{x-2}$  แล้ว  $x$  มีค่าเท่าไร

ก. 2

ข. 10

ค. -2

ง. ไม่มีคำตอบ





ภาคผนวก ง  
สถิติที่ใช้ในการวิจัย

## สถิติที่ใช้ในการวิจัย

## 1. ค่าสถิติพื้นฐาน

## 1.1 คะแนนเฉลี่ย ใช้สูตร

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{n}$$

$\bar{x}$	แทน	ค่าเฉลี่ยของคะแนนก่อนการเรียน
x	แทน	ค่าของคะแนนแต่ละตัว
f	แทน	ความถี่ของคะแนนแต่ละชั้น
n	แทน	จำนวนข้อมูลทั้งหมดของกลุ่มตัวอย่าง

## 1.2 ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน ใช้สูตร

$$S = \sqrt{\frac{n \sum fx^2 - (\sum fx)^2}{n(n-1)}}$$

S	แทน	ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน
x	แทน	ค่าของคะแนนแต่ละตัว
f	แทน	ความถี่ของคะแนนแต่ละชั้น
n	แทน	จำนวนข้อมูลทั้งหมดของกลุ่มตัวอย่าง

2. เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้ match paired t-test ระหว่างคะแนนก่อนการเรียนและหลังการเรียนของกลุ่มตัวอย่าง

$$t = \frac{\bar{d} - \mu_d}{S_d / \sqrt{n}} \sim t_{n-1}$$

d	แทน	ความแตกต่างของคะแนนของตัวแปรตามแต่ละคู่
n	แทน	จำนวนคู่
$\bar{d}$	แทน	ค่าเฉลี่ยของ d
$S_d$	แทน	ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของ d
$\mu_d$	แทน	ศูนย์

3. เปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังการเรียนของกลุ่มตัวอย่างเมื่อเทียบกับเกณฑ์ 60% ของคะแนนเต็ม โดยใช้ t-test

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{S / \sqrt{n}} \sim t_{n-1}$$

$\bar{x}$	แทน	ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง
$\mu$	แทน	เกณฑ์
S	แทน	ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง
n	แทน	ขนาดของกลุ่มตัวอย่าง



ภาคผนวก จ  
การวิเคราะห์ข้อมูล

## การวิเคราะห์ข้อมูล

ตารางผนวกที่ 1 คะแนนก่อนการเรียน เรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม” ของนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

คะแนนก่อนการเรียน (X)	ความถี่ (f)	$x^2$	$fx$	$fx^2$
3	1	9	3	9
4	1	16	4	16
7	2	49	14	98
8	5	64	40	320
9	6	81	54	486
10	9	100	90	900
11	1	121	11	121
12	7	144	84	1008
13	1	169	13	169
14	4	196	56	784
16	2	256	32	512
<b>n = 39</b>			<b><math>\sum fx = 401</math></b>	<b><math>\sum fx^2 = 4423</math></b>

การคำนวณหาค่าเฉลี่ย

$$\text{สูตร} \quad \bar{x} = \frac{\sum fx}{n}$$

$\bar{x}$  แทน ค่าเฉลี่ยของคะแนนก่อนการเรียน เรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม”

x แทน ค่าของคะแนนแต่ละตัว

f แทน ความถี่ของคะแนนแต่ละชั้น

n แทน จำนวนข้อมูลทั้งหมดของกลุ่มตัวอย่าง

$$\text{แทนค่า} \quad \bar{x} = \frac{401}{39} = 10.28$$

การคำนวณค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน

สูตร 
$$S = \sqrt{\frac{n \sum fx^2 - (\sum fx)^2}{n(n-1)}}$$

S แทน ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน

x แทน ค่าของคะแนนแต่ละตัว

f แทน ความถี่ของคะแนนแต่ละชั้น

n แทน จำนวนข้อมูลทั้งหมดของกลุ่มตัวอย่าง

แทนค่า 
$$S = \sqrt{\frac{39(4423) - (401)^2}{39(39-1)}}$$

$$= \sqrt{\frac{172497 - 160801}{1482}}$$

$$= \sqrt{\frac{11696}{1482}}$$

$$= \sqrt{7.892}$$

$$= 2.81$$

ตารางผนวกที่ 2 คะแนนหลังการเรียน เรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม” ของนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

คะแนนหลังการเรียน (X)	ความถี่ (f)	$x^2$	$fx$	$fx^2$
19	2	361	38	722
20	10	400	200	4000
21	8	441	168	3528
22	4	484	88	1936
23	5	529	115	2645
24	2	576	48	1152
25	4	625	100	2500
26	2	676	52	1352
27	1	729	27	729
29	1	841	29	841
<b>n = 39</b>			<b><math>\sum fx = 865</math></b>	<b><math>\sum fx^2 = 19405</math></b>

การคำนวณหาค่าเฉลี่ย

สูตร 
$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{n}$$

$\bar{x}$  แทน ค่าเฉลี่ยของคะแนนหลังการเรียน เรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม”

x แทน ค่าของคะแนนแต่ละตัว

f แทน ความถี่ของคะแนนแต่ละชั้น

n แทน จำนวนข้อมูลทั้งหมดของกลุ่มตัวอย่าง

แทนค่า 
$$\bar{x} = \frac{865}{39} = 22.18$$

การคำนวณค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน

สูตร 
$$S = \sqrt{\frac{n \sum fx^2 - (\sum fx)^2}{n(n-1)}}$$

S แทน ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน

x แทน ค่าของคะแนนแต่ละตัว

f แทน ความถี่ของคะแนนแต่ละชั้น

n แทน จำนวนข้อมูลทั้งหมดของกลุ่มตัวอย่าง

แทนค่า 
$$S = \sqrt{\frac{39(19405) - (865)^2}{39(39-1)}}$$

$$= \sqrt{\frac{756795 - 748225}{1482}}$$

$$= \sqrt{\frac{8570}{1482}}$$

$$= \sqrt{5.7827}$$

$$= 2.40$$

ตารางผนวกที่ 3 การเปรียบเทียบผลต่างของคะแนนจากการทดสอบก่อนการเรียนและ  
หลังการเรียนเรื่อง“เศษส่วนของพหุนาม”ที่สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอน

ลำดับที่	คะแนนก่อนการเรียน (X)	คะแนนหลังการเรียน (y)	ผลต่าง (d)	(ผลต่าง) <sup>2</sup>
1	12	23	11	121
2	10	22	12	144
3	14	25	11	121
4	3	19	16	256
5	10	21	11	121
6	9	21	12	144
7	10	20	10	100
8	8	20	12	144
9	10	23	13	169
10	7	20	13	169
11	16	27	11	121
12	12	25	13	169
13	7	20	13	169
14	8	21	13	169
15	12	24	12	144
16	9	22	13	169
17	9	20	11	121
18	10	20	10	100
19	12	23	11	121
20	12	22	10	100
21	8	20	12	144
22	9	22	13	169
23	13	25	12	144
24	10	23	13	169

ตารางผนวกที่ 3 (ต่อ)

ลำดับที่	คะแนนก่อนการเรียน (X)	คะแนนหลังการเรียน (y)	ผลต่าง (d)	(ผลต่าง) <sup>2</sup>
25	8	20	12	144
26	9	20	11	121
27	4	19	15	225
28	12	24	12	144
29	14	26	12	144
30	12	23	11	121
31	11	21	10	100
32	10	21	11	121
33	9	21	12	144
34	16	29	13	169
35	10	20	10	100
36	8	21	13	169
37	14	26	12	144
38	14	25	11	121
39	10	21	11	121
<b>n = 39</b>	<b><math>\sum X = 401</math></b>	<b><math>\sum y = 865</math></b>	<b><math>\sum d = 464</math></b>	<b><math>\sum d^2 = 5586</math></b>

หาค่าเฉลี่ยของผลต่างของคะแนนก่อนการเรียนกับคะแนนหลังการเรียน

สูตร 
$$\bar{d} = \frac{\sum d}{n}$$

$\bar{d}$  แทน ค่าเฉลี่ยของ d

d แทน ความแตกต่างของค่าของตัวแปรตามแต่ละคู่

n แทน จำนวนคู่

แทนค่า 
$$\bar{d} = \frac{464}{39} = 11.90$$

การหาค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของผลต่างของคะแนนก่อนการเรียนกับคะแนนหลังการเรียน

สูตร 
$$S_d = \sqrt{\frac{n \sum d^2 - (\sum d)^2}{n(n-1)}}$$

$S_d$  แทน ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของ d

d แทน ความแตกต่างของค่าของตัวแปรตามแต่ละคู่

n แทน จำนวนคู่

แทนค่า 
$$S_d = \sqrt{\frac{39(5586) - (464)^2}{39(39-1)}}$$

$$= \sqrt{\frac{2558}{1482}}$$

$$= \sqrt{1.7260}$$

$$= 1.31$$

การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของคะแนนก่อนการเรียนและคะแนนหลังการเรียนของกลุ่มตัวอย่างที่สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอนที่ระดับความมีนัยสำคัญทางสถิติ .05

สมมติฐานการวิจัย คือผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง“เศษส่วนของพหุนาม” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบางแก้วประชาสรรค์ จังหวัดสมุทรปราการ ที่สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอน หลังการเรียนสูงกว่าก่อนการเรียนที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05

$$H_0 : \mu_d \leq 0$$

$$H_1 : \mu_d > 0$$

สถิติที่ใช้  $t = \frac{\bar{d} - \mu_d}{S_d / \sqrt{n}} \sim t_{n-1}$

กฎการตัดสินใจ : จะปฏิเสธ  $H_0$  ถ้า  $t$  ที่ได้จากการคำนวณมากกว่า  $t_{38}(.95) = 1.645$

แทนค่า  $t = \frac{11.90}{1.31 / \sqrt{39}} \sim t_{39-1}$

$$= \frac{11.90}{0.21}$$

$$= 56.67$$

จากการทดสอบสมมติฐานค่า  $t$  ที่ได้จากการคำนวณมากกว่า 1.684 ดังนั้นจึงปฏิเสธ  $H_0$  แสดงว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบางแก้วประชาสรรค์ จังหวัดสมุทรปราการ ที่สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอนหลังการเรียนสูงกว่าก่อนการเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของคะแนนหลังการเรียนของกลุ่มตัวอย่างที่สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอนเทียบกับเกณฑ์ 60% ของคะแนนเต็ม ที่ระดับความมีนัยสำคัญทางสถิติ .05

สมมติฐานการวิจัย คือผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง“เศษส่วนของพหุนาม” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบางแก้วประชาสรรค์ จังหวัดสมุทรปราการ โดยการคัดสรรกลวิธีการสอนสูงกว่าเกณฑ์ 60% ของคะแนนเต็ม ที่ระดับความมีนัยสำคัญทางสถิติ .05

$$H_0 : \mu \leq 18$$

$$H_1 : \mu > 18$$

สถิติที่ใช้  $t = \frac{\bar{x} - \mu}{S/\sqrt{n}} \sim t_{n-1}$

กฎการตัดสินใจ : จะปฏิเสธ  $H_0$  ถ้า  $t$  ที่ได้จากการคำนวณมากกว่า

$$t_{38}(.95) = 1.645$$

แทนค่า  $t = \frac{22.18 - 18}{2.40/\sqrt{39}} \sim t_{39-1}$

$$= \frac{4.18}{0.384}$$

$$= 10.885$$

จากการทดสอบสมมติฐานค่า  $t$  ที่ได้จากการคำนวณมากกว่า 1.684 ดังนั้นจึงปฏิเสธ  $H_0$  แสดงว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “เศษส่วนของพหุนาม” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบางแก้วประชาสรรค์ จังหวัดสมุทรปราการ โดยการคัดสรรกลวิธีการสอนสูงกว่าเกณฑ์ 60% ของคะแนนเต็ม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

## ประวัติการศึกษาและการทำงาน

ชื่อ -นามสกุล	นายวิรุทธ แจ่มแจ้ง
วัน เดือน ปี ที่เกิด	วันอังคารที่ 4 เดือนมกราคม พ.ศ.2526
สถานที่เกิด	กรุงเทพมหานคร
ประวัติการศึกษา	วิทยาศาสตร์บัณฑิต (คณิตศาสตร์) ประกาศนียบัตรบัณฑิต (วิชาชีพครู) มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร
ตำแหน่งปัจจุบัน	ครู ค.ศ. 1
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	โรงเรียนบางแก้วประชาสรรค์
ทุนการศึกษาที่ได้รับ	โครงการส่งเสริมการผลิตครูที่มีความสามารถ พิเศษทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ (สควค)

