



ใบรับรองวิทยานิพนธ์

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต (การสอนคณิตศาสตร์)

ปริญญา

การสอนคณิตศาสตร์

การศึกษา

สาขา

ภาควิชา

เรื่อง การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนเบญจมราชานุสรณ์ จังหวัดนนทบุรี

A Study of Mathematics Learning Achievement on “Applications of Linear Equations with One Variable” by Using Mathematics Problem Solving and Problem Posing of Mathayomsuksa Two Students at Benjamarachanusorn School, Changwat Nonthaburi

นามผู้วิจัย นางสาวศรียุญา ภูบาล

ได้พิจารณาเห็นชอบโดย

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

(รongศาสตราจารย์สิริพร ทิพย์คง, Ed.D.)

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชานนท์ จันทรา, ศษ.ด.)

หัวหน้าภาควิชา

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์สุภารัตน์ สารสว่าง, Ph.D.)

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์รับรองแล้ว

(รongศาสตราจารย์กัญญา วีระกุล, D.Agr.)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

วันที่ เดือน พ.ศ.

สิงสิงณี มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

วิทยานิพนธ์

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว”
โดยใช้การแก้ปัญหและการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
โรงเรียนเบญจมราชานุสรณ์ จังหวัดนนทบุรี

A Study of Mathematics Learning Achievement on “Applications of Linear Equations with
One Variable” by Using Mathematics Problem Solving and Problem Posing of
Mathayomsuksa Two Students at Benjarachanusorn School,
Changwat Nonthaburi

มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
เพื่อความสมบูรณ์แห่งปริญญา (การสอนคณิตศาสตร์)
. . 2553

2553: การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง "การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว" ใช้การแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนเบญจมราชานุสรณ์ จังหวัดนนทบุรี (การสอนคณิตศาสตร์) สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ภาควิชาการศึกษา อาจารย์ที่ปรึกษา วิทยานิพนธ์หลัก: รองศาสตราจารย์สิริพร ทิพย์คง, Ed.D. 174 หน้า

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) "การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว" 2) ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง "การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว" 3) ศึกษาความสามารถในการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง "การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว" ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนเบญจมราชานุสรณ์ จังหวัดนนทบุรี

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนเบญจมราชานุสรณ์ 2 ปีการศึกษา 2552 12 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 544 คน กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนเบญจมราชานุสรณ์ จังหวัดนนทบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 46 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง "การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว" 12 แผน แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ การวิเคราะห์ข้อมูลใช้การคำนวณค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ย ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน สถิติทดสอบที และเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ตาราง แผนภูมิ และการบรรยาย

ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อยู่ .05 2) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็มอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3) นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้ง 4 ด้าน คือ ด้านการทำความเข้าใจปัญหา ด้านการวางแผนแก้ปัญหา ด้านการดำเนินการตามแผน และด้านการตรวจสอบคำตอบ อยู่ในระดับปานกลาง และนักเรียนมีความสามารถในการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับพอใช้

ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

Sarinya Phooban 2010: A Study of Mathematics Learning Achievement on “Applications of Linear Equations with One Variable” by Using Mathematics Problem Solving and Problem Posing of Mathayomsuksa Two Students at Benjamarachanusorn School, Changwat Nonthaburi. Master of Education (Teaching Mathematics), Major Field: Teaching Mathematics, Department of Education. Thesis Advisor: Associate Professor Siriporn Thipkong, Ed.D. 174 pages.

The purposes of this research were 1) to study students’ mathematics learning achievement on “Applications of Linear Equations with One Variable”, 2) to study students’ ability in solving mathematics problems on “Applications of Linear Equations with One Variable”, and 3) to study students’ ability in posing mathematics problems on “Applications of Linear Equations with One Variable” of mathayomsuksa two students at Benjamarachanusorn School, Changwat Nonthaburi.

The population was 544 mathayomsuksa two students of 12 classrooms at Benjamarachanusorn School in the second semester of the academic year 2009. The sample group was 46 mathayomsuksa two students of one classroom at Benjamarachanusorn School in the second semester of the academic year 2009 that was selected by cluster random sampling from 12 classrooms. The instruments in data collection consisted of 12 lesson plans on “Applications of Linear Equations with One Variable”, mathematics learning achievement test, and the ability test on solving and posing mathematical problems. Percentage, mean, standard deviation, t-test were used for analyzing data and presented by tables and charts with their corresponding descriptions.

The research findings revealed that 1) the mathematics learning achievement after learning was higher than before learning at the .05 level of significance, 2) the mathematics learning achievement after learning was higher than 60% at the .05 level of significance, and 3) the students had the solving problem abilities in all 4 ways: understanding the problems, devising a plan, carrying out the plan, and looking back with the total average of the “moderate” level and the students had the posing problem abilities with the total average of the “fair” level.

Student’s signature

Thesis Advisor’s signature

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยความกรุณาช่วยเหลือ และให้คำแนะนำอย่างสูงยิ่ง จาก รองศาสตราจารย์ ดร.ศิริพร ทิพย์คง อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ .ชานนท์ จันทรา อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม . เลิศอมรพงษ์ ประธานการสอบ ผู้ช่วย อาจารย์ . ผู้ทรงคุณวุฒิภายนอก อาจารย์ทรงชัย อักษรคิด อาจารย์สาขาการสอนคณิตศาสตร์ และผู้เชี่ยวชาญทุกท่าน การให้คำแนะนำปรึกษา ตลอดจน ตรวจแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ ด้วยความเอาใจใส่อย่างยิ่ง อันเป็นประโยชน์สูงสุดต่อการวิจัยใน ผู้วิจัย จึงขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ

ขอกราบขอบพระคุณผู้บริหาร โรงเรียนเบญจมราชานุสรณ์ จังหวัดนนทบุรี คณาจารย์และ ที่ให้ความร่วมมือในการทดลองหาประสิทธิภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย และเก็บรวบรวมข้อมูลในการวิจัยครั้งนี้เป็นอยู่ คณิตศาสตร์ และเพื่อนๆ ทุกคนที่ให้ความช่วยเหลือและเป็นกำลังใจตลอดระยะเวลาในการศึกษา

ขอขอบพระคุณคณาจารย์ทุกท่านที่ได้ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้แก่ผู้วิจัยด้วยความ รวมถึงผู้เขียนตำรา บทความต่างๆ ที่ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าและนำมา อ้างอิงในงานวิจัยครั้งนี้

คุณค่าและประโยชน์อันพึงมีจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณ คุณพ่อ คุณแม่ทองบ่อ ภูบาล อาจารย์ และญาติพี่น้อง ผู้ให้ความรักให้ บสนุนและส่งเสริมให้ผู้วิจัยได้รับความสำเร็จในการศึกษา

1	1	1
	ความสำคัญของปัญหา	1
	วัตถุประสงค์ของการวิจัย	5
	ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	5
	นิยามศัพท์เฉพาะ	7
2	2	8
	ปัญหาทางคณิตศาสตร์	9
	การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	10
	การตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์	16
	งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	34
3	3	36
	กลุ่มตัวอย่าง	41
	และการสร้างเครื่องมือที่ใช้	41
	การเก็บรวบรวมข้อมูล	41
	การวิเคราะห์ข้อมูล	49
4	4	50
	ผลการวิจัยและข้อวิจารณ์	53
	ข้อวิจารณ์	53
		62

(ต่อ)

	หน้า
5 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ	66
ข้อเสนอแนะ	66
เอกสารและสิ่งอ้างอิง	73
ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์	77
“การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว”	84
การวิเคราะห์ข้อสอบ	85
“การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว”	157
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์	159
“การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว”	159
ในการแก้ปัญหาและ	
การตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “การประยุกต์ของ	
สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว”	165
รายนามผู้เชี่ยวชาญ	172
	174

1	ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อน "การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว" ใช้การแก้ปัญหา และการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์	54
2	เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน "การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว" โดยใช้การ แก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์กับเกณฑ์ 60%	56
3	คะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ "การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว" ในแต่ละดัด	57
4	คะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ "การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว"	60
1	การวิเคราะห์ข้อสอบ "การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว" มัธยมศึกษาปีที่ 2	158

1	กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตร	20
2	ช่วง คะแนนสอบก่อนเรียนและหลังเรียน	55
3	จำนวนนักเรียนจำแนกตามช่วงคะแนนสอบของแบบทดสอบวัด การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	59
4	จำนวนนักเรียนจำแนกตามช่วงคะ การตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์	61

ความสำคัญของปัญหา

ในปัจจุบัน ความเจริญก้าวหน้าทางวิทยาการมีผลต่อการเปลี่ยนแปลงของประเทศ ซึ่งการพัฒนาประเทศจะต้องอาศัยพื้นฐานความรู้ในศาสตร์ต่างๆ โดยเฉพาะอย่างยิ่งคณิตศาสตร์เป็น

ศาสตร์ที่มีความสำคัญ ดังที่ ยูพิน (2545: 15) ได้กล่าวไว้ว่า "วิชาคณิตศาสตร์มีความสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาประเทศ เนื่องจากความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานทางวิทยาศาสตร์

" ซึ่งสอดคล้อง (2547: 14) ได้สรุปไว้ว่า

ความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกนำมาประยุกต์ พัฒนาร่วมกับศาสตร์สาขาอื่น ทำให้เกิดการ

พัฒนาด้านวิทยาศาสตร์เทคโนโลยีเป็นอย่างมากจนถึงทุกวันนี้ นอกจากนี้ คณิตศาสตร์ยังมี

บทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่าง

มีเหตุผล เป็นระบบ ระเบียบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหา และสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน

รอบคอบ ทำให้สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจและแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม

(, 2545: 1) คล้องกับที่ สิริพร ทิพย์คง (2545: 1) กล่าวว่า

... คณิตศาสตร์ช่วยพัฒนาให้แต่ละบุคคลเป็นคนที่สมบูรณ์ เป็นพลเมืองดี เพราะ

คณิตศาสตร์ช่วยเสริมสร้างความมีเหตุผล ความเป็นคนช่างคิด ช่างริเริ่มสร้างสรรค์ มี

ความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย ตลอดจนมีลักษณะของความเป็นผู้นำใน

...

จากความสำคัญที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นได้ว่า คณิตศาสตร์มีความสำคัญอย่างยิ่งต่อการ

ความสามารถทางด้านคณิตศาสตร์มีความจำเป็นที่จะต้องทำให้เกิดขึ้นกับนัก

สภาพการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผ่านมา ได้มีการปรับปรุงหลักสูตร

คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่อง ซึ่งน่าจะทำให้ประสิทธิภาพการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

แต่ในปัจจุบันพบว่านักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

คณิตศาสตร์อยู่ในระดับไม่ดีเท่าที่ควร เห็นได้จากรายงานการประเมินการสอบ
(NT) ปีการศึกษา 2550 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 แบ่ง
ออกเป็นเขตพื้นที่การศึกษา ปรากฏว่า เขตพื้นที่การศึกษาที่มีคะแนนเฉลี่ยสูงสุด คือ
1 คะแนนเฉลี่ยร้อยละ 45.39 และเขตที่ได้คะแนนเฉลี่ยต่ำสุด คือ นราธิวาส
3 คะแนนเฉลี่ยร้อยละ 28.09 (, 2551) ซึ่งผลการประเมินดังกล่าว
สะท้อนให้เห็นว่า การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาความสามารถด้าน
คณิตศาสตร์ของนักเรียนยังคงเป็นปัญหา และจำเป็นต้องมีการปรับปรุงการจัดการเรียนการสอน
คณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

ปัญหาในการเรียนการสอนนั้นไม่ได้ขึ้นอยู่กับตัวนักเรียนเท่านั้น แต่ยังมีปัจจัยอื่นๆ อีกที่
ส่งผลต่อการจัดการเรียนการสอน ดังที่ ยูพิน พิพิธกุล (2539: 3-8) ได้กล่าวไว้ สรุปได้ว่า ในการ
จัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นั้น มิใช่ว่าปัญหาจะขึ้นอยู่กับนักเรียนแต่ฝ่ายเดียว องค์ประกอบ
ต่างๆ ที่เกี่ยวกับตัวนักเรียนย่อมทำให้เกิดปัญหาได้ ซึ่งได้แก่ ผู้บริหาร ครูผู้สอน หลักสูตร ตัว
นักเรียนและสภาพแวดล้อม แต่ปัญหาที่มีความสำคัญอย่างยิ่ง คือ ปัญหาที่เกิดจากครูผู้สอน
สอดคล้องกับที่ สิริพร ทิพย์คง (2551: 51) กล่าวไว้ว่า ครูเป็นบุคคลสำคัญที่จะทำให้การเรียนการ
สอนในห้องเรียนประสบความสำเร็จ นอกจากคุณสมบัติทางวิชาการ คือมีความรู้ความเข้าใจอย่าง
แจ่มแจ้งในเนื้อหาที่สอนแล้ว ครูจะต้องเป็นผู้ที่มีความกระตือรือร้น มีความตั้งใจในการสอน
เพื่อให้ให้นักเรียนได้มีการพัฒนาความรู้ความสามารถ

เรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนนั้นมีเป้าหมายที่สำคัญอยู่ 2
คือให้นักเรียนรู้จักวิธีการคิดและมีทักษะในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ใน
ชีวิตประจำวันได้ เครื่องมือหรือวิธีการที่จะเสริมสร้างให้นักเรียนเกิดคุณลักษณะตามเป้าหมายทั้ง
นคือการฝึกให้นักเรียนมีทักษะในการแก้ปัญหาในชั้นเรียน จะเป็นรากฐาน
หรืออาจกล่าวได้ว่าจุดมุ่งหมายสูงสุดของการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในโรงเรียนก็คือ เพื่อให้
นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา ซึ่งประสบการณ์จากการฝึกทักษะในการแก้ปัญห
จะเป็นรากฐานสำคัญนำไปสู่การพัฒนาวิธีการคิดและเสริมสร้างทักษะการแก้ปัญห
ต่างๆ ต่อไป ฝึกแก้ปัญหจะช่วยให้นักเรียนรู้จักคิดมีระเบียบขั้นตอนในการคิด รู้จักคิดอย่างมี
และรู้จักตัดสินใจอย่างฉลาด ดังนั้นครูควรจัดประสบการณ์ในการแก้ปัญหให้กับนักเรียน
อที่นักเรียนจะได้มีความสามารถและความมั่นใจในการแก้ปัญห (, 2538: 2-3)
เรียนการสอนที่มุ่งพัฒนาทักษะโดยปราศจากการประยุกต์ใช้ และจดจำกฎเกณฑ์ต่างๆ โดย
ความเข้าใจไม่เพียงพอที่จะนำความรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหได้ ดังนั้น จุดเน้นของการ

ย่นการสอนจำเป็นต้องปรับเปลี่ยนจากที่เน้นการจดจำข้อมูล ทักษะพื้นฐาน ไปเป็นการพัฒนาผู้เรียนให้มีความเข้าใจในหลักการทางคณิตศาสตร์ มีทักษะพื้นฐานที่เพียงพอในการนำความรู้ไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ใหม่ๆ ที่ต้องเผชิญ ผู้เรียนจะต้องได้รับประสบการณ์ที่หลากหลาย ที่ช่วยให้เกิดความเข้าใจจากการดำเนินกิจกรรมต่างๆ ด้วยตัวนักเรียนเอง (สมเดช บุญประจักษ์, 2544: 35)

การแก้ปัญหาเป็นหัวใจของคณิตศาสตร์ นักเรียนต้องอาศัยความคิดรวบยอด กฎและสูตรต่างๆ นำไปใช้แก้ปัญหาโดยเฉพาะทักษะในการแก้ปัญหามี ญต่อชีวิตและสามารถสร้างให้เกิดขึ้นได้ (, 2544: 4) ซึ่งสอดคล้องกับที่ จวีวรรณ เสวตมาลย์ (2544: 8-9) ได้กล่าวว่า

... เป้าหมายเบื้องต้นของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ก็คือ การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนอย่างหลากหลายในวงกว้าง สิ่งที่เป็นปัญหาของคนหนึ่งอาจไม่เป็นปัญหาสำหรับอีกคนหนึ่ง แต่ขอให้ปัญหานั้นท้าทาย ความอยากรู้อยากเห็น และนำไปสู่การคิดค้น ซึ่งแต่ละคนอาจมีวิธีการแก้ปัญหาต่าง ๆ กัน และท้ายที่สุดจะได้รับประสบการณ์และความพึงพอใจในการแก้ปัญหา ...

จากการศึกษาค้นคว้าเกี่ยวกับ หลักการและวิธีการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ รวมทั้งผลงาน ผู้วิจัยพบว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สามารถทำได้ด้วยการนำกระบวนการแก้ปัญหา Polya มาใช้ ซึ่งมี 4 ขั้นตอน ดังนี้

1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เมื่อเริ่มต้นการแก้ปัญหา จะต้องสำรวจว่าในปัญหามีคำหรือวลีหรือประโยคย่อยๆ อะไรบ้าง มีความหมายอย่างไร แล้วจำแนกเป็นส่วนๆ ว่าโจทย์กำหนดอะไรให้ อะไรคือสิ่งที่ต้องหา อะไรคือข้อมูลที่กำหนด มีเงื่อนไขอย่างไรบ้าง ขั้นตอนที่ 2 ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา เป็นขั้นการวิเคราะห์รายละเอียดและระหว่างข้อมูลที่กำหนดกับสิ่งที่ไม่รู้ การพิจารณาอาจใช้วิธีการต่างๆ เพื่อช่วยให้ได้ข้อสรุปที่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบได้ เช่น ประกอบ การสร้าง ตารางวิเคราะห์ การแยกสถานการณ์หรือเงื่อนไขเป็นส่วนย่อยๆ ขั้นตอนที่ 3 การแก้ปัญหา เป็นขั้นของการปฏิบัติการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ และมีการตรวจสอบแต่ละขั้นตอนที่ปฏิบัติว่าถูกต้องหรือไม่ และขั้นตอนที่ 4 ขั้นตรวจสอบผล เป็นการตรวจสอบผลที่ได้ในแต่ละขั้นตอนว่าถูกต้องหรือไม่ โดยใช้วิธีการแก้ปัญหาวิธีอื่นๆ แล้วตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้ว่าตรงกันหรือไม่ หรืออาจใช้การประมาณคำตอบอย่างคร่าวๆ ซึ่งการใช้กระบวนการแก้ปัญหาของ Polya จะช่วยให้ผู้เรียนรู้จักลำดับความคิดอย่างเป็นขั้นเป็นตอน คิดอย่างเป็นระบบ

การใช้ การแก้ปัญหา เป็นอีกวิธีการหนึ่งที่ช่วยในการแก้ปัญหา
 แก้ปัญหาถือว่าเป็นเทคนิคในการแก้ปัญหา นักเรียน ออกใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหา
 เหมาะสมกับปัญหาและความสามารถของตนเองได้ การเลือกใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหานั้นที่เหมาะสม
 และมีประสิทธิภาพจะช่วยให้นักเรียน แก้ปัญหานั้นได้ แก้ปัญหามีหลากหลาย
 วิธี เช่น
 ยุทธวิธีสร้างตัวแบบ ยุทธวิธีลงมือปฏิบัติ ยุทธวิธีแจกแจงรายการ ยุทธวิธีสร้างตาราง ยุทธวิธี
 ค้นหาแบบรูป ยุทธวิธีเปลี่ยนมุมมอง เป็นต้น

นอกจากกระบวนการแก้ปัญหาและยุทธวิธีในการแก้ปัญหาก็จะช่วยให้นักเรียนมี
 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้นแล้ว หนึ่งที่จะช่วยให้นักเรียน
 ความสามารถในการแก้ปัญหาและเข้าใจปัญหามากขึ้น คือ การตั้งปัญหา ถึงแม้ว่าการแก้ปัญหา
 เป็นกระบวนการสำคัญที่ควรได้รับการเรียนรู้ ฝึกฝน และพัฒนาให้เป็นทักษะติดตัวนักเรียน แต่
 คณิตศาสตร์และนักวิทยาศาสตร์ที่มีชื่อเสียงต่างเห็นพ้องกันว่า การมองเห็นปัญหาหรือการตั้ง
 ปัญหาด้วยตนเองนั้นสำคัญยิ่งกว่าการแก้ปัญหาเสียอีก (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และ
 [], 2550: 131)

ปัญหาเป็นเทคนิคหนึ่งที่ครูผู้สอนมุ่งนำเสนอสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับโลก
 ของความเป็นจริง โดยผู้สอนจะใช้วิธีการตั้งปัญหาหรือเสนอปัญหาที่ทำทนายหรือซับซ้อน เพื่อยั่ว
 ให้นักเรียนสนใจ ภาระที่จะใช้ศักยภาพที่ตนเองมีอยู่ในการแก้ปัญหา เกิดความสนใจและเกิด
 ความท้าทายที่จะแก้ปัญหานั้นๆ (, 2547 อ้างใน สุริเยศ สุขแสง, 2548: 14)
 สอดคล้อง ข้อสรุปที่ว่า การสอนโดยใช้การตั้งปัญหาเป็นการนำเสนอปัญหาที่ทำทนายโดยครูหรือ
 นักเรียนในห้องเรียนเสนอปัญหา เพื่อกระตุ้นให้นัก มีความต้องการที่
 จะแก้ปัญหาและคิดหาทางที่จะแก้ปัญหานั้นๆ (Stoyanova and Ellerton, 1996 and Duncker, 1945)
 Silver (1994) ได้เสนอความคิดเห็นเกี่ยวกับความสำคัญของการตั้งปัญหา สรุปได้ว่า
 การตั้งปัญหามีส่วนช่วยทำให้ความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียน ถือว่าเป็นวิธีการ
 ช่วยในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียน และการตั้งปัญหายังมี
 ความสำคัญต่อการส่งเสริมทางด้าน การคิด และเป็นวิธีการที่ทำให้นักเรียนเข้าใจการ
 แก้ปัญหามากขึ้น (Haylock, 1987)

จากความสำคัญของการตั้งปัญหาดังกล่าว จะเห็นว่าการตั้งปัญหาเป็นการเปิดโอกาสให้
 สร้างความตื่นตัวและก่อให้เกิดแรงกระตุ้นให้
 นักเรียนพยายามใช้ เพื่อช่วย หากคำตอบ อีกทั้งการตั้งปัญหาจะช่วย
 ส่งเสริมให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจ รแก้ปัญหามากขึ้น ดังนั้น ผู้วิจัยในฐานะที่เป็น
 ครูสอนคณิตศาสตร์จึงสนใจ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การแก้ปัญหาและการตั้งปัญหา
 คณิตศาสตร์ มาประยุกต์ใช้ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
 "การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปร " ความสามารถในการแก้ปัญหาทาง
 คณิตศาสตร์ และเป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ต่อไป

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. คณิตศาสตร์ "การประยุกต์ของสมการเชิงเส้น
 " ษาปีที่ 2 โรงเรียนเบญจมราชานุสรณ์ จังหวัดนนทบุรี
2. กษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ "การประยุกต์ของ
 สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว" ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนเบญจมราชานุสรณ์
3. นการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง "การประยุกต์ของ
 สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว" ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนเบญจมราชานุสรณ์

1. ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
 นุสรณ์ จังหวัดนนทบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 544

2. กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
 นุสรณ์ จังหวัดนนทบุรี 2 ปีการศึกษา 2552 1 ห้องเรียน 46

ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) 12 ห้องเรียน ซึ่ง
ทางโรงเรียนได้จัดนักเรียนของแต่ละห้องเรียนแบบละความสามารถทางการเรียน

3. ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย

3.1 ตัวแปรอิสระ คือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ “การประยุกต์ของสมการเชิง
เส้นตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.2 ได้แก่

3.2.1 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิง
เส้น

3.2.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาวทางคณิตศาสตร์ “การประยุกต์ของ
สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว”

3.2.2 การตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ “การประยุกต์ของ
สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว”

4. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย คือ “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว”
มัธยมศึกษาปีที่ 2

5. ระยะเวลาที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้น
” ใช้เวลาทั้งหมด 16 50

1 ทดสอบก่อนเรียน

2-4 การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

	5	ประโยคภาษาและประโยคสัญลักษณ์
	6-7	การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวน
	8	การตั้งปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวน
และร้อยละ	9	การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราส่วน
ร้อยละ	10	การตั้งปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราส่วน และ
	11-12	การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับระยะทาง
	13	การตั้งปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับระยะทาง
	14	
คณิตศาสตร์	15 - 16	ทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาและตั้งปัญหาทาง

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

ได้แผนการจัดการเรียนรู้เรื่อง "การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว" โดยใช้การแก้ปัญหและการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ สำหรับหน่วยการเรียนรู้อื่นๆ ในวิชาคณิตศาสตร์

นิยามศัพท์เฉพาะ

ผู้วิจัยกำหนดความหมายของคำศัพท์ในการวิจัย เพื่อให้การดำเนินการวิจัยมีความชัดเจน

สัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง คะแนนความสามารถในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง "การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว" ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งวัดได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

การตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ กระบวนการในการสร้างปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยการวิจัยในครั้งนี้กำหนดเฉพาะการสร้างปัญหาโดยการปรับจากปัญหาเดิมที่เคยแก้มาแล้ว ซึ่งปัญหาที่สร้างขึ้นนี้ยังคงสัมพันธ์กับปัญหาเดิมอยู่ และการสร้างปัญหาจากสถานการณ์ที่กำหนดให้

ความสามารถในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการใช้ความรู้ ความคิดรวบยอด และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการดำเนินการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง "การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว" หาคำตอบด้วยการเขียนตอบในแบบ ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

ความสามารถในการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการขยายปัญหาจากปัญหาเดิมที่เคยแก้มาแล้ว และสร้างปัญหาจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ ให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่แก้ได้ ทำทาย น่าสนใจ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ที่แปลกใหม่ เป็นปัญหาที่ขยายความรู้และต้องใช้ใช้ทักษะต่างๆ มากกว่าปัญหาเดิมที่เคยแก้ ซึ่งพิจารณาจากการทำ ความสามารถในการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

เกณฑ์ 60% หมายถึง ค่าเฉลี่ยที่คิดเป็นร้อยละ

30

ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัยโดยการนำเสนอ

1. ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1.1 ปัญหา คณิตศาสตร์

1.2 ปัญหา ศาสตร์

1.3 ลักษณะของปัญหาที่ดี

2. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.1 องค์ประกอบที่มีส่วนช่วยในการแก้ปัญหา

2.2 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.3 ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3. การตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.1 ายของการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.2 เทคนิคการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์

4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

4.1

4.2 งานวิจัยต่างประเทศ

ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ปัญหา คณิตศาสตร์

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2538: 52) ได้ให้ความหมาย ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าเป็น สถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการคำตอบในรูปของปริมาณหรือจำนวน รวมทั้งคำอธิบายให้เหตุผล ผู้คิดหาคำตอบไม่คุ้นเคยมาก่อน และไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด สถานการณ์หรือคำถามข้อใดจะเป็นปัญหาหรือไม่ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้คิดหาคำตอบ บางข้อเป็นปัญหาสำหรับบางคน แต่อาจไม่เป็นปัญหาสำหรับคนอื่นๆ ก็ได้

(2542: 5) ได้กล่าวถึงปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นปัญหาที่นักเรียนจะต้องค้นหาความจริงหรือสรุปสิ่งใหม่ที่นักเรียนยังไม่เคยเรียนมาก่อน มีเนื้อหาเกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยกระบวนการทางคณิตศาสตร์เข้ามาแก้ปัญหา

(2544: 10) ได้กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นปัญหา คณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาต่างๆ จะต้องใช้ความสามารถในการแก้ปัญหาและความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนมา

เขวลักษณ์ สมว (2545: 16) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า คำถามทางคณิตศาสตร์หรือโจทย์ภาษาที่บรรยายสถานการณ์ด้วยข้อความและจำนวนที่เกี่ยวกับ ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยต้องการคำตอบในเชิงปริมาณและตัวเลข ผู้แก้ปัญหาจะหาคำตอบได้ โดยใช้กระบวนการที่เหมาะสมซึ่งจะต้องใช้ความรู้ ประสบการณ์

Anderson and Pingry (1973: 228) ได้กล่าวถึงปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่ต้องการหาคำตอบ ซึ่งผู้แก้ปัญหาจะแก้ปัญหาได้ต้องใช้วิธีการที่เหมาะสม ต้องใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ประสบการณ์ และการตัดสินใจ ปัญหาจะมีความสัมพันธ์กับผู้แก้ปัญหา สถานการณ์หนึ่งอาจเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่ง แต่อาจไม่เป็นปัญหาสำหรับบุคคลอื่น

Krulik and Rudnick (1993: 6) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่เป็นประโยคภาษา คำตอบจะเกี่ยวข้องกับปริมาณ ในตัวปัญหานั้น ไม่ได้ระบุวิธีการหรือการดำเนินการในการแก้ปัญหาไว้อย่างชัดเจน ผู้แก้ปัญหา จะต้องค้นหาว่าจะใช้วิธีการใดในการหาคำตอบของปัญหาจึงจะทำให้ได้มาซึ่งคำตอบของปัญหา

ปัญหา คณิตศาสตร์

(2533: 3-4) ได้แบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 4

1. ปัญหาขั้นเดียว (One-Step Problem) เป็นปัญหาที่ทุกคนคุ้นเคยอยู่ การแก้ปัญหาแบบนี้มักใช้วิธีการบวก ลบ คูณ และหารธรรมดา
2. ปัญหาหลายขั้น (Multiple-Step Problem) เป็นปัญหาที่สามารถแก้ไขได้โดยการกระทำเบื้องต้นตั้งแต่ 2 ขั้นตอนขึ้นไป หรืออาจใช้การกระทำชนิดเดิมแต่ซ้ำกันหลายครั้ง
3. ปัญหาเกี่ยวกับกระบวนการ (Process Problem) เป็นปัญหาที่ต้องใช้ความคิดที่เป็นเหตุผลช่วยในการแก้ปัญหา โดยใช้กลยุทธ์หลายๆ แบบ เช่น มองหา วาดภาพ สร้างสมการ และอื่นๆ โดยทั่วไปปัญหาเหล่านี้ไม่สามารถแก้ไขได้โดยวิธีการบวก ลบ คูณ และหาร
4. ปัญหาเกี่ยวกับการประยุกต์ (Applied Problem) เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนเก็บข้อมูลและตัดสินใจเอง การที่จะหาผลเฉลยของปัญหาอาจใช้กลยุทธ์หลายอย่าง ปัญหาเหล่านี้สะท้อนให้เห็นสถานการณ์และอาจจะไม่มีคำตอบเพียงคำตอบเดียว

ดวงเดือน อ่อนน่วม (2536: 10-17) ได้แบ่งประเภทของปัญหาทฤษฎีออกเป็น 2

1. ปัญหาเกี่ยวกับสาระ ได้แก่ ปัญหาตามที่ปรากฏอยู่ในหนังสือทั่วไป เป็นปัญหาที่นำความรู้เกี่ยวกับวิธีคำนวณที่เรียนมาแล้ว มาใช้หาคำตอบของสภาพการณ์ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน ซึ่งอาจกล่าวได้ว่า ปัญหาชนิดนี้มุ่งขยายประสบการณ์ด้านการคิดคำนวณมากกว่า การเรียนรู้ด้านการแก้ปัญหาอย่างแท้จริง

2. ปัญหาเกี่ยวกับกระบวนการ เป็นปัญหาที่มุ่งเน้นกระบวนการในการหาคำตอบมากกว่า คำตอบเอง ในการหาคำตอบบางครั้งไม่จำเป็นต้องนำการบวก ลบ คูณ หารมาใช้ แต่ใช้กระบวนการคิดอื่นๆ ปัญหาชนิดนี้พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาได้ดี และยังส่งเสริมวิธีการคิดอย่างสร้างสรรค์และสร้างความรู้สึกรักทำทายอีกด้วย

สมเดช บุญประจักษ์ (2550: 71) ได้แยกลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2

1. ปัญหาที่ใช้ฝึกทักษะ เป็นปัญหาที่ต้องการให้ใช้วิธีการและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ เป็นปัญหาที่คล้ายในบทเรียนปกติ ไม่ซับซ้อน เน้นให้ผู้เรียนได้ฝึกทักษะการคำนวณ ฝึกขั้นตอนวิธีมุ่งหวังให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ เกิดความเข้าใจในมโนคติทางคณิตศาสตร์และเกิดทักษะที่ต้องการ ปัญหาอาจอยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือประโยคข้อความ

2. ปัญหาที่ใช้พัฒนาความสามารถทางคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อนกว่าปกติ หรือเป็นปัญหาที่มีหลายขั้นตอน ผู้แก้ปัญหาอาจไม่เคยพบมาก่อน ในการแก้ปัญหาต้องใช้ความรู้ ทักษะ มโนคติ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งต้องมีการคิด วางแผนและอาศัยวิธีทางคณิตศาสตร์ เช่น การรวบรวมข้อมูล การแทนข้อมูลด้วยสัญลักษณ์ การจัดระบบ การประมวลผลและแปลความหมาย โดยมุ่งหวังให้ผู้เรียนได้ฝึกใช้ความรู้วิธีการแก้ปัญหาและข้อเท็จจริงต่างๆ ในการหาคำตอบ

Polya (1973: 154-156 อ้าง อัจฉริภรณ์ จิวสกุล, 2541: 22) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2

1. ปัญหาให้ค้นหา (Problems to Find) เป็นปัญหาในการค้นหาสิ่งที่ต้องการ ซึ่งอาจเป็นปัญหาในเชิงทฤษฎี หรือปัญหาในเชิงปฏิบัติ อาจเป็นรูปธรรมหรือนามธรรม ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งเป็น 3 ส่วนคือ สิ่งที่ต้องการหา ข้อมูลที่กำหนดให้ และเงื่อนไข

2. ปัญหาให้พิสูจน์ (Problems to Prove) เป็นปัญหาที่ให้แสดงอย่างสมเหตุสมผล ว่าข้อความที่กำหนดเป็นจริงหรือเป็นเท็จ ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งเป็น 2 ส่วนคือ สิ่งที่กำหนดให้ และผลสรุปหรือสิ่งที่ต้องพิสูจน์ พิจารณาจากตัวผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหา

Charles and Lester (1982: 6-10) ได้จำแนกประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ตามเป้าหมายของการฝึกแก้ปัญหา ดังนี้

1. ปัญหาที่ใช้ฝึก (Drill Exercise) เป็นปัญหาที่ใช้ฝึกขั้นตอนวิธีและการคำนวณเบื้องต้น

2. ปัญหาข้อความอย่างง่าย (Simple Translation Problem) เป็นปัญหาข้อความก่อน เช่น ปัญหาในหนังสือเรียนต้องการฝึกให้คุ้นเคยกับการเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ มักเป็นปัญหาขั้นตอนเดียวที่มุ่งให้เกิดความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์

3. ปัญหาข้อความที่ซับซ้อน (Complex Translation Problem) คล้ายกับปัญหาอย่างง่าย แต่เพิ่มเป็นปัญหาที่มี 2 ขั้นตอนหรือมากกว่า 2 หรือมากกว่า 2

4. ปัญหาที่เป็นกระบวนการ (Process Problem) เป็นปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน ไม่สามารถเปลี่ยนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ได้ทันที จะต้องจัดปัญหาให้ง่ายขึ้น หรือแบ่งเป็นขั้นตอนย่อยแล้วหารูปแบบทั่วไปของปัญหา ซึ่งนำไปสู่การคิดและการแก้ปัญหา เน้นการพัฒนายุทธวิธีต่างๆ เพื่อให้เกิดความเข้าใจ มีการวางแผนแก้ปัญหาและประเมินผลคำตอบ

5. ปัญหาการประยุกต์ (Applied Problem) เป็นปัญหาที่ต้องใช้ทักษะความรู้ การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การได้มาซึ่งคำตอบต้องอาศัยวิธีการทางคณิตศาสตร์เป็นสำคัญ เช่น การแทนข้อมูลด้วยสัญลักษณ์ ข้อมูลนั้นๆ ปัญหาการประยุกต์เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้ผู้แก้ปัญหาได้ใช้ทักษะ โหมดิและผู้แก้ปัญหาเห็นประโยชน์และเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์

6. ปัญหาปริศนา (Puzzle Problem) เป็นปัญหาที่บางครั้งได้คำตอบจากการเดาสุ่ม ไม่จำเป็นต้องใช้คณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา บางครั้งต้องใช้เทคนิคเฉพาะ เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ความคิดสร้างสรรค์ มีความยืดหยุ่นในการแก้ปัญหา และเป็นปัญหาที่มองได้หลายแง่มุม ปัญหาปริศนามักเป็นปัญหาลับสมอง ปัญหาท้าทาย ผู้ที่มีทักษะในการแก้ปัญหาก็จะแก้ปัญหาลักษณะนี้ได้ดี

Baroody (1993 อ้างใน ปรีชา เนาว์เย็นผล, 2544: 16) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป้าหมายในการหาคำตอบของปัญหาเป็น 2

1. ปัญหาที่มีเป้าหมายเฉพาะเจาะจง เป็นปัญหาที่มีคำตอบแน่นอน ส่วนใหญ่มีคำตอบ
2. ปัญหาที่มีเป้าหมายไม่เฉพาะเจาะจง เป็นปัญหาแบบปลายเปิด มีคำตอบกว้าง มีหลายคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบ

Reys et al (1992: 29 อ้างใน ปรีชา เนาว์เย็นผล, 2544: 17) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาจากผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหาเป็น 2

1. ปัญหาที่คุ้นเคย (routine problem) เป็นปัญหาเกี่ยวกับการประยุกต์การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ มักอยู่ในรูปโจทย์ปัญหาที่เป็นถ้อยคำหรือเป็นเรื่องราว มีโครงสร้างของปัญหาไม่ซับซ้อนนักและคล้ายกับตัวอย่างหรือปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาเคยมีประสบการณ์ในการแก้มาแล้ว

2. ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย (non routine problem) เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน เป็นปัญหาแปลกใหม่สำหรับผู้แก้ปัญหา ในการแก้ปัญหาผู้แก้ปัญหามองต้องใช้ความรู้ และประสบการณ์หลายอย่างประมวลเข้าด้วยกันเพื่อกำหนดวิธีแก้ปัญหา

ลักษณะของปัญหาที่ดี

(2544: 23) ได้กล่าวถึงลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดีควรมี

ลักษณะดังต่อไปนี้

1. น่าสนใจ และเกี่ยวข้องกับ
2. ใช้ภาษาที่เข้าใจง่าย
3. เหมาะสมกับระดับความรู้ และพื้นฐานของนักเรียน
4. นักเรียนควรมีส่วนช่วยสร้างปัญหาขึ้น

ทิพย์คง (2544: 18) ได้กล่าวถึงลักษณะของปัญหาที่ดี

1. ใช้ภาษาที่กระชับ รัดกุม ถูกต้อง สามารถเข้าใจง่าย
2. แปลกใหม่สำหรับนักเรียน ช่วยกระตุ้น และพัฒนาความคิด ทำทลายความสามารถ
3. ไม่สั้นหรือยาวเกินไป
4. ไม่ยากหรือง่ายเกินไปสำหรับความสามารถของนักเรียนในวัยนั้นๆ
5. สถานการณ์ของปัญหาเหมาะสมกับวัยของนักเรียน
6. ให้ข้อมูลเพียงพอที่จะนำไปประกอบการพิจารณาแก้ปัญหาได้
7. เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน

8. ข้อมูลที่มีอยู่จะต้องทันสมัย และเหตุการณ์ที่เป็นไปได้จริง

9. มีวิธีการหาคำตอบได้มากกว่า 1

10. นักเรียนสามารถใช้การวาดภาพลายเส้น แผนภาพ ไคอะแกรม หรือแผนภูมิช่วยในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

พานิษฐ์สวาย (2545: 94-113) ได้กล่าวถึงโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดี มีลักษณะดังต่อไปนี้

1. ปัญหาที่น่าสนใจ
2. ปัญหาที่ท้าทาย
3. ปัญหาที่สอดคล้องกับชีวิตจริง
4. ปัญหาที่ส่งเสริมให้นักเรียนนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้

Fehr and Phillips (1972 : 424) ได้กล่าวว่า “เทคนิคหนึ่งซึ่งจะช่วยในการทำให้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นปัญหาที่น่าสนใจคือ การให้นักเรียนได้ช่วยกันสร้างปัญหาขึ้นมาเอง”

Krulik and Reys (1980 : 24) กล่าวว่า “ปัญหาคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจเป็นปัญหาที่นักเรียนไม่ค่อยพบในห้องเรียน ซึ่งในการสร้างปัญหาควรคำนึงถึงความรู้พื้นฐานของผู้แก้ปัญหา กลวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา และความสามารถในการใช้ภาษาของผู้แก้ปัญหา”

การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

องค์ประกอบที่มีส่วนช่วยในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

ปรีชา เนาว่าเย็นผล (2537: 64-66) ได้เสนอองค์ประกอบที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ 5

1. ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา มีทักษะที่เกี่ยวข้อง ทักษะการอ่านและทักษะการฟัง โดยแยกแยะประเด็นสำคัญว่าปัญหากำหนดอะไรให้และต้องการให้หาอะไร มีข้อมูล

ใดบ้างที่จำเป็นและไม่จำเป็น ต้องรู้ศัพท์ มโนคติและข้อเท็จจริงและนำมาเชื่อมโยงกับปัญหาที่กำลังเผชิญอยู่ หรือการเน้นข้อความสำคัญ การแบ่งวรรคตอน

การสร้างตัวแบบ การยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับปัญหา

2. ทักษะในการแก้ปัญหา เกิดจากการฝึกทักษะการแก้ปัญหา

รูปแบบการแก้ปัญหา ดังนั้นเมื่อเผชิญปัญหาใหม่จึงสามารถเชื่อมโยงนำวิธีการไปใช้แก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ

3. ความสามารถในการคิดคำนวณและความสามารถในการให้เหตุผล แม้ว่าผู้เรียนจะแก้ปัญหาได้แต่ถ้าการคำนวณผิดพลาดก็ถือว่าการแก้ปัญหาไม่ประสบผลสำเร็จ สำหรับปัญหาที่ต้องการคำอธิบายให้เหตุผล ผู้เรียนจะต้องอาศัยทักษะพื้นฐานในการเขียนและการพูด มีความเข้าใจในกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

4. เนื่องจากปัญหาเป็นสถานการณ์ที่แปลกใหม่ ต้องอาศัยความสามารถสูง ผู้เรียนจึงต้องอาศัยแรงขับที่จะสร้างพลังในการคิด ได้แก่ อึดทน โทศน์ แรงจูงใจ ใฝ่สัมฤทธิ์ เพื่อใช้ในการแก้ปัญหา

5. ความยืดหยุ่น ผู้แก้ปัญหาที่ดีต้องยืดหยุ่นในการคิด ไม่ยึดติดรูปแบบที่คุ้นเคย รูปแบบและวิธีการใหม่ๆ เพราะความยืดหยุ่นเป็นความสามารถในการปรับแก้ปัญหาโดยการบูรณาการความเข้าใจ ทักษะและความสามารถในการแก้ปัญหา แรงขับที่มีอยู่จะเชื่อมโยงกับสถานการณ์ใหม่สร้างเป็นองค์ความรู้ที่สามารถใช้เพื่อแก้ปัญหาใหม่

สุนันท์ ฉิมวัย (2543: 23) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่สำคัญที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหา

1. องค์ประกอบที่เกี่ยวข้องกับตัวผู้แก้ปัญหา ซึ่งได้แก่

- 1.1 ความรู้ และประสบการณ์
- 1.2 ระดับสติปัญญาและความสามารถ
- 1.3 การรับรู้และการสังเคราะห์ความคิด
- 1.4 ทักษะและพื้นฐานต่างๆ เช่น ทักษะการอ่าน

1.5 ความรู้สึกและความต้องการที่จะแก้ปัญหา ความเชื่อและเจตคติต่อการแก้ปัญหา

1.6 ความยืดหยุ่นและความมั่นใจในตนเองต่อความสามารถในการแก้ปัญหา

2. องค์ประกอบเกี่ยวกับสภาพสิ่งแวดล้อม

2.1 บรรยากาศที่เอื้อต่อการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา

2.2 วิธีการพัฒนาที่ส่งเสริมให้เกิดความสามารถในการแก้ปัญหา

2.3 มีเวลาในการพัฒนาอย่างเพียงพอ และได้รับการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง

2.4 สถานการณ์ปัญหาที่นำมาเป็นสื่อในการพัฒนา เป็นปัญหาที่ดีที่ก่อให้เกิดการเรียนรู้พัฒนาทักษะต่างๆ เป็นปัญหาที่น่าสนใจท้าทายความสามารถและเหมาะสมกับวัย

Polya (1957: 225 อ้างใน ดอกอ้อ คีอิเม็ง, 2551: 23) ได้กล่าวถึง สิ่งที่สัมพันธ์กับความสามารถในการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นสิ่งที่มีส่วนช่วยในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้

1. รอ่านเพื่อทำความเข้าใจกับปัญหา เมื่อนักเรียนอ่าน โจทย์ปัญหาข้อนั้นแล้วจะต้องสามารถจับความได้ว่า โจทย์ปัญหาข้อนั้นต้องการให้หาคำตอบเกี่ยวกับอะไร โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง ข้อมูลที่กำหนดให้มีเงื่อนไขหรือข้อกำหนดอย่างไรบ้าง

2. ความสามารถในการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนดไว้และประยุกต์ใช้ความรู้และประสบการณ์เดิมของตน เพื่อทำความเข้าใจกับ โจทย์ปัญหาให้ชัดเจนยิ่งขึ้น

3. ความสามารถในการแปลงสิ่งที่กำหนดไว้ใน โจทย์เป็นประโยคสัญลักษณ์

4. ความสามารถในการวางแผนเพื่อกำหนดแนวทางในการแก้ โจทย์ปัญหา

5. เพื่อหาคำตอบที่ถูกต้องของ โจทย์ปัญหา นักเรียนจะต้องมีความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับระบบจำนวน และตัวเลขตลอดจนถึงทักษะในการคำนวณต่างๆ อย่างคล่องแคล่ว

6. ความสามารถในการตรวจสอบคำตอบเพื่อให้มั่นใจว่า คำตอบที่คำนวณได้นั้นเป็นคำตอบที่ถูกต้องสมบูรณ์ของโจทย์ปัญหาข้อนั้น

กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

กระบวนการแก้ปัญหาของ Polya (1957 อ้างใน สมเดช บุญประจักษ์, 2550: 71-73) ขั้นตอนการแก้ปัญหาประกอบด้วย 4

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

เมื่อเริ่มต้นการแก้ปัญหา จะต้องสำรวจว่าในปัญหามีคำหรือวลีหรือประโยคย่อยๆ อะไรบ้าง มีความหมายอย่างไร แล้วจำแนกเป็นส่วนๆ ว่าโจทย์กำหนดอะไรให้ อะไรคือสิ่งที่ต้องหา อะไรคือข้อมูลที่กำหนด มีเงื่อนไขอย่างไรบ้าง

2. ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา

เป็นขั้นการวิเคราะห์รายละเอียดและหาความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลที่กำหนดกับสิ่งที่ไม่รู้ การพิจารณาอาจใช้วิธีการต่างๆ เพื่อช่วยให้ได้ข้อสรุปที่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบได้ เช่น การวาดรูปประกอบ การสร้างตารางวิเคราะห์ การแยกสถานการณ์หรือเงื่อนไขเป็นส่วนย่อยๆ หรืออื่นๆ

3. ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

เป็นขั้นของการปฏิบัติการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ และมีการตรวจสอบแต่ละขั้นตอนที่ปฏิบัติว่าถูกต้องหรือไม่

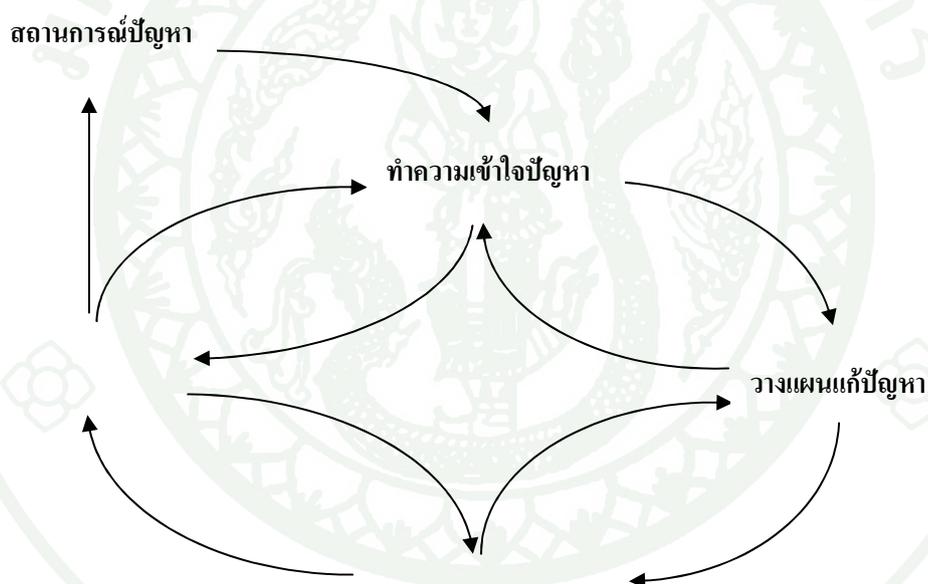
4.

เป็นการตรวจสอบที่ได้ในแต่ละขั้นตอนว่าถูกต้องหรือไม่ อาจตรวจสอบโดยใช้วิธีการแก้ปัญหาวิธีอื่นๆ แล้วตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้ว่าตรงกันหรือไม่ หรืออาจใช้การประมาณคำตอบอย่างคร่าวๆ

ในขั้นการตรวจสอบ นอกจากจะเป็นการตรวจสอบผลที่ได้ว่าถูกต้อง เหมาะสมแล้ว อาจปรับเปลี่ยนเงื่อนไขบางประการแล้วหาข้อสรุปและสรุปผลการแก้ปัญหาในรูปทั่วไป

กระบวนการแก้ปัญหา 4 Polya ไม่ได้หมายความว่า จะต้องดำเนินการแก้ปัญหาไปที่ละขั้นตอน ในทางปฏิบัติสามารถที่จะคิดตรวจสอบย้อนกลับได้ตลอดเวลา

Wilson, Fernandez, and Hadaway (1993 อ้างใน ปิยะนาถ เหมวิเศษ, 2551: 12) ได้เสนอแนะกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัต (Dynamic problem-solving process) ซึ่งเป็นกระบวนการแก้ปัญหาที่สนับสนุนกระบวนการแก้ปัญหาของ Polya ในรูปแบบที่แสดงความเป็นพลวัต มีลำดับไม่ตายตัว สามารถวนไปเวียนมาได้ ดัง 1



1 แสดงกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัต

จากกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตในภาพ 1 อธิบายได้ดังนี้ เมื่อต้องเผชิญกับสถานการณ์ที่เป็นปัญหา นักเรียนจะต้องเริ่มทำความเข้าใจกับปัญหาก่อนแก้ปัญหา ดำเนินการตามแผนที่วางไว้ จนกระทั่งหาคำตอบได้ สุดท้ายตรวจสอบผลถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้

เป็นการพิจารณาหรือตัดสินใจที่จะเลื่อนการกระทำจาก
 ขั้นตอนหนึ่งไปสู่อีกขั้นตอนหนึ่ง หรือพิจารณาย้อนกลับไปขั้นตอนก่อนหน้าเมื่อมีปัญหาหรือข้อ
 สงสัย เช่น เมื่อนักเรียนทำความเข้าใจปัญหา และคิดว่ามีความเข้าใจปัญหาดีแล้ว
 กระทำไปสู่ขั้นวางแผนแก้ปัญหา และดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ แต่ไม่สามารถหา
 คำตอบได้ นักเรียนก็จะย้อนกลับไปวางแผนใหม่ หรืออาจต้องกลับไปทำความเข้าใจปัญหาใหม่
 เพื่อปรับปรุงวิธีการแก้ปัญหาให้ดียิ่งขึ้น

ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544: 23-26) ได้กล่าวถึงยุทธวิธีในการแก้ปัญหา ซึ่งมีรายละเอียด

1.

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยยุทธวิธีเดาและตรวจสอบ เป็นการพิจารณาข้อมูล
 และเงื่อนไขต่างๆ ที่ปัญหากำหนดให้ ผสมผสานกับประสบการณ์เดิมที่เกี่ยวข้องนำมาใช้เป็น
 คำตอบของปัญหา แล้วตรวจสอบความถูกต้อง ถ้าไม่ถูกต้องก็คาดเดาใหม่ โดย
 อาศัยประโยชน์จากความไม่ถูกต้องของการเดาในครั้งแรกๆ โดยใช้เป็นข้อมูลในการสร้างกรอบ
 การเดาครั้งต่อไปให้มีความชัดเจนยิ่งขึ้น และเข้าถึงคำตอบของปัญหาได้เร็วขึ้น การเดาต้องเดา
 อย่างมีเหตุผล มีทิศทางเพื่อให้สิ่งที่เดานั้นเข้าใกล้คำตอบที่ต้องการมากที่สุด

2.

ในปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการคิดคำนวณ เมื่อกำหนดแนวทางและวิธีการคำนวณได้แล้ว
 ในการหาคำตอบอาจใช้การประมาณค่าจำนวนต่างๆ ให้มีค่าใกล้เคียงจำนวนเต็มหน่วย จำนวนเต็ม
 สิบ หรือจำนวนเต็มอื่นๆ แล้วแต่กรณี และประมาณคำตอบจากการคิดคำนวณอย่างคร่าวๆ ซึ่ง
 สามารถดำเนินการได้ค่อนข้างรวดเร็วกว่าการคิดคำนวณตรงๆ บันทึกคำตอบที่ได้จากการประมาณ
 นี้ไว้ คำตอบที่ได้จากการประมาณจะช่วยให้มองเห็นภาพของคำตอบที่ต้องการ และสามารถนำมา
 ทียบกับคำตอบที่ได้จากการคิดคำนวณตามปกติ เพื่อตรวจสอบความเป็นไปได้ของคำตอบ
 และในปัญหาบางปัญหาผลจากการประมาณคำตอบสามารถนำมาใช้เป็นข้อมูลในการหาคำตอบที่
 ต้องการได้

3.

ยุทธวิธีเขียนภาพหรือแผนภาพเป็นการใช้ภาษาที่แทนด้วยรูป
ข้อสนเทศเกี่ยวกับการแก้ปัญหา ซึ่งเมื่อนักเรียนมีวุฒิภาวะขึ้น สิ่งที่แทนด้วยรูปภาพและแผนภาพ
จะเปลี่ยนไปเป็นตัวเลขและนิพจน์อย่างอื่นทางคณิตศาสตร์ การเขียนภาพหรือแผนภาพจะช่วยให้
เข้าใจปัญหาได้ง่ายขึ้น และบางครั้งสามารถหาคำตอบของปัญหาได้โดยตรง

4. ยุทธวิธีสร้างตัวแบบ

ตัวแบบพบอยู่มากมายในคณิตศาสตร์ บางทีใช้เป็นตัวแทนของมโนคติและ
กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ตัวแบบเหล่านี้มีประโยชน์ในการแนะนำสาระใหม่ในการช่วย
นักเรียนสร้างความเข้าใจมโนคติ ตัวแบบมีประโยชน์สำหรับการแก้ปัญหาที่คุ้นเคยและไม่คุ้นเคย
โดยนักเรียนควรจะได้รับ การกระตุ้นให้ใช้ตัวแบบที่เหมาะสมในการทำความเข้าใจ และกำหนด
แนวคิดในการแก้ปัญหา เราสามารถใช้สิ่งต่างๆ ในการสร้างตัวแบบของสถานการณ์ปัญหา

5.

การลงมือทำเป็นยุทธวิธีการแก้ปัญหาประเภทหนึ่งที่เป็นไปตามธรรมชาติ โดยปกติ
อาจทำคร่าวๆ ก่อน ไม่เน้นละเอียดและประณีต เพื่อให้เห็นภาพรวมของงานที่ทำ เป็นยุทธวิธีที่ดีที่
ทำให้นักเรียนได้คิดผ่านการ และทำให้มองเห็นภาพของสถานการณ์ที่เป็นรูปธรรมเข้าใจง่าย

6.

การแจกแจงรายการเป็นการนำเสนอสิ่งที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา ได้แก่ ข้อมูลที่
กำหนดกรณีต่างๆ ที่เกิดขึ้นจากข้อมูลที่กำหนด โดยนำเสนอให้เป็นระบบ มีระเบียบ ครบถ้วน
เป็นหมวดหมู่ ป้องกันการเสนอซ้ำซ้อน อาจนำเสนอในรูปตาราง เพื่อให้การพิจารณาใช้
ประโยชน์จากข้อมูลทำได้สมบูรณ์ การแจกแจงรายการอาจนำเสนออย่างครบถ้วนทุกประเด็น เมื่อ
มีกรณีต่างๆ ที่จะนำเสนอมีจำนวนจำกัด หรืออาจนำเสนอเพียงบางรายการที่จำเป็นและเพียงพอต่อ
การหาคำตอบของปัญหาก็ได้

7. ยุทธวิธีสร้างตาราง

ยุทธวิธีสร้างตารางเป็นการจัดการกระทำกับข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหาให้เป็นระบบ มีระเบียบ โดยนำมาเขียนลงในตารางช่วยให้มองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูล ซึ่งนำไปสู่การหาคำตอบที่ต้องการ การใช้ยุทธวิธีสร้างตารางในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ มีประเด็นที่ควร

- 7.1 สร้างตารางเพื่อแสดงกรณีต่างๆ ที่เป็นไปได้ทั้งหมด
- 7.2 สร้างตารางเพื่อแสดงกรณีที่เป็นไปได้บางกรณี
- 7.3 สร้างตารางเพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล 2 (หรือมากกว่า)
- 7.4 สร้างตารางเพื่อค้นหาหนัยทั่วไปของความสัมพันธ์

ยุทธวิธีสร้างตารางสามารถใช้ร่วมกับยุทธวิธีการแก้ปัญหอย่างอื่น เช่น การเดาและตรวจสอบ การค้นหาแบบรูป

8. ยุทธวิธีค้นหาแบบรูป

แบบรูปเป็นสิ่งที่ปรากฏอยู่แล้วในธรรมชาติและเป็นสิ่งที่มนุษย์สร้างขึ้น แบบรูปเป็นสาระสำคัญที่เด่นชัดในคณิตศาสตร์ การค้นหาและการใช้แบบรูปสามารถประยุกต์ได้อย่างกว้างขวางในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ นักเรียนที่มีวุฒิภาวะสูงจะสามารถทำกิจกรรมเกี่ยวกับแบบรูปที่เป็นนามธรรมและซับซ้อน

9.

การเปลี่ยนมุมมองเปรียบเสมือนแนวทางการคิดมากกว่าที่จะเป็นยุทธวิธี ยุทธวิธีนี้บางทีเรียกว่า “หยุดคิด (breaking out)” เพราะผู้แก้ปัญหามองปัญหาให้รอบด้าน หากมุมมองของปัญหาใหม่ ซึ่งอาจแปลกแยกไปจากวิธีปกติธรรมดา

10. ยุทธวิธีนี้ถึงปัญหาที่คล้ายกัน

เมื่อเผชิญกับปัญหา สิ่งหนึ่งที่ผู้แก้ปัญหามักกระทำคือ การพิจารณาว่าปัญหานี้คล้ายกับปัญหาที่เคยแก้มาก่อนหรือไม่ ถ้าเป็นปัญหาที่คล้ายกับปัญหาที่เคยแก้มาก่อน ผู้แก้ปัญหามักคิดถึงบททวนถึงวิธีการหรือยุทธวิธีที่เคยใช้ แล้วพิจารณาเพื่อนำมาประยุกต์ใช้กับปัญหาที่กำลังเผชิญอยู่

11. ยุทธวิธีทำปัญหาให้ง่ายหรือแบ่งเป็นปัญหาย่อย

ปัญหาบางปัญหามักเหมือนเป็นปัญหาใหญ่ อาจเป็นด้วยขนาดของจำนวน หรือความซับซ้อนของปัญหา การทำปัญหาให้ง่ายลงจะช่วยทำให้สามารถกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหาลง และนำแนวคิดนั้นมาใช้แก้ปัญหาก็กำหนดได้ วิธีการหนึ่งในการทำปัญหาให้ง่ายคือ การแบ่งปัญหาออกเป็นหลายๆ หรือเริ่มต้นด้วยปัญหาที่มีระดับความซับซ้อนน้อยลง

12. ยุทธวิธีใช้ตัวแปร

การแก้ปัญหามักใช้วิธีนี้กระทำโดยสมมติตัวแปรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่า สร้างความสัมพันธ์ของข้อมูลต่างๆ ตามเงื่อนไขที่ปัญหากำหนดกับตัวแปรที่สมมติขึ้น แล้วพิจารณาคำตอบของปัญหาจากความสัมพันธ์ที่สร้างขึ้น ปัญหาบางปัญหาสามารถสร้างความสัมพันธ์ในรูปแบบสมการที่สอดคล้องกับปัญหาได้ การแก้ปัญหาลักษณะนี้ทำโดยแก้สมการ แล้วพิจารณาความเป็นไปได้จากคำตอบของสมการนั้น

13. ยุทธวิธีให้เหตุผล

การให้เหตุผลในการแก้ปัญหามักใช้ทางคณิตศาสตร์เป็นการใช้ข้อมูลต่างๆ ที่กำหนดในปัญหาผนวกกับข้อความรู้ที่ทราบมาก่อน เป็นเหตุบังคั้นนำไปสู่ผลซึ่งเป็นคำตอบของปัญหา ยุทธวิธีให้เหตุผลมักใช้ร่วมกับยุทธวิธีอื่นๆ

14. ยุทธวิธีทำย้อนกลับ

ยุทธวิธีทำย้อนกลับเป็นยุทธวิธีเฉพาะ ซึ่งสามารถประยุกต์ใช้กับปัญหาบางปัญหา การแก้ปัญหาโดยเริ่มต้นจากสิ่งที่ปัญหาคำหนดให้แล้วหาความเชื่อมโยงไปสู่สิ่งที่ปัญหาต้องการทำได้ค่อนข้างยาก แต่ว่าการเริ่มต้นพิจารณาจากสิ่งที่ปัญหาต้องการแล้วหาความเชื่อมโยงย้อนไปสู่สิ่งที่ปัญหาคำหนดให้ทำได้ง่ายกว่า เป็นยุทธวิธีที่มีคุณค่าสำหรับนักเรียนในการเรียนรู้

(2547: 18) กล่าวไว้ว่า ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์

15

1. ๆ เพื่อวิเคราะห์ปัญหาในลักษณะของปัญหาทั้งหมด การมองภาพรวมเป็นการทบทวนเรื่องราวทั้งหมด ทำความเข้าใจเนื้อหา การทบทวนอาจจะทำโดยการอ่านหลายรอบเพื่อจะได้ไม่หลงทางมองภาพในมุมกว้างจนกว่าจะเห็นหนทางแก้ไข ในกรณีที่เกิดไม่ออก อาจจะเปลี่ยนมุมมองเสียใหม่ ทั้งนี้จำเป็นจะต้องใคร่ครวญเสียก่อนที่จะกระโจนเข้าสู่จุดคำถามที่ว่า “คนเดินป่าจะต้องมองภูมิทัศน์ของป่าไม้ให้เห็นชัดเจนเสียก่อนที่จะหลงเข้าไปอยู่ในแมงไม้”
2. กำหนดหนทางไว้เลือกหลาย ๆ ทาง การหาทางเลือกที่เป็นไปได้ทั้งหมดไว้หลายๆ ทาง เพื่อนำมาพิจารณาในรายละเอียดว่า ทางเลือกใดที่ดีและเป็นไปได้มากที่สุด การกำหนดทางเลือก อัดคตินใจนั้นต้องกระทำอย่างรอบคอบ
3. กำจัดข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องกับปัญหาทิ้งไป เหลือไว้แต่ข้อมูลที่จะเป็นประโยชน์ต่อการแก้ปัญหานั้น ๆ โดยเฉพาะขีดเส้นใต้เนื้อหาหรือเรื่องราวที่สำคัญจากข้อมูลที่มีอยู่ พิจารณาหนทางเลือกที่เป็นไปได้ โดยตัดหนทางเลือกที่เป็นไปไม่ได้หรือประเด็นที่ไม่เกี่ยวข้องทิ้งไปเสียก่อนโดยใช้หลักการทฤษฎีแล้วจึงค่อยพิจารณาตัดสินใจจากข้อมูลทั้งหมดที่มีอยู่ประกอบกัน
4. เลือกวิธีการในการคำนวณให้เหมาะสม โดยวิเคราะห์จากข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหาว่าจะใช้ข้อมูลข่าวสารใด กลวิธีที่สมควรนำมาใช้คือวิธีใดจึงจะได้ผล และควรจะใช้การคำนวณ บวก ลบ คูณ หาร หาค่าราก ยกกำลัง หรือใช้ความรู้ทางสถิติ แคลคูลัส พีชคณิต กราฟ ฯลฯ อย่างไรช่วยในการคำนวณ

5. ใช้การเดาแล้วทดสอบ โดยใช้เหตุผลในการพิจารณาว่าคำตอบควรจะเป็นเช่นใด การเดาจะต้องเดาอย่างมีหลักเกณฑ์ สมเหตุสมผล ไม่ลำเอียง เมื่อเดาแล้วต้องมีการตรวจสอบความถูกต้องไปเรื่อยๆ จนกว่าจะได้คำตอบ การเดาจะมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น ถ้ามีเทคนิคบางอย่างช่วย เช่น การประมาณค่า การวิเคราะห์ข้อมูล การจำลองสถานการณ์ การพิจารณากรณีแวดล้อมมาประ

6. สร้างรูปแบบ (Model) ที่เป็นรูปธรรม ซึ่งช่วยให้มองเห็นปัญหาในลักษณะหลายมิติ รูปแบบที่สร้างขึ้น จำลองขึ้นอาจจะเป็น คน วัตถุ สิ่งก่อสร้าง โครงสร้าง เครือข่าย เพื่อให้เกิดต้นแบบและสามารถนำไปหาความสัมพันธ์กับข้อมูลที่มีอยู่ หรือนำไปสู่คำตอบที่ต้องการได้

7. (Pattern) ที่จะนำไปสู่การแก้ปัญหาได้อย่างมีระบบ ปัญหาบางปัญหาเรื่องราวบางเรื่อง อาจจะมีลักษณะเป็นวงจร เป็นการเรียงลำดับ เป็นอนุกรมของตัวเลข เป็นเป็นค่าของสัดส่วน เป็นลักษณะของการแปลงค่า เป็นคู่อันดับ หรือเป็นฤดูกาล เป็นต้น การหาแบบรูปได้จะทำให้สามารถไขปัญหาได้

8. จัดระบบข้อมูลใหม่ หมายถึงการจัดระบบข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้นให้มีรูปที่ง่ายแก่การเข้าใจ เช่น ทำเป็นรายการ ทำเป็นตาราง ทำเป็นข้อสังเกต รวมข้อมูลเรื่องราวเดียวกันไว้ตัดข้อมูลที่ฟุ่มเฟือยออกไป รวมทั้งให้บันทึกข้อมูลที่สูญหายไป ซึ่งอาจจะเป็นเบาะแสให้แก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น

9. สร้างภาพประกอบ เพื่อให้สามารถมองเห็นลักษณะของตัวปัญหาได้อย่างชัดเจนจากข้อมูลที่มีอยู่ ที่มีลักษณะเป็นการบรรยายความเป็นตารางตัวเลข สามารถจะทำให้ชัดเจนขึ้นได้ โดยการสร้างภาพประกอบ การเขียนกราฟประกอบคำอธิบาย เขียนรูปทางเรขาคณิต สเกตซ์ภาพลายเส้น เขียนเป็นไดอะแกรม จะทำให้มองเห็นปัญหาในลักษณะที่เป็นรูปธรรมมากขึ้น

10. แยกปัญหาใหญ่ออกเป็นปัญหาย่อยๆ ให้มีลักษณะเช่นเดียวกับปัญหาเดิม แต่อยู่ในลักษณะที่ง่ายขึ้น เป็นการแก้ปัญหาที่ง่ายกว่า มีตัวเลขที่ซับซ้อนน้อยกว่า แต่เป็นโจทย์ปัญหา ลักษณะเดียวกันเมื่อสามารถแก้ปัญหาที่เล็กกว่าได้ จะมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหาย่อยๆ ที่ซับซ้อนมากขึ้นได้

11. ใช้ตรรกศาสตร์ในการแก้ปัญหา เป็นการแก้ปัญหาโดยใช้สามัญสำนึกใช้หลักเหตุผลบ่อยครั้งที่พบว่า การแก้ปัญหาในบางครั้งผู้ที่พยายามแก้ปัญหา อาจจะมองลึกซึ่งจนเกินไปและลืมนึกถึงความเป็นจริงตามธรรมชาติ ขาดการใช้สามัญสำนึกทำให้หาหนทางแก้ไขที่เหมาะสมไม่ได้ การถามว่า “ถ้าเป็นอย่างนี้แล้วจะเกิดอะไรขึ้นต่อไป” เป็นการโยนจากเหตุไปสู่ผลการใช้วิธีอนุมานและอุปมาน เป็นวิธีการหนึ่งที่เป็นประโยชน์

12. คิดย้อนหลัง การแก้ปัญหาโดยเริ่ม ไม่สามารถกระทำได้ง่ายนัก การสืบสาวจากผลย้อนหลังไปหาเหตุในบางครั้งสามารถจะแก้ปัญหาได้ดีกว่า ตัวอย่างการพิสูจน์เรขาคณิต ตรรกศาสตร์ รวมทั้งการสืบสวนเรื่องราวต่างๆ การแก้ปัญหาค่ายกล เป็นต้น ในบางครั้งจะพบว่าสามารถเริ่มต้นจากผลลัพธ์ () เพื่อนำไปสู่เหตุ (ต้นทาง) ได้ง่ายและรวดเร็วมากกว่า

13. ใช้สูตร ปัญหาหลายปัญหามีสูตรในการแก้ บางสูตรใช้ได้กับหลายปี ในการแก้ปัญหาคงจะต้องพิจารณาก่อนว่าสูตรใดบ้างที่มีความเกี่ยวข้อง และสามารถนำมาใช้ประโยชน์ได้ ให้วิเคราะห์ปัญหาแล้วนำสูตรไปใช้ หลังจากนั้นจำเป็นจะต้องตรวจสอบทั้งความถูกต้องของสูตรและการนำสูตรไปใช้ได้ถูกต้องกับเรื่องราว

14. ๆ โดยตนเองหรือโดยคนอื่น สามารถให้แง่คิดที่สามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาได้ คำถามที่เป็นประโยชน์ เช่น ทำไม เป็นไปได้อย่างไร ทำไมจึงเป็นเช่นนั้น จะช่วยให้เกิดความกระฉับกระสะบในปัญหามากขึ้น ช่วยให้สามารถจับใจความสำคัญของปัญหาได้ การตั้งคำถามและหาคำตอบจะสามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาได้

15. คุย อภิปราย หรือระดมความคิด เป็นยุทธวิธีอันหนึ่งที่จะทำให้ได้ความคิดหรือเห็นแนวทางในการแก้ปัญหา เนื่องจากการคุย หรือการอภิปราย ทำให้เกิดการมองปัญหาจากหลายมุมมองที่ต่างกันออกไป เกิดแนวทางในการแก้ปัญหาได้จากหลายจุด มีการเติมหรือแก้ไขในจุดบกพร่องที่มองจากบางมุมไม่เห็น นอกจากนั้นยังจะพบว่า คำพูดบางคำทำให้สะกิดใจ หรือเป็นกุญแจให้สามารถหาหนทางแก้ปัญหาได้

(2550) ได้กล่าวถึงยุทธวิธีที่นำมาช่วยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
ดังต่อไปนี้

1. เป็นการพิจารณาข้อมูลหรือเงื่อนไขต่างๆ ที่ปัญหา กำหนด มาผสมผสานกับประสบการณ์เดิมที่เกี่ยวข้อง นำมาเป็นกรอบในการเดาคำตอบของ ปัญหา ใช้เหตุผลดูความเป็นไปได้แล้วตรวจสอบ ถ้าการเดาครั้งนั้นไม่ถูกต้องก็เดาใหม่ โดย ความไม่ถูกต้องของการเดาในครั้งแรกเป็นข้อมูลในการเดาครั้งต่อไป การเดาแต่ละครั้งนั้นต้องเดา อย่างมีเหตุผล มีทิศทาง เพื่อให้สิ่งที่เดานั้นใกล้เคียงกับคำตอบมากที่สุด
2. ยุทธวิธีการหาแบบรูป เป็นการสังเกตและพิจารณาแบบรูปของส่วนแรกในลำดับของ หัมาก่อนและใช้ความสำคัญที่สังเกตได้หรือที่พิจารณาแล้ว ทำนายในส่วนต่อไปหรือ ส่วนที่ไม่ได้ให้มา
3. ยุทธวิธีแจกกรณีเป็นไปได้ เป็นยุทธวิธีที่ใช้ก่อนที่จะทราบคำตอบ อาจจะเขียนถึงความ เป็นไปได้อย่างเป็นระบบระเบียบ ครอบคลุมเป็นหมวดหมู่ป้องกันการเขียนซ้ำซ้อน โดย สร้างเป็นตาราง หรือเขียนแจกแจงรายการอย่างครบถ้วนทุกประเด็น เมื่อกรณีต่างๆ ที่นำเสนอมีจำนวน จำกัดหรือไม่มากนัก หรืออาจเขียนเพียงบางรายการที่จำเป็นหรือเพียงพอต่อการหาคำตอบเท่านั้น
4. ยุทธวิธีการสร้างตารางหรือกราฟ เป็นการจัดกระทำข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหาให้เป็น ระบบระเบียบ โดยนำมาเขียนในตาราง โดยอยู่ภายใต้เงื่อนไขหรือข้อมูลของปัญหาเพื่อช่วยให้ มองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูล ซึ่งจะนำไปสู่การหาคำตอบที่ต้องการ ในการแก้ปัญหาจะใช้ ยุทธวิธีสร้างตารางเพื่อแจกกรณีที่เป็นไปได้อย่างหมด แจกกรณีบางกรณีที่เป็นและเพียงพอ ค้นหา ความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลตั้งแต่ 2 ข้อมูลขึ้นไป และค้นหาแนวโน้มทั่วไปของความสัมพันธ์
5. ยุทธวิธีเขียนแผนภาพหรือภาพประกอบ ใช้ภาพหรือแผนภาพและความสัมพันธ์ของ ข้อมูลที่ให้มาในปัญหา เพื่อช่วยในการเข้าใจปัญหาและใช้เป็นแนวทางในการแก้ปัญหา ซึ่ง บางครั้งสามารถหาคำตอบของปัญหาได้โดยตรงจากการเขียนภาพหรือแผนภาพนั้น
6. ยุทธวิธีการทำย้อนกลับ เป็นยุทธวิธีการคิดวิเคราะห์จากผลไปหาเหตุ การแก้ปัญหา บางปัญหาหากเริ่มต้นจากสิ่งที่ปัญหาคำหนดให้ แล้วหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ต่างๆ ไปสู่สิ่งที่ปัญหาต้องการ อาจประสบความสำเร็จในการหาคำตอบ ปัญหาบางปัญหาจึงต้องเริ่มต้น

จากสิ่งที่ปัญหาต้องการแล้วหาความเชื่อมโยงย้อนกลับไปสู่สิ่งที่ปัญหาคำหนด ทำให้หาคำตอบของปัญหาได้ง่ายกว่า ยุทธวิธีนี้มีคุณค่าและประโยชน์ต่อการเรียนรู้ของนักเรียน เป็นวิธีการอันที่จะพัฒนาทักษะการให้เหตุผล

7. ยุทธวิธีการให้เหตุผล เป็นการใช้ข้อมูลต่างๆ ที่กำหนดในปัญหา ประมวลเข้ากับความรู้และประสบการณ์เดิม จากเหตุไปสู่ผลที่เป็นคำตอบของปัญหา วิธีนี้มักใช้ร่วมกับยุทธวิธี

8. ยุทธวิธีการพิจารณากรณีที่ง่ายกว่าหรือแบ่งเป็นปัญหาย่อย เป็นการพิจารณาสถานการณ์ที่ซับซ้อน โดยเริ่มพิจารณาจากกรณีง่ายๆ ของปัญหานั้นก่อน หรือแบ่งปัญหาออกเป็นส่วนๆ เพื่อลดระดับความซับซ้อนลง และแก้ปัญหามาจากกรณีที่ง่ายกว่านั้นก่อน แล้วนำแนวคิดนั้นมาใช้แก้ปัญหาคำหนดให้ ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคำหนดให้เป็นการแก้ปัญหาย่อยโดยอาจจะทำคร่าวๆ ก่อน เพื่อให้เห็นภาพรวมและขั้นตอนในการแก้ปัญหานั้นได้ง่ายขึ้น

9. ยุทธวิธีการใช้แบบจำลอง การสร้างแบบจำลองแทนปัญหาโดยใช้ของจริง รูปภาพหรือใช้ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยให้ทำความเข้าใจปัญหาได้ง่ายขึ้น และช่วยกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหาคำหนดให้ การสร้างแบบจำลองของปัญหาทำให้เข้าใจแนวคิด การดำเนินการที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหาคำหนดให้

สมเดช บุญประจักษ์ (2550: 73-78) ได้กล่าวถึงวิธีการหรือยุทธวิธีที่สามารถนำมาใช้แก้ปัญหาคำหนดให้ ดังนี้

1. การหาแบบรูป เป็นยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคำหนดให้ที่สืบแบบหนึ่ง ที่ผู้แก้ปัญหาคำหนดให้จะต้องวิเคราะห์และค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูลในสถานการณ์นั้นๆ แล้วคาดเดาคำตอบโดยใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัย คำตอบที่ได้จะยอมรับว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้อง จะต้องผ่านการตรวจสอบยืนยันโดยใช้การพิสูจน์หรือการให้เหตุผลแบบนิรนัย การแก้ปัญหาคำหนดให้ใช้ยุทธวิธีการหาแบบรูปของปัญหาในรูปแบบทั่วไป ซึ่งอาจจะเป็นแบบรูปของจำนวนหรือแบบรูปของรูปเรขาคณิต

2. การเขียนแผนผังหรือภาพประกอบ เป็นการเขียนผังหรือภาพต่างๆ ของสถานการณ์ปัญหา เพื่อช่วยให้เห็นความสัมพันธ์และแนวทางในการหาคำตอบ

3. สร้างแบบรูปหรือแบบจำลอง เป็นยุทธวิธีการแก้ปัญหาที่คล้ายกับการเขียนแผนภาพ แต่มีประโยชน์ที่ดีกว่าตรงที่สามารถเคลื่อนสิ่งที่น่าสนใจมาจัดรูปแบบได้

4. การสร้างตาราง เป็นการจัดกระทำกับข้อมูลเพื่อให้ดูง่าย สะดวกต่อการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์อันจะนำไปสู่การพบรูปแบบหรือข้อชี้แนะอื่นๆ หรือตารางอาจช่วยแสดงกรณีที่เป็นไปได้ของการแก้ปัญหาอื่นๆ

5. แจงกรณีที่เป็นไปได้ เป็นการแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหา ใช้ได้ดีในกรณีที่มีจำนวนกรณีที่เป็นไปได้ที่แน่นอน มักจะใช้ตารางช่วยในการแจงกรณี

6. เขียนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงสถานการณ์ปัญหา มีเป้าหมาย 2 คือ เป็นการแสดงความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาและเป็นการแสดงให้รู้ว่าต้องคิดคำนวณอย่างไรในการแก้ปัญหา นักเรียนที่เขียนประโยคทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง แสดงว่าเข้าใจปัญหานั้น และนำไปสู่การดำเนินการหาคำตอบได้ถูกต้อง

7. การดำเนินการแบบย้อน ยุทธวิธีนี้เริ่มจากข้อมูลที่ได้จากขั้นตอนสุดท้าย แล้วทำย้อนขั้นตอนกลับมาสู่ข้อความที่กำหนดเริ่มต้น เป็นการใช้กระบวนการของการวิเคราะห์ที่พิจารณาจากผลย้อนกลับไปสู่เหตุ โดยพิจารณาจากเงื่อนไขเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการหาคำตอบกับข้อมูลที่ต้องการย้อนกลับใช้ได้กับปัญหาที่ต้องการอธิบายถึงขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบ เช่น กรพิกัดบนระนาบ

8. การแบ่งเป็นปัญหาย่อยๆ หรือเปลี่ยนมุมมองของปัญหา บางปัญหามีความซับซ้อนหรือมีหลายขั้นตอน เพื่อความสะดวกอาจแบ่งปัญหาให้เป็นปัญหาย่อยๆ เพื่อง่ายต่อการหาคำตอบแล้วนำผลการแก้ปัญหาย่อยๆ นี้ไปตอบปัญหาที่กำหนด หรือบางปัญหาอาจต้องใช้การคิดและเปลี่ยนมุมมองที่ต่างไปจากที่คุ้นเคยที่ต้องทำตามขั้นตอนทีละขั้น

ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาเป็นเครื่องมือที่สำคัญในการแก้ปัญหา นักแก้ปัญหาที่ดีจะมียุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่พร้อมจะเลือกออกมาใช้ได้ทันทีทันใดที่เผชิญปัญหา ยุทธวิธีที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหา มีหลากหลาย นักการศึกษาหลายท่านได้เสนอยุทธวิธีในการแก้ปัญหา (. . .) ไว้ดังนี้

1. **(Look for a Pattern)** ส่วนแรกใน
ลำดับของจำนวนหรือข้อมูลที่ให้มาก่อน แล้วจึงค้นหาต่อไปอีก
2. ยุทธวิธีพิจารณาที่ง่ายกว่า **(Examine a Simplex Case)** ในสถานการณ์ที่ซับซ้อนบางปัญหาอาจเริ่มจากการพิจารณากรณีง่าย ๆ ของปัญหานั้นก่อน และค่อยสร้างไปยังปัญหาเดิม
3. ยุทธวิธีวิเคราะห์ให้ได้ปัญหาย่อย **(Identify a Subgoal)** ในการวางแผนแก้ปัญหาบางปัญหา คำตอบของปัญหาที่ง่ายกว่าหรือคำตอบของปัญหาที่คล้ายกันมาก ๆ หรือที่เคยพบมาแล้ว อาจกลายเป็นเป้าหมายย่อย ๆ ของเป้าหมายพื้นฐานในการแก้ปัญหานั้นได้
4. ยุทธวิธีพิจารณาปัญหาที่เกี่ยวข้อง **(Examine a Related Problem)** เป็นการค้นหาปัญหาที่คล้ายกันซึ่งเคยแก้มาก่อนช่วยในการแก้ปัญหาใหม่ที่พบ
5. ยุทธวิธีทำย้อนกลับ **(Work Backward)** ปัญหาบางปัญหาอาจง่ายขึ้น ถ้าเพิ่มขั้นตอนพิจารณาจากคำตอบหรือผลขั้นสุดท้าย และทำย้อนกลับ
6. ยุทธวิธีสร้างแผนภาพ **(Draw a Diagram)** ราวาดแผนภาพเป็นส่วนหนึ่งในการแก้ปัญหาในวิชาเรขาคณิต จะสร้างรูปเพื่อการเข้าใจซึ่งจำเป็นในการแก้ปัญหา นอกจากนี้ปัญหาที่ไม่ใช่ปัญหาทางเรขาคณิตก็สามารถใช้การวาดรูปในการแก้ปัญหาได้
7. **(Drawing Pictures, Graphs, and Table)** จะช่วย
ให้ผู้เรียนมองเห็นภาพจากปัญหาที่ยุ่งยาก หรือปัญหาที่เป็นนามธรรม เป็นการแสดงข้อมูลเชิงจำนวนให้ผู้เรียนเห็น กราฟช่วยให้มองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่ไม

8. (Guess and Check) คำคำตอบและใช้เหตุผลดูความเป็นไปได้ แล้วตรวจคำตอบ ถ้าการเดาครั้งนั้นไม่ถูก ขึ้นต่อไปคือการเรียนรู้เกี่ยวกับความเป็นไปได้ของคำตอบให้มากขึ้น แล้วเดาต่อไป
9. (Estimation and Check) เป็นยุทธวิธีในการหาคำตอบที่ใกล้เคียง เพื่อตัดสินใจว่าแนวทางแก้ปัญหาจะเป็นวิธีใด ซึ่งคำตอบที่ประมาณขึ้นมาจะต้องตรวจสอบเพื่อให้ได้เป็นคำตอบที่แท้จริง การประมาณคำตอบควรทำเป็นประจำจนทำให้เป็น
10. ตรวจสอบว่าข้อมูลเพียงพอหรือไม่ (Insufficient Information) บางครั้งข้อมูลที่ให้มาไม่เพียงพอมีบางส่วนขาดหาย
11. การตัดข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องออก (Elimination of Extraneous Data) ปัญหาบางปัญหาให้ข้อมูลทั้งที่จำเป็นและไม่จำเป็น ผู้เรียนต้องตัดข้อมูลส่วนที่ไม่จำเป็นออกเพื่อที่จะให้ข้อมูลที่แทนที่จะพยายามใช้ข้อมูลทั้งหมดที่ไม่มีความหมาย
12. (Developing Formula and Writing Equations) สร้างขึ้นจะใช้ประโยชน์โดยการแทนจำนวนลงในสูตรเพื่อหาคำตอบ
13. การสร้างแบบจำลอง (Modeling) แบบจำลองของปัญหาจะทำให้ผู้เรียนเข้าใจแนวคิดในการดำเนินการที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหา
14. (Flowcharting) การเขียนแผนภูมิสายงานจะช่วยให้เห็นกระบวนการของการแก้ปัญหา ซึ่งแผนภูมิสายงานหรือผังงานเป็นเค้าโครงที่แสดงรายละเอียดของที่ต้องดำเนินงานตามเงื่อนไขต่าง ๆ ที่ต้องการก่อนที่จะไปแก้ปัญหา
15. การลงมือแก้ปัญหา (Acting Out the Problem) เป็นการลงมือแก้ปัญหาแล้วจึงจะทำให้เห็นขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น

16. ใช้ปัญหาที่ง่ายกว่า (Simplifying the Problem) เป็นการแทนจำนวนน้อย ๆ คำนวณได้ โดยที่ผู้เรียนสามารถตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบได้ ก่อนที่จะไปแก้ไขปัญหาที่มี ผู้เรียนจะต้องใช้ความรู้สึกในการเลือกการดำเนิน

17. เอาใจใส่ทุกประเด็นที่เป็นไปได้ (Account for all possibilities) ยุทธวิธีนี้ผู้เรียนจะใช้ ก่อนที่จะทราบคำตอบ ผู้เรียนอาจจะแจกแจงความเป็นไปในทั้งหมด โดยนำมาเขียนเป็นรายการ หรือ สร้างตาราง เหมาะสมสำหรับจำนวนความเป็นไปได้ไม่มากนัก

18. เปลี่ยนมุมมองของปัญหา (Change your Point of View) ปัญหาบางปัญหาต้องการให้ เปลี่ยนสิ่งที่มีอยู่ในใจหรือหยุดคิดความคิดนั้น ดังนั้น ต้องมองภาพสถานการณ์นั้นด้วยวิธีใหม่

Greenes (1972 อ้างใน ยุพิน พิพิธกุล, 2530: 134-135) ได้กล่าวถึงวิธีการในการแก้ปัญหา ไว้ดังนี้

1. วิธีคาดคะเนหรือเดา ควรลองเดาคู่เสียก่อน เพื่อจะได้หาสิ่งที่ต้องอ้างถึงต่อไป
2. ควรทำให้เป็นอย่างง่าย ทำโจทย์ให้เป็นกรณีง่ายๆ เท่าที่จะทำได้ แล้วค้นหารูปแบบ และความสัมพันธ์ เพื่อขยายไปยังเรื่องที่ซับซ้อนต่อไป
3. การทดลอง ใช้การทดลอง เพื่อแก้ปัญหา เช่น ใช้การทอดลูกเต๋า สร้างรูป วัดคำนวณ คอยสังเกตดูว่าผลจะเปลี่ยนแปลงไปอย่างไร เป็นการทดลองเพื่อเก็บข้อมูลพิจารณา
4. การสร้างภาพ เป็นวิธีการที่ดี เช่น จะสอนเรื่องสมการก็เขียนภาพประกอบ จะช่วยทำให้โจทย์ปัญหาเป็นรูปธรรมที่เห็นชัดเจน ซึ่งจะช่วยให้มองเห็นแนวทางในการคิด
5. การทำตาราง การทำตารางจะช่วยให้มองเห็นข้อที่เหมือนกันหรือแตกต่าง เห็นรูปแบบ ได้ชัดเจน อันจะเป็นการนำไปสู่การสรุปการแก้ปัญหาได้
6. การเขียนกราฟ กราฟเป็นสิ่งที่แทนข้อมูลต่างๆ ช่วยให้เห็นความสัมพันธ์ของข้อมูล แนวทางของสิ่งที่น่าจะเป็นไปได้

การตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์

ความหมายของการตั้งปัญหา

Duncker (1945: 5) กล่าวว่า การเรียนรู้โดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหาเป็นเรียนรู้รูปแบบหนึ่ง โดยครูจะนำเสนอปัญหาที่ท้าทายความคิดของนักเรียน กระตุ้นให้นักได้คิดหาหนทางหรือวิธีการแก้ปัญหาดังกล่าว นอกจากนี้ ยังเปิดโอกาสให้นักเรียนได้นำเสนอปัญหาที่ตนเองตั้งขึ้นเสนอชั้นเรียน เพื่อให้ผู้เรียนคนอื่นๆ ได้ช่วยกันคิดหาวิธีแก้ปัญหา

Brown and Walter (1993: 10-12) ได้กล่าวถึงเทคนิคการตั้งปัญหา สรุปได้ว่า เทคนิคตั้งปัญหาเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่นักเรียนช่วยกันคิดหาวิธีแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ที่ครูเสนอ เป็นกิจกรรมการเรียนรู้ที่ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนมีจิตใจเป็นนักผจญภัย กล้าเสี่ยง นักเรียนมีอิสระในการคิดและตอบคำถาม ช่วยพัฒนาความรู้สึกและกระบวนการคิด และช่วยให้นักเรียนสามารถตอบสนองต่อปัญหาได้เป็นอย่างดี

Crespo (2003: 243) ได้กล่าวถึงการเรียนรู้โดยการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่าการเรียนแบบตั้งปัญหาเป็นวิธีหนึ่งของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งถือว่าเป็นการเรียนแบบผจญภัย นักเรียนสามารถตั้งปัญหาได้หลากหลายรูปแบบทั้งด้านวิธีการและคำตอบ ช่วยให้นักเรียนเข้าใจในปัญหามากขึ้น การตั้งปัญหาจะช่วยให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหได้ง่ายขึ้น

Wallace et al. (2007: 42-48) ได้กล่าวว่า การตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการเปิดโอกาสและกระตุ้นให้นักเรียนเกิดกระบวนการเรียนรู้ อีกทั้งยังช่วยสนับสนุนกระบวนการแก้ปัญหาคด้วย

เทคนิคการตั้งปัญหา

นักการศึกษาคณิตศาสตร์หลายท่าน (, 2550 อ้างถึง Thomas, 1980; Brown and Walter, 2005) ได้แนะนำเทคนิคการตั้งปัญหาสำหรับครูผู้สอนไว้บางประการ ดังนี้

1. การตั้งปัญหาแบบให้นักเรียนยกตัวอย่างจากเงื่อนไขที่กำหนดให้ เช่น ยกตัวอย่างของเศษส่วนแท้ที่มีค่ามากกว่า $\frac{3}{4}$ (คำตอบเช่น $\frac{4}{5}$) 4 พจน์ และมีดีกรี 5 (คำตอบเช่น

$2x^5+3x^3-x+1$) เหตุการณ์ที่มีความน่าจะเป็นเท่ากับ 1 (เช่น ทอดลูกเต๋าหนึ่งลูกหนึ่งครั้งแล้ว ได้หน้าทีออกมีแต่น้อยกว่า 7) เป็นต้น

2. การตั้งปัญหาแบบให้ตัวอย่างปัญหาบ่อยหลายๆ ปัญหา ซึ่งส่งเสริมให้นักเรียนได้สังเกตความสัมพันธ์ร่วมของแต่ละปัญหาบ่อยๆ จนมองเห็นแบบรูป และนำ/ขยายไปสู่รูปทั่วไปได้

3. ปัญหาแบบใช้แนวทางตรงข้ามกับปัญหาที่คุ้นเคย เป็นการดัดแปลงปัญหาที่คุ้นเคยให้เป็นปัญหาที่ไม่คุ้นเคยเพื่อฝึกการคิดและใช้ทักษะกระบวนการของนักเรียน พิจารณาตัวอย่างต่อไปนี้

3.1 3 รูปที่แต่ละรูปมีพื้นที่ผิวเท่ากับ 54 ตารางหน่วย (ดัดแปลงมาจากปัญหาที่คุ้นเคย คือ จงหาพื้นที่ผิวของลูกบาศก์ที่มีด้านยาวด้านละ 3 หน่วย)

3.2 375 ในรูปผลบวกของจำนวนเต็มต่างๆ ที่เรียงกัน โดยเขียนให้ได้ที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้ (ดัดแปลงมาจากปัญหาที่คุ้นเคย คือ จงหาค่าของ $124 + 125 + 126$)

3.3 จงตั้งโจทย์ปัญหาการหารมาสัก 3 ปัญหาที่มีคำตอบแตกต่างกัน เพื่อแสดงถึง $38 \div 4 = \square$ โดยปัญหาข้อนี้ทำให้นักเรียนเห็นว่าคำตอบของปัญหานั้นอยู่กับสถานการณ์ปัญหาตามหลักความเป็นจริง ซึ่งนักเรียนต้องคิดวิเคราะห์ความสมเหตุสมผลของที่ได้

3.3.1 ครูของโรงเรียนแห่งหนึ่งรวมทั้งหมด 38 คน ต้องการจะไปเที่ยวอยุธยาด้วยกัน ถ้าหากจะไปด้วยรถเก๋ง ซึ่งรถเก๋งแต่ละคันนั่งได้ไม่เกิน 4 คน ต้องใช้รถทั้งหมดกี่คันจึง (10)

3.3.2 เส้นหนึ่งยาว 38 ฟุต เพื่อนำไปทำอุปกรณ์ไฟฟ้า โดยต้องนำลวดมาตัดเป็นเส้นสั้นๆ ให้มีขนาดมาตรฐานเส้นละ 4 ฟุต สมชายจะได้ลวดเส้นสั้นๆ ขนาดมาตรฐานมากที่สุดกี่เส้น (9 เส้น)

3.3.3 เอมีเงิน 38 บาท ต้องการแบ่งเงินให้น้อง 4 คน คนละเท่าๆ กัน จะต้องแบ่งเงินให้น้องคนละกี่บาท (9.50)

4. การตั้งปัญหาโดยการตัดแปลงปัญหาปลายปิดให้เป็นปัญหาปลายเปิด โจทย์ปัญหาที่เป็นแบบฝึกหัดซึ่งนักเรียนทำอยู่เป็นประจำที่เป็นปัญหาปลายปิด ซึ่งมีคำตอบและวิธีการหาคำตอบอย่างเฉพาะเจาะจง สามารถพัฒนาปรับปรุงให้เป็นงานที่มีกระบวนการและท้าทายยิ่งกว่าเดิม โดยปรับเปลี่ยนขยายให้เป็นปัญหาปลายเปิด โดยมีวิธีการ เช่น ตัดเงื่อนไขบางประการออกไป การย้ายคำถาม การเพิ่มข้อมูลที่ไม่จำเป็นเข้าไปในปัญหา เป็นต้น

5. การตั้งปัญหาโดยการปรับเปลี่ยนมุมมองหรือเงื่อนไข (What-if-not) เป็นเทคนิคที่ Brown and Walter (2005 อ้างใน ทรงชัย อักษรจิต, 2550) ได้เสนอแนะไว้ ซึ่งสามารถนำไปใช้ตั้งปัญหาได้ตั้งปัญหาที่เกิดจากการขยายปัญหาเดิมที่เคยแก้มาแล้ว หรือใช้ได้กับปัญหาที่สร้างสรรค์ขึ้นมาใหม่ก็ได้ โดยมีขั้นตอนการตั้งปัญหา 5 ขั้นตอน ได้แก่

- 1 เริ่มต้นเพื่อให้ได้มาซึ่งปัญหา
- 2 สมบัติหรือข้อสังเกตที่เราเห็นมาหลายๆ ข้อจากประเด็นเริ่มต้นที่เลือกมา
- 1 เขียนประโยคในลักษณะ อะไรจะเกิดขึ้น ถ้าไม่เป็นไปตามสมบัติหรือข้อสังเกตต่างๆ ในขั้นที่ 2
- 3 ให้ถามคำถามหรือตั้งปัญหาออกไป
- 4 วิเคราะห์ปัญหา

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

นวลจันทร์ (2545) ได้ศึกษาผลของการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบ SSCS ต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สอนกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 82 แบ่งเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มทดลองจำนวน 42

ได้รับการสอนโดยใช้รูปแบบ SSCS และกลุ่มควบคุม จำนวน 40 ได้รับการสอนแบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้รูปแบบ SSCS มีความสามารถในการแก้โจทย์ ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

ธรรมพานิชวงศ์ (2545) ได้ศึกษาผลของการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 197 แบ่งเป็นกลุ่มทดลองจำนวน 98 และกลุ่มควบคุมจำนวน 99 นักเรียนในกลุ่มทดลองได้รับการสอนโดยเน้นการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ และนักเรียนในกลุ่มควบคุมได้รับการสอนแบบปกติ พบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยเน้นการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างจากนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 แต่นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยเน้นการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์มีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

(2546) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตของนักเรียนระหว่างการสอนที่เน้นลำดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลีโมเดลกับการสอนแบบปกติ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 2 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 100 ซึ่งได้จากการสุ่มแบบกลุ่ม ผลการวิจัยปรากฏว่า 1) ทางการเรียนเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มที่สอนโดยการเน้นลำดับขั้นเรียนรู้ของแวนฮิลีโมเดล กับนักเรียนกลุ่มที่สอนโดยวิธีการสอนปกติแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ 0.05 2) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความเข้าใจทางเรขาคณิตไม่สูงกว่า 1 ของแวนฮิลีโมเดล อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 3) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มที่สอนโดยการเน้นลำดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลีโมเดล สูงกว่าเกณฑ์ 60% อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

นุศรียา จิตดารมย์ (2548) ได้ศึกษาผลของการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดสุราษฎร์ธานี โดยกลุ่มประชากรที่ใช้ในการวิจัย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนบ้านนาสาร จังหวัดสุราษฎร์ธานี ปีการศึกษา

2548 86 คน ซึ่งแบ่งเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มทดลองที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR 45 คน และกลุ่มควบคุมที่ได้รับการสอนแบบปกติ จำนวน 41 ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกระทรวงศึกษาธิการ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ กลุ่มที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทนสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

(2548) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จังหวัดสุรินทร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ปีการศึกษา 2548 โรงเรียนจอมพระประชาสรรค์ จังหวัดสุรินทร์ จำนวน 82 คน เป็นนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมกลุ่มละ 41 คน โดยนักเรียนกลุ่มทดลองเรียนโดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหา และนักเรียนกลุ่มควบคุมเรียนแบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ใช้เทคนิคการตั้งปัญหาที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดไว้ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 2) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ใช้เทคนิคการตั้งปัญหาที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหาที่มีความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างจากเรียนที่เรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

(2551) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ร้อยละ ระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานกับการสอนแบบปกติ โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ โครงการการศึกษาพหุภาษา ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษา จังหวัดชลบุรี กลุ่มตัวอย่างคือ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่มจำนวน 2 ห้องเรียน ห้องเรียนหนึ่งเป็นกลุ่มจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน และอีกห้องเรียนหนึ่งเป็นกลุ่มควบคุมที่สอนผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังการเรียนของกลุ่มทดลองที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานกับกลุ่มควบคุมที่สอนแบบปกติแตกต่างกันอย่าง .05 และนักเรียนส่วนใหญ่มีความเห็นว่าปัญหาที่นำมาให้ช่วยให้

นักเรียนมีความสามารถในการคิดแก้ไขปัญหาต่างๆ ได้ดียิ่งขึ้นและการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานมีความเหมาะสมอยู่ในระดับเห็นด้วยอย่างยิ่ง

งานวิจัยต่าง

Dickerson (1999) ได้ศึกษาผลกระทบของการสอนแบบตั้งปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 7 จุดเน้นของการวิจัยในครั้งนี้ เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ของวิธีการสอนที่แตกต่างกันเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียน โดยแบ่งนักเรียนทั้งหมดออกเป็น 5 กลุ่ม นักเรียน 3 กลุ่มจะเน้นวิธีการตั้งปัญหาของนักเรียน

2 กลุ่มจะใช้การแก้ปัญหาแบบที่เคยเรียนอยู่แล้ว การศึกษานี้ใช้เวลาตลอด 4 ปี สำหรับนักเรียนเกรด 7 ในชั้นเรียนปานกลางที่อยู่จากการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม โดยใช้คะแนนสอบจากแบบทดสอบย่อยของการแก้ปัญหาเป็นตัวแปรร่วม ได้แสดงความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญระหว่างนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบตั้งปัญหา และนักเรียนที่ไม่ได้รับการสอนแบบตั้งปัญหา นักเรียนที่ได้รับการสอนแบบตั้งปัญหาความชื่นชอบต่อการสอนแบบนี้ ผลที่ยืนยันการวิจัยนี้อีก คือ นักเรียนมีระดับความสามารถในการแก้ปัญหาคีขึ้น การสอนแบบการตั้งปัญหานี้ถือว่าการช่วยให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในการแก้ปัญหาคีขึ้น

Crespo (2003: 243) ได้ศึกษาถึงการเรียนรู้โดยการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นการสำรวจความเปลี่ยนแปลงของผลการเรียนในการให้แบบฝึกหัดแก่นักเรียนของครู การศึกษาในครั้งนี้ศึกษาจากการทดสอบความเปลี่ยนแปลงของนักเรียนชั้นประถมศึกษาในการใช้วิธีการตั้งปัญหา ผลปรากฏว่า หลังจากที่มีการฝึกตั้งปัญหาทำให้ผลการเรียนของนักเรียนดีขึ้น การตั้งปัญหาถือว่าการเรียนแบบผจญภัย นักเรียนสามารถตั้งปัญหาได้หลากหลายรูปแบบทั้งด้านวิธีการและคำตอบ ช่วยให้นักเรียนเข้าใจในปัญหามากขึ้น การตั้งปัญหาจะช่วยให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาคีง่ายขึ้น

Williams (2003: 185-187) ได้ศึกษาถึงการเขียนตามขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหาคีสามารถช่วยส่งเสริมการทำงานแก้ปัญหาคีได้ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนที่กำลังเริ่มต้นเรียนพีชคณิต

42 แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 22 และกลุ่มควบคุม 20 กลุ่มทดลองเรียนโดยใช้วิธีการแก้ปัญหาคี ส่วนกลุ่มควบคุมเรียนโดยใช้การแก้ปัญหาคีตามขั้นตอนแต่ไม่ต้องฝึกเขียน มีการทดสอบทั้งก่อน ผลการศึกษาพบว่า

กลุ่มทดลองสามารถทำงานแก้ปัญหาได้ดีกว่ากลุ่มควบคุม
 แก้ปัญหาช่วยให้นักเรียนในกลุ่มทดลองเรียนรู้การใช้ขั้นตอนตามกระบวนการแก้ปัญหาได้เร็วกว่า
 นักเรียนในกลุ่มควบคุม จากการสัมภาษณ์นักเรียนในกลุ่มทดลอง พบว่า 75%
 80% บอกว่า กิจกรรมการเขียนจะช่วยทำให้
 เขาเป็นนักแก้ปัญหาที่ดีขึ้นได้

จากงานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศ จะเห็นได้ว่าในวิชาคณิตศาสตร์
 การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ยังคงเป็นปัญหาสำหรับนักเรียนเสมอมา ดังนั้นผู้วิจัยจึงต้องการศึกษา
 ค้นคว้าหาวิธีการและ พัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้มีประสิทธิภาพโดยใช้การ
 แก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้นักเรียนมี
 การแก้ปัญหา คณิตศาสตร์เพิ่มมากขึ้น และ

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยดำเนินการตามข้อ

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
นุสรณ์ จังหวัดนนทบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 544

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
นุสรณ์ จังหวัดนนทบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน
46 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) 12
ห้องเรียน ซึ่งทางโรงเรียนได้จัดนักเรียนของแต่ละห้องเรียนแบบละความสามารถทางการเรียน

เครื่องมือและการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ประกอบด้วย

1. แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง "การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว" โดยใช้
การแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ ใช้ 16 50
ผู้วิจัยดำเนินการสร้าง

1.1

2544 เกี่ยวกับโครงสร้าง

การจัดเวลาเรียน สาระและมาตรฐานการเรียนรู้ ผลการเรียนรู้

นรู้

สื่อการเรียนรู้ การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ช่วงชั้นที่ 3

1.2 เลือกเนื้อหา วิเคราะห์หลักสูตร เรื่อง "การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปร
" เพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างเนื้อหา มาตรฐานการเรียนรู้ และผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1.3 ศึกษาหนังสือและเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้โดยใช้การแก้ปัญหาและ
การตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อใช้เป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง "การประยุกต์
ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว"

1.4 การจัดการเรียนรู้ เรื่อง "การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว"
โดยใช้การแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 16

50

1	ทดสอบก่อนเรียน
2-4	การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปร
5	ประโยคภาษาและประโยคสัญลักษณ์
6-7	การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวน
8	การตั้งปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวน
9	การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราส่วน และร้อยละ
10	การตั้งปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราส่วน และ ร้อยละ
11-12	การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับระยะทาง

- 13 การตั้งปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปร
- 14
- 15 - 16 ทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาและตั้งปัญหาทาง
คณิตศาสตร์
- 1.5 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นเสนอต่อคณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์
พิจารณาความถูกต้อง แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องตาม
- 1.6 นำแผนการจัดการเรียนรู้และสื่อการเรียนรู้ที่ได้ปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องแล้ว
ดำเนินการจัดการเรียนรู้สำหรับการวิจัยต่อไป
2. คณิตศาสตร์ "การประยุกต์
เชิงเส้นตัวแปรเดียว" ซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นแบบทดสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4
14 ข้อ 2 ข้อ
- 2.1 ศึกษาหลักสูตร การวัดผลและประเมินผลกลุ่มสาระคณิตศาสตร์ช่วงชั้นที่ 3
- 2.2 จิยข้อสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 และข้อสอบแบบ
- 2.3 สร้างตารางวิเคราะห์ข้อสอบให้สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้และผลการเรียนรู้ที่

- 2.4 สร้างแบบทดสอบ จากตารางวิเคราะห์ข้อสอบ โดยเป็น
4 20 ข้อ และแบบทดสอบแบบอัตนัย
2 ข้อ พร้อมทั้งจัดทำแนวทางการตอบและเกณฑ์การให้คะแนน เพื่อใช้เป็นแบบทดสอบ
ฉบับจริง ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 14 ข้อ และ
2 ข้อ
- 2.5 ที่สร้างขึ้นเสนอต่อคณะกรรมการที่
ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ในแง่ความครอบคลุมและ
ความเป็นตัวแทนของเนื้อหาและระดับพฤติกรรมที่มุ่งวัด รวมถึงความเหมาะสมและความชัดเจน
ของข้อ จากนั้นนำมาแก้ไขปรับปรุง
- 2.6 ที่แก้ไขแล้วให้ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอน
คณิตศาสตร์ 3 ท่าน
สอดคล้องของแบบทดสอบในแต่ละข้อกับเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยการหาค่าดัชนี
ความสอดคล้อง (Index of Consistency: IOC) ความชัดเจนของข้อคำถามและ
ก็นำมาปรับปรุงแก้ไขให้เหมาะสม และทำการคัดเลือกข้อสอบที่มีความเหมาะสม
โดยพิจารณาข้อสอบที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ลจากการประเมินพบว่า แบบทดสอบ
20 ข้อและอัตนัยทั้ง 2 ข้อ มีค่า IOC เป็น 1
- 2.7 ผ่านการตรวจและแก้ไขแล้ว
ใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปี 3 โรงเรียนเบญจมราชานุสรณ์ จังหวัดนนทบุรี ปีค 2552
2 ห้องเรียน 94 เพื่อวิเคราะห์หาค่าดัชนีความง่าย (p) ค่าดัชนีอำนาจ
(r) และค่าความเที่ยง โดยผู้วิจัยได้ตั้งเกณฑ์ค่าดัชนีความง่ายอยู่ระหว่าง
0.20 - 0.80 และค่าดัชนีอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.20 โดยจากการทดสอบพบว่า ข้อสอบ
17 ข้อ ได้ค่าดัชนีความง่ายอยู่ระหว่าง 0.30 - 0.80 และค่าดัชนี
อำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 0.20 - 0.70 โดยมีข้อสอบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 3
ข้อที่ต้องตัดทิ้ง เนื่องจากไม่ผ่านเกณฑ์ที่กำหนดไว้
- 2.8 สร้างตารางวิเคราะห์ข้อสอบอีกครั้ง เพื่อใช้กำหนดจำนวนข้อของแบบทดสอบ
ฉบับจริงในแต่ละเนื้อหาและพฤติกรรมที่มุ่งวัดตามอัตราส่วนที่เหมาะสม โดยต้องการข้อสอบใน

การจัดพิมพ์ฉบับจริงเป็นข้อสอบ 4 14 ข้อ และ

2 ข้อ จากข้อสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4

17 ข้อ และแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 2 ข้อ

ด้านความยากง่าย อำนาจจำแนก และความเที่ยงของแบบทดสอบทั้งฉบับ โดยใช้สูตรคำนวณค่า

Cronbach พบว่า มีค่าเฉลี่ย ความง่ายเท่ากับ 0.56 ค่าเฉลี่ย

จำแนกเท่ากับ 0.43 และค่าสัมประสิทธิ์ความเที่ยงเท่ากับ 0.81

2.9 นำแบบทดสอบที่ได้ไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

3. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง " ระบุยุคต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว"

3.1 ศึกษาสาระการเรียนรู้ ดประสงค์การเรียนรู้ในการแก้ปัญหา "การระบุยุคต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว" ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

คู่มือครู หนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์เพื่อกำหนดเนื้อหาในแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ "การระบุยุคต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว"

3.2 กำหนดพฤติกรรมที่ต้องการ ได้แก่ การทำความเข้าใจปัญหา แก้ปัญหา สอบคำตอบโดยคำตอบที่ได้จะต้องมีความเป็นไปได้กับสภาพความเป็นจริง

3.3 สร้างแบบทดสอบที่ให้นักเรียนเติมคำตอบและแสดงวิธีทำ 3 ข้อ แต่ละข้อ มีคะแนนข้อละ 8 "การระบุยุคต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปร" พร้อมเกณฑ์ในการให้คะแนนในแต่ละด้าน ดังนี้

1 ทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา มีเกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้

2 หมายถึง สามารถบอกได้ว่าโจทย์กำหนดอะไรและต้องการอะไร ได้อย่างถูกต้อง ครบถ้วน

- 1 หมายถึง สามารถบอกได้ว่าโจทย์กำหนดอะไรและต้องการ
ได้อย่างถูกต้อง แต่ยังขาดข้อมูลบางส่วนอยู่
- 0 หมายถึง ไม่สามารถบอกได้ว่าโจทย์กำหนดอะไรให้และต้องการ

2 วางแผนแก้ปัญหา มีเกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้

- 2 หมายถึง แปลความจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้อยู่ในรูปประโยค
สัญลักษณ์ โดยสมมติตัวแปรได้อย่างเหมาะสม และเขียน
สมการตรงตามเงื่อนไขของโจทย์ปัญหาได้อย่างถูกต้อง
- 1 หมายถึง แปลความจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้อยู่ในรูป
สัญลักษณ์ โดยสมมติตัวแปรได้อย่างเหมาะสม แต่เขียน
สมการไม่ตรงตามเงื่อนไขในบางส่วน
- 0 หมายถึง ไม่สมมติตัวแปรและไม่แปลความจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้
อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์

3 มีเกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้

- 2 หมายถึง แสดงวิธีแก้สมการและได้คำตอบถูกต้องสอดคล้องกับ
ความเป็นจริง
- 1 แสดงวิธีแก้สมการ แต่คำตอบผิดเนื่องจากคำนวณผิดพลาด
- 0 หมายถึง ไม่แสดงวิธีแก้สมการและคำตอบผิด

- 4 มีเกณฑ์การให้
- 2 หมายถึง ตรวจสอบคำตอบที่ได้โดยแทนค่าถูกต้อง และคำตอบ
สมเหตุสมผล สอดคล้องกับความเป็นจริงตรงตามเงื่อนไข
ของโจทย์
- 1 ดี แต่แทนค่าไม่ตรงตามเงื่อนไขของ
โจทย์หรือคำนวณผิดในบางส่วน
- 0 ไม่ตรวจสอบคำตอบที่ได้

3.4 นำแบบทดสอบที่สร้างขึ้นเสนอต่อคณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์
พิจารณาความครอบคลุมของเนื้อหาและความชัดเจนของข้อคำถาม แล้ว
ปรับปรุงแก้ไขให้เหมาะสม

3.5 ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วเสนอผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์
3 ท่าน ความครอบคลุมของเนื้อหาและความชัดเจนของข้อคำถาม แล้ว
แบบทดสอบมาปรับปรุงแก้ไขให้เหมาะสม

3.6 นำแบบทดสอบที่ปรับปรุงแก้ไขเรียบร้อยแล้วไปใช้ทดสอบกับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

4. แบบทดสอบวัดความสามารถในการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “การประยุกต์ของ
สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว”

4.1 ในการสร้างแบบทดสอบวัด
การตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์

4.2 ศึกษาสาระการเรียนรู้ หลักการ ความคิดรวบยอด และจุดประสงค์การเรียนรู้
“การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ความสามารถในการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “การประยุกต์ของ
สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว”

4.3 สร้างแบบทดสอบที่สามารถในการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “
 ประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” พร้อมเกณฑ์ที่ใช้ในการให้คะแนนในแต่ละข้อ ซึ่งมี

- | | |
|---|---|
| 3 | สามารถสร้างโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้ตรงตาม
หนดให้ได้ พร้อมทั้งสามารถแสดงวิธีทำได้ถูกต้อง
ครบถ้วนทุกขั้นตอน |
| 2 | สามารถสร้างโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้ตรงตาม
เงื่อนไขที่กำหนดให้ได้แต่ยังมีบางส่วนที่ไม่ชัดเจน หรือแสดง
วิธีทำถูกต้องเพียงบางส่วน |
| 1 | แสดงการสร้างโจทย์ทางคณิตศาสตร์แต่ไม่เป็นโจทย์ปัญหาสมการ
เชิงเส้นตัวแปรเดียว หรือไม่ตรงตามเงื่อนไขของโจทย์ |
| 0 | ไม่แสดงการสร้างโจทย์ปัญหา หรือคัดลอกข้อมูลจากข้อมูลที่
หนดให้ |

4.4 นำแบบทดสอบที่สร้างขึ้นเสนอต่อคณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อ
 ความเหมาะสมของข้อคำถาม แล้วนำ
 แบบทดสอบมาปรับปรุงแก้ไขให้เหมาะสม

4.5 นำแบบทดสอบที่ปรับปรุงแก้ไขแล้ว เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ
 ครอบคลุมของเนื้อหา ความชัดเจนและความเหมาะสมของข้อคำถาม แล้วนำแบบทดสอบมา
 ปรับปรุงแก้ไขให้เหมาะสม

4.6 นำแบบทดสอบที่ปรับปรุงแก้ไขเรียบร้อยแล้วไปใช้ทดลองกับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

การเก็บรวบรวมข้อมูล

การเก็บข้อมูลการวิจัยมีขั้นตอน ดังนี้

1. ทดสอบก่อนเรียน (Pretest) กับกลุ่มตัวอย่าง เพื่อวัดความรู้พื้นฐานของนักเรียน ด้วย
ย่นที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยเป็นแบบทดสอบแบบปรนัยชนิด
4 14 ข้อ และแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 2 ข้อ ใช้เวลา 50
2. "การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว" โดยใช้การ
แก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ 12 50
3. (Posttest) กับกลุ่มตัวอย่าง
ด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนฉบับเดียวกับที่ใช้ในการทดสอบก่อนเรียน โดยใช้เวลา
50
4. ทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วย
แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น
โดยเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย 6 ข้อ เป็นแบบทดสอบการแก้ปัญหา จำนวน 3 ข้อ
การตั้งปัญหา จำนวน 3 ข้อ ใช้เวลา 100
5. นำผลการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ "การประยุกต์ของ
สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว" 2 ก่อนเรียนและหลังเรียน
และเปรียบเทียบคะแนนหลังเรียนกับเกณฑ์ 60%
6. นำผลการทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์
"การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว" ของนักเรียนมาหาค่าร้อยละ และค่าเฉลี่ย

การวิเคราะห์ข้อ

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลในการวิจัยครั้งนี้ มีดังนี้

1. ค่าสถิติพื้นฐานได้แก่

1.1 ค่าร้อยละ

1.2 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x})

1.3 ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s)

2. วิชาคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและ

“การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” โดยใช้ match paired t-test

3. การเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังการเรียนของกลุ่มตัวอย่าง กับเกณฑ์ 60% ที่ผู้วิจัยกำหนดไว้โดยใช้ one sample t-test

4. การหาค่าสัมประสิทธิ์ความเที่ยงของแบบทดสอบ (Coefficient Alpha) Cronbach โดยใช้

5. ข้อมูลที่ได้จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์

“การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปร” ใช้ค่าร้อยละและค่าเฉลี่ย โดยทำการประเมินจาก ข้อสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ทั้งหมด 3 ข้อ ในแต่ละข้อมีคะแนน ตั้งแต่ 0-8 คะแนน และกำหนดเกณฑ์การประเมินผลดังนี้

ช่วงคะแนนร้อยละ 80 - 100 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาดี

ช่วงคะแนนร้อยละ 70 - 79 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาดี

ช่วงคะแนนร้อยละ 0-49 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการตั้งปัญหาทาง
คณิตศาสตร์ในระดับที่ต้องปรับปรุง

7. ค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

8. ค่าดัชนีความง่ายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน



ผลการวิจัยและข้อวิจารณ์

การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง "การประยุกต์ของ การเชิงเส้นตัวแปรเดียว" โดยใช้การแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนเบญจมราชานุสรณ์ จังหวัดนนทบุรี มีผลการวิจัยและข้อวิจารณ์ดังนี้

ผู้วิจัยได้เสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลออกเป็น 3

- 1 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง "การประยุกต์ของ สมการเชิงเส้น " ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนเบญจมราชานุสรณ์ จังหวัดนนทบุรี
- 2 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง " ะยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว" ด้านการทำความเข้าใจปัญหา การวางแผนแก้ปัญหา การดำเนินการตาม
- 3 ความสามารถในการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง "การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว"

1. ฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง "การประยุกต์ขอ สมการเชิงเส้นตัวแปร
" ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนเบญจมราชานุสรณ์ จังหวัดนนทบุรี

ก่อนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียน โดยใช้
การเรียนวิชาคณิตศาสตร์ "การประยุกต์ของสมการเชิงเส้น
" และเมื่อนำแผนการจัดการเรียนรู้ไปใช้กับนักเรียนแล้วผู้วิจัยได้ทำการท
เรียน โดยใช้แบบทดสอบฉบับเดิม ซึ่งได้ผลดังนี้

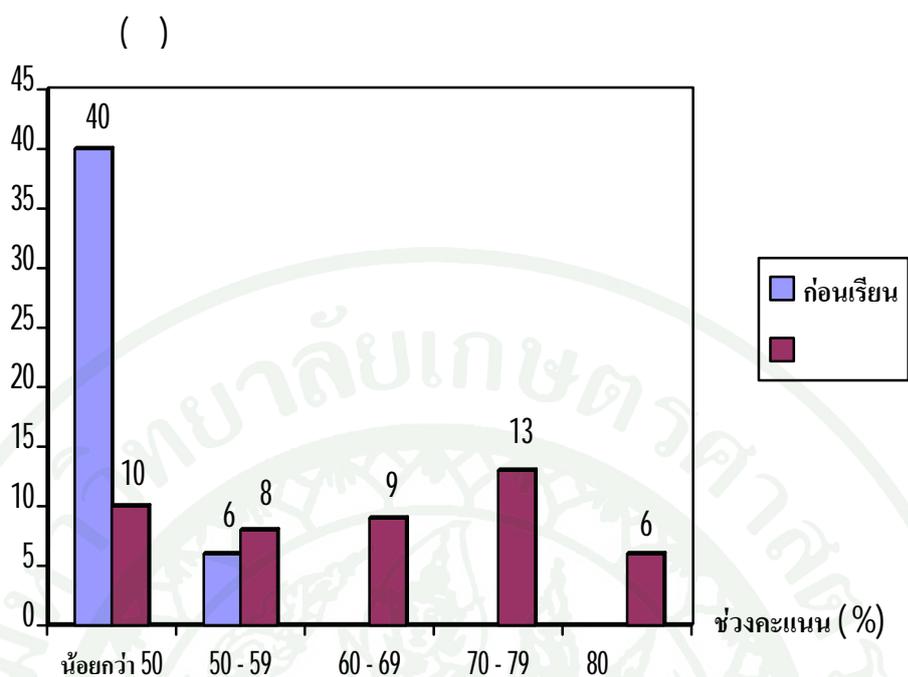
1. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนเรียนและหลัง
"การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว" โดยใช้การแก้ปัญหาและการตั้งปัญหา
ทางคณิตศาสตร์ แสดงไว้ในต 1 2

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนเรียนและ
"การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว" โดยใช้การแก้ปัญหา
และการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ (30)

	n	\bar{x}	S.D.	t	sig
ก่อนเรียน	46	8.76	3.205	19.787	.000*
	46	18.78	5.028		

: * .05

1 พบว่า นักเรียนมีคะแนนสอบก่อนเรียนและหลังเรียนแตกต่างกันอย่างมี
.05 โดยค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบหลังเรียนเพิ่มขึ้นจากคะแนนสอบก่อนเรียน
แสดงว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง "การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปร
" โดยใช้การแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน



2 จำนวนนักเรียนจำแนกตามช่วงคะแนนสอบก่อนเรียนและหลังเรียน

2 แสดงให้เห็นว่า จำแนกนักเรียนออกเป็นกลุ่มตามช่วงของคะแนนสอบ ก่อนเรียนและหลังเรียนพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่จำนวน 40 คิดเป็นร้อยละ 86.96 ได้ คะแนนสอบก่อนเรียนต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำคือ น้อยกว่าร้อยละ 50 แต่คะแนนสอบขอ เรียนโดยใช้การแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนได้คะแนนต่ำกว่า เกณฑ์ขั้นต่ำเพียง 10 คิดเป็นร้อยละ 21.74 ได้คะแนนอยู่ในระดับสูงกว่า เกณฑ์ขั้นต่ำคือ ร้อยละ 50 ขึ้นไป โดยจำแนกนักเรียนตามช่วงของคะแนนสอบ ดังนี้ นักเรียนที่มี คะแนนสอบในช่วงของคะแนน 50 - 59 8 คิดเป็นร้อยละ 17.39 คะแนนสอบในช่วงของคะแนน 60 - 69 9 คน คิดเป็นร้อยละ 19.57 คะแนนสอบในช่วงของคะแนน 70 - 79 13 คน คิดเป็นร้อยละ 28.26 คะแนนสอบในช่วงของคะแนน 80 6 คิดเป็นร้อยละ 13.04 ส่วนใหญ่ได้คะแนนสอบอยู่ (ร้อยละ 70 - 79) ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า เมื่อนักเรียน ได้เรียน "การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว" โดยใช้การแก้ปัญหาและการตั้ง ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นเวลา 12 คาบแล้ว นักเรียนส่วนใหญ่มีความรู้เพิ่มขึ้นอย่างชัดเจน

2. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียนเรื่อง "การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว" โดยใช้การแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์กับเกณฑ์ 60% 2

2 เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียน "การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว" โดยใช้การแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์กับเกณฑ์ 60% (30 60% คิดเป็น 18)

n	\bar{x}	ร้อยละ	S.D.	t	sig
46	18.78	62.60	5.028	25.334	.000*
:	*	.05			

2 แสดงว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจัดการเรียนรู้ "การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว" โดยใช้การแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ 60% อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยได้คะแนน 18.78 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 62.60

2 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง "การประยุกต์ของสมการเชิงเส้น" ด้านการทำความเข้าใจปัญหา การวางแผนแก้ปัญหา การดำเนินการตามแผน และ

ในการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ "การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว" เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนเบญจมราชานุสรณ์ ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ข้อมูลจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านการทำความเข้าใจปัญหา การวางแผนแก้ปัญหา การดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูลเฉพาะส่วนของการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ ซึ่งแบ่งออกเป็น 3 ข้อ โดยข้อสอบทั้งสามข้อ การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ "การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว" ซึ่งประกอบไปด้วย โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวน โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับ

อัตราส่วนและร้อยละ และ โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราเร็ว ผู้วิจัย
ผลการวิจัยดังมีรายละเอียดต่อไปนี้

3 คะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง
" ระบุดัชนีของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว" ในแต่ละด้าน (24)

ความสามารถในการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์		ข้อสอบข้อ			ค่าเฉลี่ย
		1	2	3	
ด้านการทำความเข้าใจ ปัญหา	ค่าเฉลี่ย	1.87	1.70	1.63	1.73
	ร้อยละ	93.48	84.78	81.52	86.59
ด้านการวางแผนแก้ปัญหา	ค่าเฉลี่ย	1.57	1.15	1.54	1.42
	ร้อยละ	78.26	57.61	77.17	71.01
ด้านการดำเนินการตามแผน	ค่าเฉลี่ย	1.26	1.20	1.24	1.23
	ร้อยละ	63.04	59.78	61.96	61.59
ด้านการตรวจสอบคำตอบ	ค่าเฉลี่ย	1.02	0.89	0.85	0.92
	ร้อยละ	51.09	44.57	42.39	46.01
ค่าเฉลี่ย	4 ข้อ	1.43	1.23	1.32	1.33
ค่าเฉลี่ยรวมร้อยละ		71.47	61.68	65.76	66.30

3 แสดงผลการประเมินจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทาง
คณิตศาสตร์ เรื่อง " การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว" ในแต่ละด้าน จากข้อสอบ

3 ข้อ พบว่าคะแนนเฉลี่ย ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป็น
1.33 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 66.30 ซึ่งอยู่ในเกณฑ์ปานกลาง (คะแนนร้อยละ 60 - 69)

พิจารณาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในแต่ละข้อ ปรากฏว่า ข้อสอบที่นักเรียน
ได้คะแนนเฉลี่ยสูงสุด คือ ข้อสอบข้อที่ 1 เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ได้คะแนนเฉลี่ย 1.43 คิดเป็นร้อยละ 71.47 ซึ่งอยู่ในเกณฑ์ (คะแนนร้อยละ

70 - 79) รองลงมาคือ ข้อสอบข้อที่ 3 เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับ

ได้คะแนนเฉลี่ย 1.32 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 65.76 ซึ่งอยู่ในเกณฑ์ปานกลาง

(คะแนนร้อยละ 60 - 69) เฉลี่ยต่ำสุดคือ ข้อสอบข้อที่ 2 เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิง
เส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ ซึ่งได้คะแนนเฉลี่ย 1.23 คะแนน คิดเป็นร้อยละ

61.68 ซึ่งอยู่ในเกณฑ์ปานกลาง (คะแนนร้อยละ 60 – 69) ปัญหาที่พบคือ นักเรียนส่วนใหญ่มักมีข้อผิดพลาดในการคำนวณ เช่น การถอดวงเล็บ นักเรียนใช้สมบัติการแจกแจงไม่ถูกต้อง โดย
 เข้าในวงเล็บไม่ครบทุกจำนวน
 และตรวจสอบคำตอบของนักเรียนยังไม่ครบถ้วนสมบูรณ์

เมื่อพิจารณาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในแต่ละด้านพบว่า

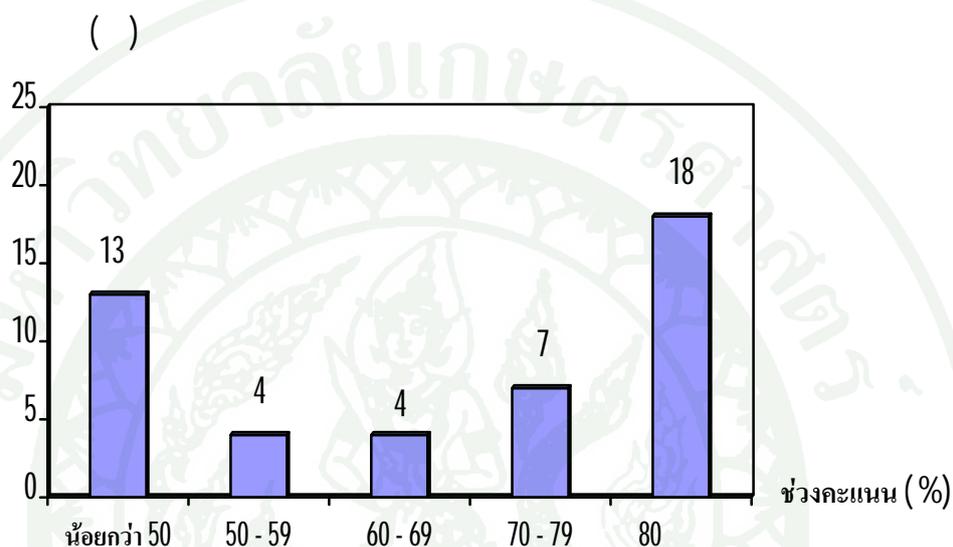
ด้านการทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนส่วนใหญ่สามารถวิเคราะห์โจทย์ปัญหาได้ดี คือสามารถบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการได้ถูกต้อง โดยได้คะแนนเฉลี่ยสูงสุด 1.73 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 86.59 ซึ่งอยู่ในเกณฑ์ดีมาก (คะแนนร้อยละ 80) แต่ปัญหาที่พบคือ นักเรียนบางคนเขียนเพียงสิ่งที่โจทย์กำหนดให้หรือสิ่งที่โจทย์ต้องการเพียงอย่างเดียว
 ย้กำหนดให้หรือสิ่งที่โจทย์ต้องการไม่ครบถ้วนสมบูรณ์

ด้านการวางแผนแก้ปัญหา นักเรียนส่วนใหญ่สามารถวางแผนแก้โจทย์ปัญหาได้ คือสามารถกำหนดตัวแปรได้อย่างเหมาะสมและสามารถเขียนสมการได้ถูกต้อง โดยได้คะแนนเฉลี่ย 1.42 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 71.01 ซึ่งอยู่ในเกณฑ์ดี (คะแนนร้อยละ 70 – 79) แต่ปัญหาที่พบคือนักเรียนส่วนใหญ่
 เขียนสมการที่ได้เพียงอย่างเดียว
 บางคนแทนตัวแปรไม่เหมาะสม ทำให้ยากต่อการเข้าใจและเขียนสมการไม่ถูกต้อง

ด้านการดำเนินการตามแผน นักเรียนสามารถคำนวณการแก้สมการจนได้คำตอบที่ถูกต้อง 1.23 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 61.59 ซึ่งอยู่ในเกณฑ์ปานกลาง (คะแนนร้อยละ 60 – 69) แต่ปัญหาที่พบคือนักเรียนส่วนใหญ่มักมีข้อผิดพลาดในการคิดคำนวณ เช่น การถอด
 . . . ของตัวส่วน และไม่มีการสรุปคำตอบ
 ว่าตัวแปรที่ได้แทนด้วยจำนวน เมื่อนักเรียนคำนวณจนได้ค่าของตัวแปรแล้ว ไม่ทำการสรุป
 ว่าค่าที่ได้คืออะไร

ด้านการตรวจสอบคำตอบ สอบคำตอบได้ถูกต้อง คือแทน
 ค่า ที่ได้ ตุสมผลตรงตามเงื่อนไขของโจทย์ แต่ยังมี
 นักเรียนส่วนใหญ่ที่ไม่ตรวจสอบคำตอบ สาเหตุ จากทำไม่ทัน
 ค่าตัวแปรในสมการไม่ครบ และคำนวณผิดโดยไม่คำนึงถึงความเป็นไปได้กับสภาพจริง อีกทั้ง

นักเรียนส่วนใหญ่มองว่าขั้นตอนการตรวจสอบคำตอบไม่สำคัญเท่าไรนัก อาจคิดว่าได้คำตอบมาก็เพียงพอแล้ว ไม่จำเป็นต้องตรวจสอบคำตอบว่าคำตอบที่ได้นั้นสมเหตุสมผลหรือไม่ โดยขั้นนี้ได้ 0.92 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 46.01 ซึ่งถือว่าอยู่ในเกณฑ์ที่ต้องปรับปรุง (น้อยกว่าร้อยละ 50)



3 จำนวนนักเรียนจำแนกตามช่วงคะแนนสอบของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (24)

3 แสดงให้เห็นว่าเมื่อจำแนกนักเรียนออกเป็นกลุ่มตามช่วงคะแนนของคะแนนสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์พบว่า นักเรียนจำนวน 13 คน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 28.26 ได้คะแนนสอบต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ คือ น้อยกว่าร้อยละ 50 ได้คะแนนอยู่ในระดับสูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ คือ สอบได้คะแนนร้อยละ 50 33 เป็นร้อยละ 71.74 โดยที่นักเรียนส่วนใหญ่ได้คะแนนสอบอยู่ในระดับดีมาก (คะแนนร้อยละ 80) 18 คน คิดเป็นร้อยละ 39.13 ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า เมื่อนักเรียนได้เรียน "การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว" โดยใช้การแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นเวลา 12 คาบแล้ว นักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดีมาก (คะแนนร้อยละ 80)

3 ความสามารถในการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง "การประยุกต์ของสมการเชิงเส้น"

ในการวัดความสามารถในการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ "การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว" ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนเบญจมราชานุสรณ์ จังหวัดผู้วิจัยได้ใช้ วิเคราะห์ข้อมูลจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยวิเคราะห์ข้อมูลเฉพาะส่วนของการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแบ่งออกเป็น 3 ข้อ โดยข้อสอบทั้งสามข้อครอบคลุมเนื้อหาการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ "การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว" ซึ่งประกอบไปด้วย การสร้างโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวน การสร้างโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราส่วน และร้อยละ และการสร้างโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราเร็ว ผู้วิจัยได้

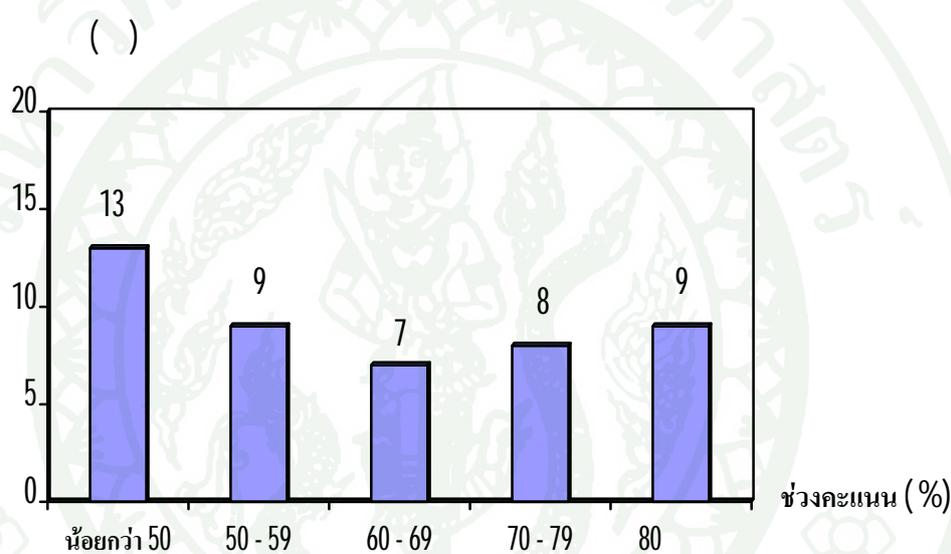
4 4

4 คะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ "การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว" (9)

ค่าสถิติ	ข้อสอบข้อที่			ค่า
	1	2	3	
ค่าเฉลี่ย	1.76	2.07	1.43	1.75
ร้อยละ	58.70	68.84	47.83	58.45

4 เมื่อพิจารณาโดยภาพรวมพบว่า มารถในการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป็น 1.75 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 58.45 ซึ่งอยู่ในเกณฑ์พอใช้ (คะแนนร้อยละ 50 - 59) และเมื่อพิจารณาความสามารถในการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแต่ละข้อพบว่า ข้อที่นักเรียนได้คะแนนเฉลี่ยสูงสุด คือ ข้อที่ 2 การสร้างโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ โดยได้คะแนนเฉลี่ย 2.07 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 68.84 ถือว่านักเรียนมีความสามารถในการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ใน (คะแนนร้อยละ 60 - 69) รองลงมา คือ ข้อที่ 1 อง การสร้างโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวน โดยได้คะแนนเฉลี่ย 1.76 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 58.70 ถือว่า การตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับพอใช้ (คะแนนร้อยละ 50 - 59)

และข้อที่ได้คะแนนเฉลี่ยต่ำที่สุด คือ ข้อ 3 เรื่อง การสร้างโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เกี่ยวกับอัตราเร็ว ซึ่งได้คะแนนเฉลี่ย 1.43 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 47.83 ถือว่านักเรียนมีความสามารถในการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับที่ต้องปรับปรุง (คะแนนน้อยกว่าร้อยละ 50) ปัญหาที่พบ คือ ส่วนใหญ่ทำไม่ทัน ให้ เพราะเรื่องการตั้งปัญหา เป็นเรื่องที่นักเรียนไม่เคยได้ฝึกฝนมาก่อน จึงทำให้ต้องใช้เวลาในการสร้างโจทย์ อีกทั้งนักเรียนบางคนสร้างโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้ แต่ขั้นตอนการแสดงวิธีทำยังไม่ถูกต้อง หรือถูกต้องเพียงบางส่วน



4 จำนวนนักเรียนจำแนกตามช่วงคะแนนสอบของแบบทดสอบวัดความสามารถในการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ ()

4 แสดงให้เห็นว่าเมื่อจำแนกนักเรียนออกเป็นกลุ่มตามช่วงคะแนนของแบบทดสอบวัดความสามารถในการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ได้คะแนนสอบอยู่ที่ต้องปรับปรุง (คะแนนน้อยกว่าร้อยละ 50) 13 คน คิดเป็นร้อยละ 28.26 คะแนนสอบที่อยู่ในระดับพอใช้ (คะแนนร้อยละ 50-59) ที่อยู่ในระดับ (คะแนนสอบร้อยละ 80) 9 คนเท่ากัน คิดเป็นร้อยละ 19.57 ช่วงคะแนน 70 - 79 8 คน คิดเป็นร้อยละ 17.39 ซึ่งถือว่านักเรียนมีความสามารถในการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี ในช่วงคะแนน 60 - 69 7 คน คิดเป็นร้อยละ 15.21 ซึ่งถือว่านักเรียนมีความสามารถในการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับพอใช้ ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า เมื่อนักเรียนได้เรียนเรื่อง

“การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นเวลา 12 คาบแล้ว นักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถในการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ขั้นต่ำ (คะแนนสอบร้อยละ 50)

ข้อวิจารณ์

การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง “การประยุกต์ของเส้นตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนเบญจมราชานุสรณ์ จังหวัดนนทบุรี ผู้วิจัยได้นำมาวิจารณ์เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปและข้อเสนอแนะของการวิจัยดังนี้

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยหลังเรียนสูงกว่าคะแนนเฉลี่ยก่อนเรียน 18.78 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 62.60 และสูงกว่าเกณฑ์ 60% ที่ได้กำหนดไว้ ผลการวิจัยดังกล่าวสอดคล้องกับ อาริยา สุริยนต์ (2548) ที่ได้ศึกษา

การพัฒนาความสามารถทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” ปีที่ 2 โดยการจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนโดยการจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการ

ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ สูงกว่าเกณฑ์ 70% สอดคล้องกับงานวิจัยของ (2551) ที่ได้ศึกษาการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยการสอดแทรกข้อมูลท้องถิ่นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่า นักเรียนมีการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทั้ง 4 ด้าน คือ ด้านการทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา ด้านการวางแผนแก้ปัญหา ด้านการดำเนินการตามแผน และด้านการตรวจสอบคำตอบอยู่ในเกณฑ์ที่ดี นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และผลสัมฤทธิ์

หลังเรียนผ่านเกณฑ์ตามจุดประสงค์การเรียนรู้ของ
ศึกษาธิการคือ ร้อยละ 60%

2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งได้พิจารณาในด้าน

มเข้าไปปัญหา การวางแผนแก้ปัญหา การดำเนินการตามแผน และการตรวจสอบ

โดยที่ข้อสอบแบ่งออกเป็น 3 ข้อ ข้อสอบ ข้อครอบคลุมเนื้อหาการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ "การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว" ซึ่งประกอบไปด้วย โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวน โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ และ โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราเร็ว พบว่า

ด้านการทำความเข้าใจปัญหาสูงสุด รองลงมาคือ การวางแผนแก้ปัญหา และการตรวจสอบคำตอบ ตามลำดับ แสดงให้เห็นว่านักเรียนยังขาด ซึ่งเป็นทักษะพื้นฐานที่จำเป็นจะต้องฝึกฝน เช่น การท่องสูตรคูณ นักเรียนส่วนใหญ่ยังท่องสูตรคูณไม่ได้ ทำให้มีปัญหาค่อนข้างมากในการเรียน

ส่วน การใช้สมบัติ

มีความสามารถและสติปัญญาแตกต่างกันค่อนข้างมาก

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ข้อมูลจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยแบ่งออกเป็น 4 ด้าน คือ ด้านการทำความเข้าใจปัญหา การวางแผนแก้ปัญหา การดำเนินการตามแผน และการตรวจสอบ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

2.1 ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนส่วนใหญ่สามารถวิเคราะห์ โจทย์ปัญหาได้ดี คือสามารถบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการได้ถูกต้อง แต่ ปัญหาที่พบคือ นักเรียนบางคนเขียนเพียงสิ่งที่โจทย์กำหนดให้หรือสิ่งที่โจทย์ต้องการเพียงอย่าง และเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้หรือสิ่งที่โจทย์ต้องการไม่ครบถ้วนสมบูรณ์ ซึ่งสอดคล้องกับ

(2544) ที่ได้ศึกษาการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา

คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โดยเน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง พบว่า นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์หลังเรียนเพิ่มขึ้นจากก่อนเรียนทุกพฤติกรรมที่มุ่ง

รณาคะแนนเฉลี่ยของพฤติกรรมมุ่งวัดแต่ละด้าน พบว่า คะแนนเฉลี่ยความสามารถด้านการวิเคราะห์โจทย์ปัญหามีคะแนนมากที่สุด รองลงมาคือด้านการหาวิธีการแก้โจทย์ปัญหา และน้อยที่สุดคือ ด้านการคำนวณเพื่อตอบโจทย์ปัญหา

2.2 ความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา ส่วนใหญ่สามารถวางแผนแก้ โจทย์ปัญหาได้ คือ สามารถกำหนดตัวแปรได้อย่างเหมาะสมและสามารถเขียนสมการได้อย่าง ถูกต้อง แต่ปัญหาที่พบคือ นักเรียนบางคนจะลืมแสดงการกำหนดตัวแปร จะเขียนสมการที่ได้ เพียงอย่างเดียว และกำหนดตัวแปรไม่เหมาะสม ทำให้เขียนสมการผิด

2.3 นักเรียนสามารถคำนวณการแก้สมการ จนได้คำตอบที่ถูกต้อง แต่ปัญหาที่พบคือ นักเรียนส่วนใหญ่มักมีข้อผิดพลาดในการคิดคำนวณ เช่น การถอดวงเล็บ การหา ค. . . ของตัวส่วน การบวก ลบ คูณและหารจำนวนเต็ม และไม่มี การสรุปคำตอบว่า ได้แทนด้วยจำนวนอะไร คือเมื่อนักเรียนคำนวณจนได้ค่าของตัวแปรแล้ว ก็จบเพียงเท่านั้นโดยไม่ทำการสรุปอีกครั้งที่ได้คืออะไร

2.4 ได้ถูกต้อง การแทนค่า ที่ได้ ผลตรงตามเงื่อนไขของโจทย์ แต่ยังมีนักเรียนส่วนใหญ่ที่ไม่ตรวจสอบคำตอบ สาเหตุจาก ทำไม่ทัน แทนค่าตัวแปรในสมการไม่ครบ และคำนวณผิดโดยไม่คำนึงถึงความเป็นไปได้กับสภาพจริง อีกทั้งนักเรียนส่วนใหญ่มองว่าขั้นตอนการตรวจสอบคำตอบไม่สำคัญเท่าไรนัก อาจคิดว่าได้คำตอบ มาก็เพียงพอแล้ว ไม่จำเป็นต้องตรวจสอบคำตอบว่าคำตอบที่ได้นั้นสมเหตุสมผลหรือไม่

3. ความสามารถในการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดย แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยวิเคราะห์ข้อมูล เฉพาะส่วนของการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแบ่งออกเป็น 3 ข้อ โดยข้อสอบทั้งสามข้อ การตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ "การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปร" "ซึ่งประกอบไปด้วย การสร้างโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวน การ สร้างโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ และการสร้างโจทย์ ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราเร็ว เมื่อพิจารณาโดยภาพรวมพบว่า นักเรียนมี ความสามารถในการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับพอใช้ การตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแต่ละข้อพบว่า ข้อที่นักเรียนได้คะแนนเฉลี่ยสูงสุด คือ ข้อที่ 2 เรื่อง การสร้างโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ ข้อที่ 1 เรื่อง การสร้างโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวน และข้อที่ได้คะแนน เฉลี่ยต่ำที่สุด คือ ข้อ 3 เรื่อง การสร้างโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

จะเห็นได้ว่า ข้อสอบที่นักเรียนสามารถสร้างโจทย์ปัญหาได้คะแนนเฉลี่ยสูงสุดคือ ข้อที่ 2 การสร้างโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ ซึ่งสถานการณ์ที่กำหนดให้ เป็นสถานการณ์ที่ใกล้ตัวของนักเรียน คือ เป็นสถานการณ์เกี่ยวกับสินค้าที่ใช้สอยในชีวิตประจำวัน และเป็นสินค้าที่นักเรียนพบเห็นอยู่เป็นประจำ ทำให้นักเรียนสามารถสร้างโจทย์ปัญหาได้ดีกว่าข้ออื่นๆ ปัญหาที่พบ คือ นักเรียนส่วนใหญ่ทำไม่ทัน เวลาที่กำหนดให้ เพราะเรื่องการตั้งปัญหาเป็นเรื่องที่นักเรียนไม่เคยได้ฝึกฝนมาก่อน จึงทำให้ต้องใช้เวลานานในการสร้างโจทย์ อีกทั้งนักเรียนบางคนสร้างโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้ แต่ขั้นตอนการแสดงวิธีทำยังไม่ถูกต้อง หรือถูกต้องเพียงบางส่วน

4. มัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง

แตกต่างกัน อย่างชัดเจน จำแนกนักเรียนออกเป็น 3 กลุ่ม คือ กลุ่มเก่ง กลุ่มปานกลาง และกลุ่มอ่อน พบว่า นักเรียนกลุ่มเก่งมีจำนวน 10 คน กลุ่ม 21 คน และกลุ่มอ่อนมีจำนวน 15 นักเรียนในกลุ่มอ่อนได้คะแนนค่อนข้างต่ำหรือไม่ได้คะแนนเลย ทำให้เฉลี่ยที่ได้ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ วัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็น นักเรียนกลุ่มเก่งและกลุ่มปานกลาง จึงส่งผลให้คะแนนเฉลี่ยรวม คณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ ค่อนข้างต่ำ

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง "การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว" โดยใช้การแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนเบญจมราชานุสรณ์ จังหวัดนนทบุรี สรุปได้

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ

1. "การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว" ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนเบญจมราชานุสรณ์ จังหวัดนนทบุรี
2. มารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง "การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว" ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนเบญจมราชานุสรณ์
3. เพื่อศึกษาความสามารถในการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง "การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดี " ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนเบญจมราชานุสรณ์

1. ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
นุสรณ์ จังหวัดนนทบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 544

2. กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
นุสรณ์ จังหวัดนนทบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 46
ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) 12 ห้องเรียน ซึ่ง
ทางโรงเรียนได้จัดนักเรียนของแต่ละห้องเรียนแบบคณะกรรมการการเรียน

3. ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย

3.1 ตัวแปรอิสระ คือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ “การประยุกต์ของสมการเชิง
เส้นตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.2 ตัวแปรตาม ได้แก่

3.2.1 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิง
เส้นตัวแปรเดียว”

3.2.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ “การประยุกต์
สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว”

3.2.2 ความสามารถในการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “การประยุกต์ของ
สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว”

4. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย คือ “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว”
มัธยมศึกษาปีที่ 2

5. ชั้นในการเก็บรวบรวมข้อมูล คือ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 ระหว่าง
4 2553-8 กุมภาพันธ์ 2553 โดยใช้เวลาดังทั้งหมด 16 50

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง "การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว" โดยใช้การแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ ใช้เวลาในการสอน 16 50

2. วิชาคณิตศาสตร์ "การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว" ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สำหรับใช้ทดสอบก่อนเรียนและแบ่งออกเป็น 2 30 1 เป็นแบบทดสอบแบบปรนัยชนิด 4 14 ข้อ (ข้อละ 1) 2 เป็น 2 ข้อ (ข้อละ 8) พบพบว่าแบบทดสอบมีค่าเฉลี่ยดัชนีความง่ายเท่ากับ 0.56 ค่าเฉลี่ยดัชนีอำนาจจำแนกเท่ากับ 0.43 และค่าสัมประสิทธิ์ความเที่ยงเท่ากับ 0.81

3. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง "การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว" ปีที่ 2 ผู้วิจัยกำหนดพฤติกรรมที่ต้องการวัด ได้แก่ การทำความเข้าใจปัญหา การวางแผนแก้ปัญหา คำตอบโดยคำตอบที่ได้จะต้องมีความเป็นไปได้กับสภาพความเป็นจริง แบบทดสอบที่นักเรียนทำเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 3 ข้อ โดยครอบคลุม "การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว" ซึ่งมีเกณฑ์ที่ใช้ในการให้คะแนนในแต่ละด้านเป็นช่วงคะแนน 0-2 คะแนน โดยใช้ทดสอบในคาบที่ 15-16

4. แบบทดสอบวัดความสามารถในการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง "การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว" ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยสร้างแบบทดสอบตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง "การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว" เป็นแบบทดสอบ 3 ข้อ โดยครอบคลุมเนื้อหา เรื่อง "การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปร

” งมีเกณฑ์ที่ใช้ในการให้คะแนนในแต่ละด้านเป็นช่วงคะแนน 0-3 คะแนน โดยใช้
15-16

ผู้วิจัยมีขั้นตอนในการดำเนินการวิจัย

1. สร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้ แบบทดสอบวัด
ารเรียนวิชาคณิตศาสตร์ “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว”
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและ ตั้งปัญหา
ทางคณิตศาสตร์

2. นำหนังสือขอความร่วมมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลการวิจัย จากภาควิชาการศึกษา
เกษตรศาสตร์ ไปติดต่อผู้บริหารโรงเรียนเบญจมราชานุสรณ์ จังหวัดนนทบุรี เพื่อขอ
ความร่วมมือในการเก็บรวบรวมข้อมูล จากนั้นผู้วิจัยได้ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตาม
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้สร้างไว้ดังนี้

2.1 ยนวิชาคณิตศาสตร์ “การประยุกต์
ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีลักษณะเป็นแบบทดสอบ
4 14 ข้อ และแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 2
ข้อ ที่ผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้างขึ้นและผ่านการวิเคราะห์และปรับปรุงแก้ไขมาแล้ว มาทำการ
ทดสอบก่อนเรียน (Pretest) กับกลุ่มตัวอย่าง ใช้เวลา 50

2.2 “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” โดยใช้การ
แก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ จำนวน 12 50

2.3 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ “การประยุกต์
ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” (Posttest) กับกลุ่มตัวอย่าง
โดยใช้เวลา 50

2.4 แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและ ปัญหาทางคณิตศาสตร์
“การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” ซึ่งมีลักษณะเป็น

6 ข้อ เป็นแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 3 ข้อ และแบบทดสอบ
การตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ 3 ข้อ ใช้เวลา 100

3. จดสั้นการเก็บรวบรวมข้อมูล ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้จากการทำแบบ
สัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว”

วัดความสามารถในการแก้ปัญหาและตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ “การประยุกต์
ของสมการเชิงเส้น” มาวิเคราะห์ แปลผลและสรุปผล

การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยได้ดำเนินการดังนี้

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่ม
ตัวอย่าง โดยใช้ match paired t-test

2. เปรียบเทียบคะแนนหลังเรียนกับเกณฑ์ 60% โดยใช้ one sample t-test

3. ทำการประเมินข้อสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ “
ประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” 3 ข้อ โดยใช้ค่าร้อยละและค่าเฉลี่ย ในแต่ละ
ข้อมีคะแนนตั้งแต่ 0 - 8 คะแนน และกำหนดเกณฑ์การประเมินผลดี

ช่วงคะแนนร้อยละ 80 - 100 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาดี

ช่วงคะแนนร้อยละ 70 - 79 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาดี

ช่วงคะแนนร้อยละ 60 - 69 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา

ช่วงคะแนนร้อยละ 50 - 59 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา

พอใช้

ช่วงคะแนนร้อยละ 0 - 49 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาในระดับที่ต้องปรับปรุง

4. ทำการประเมินจากข้อสอบวัดความสามารถในการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์

“การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” 3 ข้อ ใช้ค่าร้อยละและค่าเฉลี่ย ในแต่ละข้อมีคะแนนตั้งแต่ 0 - 3 คะแนน และกำหนดเกณฑ์การประเมินผลดังนี้

ช่วงคะแนนร้อยละ 80 - 100 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ดีมาก

ช่วงคะแนนร้อยละ 70 - 79 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ดี

ช่วงคะแนนร้อยละ 60 - 69 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ปานกลาง

ช่วงคะแนนร้อยละ 50-59 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการตั้งปัญหาทาง
คณิตศาสตร์พอใช้

ช่วงคะแนนร้อยละ 0-49 หมายถึง นักเรียนมีความสามารถในการตั้งปัญหาทาง
คณิตศาสตร์ในระดับที่ต้องปรับปรุง

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
คณิตศาสตร์เรื่อง "การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว" โดยใช้การแก้ปัญหาและการตั้ง
ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยหลังเรียนสูงกว่าคะแนนเฉลี่ยก่อน
เรียน และสูงกว่าเกณฑ์ 60% ที่ได้กำหนดไว้

2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง "การประยุกต์ของสมการเชิงเส้น
" แก้ปัญหาและตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า คะแนนเฉลี่ยความสามารถในการ
แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง "การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว" ของนักเรียนอยู่ใน
(คะแนนร้อยละ 60-69) มารณในแต่ละด้าน
ผลได้ดังนี้

2.1 ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนส่วนใหญ่สามารถวิเคราะห์
โจทย์ปัญหาได้ดี คือสามารถบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการได้ถูกต้อง แต่
ปัญหาที่พบคือ นักเรียนบางคนเขียนเพียงสิ่งที่โจทย์กำหนดให้หรือสิ่งที่โจทย์ต้องการเพียงอย่าง
ย่นสิ่งที่โจทย์กำหนดให้หรือสิ่งที่โจทย์ต้องการไม่ครบถ้วนสมบูรณ์

2.2 ความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา นักเรียนส่วนใหญ่สามารถวางแผนแก้
โจทย์ปัญหาได้ คือ สามารถกำหนดตัวแปรได้อย่างเหมาะสมและสามารถเขียนสมการได้อย่าง
ถูกต้อง แต่ปัญหาที่พบคือ ส่วนใหญ่จะลืมแสดงการกำหนดตัวแปร จะเขียนสมการที่ได้
เพียงอย่างเดียว และนักเรียนบางคนแทนตัวแปรไม่เหมาะสม ทำให้ยากต่อการเข้าใจและเขียน
สมการไม่ถูกต้อง

2.3 ารตามแผน นักเรียนสามารถแก้สมการได้คำตอบที่ถูกต้อง แต่ปัญหาที่พบคือ เรียนส่วนใหญ่มักมีข้อผิดพลาดในการคิดคำนวณ เช่น การถอด . . . ของตัวส่วน การบวก ลบ คูณและหารจำนวนเต็ม และไม่มีการสรุปคำตอบว่าค่าตัวแปรที่ได้แทนด้วยค่าของอะไร คือเมื่อนักเรียนคำนวณจนได้ค่าของตัวแปรแล้ว ก็จบเพียงเท่านั้นโดยไม่ทำการสรุปอีกครั้งว่าค่าที่ได้คืออะไร

2.4 ได้ถูกต้อง แทนค่าคำตอบลงในสมการ และคำตอบที่ได้ โจทย์ แต่ยังมีนักเรียนส่วนใหญ่ที่ไม่ตรวจสอบคำตอบ สาเหตุจาก ทำให้ไม่ทัน หรือแทนค่าตัวแปรในสมการไม่สมบูรณ์ และคำนวณผิดโดยไม่คำนึงถึงความเป็นไปได้กับสภาพจริง อีกทั้งนักเรียนส่วนใหญ่มองว่าขั้นตอนการตรวจสอบคำตอบไม่สำคัญเท่าใดนัก คิดว่าได้คำตอบมาก็เพียงพอแล้ว ไม่จำเป็นต้องตรวจสอบคำตอบว่าคำตอบที่ได้นั้นครบถ้วนสมบูรณ์และตุสมผลหรือไม่

3. ความสามารถในการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง "การประยุกต์ของสมการเชิงเส้น" วัตถุประสงค์และประเมินผลจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า คะแนนเฉลี่ยความสามารถในการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนอยู่ในระดับพอใช้ (คะแนนร้อยละ 50 - 59) ปัญหาที่พบ คือ นักเรียนส่วนใหญ่ทำให้ไม่ทัน เวลาที่กำหนดให้ เนื่องจากเรื่องการตั้งปัญหาเป็นเรื่องที่นักเรียนไม่เคยได้ฝึกฝนมาก่อน จึงทำให้ต้องใช้เวลาในการสร้างโจทย์ อีกทั้งนักเรียนบางคนสร้างโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้ แต่ขั้นตอนการแสดงวิธีทำยังไม่ถูกต้อง หรือถูกต้องเพียงบางส่วน

ข้อเสนอแนะ

การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง "การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว" โดยใช้การแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนเบญจมราชานุสรณ์ จังหวัดนนทบุรี มีข้อเสนอแนะดังนี้

ข้อเสนอแนะที่ได้จากการวิจัย

การนำกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” โดยใช้ในการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เบลูจรรยาสุรณี จังหวัดนนทบุรี ไปใช้ให้เกิดประโยชน์มากที่สุดนั้น ผู้สอนหรือผู้ที่สนใจควรมีความรู้ ความเข้าใจ และเตรียมตัวในเรื่องต่างๆ ดังนี้

1. ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนานักเรียนให้มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนให้พื่อนั้น ครูควรมีการวางแผนการจัดการเรียนรู้เป็นอย่างดีเกี่ยวกับการเลือกวิธีสอน เทคนิคการสอน การเลือกใช้สื่อการเรียนรู้ วิธีการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ ให้เหมาะสมสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ เนื้อหา และเวลาที่ใช้สอน เนื่องจากเวลาในแต่ละคาบนักเรียนจะต้องใช้เวลาในการฝึกทักษะการแก้ปัญหาและทำกิจกรรมต่างๆ ค่อนข้างมาก ครูต้องเตรียมสื่อให้พร้อม เช่น ใบงาน แผนภูมิของโจทย์หรือบัตรโจทย์ และแผนภูมิแสดงคำตอบแต่ละตอน เพื่อลดการเขียนโจทย์ที่ยืดยาว และครูต้องคำนึงถึงวุฒิภาวะ ขนและความแตกต่างระหว่างบุคคล ทั้งนี้ครูควรใช้จิตวิทยาร่วมด้วย

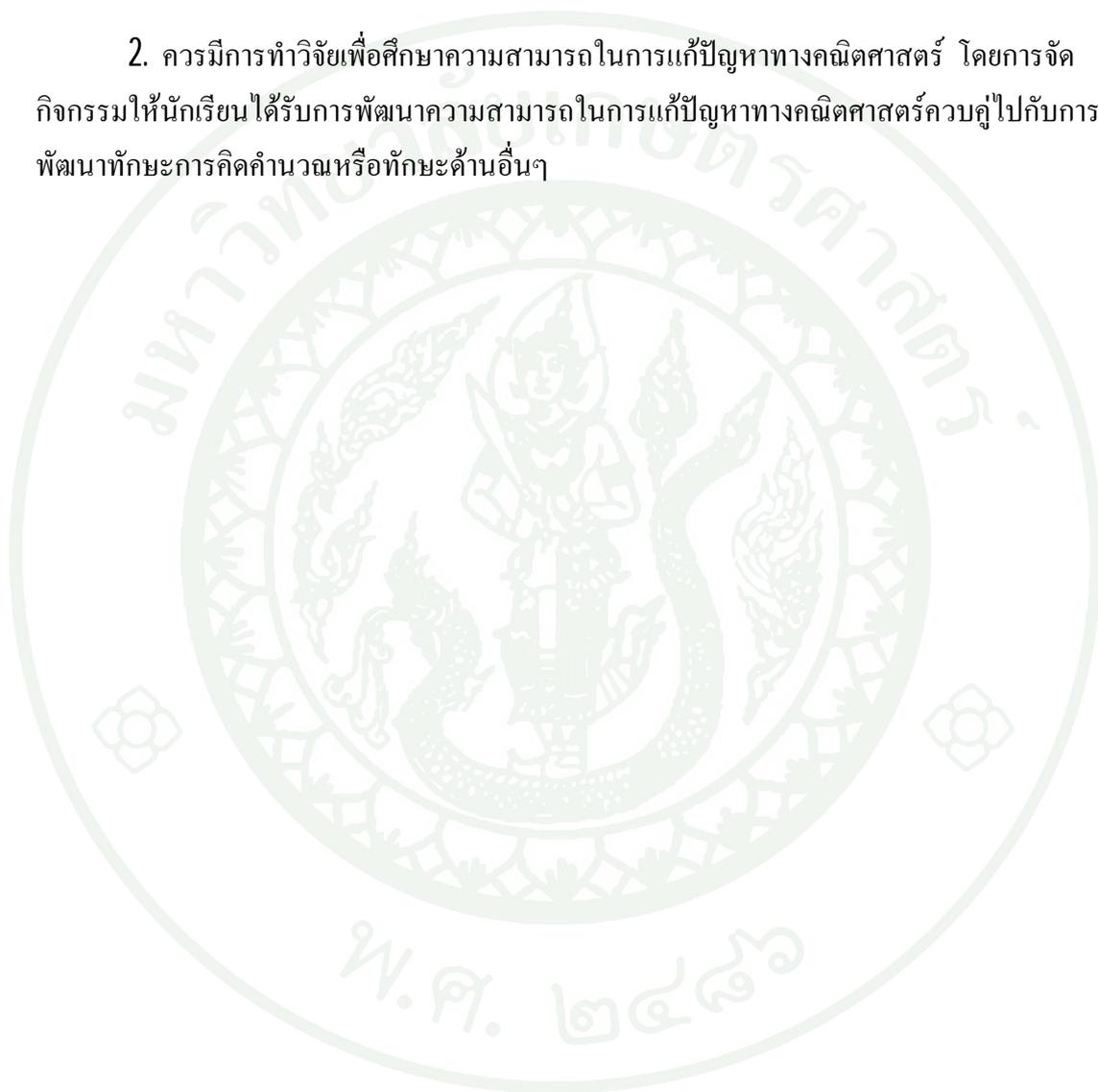
2. จากแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นสามารถพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” ได้ ทั้งนี้เพราะผู้วิจัยได้แก้ไข้ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจากง่ายไปหายาก และแบ่งความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการพัฒนาออกเป็น 4 ด้าน คือ ด้านการทำความเข้าใจปัญหา ด้านการวางแผนแก้ปัญหา ด้านการดำเนินการตามแผน และด้านการตรวจสอบคำตอบโดยคำตอบที่ได้จะต้องมีความเป็นไปได้กับสภาพความเป็นจริงและสอดคล้องกับเงื่อนไขของโจทย์ ซึ่งเป็นไปตามขั้นตอนการแก้ปัญหาของ Polya อันจะนำไปสู่การพัฒนาการแก้ปัญหาในลักษณะอื่นๆ ได้ ผู้วิจัยพบว่า ในด้านการทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนส่วนใหญ่สามารถวิเคราะห์โจทย์ได้ว่า โจทย์กำหนดอะไรให้ และโจทย์ต้องการอะไร แต่มีนักเรียนเพียงบางคนที่มีความปัญหาในการทำความเข้าใจปัญหา คือ ไม่สามารถตีความหมายของโจทย์ได้ หรือบอกในสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการไม่ครบถ้วน ครูจะต้องใช้เทคนิคการใช้คำถาม หรือยกตัวอย่างให้นักเรียนได้ฝึกการวิเคราะห์โทย์มากขึ้น โดยยกตัวอย่างจากง่าย ด้านการวางแผนแก้ปัญหา ครูควรฝึกให้นักเรียนได้เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์จนเกิดความชำนาญก่อน และเลือกใช้สื่อที่เป็นรูปธรรมมาเป็นสื่อการเรียนรู้ อาจจะทำให้นักเรียนเขียนตาราง วาดภาพประกอบแนวคิด จะช่วยให้นักเรียนมองเห็นปัญหา สถานการณ์ของโจทย์ปัญหา

มากยิ่งขึ้น และสามารถเขียนสมการได้ในที่สุด สำหรับด้านการดำเนินการตามแผน เป็นขั้นตอนที่
 ข้อผิดพลาดมากที่สุดในเรื่องของการแก้สมการ เนื่องจาก
 และนักเรียนส่วนใหญ่ยังมี การคิดคำนวณไม่เพียงพอ จำเป็นต้อง
 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ควบคู่ไปกับทักษะการคิดคำนวณ ทั้งนี้เพราะทักษะ
 การคิดคำนวณเป็นพื้นฐานในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และด้านการตรวจสอบคำตอบ
 ส่วนใหญ่ไม่เห็นความสำคัญของ ทำให้นักเรียนไม่ทำการตรวจสอบ
 เน้นย้ำให้นักเรียนเห็นความสำคัญของขั้นตอนนี้ โดยตรวจสอบคำตอบที่ได้ทุกครั้ง
 ทั้งในส่วนที่เป็นกระบวนการ คำตอบที่ได้ ครูจะต้องกระตุ้นให้นักเรียน
 ฝึกอธิบาย โดยให้นักเรียนพิจารณาว่า ได้คืออะไร มีความหมาย
 อย่างไร สอดคล้องกับปัญหาอย่างไร และในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนครูควรใช้โจทย์
 ปัญหาที่มีความยากง่ายหลากหลายระดับ เพื่อช่วยให้นักเรียนทุกคนป
 แก้ปัญหา เนื่องจากนักเรียนแต่ละคนมีความสามารถแตกต่างกัน การได้ทำแบบฝึกห
 ประสบความสำเร็จจะช่วยให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์และเป็นการท้าทาย
 ความสามารถในการแก้ปัญหา ชับซ้อนขึ้นด้วย

3. จากแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นสามารถพัฒนาความสามารถในการตั้งปัญหา
 ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง "การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว" ได้ในระดับพอใช้ (ร้อยละ 50 - 59) นักเรียนส่วนใหญ่ทำไม่ทัน เวลาที่กำหนดให้ และเรื่องการตั้งปัญหา
 ทางคณิตศาสตร์เป็นเรื่องที่นักเรียนไม่เคยได้ฝึกฝนมาก่อน จึงทำให้ต้องใช้เวลานานในการสร้าง
 โจทย์ อีกทั้งนักเรียนบางคนสร้างโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้ แต่ขั้นตอนการแสดง
 วิธีทำยังไม่ถูกต้อง หรือถูกต้องเพียงบางส่วน ในช่วงแรกๆ ของการเรียนการสอนการตั้งปัญหา
 รู้สึกว่าเป็นเรื่องยาก และคิดว่าตนเองทำไม่ได้ เพราะไม่ได้มีประสบการณ์ในการสร้าง
 โจทย์เองมาก่อน ดังนั้นครูผู้สอนต้องมีการเตรียมพร้อมในด้านวิธีสอน สื่อการเรียนรู้ และเตรียม
 ตัวโดยให้นักเรียนฝึกสร้างโจทย์ ยกตัวอย่างให้นักเรียนได้เห็นอย่างหลากหลาย
 ได้ ในการสร้างโจทย์ปัญหา ครูควรฝึกให้นักเรียนสร้างโจทย์จากสมการง่ายๆ ก่อน
 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเรื่องราวที่อยู่ใกล้ตัว เพื่อที่นักเรียนจะได้เข้าใจและสามารถสร้าง
 โจทย์ปัญหาได้ง่ายขึ้น

ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยในครั้งต่อไป

1. ควรมีการศึกษาเกี่ยวกับการเรียนการสอน โดยใช้การแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ในเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่น
2. ควรมีการทำวิจัยเพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยการจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้รับการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ควบคู่ไปกับการพัฒนาทักษะการคิดคำนวณหรือทักษะด้านอื่นๆ



อ้างอิง

- . 2544. การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์. : โรงพิมพ์
ครูสภาลาดพร้าว.
- _____. 2545. คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. :
โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.
- . 2538. การพัฒนาชุดการสอน เพื่อพัฒนาสมรรถภาพในการแก้โจทย์ปัญหา
คณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4. วิทยานิพนธ์ศิลปศาส
สาขาสอนคณิตศาสตร์, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- . 2551. ยนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน
ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 เรื่องร้อยละ ระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็น
ฐานกับการสอนแบบปกติ โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ โครงการ
การศึกษาพหุภาษา ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษา จังหวัดชลบุรี. วิทยานิพนธ์
สาขาสอนคณิตศาสตร์, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- ฉวีวรรณ เสวตมาลย์. 2544. ปกิณกะคณิตศาสตร์. : สุวีริยาสาส์น.
- . 2550. (Online).
<http://learners.in.th/blog/nuttida/20298>, 14 2552.
- ดวงเดือน อ่อนน่วม. 2536. "โจทย์ปัญหา ปัญหาโจทย์." วารสารคณิตศาสตร์ 37 (-
2536): 10-17
- ดอกอ้อ คีอี่เม็ง. 2551. ผลการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิคการจัดการเรียนรู้แบบทีมแข่งขันที่มีต่อ
ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5.
วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต

. 2550. เอกสารประกอบการบรรยายเรื่อง การแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์.

. 2551. นาคความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง " ประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว" โดยสอดแทรกข้อมูลท้องถิ่น ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 3 () . วิทยานิพนธ์ศิลป
สาขาการสอนคณิตศาสตร์, รั.

. 2546. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตของนักเรียนระหว่างการสอนที่เน้นลำดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลโมเดลกับการสอนแบบปกติ.
วิทยานิพนธ์ศิลปศาสตร สาขาการสอนคณิตศาสตร์,
มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

ดาร์มย์. 2548. ผลของการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดสุราษฎร์ธานี. วิทยานิพนธ์
สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

นวลจันทร์ ผมออุทา. 2545. ผลของการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบ SSCS ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2.
วิทยานิพนธ์ สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์, จุฬาลงกรณ์

. 2544. การพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โดยเน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง. วิทยานิพนธ์
, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

ปิยะนาถ เหมวิเศษ. 2551. ารสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต คณิตศาสตร์,

. ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Online).

<http://www.kanid.com/article17.php>, 17 2552.

ปรีชา เนาว์เย็นผล. 2537. หน่วยที่ 12 การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ประมวลสาระชุดวิชาสาระและ วิทยวิธีทางคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 12-15. :

_____. 2538. "การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์."

(สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทยในพระบรม

ราชูปถัมภ์): 52

_____. 2544. กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด สำหรับ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์การศึกษาคณะศึกษาศาสตร์ สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา,

. 2533. คณิตศาสตร์สำหรับครูประถม. : คณะศึกษาศาสตร์

. 2530. การสอนคณิตศาสตร์. : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

_____. 2539. การเรียนการสอนคณิตศาสตร์. : บทพิชการพิมพ์ จำกัด.

_____. 2542. "การแก้ปัญหา." วารสารคณิตศาสตร์ 485-487 (กุมภาพันธ์ -) : 5-12

. 2545. "จะสอนคณิตศาสตร์อย่างไร." วารสารการศึกษาวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์
30:15-22

เยาวลักษณ์ สมवास. 2545. ผลของการสอนซ่อมเสริมโดยใช้บทเรียนคอมพิวเตอร์มัลติมีเดียเรื่อง
โจทย์สมการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. สารนิพนธ์

รสอุบล ธรรมพานิชวงศ์. 2545. ผลของการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการ
ดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความ
คงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์
สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

วิชัย พาณิชย์สวาย. 2545. สอนอย่างไรให้เด็กเก่งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์. :

. 2544. ผลของการใช้เทคนิคการสอน เค ดับเบิลยู ดี แอล ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ใน
การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4. วิทยานิพนธ์
, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2550. / ตร์.
: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

สมเดช บุญประจักษ์. 2544. "แนวคิดในการพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์."
คณิตศาสตร์ (- 2544): 33-37

_____. 2550. "การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์." วารสารคณิตศาสตร์ 51 (กุมภาพันธ์- 2550): 71-79

. 2547. "ยุทธวิธีการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ()"
คณิตศาสตร์ (72 พรรษา สมเด็จพระนางเจ้าพระบรมราชินีนาถ พ. .
2547): 14-25

สิริพร ทิพย์คง. 2544. การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์. : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

_____. 2545. หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์. : สำนักพิมพ์บริษัท

_____. 2551. เอกสารประกอบการสอนวิชาทฤษฎีและวิธีสอนคณิตศาสตร์.

: คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

สุนันท์ ฉ . 2543. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการกับนักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์การศึกษา

. 2548. ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จังหวัดสุรินทร์. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิตคณิตศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

. 2551. NT ปีการศึกษา 2550 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 (Online). <http://bet.obec.go.th/pm/m3%20Math.pdf>, 8 กุมภาพันธ์ 2552.

อาริษา สุริยนต์. 2548. รเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง "การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว" ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 การสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ. วิทยานิพนธ์ศิลปศาสตรคณิตศาสตร์, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

อัคริภรณ์ จิวสกุล. 2541. การศึกษาพฤติกรรมการสอนของครูที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหาและตระหนักในเมตาคอดินิชันที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

- Anderson, K.B. and R.E. Pingry. 1973. Problem solving in mathematics: its theory and Practice. Washington, D.C.: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Brown, S. and M.I. Walter. 1993. Problem posing: reflection and application. New Jersey: Lawrence.
- Charles, Randall, and F.K. Lester. 1982. Teaching Problem Solving. What Why & How. Dale Seymour Publications.
- Crespo, S. 2003. "Learning to pose mathematical problems: Exploring changes in preservice teachers' practices.." *Educational Studies in Mathematics* 3 (52): 243
- Dickerson, V.M. 1999. The impact of problem-posing instruction on the mathematical problem-solving achievement of seventh graders. Ph.D. Emory University University.
- Duncker, K. 1945. "On problem solving." *Psychological Monographs* 58 (270): 5
- Fehr, H.F. and J.K. Phillips. 1972. Teaching modern mathematics in the elementary school. Addison-Wesley Pub. Co..
- Haylock, D.W. 1987. The Idea of Problem Posing (Online).
<http://scholar.lib.vt.edu/ejournals/JITE/v36n1/lewis.html>, July 17, 2009.
- Krulik, Stephen, and R.E. Reys. 1980. Problem Solving in School Mathematics.. Washington D.C.: The National Council of Teachers of Mathematics.
- _____, and J.A. Rudnick. 1993. Reasoning and problem solving: a hand book for Elementary school teacher. Massachusetts: Allyn and Bacon.

Silver, E. 1994. The Idea of Problem Posing (Online).

<http://scholar.lib.vt.edu/ejournals/JITE/v36n1/lewis.html>, July 17, 2009.

Stoyanova, E., and N.F. Ellerton. 1996. A framework for research into students problem posing. Melbourne: Mathematics Education Research Group of Australia.

Wallace, A.H., D. Abbot, and R.A. Blary. 2007. "The Classroom That Math Built: Encouraging Young Mathematicians to Pose Problems." *Young Children* 5 (62): 42-48

Williams, K.M. 2003. "Writing about the Problem – Solving Press to Improve Problem – Solving Performance." *Mathematics Teacher* 99 (3): 185-187



ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์
"การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว"

แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์
การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ทดสอบก่อนเรียน (pre - test)	1
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	1
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (ต่อ)	1
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (ต่อ)	1
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 ประโยคภาษาและประโยคสัญลักษณ์	1
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	1
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (ต่อ)	1
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 การตั้งปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	1
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ	1
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 การตั้งปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ	1
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	1
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11 การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (ต่อ)	1
รู้ที่ 12 การตั้งปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	1
(post - test)	1
ทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาและตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์	2

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

หน่วยการเรียนรู้ บทประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

เรื่อง การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (ต่อ)

50

การหาคำตอบของสมการสามารถใช้ได้ การเท่ากัน ได้แก่ สมบัติสมมาตร สมบัติ
ถ่ายทอด สมบัติการบวกและสมบัติการคูณ เพื่อช่วยในการหาคำตอบของสมการ

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ : นักเรียนสามารถแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติของการเท่ากัน
ได้

ด้านทักษะและกระบวนการ :

1. แก้ปัญหา
2. ให้เหตุผล
- 3.
4. เชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ได้
5. คิดสร้างสรรค์

ด้านคุณลักษณะ :

- 1.
2. มีความกระตือรือร้นในการเรียนรู้
- 3.
- 4.

สาระการเรียนรู้

การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ การหาค่าของตัวแปรในสมการที่ทำให้สมการเป็น
จริงโดยอาศัยสมบัติของการเท่ากัน

วิธีแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สามารถทำได้ดังนี้

1. จัดสมการให้อยู่ในรูปอย่างง่าย โดยให้ตัวแปรอยู่ข้างหนึ่งของสมการ และค่าคงตัวอยู่
อีกข้างหนึ่งของสมการ โดยใช้สมบัติการ

2. ถ้าสมการอยู่ในรูปของเศษส่วน ให้พยายามทำตัวส่วนให้หมดไป โดยนำ ค. . .
 ตัวส่วนคูณทุกพจน์
3. ถ้าสมการอยู่ในรูปที่มีวงเล็บ ให้จัดการถอดวงเล็บออกก่อนโดยใช้สมบัติการแจกแจง
4. ดำเนินการแก้สมการโดยใช้สมบัติของการเท่ากันของจำนวนจริง

ตัวอย่างที่ 1 จงแก้สมการ $\frac{3x-4}{5} - \frac{6-x}{3} = \frac{2}{3} + \frac{1}{2}x$

_____ $\frac{3x-4}{5} - \frac{6-x}{3} = \frac{2}{3} + \frac{1}{2}x$

. . . 2, 3 5 30 คูณทั้งสองข้างของสมการ

$$30 \times \left(\frac{3x-4}{5} - \frac{6-x}{3} \right) = 30 \times \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2}x \right)$$

$$6(3x-4) - 10(6-x) = 20 + 15x$$

$$18x - 24 - 60 + 10x = 20 + 15x$$

$$28x - 84 = 20 + 15x$$

15x มาลบทั้งสองข้างของสมการ $28x - 84 - 15x = 20 + 15x - 15x$

$$13x - 84 = 20$$

84 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ $13x - 84 + 84 = 20 + 84$

$$13x = 104$$

13 มาหารทั้งสองข้างของสมการ $\frac{13x}{13} = \frac{104}{13}$

$$x = 8$$

_____ $x = 8$

จะได้

$$\frac{3x-4}{5} - \frac{6-x}{3} = \frac{2}{3} + \frac{1}{2}x$$

$$\frac{3(8)-4}{5} - \frac{6-8}{3} = \frac{2}{3} + \frac{1}{2}(8)$$

$$\frac{24-4}{5} + \frac{2}{3} = \frac{2}{3} + 4$$

$$4 + \frac{2}{3} = \frac{2}{3} + 4$$

เป็นสมการที่เป็นจริง

8 เป็นคำตอบของสมการ $\frac{3x-4}{5} - \frac{6-x}{3} = \frac{2}{3} + \frac{1}{2}x$

ตัวอย่าง 2 จงแก้สมการ $\frac{2x-5}{9} - \frac{15-3x}{12} = \frac{x-7}{3} + \frac{x+23}{12}$

$$\frac{2x-5}{9} - \frac{15-3x}{12} = \frac{x-7}{3} + \frac{x+23}{12}$$

... 3, 9 12 36 คูณทั้งสองข้างของสมการ

$$36 \times \left(\frac{2x-5}{9} - \frac{15-3x}{12} \right) = 36 \times \left(\frac{x-7}{3} + \frac{x+23}{12} \right)$$

$$4(2x-5) - 3(15-3x) = 12(x-7) + 3(x+23)$$

$$8x - 20 - 45 + 9x = 12x - 84 + 3x + 69$$

$$17x - 65 = 15x - 15$$

15x มาลบทั้งสองข้างของสมการ $17x - 65 - 15x = 15x - 15 - 15x$

$$2x - 65 = -15$$

65 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ $2x - 65 + 65 = -15 + 65$

$$2x = 50$$

2 มาหารทั้งสองข้างของสมการ $\frac{2x}{2} = \frac{50}{2}$

$$x = 25$$

$x = 25$

จะได้

$$\frac{2x-5}{9} - \frac{15-3x}{12} = \frac{x-7}{3} + \frac{x+23}{12}$$

$$\frac{2(25)-5}{9} - \frac{15-3(25)}{12} = \frac{25-7}{3} + \frac{25+23}{12}$$

$$5 - (-5) = 6 + 4$$

$$10 = 10$$

เป็นสมการที่เป็นจริง

25 เป็นคำตอบของสมการ $\frac{2x-5}{9} - \frac{15-3x}{12} = \frac{x-7}{3} + \frac{x+23}{12}$

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ... และการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้การถามตอบ

2. ครูยกตัวอย่างที่ 1 บนกระดาน โดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบายและแสดง

3. ครูยกตัวอย่างที่ 2 บนกระดาน โดยให้นักเรียนทุกคนแก้สมการลงในสมุด ครูสุ่มนักเรียนทีละคนออกมาแสดงวิธีทำบนกระดานในแต่ละขั้นตอนของการแก้สมการ ครูตรวจสอบความถูกต้อง

4. ครูและนักเรียนช่วยกันสร้างสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจำนวนสองสมการ และแก้สมการเพื่อหาคำตอบของสมการที่สร้างขึ้น

5. ครูให้นักเรียนจับคู่ปรึกษากันและช่วยกันสร้างสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่มีคำตอบของสมการเป็นจำนวนเต็ม และแก้สมการเพื่อหาคำตอบของสมการที่สร้างขึ้น ครูสุ่มนักเรียนออกมานำเสนอสมการที่สร้างขึ้น พร้อมทั้งแก้สมการนั้นด้วย ครูตรวจสอบความถูกต้อง

6. ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปวิธีการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้การถามตอบ

7. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกเสริมที่ 2 เมื่อนักเรียนทำเสร็จแล้ว ครูสุ่มนักเรียนออกมาแสดงวิธีทำ ครูและนักเรียนช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง

สื่อการเรียนรู้

แบบฝึกเสริมทักษะที่ 2

1.	1. ตอบคำถามได้ถูกต้อง	80%
2.	2. นักเรียนมีความสนใจในการเรียนและให้ ร่วมมือในการทำกิจกรรมประมาณ	75%
3. ตรวจสอบการทำแบบฝึกเสริมทักษะที่ 2	3. นักเรียนทำแบบฝึกเสริมทักษะที่ 2 ได้ ถูกต้อง	70%

เรียนมีความรอบคอบในการแก้สมการมากขึ้น แต่ก็มีปัญหาอยู่บางส่วนคือ นักเรียน . . . ของจำนวนไม่ถูกต้อง นำ ค. . . ของตัวส่วนไปคูณเฉพาะจำนวนที่เป็นเศษส่วน ใช้สมบัติการแจกแจงไม่ถูกต้อง และการบวก ลบ คูณหารจำนวนเต็มไม่ถูกต้อง ครูได้เพิ่มเติมจนนักเรียนสามารถทำได้ด้วยตนเอง อีกทั้งครูต้องคอยเน้นย้ำนักเรียนให้มีความรอบคอบมากขึ้น สำหรับปัญหาที่พบในการทำแบบฝึกเสริมทักษะที่ 2 คือ การสร้าง

สมการจากเงื่อนไขที่กำหนดให้ นักเรียนยังไม่เคยมีประสบการณ์ในการสร้างโจทย์ด้วยตนเองมาก่อน ครูจึงต้องยกตัวอย่างและอธิบายเพิ่มเติมหลายรอบ เพื่อให้ นักเรียนเข้าใจแนวทางการสร้างโจทย์การแก้สมการ แต่ก็มีนักเรียนบางคนที่สร้างสมการที่ง่ายเกินไป ครูแนะนำวิธีการเพิ่มเงื่อนไขเพื่อให้โจทย์มีความน่าสนใจมากขึ้น



แบบฝึกเสริมทักษะ 2

.....

1. จงแก้สมการต่อไปนี้ พร้อมทั้งแสดงวิธีตรวจสอบคำตอบ

$$1) \frac{2x}{15} - \frac{3}{10}(x-5) = \frac{6-x}{12}$$

$$2) 4(x-3) - 3(3-x) = 5(x+2) - 9(8-x) + 20$$

2. จงสร้างสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวตามเงื่อนไขที่กำหนดให้ และแก้สมการพร้อมทั้งแสดงวิธี

1) สร้างสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยมีคำตอบของสมการเป็น 10

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2) สร้างสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยมีคำตอบของสมการเป็นจำนวนจริง

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

หน่วยการเรียนรู้ บทประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ประโยคภาษาและประโยคสัญลักษณ์

50

ประโยคคณิตศาสตร์ที่เขียนอยู่ในรูปของข้อความ เรียกว่า
คณิตศาสตร์ที่เขียนอยู่ในรูปสัญลักษณ์ เรียกว่า **ประโยคสัญลักษณ์**

การเขียนประโยคสัญลักษณ์แทนประโยคภาษา เพื่อคว
คำตอบที่ต้องการ

การเปลี่ยนประโยคภาษาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ ต้องรู้จักใช้ตัวแปรแทนจำนวนที่
กล่าวถึง และใช้สัญลักษณ์แสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ : นักเรียนสามารถเปลี่ยนประโยคภาษาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ และเปลี่ยน
ประโยคสัญลักษณ์ให้เป็นประโยคภาษาได้

ด้านทักษะและกระบวนการ :

1. แก้ปัญหา
2. ให้เหตุผล
- 3.
4. คิดสร้างสรรค์

ด้านคุณลักษณะ :

- 1.
2. อริอรรันในการเรียนรู้
- 3.
- 4.
5. ทำงานอย่างเป็นระบบ
6. มีทักษะในการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม

2. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องอะไร ที่มาใช้ในการคำนวณ เพื่อทายเดือนเกิดของนักเรียน และมีวิธีการทายเดือนเกิดอย่างไร จนได้ข้อสรุปว่า การทายเดือนเกิดสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องสมการ มาใช้ในการคำนวณ นำผลลัพธ์สุดท้ายลบด้วยสิบ แล้วหารด้วยสิบเอ็ด ผลลัพธ์ที่ได้ก็จะเป็นหมายเลขที่แทนเดือนเกิด

3. ครูให้นักเรียนนำเกมปริศนาทายเดือนเกิดที่เล่นไปแล้ว มาเขียนเป็นสมการ โดยสมมติให้จำนวนที่แทนเดือนเกิดเป็น x ดังนั้น จากข้อความ นำตัวเลขนั้นมาคูณด้วยสิบเอ็ดแล้วบวกด้วยสิบ ได้ผลลัพธ์สุดท้ายเท่ากับหนึ่งร้อยเก้า จะเขียนได้เป็น $11x + 10 = 109$ ประโยคที่ขีดเส้นใต้เรียกว่า ประโยคภาษา และ $11x + 10 = 109$ เรียกว่า ประโยคสัญลักษณ์ ครูให้นักเรียนเขียนประโยคสัญลักษณ์แทนประโยคภาษาตามเกมปริศนาทายเดือนเกิดของตนเอง

4. ครูให้นักเรียนแต่ละคนลองสร้างเกมปริศนาทายเดือนเกิดด้วยตนเอง โดยให้คิดสร้างประโยคสัญลักษณ์ของสมการใหม่ แล้วผลัดกันเล่นเกมปริศนาทายเดือนเกิดกับเพื่อนคนอื่นๆ

5. ครูยกตัวอย่างประโยคภาษาและประโยคสัญลักษณ์ที่มีข้อความสัมพันธ์กันให้นักเรียนดู เพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจมากยิ่งขึ้น เช่น

1. จำนวนจำนวนหนึ่งลบด้วยสิบสองเท่ากับหก ($x - 12 = 6$)

2. สามเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งบวกเจ็ดเท่ากับสิบเก้า ($3x + 7 = 19$)

3. เศษสองส่วนสามของจำนวนจำนวนหนึ่งรวมกับสิบห้าเท่ากับยี่สิบสาม

$$\left(\frac{2}{3}x + 15 = 23\right)$$

4. สองเท่าของผลต่างของจำนวนจำนวนหนึ่งกับสิบสองเท่ากับสิบหก

$$(2(x - 12) = 16)$$

5. ครึ่งหนึ่งของผลบวกของจำนวนจำนวนหนึ่งกับเก้าเท่ากับสิบสาม

$$\left(\frac{x + 9}{2} = 13\right)$$

6. ครูให้นักเรียนทำกิจกรรม "สัญลักษณ์คู่ภาษา" โดยให้ตัวแทนนักเรียน 1 คู่หยิบบัตรในกล่องออกมา 1 ใบ ซึ่งในกล่องนั้นบรรจุบัตรประโยคภาษาและบัตรประโยคสัญลักษณ์ไว้ เมื่อนักเรียนหยิบบัตรมาแล้ว ให้นักเรียนชูบัตรให้เพื่อนๆ ดู แล้วให้เพื่อนๆ ที่เหลือเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ (ในกรณีที่สุ่มหยิบได้บัตร)
ประโยคสัญลักษณ์เป็นประโยคภาษา (ในกรณีที่สุ่มหยิบได้บัตรประโยคสัญลักษณ์) โดยครูช่วยตรวจสอบความถูกต้อง ครูให้นักเรียนทำกิจกรรม "สัญลักษณ์คู่ภาษา" 9 - 10

7. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 4 คิดสร้างประโยคภาษา และประโยคสัญลักษณ์ที่น่าสนใจมาอย่างละ 1 ประโยค เพื่อใช้เป็นโจทย์ตามเพื่อนกลุ่มอื่นๆ

จากนั้นครูให้ตัวแทนกลุ่มของแต่ละกลุ่มออกมาถามคำถามที่สร้างขึ้นกับเพื่อนกลุ่มอื่น ถ้ากลุ่มใดตอบคำถามได้ถูกต้องเป็นกลุ่มแรกจะได้คะแนน 1 เป็นผู้จัดบันทึกคะแนนไว้บนกระดาน ทำกิจกรรมเช่นนี้จนครบทุกกลุ่ม ครูกล่าวคำชมเชยและมอบรางวัลให้นักเรียนกลุ่มที่ได้

8. ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปเกี่ยวกับประโยคภาษาและประโยคสัญลักษณ์ โดยใช้การ

9. ครูให้นักเรียนทำเอกสารฝึกหัดที่ 1 เมื่อนักเรียนทำเสร็จ ครูและนักเรียนช่วยกันเฉลย

สื่อการเรียนรู้

1. บัตรประโยคภาษาและบัตรประโยคสัญลักษณ์
2. เอกสารฝึกหัดที่ 1

1.		1. ตอบคำถามได้ถูกต้อง	85%
2.	การร่วม	2. นักเรียนให้ความสนใจและร่วมกิจกรรมการ	80%
3.	ตรวจการทำเอกสารฝึกหัดที่ 1	3. นักเรียนทำเอกสารฝึกหัดได้ถูกต้อง	75%

นักเรียนส่วนใหญ่ช่วยกันตอบคำถามและให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมเป็นอย่างดี และสนุกสนานกับเกมปริศนาทายเดือนเกิด นักเรียนส่วนใหญ่ทำเอกสารฝึกหัดที่ 1 ได้ถูกต้อง แต่มีบางข้อที่นักเรียนไม่เข้าใจ และยังสับสนในบางประโยค เช่น ประโยคที่ว่า “ห้าเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งมากกว่าสิบสองอยู่ยี่สิบแปด” “ห้าเท่าของผลรวมของเท่ากับยี่สิบห้า” นักเรียนบางคนจะแยกความแตกต่างไม่ได้ ครูได้อธิบายเพิ่มเติมและยกตัวอย่างหลายๆ ตัวอย่าง เพื่อให้ นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้น สำหรับการเปลี่ยนประโยคสัญลักษณ์เป็นประโยคภาษา นักเรียนส่วนใหญ่สามารถทำได้ถูกต้อง โดยตัดแปลงจาสัญลักษณ์ที่ทำไปแล้ว และ นักเรียนบางคนมีปัญหา

สัญลักษณ์ ส่วนใหญ่จะเป็นการเรียบเรียงภาษาที่ไม่ค่อยถูกต้อง ครูและเพื่อนๆ ช่วยกันแนะนำ
และอธิบายให้นักเรียนเข้าใจมากขึ้น



ตรรกะโยคภาษาและบัตรประโยคสัญลักษณ์

ตัวอย่างบัตรประโยคภาษา

ห้าเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งลบหกเท่ากับสิบแปด

ผลต่างของจำนวนจำนวนหนึ่งกับสิบเอ็ดเท่ากับยี่สิบสอง

สองเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งมากกว่าสามร้อยสามสิบอยู่ห้าสิบแปด

เศษสามส่วนแปดของจำนวนจำนวนหนึ่งลบด้วยสามสิบห้าเท่ากับหนึ่งร้อย

สามเท่าของผลบวกของจำนวนจำนวนหนึ่งกับเจ็ดเท่า

เศษหนึ่งส่วนสองของผลต่างของจำนวนจำนวนหนึ่งกับสิบสามเท่ากับสี่

สองเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งน้อยกว่ายี่สิบเจ็ดอยู่สิบห้า

จำนวนจำนวนหนึ่งบวกกับครึ่งหนึ่งของจำนวนจำนวนนั้นเท่ากับสี่สิบสอง

ครึ่งหนึ่งของจำนวนจำนวนหนึ่งน้อยกว่าแปดอยู่สาม

สองเท่าของผลบวกของจำนวนจำนวนหนึ่งกับหกแล้วลบด้วยเก้าเท่ากับสาม

ตัวอย่างบัตรประโยคสัญลักษณ์

$$x + 12 = 34$$

$$\frac{5x}{2} = 10$$

$$4(x - 7) = 72$$

$$\frac{2}{3}x - 1 = 5$$

$$5x = 12$$

$$\frac{3}{5}(x - 2) = 6$$

$$x + \frac{x}{2} = 6$$

$$8x - 3 = 96$$

$$15 + 2x = 9$$

$$20 - \frac{x}{2} = 1$$

เอกสารฝึกหัด 1
ประโยคภาษาและประโยคสัญลักษณ์

1. จงเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์

ข้อ		ประโยคสัญลักษณ์
1	ผลบวกของจำนวนจำนวนหนึ่งกับเศษหนึ่งส่วนสี่เท่ากับหนึ่งเศษสามส่วนสี่	
2	ห้าเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งมากกว่าสิบสองอยู่สี่สิบแปด	
3	สามเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งน้อยกว่าสิบเจ็ดอยู่	
4	ห้าเท่าของผลรวมของจำนวนจำนวนหนึ่งกับสิบเท่ากับยี่สิบห้า	
5	เศษหนึ่งส่วนสามของผลต่างของจำนวนจำนวนหนึ่งกับสี่เท่ากับ	
6	เศษสองส่วนสามของจำนวนจำนวนหนึ่งน้อยกว่าจำนวนจำนวนนั้นอยู่สี่สิบสอง	

2. จงเปลี่ยนประโยคสัญลักษณ์เป็นประโยคภาษา

ข้อ		ประโยคสัญลักษณ์
1		$2x - 11 = 5$
2		$5(x - 3) = 15$
3		$\frac{4}{5}(x - 3) = 2$
4		$2x - \frac{2}{3}x = 9$
5		$63 - 4x = 22$

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6

หน่วยการเรียนรู้ บทประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ทศวรรษที่ 2

การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวน (ต่อ)

50

โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวถือว่าเป็นเหตุการณ์หรือสถานการณ์ที่ต้องการคำตอบ โดยนักเรียนจะต้องศึกษาสาเหตุ และที่มาของเหตุการณ์หรือสถานการณ์นั้นๆ แล้วใช้กระบวนการที่เหมาะสมในการแก้ปัญหาเหล่านั้น

ดังนั้น การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จะต้องอาศัยความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ ทักษะและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เพื่อแก้ปัญหาลำดับขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหาที่ประกอบไปด้วย

1. ทำความเข้าใจปัญหา

- สิ่ง โจทย์กำหนด
- สิ่ง โจทย์ต้องการ

2. วางแผนแก้ปัญหา

-
-

3.

- แก้สมการโดยใช้สมบัติของการเท่ากัน

4.

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ : นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวนได้

ด้านทักษะและกระบวนการ :

1. แก้ปัญหา
2. ให้เหตุผล
- 3.
4. เชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์

ด้านคุณลักษณะ :

- 1.
2. ระวังหรือร้นในการเรียนรู้
- 3.
- 4.

สาระการเรียนรู้

ตัวอย่างที่ 1 ในกระปุกออมสินของโสภามีเงินอยู่ 171 บาท เป็นเหรียญสองบาทและเหรียญห้าบาท เมื่อนับดูแล้ว ปรากฏว่าเหรียญห้าบาทมีจำนวนมากกว่าเหรียญสองบาทอยู่ 9

1. ทำความเข้าใจโจทย์

- สิ่งที่โจทย์กำหนด ในกระปุกออมสินของโสภามีเงินอยู่ 171 บาท เป็นเหรียญสองบาทและเหรียญห้าบาท เมื่อนับดูแล้ว ปรากฏว่าเหรียญห้าบาทมีจำนวนมากกว่าเหรียญสองบาทอยู่ 9

- สิ่งที่โจทย์ต้องการ จำนวนเหรียญทั้งสองชนิดเป็นเท่าไร

2. วางแผนแก้ปัญหา

สมมติให้จำนวนเหรียญสองบาทมี x

		มูลค่า ()
	x	$2x$
เหรียญห้าบาท	$x + 9$	$5(x + 9)$
		171

กระปุกออมสินของโสภามีเงินอยู่ 171

จะได้สมการ $2x + 5(x + 9) = 171$

3.

$$2x + 5(x + 9) = 171$$

$$2x + 5x + 45 = 171$$

$$7x + 45 = 171$$

$$45 \text{ มาลบทั้งสองข้างของสมการ} \quad 7x + 45 - 45 = 171 - 45$$

$$7x = 126$$

7 มหารทั้งสองข้างของสมการ

$$\frac{7x}{7} = \frac{126}{7}$$

$$x = 18$$

18

4.

		มูลค่า ()
	18	$18 \times 2 = 36$
เหรียญห้าบาท	$18 + 9 = 27$	$27 \times 5 = 135$
		171

ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขของโจทย์

18 และเหรียญห้าบาทจำนวน 27

ตัวอย่างที่ 2 ปัจจุบันบังอรมีอายุเป็น 2 เท่าของแก้วตา เมื่อ 2 ปีที่แล้ว บังอรและแก้วตา มีอายุรวมกันได้ 68 ปี อยากทราบว่า ปัจจุบันบังอรและแก้วตามีอายุเท่าไร

_____ สมมติให้ปัจจุบันแก้วตามีอายุเป็น x ปี

	ปัจจุบัน (ปี)	2 ปีที่แล้ว (ปี)
แก้วตา	x	$x - 2$
	$2x$	$2x - 2$
		68

2 ปีที่แล้ว บังอรและแก้วตามีอายุรวมกันได้ 68 ปี

จะได้สมการ $(x - 2) + (2x - 2) = 68$

$$x - 2 + 2x - 2 = 68$$

$$3x - 4 = 68$$

4 มาวรทั้งสองข้างของสมการ $3x - 4 + 4 = 68 + 4$

$$3x = 72$$

3 มาวรทั้งสองข้างของสมการ $\frac{3x}{3} = \frac{72}{3}$

$$x = 24$$

ดังนั้นปัจจุบันแก้วตามีอายุ 24 ปี

	ปัจจุบัน (ปี)	2 ปีที่แล้ว (ปี)
แก้วตา	24	$24 - 2 = 22$
	$2 \times 24 = 48$	$48 - 2 = 46$
		68

ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขของโจทย์

ปัจจุบันแก้วตามีอายุ 24 ปี และบั้งอรอายุ 48 ปี

ตัวอย่างที่ 3 8 ปีที่แล้ว บิดามีอายุ 57 ปี ซึ่งคิดเป็น 3 เท่าของอายุบุตรในขณะนั้น
 อยากทราบว่า อีก 15 ปีข้างหน้า $\frac{2}{3}$ ของอายุบุตรจะเป็นเท่าไร

_____ สมมติให้ปัจจุบันบุตรมีอายุ x ปี

	8 ปีที่แล้ว (ปี)	ปัจจุบัน (ปี)	15 ปีข้างหน้า (ปี)
	$x - 8$	x	$x + 15$
	57		

8 ปีที่แล้ว บิดามีอายุ 57 ปี ซึ่งคิดเป็น 3 เท่าของอายุบุตรในขณะนั้น
 จะได้สมการ $3(x - 8) = 57$

$$3x - 24 = 57$$

24 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ $3x - 24 + 24 = 57 + 24$

$$3x = 81$$

3 มาหารทั้งสองข้างของสมการ $\frac{3x}{3} = \frac{81}{3}$

$$x = 27$$

ดังนั้นปัจจุบันบุตรมีอายุ 27 ปี 15 ปีข้างหน้า $\frac{2}{3}$ ของอายุบุตรจะเท่ากับ

$$\frac{2}{3} \times 42 = 28 \text{ ปี}$$

	8 ปีที่แล้ว (ปี)	ปัจจุบัน (ปี)	15 ปีข้างหน้า (ปี)
	$27 - 8 = 19$	27	$27 + 15 = 42$
	57		

15 ปีข้างหน้า

42 ปี และ $\frac{2}{3}$

15 ข้างหน้า

จะเท่ากับ $\frac{2}{3} \times 42 = 28$ ปี

ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขของโจทย์

15 ปีข้างหน้า $\frac{2}{3}$ ของอายุบุตรจะเท่ากับ 28 ปี

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูทบทวนขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้การถาม
2. ครูยกตัวอย่างที่ 1 โดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบายและแสดงเหตุผล เพื่อให้ นักเรียนเข้าใจขั้นตอนของการแก้โจทย์ปัญหา
3. ครูยกตัวอย่างที่ 2 โดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย เพื่อให้ นักเรียนแก้โจทย์ ปัญหา
4. ครูยกตัวอย่างที่ 3 ให้ นักเรียนจับคู่ปรึกษา กัน เพื่อแก้โจทย์ปัญหา เมื่อนักเรียนทำเสร็จ แล้วครูสุ่มนักเรียนทีละคน ออกมาแสดงวิธีทำบนกระดานในแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหา ครู ตรวจสอบความถูกต้อง
5. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้การถามตอบ
6. ครูให้นักเรียนทำเอกสารฝึกหัดที่ 2 เมื่อนักเรียนทำเสร็จแล้วครูสุ่มนักเรียนออกมา
7. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติมที่ 2 เป็นการบ้าน

สื่อการเรียนรู้

1. กสารฝึกหัดที่ 2
2. แบบฝึกหัดเพิ่มเติมที่ 2

1.	1. ถ้ามได้ถูกต้อง 80%
2. สังเกตความสนใจเรียนและการร่วมกิจกรรมการเรียนรู้	2. นักเรียนให้ความสนใจในการเรียน ตั้งใจเรียนและร่วมกิจกรรมการเรียนรู้ประมาณ 80%
3. ตรวจสอบการทำเอกสารฝึกหัดที่ 2	3. นักเรียนทำเอกสารฝึกหัดที่ 2 ได้ถูกต้อง 75%
4. ตรวจสอบการทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติมที่ 2	4. นักเรียนทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติมที่ 2 ได้ถูกต้อง 75%

นักเรียนเข้าใจขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหามากขึ้น และสามารถนำขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ดีขึ้น ในขั้นตอนการวางแผนแก้ปัญหานักเรียนส่วนใหญ่สามารถกำหนดตัวแปรที่เหมาะสมและเขียนสมการได้ถูกต้อง โดยนักเรียนใช้การวาดรูป และเขียนตารางประกอบแนวคิด เพื่อนำไปสู่การเขียนสมการได้ ส่วนการดำเนินการตามแผน นักเรียนส่วนใหญ่สามารถแก้สมการได้ถูกต้อง แต่มีนักเรียนบางคนที่ยังขาดความชำนาญในเรื่องการคำนวณ ทำให้ได้คำตอบที่ผิดพลาด และจากการตรวจสอบความถูกต้องจากการทำแบบฝึกหัดที่ 2 พบว่านักเรียนส่วนใหญ่แสดงวิธีทำโจทย์ข้อ 2 ไม่ได้ เนื่องจากเป็นโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอายุที่ให้ข้อมูลเป็น พ. . ครูได้อธิบายเพิ่มเติมให้นักเรียนเข้าใจจนสามารถแก้ปัญหาได้ด้วยตนเอง และปัญหาที่พบอีก คือ นักเรียนส่วนใหญ่ไม่สรุปคำตอบ ครูต้องคอยเตือนเสมอ

เอกสารฝึกหัด 2

เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้น

1. ก้องอายุมากกว่าโก้ 20 ปี อีก 5 ปีข้างหน้า ก้องจะมีอายุเป็นสองเท่าของโก้ ปัจจุบันก้องอายุเท่าไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. มานะมีธนบัตรใบละยี่สิบบาทจำนวนมากกว่าธนบัตรใบละห้าสิบบาทอยู่ 30 ฉบับ เมื่อนับดูแล้วปรากฏว่าจำนวนเงินของธนบัตรใบละยี่สิบบาทเท่ากับจำนวนเงินของธนบัตรใบละห้าสิบบาท อยากทราบว่ามานะมีจำนวนธนบัตรใบละยี่สิบบาทและธนบัตรใบละห้าสิบบาทอย่างละกี่ฉบับ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แบบฝึกหัดเพิ่มเติม 2

เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวน

1. ปัจจุบันเต๋ามีอายุเป็นสองเท่าของเต๋ย เจ็ดปีที่ผ่านมามีผลบวกของอายุของทั้งสองคนเป็น 16 ปี ปัจจุบันอายุของทั้งสองคนเป็นเท่าไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. ในปี พ. .2545 กิ่งมีอายุเป็นสามเท่าของอายุกิ่ง อายุกิ่งในปี พ. .2539 เป็นสองเท่าของอายุของกิ่งในปี พ. .2549 จงหาอายุของกิ่งและกิ่งในปี พ. .2552

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. สาทิตสะสมเหรียญไว้จำนวนหนึ่ง รวมเป็นเงิน 31,500 บาท เป็นเหรียญสลึงและเหรียญสิบบาท เมื่อนับดูแล้ว ปรากฏว่าจำนวนเหรียญสลึงเป็นสองเท่าของจำนวนเหรียญสิบบาท อยากทราบว่าเขาสะสมเหรียญสลึงและเหรียญสิบบาทไว้อย่างละเท่าไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. 12,600 บาท เมื่อนับดูแล้ว ปรากฏว่าจำนวนเหรียญสลึงเป็นสองเท่าของจำนวนเหรียญบาท และจำนวนเหรียญสิบบาทเป็นสามเท่าของจำนวนเหรียญบาท อยากทราบว่า สิริมีจำนวนเหรียญสลึง เหรียญบาทและเหรียญสิบบาทอย่างละกี่เหรียญ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7

หน่วยการเรียนรู้ บทประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

มัธยมศึกษาปีที่ 2

การตั้งปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวน

50

การตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้นำเสนอปัญหาที่ตนเองสร้างขึ้น นักเรียนมีอิสระในการคิดและค้นหาคำตอบ กระบวนการแก้ปัญหาประกอบไปด้วย

1. ทำความเข้าใจปัญหา

- สิ่งที่เกี่ยวข้องกำหนด
- สิ่งที่เกี่ยวข้องต้องการ

2. วางแผนแก้ปัญหา

-
-

3.

- แก้สมการ โดยใช้สมบัติของการเท่ากัน

4.

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ : นักเรียนสามารถตั้งปัญหาและแก้ปัญหสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวนได้

ด้านทักษะและกระบวนการ :

1. แก้ปัญหา
2. ให้เหตุผล
- 3.
4. เชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์
5. คิดสร้างสรรค์

ด้านคุณลักษณะ :

- 1.
2. มีความกระตือรือร้นในการเรียนรู้

- 3.
- 4.
5. มีทักษะการทำงานร่วมกับผู้อื่น

สาระการเรียนรู้

การแก้ปัญหา

ตัวอย่าง 1 ร้านขายผลไม้แห่งหนึ่งขายผลไม้ 3 ชนิด ได้แก่ ส้ม มังคุด และมะม่วง โดยพบว่า น้ำหนักของส้มเป็นสี่เท่าของน้ำหนักของมังคุด และน้ำหนักของมะม่วงเป็นสามเท่าต่อมาร้านขายผลไม้แห่งนี้ขายส้มไป 3 กิโลกรัม และซื้อมะม่วงมาเพิ่มอีก

9 จึงทำให้น้ำหนักของส้มและน้ำหนักของมะม่วงเท่ากัน อยากทราบว่าเดิมร้านขายผลไม้แห่งนี้มีส้ม มะม่วงและมังคุดน้ำหนักรวมกันเป็นเท่าไร

1. ทำความเข้าใจโจทย์

- สิ่งที่โจทย์กำหนด

- น้ำหนักของส้มเป็นสี่เท่าของน้ำหนักของมังคุด
- น้ำหนักของมะม่วงเป็นสามเท่าของน้ำหนักของมังคุด
- ต่อมาร้านขายผลไม้แห่งนี้ขายส้มไป 3 กิโลกรัม และซื้อมะม่วง

9 จึงทำให้น้ำหนักของส้มและน้ำหนักของมะม่วงเท่ากัน

- สิ่งที่โจทย์ต้องการ เดิมร้านขายผลไม้แห่งนี้มีส้ม มะม่วงและมังคุด

น้ำหนักรวมกันเป็นเท่าไร

2. วางแผนแก้ปัญหา

ให้ร้านขายผลไม้แห่งหนึ่งมีมังคุด x

น้ำหนักของส้มเป็นสี่เท่าของน้ำหนักของมังคุด นั่นคือ มีส้ม $4x$

กิโลกรัม ขายส้มไป 3 กิโลกรัม เหลือส้ม $4x - 3$

น้ำหนักของมะม่วงเป็นสามเท่าของน้ำหนักของมังคุด นั่นคือ มีมะม่วง

$3x$ กิโลกรัม ซื้อมะม่วงมาเพิ่มอีก 9 กิโลกรัม รวมเป็น $3x + 9$

ทำให้น้ำหนักของส้มและน้ำหนักของมะม่วงเท่ากัน

จะได้สมการ $4x - 3 = 3x + 9$

3.

$$4x - 3 = 3x + 9$$

$$3x \text{ มาลบทั้งสองข้างของสมการ} \quad 4x - 3 - 3x = 3x + 9 - 3x$$

$$3 \text{ มาบวกทั้งสองข้างของสมการ} \quad x-3=9$$

$$x-3+3=9+3$$

$$x=12$$

ดังนั้นเดิมร้านขายผลไม้มีมังคุดทั้งหมด 12 กิโลกรัม และมีมะม่วง $3 \times 12 = 36$ กิโลกรัม รวมน้ำหนักของส้ม มังคุด และมะม่วงเป็น $48 + 12 + 36 = 96$

4.

ถ้าร้านขายผลไม้แห่งนี้มีมังคุด 12

น้ำหนักของส้มเป็นสี่เท่าของน้ำหนักของมังคุด นั่นคือ มีส้ม $4 \times 12 = 48$

3 กิโลกรัม เหลือส้มคิดเป็น $48 - 3 = 45$

น้ำหนักของมะม่วงเป็นสามเท่าของน้ำหนักของมังคุด นั่นคือ มีมะม่วง $3 \times 12 = 36$ กิโลกรัม ซื้อมะม่วงมาเพิ่มอีก 9 กิโลกรัม รวมมีมะม่วงเป็น $36 + 9 = 45$

จึงทำให้น้ำหนักของส้มและน้ำหนักของมะม่วงเท่ากัน ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขของโจทย์

เดิมร้านขายผลไม้แห่งนี้มีส้ม มะม่วงและมังคุดน้ำหนักรวมกันเป็น 96

ตัวอย่างที่ 2 แม่ค้าซื้อไข่มาจำนวนหนึ่งราคาฟองละ 2.75 บาท แล้วขายไข่ไปฟองละ 3.25 บาท แบ่งให้เพื่อนบ้านไป 12 ฟอง ขายไข่ที่เหลือทั้งหมดยังได้กำไรอีก 111 บาทว่าแม่ค้าซื้อไข่มาทั้งหมดกี่ฟอง

สมมติให้แม่ค้าซื้อไข่มาทั้งหมด x

ซื้อไข่ราคาฟองละ 2.75 บาท คิดเป็นเงิน $2.75x$

แบ่งให้เพื่อนบ้าน 12 ฟอง เหลือไข่สำหรับขาย $x - 12$

ขายไข่ $x - 12$ 3.25 คิดเป็นเงิน $3.25(x - 12)$

ขายไข่ได้กำไร 111

- ต้นทุน =

$$\text{จะได้สมการ} \quad 3.25(x - 12) - 2.75x = 111$$

$$3.25x - 39 - 2.75x = 111$$

$$0.5x - 39 = 111$$

$$39 \text{ มาบวกทั้งสองข้างของสมการ} \quad 0.5x - 39 + 39 = 111 + 39$$

$$0.5 \text{ อาหารทั้งสองข้างของสมการ} \quad \begin{array}{l} 0.5x = 150 \\ \frac{0.5x}{0.5} = \frac{150}{0.5} \end{array}$$

$$x = 300$$

ดังนั้นแม่ค้าซื้อไข่มาทั้งหมด 300

ถ้าแม่ค้าซื้อไข่มาทั้งหมด 300 2.75

คิดเป็นเงิน $2.75(300) = 825$

แบ่งให้เพื่อนบ้านไป 12 ฟอง เหลือไข่ $300 - 12 = 288$

ขายไข่ที่เหลือฟองละ 3.25 บาท คิดเป็นเงิน $3.25(288) = 936$

ขายไข่ได้กำไร $936 - 825 = 111$ บาท ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขของโจทย์

ดังนั้นแม่ค้าซื้อไข่มาทั้งหมด 300

การตั้งปัญหา

การสร้างโจทย์ปัญหาสามารถสร้างได้หลากหลาย แต่โจทย์ปัญหาที่สร้างขึ้นต้องสอดคล้องกับความเป็นจริง และมีความสมเหตุสมผล

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูยกตัวอย่างที่ 1 โดยให้การถามตอบประกอบการอธิบายและแสดงเหตุผล เพื่อทบทวนขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหา
2. ครูยกตัวอย่างที่ 2 บนกระดาน โดยให้การถามตอบประกอบการอธิบาย เพื่อให้ นักเรียนแก้โจทย์ปัญหา
3. $\frac{x-5}{3} = 12.5$ บนกระดาน และยกตัวอย่างโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ที่สร้างจากสมการ $\frac{x-5}{3} = 12.5$ พร้อมทั้งให้นักเรียนวิเคราะห์ถึงความเป็นไปได้ และสมเหตุสมผลของโจทย์ปัญหา ดังต่อไปนี้

- 1) พ่อมีเชือกเส้นหนึ่ง ตัดปลายข้างหนึ่งออก 5 เมตร เชือกที่เหลือนำมาตัดเป็น 3 ท่อน ท่อนละเท่าๆ กัน จะได้เชือกแต่ละท่อนยาว 12.5 วามยาวเดิมของเชือกเส้น ()

1.	1. นักเรียนตอบคำถามได้ถูกต้อง 60%
2.	2. มุ่งตั้งใจและร่วม 70%
ร่วมกิจกรรมการเรียนรู้	
3. ตรวจสอบการทำแบบฝึกเสริมทักษะที่ 4	3. นักเรียนทำแบบฝึกเสริมทักษะที่ 4 ได้ถูกต้อง 55%

นักเรียนสามารถบอกหลักการในการสร้างโจทย์ปัญหาได้ คือ ต้องสร้างโจทย์ให้สอดคล้องกับความเป็นจริงและมีความสมเหตุสมผล เนื่องจากนักเรียนยังไม่เคยมีประสบการณ์ในการสร้างโจทย์ด้วยตนเองมาก่อน ทำให้นักเรียนไม่เข้าใจวิธีการ หรือแนวคิดในการสร้างโจทย์ปัญหา ครูต้องเตรียมตัวโดยฝึกสร้างโจทย์ปัญหาจากข้อมูลที่กำหนดให้มาก่อนจนชำนาญ และเตรียมตัวอย่างโจทย์ปัญหาหลายๆ ตัวอย่าง เพื่อให้นักเรียนได้ศึกษาหรือตัดแปลงจากโจทย์ที่ครูยกตัวอย่างก่อน ครูได้อธิบายวิธีการสร้างโจทย์ปัญหาและเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ซักถาม นักเรียนทั้งชั้นร่วมกันสร้างโจทย์ปัญหาจากข้อมูลที่กำหนดให้ก่อน ครูอธิบายและให้แนวคิดประกอบการสร้างโจทย์ปัญหาจนนักเรียนสามารถสร้างโจทย์ปัญหาได้ เมื่อแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มเพื่อสร้างโจทย์ปัญหา นักเรียนใช้เวลาในการทำความเข้าใจและสร้างโจทย์ปัญหา

ครูได้ให้กำลังใจและคำแนะนำเพื่อให้นักเรียนมีความมั่นใจมากขึ้น เมื่อนักเรียนเริ่มสร้างโจทย์ได้แล้ว แต่นักเรียนยังมีปัญหาในเรื่องการใช้ภาษา ครูต้องเป็นที่ปรึกษาและช่วยเหลือนักเรียนในการเรียบเรียงคำ และประโยค สำหรับการแสดงวิธีทำนักเรียนยังมีข้อผิดพลาดบ้างในการคำนวณ

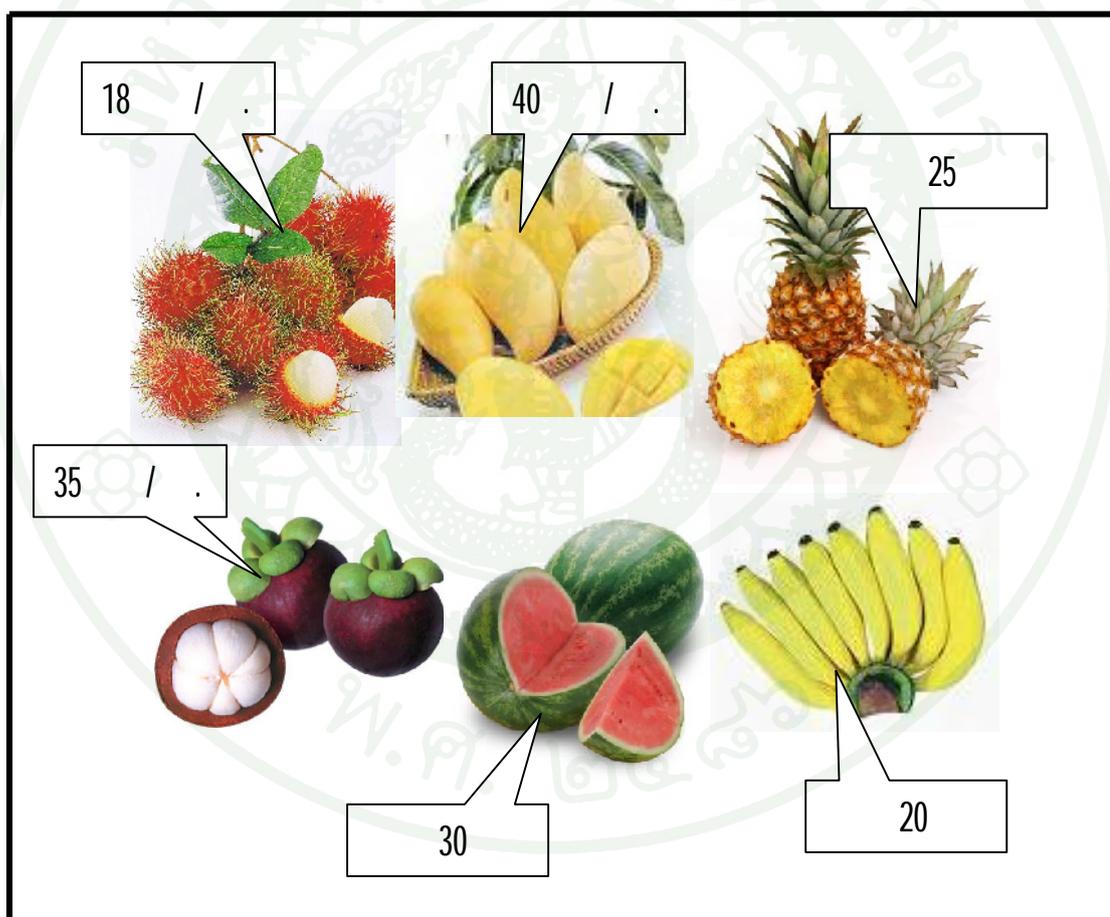
2

“สร้างโจทย์จากผลไม้”

กลุ่มที่.....

จงสร้างโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวน โดยใช้ข้อมูลจากแผนภาพ
ผลไม้ไทยตั้งแต่ 2 พร้อมทั้งแสดงวิธีทำและตรวจสอบคำตอบ

แผนภาพผลไม้ไทย



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8

หน่วยการเรียนรู้ บทประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ

50

โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละเป็นเหตุการณ์หรือสถานการณ์ที่สามารถพบเห็นได้ในชีวิตประจำวัน เช่น การซื้อขาย การลดราคา การคิดเปอร์เซ็นต์ กำไร - ขาดทุน เป็นต้น นักเรียนจะต้องศึกษาสาเหตุ และที่มาของเหตุการณ์หรือสถานการณ์นั้นๆ แล้วใช้กระบวนการที่เหมาะสมในการแก้ปัญหาเหล่านั้น

ดังนั้น การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จะต้องอาศัยความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ ทักษะและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เพื่อแก้ปัญหาคา
กระบวนการแก้ปัญหาที่ประกอบไปด้วย

1. ทำความเข้าใจปัญหา
 - สิ่ง โจทย์กำหนด
 - สิ่ง โจทย์ต้องการ
2. วางแผนแก้ปัญหา
 -
 -
3.
 - แก้สมการโดยใช้สมบัติของการเท่ากัน
- 4.

ดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ : นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละได้

ด้านทักษะและกระบวนการ :

1. แก้ปัญหา
2. ให้เหตุผล
- 3.
4. รู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์

ด้านคุณลักษณะ :

- 1.
2. มีความกระตือรือร้นในการเรียนรู้
- 3.
- 4.

สาระการเรียนรู้

ตัวอย่างที่ 1 ปัจจุบันอายุของพิมและพลอยมีอัตราส่วนเป็น 1:3 9 ปีข้างหน้าของพิมและพลอยจะมีอัตราส่วนเป็น 1:2 อยากทราบว่าปัจจุบันพิมและพลอยมีอายุรวมกันเป็นเท่าไร

_____ 1. ทำความเข้าใจโจทย์
- สิ่ง โจทย์กำหนด ปัจจุบันอายุของพิมและพลอยมีอัตราส่วนเป็น 1:3 9 ปีข้างหน้า อายุของพิมและพลอยจะมีอัตราส่วนเป็น 1:2

- สิ่ง โจทย์ต้องการ ปัจจุบันพิมและพลอยมีอายุรวมกันเป็นเท่าไร
2. วางแผนแก้ปัญหา

สมมติให้ปัจจุบันพิมมีอายุเป็น x ปี
ปัจจุบันอายุของพิมและพลอยมีอัตราส่วนเป็น 1:3

$$1:3 = x:3x$$

นั่นคือ ถ้าปี x ปี พลอยจะมีอายุ $3x$ ปี

	ปัจจุบัน (ปี)	9 ปีข้างหน้า (ปี)
	x	$x+9$
	$3x$	$3x+9$

9 ปีข้างหน้า อายุของพิมและพลอยจะมีอัตราส่วนเป็น $1:2 = x+9:3x+9$

จะได้สมการ $\frac{x+9}{3x+9} = \frac{1}{2}$

3.

$$\frac{x+9}{3x+9} = \frac{1}{2}$$

$$2(x+9) = 3x+9$$

$$2x+18 = 3x+9$$

$$3x \text{ มาลบทั้งสองข้างของสมการ } 2x+18-3x = 3x+9-3x$$

$$-x + 18 = 9$$

$$18 \text{ มาลบทั้งสองข้างของสมการ } -x + 18 - 18 = 9 - 18$$

$$-x = -9$$

$$-1 \text{ คูณทั้งสองข้างของสมการ } (-x)(-1) = (-9)(-1)$$

$$x = 9$$

ดังนั้นปัจจุบันพิมมีอายุเป็น 9 ปี พลอยมีอายุเป็น $3(9) = 27$ ปี พิมและพลอยมีอายุรวมกันเป็น $9 + 27 = 36$ ปี

4.

	ปัจจุบัน (ปี)	9 ปีข้างหน้า (ปี)
	9	$9 + 9 = 18$
	$3 \times 9 = 27$	$27 + 9 = 36$

ปัจจุบันอายุของพิมและพลอยมีอัตราส่วนเป็น $9 : 27 = 1 : 3$

9 ปีข้างหน้า อายุของพิมและพลอยจะมีอัตราส่วนเป็น $18 : 36 = 1 : 2$

ปัจจุบันพิมและพลอยมีอายุรวมกันเป็น $9 + 27 = 36$ ปี ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขของโจทย์

ดังนั้นปัจจุบันพิมและพลอยมีอายุรวมกันเป็น 36 ปี

ตัวอย่างที่ 2 นที่ขายสินค้าไปครั้งแรก 20 ชิ้น ราคาเท่ากันทุกชิ้น ปรากฏว่าขาดทุน 12% แต่ถ้าเขาเพิ่มราคาสินค้าของเขาขึ้นอีกชิ้นละ 22 บาท เขาจะได้กำไร 10% อยากทราบว่านที่ขายสินค้าไปครั้งแรกขึ้นละเท่าไร

_____ สมมติให้นที่ขายสินค้าไปครั้งแรกขึ้นละ x

ปรากฏว่าขาดทุน 12% หมายความว่า ขายสินค้า 88

100

ขายสินค้า x

$$\frac{100 \times x}{88}$$

ถ้าเพิ่มราคาสินค้าขึ้นอีกชิ้นละ 22 บาท จะได้ราคาใหม่ของสินค้าเป็น $x + 22$

ได้กำไร 10% หมายความว่า ขายสินค้า 110

100

ขายสินค้า $x + 22$

$$\frac{100 \times (x + 22)}{110}$$

จะได้สมการ

$$\frac{100x}{88} = \frac{100(x + 22)}{110}$$

$$\frac{100x}{88} = \frac{100x + 2200}{110}$$

$$110(100x) = 88(100x + 2200)$$

$$11000x = 8800x + 193600$$

$$8800x \text{ มาลบทั้งสองข้างของสมการ } 11000x - 8800x = 8800x + 193600 - 8800x$$

$$2200x = 193600$$

2200 มาหารทั้งสองข้างของสมการ

$$\frac{2200x}{2200} = \frac{193600}{2200}$$

$$x = 88$$

ดังนั้นที่ขายสินค้าไปครั้งแรกขึ้นละ 88

ถ้าที่ขายสินค้าไปครั้งแรกขึ้นละ 88

12% หมายความว่า ขายสินค้า 88

100

แสดงว่า ต้นทุนของสินค้าแต่ละชิ้นเป็น 100

ถ้าเพิ่มราคาสินค้าขึ้นอีกขึ้นละ 22

จะได้ราคาใหม่ของสินค้าเป็น $88 + 22 = 110$ บาท คิดเป็นกำไร 10%

ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขของโจทย์

ดังนั้นที่ขายสินค้าไปครั้งแรกขึ้น 88

ตัวอย่างที่ 3 มีน้ำเกลืออยู่สองชนิด โดยชนิด A 15% B 25%

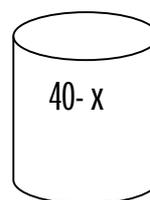
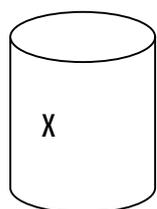
ถ้าต้องการนำน้ำเกลือทั้งสองชนิดมาผสมกันให้ได้น้ำเกลือผสม 40

ทราบว่าต้องใช้น้ำเกลือชนิด A B อย่างละเท่าไร

สมมติให้น้ำเกลือชนิด A 15% B x

A

B



A 15% คิดเป็นปริมาณเกลือ $\frac{15}{100}x = 0.15x$

$$\begin{array}{l}
 \text{B} \quad 25\% \text{ คิดเป็นปริมาณเกลือ } \frac{25}{100}(40-x) = 0.25(40-x) \\
 \quad 18\% \quad 40 \text{ ลิตร คิดเป็นปริมาณเกลือ } \frac{18}{100} \times 40 = 7.2 \\
 \text{จะได้สมการ} \quad 0.15x + 0.25(40-x) = 7.2 \\
 \quad \quad \quad 0.15x + 10 - 0.25x = 7.2 \\
 \quad \quad \quad -0.1x + 10 = 7.2 \\
 10 \text{ มาลบทั้งสองข้างของสมการ} \quad -0.1x + 10 - 10 = 7.2 - 10 \\
 \quad \quad \quad -0.1x = -2.8 \\
 -0.1 \text{ มาหารทั้งสองข้างของสมการ} \quad \frac{-0.1x}{-0.1} = \frac{-2.8}{-0.1} \\
 \quad \quad \quad x = 28 \\
 \text{ดังนั้นใช้น้ำเกลือชนิด A} \quad 28 \text{ ลิตร และใช้น้ำเกลือชนิด B} \quad 40 - 28 = 12 \\
 \hline
 \begin{array}{l}
 \text{A} \quad 28 \quad \quad \quad 0.15(28) = 4.2 \\
 \text{B} \quad 40 - 28 = 12 \quad \quad \quad 0.25(12) = 3 \\
 \text{จะได้ น้ำเกลือผสมจำนวน} \quad 28 + 12 = 40 \quad \quad \quad 4.2 + 3 = 7.2 \\
 \text{คิดเป็นปริมาณเกลือ} \quad \frac{7.2}{40} \times 100 = 18\% \text{ ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขของโจทย์} \\
 \text{ดังนั้นใช้น้ำเกลือชนิด A} \quad 28 \text{ ลิตร และใช้น้ำเกลือชนิด B} \quad 12
 \end{array}
 \end{array}$$

เรียนรู้

1. ครูทบทวนเรื่องอัตราส่วนและร้อยละ โดยใช้การถามตอบ
2. ครูยกตัวอย่างที่ 1 บนกระดาน แล้วใช้การถามตอบประกอบการอธิบายและแสดงเหตุผล เพื่อให้ให้นักเรียนเข้าใจขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหา
3. ครูยกตัวอย่างที่ 2 บนกระดาน โดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบายเหตุผล เพื่อให้ให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหา
4. ครูยกตัวอย่างที่ 3 บนกระดาน ให้นักเรียนจับคู่ปรึกษากันเพื่อแก้โจทย์ปัญหา เมื่อนักเรียนทำเสร็จแล้วครูสุ่มนักเรียนทีละคน ออกมาแสดงวิธีทำบนกระดานในแต่ละขั้นตอนของการแก้โจทย์ปัญหา ครูตรวจสอบความถูกต้อง

5. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้การถามตอบ
6. ครูให้นักเรียนทำเอกสารฝึกหัดที่ 3 เมื่อนักเรียนทำเสร็จแล้วครูสุ่มนักเรียนออกมา แสดงวิธีทำบนกระดาน ครูและนักเรียนตรวจสอบความถูกต้อง
7. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ ในหนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ ม.2 เล่ม 2 เป็นการบ้าน

สื่อการเรียนรู้

1. เอกสารฝึกหัดที่ 3
2. หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ ม.2 เล่ม 2

1.	1. นักเรียนตอบคำถามได้ถูกต้อง 60%
2. สังเกตความสนใจเรียนและการร่วมกิจกรรม	2. นักเรียนสนใจเรียน มีความตั้งใจและร่วม 70%
3. ตรวจสอบการทำเอกสารฝึกหัดที่ 3	3. นักเรียนทำเอกสารฝึกหัดที่ 3 ได้ถูกต้อง 65%
4. ตรวจสอบการทำแบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	4. นักเรียนทำแบบฝึกหัดในหนังสือเรียนได้ ถูกต้อง 60%

นักเรียนสามารถบอกขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาได้ถูกต้อง ด้านการทำความเข้าใจโจทย์ นักเรียนส่วนใหญ่ทำได้ถูกต้อง แต่นักเรียนบางคนเขียนข้อมูลสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ ต้องการไม่ครบถ้วน เนื่องจากโจทย์ยาว ทำให้นักเรียนเขียนแบบย่อ หรือเขียนข้อมูลเพียงบางส่วน เท่านั้น ด้านการวางแผนแก้ปัญหา ครูแนะนำให้ นักเรียนวาดภาพหรือเขียนตารางประกอบแนวคิด เพื่อให้เห็นความสัมพันธ์ของข้อมูล และสามารถเขียนสมการได้ สำหรับการตรวจสอบความถูกต้อง จากการทำเอกสารฝึกหัด 3 นักเรียนส่วนใหญ่สามารถแสดงวิธีทำได้ถูกต้อง แต่ไม่ทำการ

ตรวจสอบคำตอบและสรุปคำตอบ และยังมีนักเรียนบางคนที่ไม่สามารถวางแผนและแก้สมการได้
ครูได้อธิบายเพิ่มเติมซ้ำอีกรอบ ทำให้นักเรียนเข้าใจและสามารถแสดงวิธีทำได้มากขึ้น



เอกสารฝึกหัด 3

การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ

1. มนตรีเปิดร้านขายกระเป๋ เขาติดราคาขายกระเป๋ใบหนึ่งไว้โดยคิดกำไร 25% แต่เมื่อมีเพื่อนมาซื้อ มนตรีจึงลดราคาให้ 10% 900 บาท อยากทราบว่าต้นทุนของกระเป๋ใบนี้เป็นเท่าไร

2. 140 ลิตร ซึ่งประกอบด้วยแอลกอฮอล์และน้ำ โดยปริมาณของแอลกอฮอล์คิดเป็น 80% ถ้าต้องการให้มีแอลกอฮอล์ 90% จะต้องเติมแอลกอฮอล์ลงไปอีกกี่ลิตร

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9

หน่วยการเรียนรู้ บทประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ

50

การตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้นำเสนอปัญหาที่ตนเองสร้างขึ้น นักเรียนมีอิสระในการคิดและค้นหาคำตอบ กระบวนการแก้ปัญหาประกอบไปด้วย

1. ทำความเข้าใจปัญหา

- สิ่งที่ต้องกำหนด
- สิ่งที่ต้องหา

2. วางแผนแก้ปัญหา

-
-

3.

- แก้สมการโดยใช้สมบัติของการเท่ากัน

4.

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ : นักเรียนสามารถตั้งปัญหาและแก้ปัญหสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละได้

ด้านทักษะและกระบวนการ :

1. แก้ปัญหา
2. ให้เหตุผล
- 3.
4. เชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์
5. คิดสร้างสรรค์

ด้านคุณลักษณะ :

- 1.
2. มีความกระตือรือร้นในการเรียนรู้

- 3.
- 4.
5. มีทักษะการทำงานร่วมกับผู้อื่น

สาระการเรียนรู้

การแก้ปัญหา

ตัวอย่างที่ 1 พ่อค้าคนหนึ่งซื้อข้าวกล้องและข้าวมันปูลูเพื่อนำมาผสมกันให้ได้ 100 กิโลกรัม เขาซื้อข้าวมันปูลูกิโลกรัมละ 20 บาท ซื้อข้าวกล้องกิโลกรัมละ 18 บาทแล้ว เขาขายไปได้กำไร 40% คิดเป็นกำไร 776 บาท อยากทราบว่าพ่อค้าซื้อข้าวแต่ละชนิดอย่างละกี่กิโลกรัม

1. วามเข้าใจโจทย์
 - สิ่งที่โจทย์กำหนด พ่อค้าคนหนึ่งซื้อข้าวกล้องและข้าวมันปูลูเพื่อนำมาผสมกันให้ได้ 100 กิโลกรัม เขาซื้อข้าวมันปูลูกิโลกรัมละ 20 บาท ซื้อข้าวกล้องกิโลกรัมละ 18 บาท เมื่อนำมาผสมกันแล้ว เขาขายไปได้กำไร 40% คิดเป็นกำไร 776
 - ึ่งที่โจทย์ต้องการ พ่อค้าซื้อข้าวแต่ละชนิดอย่างละกี่กิโลกรัม

2. วางแผนแก้ปัญหา

สมมติให้พ่อค้าซื้อข้าวกล้อง x

ซื้อข้าวมันปูลู $100 - x$

ซื้อข้าวกล้องกิโลกรัมละ 18 บาท คิดเป็นเงิน $18x$

ซื้อข้าวมันปูลูกิโลกรัมละ 20 บาท คิดเป็นเงิน $20(100 - x)$

ขายข้าวผสมได้กำไร 40% คิดเป็นเงิน 776

จะได้สมการ $\frac{40}{100}[18x + 20(100 - x)] = 776$

3.

$$\frac{40}{100}[18x + 20(100 - x)] = 776$$

$$\frac{2}{5}(18x + 2000 - 20x) = 776$$

$$\frac{2}{5}(2000 - 2x) = 776$$

$$\frac{5}{2} \text{ คูณทั้งสองข้างของสมการ } \frac{5}{2} \times \frac{2}{5}(2000 - 2x) = \frac{5}{2} \times 776$$

$$2000 - 2x = 1940$$

$$2000 \text{ มาลบทั้งสองข้างของสมการ } 2000 - 2x - 2000 = 1940 - 2000$$

$$\begin{array}{r} -2x = -60 \\ \frac{-2x}{-2} = \frac{-60}{-2} \end{array}$$

$$x = 30$$

ดังนั้นพ่อค้าซื้อข้าวกล้อง 30 กิโลกรัม และซื้อข้าวมันปู $100 - 30 = 70$

4.

ถ้าพ่อค้าซื้อข้าวกล้อง 30 กิโลกรัม จะซื้อข้าวมันปู $100 - 30 = 70$

ซื้อข้าวกล้องกิโลกรัมละ 18 บาท คิดเป็นเงิน $18 \times 30 = 540$

ซื้อข้าวมันปูกิโลกรัมละ 20 บาท คิดเป็นเงิน $20 \times 70 = 1400$

ขายข้าวผสมได้กำไร 40% คิดเป็นเงิน $\frac{40}{100}(540 + 1400) = 776$

ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขของโจทย์

ดังนั้นพ่อค้าซื้อข้าวกล้อง 30 กิโลกรัม และซื้อข้าวมันปู 70

ตัวอย่างที่ 2 แม่ค้าซื้อชมพูมา 12 กิโลกรัม เป็นเงินทั้งสิ้น 900

บาท แม่ค้าขายชมพูและสาลีได้กำไร 20% 15% ตามลำดับ แม่ค้าได้รับเงินจากการขายชมพู

และสาลีทั้งหมดเป็น 1,041 บาท อยากทราบว่าแม่ค้าซื้อชมพูและสาลีมากิโลกรัมละเท่าไร

สมมติให้แม่ค้าซื้อชมพูกิโลกรัมละ x

ซื้อชมพูมา 12 กิโลกรัม คิดเป็นเงิน $12x$

30 กิโลกรัม คิดเป็นเงิน $900 - 12x$ จะได้ว่าแม่ค้าซื้อสาลี

$$\frac{900 - 12x}{30} = 30 - \frac{2x}{5}$$

ขายชมพูได้กำไร 20% นั่นคือ แม่ค้าขายชมพูได้ $\frac{120}{100} \times 12x = 14.4x$

ขายสาลีได้กำไร 15% นั่นคือ แม่ค้าขายสาลีได้รับเงิน

$$\frac{115}{100} \times (900 - 12x) = 1.15(900 - 12x)$$

แม่ค้าได้รับเงินจากการขายชมพูและสาลีทั้งหมดเป็น 1,041

จะได้สมการ $14.4x + 1.15(900 - 12x) = 1041$

$$14.4x + 1035 - 13.8x = 1041$$

$$0.6x + 1035 = 1041$$

1035 มาลบทั้งสองข้างของสมการ $0.6x + 1035 - 1035 = 1041 - 1035$

เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละจากแผนภาพโฆษณาสินค้า พร้อมทั้งแสดงวิธีทำ โดยโจทย์ปัญหาที่สร้างขึ้นต้องสอดคล้องกับความเป็นจริง และสมเหตุสมผล เมื่อนักเรียนทำเสร็จแล้ว ครูสุ่มตัวแทนกลุ่มออกมาหน้าชั้นที่ละกลุ่ม จำนวน 2-3 กลุ่ม เพื่อเขียนโจทย์ปัญหาที่สร้างขึ้นบนกระดาน แล้วให้เพื่อนกลุ่มอื่นๆ ช่วยกันแสดงวิธีทำบนกระดาน ครูและนักเรียนช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง

5. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปเกี่ยวกับการสร้างโจทย์ปัญหา โดยใช้การถามตอบได้ว่า นักเรียนสามารถสร้างโจทย์ปัญหาได้อย่างอิสระ แต่โจทย์ปัญหาที่สร้างขึ้นนั้นจะต้องสอดคล้องกับความเป็นจริง และมีความสมเหตุสมผลด้วย

6. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกเสริมทักษะที่ 5 เป็นการบ้าน

สื่อการเรียนรู้

1. 3 "สร้างโจทย์จากโบรชัวร์"
2. แบบฝึกเสริมทักษะที่ 5

1.	1. นักเรียนตอบคำถามได้ถูกต้อง	60%
2. สังเกตความสนใจเรียนและการร่วมกิจกรรม	2. นักเรียนส่วนใหญ่สนใจเรียนและร่วมกิจกรรมการเรียนประมาณ	60%
3. ตรวจสอบการทำแบบฝึกเสริมทักษะที่ 5	3. นักเรียนทำแบบฝึกเสริมทักษะที่ 5 ได้ถูกต้อง	70%

นักเรียนส่วนใหญ่ตั้งใจเรียนและให้ความสนใจกับกิจกรรมในคาบนี้ดี เนื่องจากนักเรียนเคยได้สร้างโจทย์ปัญหาด้วยตนเองมาแล้วครั้งหนึ่ง ทำให้นักเรียนมีความเข้าใจมากขึ้น แต่นักเรียนก็ยังสร้างโจทย์ไม่ได้สมบูรณ์นัก ครูต้องเตรียมตัวอย่างโจทย์ปัญหา และแสดงวิธีการหรือแนวคิดในการสร้างโจทย์ปัญหาให้นักเรียนฟังและศึกษาเพื่อทำความเข้าใจ นักเรียนบางคนยังไม่สามารถสร้างโจทย์ปัญหาได้ ครูจึงอธิบายแนวคิดหลายๆ ครั้ง และให้นักเรียนได้ลองสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละอย่างง่ายก่อน นักเรียนก็สามารถทำได้ ทำให้นักเรียนเข้าใจมากขึ้น

และสามารถสร้างโจทย์ปัญหาได้ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละเป็นโจทย์ของเรื่องที่อยู่ใกล้ตัว ทำให้นักเรียนเข้าใจตัวอย่างง่ายขึ้น และสามารถสร้างโจทย์ได้ แต่นักเรียนยังมีปัญหาในการใช้ภาษาอยู่ ครูได้แนะนำและช่วยเหลือในการเรียบเรียงคำและประโยค



3

“สร้างโจทย์ กBORชัวร์”

กลุ่มที่.....

จงสร้างโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ โดยใช้ข้อมูลจากแผนภาพโฆษณาสินค้า ตั้งแต่ 2 พร้อมทั้งแสดงวิธีทำและตรวจสอบคำตอบ

แผนภาพโฆษณาสินค้า

The advertisement collage features several products with their original and discounted prices:

- Washing Machines:**
 - HITACHI:** 10 kg, Original Price 2,499, Discounted Price 892.
 - TOSHIBA:** 13 kg, Original Price 3,332, Discounted Price 577.
 - Hitachi AW-SF105RJS:** Original Price 14,990, Discounted Price 11,990.
 - Toshiba AW-SD140ST:** Original Price 19,990, Discounted Price 16,990.
- Iron:** SHARP, Original Price 450, Discounted Price 430.
- Vacuum Cleaners:**
 - HITACHI:** Original Price 2,490, Discounted Price 1,990.
 - Hitachi V2800 CYCLONE:** Original Price 2,490, Discounted Price 1,990.
- Television:** SANYO 32" LCD TV, Original Price 4,997, Discounted Price 433. Model: LCD TV รุ่น LCD-32K2030. Final Price: 14,990.
- DVD Players:**
 - XTREME:** Original Price 1,690, Discounted Price 699.
 - sherman:** Original Price 1,290, Discounted Price 991.
 - AJ:** Original Price 1,390, Discounted Price 1,190.

แบบฝึกเสริมทักษะที่ 5

เรื่อง การตั้งปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ

จงสร้างโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ โดยใช้
ข้อมูลจากสินค้าในร้านสมใจการค้า ตั้งแต่ 2 พร้อมทั้งแสดงวิธีทำและตรวจสอบ

ร้านสมใจการค้า



จักรยาน MTB
20 นิ้ว
รุ่น MASTER

เดิม 1,899
现价 1,699

ประหยัด 200 บาท



Hatari

พัดลมตั้งโต๊ะ
รุ่น HB-T16M2

เครื่องละ **678** บาท



PHILIPS

หม้อหุงข้าวอุ่นทิพย์
รุ่น HD4728

เดิม 1,600
现价 800

ประหยัดทันที 800 บาท



SHARP

เตารีดแห้ง
รุ่น AM-P333

เดิม 398
现价 379

ประหยัดทันที 19 บาท



TOSHIBA

กระดิกน้ำร้อน
รุ่น PLK-G22

เดิม 899
现价 799

ประหยัดทันที 100 บาท

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10

หน่วยการเรียนรู้ บทประยุกต์ของสมการเชิงเส้น

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราเร็ว

50

โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราเร็ว เป็นเหตุการณ์หรือสถานการณ์ที่ประกอบด้วยข้อความและจำนวนที่เกี่ยวข้องกับระยะทาง อัตราเร็ว และเวลา ซึ่งมีความสัมพันธ์

$$= \quad \times$$

$$= \frac{\quad}{\quad}$$

อัตราเร็วที่กล่าวถึงจะหมายถึง

นักเรียนจะต้องศึกษาสาเหตุ และที่มาของเหตุการณ์หรือสถานการณ์นั้นๆ แล้วใช้การที่เหมาะสมในการแก้ปัญหาเหล่านั้น
ดังนั้น การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จะต้องอาศัยความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ ทักษะและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เพื่อแก้ปัญหาลำดับขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหาที่ประกอบไปด้วย

1. ทำความเข้าใจปัญหา

- ที่โจทย์กำหนด
- สิ่งที่โจทย์ต้องการ

2. วางแผนแก้ปัญหา

-
-

3.

- แก้สมการโดยใช้สมบัติของการเท่ากัน

4.

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ : นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัว
ได้

ด้านทักษะและกระบวนการ :

1. แก้ปัญหา
2. ให้เหตุผล
- 3.
4. เชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ได้

ด้านคุณลักษณะ :

- 1.
2. ตี้อารมณ์ในการเรียนรู้
- 3.
- 4.

สาระการเรียนรู้

ตัวอย่างที่ 1 ปกติวิ่งด้วยอัตราเร็ว 13 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ปรึกษาวิ่งด้วยอัตราเร็ว 11 กิโลเมตรต่อชั่วโมงและวิ่งนานกว่าปกติ 20 นาที ได้ระยะทางไกลกว่าปกติ 2 ว่าปรึกษาวิ่งได้ระยะทางเท่าไร

_____ 1. ทำความเข้าใจโจทย์

- สิ่งที่โจทย์กำหนด _____ ปกติวิ่งด้วยอัตราเร็ว 13 กิโลเมตรต่อชั่วโมง
ปรึกษาวิ่งด้วยอัตราเร็ว 11 กิโลเมตรต่อชั่วโมงและวิ่งนานกว่าปกติ 20 นาที ได้ระยะทางไกลกว่าปกติ
2

- สิ่งที่โจทย์ต้องการ _____ ปรึกษาวิ่งได้ระยะทางเท่าไร

2. วางแผนแก้ปัญหา

สมมติให้ปรึกษาวิ่งได้ระยะทาง x

= _____

	()	(กิโลเมตรต่อชั่วโมง)	()
	x	11	$\frac{x}{11}$
ปติ	$x-2$	13	$\frac{x-2}{13}$

ปรีชาวิ่งนานกว่าปติ 20 นาที คิดเป็น $\frac{20}{60}$ $\frac{1}{3}$

จะได้สมการ $\frac{x}{11} - \frac{x-2}{13} = \frac{1}{3}$

3.

$$\frac{x}{11} - \frac{x-2}{13} = \frac{1}{3}$$

คูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\left(429 \times \frac{x}{11}\right) - \left(429 \times \frac{x-2}{13}\right) = 429 \times \frac{1}{3}$$

$$39x - 33(x-2) = 143$$

$$39x - 33x + 66 = 143$$

$$6x + 66 = 143$$

$$66 \text{ มาลบทั้งสองข้างของสมการ} \quad 6x + 66 - 66 = 143 - 66$$

$$6x = 77$$

$$\frac{6x}{6} = \frac{77}{6}$$

$$x = \frac{77}{6}$$

นั่นปรีชาวิ่งได้ระยะทาง $\frac{77}{6}$ $12\frac{5}{6}$

4.

	()	(กิโลเมตรต่อชั่วโมง)	()
	$12\frac{5}{6}$	11	$\frac{77}{6} \times \frac{1}{11} = \frac{7}{6}$
ปติ	$12\frac{5}{6} - 2 = 10\frac{5}{6}$	13	$\frac{65}{6} \times \frac{1}{13} = \frac{5}{6}$

ปรีชาใช้เวลาในการวิ่ง $\frac{7}{6}$ ชั่วโมง คิดเป็น $\frac{7}{6} \times 60 = 70$

ปีติใช้เวลาในการวิ่ง $\frac{5}{6}$ ชั่วโมง คิดเป็น $\frac{5}{6} \times 60 = 50$

$$\text{ว่าปีติ } 70 - 50 = 20$$

ปรีชาวิ่งได้ระยะทางไกลกว่าปีติ $12\frac{5}{6} - 10\frac{5}{6} = 2$

ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขของโจทย์

ดังนั้นปรีชาวิ่งได้ระยะทาง $12\frac{5}{6}$

ตัวอย่างที่ 2 ตู้ยี่จักรยานในระยะทาง 60 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ยี่ใช้อัตราเร็วช่วงแรก 10 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และช่วงต่อไป 15 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ถ้าตู้ยี่ใช้เวลาในการขี่จักรยานตลอด

5 ชั่วโมง จงหาระยะทางและเวลาที่ตู้ยี่จักรยานในแต่ละช่วง

_____ สมมติให้ช่วงแรกตู้ยี่จักรยานได้ระยะทาง x

= _____

	()	(กิโลเมตรต่อชั่วโมง)	()
ช่วงแรก	x	10	$\frac{x}{10}$
ช่วงที่สอง	$60 - x$	15	$\frac{60 - x}{15}$
	60		5

ตู้ยี่ใช้เวลาในการขี่จักรยานตลอดทางรวม 5

จะได้สมการ

$$\frac{x}{10} + \frac{60 - x}{15} = 5$$

... 10 15 30 คูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\left(30 \times \frac{x}{10}\right) + \left(30 \times \frac{60 - x}{15}\right) = 30 \times 5$$

$$3x + 2(60 - x) = 150$$

$$3x + 120 - 2x = 150$$

$$x + 120 = 150$$

$$120 \text{ มาลบทั้งสองข้างของสมการ } x + 120 - 120 = 150 - 120$$

$$x = 30$$

$$\text{ดังนั้นช่วงแรกผู้ขี่จักรยานได้ระยะทาง } 30 \quad \text{ใช้เวลา } \frac{30}{10} = 3$$

$$\text{และช่วงที่สองผู้ขี่จักรยานได้ระยะทาง } 60 - 30 = 30 \quad \text{ใช้เวลา } \frac{30}{15} = 2$$

	()	(กิโลเมตรต่อชั่วโมง)	()
ช่วงแรก	30	10	$\frac{30}{10} = 3$
ช่วงที่สอง	$60 - 30 = 30$	15	$\frac{30}{15} = 2$
	60		5

ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขของโจทย์

ดังนั้นช่วงแรกผู้ขี่จักรยานได้ระยะทาง 30 ใช้เวลา 3 ชั่วโมง และช่วงที่สอง
ผู้ขี่จักรยานได้ระยะทาง 30 ใช้เวลา 2

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ทบทวนความสัมพันธ์ระหว่างระยะทาง อัตราเร็ว และเวลา โดยใช้การถามตอบ
2. ครูยกตัวอย่างที่ 1 บนกระดาน แล้วใช้การถามตอบประกอบการอธิบายและแสดงเหตุผล เพื่อให้ให้นักเรียนเข้าใจขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหา
3. ครูยกตัวอย่างที่ 2 บนกระดาน โดยใช้การถามตอบประกอบเหตุผล เพื่อให้ให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหา
4. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้การถามตอบ
5. ครูให้นักเรียนทำเอกสารฝึกหัดที่ 4 เมื่อนักเรียนทำเสร็จแล้ว ครูสุ่มนักเรียนออกมา

6. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดปัญหาเกี่ยวกับอัตราเร็วในหนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ ม.2 เล่ม 2 เป็นการบ้าน

สื่อการเรียนรู้

1. เอกสารฝึกหัดที่ 4
2. หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ ม.2 เล่ม 2

1.	1. ตอบคำถามได้ถูกต้อง 70%
2. สังเกตความสนใจเรียนและการร่วมกิจกรรม	2. ตั้งใจ และร่วม 70%
3. ตรวจสอบการทำเอกสารฝึกหัดที่ 4	3. นักเรียนทำเอกสารฝึกหัดที่ 4 ได้ถูกต้อง 65%
4. ตรวจสอบการทำแบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	4. นักเรียนทำแบบฝึกหัดในหนังสือเรียนได้ถูกต้อง 70%

นักเรียนส่วนใหญ่สามารถสรุปความสัมพันธ์ระหว่างระยะทาง อัตราเร็ว และเวลาได้ถูกต้อง นักเรียนสามารถวาดภาพ และเขียนตารางประกอบประกอบแนวคิดได้ ทำให้นักเรียนสามารถบอกความสัมพันธ์ของสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการได้มากขึ้น และนักเรียนสามารถเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ได้ จากการตรวจสอบความถูกต้องของเอกสารฝึกหัด 4 ข้อที่นักเรียนส่วนใหญ่มีปัญหา คือ ข้อ 1 ครูจึงอธิบายให้นักเรียนฟังอย่างช้าๆ หลายๆ รอบ ทำให้นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้น สำหรับนักเรียนกลุ่มที่แก้โจทย์ปัญหาไม่ได้และยังไม่เข้าใจนั้น ครูได้นำตัวอย่างง่ายๆ มาให้ลองทำดูก่อน โดยครูอธิบายและให้นักเรียนฝึกทำด้วยตนเอง จากนั้นครูให้นักเรียนลองทำตัวอย่างที่ยากขึ้นกว่าเดิม ครูสังเกตเห็นว่านักเรียนเริ่มเข้าใจและสามารถทำได้ด้วยตนเองมากขึ้น แต่ยังคงขาดความมั่นใจในตนเองอยู่ ครูได้ให้กำลังใจและคอยให้คำแนะนำอยู่

เอกสารฝึกหัด 4

การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราเร็ว

1. ก้อยเดินทางจากบ้านไปโรงเรียนด้วยอัตราเร็ว 5 กิโลเมตรต่อชั่วโมง จะถึงโรงเรียนช้าไป 2 นาที ถ้าก้อยเดินทางด้วยอัตราเร็ว 6 กิโลเมตรต่อชั่วโมง จะถึงโรงเรียนเร็วไป 5 นาที
ทราบว่าบ้านของก้อยอยู่ห่างจากโรงเรียนกี่กิโลเมตร

2. รถบดถนนสองคันอยู่ห่างกัน 66 เมตรเคลื่อนด้วยอัตราเร็ว 10 เมตรต่อนาที อีกคันหนึ่งเคลื่อนด้วยอัตราเร็ว 12 เมตรต่อนาที ถ้าให้รถ 7.00 . พร้อมกัน รถทั้งสองคันจะเคลื่อนมาพบกันเมื่อเวลาผ่านไปนานกี่นาที และเป็นเวลาใด

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12

หน่วยการเรียนรู้ บทประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

การตั้งปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราเร็ว

50

การตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้นำเสนอปัญหาที่ตนเองสร้างขึ้น นักเรียนมีอิสระในการคิดและค้นหาคำตอบ กระบวนการแก้ปัญหาประกอบไปด้วย

1. ทำความเข้าใจปัญหา

- สิ่งที่เกี่ยวข้องกำหนด
- สิ่งที่เกี่ยวข้องต่อ

2. วางแผนแก้ปัญหา

-
-

3.

- แก้สมการ โดยใช้สมบัติของการเท่ากัน

4.

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ : นักเรียนสามารถตั้งปัญหาและแก้ปัญหสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราเร็วได้

ด้านทักษะและกระบวนการ :

1. แก้ปัญหา
2. ให้เหตุผล
- 3.
4. เชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์
5. คิดสร้างสรรค์

ด้านคุณลักษณะ :

- 1.
2. มีความกระตือรือร้นในการเรียนรู้

- 3.
- 4.
5. มีทักษะการทำงานร่วมกับผู้อื่น

สาระการเรียนรู้

การแก้ปัญหา

ตัวอย่างที่ 1 องค์กรขับรถยนต์เพื่อเดินทางจากกรุงเทพฯ ไปชัยนาท โดยที่ขาไปองค์กรขับรถด้วยอัตราเร็ว 50 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และขากลับองค์กรขับรถด้วยอัตราเร็วน้อยกว่าขาไป 10 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ถ้าองค์กรใช้เวลาในการเดินทางไปกลับรวมกันเป็น 9 ระหว่างกรุงเทพฯ กับชัยนาท

1. ทำความเข้าใจโจทย์

- สิ่งที่โจทย์กำหนด องค์กรขับรถยนต์เพื่อเดินทางจากกรุงเทพฯ ไปขาไปองค์กรขับรถด้วยอัตราเร็ว 50 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และขากลับองค์กรขับรถด้วยอัตราเร็วน้อยกว่าขาไป 10 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และใช้เวลาในการเดินทางไปกลับรวมกันเป็น 9

- สิ่งที่โจทย์ต้องการ ระยะทางระหว่างกรุงเทพฯ กับชัยนาทเป็น

เท่าไร

2. วางแผนแก้ปัญหา

สมมติให้ระยะทางระหว่างกรุงเทพฯ กับชัยนาทเป็น x

ขาไปองค์กรขับรถด้วยอัตราเร็ว 50 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ใช้เวลาในการ

$$\frac{x}{50}$$

ขากลับองค์กรขับรถด้วยอัตราเร็วน้อยกว่าขาไป 10 รต่อชั่วโมง

แสดงว่าขากลับองค์กรขับรถด้วยอัตราเร็ว $50 - 10 = 40$ กิโลเมตรต่อชั่วโมง ใช้เวลาในการเดินทาง

$$\frac{x}{40}$$

องค์กรใช้เวลาในการเดินทางไปกลับรวมกันเป็น 9

จะได้สมการ $\frac{x}{50} + \frac{x}{40} = 9$

3.

$$\frac{x}{50} + \frac{x}{40} = 9$$

$$\dots \quad 50 \quad 40 \quad 200$$

$$\left(200 \times \frac{x}{50}\right) + \left(200 \times \frac{x}{40}\right) = 200 \times 9$$

$$4x + 5x = 1800$$

$$9x = 1800$$

$$9 \text{ มาตรการทั้งสองข้างของสมการ} \quad \frac{9x}{9} = \frac{1800}{9}$$

$$x = 200$$

ดังนั้นระยะทางระหว่างกรุงเทพฯ กับชัยนาทเป็น 200

4.

ถ้าระยะทางระหว่างกรุงเทพฯ กับชัยนาทเป็น 200

ขาไปอนงค์ขับรถด้วยอัตราเร็ว 50 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ใช้เวลาในการ

$$\frac{200}{50} = 4$$

ขากลับอนงค์ขับรถด้วยอัตราเร็วน้อยกว่าขาไป 10 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

แสดงว่าขากลับขับรถด้วยอัตราเร็ว $50 - 10 = 40$ กิโลเมตรต่อชั่วโมง ใช้เวลาในการเดินทาง

$$\frac{200}{40} = 5$$

อนงค์ใช้เวลาในการเดินทางไปกลับรวมกันเป็น $4 + 5 = 9$

ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขของโจทย์

ดังนั้นระยะทางระหว่างกรุงเทพฯ กับชัยนาทเป็น 200

ตัวอย่างที่ 2 ออร์ขับรถจากเมือง ก เพื่อไปเมือง ข ด้วยอัตราเร็ว 50 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

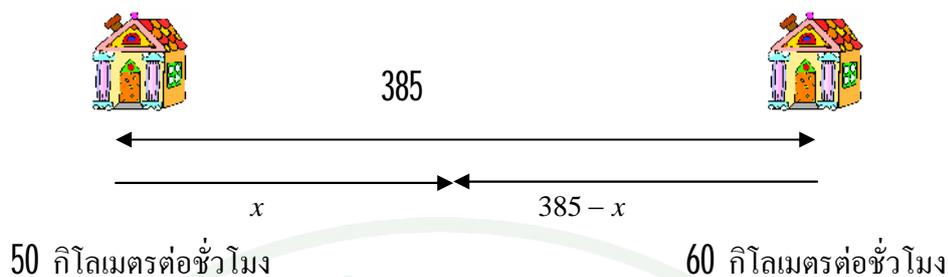
ส่วนอิมขับรถออกจากเมือง ข เพื่อไปเมือง ก บนถนนสายเดียวกัน ด้วยอัตราเร็ว 60

ต่อชั่วโมง ถ้าออร์และอิมต่างขับรถออกจากจุดเริ่มต้นพร้อมกันเวลา 08.00 .

เมือง ข อยู่ห่างกัน 385 กิโลเมตร อยากทราบว่าทั้งสองคนจะขับรถมาพบกันในเวลาเท่าไร

_____ สมมติให้ออร์ขับรถมาพบกับอิม เมื่อออร์ขับรถมาได้ระยะทาง x

นั่นคือ อิมจะต้องขับรถมาได้เป็นระยะทาง $385 - x$



รถขับรถมาพบกับอิม จะใช้เวลา $\frac{x}{50}$

อิมขับรถมาพบกับรถ จะใช้เวลา $\frac{385-x}{60}$

ทั้งสองคนขับรถมาพบกัน แสดงว่าทั้งสองคนใช้เวลาในการขับรถเท่ากัน
จะได้สมการ

$$\frac{x}{50} = \frac{385-x}{60}$$

$$60x = 50(385-x)$$

$$60x = 19250 - 50x$$

50x มาบวกทั้งสองข้างของสมการ $60x + 50x = 19250 - 50x + 50x$

$$110x = 19250$$

110 มาหารทั้งสองข้างของสมการ

$$\frac{110x}{110} = \frac{19250}{110}$$

$$x = 175$$

ดังนั้นรถขับรถมาพบกับอิม เมื่อรถขับรถได้ระยะทาง 175 โดยใช่

$$\frac{175}{50} = 3.5$$

$$3\frac{1}{2}$$

8.00 . + $3\frac{1}{2}$ ชั่วโมง เท่ากับ 11.30 .

ถ้ารถขับรถมาพบกับอิม เมื่อรถขับรถได้ระยะทาง 175 คี่

50 กิโลเมตรต่อชั่วโมง จะได้ว่ารถใช้เวลาในการเดินทาง $\frac{175}{50} = 3.5$

อิมขับรถมาพบกับรถ เมื่ออิมขับรถได้ระยะทาง $385 - 175 = 210$

ด้วยอัตราเร็ว 60 กิโลเมตรต่อชั่วโมง จะได้ว่ารถใช้เวลาในการเดินทาง $\frac{210}{60} = 3.5$

ทั้งสองคนขับรถมาพบกัน แสดงว่าทั้งสองคนใช้เวลาในการขับรถเท่ากัน

ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขของโจทย์

11.30 .

การตั้งปัญหา

การสร้างโจทย์ปัญหาสามารถสร้างได้หลากหลาย แต่โจทย์ปัญหาที่สร้างขึ้นต้องสอดคล้องกับความเป็นจริง และมีความสมเหตุสมผล

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูยกตัวอย่างที่ 1 โดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบายและแสดงเหตุผล เพื่อทบทวนขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหา
2. ครูยกตัวอย่างที่ 2 บนกระดาน โดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย เพื่อให้แก้โจทย์ปัญหา
3. ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน โดยละความสามารถ ศึกษาใบความรู้ "อภิมหารถไฟฟ้า" แล้วทำใบกิจกรรมที่ 4 "สร้างโจทย์จากอภิมหารถไฟฟ้า" เพื่อให้นักเรียนแต่ละกลุ่มสร้างโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราเร็วจากใบความรู้ เรื่อง "อภิมหารถไฟฟ้า" พร้อมทั้งแสดงวิธีทำ โดยโจทย์ปัญหาที่สร้างขึ้นต้องสอดคล้องกับความเป็นจริง และสมเหตุสมผล เมื่อนักเรียนทำเสร็จแล้ว ครูสุ่มตัวแทนกลุ่มออกมาหน้าชั้นที่ละกลุ่ม จำนวน 2-3 กลุ่ม เพื่อเขียนโจทย์ปัญหาที่สร้างขึ้นบนกระดาน แล้วให้เพื่อนกลุ่มอื่นๆ ช่วยกันแสดงวิธีทำบนกระดาน ครูและและนักเรียนช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง
4. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปเกี่ยวกับการสร้างโจทย์ปัญหา โดยใช้การถามตอบได้ว่า นักเรียนสามารถสร้างโจทย์ปัญหาได้อย่างอิสระ แต่โจทย์ปัญหาที่สร้างขึ้นนั้นจะต้องสอดคล้องกับความเป็นจริง และมีความสมเหตุสมผลด้วย
5. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกเสริมทักษะที่ 6 เป็นการบ้าน

สื่อการเรียนรู้

1. ใบความรู้ "อภิมหารถไฟฟ้า"
2. 4 "สร้างโจทย์จากอภิมหารถไฟฟ้า"
3. แบบฝึกเสริมทักษะที่ 6

1.	1. ตอบคำถามได้ถูกต้อง	60%
2. สังเกตความสนใจเรียนและการร่วมกิจกรรม	2. มุ่งตั้งใจและร่วม	65%
3. ตรวจสอบการทำแบบฝึกเสริมทักษะที่ 6	3. นักเรียนทำแบบฝึกเสริมทักษะที่ 6 ได้ถูกต้อง	55%

นักเรียนให้ความสนใจกับข้อมูลเกี่ยวกับความเร็วของรถไฟมาก และสามารถบอกความสัมพันธ์ระหว่างระยะทาง อัตราเร็ว และเวลาได้ถูกต้อง แต่ในการสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับนักเรียนค่อนข้างมีปัญหา เพราะเรื่องเกี่ยวกับอัตราเร็วเป็นเรื่องที่นักเรียนมองว่าเป็นเรื่องทำให้ไม่รู้จะเริ่มสร้างโจทย์อย่างไร ครูได้เตรียมตัวอย่างโจทย์ปัญหาแสดงให้นักเรียนดู พร้อมทั้งอธิบายและให้แนวคิดในการสร้างโจทย์ปัญหา ครูให้นักเรียนทั้งชั้นเรียนร่วมกันสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราเร็ว โดยครูเป็นผู้ให้คำปรึกษา ทำให้นักเรียนเข้าใจการสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราเร็วมากขึ้น หลังจากนั้นครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่มเพื่อช่วยกันสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราเร็ว มีนักเรียนบางกลุ่มเท่านั้นที่สามารถสร้างโจทย์ปัญหาได้ ส่วนกลุ่มที่ยังไม่สามารถสร้างโจทย์ปัญหาได้ เพราะนักเรียนขาดความมั่นใจในตนเอง ไม่แน่ใจว่าโจทย์ปัญหาที่สร้างขึ้นถูกต้องหรือไม่ ครูต้องเข้าไปช่วยเหลือ ให้กำลังใจและอธิบายให้แนวคิดการสร้างโจทย์ปัญหาแก่นักเรียนสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราเร็วได้ด้วยตนเอง

ใบความรู้ “อภิมหารถไฟฟ้า”

อภิมหารถไฟฟ้า ทูบสถิติวิ่งเร็วที่สุดในโลก

1. Shanghai Maglev : เซี่ยงไฮ้แม็กเลฟ



Shanghai Maglev

: นคร เซี่ยงไฮ้ ประเทศจีน -ส่งผู้โดยสารระหว่างสถานีหลงหยาง เขตฟู่ตง กับท่าอากาศยานนานาชาติฟู่ตง ในอนาคตมีแผนขยายเส้นทางไปยังท่าอากาศยานหนงเจียว เชื่อมต่อไป

: 19 ไมล์ (30)

ความเร็วขณะวิ่งให้บริการ : 268 ไมล์ ต่อชั่วโมง หรือราว 431 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

: 311 ไมล์ต่อชั่วโมง หรือ 500 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

2. Alta Velocidad Espanola (AVE) :



Alta Velocidad Espanola (AVE)

: ประเทศสเปน วิ่งเชื่อมต่อเมืองใหญ่ 4 เมือง ประกอบด้วย มาดริด, , มาลาก้า และ บาร์เซโลนา

: 410 ไมล์ (660)

ความเร็วขณะวิ่งให้บริการ : 210 ไมล์ต่อชั่วโมง หรือราว 338 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

: 227 ไมล์ต่อชั่วโมง หรือ 365 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

3. Beijing-Tianjin Intercity Railway : รถไฟความเร็วสูงสายปักกิ่ง-



Beijing-Tianjin Intercity Railway

: ประเทศจีน วิ่งระหว่างกรุงปักกิ่ง

: 71 ไมล์ (114)

ความเร็วขณะวิ่งให้บริการ : 217 ไมล์ต่อชั่วโมง หรือราว 350 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

: 245 ไมล์ต่อชั่วโมง หรือ 394 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

4. Train a Grande Vitesse (TGV) : ()



Train a Grande Vitesse

: ประเทศฝรั่งเศส ชุมทางตั้งต้นเริ่มจากกรุงปารีสแล่นออกสู่สถานีใน 200 กว่าเมืองทั่ว
ประเทศ เช่น นีซ ลียง อาวินยอง และคีมอง

: 538 ไมล์ (865)

ให้บริการ : 217 ไมล์ต่อชั่วโมง หรือราว 350 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

: 356 ไมล์ต่อชั่วโมง หรือ 572 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

5. Nozomi Shinkansen :



Nozomi Shinkansen

: ประเทศญี่ปุ่น ให้บริการเส้นทางสายโทไกโด/

: 664 ไมล์ (1,068)

ความเร็วขณะวิ่งให้บริการ : 186 ไมล์ต่อชั่วโมง 299-300 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

: 275 ไมล์ต่อชั่วโมง 442 กิโลเมตรต่อชั่วโมง



: หนังสือพิมพ์ข่าวสดรายวัน ปีที่ 19 6851 1 . . 2552

แบบฝึกเสริมทักษะที่ 6
เรื่อง การตั้งปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราเร็ว

.....

งสร้างโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราเร็ว โดยใช้ข้อมูลจาก
พร้อมแสดงวิธีทำและตรวจสอบคำตอบ

สัตว์ที่วิ่งเร็วที่สุดในโลก

เสือชีต้าห์ สามารถวิ่งได้ด้วยความเร็ว 100-110 / ชั่วโมง อย่างไรก็ตาม เสือชีต้าห์
จะวิ่งเร็วขนาดนี้ได้ในช่วงเวลานั้นๆ ไม่เกิน 45 นาที เท่านั้น
น้อยกว่าสัตว์ประเภทอื่น หากวิ่งเป็นเวลานานจะทำให้มันขาดอากาศและช็อคตายได้

สัตว์ที่ว่ายน้ำได้เร็วที่สุดในโลก

Cosmopolitan Sailfish หรือที่เราเรียกว่า ปลาฉลาม นั่นเอง ด้วยลำตัวที่ยาวถึง 3.5
มันสามารถแหวกว่ายน้ำในน้ำด้วยความเร็วถึง 130 / ต่อชั่วโมง

สัตว์ที่บินได้เร็วที่สุด

แต่เดิมคนเข้าใจว่าเป็นเหยี่ยวโทมาฮอว์ค ที่บินได้ 180 /
แต่ความจริงแล้วเหยี่ยวที่บินได้เร็วที่สุดในโลกคือ เหยี่ยวเพเรกริน ที่สามารถบินได้ 180
/ ชั่วโมง ขณะบินปกติและสามารถทำความเร็วได้ถึง 200 /



1 การวิเคราะห์ข้อสอบ "การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว"
 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

	พฤติกรรมที่ต้องการวัด						
	ความรู้ความจำ		ความเข้าใจ		การนำไปใช้		
1. การแก้สมการเชิงเส้น	1	-	4	-	1	-	6
	(ข้อ 1)		(ข้อ 2-5)		(ข้อ 6)		
2. ประโยคสัญลักษณ์	-	-	2	-	-	-	2
			(ข้อ 7-8)				
3. การแก้โจทย์ปัญหาการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	-	-	-	-	6	2	8
					(ข้อ 9-14)	(ข้อ 15-16)	
	1	-	6	-	7	2	16



แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
"การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว"

ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

2

30

1 เป็นแบบทดสอบปรนัยแบบเลือกตอบ จำนวน 14 ข้อ ข้อละ 1

2 เป็นแบบท 2 ข้อ ข้อละ 8

1 จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด

1. ข้อความใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง

. ถ้า $a = b$ $a + 5 = b + 5$. ถ้า $a - c = b - c$ $a = b$

. ถ้า $m = n$ แล้ว $\frac{m}{3} = \frac{n}{3}$. ถ้า $x + m = y + n$ $x = y$

2. ถ้า $3m + 1 = 64 - 4m$ แล้วค่าของ m เป็นเท่าไร

. -9 . -7

. 7 . 9

3. ค่าของ x $11x - 5(2x + 1) = 3(6 - x) + 1$ มีค่าเท่าไร

. 12 . 10

. 7 . 6

4. ค่าของ y ที่สอดคล้องกับสมการ $\frac{3y - 4}{6} + \frac{2y - 5}{3} = \frac{4y}{3} - \frac{7}{8}$ มีค่าเท่าไร

. $-\frac{35}{4}$. $-\frac{17}{12}$

. 2 . $\frac{11}{2}$

5. สมการในข้อใดมีคำตอบเหมือนกับคำตอบของสมการ $2(x + 1) + 6(2x - 4) = 5$

. $\frac{a - 3}{2} - 5 = 4$. $\frac{m}{2} - \frac{m}{4} = m - 9$

. $3n - \frac{1}{2}n = 16$. $12p + 2(p + 1) = 29$

6. ถ้า $7x - 22 = 13 + 2x$ $\frac{y - 1}{3} = 6$ แล้ว $x - y$ มีค่าเท่าไร

. -26 . -12

. 19 . 26

7. ข้อใดคือประโยคสัญลักษณ์แทนข้อความ "สองเท่าของผลบวกของจำนวนจำนวนหนึ่งกับสิบเอ็ดเท่ากับสี่สิ" "

. $2x + 11 = 42$

. $2(x + 11) = 42$

. $x + 2(11) = 42$

. $2(x) + 2(11) = 42$

8. 8 ปีที่แล้ว พ่อมีอายุ 57 ปี ซึ่งคิดเป็น 3 เท่าของอายุบุตรในขณะนั้น อีก 10 ปีข้างหน้า บุตรจะมีอายุกี่ปี

. 37 ปี

. 29 ปี

. 27 ปี

. 19 ปี

9. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่ง มีความกว้างเป็น $\frac{3}{4}$ ของความยาว พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้านี้เป็นเท่าไร ถ้าความยาวรอบรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้านี้เป็น 70

. 20

. 40

. 300

. 1200

10. โรงเรียนแห่งหนึ่งมีนักเรียนทั้งหมด 1,030 คน ถ้าจำนวนนักเรียนชายมีมากกว่า $\frac{4}{5}$ จำนวนนักเรียนหญิงอยู่ 40 คน โรงเรียนแห่งนี้มีนักเรียนชายกี่คน

. 550

. 480

. 440

. 110

11. รูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีขนาดของมุมทั้งสามเป็นอัตราส่วน 2:3:7 รูปสามเหลี่ยมนี้เป็นเท่าไร

. 16, 45, 119

. 18, 36, 126

. 30, 45, 105

. 32, 57, 91

12. กระปุกออมสินใบหนึ่ง มีเหรียญห้าบาทและเหรียญสิบบาทอยู่ทั้งหมด 58 เหรียญ คิดเป็นเงิน 400 บาท เหรียญทั้งสองชนิดมีจำนวนแตกต่างกันกี่เหรียญ

. 14

. 22

. 36

. 44

13. กู้เงิน 500,000 บาท ไปทำธุรกิจ โดยที่ส่วนแรกได้กำไร 15% ต่อปี ส่วนที่สองได้ 20% ต่อปี รวมกำไรทั้งหมด 90,000 บาท อยากทราบว่ากู้เงินไปลงทุนต่างกันกี่บาท
- | | |
|-----------|-----------|
| . 87,500 | . 100,000 |
| . 200,000 | . 300,000 |

14. สุขุมขับรถจากเมือง ก ไปยังเมือง ข ถ้าเขาขับรถด้วยอัตราเร็ว 60 กิโลเมตรต่อชั่วโมงจะช้ากว่าขับรถด้วยอัตราเร็ว 80 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ถึง 1 ชั่วโมง อยากทราบว่า เมือง ก และเมือง ข อยู่ห่างกันกี่กิโลเมตร
- | | |
|-------|-------|
| . 48 | . 140 |
| . 240 | . 480 |

_____ 2

15. นักเรียนห้องหนึ่ง มีจำนวนนักเรียนหญิงเป็นสองเท่าของจำนวนนักเรียนชาย ต่อมา มีนักเรียนชายย้ายมาเพิ่มอีก 10 คน ทำให้จำนวนนักเรียนชายกับจำนวนนักเรียนหญิงเท่ากัน อยากทราบว่า เดิมนักเรียนห้องนี้มี

1. ทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา

.....

.....

.....

2. วางแผนแก้ปัญห

.....

.....

.....

.....

3.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4.

.....

.....

.....

.....

16. รถไฟสองขบวนวิ่งสวนทางกันระหว่างเมือง A B โดยเริ่มต้นออกวิ่งพร้อมกันด้วย
 60 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และ 50 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ตามลำดับ เมื่อรถไฟทั้งสอง
 ขบวนพบกัน ปรากฏว่าขบวนหนึ่งวิ่งได้ระยะทางมากกว่าอีกขบวนหนึ่งอยู่ 20
 ทราบว่า เมือง A B อยู่ห่างกันกี่กิโลเมตร

1. ทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา

.....

.....

.....

2. วางแผนแก้ปัญห

.....

.....

.....

.....

3.

.....

.....

.....

.....

4.

.....

.....

.....

.....



ามสามารถในการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์
"การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว"

แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและตั้งปัญหา
เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

2

- 1 เป็นแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา 3 ข้อ
 2 เป็นแบบทดสอบวัดความสามารถในการตั้งปัญหา จำนวน 3 ข้อ

วัดความสามารถในการแก้ปัญหา

1. ผลบวกของจำนวนเต็มบวกสองจำนวนเป็น 130 ถ้าจำนวนหนึ่งน้อยกว่าอีกจำนวนหนึ่งอยู่ 20

1. ทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา

.....

2. วางแผนแก้ปัญหา

.....

- 3.

.....

- 4.

.....

2. พ่อแบ่งเงินจำนวน 2,530 บาท ให้ลูกสองคน คือ ปอและปาน ถ้าปอและปานได้รับเงินคิดเป็นอัตราส่วน 6:5 ตามลำดับ อยากทราบว่าปอและปานได้รับเงินคนละกี่บาท

1. ทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา

.....

.....

.....

2. วางแผนแก้ปัญห

.....

.....

.....

.....

3.

.....

.....

.....

.....

.....

4.

.....

.....

.....

3. ในช่วงเวลาเท่ากัน แด้วขับรถได้ระยะทาง 80 กิโลเมตร ต่ายขับรถได้ระยะทาง 120
ถ้าต่ายขับรถด้วยอัตราเร็วที่เร็วกว่าแด้วอยู่ 20 กิโลเมตรต่อชั่วโมง อยากทราบว่า แด้วและต่าย
ขับรถด้วยอัตราเร็วเท่าไร

1. ทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา

.....

.....

.....

2. วางแผนแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

3.

.....

.....

.....

.....

.....

4.

.....

.....

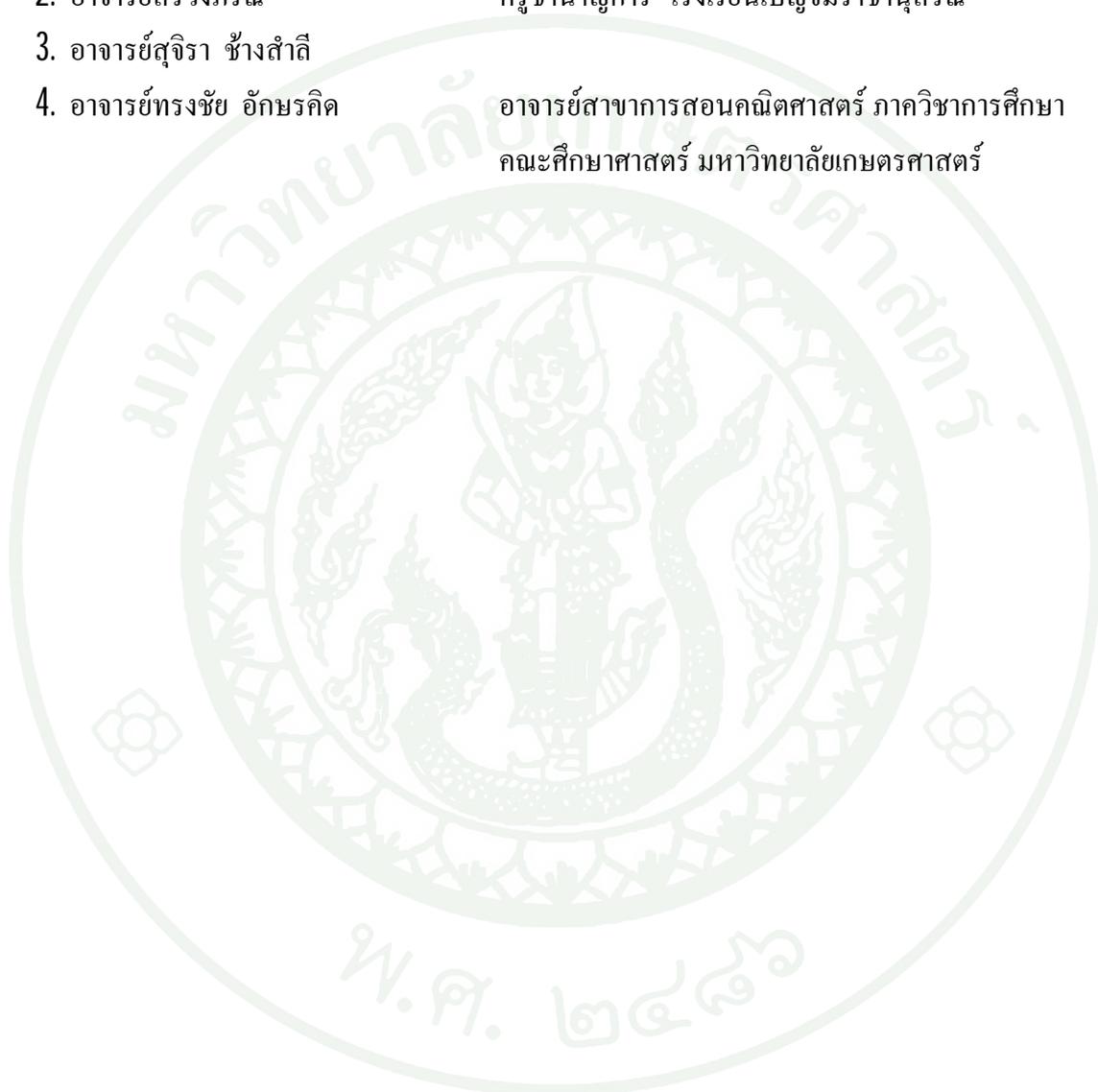
.....

.....



รายนามผู้เชี่ยวชาญ

1. อาจารย์มานัส ปรีมนวงศ์
2. อาจารย์สรวงกรณ์ ครูชำนาญการ โรงเรียนเบญจมราชานุสรณ์
3. อาจารย์สุจิรา ช้างสำลี
4. อาจารย์ทรงชัย อักษรคิด อาจารย์สาขาการสอนคณิตศาสตร์ ภาควิชาการศึกษา
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์



-
วัน เดือน ปี ที่เกิด

23

2526

ปีการศึกษา 2548

ปริญญาตรี ได้รับปริญญาศึกษาศาสตรบัณฑิต
สาขาการสอนคณิตศาสตร์ ภาควิชาการศึกษา
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

