



ใบรับรองวิทยานิพนธ์
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต (การสอนคณิตศาสตร์)

ปริญญา

การสอนคณิตศาสตร์	การศึกษา
สาขา	ภาควิชา
เรื่อง	การศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนมัธยมสาธิตวัดพระศรีมหาธาตุ มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร กรุงเทพมหานคร
	The Study of Effects in Organizing Mathematics Activities by Using a Concept Attainment Model on Mathematical Concepts and Learning Retention on “Sequence and Series” of Mathayomsuksa Five Students at Wat Prasimahadhad Secondary Demonstration School, Bangkok
นามผู้วิจัย	นางสาวอรพรรณ เลื่อนแป้น
ได้พิจารณาเห็นชอบโดย อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก	(รองศาสตราจารย์สิริพร ทิพย์คง, Ed.D.)
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม	(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชานนท์ จันทรา, ศษ.ด.)
หัวหน้าภาควิชา	(อาจารย์สิทธิกร สุมาลี, ศษ.ด.)

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์รับรองแล้ว

(รองศาสตราจารย์กาญจนา ชีระกุล, D.Agr.)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

วันที่ เดือน พ.ศ.

วิทยานิพนธ์

เรื่อง

การศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนมัธยมสาธิตวัดพระศรีมหาธาตุ มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร กรุงเทพมหานคร

The Study of Effects in Organizing Mathematics Activities by Using a Concept Attainment Model on Mathematical Concepts and Learning Retention on “Sequence and Series” of Mathayomsuksa Five Students at Wat Prasrimahadhad Secondary Demonstration School, Bangkok

โดย

นางสาวอรพรรณ เลื่อนแป้น

เสนอ

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
เพื่อความสมบูรณ์แห่งปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต (การสอนคณิตศาสตร์)

พ.ศ. 2555

อรพรรณ เลื่อนแป้น 2555: การศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนมัธยมสาธิตวัดพระศรีมหาธาตุ มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร กรุงเทพมหานคร ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต (การสอนคณิตศาสตร์) สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ภาควิชาการศึกษา อาจารย์ที่ปรึกษา วิทยานิพนธ์หลัก: รองศาสตราจารย์สิริพร ทิพย์คง, Ed.D. 115 หน้า

การวิจัยในครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) ศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ 2) ศึกษาความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์และ 3) ศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนมัธยมสาธิตวัดพระศรีมหาธาตุ มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2554 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 53 คน ที่ได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่มจากจำนวนนักเรียนทั้งหมด 3 ห้องเรียน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” จำนวน 9 แผน แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 และแบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” การวิเคราะห์ข้อมูลใช้การคำนวณค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ย ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน และสถิติทดสอบที

ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังการเรียนสูงกว่าก่อนการเรียน และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังการเรียนสูงกว่าเกณฑ์ 60% อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นักเรียนมีความคงทนในการเรียนรู้โดยมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในการทดสอบครั้งที่ 1 และครั้งที่ 2 หลังการเรียนไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ว่ามีความเหมาะสม

ลายมือชื่อนิติศิต

ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

Oraparn Luanpan 2012: The Study of Effects in Organizing Mathematics Activities by Using a Concept Attainment Model on Mathematical Concepts and Learning Retention on “Sequence and Series” of Mathayomsuksa Five Students at Wat Prasrimahadhad Secondary Demonstration School, Bangkok. Master of Education (Teaching Mathematics), Major Field: Teaching Mathematics, Department of Education. Thesis Advisor: Associate Professor Siriporn Thipkong, Ed.D. 115 pages.

The purposes of this research were 1) to study mathematics concepts before and after being taught by organizing mathematics activities using a concept attainment model 2) to study mathematics learning retention after being taught by organizing mathematics activities using a concept attainment model and 3) to study mathayomsuksa five students’ opinion toward concept attainment model.

The sample group was 53 mathayomsuksa five students of one classroom that was selected by cluster random sampling from 3 classrooms at Wat Prasrimahadhad Secondary Demonstration School in the second semester of the academic year 2011. The instruments in data collection consisted of 9 lesson plans on “Sequence and Series”, mathematics learning achievement tests on “Sequence and Series” of mathayomsuksa five, and students’ opinion questionnaire toward concept attainment model learning activities. Percentage, mean, standard deviation, and t-test were used for analyzing data.

The research findings revealed that the students had mathematics concepts after learning was higher than before learning and the mathematics learning achievement after learning was higher than 60% at .05 level significance. There was no difference between the first and the second mathematics learning retentions of mathematics learning achievement at .05 level significance and almost all students agreed that the concept attainment model learning activities were appropriate.

Student’s signature

Thesis Advisor’s signature

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์เล่มนี้สำเร็จได้อย่างสมบูรณ์ด้วยความกรุณาและความช่วยเหลือจาก
รองศาสตราจารย์ ดร.สิริพร ทิพย์คง ประธานที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ และผู้ช่วยศาสตราจารย์
ดร.ชานนท์ จันทรา กรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่ได้กรุณาให้คำแนะนำปรึกษา ตลอดจนแก้ไข
ข้อบกพร่องต่าง ๆ ด้วยความเอาใจใส่เป็นอย่างยิ่ง จึงขอกราบขอบพระคุณทั้งสองท่านเป็นอย่างสูง

ขอขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทรงชัย อักษรคิด ประธานการสอบ และ
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อรพรรณ ต้นบรรจง ผู้ทรงคุณวุฒิภายนอก ที่ได้คำแนะนำและข้อเสนอแนะที่
เป็นประโยชน์ต่อการวิจัย ทำให้การวิจัยในครั้งนี้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอขอบพระคุณ ดร.ชนิสวรา เกศอมรพงษ์ ดร.ต้องตา สมใจเพ็ง และ ดร. จรรยา ภูอุดม ที่
กรุณาเสียสละเวลาตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ให้คำแนะนำ แก้ไข ปรับปรุงจนเรียบร้อย
สมบูรณ์ซึ่งเป็นประโยชน์ต่องานวิจัยในครั้งนี้

ขอขอบพระคุณผู้อำนวยการ โรงเรียนมัธยมสาธิตวัดพระศรีมหาธาตุ มหาวิทยาลัยราชภัฏ
พระนคร อาจารย์ปกรชัย เมืองโคตร ที่ได้ให้คำแนะนำ คำปรึกษา และอำนวยความสะดวกในการ
เก็บรวบรวมข้อมูลในการวิจัย และขอขอบคุณนักเรียนที่ได้ให้ความร่วมมือในการดำเนินการทดลอง
และเก็บรวบรวมข้อมูลในการวิจัยเป็นอย่างดี

สุดท้ายขอขอบพระคุณ คุณพ่อสมพงษ์ คุณแม่สินี เลื่อนแป้น ที่คอยให้กำลังใจและให้การ
สนับสนุนให้ผู้วิจัยได้รับความสำเร็จในการศึกษาตลอดมา รวมทั้งครูอึ่ง ครูแจ้ ญาติพี่น้อง และเพื่อน
นิสิตปริญญาโทสาขาการสอนคณิตศาสตร์ทุกคนที่ให้ความช่วยเหลือ ให้คำปรึกษาและให้กำลังใจ
มาโดยตลอด

อรพรรณ เลื่อนแป้น
เมษายน 2555

สารบัญ

หน้า

สารบัญตาราง	(3)
สารบัญภาพ	(4)
บทที่ 1 บทนำ	1
ความสำคัญของปัญหา	1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย	3
ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	4
ขอบเขตของการวิจัย	4
นิยามศัพท์เฉพาะ	5
บทที่ 2 การตรวจเอกสาร	7
มโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	8
ความคงทนในการเรียน	20
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	31
สมมติฐานการวิจัย	33
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย	34
ประชากร	34
กลุ่มตัวอย่าง	34
เครื่องมือและขั้นตอนการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	34
การเก็บรวบรวมข้อมูล	38
การวิเคราะห์ข้อมูล	39
บทที่ 4 ผลการวิจัยและข้อวิจารณ์	42
ผลการวิจัย	42
ข้อวิจารณ์	47
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ	49
สรุปผลการวิจัย	49
ข้อเสนอแนะ	53

สารบัญ (ต่อ)

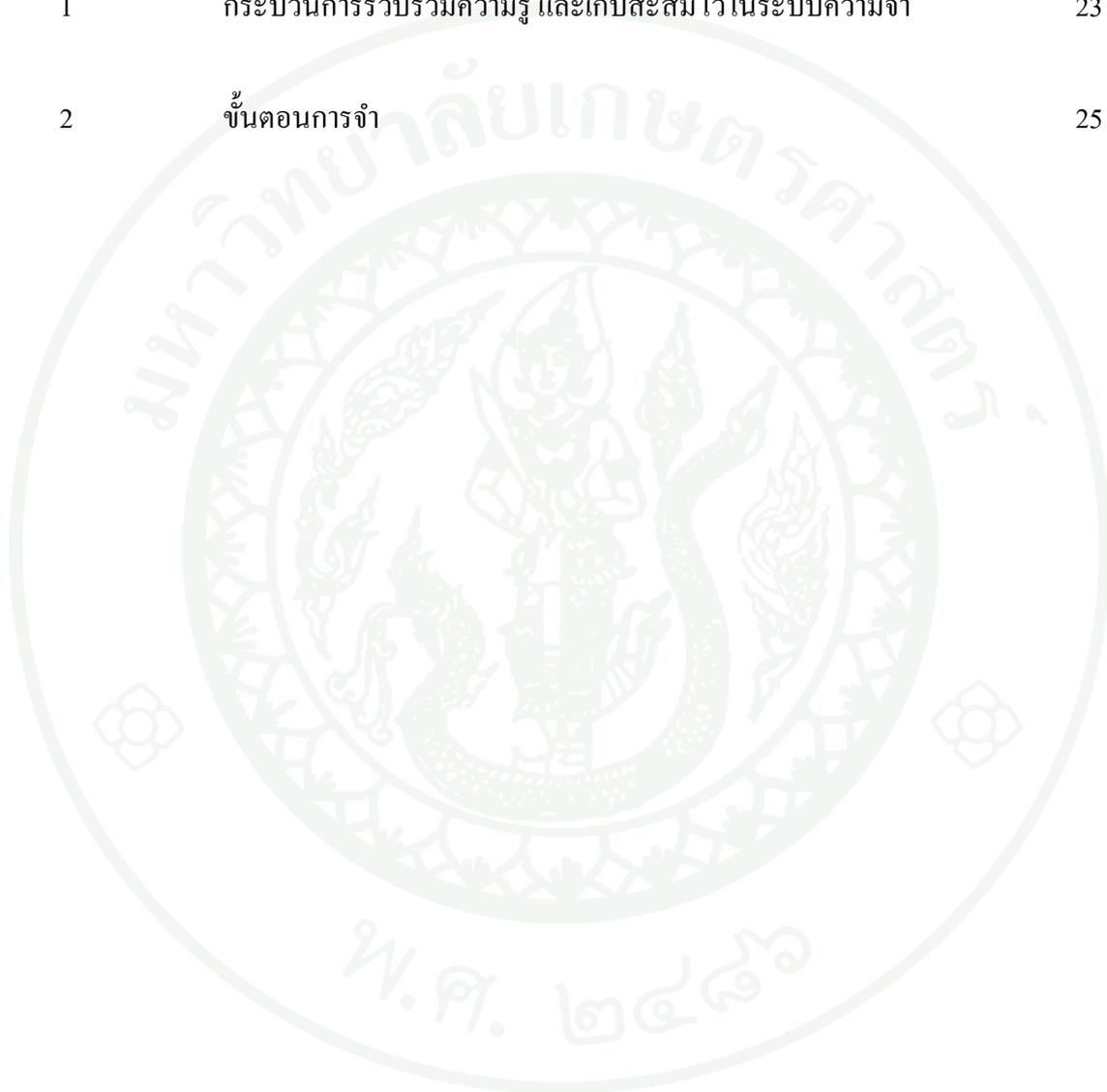
	หน้า
เอกสารและสิ่งอ้างอิง	56
ภาคผนวก	60
ภาคผนวก ก รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือการวิจัย	61
ภาคผนวก ข แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบ การสร้างมโนทัศน์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม”	63
ภาคผนวก ค ตารางวิเคราะห์ข้อสอบและแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม”	106
ภาคผนวก ง แบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัด กิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์	112
ประวัติการศึกษาและการทำงาน	115

สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
1	ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลัง ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ (คะแนนเต็ม 20 คะแนน)	43
2	ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” กับเกณฑ์ 60% (คะแนนเต็ม 20 คะแนน)	43
3	ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ในการทดสอบ ครั้งที่ 1 และครั้งที่ 2 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม”	44
4	ผลการสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม”	45
ตารางผนวกที่		
1	การวิเคราะห์ข้อสอบ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5	107

สารบัญภาพ

ภาพที่		หน้า
1	กระบวนการรวบรวมความรู้ และเก็บสะสมไว้ในระบบความจำ	23
2	ขั้นตอนการจำ	25



บทที่ 1

บทนำ

ความสำคัญของปัญหา

คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์ที่มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ ระเบียบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน รอบคอบ ช่วยให้การวางแผน ตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง และเหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี ตลอดจนศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำรงชีวิต และช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น มีความสมดุลทั้งทางร่างกาย จิตใจ สติปัญญา และอารมณ์ สามารถคิดเป็น ทำเป็น แก้ปัญหาเป็น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่น ได้อย่างมีความสุข (กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ, 2551)

หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 ได้กำหนดให้เห็นความสำคัญของการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และคุณภาพของผู้เรียนเมื่อเรียนจบแต่ละระดับชั้น แต่การเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ยังไม่บรรลุวัตถุประสงค์ของหลักสูตร จะเห็นได้จากผลคะแนนการสอบทางการศึกษาแห่งชาติขั้นพื้นฐาน (Ordinary National Educational Test: O-NET) ในปี พ.ศ. 2552 พบว่า ค่าเฉลี่ยคะแนนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มัธยมศึกษาปีที่ 3 และมัธยมศึกษาปีที่ 6 เท่ากับ 35.88, 26.05 และ 28.56 ตามลำดับ แต่ในปี พ.ศ. 2553 พบว่า ค่าเฉลี่ยคะแนนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มัธยมศึกษาปีที่ 3 และมัธยมศึกษาปีที่ 6 เท่ากับ 34.85, 24.18 และ 14.99 ตามลำดับ (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ, 2553) ซึ่งคะแนนลดลงและต่ำกว่าร้อยละ 50 แสดงให้เห็นว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนตกต่ำอย่างมาก

การที่ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนอยู่ในระดับต่ำ อาจเกิดมาจากหลายสาเหตุ ซึ่งสาเหตุหนึ่งมาจากครูยังใช้วิธีการสอนแบบเดิม คือครูเป็นผู้บอกและให้นักเรียนท่องจำมากกว่าการให้นักเรียนทำความเข้าใจ ทำให้นักเรียนไม่เข้าใจเนื้อหาเรื่องนั้นอย่างแท้จริงและไม่มีมโนทัศน์ในเรื่องนั้น ดังที่ อัมพร ม้าคนอง (2547: 62) ได้กล่าวว่า “การสอนคณิตศาสตร์โดยทั่วไปนั้น ผู้สอนจะเป็นผู้วางแผนว่าจะสอนมโนทัศน์อะไรให้กับผู้เรียน จากนั้นจะสอนมโนทัศน์นั้นด้วยการอธิบาย แล้วให้ตัวอย่างที่หลากหลายตามนิยามหรือมโนทัศน์ที่สอน เพื่อให้ผู้เรียนทำแบบฝึกหัดหรือโจทย์ที่มีลักษณะคล้ายตัวอย่างได้ วิธีนี้แม้เป็นที่นิยมใช้ แต่ก็มีข้อจำกัดตรงที่จำกัดกรอบ

ความคิดของผู้เรียนให้อยู่กับเฉพาะกรอบที่ผู้สอนเตรียมมา ทำให้ผู้เรียนมีแนวคิดและมุมมองไม่กว้างพอ”

การสอนเพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจและมีมโนทัศน์ในสิ่งที่เรียนนั้นมีความสำคัญมากสำหรับการเรียนการสอนในทุกระดับ ซึ่งการสร้างมโนทัศน์เป็นกระบวนการที่เน้นการคิดของนักเรียน ครูจะต้องวางแผนการสอนอย่างเป็นระบบ โดยอาจสร้างสถานการณ์หรือประเด็นเพื่อให้นักเรียนวิเคราะห์และตอบสนองเพื่อนำไปสู่การสร้างมโนทัศน์ที่ต้องการ ซึ่งกระบวนการสร้างมโนทัศน์จะส่งเสริมให้นักเรียนเข้าใจว่ามโนทัศน์นั้นคืออะไร เกิดขึ้นได้อย่างไร ส่งเสริมให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับมโนทัศน์นั้นในลักษณะที่ซับซ้อนขึ้น และส่งเสริมให้นักเรียนเชื่อมโยงประสบการณ์กับข้อมูลที่มีอยู่ในที่สุคนักเรียนก็จะได้มโนทัศน์จากการสร้างความหมายในมโนทัศน์นั้นด้วยตนเอง (อัมพร ม้าคอง, 2547: 63)

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้นสามารถทำได้หลายวิธี แต่มีรูปแบบหนึ่งที่สามารถนำมาประยุกต์ใช้ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ได้ ซึ่งเป็นแนวคิดของ Lasley and Matczynski (1997 อ้างใน อัมพร ม้าคอง, 2547: 65) โดยมีขั้นตอน 5 ขั้นตอนดังนี้

- ขั้นที่ 1 การกำหนดมโนทัศน์ (Concept Identification)
- ขั้นที่ 2 การให้ตัวอย่าง (Exemplar Identification)
- ขั้นที่ 3 การตั้งสมมติฐาน (Hypothesizing)
- ขั้นที่ 4 การสรุป (Closure)
- ขั้นที่ 5 การนำไปใช้ (Application)

จากขั้นตอนดังกล่าวจะเห็นได้ว่า รูปแบบการสร้างมโนทัศน์นี้เป็นกระบวนการที่ค่อยเป็นค่อยไปและต่อเนื่อง สามารถแยกแยะแนวคิดต่าง ๆ และขยายจากตัวอย่างเฉพาะไปสู่ประเภทของมโนทัศน์ที่กว้างขึ้น และเป็นการจัดโครงสร้างทางความคิดเพื่อสรุปเป็นมโนทัศน์และนำไปใช้ต่อไป

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์นี้ เป็นการจัดการเรียนการสอนที่นักเรียนสามารถสร้างมโนทัศน์ได้ด้วยตนเอง และครูใช้วิธีการสอนแบบอุปนัยโดยให้นักเรียนสังเกตตัวอย่าง ตั้งสมมติฐาน จนสรุปเป็นมโนทัศน์ได้ด้วยตนเอง ซึ่งการเรียนการสอนแบบอุปนัยจะพัฒนาความเข้าใจมโนทัศน์อย่างต่อเนื่อง และมโนทัศน์นั้นจะคงอยู่ได้ยาวกว่าการใช้การสอนแบบนินัย (อัมพร ม้าคอง, 2547: 67) ดังนั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้าง

มโนทัศน์ อาจส่งผลให้นักเรียนมีความคงทนในการเรียน ซึ่งความคงทนในการเรียนเป็นการคงไว้ซึ่งผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหรือความสามารถในการระลึกถึงสิ่งที่เคยเรียนมาหรือมีประสบการณ์มาก่อน หลังจากทิ้งระยะไปช่วงหนึ่ง

จากงานวิจัยของเวชฤทธิ์ อังณะภัทรขจร (2547) ที่ได้สังเคราะห์งานวิจัยเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ พบว่า เรื่องลำดับและอนุกรมเป็นเรื่องหนึ่งในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ที่นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทั้งสิ้นด้าน ได้แก่ ด้านการตีความจากโจทย์ ด้านการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ บทนิยาม สมบัติ ด้านการคิดคำนวณ และด้านการตรวจสอบการแก้ปัญหา ด้วยเหตุนี้และความสำคัญของมโนทัศน์ดังกล่าวข้างต้น ผู้วิจัยจึงสนใจศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” เพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนให้ถูกต้อง

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ดังนี้

1. เพื่อศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนมัธยมสาธิตวัดพระศรีมหาธาตุ มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร
2. เพื่อศึกษาความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์หลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนมัธยมสาธิตวัดพระศรีมหาธาตุ มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร
3. เพื่อศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนมัธยมสาธิตวัดพระศรีมหาธาตุ มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. เป็นแนวทางสำหรับครูคณิตศาสตร์ ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น
2. เป็นแนวทางสำหรับการค้นคว้าและวิจัยเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ในระดับชั้นอื่น ๆ

ขอบเขตของการวิจัย

1. ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนมัธยมสาธิต วัดพระศรีมหาธาตุ มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร กรุงเทพมหานคร
2. กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนมัธยมสาธิต วัดพระศรีมหาธาตุ มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2554 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 53 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (cluster random sampling) จากจำนวนนักเรียนทั้งหมด 3 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 165 คน
3. สารการเรียนรู้ที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551
4. ระยะเวลาที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ใช้เวลา 11 คาบ ทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 2 คาบ และทดสอบวัดความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ 1 คาบ รวมทั้งหมด 14 คาบ คาบละ 50 นาที ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2554

คาบที่ 1	ทดสอบก่อนเรียน (pre-test)
คาบที่ 2	ลำดับ
คาบที่ 3	ลำดับเลขคณิต
คาบที่ 4	การประยุกต์ลำดับเลขคณิต
คาบที่ 5	ลำดับเรขาคณิต
คาบที่ 6	การประยุกต์ลำดับเรขาคณิต
คาบที่ 7	อนุกรม

คาบที่ 8	การใช้สัญลักษณ์แทนการบวก (Σ)
คาบที่ 9	อนุกรมเลขคณิต
คาบที่ 10	การประยุกต์อนุกรมเลขคณิต
คาบที่ 11	อนุกรมเรขาคณิต
คาบที่ 12	การประยุกต์อนุกรมเรขาคณิต
คาบที่ 13	ทดสอบหลังเรียน (post-test)
คาบที่ 14	ทดสอบความคงทนในการเรียน

5. ตัวแปรที่ศึกษาวิจัยในครั้งนี้ ได้แก่

5.1 ตัวจัดกระทำ คือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์

5.2 ตัวแปรตาม ประกอบด้วย

5.2.1 มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

5.2.2 ความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์

5.2.3 ความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์

นิยามศัพท์เฉพาะ

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อพัฒนานักเรียนให้มีความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ของ Lasley and Matczynski (1997 อ้างใน อัมพร ม้าคอง, 2547: 65) โดยประกอบด้วย 5 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 การกำหนดมโนทัศน์ (Concept Identification) ครูเลือกมโนทัศน์ที่ต้องการให้นักเรียนเรียนรู้ โดยได้มาจากหนังสือแบบเรียน คำอธิบายรายวิชา หรือจากการวิเคราะห์เนื้อหาที่จะสอน

ขั้นที่ 2 การให้ตัวอย่าง (Exemplar Identification) เมื่อเลือกมโนทัศน์ในขั้นที่ 1 แล้ว ครูจะให้ตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์กับนักเรียน ซึ่งตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ต้องชัดเจนและเฉพาะเจาะจง เพื่อให้ให้นักเรียนเห็นถึงลักษณะที่สำคัญของมโนทัศน์ได้ ตัวอย่างที่ให้ต้องมีจำนวนมากพอที่จะให้นักเรียนแยกแยะลักษณะที่สำคัญของมโนทัศน์ได้

ขั้นที่ 3 การตั้งสมมติฐาน (Hypothesizing) ครูจะใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนบอกลักษณะทั่วไปของมโนทัศน์ คือ เมื่อนักเรียนสังเกตตัวอย่างและตั้งสมมติฐานแล้ว ครูอาจเพิ่มตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์ให้อีก เพื่อช่วยให้นักเรียนตั้งสมมติฐานได้ใกล้เคียงกับความจริงมากขึ้นหรือเพื่อกำจัดสมมติฐานที่เป็นเท็จออกไปได้

ขั้นที่ 4 การสรุป (Closure) ครูจะเป็นผู้ทบทวนสมมติฐานที่ได้จากขั้นที่ 3 เพื่อให้นักเรียนช่วยกันคิดหาข้อสรุปลักษณะของมโนทัศน์และชื่อของมโนทัศน์ ขั้นนี้เปรียบเสมือนเป็นขั้นสังเคราะห์รายละเอียดเพื่อนำไปสู่ความเข้าใจที่ลึกซึ้ง

ขั้นที่ 5 การนำไปใช้ (Application) นักเรียนจะใช้ความเข้าใจในมโนทัศน์ที่ได้จากขั้นที่ 4 ไปใช้ในการเรียนรู้และแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดสำคัญและความเข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม อันเนื่องมาจากการสังเกตหรือได้รับประสบการณ์ในการเรียนรู้จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ ซึ่งมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในที่นี้สามารถวัดได้จากผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

ความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการระลึกถึงสิ่งที่ได้รับจากการเรียน หรือประสบการณ์ที่เคยได้รับมาก่อน ซึ่งความสามารถนี้วัดได้จากการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ระหว่างครั้งที่ 1 และครั้งที่ 2 โดยครั้งที่ 2 เว้นระยะห่าง 3 สัปดาห์ หลังจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ครั้งที่ 1 ข้อสอบเป็นฉบับเดียวกันและใช้เวลาทำเดิมในการทำแบบทดสอบ

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ คือ คะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

บทที่ 2

การตรวจเอกสาร

การวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยได้ตรวจสอบเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ซึ่งประกอบด้วย

1. มโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
 - 1.1 ความหมายของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
 - 1.2 ความสำคัญของการสร้างมโนทัศน์
 - 1.3 ประเภทของมโนทัศน์
 - 1.4 กระบวนการสร้างมโนทัศน์
 - 1.5 ทฤษฎีและหลักการการเรียนรู้มโนทัศน์
 - 1.6 รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อให้เกิดมโนทัศน์
 - 1.7 การประเมินผลการเรียนรู้มโนทัศน์
2. ความคงทนในการเรียน
 - 2.1 ความหมายของความคงทนในการเรียน
 - 2.2 ความหมายของการจำ
 - 2.3 กระบวนการของการจำและระบบความจำ
 - 2.4 ปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อการจำ
 - 2.5 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความคงทนในการเรียน
 - 2.6 การวัดความคงทนในการเรียน
3. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
 - 3.1 งานวิจัยในประเทศ
 - 3.2 งานวิจัยต่างประเทศ

มโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ความหมายของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

มโนทัศน์ (Concept) มีความหมายเช่นเดียวกับคำว่า ความคิดรวบยอด สังกัป มโนภาพ มโนคติ ซึ่งความหมายของมโนทัศน์ได้มีนักวิชาการและนักการศึกษาหลายท่านทั้งในประเทศและต่างประเทศได้ให้ความหมายไว้ดังนี้

ปริยาพร วงศ์อนุตรโรจน์ (2548: 120) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์เป็นผลสรุปจากการรับรู้ของเราที่มีต่อสิ่งเร้าที่มีคุณลักษณะต่าง ๆ ร่วมกันอยู่ เป็นการรวบรวมสิ่งที่มีลักษณะคล้ายคลึงกันเข้ามารวมกันเป็นรูปแบบอันเดียวกัน

สุรางค์ ไข้วตระกูล (2552: 327) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์เป็นคำที่เป็นนามธรรม ใช้แทนสัตว์ วัตถุ หรือสิ่งของที่ได้จัดไว้ในจำพวกเดียวกัน โดยถือลักษณะที่สำคัญหรือวิฤตเป็นเกณฑ์

De Cecco (1974 อ้างใน ปริยาพร วงศ์อนุตรโรจน์, 2548: 119) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์เป็นกลุ่มของเหตุการณ์ หรือสิ่งแวดล้อมที่มีลักษณะบางประการหรือหลายประการร่วมกันอยู่ สิ่งแวดล้อมและเหตุการณ์ ได้แก่ วัตถุสิ่งของ สิ่งมีชีวิต ตลอดจนสภาพดินฟ้าอากาศและอื่น ๆ

Page (1977 อ้างใน ปริยาพร วงศ์อนุตรโรจน์, 2548: 119) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ลักษณะของสิ่งของหรือเหตุการณ์โดยกระบวนการรับรู้ การจัดลำดับชั้น และการแยกประเภทโดยการแสดงออกทางภาษาที่เป็นสัญลักษณ์

จากความหมายของมโนทัศน์ สามารถสรุปได้ว่า มโนทัศน์ หมายถึงความคิดสำคัญและความเข้าใจในเรื่องใดเรื่องหนึ่ง ซึ่งเกิดจากการสังเกตหรือการได้รับประสบการณ์ โดยสามารถจัดกลุ่มสิ่งที่มีลักษณะเดียวกันเข้าด้วยกัน และจำแนกสิ่งที่แตกต่างกันออกจากกันได้

สำหรับความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ได้มีนักวิชาการและนักการศึกษาทั้งในประเทศและต่างประเทศได้ให้ความหมายไว้ดังนี้

อัมพร ม้าคนอง (2547: 5) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดนามธรรมที่ทำให้มนุษย์สามารถแยกแยะวัตถุหรือเหตุการณ์ว่าเป็นตัวอย่างหรือไม่เป็นตัวอย่างของความคิดที่เป็นนามธรรมนั้น ตัวอย่างของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เช่น มโนทัศน์ของการเท่ากัน มโนทัศน์เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม

Toumasis (1995: 98) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นความคิดขั้นสุดท้ายเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่เกิดจากการเรียนรู้ของนักเรียนที่มีต่อสิ่งเร้า โดยนักเรียนสามารถแยกประเภทของสิ่งเร้าที่มีความสัมพันธ์และไม่สัมพันธ์กันได้

จากความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิด ความเข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้จากการเรียนรู้ โดยนักเรียนสามารถสรุปออกมาเป็นบทนิยามหรือความหมายของเรื่องนั้นได้

ความสำคัญของการสร้างมโนทัศน์

การที่นักเรียนเกิดมโนทัศน์ในเนื้อหาอื่น ๆ ย่อมมีความสำคัญต่อการเรียนรู้มโนทัศน์สิ่งใหม่ที่มีลักษณะเชื่อมโยงกัน สามารถนำความรู้ที่ได้ไปใช้แก้ปัญหาในเรื่องอื่น ๆ ดังนั้นการสอนให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์จึงมีความสำคัญ ดังที่นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ดังนี้

ศิริวรรณ ศรีพหล (2536: 183) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์มีความสำคัญ ถ้าครูสอนแต่ข้อเท็จจริงโดยให้นักเรียนจดจำรายละเอียดของข้อมูลจะทำให้เกิดความยุ่งยากในการทำความเข้าใจมโนทัศน์ ดังนั้นมโนทัศน์จะทำให้นักเรียนสามารถประยุกต์ความรู้ที่ได้รับไปสู่ความรู้ใหม่ได้ ซึ่งจะเป็นรากฐานของการเรียนรู้ในระดับสูงต่อไป การเรียนรู้ข้อสรุปหลักการ การเรียนรู้การแก้ปัญหา ความคิดสร้างสรรค์ จัดเป็นการเรียนรู้ในขั้นสูงที่ต้องอาศัยความรู้ในขั้นมโนทัศน์เกือบทั้งหมด

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์ (2546: 58) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์มีความสำคัญมากในการกำหนดความเป็นมนุษย์ เพราะมโนทัศน์มีหน้าที่ในการทำความเข้าใจและใช้เหตุผล โดยทำหน้าที่สำคัญมีดังนี้ สมองจะกำหนดมโนทัศน์ที่เกี่ยวกับเรื่องต่าง ๆ เป็นกรอบต้นแบบ หรือ โครงร่างคร่าว ๆ ของสิ่งนั้น เพื่อให้เกิดความเข้าใจว่าสิ่งนั้นคืออะไร ประกอบด้วยอะไร กรอบความคิดต่าง ๆ จะกลายเป็นสิ่งที่เรียกว่า ข้อสมมติ หรือการคาดเดาว่าน่าจะเป็นสิ่งนั้น สิ่งนี้ เรื่องนั้น เรื่องนี้ ในสิ่งที่มองไม่เห็นแต่พอจะเข้าใจ เพราะมีมโนทัศน์เกี่ยวกับเรื่องนั้นอยู่

Ausubel (1968: 505) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์เป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการดำเนินชีวิตในสังคม เนื่องจากพฤติกรรมของมนุษย์ไม่ว่าจะเป็นด้านความคิด การสื่อความหมายระหว่างกัน การแก้ปัญหา การตัดสินใจ ล้วนต้องผ่านเครื่องกรองที่เป็นมโนทัศน์มาก่อนทั้งสิ้น

จากความคิดเห็นเกี่ยวกับความสำคัญของมโนทัศน์สามารถสรุปได้ว่า มโนทัศน์มีความสำคัญต่อการเรียนการสอน เพราะเป็นรากฐานของความคิด ช่วยในการตั้งกฎเกณฑ์ หลักการต่าง ๆ และสามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหา นอกจากนี้ยังช่วยให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาที่เรียนได้อย่างมีความหมาย

ประเภทของมโนทัศน์

มโนทัศน์สามารถจำแนกได้หลายลักษณะ ขึ้นอยู่กับว่าจะใช้เกณฑ์ใดในการจำแนก จากการศึกษาพบว่านักการศึกษาได้แบ่งประเภทของมโนทัศน์ไว้ดังนี้

ประยูร อาษานาม (2537: 21) ได้แยกมโนทัศน์ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. มโนทัศน์เกี่ยวกับคุณสมบัติ เป็นการจำแนกสิ่งต่าง ๆ ตามขนาด รูปร่าง และสี โดยคนเราสามารถรับรู้และสัมผัสได้
2. มโนทัศน์เกี่ยวกับปริมาณ เป็นเรื่องของนามธรรม เช่น จำนวนและการนับ เป็นต้น

วิไลวรรณ ตรีศรี ชะนะมา (2537: 49) ได้กล่าวว่า มโนทัศน์ในแต่ละวิชานั้นอาจไม่เหมือนกัน แต่สรุปได้เป็น 3 ประเภท ดังนี้

1. ประเภทที่แบ่งตามธรรมชาติ ได้แก่ ความเป็นนามธรรม จำนวนสมาชิกกลุ่มและการสรุปความแคบ ความกว้าง
2. ประเภทที่แบ่งตามโครงสร้าง ได้แก่ ลักษณะเดิมที่ปรากฏ การแสดงความสัมพันธ์เกี่ยวกับขนาด ที่ตั้ง และทิศทาง
3. ประเภทที่แบ่งตามหน้าที่ ได้แก่ การตอบสนองต่อสิ่งของ เหตุการณ์ หรือพฤติกรรมที่เกิดจากเหตุการณ์นั้น

สุวัฒนา เอี่ยมอรพรรณ (2549: 33) ได้จำแนกประเภทโน้ตส์ไว้ 2 ประเภท ดังนี้

1. มโนทัศน์ที่เกิดขึ้นเองตามธรรมชาติ ซึ่งมีทั้งนามธรรมและรูปธรรม เช่น ทะเล ลม พืช สัตว์ เป็นต้น
2. มโนทัศน์ที่มนุษย์กำหนดหรือประดิษฐ์ขึ้น เช่น ความดี ความชั่ว ความสวย โຕ้ะ เก้าอี้ เป็นต้น

Russell (1956: 124-125) ได้จำแนกมโนทัศน์เป็น 8 ประเภท ดังนี้คือ

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ คือ มโนทัศน์ที่เกี่ยวกับจำนวนตัวเลข การวัด ซึ่งเกิดขึ้นอยู่เสมอในชีวิตประจำวัน
2. มโนทัศน์เรื่องเวลา เช่น เช้า สาย บ่าย เย็น กลางคืน กลางวัน และฤดูกาลต่าง ๆ
3. มโนทัศน์ทางวิทยาศาสตร์ เป็นมโนทัศน์ที่ประกอบด้วย มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ มโนทัศน์ในเรื่องเวลาและมิติ เพราะวิทยาศาสตร์ขึ้นอยู่กับเวลาที่แน่นอนของเวลา มิติ น้ำหนัก และปรากฏการณ์อื่น ๆ
4. มโนทัศน์เกี่ยวกับตนเอง คือ การที่บุคคลมีความคิดว่าตัวเองเป็นอะไร เป็นใคร เป็นอย่างไร
5. มโนทัศน์ทางสังคม เช่น ความสัมพันธ์ระหว่างบุคคล ชุมชน ประชาธิปไตย ศิลธรรม และพฤติกรรมต่าง ๆ ที่แสดงออกมา
6. มโนทัศน์ทางสุนทรียภาพ มีความสัมพันธ์กับมโนทัศน์ที่เกี่ยวข้องกับความสวยงามและขึ้นกับมโนทัศน์ทางสังคม เช่น สุนทรียภาพทางดนตรี
7. มโนทัศน์เกี่ยวกับความซับซ้อน มีพัฒนาการอยู่ในขอบเขตของสังคม บางสิ่งเป็นเรื่องที่ซับซ้อนของสังคมหนึ่ง แต่อาจไม่ซับซ้อนในอีกสังคมหนึ่งก็ได้
8. มโนทัศน์เกี่ยวกับเรื่องอื่น ๆ เช่น ความตาย เพศ สงคราม เป็นต้น

Del Mar (1971 อ้างใน ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์, 2548: 122) ได้จำแนกมโนทัศน์เป็น 3 ประเภท ดังนี้

1. มโนทัศน์ที่มีลักษณะร่วมกัน (Superordinate Concepts) เป็นมโนทัศน์ที่แทนคุณลักษณะร่วมระหว่างสิ่งของ เช่น เด็กที่จัดกลุ่มมะม่วง ขนุน กัลยง แอปเปิ้ลเข้าด้วยกัน ภายใต้ชื่อรวมว่า “ผลไม้” แสดงว่าเขากำลังใช้มโนทัศน์ที่มีลักษณะร่วมกัน
2. มโนทัศน์ที่เป็นเชิงสัมพันธ์ (Relational Concepts) ได้แก่ มโนทัศน์ที่อาศัยปฏิสัมพันธ์ระหว่างสมาชิก หรือส่วนประกอบของกลุ่ม เป็นลักษณะของการจัดกลุ่ม เช่น ไม้ขีดไฟ บุหรี่ เพราะการใช้ไม้ขีดไฟเพื่อจุดบุหรี่สูบ เหล่านี้คือตัวอย่างของมโนทัศน์ที่เป็นเชิงสัมพันธ์
3. มโนทัศน์ที่เป็นเชิงวิเคราะห์ (Analytical Concepts) คือ มโนทัศน์ที่วางอยู่บนพื้นฐานของคุณลักษณะที่สังเกตได้ เช่น กลุ่มที่จัดสัตว์สี่เท้าเข้าด้วยกัน

De Cecco (1974 อ้างใน ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์, 2548: 121) ได้จำแนกมโนทัศน์เป็น 3 ประเภท คือ

1. มโนทัศน์ชนิดสังเคราะห์ (Conjunctive Concepts) คือ มโนทัศน์ตั้งแต่ 2 ลักษณะขึ้นไป และเกิดจากการมีส่วนร่วมของลักษณะใหญ่ (Attributes) เช่น สมุดสีเขียวเป็นการรวมของสมุดและสีเขียว โดยสิ่งของต่าง ๆ ที่พบมักจะมีลักษณะร่วมกันในด้านสี รูปร่าง และขนาด เป็นต้น
2. มโนทัศน์ชนิดแยกลักษณะ (Disjunctive Concepts) เป็นการคิดรวบยอดที่เปิดโอกาสให้ตัดสินใจเลือกเอาอย่างใดอย่างหนึ่ง หรือทั้งสองอย่างรวมกัน เช่น “สไตรค์” อาจแทนมโนทัศน์ของการนัดหยุดงาน หรือแทนมโนทัศน์ของการขว้างลูกบอลออกไป
3. มโนทัศน์ชนิดสัมพันธ์ (Relation Concepts) เป็นมโนทัศน์ที่เกิดจากความสัมพันธ์กันระหว่างลักษณะเฉพาะของมโนทัศน์ เช่น มโนทัศน์ของระยะทาง ซึ่งเกิดจากความสัมพันธ์กันระหว่างจุดสองจุด หรือมโนทัศน์ของทิศทางซึ่งเป็นความสัมพันธ์กันระหว่างจุดสองจุดกับการเคลื่อนที่จากจุดหนึ่งไปยังจุดหนึ่ง

จากประเภทของมโนทัศน์ที่กล่าวมาสรุปได้ว่า มโนทัศน์นั้นสามารถจำแนกเป็นประเภทต่าง ๆ ได้ โดยพิจารณาจากลักษณะทั่วไปและลักษณะเฉพาะที่เป็นส่วนประกอบของลักษณะ หรือความสัมพันธ์ที่ร่วมกันของสิ่งที่ต้องการจำแนก ซึ่งการจำแนกมโนทัศน์นั้นเกิดขึ้นได้จากประสบการณ์หรือแนวคิดของแต่ละบุคคลที่จะใช้เป็นเกณฑ์ในการจำแนก

กระบวนการสร้างมโนทัศน์

ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์ (2548: 124) ได้กล่าวว่า กระบวนการสร้างมโนทัศน์เป็นกระบวนการทางจิตใจ ซึ่งจะต้องประกอบด้วยการรับรู้ ความจำ การคิดหาเหตุผล และการจัดระเบียบของความคิดให้เป็นหมวดหมู่ ดังนั้น นักเรียนจะต้องได้รับความรู้ต่าง ๆ ผ่านการสัมผัสของอวัยวะรับสัมผัส และระบบประสาทส่วนกลางเป็นผู้ทำหน้าที่จัดระเบียบ แยกแยะความแตกต่าง และเลือกความรู้ที่เข้าสู่สมอง ทำให้เกิดการรับรู้ขึ้นภายหลัง การรับรู้ช่วยให้เกิดการแยกแยะความแตกต่าง และสรุปรวบยอดได้

กระบวนการสร้างมโนทัศน์จึงต้องอาศัยการพัฒนาเป็นลำดับขั้นต่อเนื่องกัน และเป็นกระบวนการที่สลับซับซ้อน บางครั้งการสร้างมโนทัศน์อาจมีเพียงการรวบยอด และนำไปสู่ขั้นสรุปความเหมือนได้ ทั้งนี้เนื่องมาจากสาเหตุดังนี้

1. การเห็นความสัมพันธ์ของเหตุการณ์
2. การเชื่อมโยงไปหาสิ่งที่เกี่ยวข้อง
3. การวิเคราะห์ส่วนละเอียดของสิ่งเรานั้น
4. การรับรู้ในส่วนของเหตุการณ์หรือสิ่งเร้าที่เปลี่ยนแปลงไป
5. การเข้าใจและหาทางที่จะตอบสนองต่อสิ่งเรานั้น
6. การตั้งสมมติฐานและทดสอบสมมติฐาน

ศุรางค์ ไคว์ตระกูล (2552: 328) ได้กล่าวถึงกระบวนการเรียนรู้มโนทัศน์ของนักจิตวิทยา Klausmeier กับผู้ร่วมงานที่ได้ทำการศึกษาการเรียนรู้มโนทัศน์ ซึ่งได้แบ่งขั้นกระบวนการเรียนรู้มโนทัศน์ออกเป็น 4 ขั้น คือ

1. กระบวนการเรียนรู้ขั้นรูปธรรม
2. กระบวนการเรียนรู้ขั้นเหมือน
3. กระบวนการเรียนรู้ขั้นที่จะสามารถแบ่งสิ่งต่าง ๆ เป็นจำพวกที่มีคุณลักษณะเฉพาะเหมือนกัน
4. กระบวนการเรียนรู้ขั้นที่เป็นแบบแผน

McDonald (1959: 105) มีความคิดเห็นเกี่ยวกับการสร้างมโนทัศน์ว่า นักเรียนจะต้องผ่านกระบวนการดังต่อไปนี้

1. การแยกแยะ คือ นักเรียนจะต้องสามารถแยกความแตกต่างได้ เช่น แยกอ่าวออกจากแม่น้ำ มหาสมุทร หรืออื่น ๆ ได้
2. การสรุปนัยทั่วไป คือ นักเรียนจะต้องนึกถึงลักษณะของสิ่งนั้นและสามารถเชื่อมโยงให้เข้ากับสิ่งอื่น ๆ ได้ เช่น เชื่อมโยงอ่าวที่นักเรียนเรียนกับอ่าวอื่น ๆ ได้

Ausubel and Sullivan (1970 อ้างใน ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์, 2548: 125) ได้สรุปกระบวนการสร้างมโนทัศน์ดังนี้

1. วิเคราะห์และแยกแยะความแตกต่างของกระบวนการสิ่งเร้า
2. ตั้งสมมติฐาน โดยพิจารณาลักษณะร่วมของส่วนย่อยในการรวบยอดสิ่งนั้น
3. ทดสอบสมมติฐานที่สร้างขึ้นในสถานการณ์หนึ่ง ๆ
4. เลือกข้อสมมติฐานที่สามารถรวมกลุ่มสิ่งเร้า ซึ่งมีลักษณะบางประการร่วมกันได้
5. หาลักษณะจำเพาะของสิ่งเร้ามาสัมพันธ์กับแนวคิดของตน แยกแยะความแตกต่างระหว่างความคิดรวบยอดที่รับมาใหม่กับความคิดรวบยอดเดิมที่มีอยู่แล้วเพื่อหาความสัมพันธ์กัน
6. สรุปนัยทั่วไปซึ่งเป็นลักษณะเฉพาะของความคิดรวบยอดใหม่ให้ครอบคลุมส่วนย่อยทั้งหมดในกลุ่ม
7. หาสัญลักษณ์ทางภาษา แทนความคิดรวบยอดใหม่ที่รับมา

จากกระบวนการสร้างมโนทัศน์ดังกล่าว สรุปได้ว่า เมื่อพบกับสิ่งเร้า บุคคลจะเกิดการรับรู้ เมื่อรับรู้แล้วก็จะนำไปเก็บไว้ในความจำ เมื่อได้รับรู้กลุ่มของสิ่งเร้าใดมาก ความจำเกี่ยวกับสิ่งเร้านั้นก็จะมามากขึ้น ก็จะเกิดการคิดหาเหตุผล มีการประสมประสานกันระหว่างการรับรู้ ความจำ และความคิดเห็นเกี่ยวกับสิ่งนั้น การมองเห็นความแตกต่างของกลุ่มสิ่งเร้านั้น ๆ ว่าต่างไปจากกลุ่มของสิ่งเร้าอื่นอย่างไร และสรุปรวบยอดลักษณะกลุ่มของสิ่งเร้านั้นว่าคล้ายคลึงกับสิ่งเร้าประเภทเดียวกันในด้านใดบ้าง

ทฤษฎีและหลักการการเรียนรู้โมทัศน์

สิริพร ทิพย์คง (2553: 26) ได้กล่าวถึงทฤษฎีการพัฒนาการเรียนรู้ของ Piaget ซึ่งเป็นทฤษฎีในด้านความรู้ ความเข้าใจ โดยแบ่งพัฒนาการของเด็กเป็นขั้นต่าง ๆ ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหว นับตั้งแต่แรกเกิดจนถึงขวบครึ่ง ซึ่งเป็นช่วงระยะเวลาก่อนการพูด ก่อนการรับรู้สัญลักษณ์ ในช่วงระยะเวลานี้เด็กแสดงอาการคลุ้มคลั่ง จับ ในระยะแรกไม่สามารถจับต้องได้ แต่ในระยะต่อมาเด็กจะจับต้องสิ่งของได้

ขั้นที่ 2 ขั้นเตรียมปฏิบัติการ เริ่มตั้งแต่อายุขวบครึ่งหรือสองขวบจนถึงอายุประมาณ 7 ขวบ ในวัยนี้เด็กชอบเล่นสมมติเกี่ยวกับความเป็นอยู่ในบ้าน เช่น การปรุงอาหาร การแต่งตัวตุ๊กตา เป็นต้น ความคิดและความเข้าใจของเด็กวัยนี้ขึ้นอยู่กับความรู้เป็นส่วนใหญ่ไม่สามารถใช้เหตุผลได้

ขั้นที่ 3 ขั้นการจัดระเบียบแบบรูปธรรม เด็กในช่วงระยะนี้อยู่ในวัย 7 – 11 ขวบ หรือ 12 ปี ซึ่งกำลังศึกษาในระดับประถมศึกษา และเป็นวัยที่มีความสำคัญที่สุดสำหรับครูที่สอนในระดับประถมศึกษา ความสามารถของเด็กในวัยนี้จะพัฒนาจนอยู่ในขั้นที่สามารถใช้สมองคิดอย่างมีเหตุผล สามารถเข้าใจความคิดรวบยอดเกี่ยวกับความคงตัวของสิ่งต่าง ๆ

ขั้นที่ 4 ขั้นปฏิบัติการที่เป็นแบบแผน เด็กอยู่ในวัย 11 -16 ปี เด็กในวัยนี้มีพัฒนาการทางด้านความรู้และความเข้าใจสูงสุด เมื่อเทียบกับขั้นอื่น ๆ มีความสามารถที่จะคิดอย่างมีเหตุผล โดยเริ่มมีความคิดแบบผู้ใหญ่ สามารถคิดเกี่ยวกับสิ่งที่เป็นนามธรรมได้ มีความเข้าใจเกี่ยวกับการจัดหมู่และการจัดอันดับ

สำหรับลำดับขั้นของการเรียนรู้โมทัศน์จะเป็นดังนี้

1. การเรียนรู้เริ่มจากประสบการณ์ของผู้เรียนจากสิ่งที่ได้เห็น ได้ยิน และได้สัมผัสมาก่อน
2. จากประสบการณ์เดิม นักเรียนจะนำความรู้ที่นำมาใช้ในการแยกแยะความแตกต่างของสิ่งเร้าที่ได้รับ
3. นักเรียนจะเริ่มพิจารณาถึงลักษณะร่วมของสิ่งเร้า
4. ตั้งสมมติฐานว่าความคิดรวบยอดนั้นคืออะไร

5. ทดสอบสมมติฐานที่สร้างขึ้น

6. เลือกข้อสมมติฐานที่สามารถรวมกลุ่มสิ่งเร้าซึ่งมีลักษณะบางประการร่วมกัน หากปรากฏว่าถูก ก็จะคงสมมติฐานนั้นไว้ ถ้าผิดก็จะกลับไปสังเกต และคิดตั้งสมมติฐานใหม่จนกว่าจะถูก

Bruner (1966 อ้างใน ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์, 2548: 127) ได้กล่าวถึง การพัฒนาการทางมโนทัศน์ของเด็กว่า ประกอบไปด้วยการเคลื่อนย้ายหรือการเปลี่ยนแปลงในสิ่งเร้าที่มีลักษณะสำคัญหรือเป็นจุดเด่น เรียกว่าเกณฑ์ในการแบ่งแยกคุณลักษณะ ซึ่งในการจำแนกสิ่งของ เด็กจะปฏิบัติการ โดยใช้กฎเพียงอย่างเดียวในการเลือกสิ่งของเข้ากลุ่ม เช่น การใช้สีหรือรูปร่างอย่างใดอย่างหนึ่งเท่านั้น

Hulse (1980 อ้างใน ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์, 2548: 128) ได้กล่าวถึง ทฤษฎีของการเรียนรู้มโนทัศน์ไว้ดังนี้

1. ทฤษฎีเชื่อมโยง (Associative Theory) กล่าวถึงการเรียนรู้มโนทัศน์ว่ามีลักษณะเช่นเดียวกับการเรียนรู้แบบอื่น ๆ เป็นกระบวนการของสิ่งเร้าและการตอบสนอง การเรียนรู้เกิดจากการเชื่อมโยง ซึ่งมีแนวคิดพื้นฐานว่าสิ่งเร้าที่ซับซ้อนมีความสัมพันธ์กับการตอบสนอง ซึ่งเป็นไปในลักษณะการวางเงื่อนไข บางลักษณะสอดคล้องกับการรับรู้ของนักเรียนและสิ่งเร้าใดไม่สอดคล้องก็จะถูกจัดไป ในการที่จะตอบสนองได้ก็อาศัยการแยะแยะและสรุปรวบยอด โดยมีการเสริมแรงจากครูในการตอบสนองที่ถูกต้อง

2. ทฤษฎีทดสอบสมมติฐาน (Hypothesis – Testing Theory) กล่าวถึงการเรียนรู้มโนทัศน์เกิดจากผู้เรียนพยายามทดสอบสมมติฐานถึงความเป็นไปได้ของสิ่งต่าง ๆ จนพบหนทางที่ถูกต้อง การเรียนรู้เกิดจากกระบวนการของสิ่งของแต่ละส่วนที่แยกจากกัน และนำสิ่งที่สอดคล้องกันมารวมกัน เรียกว่า การไม่ต่อเนื่องของสิ่งที่เรียน

จากทฤษฎีและหลักการการเรียนรู้มโนทัศน์ที่กล่าวมาสรุปได้ว่า การเรียนรู้มโนทัศน์ต้องให้นักเรียนสามารถแยะแยะ และมองเห็นความแตกต่าง รวมทั้งสามารถสรุปมโนทัศน์ได้ นอกจากนี้ยังขึ้นอยู่กับประสบการณ์ของนักเรียนหรือสิ่งที่เรียนมาก่อน รวมทั้งความสามารถด้านเชาว์ปัญญา ความสามารถในการรับรู้ ความจำ เป็นต้น

รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อให้เกิดมโนทัศน์

Joyce and Weil (1986 อ้างใน อากรณ ใจเที่ยง, 2540: 145) ได้เสนอขั้นตอนการสอน เพื่อให้เกิดมโนทัศน์โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ (Concept Attainment Model) ดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 เสนอข้อมูลและพยายามระบุชื่อมโนทัศน์

1. ครูผู้สอนเสนอตัวอย่างให้กับนักเรียน โดยใช้เครื่องหมายบวกแทนสิ่งที่เป็นมโนทัศน์ และใช้เครื่องหมายลบแทนสิ่งที่ไม่เป็นมโนทัศน์
2. นักเรียนเปรียบเทียบตัวอย่างที่เป็นบวกและเป็นลบ โดยพิจารณาว่าสิ่งที่เป็นบวกมีลักษณะเฉพาะอะไรร่วมกัน
3. นักเรียนตั้งสมมติฐานไว้ในใจ แล้วทดสอบสมมติฐานนั้น โดยพยายามตอบคร่าวๆ ใช่หรือไม่
4. นักเรียนสรุปลักษณะเฉพาะที่ร่วมกันของตัวอย่างที่เป็นบวก แล้วพยายามระบุชื่อมโนทัศน์

ขั้นที่ 2 ทดสอบความถูกต้องของมโนทัศน์

1. ครูผู้สอนให้ตัวอย่างเพิ่ม แล้วให้นักเรียนจำแนกว่าตัวอย่างเหล่านั้นเป็นบวกหรือเป็นลบ
2. ครูผู้สอนย้ำสมมติฐานว่าถูกต้อง บอกชื่อมโนทัศน์ และให้คำจำกัดความของมโนทัศน์ที่สอดคล้องกับลักษณะเฉพาะ
3. นักเรียนยกตัวอย่างเพิ่มเติม

ขั้นที่ 3 วิเคราะห์ยุทธวิธีการคิด

1. นักเรียนวิเคราะห์แนวคิดของตน
2. นักเรียนอภิปรายสมมติฐานของตนและวิเคราะห์ว่าคิดอย่างไรจึงจะได้รับคำตอบ
3. นักเรียนอภิปรายชนิดและจำนวนสมมติฐานที่ตั้งไว้

Lasley and Matczynski (1997 อ้างใน อัมพร ม้าคนอง, 2547: 65) ได้นำเสนอรูปแบบการ
สร้างมโนทัศน์ ซึ่งประกอบด้วย 5 ชั้น ดังนี้

ขั้นที่ 1 การกำหนดมโนทัศน์ (Concept Identification) ครูจะเลือกมโนทัศน์ที่ต้องการให้
นักเรียนเรียนรู้ โดยอาจได้มาจากหนังสือแบบเรียน จากคำอธิบายรายวิชา หรือจากการวิเคราะห์
เนื้อหาที่จะสอน

ขั้นที่ 2 การให้ตัวอย่าง (Exemplar Identification) เมื่อเลือกมโนทัศน์ในขั้นที่ 1 แล้ว ครูจะ
ให้ตัวอย่างหลากหลายทั้งตัวอย่างทางบวกและตัวอย่างทางลบ ตัวอย่างทางบวก ประกอบด้วย
ลักษณะที่จำเป็นของมโนทัศน์ ในขณะที่ตัวอย่างทางลบขาดลักษณะเหล่านั้น สิ่งสำคัญคือตัวอย่าง
ทางบวกต้องชัดเจนและเฉพาะเจาะจง เพื่อให้ให้นักเรียนสืบสอบถึงลักษณะที่สำคัญของมโนทัศน์ได้
ตัวอย่างที่สมควรมีจำนวนมากพอที่จะให้นักเรียนแยกแยะลักษณะที่หลากหลายได้

ขั้นที่ 3 การตั้งสมมติฐาน (Hypothesizing) ในขั้นนี้ครูจะถามเพื่อให้นักเรียนบอกลักษณะ
ทั่วไปของมโนทัศน์ ขั้นการให้ตัวอย่างและขั้นการตั้งสมมติฐานจะเป็นวงจรย่อยภายในรูปแบบ
กล่าวคือ เมื่อนักเรียนสังเกตตัวอย่างและตั้งสมมติฐานแล้ว ครูอาจเพิ่มตัวอย่างทางบวกและทางลบ
ให้อีก เพื่อช่วยให้นักเรียนตั้งสมมติฐานได้ใกล้เคียงกับความจริงมากขึ้น หรือเพื่อให้กำจัด
สมมติฐานที่เป็นเท็จออกไปได้ นักเรียนจะเป็นผู้เปรียบเทียบตัวอย่างต่าง ๆ ทั้งในด้านความ
คล้ายคลึงและความแตกต่าง ในขั้นที่ 2 และ 3 จะดำเนินการเป็นวงจรดังนี้

1. ครูให้ตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง
2. นักเรียนวิเคราะห์ตัวอย่างและตั้งสมมติฐาน
3. ครูให้ตัวอย่างเพิ่ม
4. นักเรียนตั้งสมมติฐานเพิ่มเติมและกำจัดสมมติฐานที่ไม่ถูกต้อง
5. ครูและนักเรียนยืนยันสมมติฐานที่ถูกต้องและกำจัดสมมติฐานที่ไม่ถูกต้อง
6. ครูเตรียมการสรุปมโนทัศน์เมื่อได้สมมติฐานที่ถูกต้องแล้ว

ขั้นที่ 4 การสรุป (Closure) ครูจะเป็นผู้ทบทวนสมมติฐานที่ได้จากขั้นที่ 3 เพื่อให้นักเรียน
ช่วยกันคิดหาข้อสรุปลักษณะของมโนทัศน์และชื่อของมโนทัศน์ ขั้นนี้เปรียบเสมือนเป็นขั้น
สังเคราะห์รายละเอียดเพื่อนำไปสู่ความเข้าใจที่ลึกซึ้ง

ขั้นที่ 5 การนำไปใช้ (Application) นักเรียนจะให้ความสนใจในมโนทัศน์ที่ได้จากขั้นที่ 4 ในการสร้างตัวอย่างทางบวกและตัวอย่างทางลบ และครูจะตรวจสอบว่านักเรียนแต่ละคนนิยาม ลักษณะที่จำเป็นของมโนทัศน์ได้ถูกต้องหรือไม่

อัมพร ม้าคนอง (2546: 25) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่ควรคำนึงในการสอนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

ขั้นการวางแผนการสอน ครูควรพิจารณารายละเอียดของหัวข้อต่อไปนี้

- ชื่อมโนทัศน์ ลักษณะที่สำคัญและไม่สำคัญของมโนทัศน์ กฎของความเป็นมโนทัศน์ ตัวอย่างมโนทัศน์ สิ่งที่ไม่ใช่ตัวอย่างแต่คล้ายคลึง คำถามและทิศทางที่จะเน้น สื่อการเรียนรู้ที่น่าสนใจและมีประสิทธิภาพ ระดับที่ต้องการให้นักเรียนเรียนรู้

ขั้นการสอน กิจกรรมที่จัดเพื่อสอนมโนทัศน์ควรคำนึงถึงสิ่งต่อไปนี้

- การนำเข้าสู่มโนทัศน์ การให้ตัวอย่างและสิ่งที่ไม่ใช่ตัวอย่างตามลำดับอันควร การฝึกคิดเชิงเปรียบเทียบ การกระตุ้นให้นักเรียนถาม และการประเมินระดับการเรียนรู้ของนักเรียน

ขั้นการประเมินผล ควรประเมินในประเด็นสำคัญ ๆ ดังนี้

- ลักษณะของมโนทัศน์ ได้แก่ ลักษณะเฉพาะของลักษณะที่สำคัญและลักษณะที่ไม่สำคัญ ลักษณะเฉพาะของกลุ่มมโนทัศน์ การสัมพันธ์ของมโนทัศน์นั้นกับมโนทัศน์อื่นและการใช้มโนทัศน์
- ตัวอย่างของมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่ใช่มโนทัศน์ ได้แก่ การจำแนกตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่ใช่มโนทัศน์ และเหตุผลที่ใช้จำแนกตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ออกจากตัวอย่างที่ไม่ใช่มโนทัศน์

จากแนวคิดเกี่ยวกับรูปแบบการสอนเพื่อให้เกิดมโนทัศน์สรุปได้ว่า การสอนให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สามารถทำได้หลายวิธีและขึ้นอยู่กับหลาย ๆ ปัจจัย เช่น การออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอน วิธีการสอน สื่อการเรียนการสอน การประเมินผล เป็นต้น

การประเมินผลการเรียนรู้มนทัศน์

อัมพร ม้าคนอง (2546: 26) กล่าวว่า การประเมินผลการเรียนรู้มนทัศน์ควรประเมินในประเด็นสำคัญ ๆ ดังต่อไปนี้

ลักษณะของมนทัศน์

- ลักษณะเฉพาะของลักษณะสำคัญและลักษณะที่ไม่สำคัญ
- ลักษณะเฉพาะของกฎของมนทัศน์
- ความสัมพันธ์ของมนทัศน์กับมนทัศน์อื่น ๆ
- การใช้มนทัศน์

ตัวอย่างของมนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่ใช่มนทัศน์

- การจำแนกระหว่างตัวอย่างที่เป็นมนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่ใช่มนทัศน์
- เหตุผลที่ใช้ในการจำแนกตัวอย่างที่เป็นมนทัศน์ออกจากตัวอย่างที่ไม่ใช่มนทัศน์

ความคงทนในการเรียน

ความหมายของความคงทนในการเรียน

กมลรัตน์ หล้าสุวรรณ (2528: 238) ได้กล่าวว่า ความคงทนในการเรียนรู้ หมายถึง ประสบการณ์ต่าง ๆ ที่ได้รับจากการเรียนรู้ทั้งทางตรงและทางอ้อม แล้วสามารถถ่ายทอดออกมาในรูปของการระลึกได้หรือจำได้

บุญศิริ สุวรรณเพ็ชร (2538: 433) ได้กล่าวว่า ความคงทนในการเรียนรู้ หมายถึง สิ่งที่ยังคงเหลืออยู่ซึ่งเป็นผลลัพธ์ของประสบการณ์ ก่อให้เกิดพื้นฐานการเรียนรู้ การจำได้ นิสัย ทักษะ และพัฒนาการทุกด้าน

Good (1973: 124) ได้กล่าวว่า ความคงทนในการเรียนรู้เป็นการจำที่คงทนหลังจากที่ได้รับ การกระตุ้นประสบการณ์ หรือการตอบสนองต่าง ๆ

Gagne (1977: 36) ได้กล่าวว่า ความคงทนในการเรียนเป็นการสะสมสิ่งที่เรารู้ซึ่งเป็นการ
ความสามารถในการเก็บรักษาหรือสะสมสิ่งที่ได้เรารู้ให้คงทนอยู่ จนกลายเป็นความจำระยะยาว

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า ความคงทนในการเรารู้ หมายถึง ความสามารถของ
นักเรียนในการระลึกถึงสิ่งที่ได้เรารู้หรือประสบการณ์ที่เคยได้รับมาก่อน หลังจากนั้นทั้งช่วง
ระยะเวลาไว้ช่วงหนึ่ง แล้วยังสามารถนำความรู้หรือประสบการณ์นั้นมาใช้ได้

จะเห็นได้ว่าความคงทนในการเรารู้เกี่ยวข้องกับความจำ จึงจำเป็นที่จะต้องศึกษาความรู้
เกี่ยวกับความจำ เพื่อสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับความคงทนในการเรารู้

ความหมายของการจำ

จิราภา เต็งไตรรัตน์ (2544: 138) ได้ให้ความหมายของการจำว่า การจำ หมายถึง ความ
สามารถคงสิ่งที่ได้เรารู้และระลึกได้ การจำเป็นสิ่งที่เกิดขึ้นภายในจิตใจเช่นเดียวกับการรับรู้
การคิด พฤติกรรมที่เกิดขึ้นภายในจิตใจนี้เป็นพฤติกรรมภายในไม่สามารถสังเกตเห็นได้โดยตรง

ถวิล ธาราโกชน และสรันย์ คำวิสุข (2545: 93) ได้ให้ความหมายของการจำว่า การจำ
หมายถึง ความสามารถในการเก็บเรื่องราวต่าง ๆ ไว้ในตัวของเราและระลึกออกมาเมื่อมีการอ้างถึง
เรื่องนั้น ๆ

Anderson (1995: 5) ได้ให้ความหมายของการจำว่า การจำ หมายถึง การบันทึก
ประสบการณ์ให้มีความคงทน ซึ่งอาศัยการเรารู้เป็นพื้นฐาน

จากความหมายของความจำดังกล่าวข้างต้น สรุปได้ว่า การจำ หมายถึง ความสามารถในการ
เก็บเรื่องราวที่ได้เรารู้ หรือประสบการณ์ที่ผ่านมา และสามารถระลึกมาใช้ได้เมื่อต้องการนำ
ความรู้ นั้น ๆ มาใช้

กระบวนการของการจำและระบบความจำ

กระบวนการของการจำ (Memory Process)

วิภาพร มาพบสุข (2542: 351) กล่าวว่า ระบบความจำของมนุษย์จำแนกออกเป็น 3 ระบบ
คือ ระบบความจำจากการรู้สึกสัมผัส ระบบความจำระยะสั้น และระบบความจำระยะยาว

1. ระบบความจำจากการรู้สึกลึกซึ้ง หมายถึง การคงอยู่ของความรู้สึกลึกซึ้งหลังจากที่การเสนอสิ่งเร้าสิ้นสุดลง ความคงอยู่ของสัณยคติดังกล่าวนี้ทำให้เกิดการเห็นภาพซ้อนต่อเนื่องกันไป ซึ่งเป็นหลักการของการฉายภาพยนตร์ ระบบความจำการรู้สึกลึกซึ้งมีหลายประเภท ได้แก่ ความจำภาพติดตา ความจำเสียงก้องหู

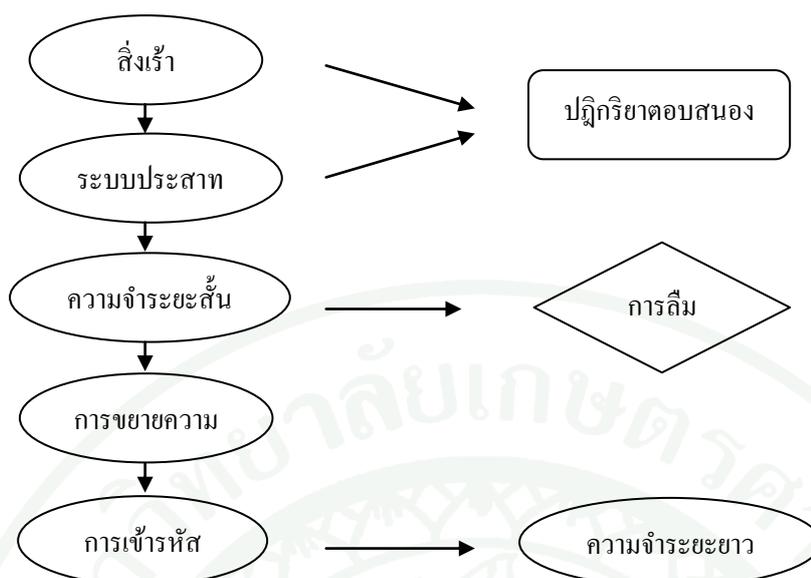
2. ระบบความจำระยะสั้น เป็นความจำหลังการรับรู้สิ่งเร้าที่ได้ตีความหมายจนเกิดเป็นการรับรู้แล้วฝังตัวอยู่ในความจำระยะสั้น เราใช้ความจำระยะสั้นสำหรับการจำชั่วคราว เพื่อใช้ประโยชน์ขณะที่จำอยู่เท่านั้น เช่น การจำชื่อบุคคลที่เคยรู้จัก การจำอัตราการแลกเปลี่ยนเงินตราต่างประเทศ เป็นต้น ความจำระยะสั้นนี้สูญหายไปจากความทรงจำได้ง่ายมาก ถ้าผู้จำไม่ได้ใส่ใจอยู่กับสิ่งที่ต้องการจำนั้น นอกจากนี้ความจำระยะสั้นยังเก็บข้อมูลไว้ได้ในปริมาณจำกัด

3. ระบบความจำระยะยาว เป็นความจำที่มีความคงทนถาวรมากกว่าความจำระยะสั้น อาจจำได้เป็นเดือนหรือเป็นปี โดยปกติเราจะไม่รู้สึกถึงสิ่งที่เป็นความจำระยะยาว แต่เมื่อต้องการใช้ข้อมูลเหล่านั้นก็สามารถฟื้นความจำและแสดงออกมาได้ เช่น ประสบการณ์ประทับใจในวัยเด็กที่เราสามารถจำได้นานจนขณะนี้ ความจำในลักษณะนี้จัดว่าเป็นความจำระยะยาวทั้งสิ้น

จิราภา เต็งไธรัตน์ (2544: 121) ได้เสนอแนะเกี่ยวกับวิธีการที่จะช่วยให้มีความจำในสิ่งที่เรียนได้มากขึ้น ดังนี้

1. การจัดหมวดหมู่ (Organization)
2. การทบทวนตนเอง (Self – Recitation)
3. การเรียนเกิน (Overlearning)
4. การสร้างมโนภาพ (Imaginary)

ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์ (2548: 181) ได้กล่าวว่า การเก็บความรู้เป็นกระบวนการรวบรวมความรู้ และเก็บสะสมไว้ในระบบความจำ ซึ่งสามารถแสดงได้ดังแผนภาพ ดังนี้



ภาพที่ 1 กระบวนการรวบรวมความรู้ และเก็บสะสมไว้ในระบบความจำ

1. สิ่งเร้า เป็นตัวกระตุ้นให้เกิดความตั้งใจ ความตั้งใจเป็นสิ่งสำคัญอย่างหนึ่งที่มีผลต่อการเรียนรู้ของนักเรียน หากขาดความตั้งใจผลการเรียนอาจต่ำลง สิ่งเร้าบางอย่างทำให้นักเรียนเอาใจจดจ่อ ทำให้เกิดความตั้งใจได้ สิ่งเร้าที่กระตุ้นให้เกิดความตั้งใจแบ่งเป็นประเภทใหญ่ ๆ ได้คือ

1.1 สิ่งเร้าทางจิตวิทยา เป็นสิ่งเร้าที่แสดงถึงความแตกต่างในด้านขนาด สี เสียง เช่น การใช้ระดับเสียงที่แตกต่างกันขณะบรรยาย การใช้ภาพที่มีสีสัน และความแตกต่างของขนาดและลักษณะของตัวอักษรในหนังสือ

1.2 สิ่งเร้าที่กระตุ้นอารมณ์ เป็นสิ่งเร้าที่ทำให้เกิดความรู้สึกที่รุนแรง เช่น การฟังเรื่องราวที่ตื่นเต้นหวาดเสียว การอ่านหนังสือที่สะเทือนขวัญ

1.3 สิ่งเร้าที่แตกต่างจากสิ่งเร้าอื่น เป็นสิ่งเร้าที่อยู่ใกล้เคียงในขณะนั้น ทำให้ดึงดูดความสนใจเป็นสิ่งที่คาดไม่ถึง เช่น คนที่เสียงดังผิดปกติ คนสูงกว่าคนอื่น ๆ ครูสามารถนำมาใช้เรียก้องความสนใจจากบทเรียนได้

1.4 สิ่งเร้าที่มีลักษณะเป็นคำสั่ง หมายถึง คำพูดที่มีผลในตัว เช่น เงียบ หยุด ทำให้ผู้ฟังยุติการกระทำของตน เพื่อรอฟังคำสั่งและเพื่อคว่ามีอะไรเกิดขึ้น ครูอาจใช้สิ่งเร้าประเภทนี้ในการทำให้นักเรียนเกิดความตั้งใจได้

2. ระบบประสาท เป็นส่วนของระบบประสาทในตัวเราที่ใช้เป็นที่รวบรวมความรู้ ความคิด ความจำ หากประสาทในส่วนนี้เสียไปแม้เพียงบางส่วน ก็จะทำให้เกิดความบกพร่องในการเก็บความรู้ได้

3. ปฏิกริยาตอบสนอง หมายถึง การตอบสนองต่อการเปลี่ยนแปลงของสิ่งเร้าที่เกิดขึ้น รวมทั้งการเปลี่ยนแปลงท่าทาง การดู การฟัง การเปลี่ยนแปลงปฏิกริยาทางสรีระ ปฏิกริยาตอบสนองเป็นการเอาใจจดจ่อต่อสิ่งเร้า เพื่อเป็นแนวทางในการแสดงออกพฤติกรรม

4. ความจำระยะสั้น เป็นการจำข้อมูลหรือสิ่งเร้าในระยะเวลาสั้น ๆ เช่น การจำชื่อผู้ที่ถูกแนะนำให้ผู้รู้จัก แต่เมื่อเวลาผ่านไปไม่พบกันอีกก็จะลืมเลือน

5. การลืม เป็นปรากฏการณ์ของการที่ไม่สามารถสะสมความจำระยะสั้นไปสู่ความจำระยะยาวได้ การลืมเกิดขึ้นได้หลายสาเหตุ เช่น การไม่ได้นำไปใช้ การมีสิ่งรบกวนใหม่ เป็นต้น

6. การขยายความ เป็นการทำความเข้าใจกับสิ่งที่เรียนรู้ เช่น การยกตัวอย่างต่าง ๆ ทำให้สิ่งที่เรียนมีความกระจ่างชัดขึ้น เป็นการขยายความในรายละเอียดต่าง ๆ เพื่อให้ให้นักเรียนเกิดความเข้าใจดีขึ้น

7. การเข้ารหัส ก่อนการนำความรู้ไปเก็บ สมองจะพยายามจำในสิ่งที่ง่ายและสะดวกต่อการจำ อาจจะเข้าอยู่ในรหัส เช่น การเข้ากลุ่ม เข้าประเภท เข้าหลักการต่าง ๆ เพื่อจะได้เก็บความรู้ได้

8. ความจำระยะยาว เป็นความจำที่เกิดจากรอยความจำ โดยการฝึกฝนทำความเข้าใจและการทำซ้ำบ่อย ๆ จนเกิดเป็นอัตโนมัติ และจะเก็บความจำเหล่านี้ไว้ใช้ในโอกาสต่อไป

Atkinson et al. (1990 อ้างใน วิชาพร มาพบสุข, 2542: 359) ได้จำแนกกระบวนการจำออกเป็น 3 ขั้นตอน ดังนี้

1. การเข้ารหัส (Encoding) เป็นการทำงานของระบบประสาทสัมผัสที่รับข้อมูลเข้ามาจากสิ่งเร้า ซึ่งข้อมูลนั้นอาจจะเป็นภาษา สัญลักษณ์ หรือเหตุการณ์ และสมองจะแปลความหมายเหล่านั้นจนเกิดความเข้าใจ

2. การเก็บ (Storage) ข้อมูลดังกล่าวจะถูกกลไกทางสมองเก็บรักษาข้อมูลเหล่านั้นไว้เป็นการเก็บไว้ในความจำระยะยาว

3. การค้นคืน (Retrieval) เป็นการค้นคืนข้อมูลที่เก็บไว้ในความจำระยะยาวมาใช้เมื่อต้องการนำข้อมูลความจำบางอย่างค้นคืนได้เร็ว เช่น หมายเลขโทรศัพท์ แต่บางอย่างจะต้องใช้ความพยายามที่จะระลึก บางครั้งจำเป็นจะต้องใช้เครื่องชี้แนะ (Cues)

ขั้นตอนการจำตามกระบวนการดังกล่าวแสดงได้ดังแผนภาพ



ภาพที่ 2 ขั้นตอนการจำ

นอกจากนี้ ประสาท อิศรปริดา (2549: 183) ได้เสนอแนวทางในการจัดการเรียนการสอนเพื่อให้นักเรียนสามารถจำสิ่งที่เรียนได้ดี ดังนี้

1. ครูกระตุ้นให้นักเรียนมีความใส่ใจในบทเรียน
2. ครูช่วยนักเรียนในการแยกรายละเอียดที่จำเป็นออกจากสิ่งที่ไม่จำเป็น และเน้นสาระข้อมูลที่สำคัญ
3. ครูช่วยให้นักเรียนเห็นความเชื่อมโยงระหว่างสาระข้อมูลใหม่กับสิ่งที่นักเรียนรู้อยู่แล้วหรือความรู้เดิมของนักเรียน
4. ครูให้นักเรียนท่องจำซ้ำ ๆ ทบทวนสาระความรู้ เพื่อให้สิ่งที่เรียนรู้อยู่อย่างถาวร
5. ในการสอน ครูผู้สอนเสนอเนื้อหาที่มีความชัดเจนและเป็นระเบียบ
6. เน้นการจดจำอย่างเข้าใจความหมายไม่ใช่การจดจำแบบท่องจำ

จากที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า ในการสอนที่จะช่วยให้นักเรียนเกิดกระบวนการจำนั้น ต้องให้นักเรียนได้เรียนรู้ในสิ่งที่น่าสนใจ ทบทวนความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้วอย่างสม่ำเสมอ เพื่อให้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนบรรจุอยู่ในระบบความจำระยะยาว แล้วให้นักเรียนได้ทำกิจกรรมเกี่ยวกับสิ่งที่ต้องการในการเรียนรู้ หรือให้นักเรียนได้นำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้ และเน้นการจำอย่างเข้าใจความหมาย

ปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อการจำ

กมลรัตน์ หล้าสุวรรณ (2528: 239) ได้กล่าวถึงปัจจัยที่มีผลต่อการจำ สรุปได้ดังนี้

1. การเรียนรู้ ผู้ที่สามารถจำได้มักเกิดจากการเรียนรู้ที่แท้จริง มีเหตุผล และมีหลักเกณฑ์ สามารถสะสมหรือจำเหตุการณ์ต่าง ๆ นั้นได้ เช่น เรียนรู้ว่า 1 บาท มี 4 สติง ถ้าจะซื้อของราคา 2 บาท โดยใช้เหรียญสติงแทนเหรียญบาท จะต้องจ่ายถึง 8 สติง เป็นต้น
2. ความสามารถในการสะสม หมายถึง การรวบรวมประสบการณ์ต่าง ๆ ที่เกิดจากการเรียนรู้ทั้งทางตรงหรือทางอ้อม เช่น การสอยกล้วยกินเมื่อถูกขังอยู่ในกรง เป็นต้น
3. ความสามารถในการถ่ายทอดได้ หมายถึง การที่บุคคลสามารถดึงเอาสิ่งที่สะสมอยู่มาใช้ โดยการเล่าหรืออธิบายให้ผู้อื่นฟังได้ ซึ่งแสดงออกมา 2 รูปแบบ คือ
 - 3.1 การระลึกได้ (Recall) หมายถึง การถ่ายทอดความจำออกมาโดยการเล่าบรรยายหรืออธิบายสิ่งที่เคยจำได้นั้นออกมาได้ถูกต้องโดยไม่ต้องมีสิ่งนั้นมาปรากฏให้เห็น
 - 3.2 การจำได้ (Recognition) หมายถึง การถ่ายทอดความจำออกมาโดยการชี้สิ่งนั้นได้ถูกต้อง เมื่อมีสิ่งเร้าอื่น ๆ ปะปนอยู่ด้วย เช่น การชี้ตัวผู้ต้องหามนโรงพัก แม้จะมีผู้อื่นที่ไม่ใช่ผู้ต้องหาปะปนอยู่

Hunter (1993) กล่าวถึงปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อการจำมี 5 ประการ ดังนี้

1. ความหมายของเนื้อหาที่เรียน นักเรียนที่จดจำความหมายของสิ่งที่เรียนจะสามารถเรียนรู้ได้ดีกว่านักเรียนที่ไม่เรียนรู้ความหมาย เช่น การเรียนขั้นตอนการหารยาว ถ้าขาดความรู้เกี่ยวกับการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เช่น การบวก ลบ คูณ หาร ก็จะทำให้ลืมขั้นตอนการหารยาวได้รวดเร็ว
2. ระดับของการเรียนรู้เริ่มต้น เรื่องราวบางอย่างสามารถเรียนรู้ได้ดีในตอนเริ่มต้น เช่น ถ้าได้รู้จักชื่อใครสักคนในตอนแรกแล้วรู้สึกประทับใจ เวลาต่อมาจะไม่ลืมชื่อของเขา
3. การแสดงความรู้สึกของจิตใจ เป็นสิ่งสำคัญที่สุดของการจำ ความคงทนของระดับความรู้สึกนำไปสู่การจำ คนเราจดจำสิ่งที่ดีที่สุดถ้ารู้สึกประทับใจ ต่อมาอาจจะจำบางสิ่งในระดับที่ไม่พอใจทั้ง ๆ ที่พยายามจะขจัดทิ้งไปจากความทรงจำ

4. การถ่ายโยงทางบวกและทางลบ การถ่ายโยงทางบวกเป็นการเรียนรู้ผ่านประสบการณ์ ช่วยให้คนเราจดจำบางสิ่งบางอย่างในปัจจุบันและนำไปสู่การเรียนรู้สิ่งใหม่ได้อย่างเหมาะสม การถ่ายโยงทางลบเป็นการเรียนรู้สิ่งที่ย่างยากพยายามที่จะหลีกเลี่ยงอุปสรรคเหล่านี้

5. การฝึกหัด เป็นตัวสร้างให้เกิดการจำ การฝึกหัดที่ดีควรเพิ่มความซับซ้อนมากขึ้นจึงจะประสบความสำเร็จ พยายามจำลักษณะพิเศษหรือปัจจัยที่กระตุ้นให้เกิดความคงทน ความทรงจำจะเพิ่มขึ้นทีละน้อยและจะคงทนเป็นความสัมพันธ์อย่างมีความหมาย

จากแนวคิดเกี่ยวกับปัจจัยที่มีผลต่อการจำของนักเรียนสามารถสรุปได้ว่า ปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อการจำนั้นมีหลายประการ ทั้งกระบวนการเรียนรู้ การทบทวน ความเข้าใจในเนื้อหา ซึ่งในการเรียนรู้ถ้านักเรียนสามารถจำสิ่งที่เรียนรู้ได้อย่างเข้าใจ ก็จะทำให้สิ่งนั้นคงอยู่ได้นานและสามารถนำข้อมูลเหล่านั้นมาใช้ให้เกิดประโยชน์ได้

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความคงทนในการเรียน

วารินทร์ รัชมีพรหม (2532: 39) ได้กล่าวถึงการจัดการเรียนการสอนที่มีผลต่อความคงทนในการเรียน ดังนี้

1. การเรียนรู้สิ่งที่มีความหมายต่อนักเรียนจะทำให้นักเรียนเรียนได้เร็วและจำได้นานกว่าสิ่งที่ไร้ความหมาย
2. การเรียนรู้ที่เชื่อมโยงวัตถุหรือเหตุการณ์ที่เกี่ยวข้องมากกว่า 2 อย่างขึ้นไปจะเกิดขึ้นได้ ถ้านำวัตถุหรือเหตุการณ์นั้นไว้ติดกันหรือต่อเนื่องกัน หลักการนี้คือ หลักความใกล้ชิดและหลักการความต่อเนื่อง
3. ความถี่ของสิ่งเร้า และการตอบสนองที่เกิดขึ้นเหมือนหรือคล้ายกันมีอิทธิพลต่อการเรียนรู้ตามกฎความถี่ของฮอร์นไคค์ การกระทำซ้ำ ๆ หรือการฝึกฝนจะส่งเสริมความคงทนของข้อมูลในระยะสั้น แต่กระบวนการที่ใช้ เช่น การใช้รหัส การเสริมแต่ง และการถ่ายทอด จะส่งเสริมความคงทนของข้อมูลในความจำระยะยาว การทำซ้ำ ๆ เป็นสิ่งจำเป็นในการเรียนทักษะและในการเรียนรู้สิ่งทีไร้ความหมาย ดังนั้นผู้ออกแบบสารจึงต้องออกแบบสารให้มีความหมายที่นักเรียนสามารถจำได้ดีขึ้น

4. การเรียนขึ้นอยู่กับผลการเรียน ถ้าผลการเรียนนั้นให้ความชื่นชอบ ลดความตึงเครียด มีประโยชน์ เป็นการให้รางวัลหรือเป็นข้อมูลที่ต้องการเรียนรู้ จะมีประสิทธิภาพมากขึ้นและคงทนมากขึ้นตามกฎฮอร์นไคค์ (Law of Effect)

วิธีการที่จะช่วยให้เกิดความจำระยะยาวแบ่งเป็น 2 ลักษณะ คือ การจัดบทเรียนให้มีความหมาย และการจัดสภาพส่งเสริมการเรียน

1. การจัดบทเรียนให้มีความหมาย หากเนื้อหามีความหมายเพียงพอแล้วย่อมจะไม่มี การลืมเนื้อหานั้น แม้เนื้อหานั้นจะมีโครงร่างไม่คึกคัก แต่หากมีความหมายแก่นักเรียนก็จะจดจำได้นาน ดังนั้นเพื่อให้นักเรียนมีความคงทนในการเรียนหรือความจำดีขึ้น โดยใช้วิธีการดังนี้

1.1 การสร้างสื่อสัมพันธ์ เป็นวิธีการสร้างสัมพันธ์อย่างมีความหมาย ช่วยในการจำ บทเรียนที่ขาดความหมาย

1.2 การจัดเป็นระบบไว้ล่วงหน้า เป็นการสรุปโครงสร้างหรือกระบวนการเกี่ยวกับ บทเรียนให้นักเรียนทราบก่อนการเรียนในเนื้อหาวิชานั้น ๆ

1.3 การจัดเป็นลำดับขั้น เน้นการจัดบทเรียนให้เป็นลำดับตามขั้นการเรียนรู้ ในลำดับ ขั้นต่ำกว่าจะเป็นพื้นฐานให้นักเรียนเรียนรู้ขั้นที่สูงขึ้นตามลำดับ นักเรียนต้องมีความรู้ในขั้นพื้นฐาน ก่อนที่จะเรียนรู้ในขั้นต่อไป

1.4 การจัดเข้าเป็นหมวดหมู่ เป็นการนำข้อมูลที่ได้เรียนรู้แล้วมาจัดให้เข้าเป็นระบบ ระเบียบและเข้าแบบแผน จะใช้ในกรณีต้องการสร้างความเชื่อมโยงของข้อมูลจำนวนมาก ๆ การจัด ข้อมูลนี้จะเป็นการประหยัดเนื้อที่การเก็บข้อมูลในสมอง ปัญหาของการเก็บข้อมูลในความจำระยะ ยาว คือ การรื้อฟื้นรอยจำขึ้นมาได้ยาก แต่การจัดระเบียบแบบแผนอาจกระทำได้โดยการจัดตาม หัวข้อเรื่องและการจัดตามลำดับอนุกรม ประเภทความยากง่าย เป็นต้น

2. การจัดสภาพส่งเสริมการเรียนรู้ให้นักเรียน ได้มีโอกาสทำกิจกรรมต่าง ๆ เกี่ยวกับ บทเรียนมากขึ้น ทั้งในระหว่างการเรียนการสอนและภายหลังการเรียนการสอนแล้ว โดยใช้วิธีการ ดังนี้

2.1 การนึกถึงสิ่งที่เรียนขณะฝึกฝนอยู่ หมายถึง การทบทวนบทเรียนภายหลังที่อ่านจบ แต่ละครั้ง สมมติว่าบทเรียนหนึ่งต้องใช้เวลานอ่านรอบละ 30 นาที ครูผู้สอนกำหนดเวลาให้อ่าน 2

ชั่วโมง นักเรียนที่อ่านตั้งแต่ต้นจนจบครบรอบจะจำได้น้อยกว่านักเรียนที่อ่านจบหนึ่งรอบแล้ว ทบทวนข้อความที่อ่านนั้น เพื่อทำความเข้าใจชัดเจนขึ้นแม้จะใช้เวลา 2 ชั่วโมงเท่านั้น

2.2 การเรียนเพิ่มเติม หมายถึง การเรียนภายหลังที่จำบทเรียนนั้นได้แล้ว ลักษณะนี้เห็นได้ชัดเจนจากที่จำข้อความสั้น ๆ ซึ่งอ่านเพียงรอบเดียวก็จำได้ แต่ถ้าเราอ่านเพียงรอบเดียวในเวลาเพียงไม่กี่วินาทีเราก็ลืม หากได้อ่านทบทวน 4-5 รอบ จะทำให้จำได้ดีขึ้นและจำได้นาน

2.3 การท่องจำ การท่องจำจะยิ่งทำให้จำได้มากยิ่งขึ้น ทั้งนี้เพราะผู้ที่ท่องอย่างมีความตั้งใจมักจะมีแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ และเมื่อท่องไปได้ระยะหนึ่งผู้ท่องจะทราบความก้าวหน้าของตนเอง ทำให้เกิดกำลังใจที่จะท่องต่อไป นอกจากนี้การท่องจำเป็นกิจกรรมที่มีจุดหมายแน่ชัด ผู้ท่องจะตั้งระดับความมุ่งหวังไว้และมุ่งให้บรรลุถึงจุดที่ตั้งไว้

2.4 การสร้างจินตภาพ หมายถึง การสร้างรหัสโดยนิกภาพในใจ เป็นการเอาสิ่งที่ต้องการจำไปเชื่อมโยงกับสิ่งที่จำได้ดีแล้ว โดยการนิกภาพเป็นคู่สัมพันธ์ หากนิกภาพได้แปลกเท่าใดความคงทนจะยิ่งมากขึ้น

อุดม จำรัสพันธุ์ (2541: 118) ได้อธิบายเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนเพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ข้อเท็จจริงและมีความคงทนในการเรียนรู้ว่า จะต้องจัดสิ่งเร้าในการเรียนให้เอื้ออำนวยต่อการรับสัมผัสการรับรู้และการจำที่ดี ซึ่งมีข้อคำนึงในการจัดการเรียนการสอน ดังนี้

1. จัดระบบระเบียบสื่อเอกสารที่ใช้ในการเรียนให้เป็นหมวดหมู่ สะดวกต่อการเรียนรู้
2. ช่วยให้นักเรียนเกิดการรับรู้ที่มีความหมาย โดยสร้างความสัมพันธ์ระหว่างความรู้เดิมและความรู้ใหม่ที่ได้รับ
3. สื่อเอกสารข้อสนเทศที่ซับซ้อนต้องมีการเรียงลำดับก่อนหลังให้เอื้อต่อการเรียนรู้
4. จัดเตรียมคำสรุปความรู้ที่ถูกต้องเอาไว้ให้นักเรียนได้ตรวจสอบความรู้ความเข้าใจของตนเอง
5. จัดให้มีการฝึกฝนหรือการทบทวนเพื่อให้เกิดความคงทนในการจำ
6. ส่งเสริมให้นักเรียนตรวจสอบและประเมินผลการเรียนรู้ด้วยตนเอง

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความคงทนในการเรียน ครูผู้สอนควรจัดบทเรียนให้มีความหมาย มีความเป็นระบบ ตามลำดับ หมวดหมู่ และจัดสิ่งเร้าในการเรียนให้เอื้ออำนวยต่อการรับสัมผัสการรับรู้และการจำที่ดี

การวัดความคงทนในการเรียน

นอกจากครูจะวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนแล้ว ครูควรวัดความคงทนในการเรียนของนักเรียนด้วย เพื่อตรวจสอบว่านักเรียนมีความคงทนในการเรียนรู้เพียงใด ซึ่งการวัดความคงทนในการเรียนนั้นมีนักการศึกษาและนักวิชาการกล่าวไว้ดังนี้

ชวาล แพร์ตกุล (2526: 1) ได้กล่าวว่า การวัดความคงทนในการเรียนรู้ คือ การสอบซ้ำโดยใช้แบบทดสอบฉบับเดียวกัน ไปสอบกับกลุ่มตัวอย่างเดียวกัน เวลาในการสอบครั้งแรกและครั้งที่สอง ควรเว้นห่างกันประมาณ 2 - 4 สัปดาห์

Nunnally (1959: 105-108) ได้กล่าวว่า ระยะเวลาที่ใช้ในการวัดความคงทนในการเรียน เพื่อให้เกิดความคลาดเคลื่อนต่าง ๆ น้อยลง ควรเว้นช่วงเวลาในการทดสอบให้ห่างกันอย่างน้อย 2 สัปดาห์ เพราะความเคยชินในการทำแบบทดสอบจะทำให้ค่าสหพันธ์ระหว่างคะแนนทั้งสองครั้งสูง

Lindvall and Nitko (1975: 127) ได้กล่าวว่า ระยะเวลาที่ใช้ในการวัดความคงทนในการเรียนรู้ การสอบซ้ำควรใช้เวลาห่างกันตั้งแต่ 1 สัปดาห์ถึง 1 เดือน เพราะการเว้นช่วงเวลาดังกล่าวจะทำให้เกิดความคงที่ของคะแนนที่ได้จากการสอบซ้ำ

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า การวัดความคงทนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ควรเว้นระยะเวลาในการวัดความคงทนประมาณ 3 สัปดาห์ หลังจากที่ได้เรียนรู้ผ่านไปแล้ว โดยใช้แบบทดสอบฉบับเดิม

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยในประเทศ

สิรินทิพย์ พูลศรี (2542) ได้ทำการศึกษาการใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยแบ่งเป็นกลุ่มทดลองจำนวน 20 คน จัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ และกลุ่มควบคุม จำนวน 20 คน จัดการเรียนรู้โดยวิธีปกติ ผลการวิจัยพบว่า แผนการสอนที่สร้างขึ้นโดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์สามารถพัฒนากระบวนการสร้างมโนทัศน์ของนักเรียน และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยวิธีปกติแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สาคร เกษม (2543) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ กลุ่มตัวอย่างที่ใช้จำนวน 22 คน ผลการวิจัยพบว่า แผนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นโดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์สามารถพัฒนากระบวนการสร้างมโนทัศน์ของนักเรียน และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ยลนภา พลชัย (2548) ได้ทำการศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยแบ่งเป็นกลุ่มทดลองจำนวน 35 คน ได้รับการสอนโดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์ และกลุ่มควบคุมจำนวน 36 คน ได้รับการสอนแบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนสอบ และนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สุธิดา นานซ้า (2549) ได้ทำการศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อมโนทัศน์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยแบ่งเป็นกลุ่มทดลองจำนวน 45 คน ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์และกลุ่มควบคุมจำนวน 45 คน ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทาง

คณิตศาสตร์มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกรมวิชาการคือ ร้อยละ 50 ของคะแนน และนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์มีมโนทัศน์ไม่สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แต่ นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์มีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ปราณี พรภวิชัยกุล (2549) ได้ทำการศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการสร้างมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โดยแบ่งเป็นกลุ่มทดลองจำนวน 44 คน ได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โมเดลการสร้างมโนทัศน์ และกลุ่มควบคุมจำนวน 44 คน ได้รับการสอนแบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้โมเดลการสร้างมโนทัศน์มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกระทรวงศึกษาธิการ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนน และนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้โมเดลการสร้างมโนทัศน์มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

งานวิจัยต่างประเทศ

Gage (1976) ได้ทำการศึกษาผลของการให้ตัวอย่างทางบวกและตัวอย่างทางลบของมโนทัศน์ที่มีต่อการเรียนรู้มโนทัศน์ของนักเรียนในวิชาพีชคณิตเบื้องต้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 80 คน โดยแบ่งเป็น 2 กลุ่ม โดยกลุ่มแรกเรียนรู้มโนทัศน์ 15 มโนทัศน์ในวิชาพีชคณิตโดยการให้ตัวอย่างทางบวกเพียงอย่างเดียว และกลุ่มที่สองเรียนรู้มโนทัศน์ 15 มโนทัศน์ในวิชาพีชคณิตโดยการให้ตัวอย่างทางบวกและตัวอย่างทางลบ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับตัวอย่างทางบวกและตัวอย่างทางลบเรียนรู้มโนทัศน์ได้ดีกว่านักเรียนที่ได้รับตัวอย่างทางบวกเพียงอย่างเดียวอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

Gorrell (1989) ได้ทำการศึกษาผลของการสร้างตัวอย่างของมโนทัศน์ได้ด้วยตนเองที่มีต่อความคงทนในการเรียนรู้วิทยาศาสตร์ เรื่องพลังงาน ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้กลุ่มตัวอย่างจำนวน 26 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่สามารถสร้างตัวอย่างของมโนทัศน์ได้ด้วยตนเองมีความคงทนในการเรียนรู้วิทยาศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ไม่ได้สร้างตัวอย่างของมโนทัศน์ด้วยตนเอง

Kalani (2008) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ของการสอนโดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับการสอนแบบปกติในการสอนวิทยาศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 120 คน โดยแบ่งเป็นกลุ่มทดลองที่สอนโดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ และกลุ่มควบคุมที่สอนโดยใช้รูปแบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองที่สอนโดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้วิทยาศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ

Rani (2010) ได้ทำการศึกษาผลของการใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ที่มีต่อความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 87 คน ในโรงเรียน 2 โรงเรียน คือ Gocerment Senior Secondary School จำนวน 45 คน และ Punjab Rural Academy, Goraya จำนวน 42 คน โดยวิธีเลือกแบบเจาะจง และใช้การสุ่มในการแบ่งกลุ่มทดลองที่สอนโดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ และกลุ่มควบคุมที่สอนแบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มที่สอนโดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์สูงกว่ากลุ่มที่สอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากการศึกษางานวิจัยข้างต้นพบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ จะทำให้นักเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงขึ้น และการที่นักเรียนสามารถสร้างมโนทัศน์ได้ด้วยตนเอง จะทำให้นักเรียนมีความคงทนในการเรียนรู้สูงขึ้นด้วย

สมมติฐานการวิจัย

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเฉลี่ยสูงกว่าก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” โดยเฉลี่ยสอบผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ
3. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” โดยเฉลี่ยมีความคงทนในการเรียนรู้

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอน ดังนี้

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนมัธยมสาธิต วัดพระศรีมหาธาตุ มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร กรุงเทพมหานคร

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนมัธยมสาธิต วัดพระศรีมหาธาตุ มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2554 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 53 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) จากจำนวนนักเรียนทั้งหมด 3 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 165 คน

เครื่องมือและขั้นตอนการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลในครั้งนี้ประกอบด้วยเครื่องมือ 3 ชนิด คือ

1. แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์
2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
3. แบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์

โดยมีรายละเอียดในการสร้างเครื่องมือแต่ละเครื่องมือ ดังนี้

แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์

แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 9 แผน (11 คาบ) เป็นแผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ที่ใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์เป็นแนวคิดสำคัญในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ซึ่งผู้วิจัยสร้างและพัฒนาขึ้น โดยมีขั้นตอนดังนี้

1. ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน และผลการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์
2. ศึกษาตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย จากหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551
3. ศึกษารายละเอียดสาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ ตัวชี้วัด การวัดผลและประเมินผล เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” จากเอกสารประกอบการสอน แบบเรียน คู่มือครู และตำราต่าง ๆ ของโรงเรียนมัธยมสาธิตวัดพระศรีมหาธาตุ มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร และแบ่งสาระการเรียนรู้ให้เหมาะสมกับจำนวนชั่วโมงที่ปฏิบัติการสอน
4. เขียนแผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 11 คาบ โดยใช้หลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนมัธยมสาธิตวัดพระศรีมหาธาตุ มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร ที่สอดคล้องกับแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์
5. นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเสนอคณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจสอบความถูกต้อง ความสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการจัดการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะที่ได้รับ
6. นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของคณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ไปใช้ประกอบการดำเนินเก็บรวบรวมข้อมูลกับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เป็นแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” ก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ และวัดความคงทนในการเรียนรู้ ซึ่งเป็นแบบทดสอบปรนัย แบบถูกผิด จำนวน 5 ข้อ แบบเติมคำตอบ จำนวน 5 ข้อ และแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 10 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน ใช้เวลาในการทำแบบทดสอบ 50 นาที ซึ่งผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้างตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. ศึกษาวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ จากตำราเอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
2. ศึกษาเนื้อหาสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม จากหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และหลักสูตรสถานศึกษา กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนมัธยมสาธิตวัดพระศรีมหาธาตุ มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร
3. สร้างตารางกำหนดลักษณะแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” จำแนกตามมโนทัศน์และชั่วโมงที่ปฏิบัติการสอน
4. สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” เป็นแบบทดสอบปรนัย แบบถูกผิด จำนวน 10 ข้อ แบบเติมคำตอบ จำนวน 10 ข้อ และแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ ตามตารางกำหนดลักษณะแบบทดสอบ
5. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ไปให้คณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ตรวจสอบความเหมาะสมในด้านความครอบคลุมเนื้อหา ความสอดคล้องระหว่างเนื้อหากับจุดประสงค์การเรียนรู้ ความเหมาะสมของเวลา รวมทั้งความเหมาะสมของเกณฑ์การให้คะแนน แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะที่ได้รับ
6. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ที่ปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของคณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์แล้ว เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา โดยการหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (index of consistency: IOC) ความเหมาะสม ความชัดเจนของข้อคำถามและตัวเลือก รวมทั้งความเหมาะสมของเกณฑ์การให้คะแนน จากนั้นนำแบบทดสอบมาปรับปรุงแก้ไขให้เหมาะสม และทำการคัดเลือกข้อสอบที่มีความ

เหมาะสม โดยพิจารณาข้อสอบที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป ซึ่งผลจากการประเมินพบว่า ข้อสอบแต่ละข้อมีค่า IOC อยู่ในช่วง 0.67 – 1.00

7. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ผ่านการตรวจและแก้ไขแล้วไปทดลองใช้ (try out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสาธิตวัดพระศรีมหาธาตุ มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2554 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 58 คน เพื่อวิเคราะห์หาค่าดัชนีความง่าย (p) ค่าดัชนีอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ จากนั้นทำการคัดเลือกข้อสอบที่มีค่าดัชนีความง่ายอยู่ระหว่าง 0.2 – 0.8 ค่าดัชนีอำนาจจำแนก 0.2 ขึ้นไป และมีค่าความเชื่อมั่น 0.7 ขึ้นไป โดยจากการทดสอบพบว่า ข้อสอบแบบปรนัยมีค่าดัชนีความง่ายอยู่ระหว่าง 0.26 – 0.78 ค่าดัชนีอำนาจจำแนก 0.24 ขึ้นไป และค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.86 จากนั้นผู้วิจัยได้คัดเลือกข้อสอบที่เป็นไปตามเกณฑ์และสอดคล้องกับตารางกำหนดลักษณะแบบทดสอบ จำนวน 20 ข้อ เพื่อนำไปใช้เป็นแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

8. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ฉบับสมบูรณ์ไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

แบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์

แบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ ผู้วิจัยมีขั้นตอนในการสร้างและพัฒนา ดังนี้

1. ศึกษาองค์ประกอบและขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” เพื่อนำมากำหนดประเด็นข้อคำถามเกี่ยวกับความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

2. สร้างข้อคำถามให้ครอบคลุมประเด็นคำตอบที่ต้องการ ได้แก่ ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ด้านสื่อการเรียนรู้ ด้านครูผู้สอน และด้านการวัดผลและประเมินผล ตลอดจนข้อเสนอแนะอื่น ๆ สำหรับการปรับปรุงแก้ไข จากนั้นนำแบบสอบถามที่สร้างขึ้นไปให้คณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์พิจารณาความครอบคลุมและความเหมาะสมของข้อคำถาม

3. นำแบบสอบถามที่ปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของคณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

การเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง โดยมีขั้นตอนการดำเนินงานดังนี้

1. ทำหนังสือขอความร่วมมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลการวิจัยจากภาควิชาการศึกษาคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ไปยังผู้อำนวยการโรงเรียนมัธยมสาธิตวัดพระศรีมหาธาตุ มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร เพื่อขอความร่วมมือในการเก็บรวบรวมข้อมูล
2. ให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” เพื่อวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ โดยใช้เวลา 50 นาที จากนั้นนำมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์การให้คะแนนเพื่อทำการวิเคราะห์ข้อมูลต่อไป
3. ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ โดยใช้เวลาทั้งหมด 11 คาบ คาบละ 50 นาที สารการเรียนรู้ที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คือ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” ของชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
4. ให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” ครั้งที่ 1 เพื่อวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ โดยใช้เวลา 50 นาที จากนั้นนำมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์การให้คะแนน เพื่อทำการวิเคราะห์ข้อมูลต่อไป
5. ให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างตอบแบบสอบถามความคิดเห็นเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม”
6. ให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” ครั้งที่ 2 เพื่อวัดความคงทนในการเรียนรู้ โดยเว้นระยะจากการทำแบบทดสอบครั้งที่ 1 เป็นเวลา 3 สัปดาห์ แบบทดสอบที่ใช้เป็นฉบับเดิมและใช้เวลา 50 นาทีในการทำแบบทดสอบ

7. นำผลจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” ก่อนและหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์มาเปรียบเทียบกัน
8. นำผลจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” ครั้งที่ 1 หลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์มาเปรียบเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60
9. นำผลจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” ครั้งที่ 1 และครั้งที่ 2 หลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์มาเปรียบเทียบกัน เพื่อวัดความคงทนในการเรียนรู้
10. นำผลจากการตอบแบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” มาวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ใช้วิธีการวิเคราะห์ข้อมูล ดังต่อไปนี้

1. ค่าสถิติพื้นฐาน ได้แก่
 - 1.1 ค่าร้อยละ
 - 1.2 ค่าเฉลี่ย (\bar{x})
 - 1.3 ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.)
2. สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพเครื่องมือ ได้แก่
 - 2.1 ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) โดยใช้สูตรดังนี้

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ค่าดัชนีความสอดคล้อง
 $\sum R$ แทน ผลรวมของคะแนนจากการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ
 N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

2.2 แบบทดสอบแบบปรนัย

2.2.1 ค่าดัชนีความง่าย (p) หาได้จาก

$$p = \frac{R_u + R_l}{2n}$$

เมื่อ p แทน ดัชนีความง่าย
 R_u แทน จำนวนนักเรียนที่ตอบถูกในกลุ่มสูง
 R_l แทน จำนวนนักเรียนที่ตอบถูกในกลุ่มต่ำ
 n แทน จำนวนนักเรียนทั้งหมดในกลุ่มสูงหรือกลุ่มต่ำ

2.2.2 ดัชนีอำนาจจำแนก (r) หาได้จาก

$$r = \frac{R_u - R_l}{n}$$

เมื่อ r แทน ดัชนีอำนาจจำแนก
 R_u แทน จำนวนนักเรียนที่ตอบถูกในกลุ่มสูง
 R_l แทน จำนวนนักเรียนที่ตอบถูกในกลุ่มต่ำ
 n แทน จำนวนนักเรียนทั้งหมดในกลุ่มสูงหรือกลุ่มต่ำ

2.2.3 ค่าความเชื่อมั่น ใช้วิธีการหาความเที่ยงของ Kuder-Richardson 20 (K-R20)

ดังนี้

$$r_{tt} = \frac{k}{k-1} \left\{ 1 - \frac{\sum pq}{s^2} \right\}$$

เมื่อ r_{tt} แทน ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
 k แทน จำนวนข้อในแบบทดสอบ
 p แทน ดัชนีความง่ายของข้อสอบหรือสัดส่วนของนักเรียนที่ตอบถูก
 q แทน $1 - p$
 s^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนจากแบบทดสอบทั้งฉบับ

3. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

3.1 การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของคะแนนวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เพื่อวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนและหลังที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้

Matched – pairs t-test

3.2 การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของคะแนนวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลัง ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของกลุ่มตัวอย่างกับเกณฑ์ร้อยละ 60 โดยใช้ One sample t-test

3.3 การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของคะแนนวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลัง ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ระหว่างครั้งที่ 1 กับ ครั้งที่ 2 เพื่อวัดความคงทนในการเรียนรู้โดยใช้ t-test for dependent samples

3.4 ข้อมูลที่ได้จากการทำแบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ ใช้วิธีวิเคราะห์เนื้อหา การแจกแจงความถี่ และหาค่าร้อยละ

บทที่ 4

ผลการวิจัยและข้อวิจารณ์

การวิจัย เรื่อง การศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนมัธยมสาธิตวัดพระศรีมหาธาตุ มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร มีผลการวิจัยและข้อวิจารณ์ดังนี้

ผลการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลเป็น 4 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์

ตอนที่ 2 การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” กับเกณฑ์ 60%

ตอนที่ 3 การศึกษาความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์

ตอนที่ 4 ความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม”

ตอนที่ 1 การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์

ตารางที่ 1 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ (คะแนนเต็ม 20 คะแนน)

คะแนน	n	\bar{x}	S.D.	t	Sig
ก่อนการเรียน	53	15.943	1.975	5.762	.000*
หลังการเรียน	53	17.736	1.607		

หมายเหตุ: *มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตารางที่ 1 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 มีค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์สูงกว่าค่าเฉลี่ยก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตอนที่ 2 การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” กับเกณฑ์ 60%

ตารางที่ 2 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” กับเกณฑ์ 60% (คะแนนเต็ม 20 คะแนน คิดเป็น 12 คะแนน)

คะแนน	n	μ	\bar{x}	ร้อยละ	S.D.	t	Sig
หลังการเรียน	53	12	17.736	88.68	1.607	80.343	.000*

หมายเหตุ: *มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตารางที่ 2 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” สูงกว่าเกณฑ์ 60% อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยได้คะแนนเฉลี่ย 17.736 คิดเป็นร้อยละ 88.68

ตอนที่ 3 การศึกษาความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์

ตารางที่ 3 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ในการทดสอบครั้งที่ 1 และครั้งที่ 2 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม”

คะแนน	n	\bar{x}	S.D.	t	Sig
ครั้งที่ 1	53	17.736	1.607	.883	.381
ครั้งที่ 2	53	17.635	1.572		

จากตารางที่ 3 พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” มีความคงทนในการเรียนรู้ โดยคะแนนเฉลี่ยในการทดสอบครั้งที่ 1 และครั้งที่ 2 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยคะแนนเฉลี่ยในการทดสอบครั้งที่ 1 เท่ากับ 17.736 และคะแนนเฉลี่ยในการทดสอบครั้งที่ 2 เท่ากับ 17.635

ตอนที่ 4 ความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม”

ผู้วิจัยได้สอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” จำนวน 53 คน สามารถแสดงผลการวิเคราะห์ข้อมูลได้ดังตารางที่ 4

ตารางที่ 4 ผลการสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม”

ข้อความ		ระดับความคิดเห็น (n = 53)				
		เห็นด้วยอย่างยิ่ง	เห็นด้วย	ไม่เห็นด้วย	ไม่เห็นด้วย	ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง
ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้						
1. กิจกรรมการเรียนรู้ช่วยให้นักเรียนเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่อง ลำดับและอนุกรมได้ดียิ่งขึ้น	จำนวน ร้อยละ	29 54.72	23 43.40	1 1.89	-	-
2. กิจกรรมการเรียนรู้สอดคล้องกับเนื้อหา/สาระการเรียนรู้และจุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวน ร้อยละ	22 41.51	31 58.49	-	-	-
3. กิจกรรมการเรียนรู้ดำเนินการตามขั้นตอนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์จากง่ายไปยาก	จำนวน ร้อยละ	37 69.81	15 28.30	1 1.89	-	-
4. กิจกรรมการเรียนรู้น่าสนใจ ทำให้นักเรียนอยากร่วมกิจกรรม	จำนวน ร้อยละ	24 45.28	22 41.51	7 13.21	-	-
ด้านสื่อการเรียนรู้						
5. สื่อการเรียนรู้ที่นำมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้ดี	จำนวน ร้อยละ	22 41.51	28 52.83	3 5.66	-	-
6. สื่อการเรียนรู้ที่นำมาใช้สอดคล้องกับเนื้อหา/สาระการเรียนรู้	จำนวน ร้อยละ	22 41.51	27 50.94	4 7.55	-	-
7. สื่อการเรียนรู้มีความหลากหลายและสามารถช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ตามจุดประสงค์	จำนวน ร้อยละ	15 28.30	33 62.26	5 9.43	-	-
ด้านครูผู้สอน						
8. ครูผู้สอนเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นและซักถามในประเด็นที่นักเรียนสงสัย	จำนวน ร้อยละ	38 71.70	15 28.30	-	-	-
9. ครูผู้สอนเอาใจใส่และให้ความเป็นกันเองกับนักเรียน ซึ่งช่วยส่งเสริมบรรยากาศในการเรียนรู้ได้ดี	จำนวน ร้อยละ	41 77.36	12 22.64	-	-	-
10. ครูผู้สอนคอยช่วยเหลือให้นักเรียนให้เข้าใจบทเรียนอย่างเต็มความสามารถ	จำนวน ร้อยละ	38 71.70	13 24.53	1 1.87	-	-

ตารางที่ 4 (ต่อ)

ข้อความ		ระดับความคิดเห็น (n = 53)				
		เห็น ด้วย อย่าง ยิ่ง	เห็น ด้วย	ไม่ แน่ใจ	ไม่ เห็น ด้วย	ไม่เห็น ด้วย อย่างยิ่ง
11. ครูผู้สอนตรวจงานและการบ้านของนักเรียน	จำนวน	45	6	2	-	-
อย่างสม่ำเสมอ พร้อมทั้งให้คำแนะนำเมื่อนักเรียนเกิดปัญหาหรือมีข้อบกพร่อง	ร้อยละ	84.91	11.32	3.77	-	-
ด้านการวัดผลและประเมินผล						
12. จำนวนข้อสอบของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์	จำนวน	20	26	7	-	-
ทางการเรียนมีความเหมาะสมกับเวลาที่ใช้ในการทดสอบ	ร้อยละ	37.74	49.06	13.21	-	-
13. เกณฑ์การวัดผลมีความเหมาะสม ชัดเจน และยุติธรรม	จำนวน	26	25	2	-	-
	ร้อยละ	49.06	47.17	3.77	-	-
14. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมีความเหมาะสมกับระดับความสามารถของนักเรียน	จำนวน	29	20	4	-	-
	ร้อยละ	54.72	37.74	7.55	-	-

จากตารางที่ 4 พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยอย่างยิ่งกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” โดยพิจารณาเป็นรายด้าน ดังนี้

ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีความคิดเห็นในระดับเห็นด้วยอย่างยิ่งว่ากิจกรรมการเรียนรู้ดำเนินการตามขั้นตอนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์จากง่ายไปยาก คิดเป็นร้อยละ 69.81 รองลงมา คือ กิจกรรมการเรียนรู้สอดคล้องกับเนื้อหา/สาระการเรียนรู้และจุดประสงค์การเรียนรู้ คิดเป็นร้อยละ 58.49 กิจกรรมการเรียนรู้ช่วยให้นักเรียนเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” ได้ดียิ่งขึ้น และกิจกรรมการเรียนรู้ที่น่าสนใจ ทำให้นักเรียนอยากร่วมกิจกรรม คิดเป็นร้อยละ 54.72 และ 45.28 ตามลำดับ

ด้านสื่อการเรียนรู้ พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีความคิดเห็นในระดับเห็นด้วยว่าสื่อการเรียนรู้มีความหลากหลายและสามารถช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ตามจุดประสงค์ คิดเป็นร้อยละ 62.26 รองลงมา คือ สื่อการเรียนรู้ที่นำมาใช้ในการจัดการเรียนรู้ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเข้าใจมโนทัศน์

ทางคณิตศาสตร์ได้ดี คิดเป็นร้อยละ 52.83 และถือการเรียนรู้ที่นำมาใช้สอดคล้องกับเนื้อหา/สาระ การเรียนรู้ คิดเป็นร้อยละ 50.94

ด้านครูผู้สอน พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีความคิดเห็นในระดับเห็นด้วยอย่างยิ่งว่าครูผู้สอน ตรวจงานและการบ้านของนักเรียนอย่างสม่ำเสมอ พร้อมทั้งให้คำแนะนำเมื่อนักเรียนเกิดปัญหา หรือมีข้อบกพร่อง คิดเป็นร้อยละ 84.91 รองลงมา คือ ครูผู้สอนเอาใจใส่และให้ความเป็นกันเองกับ นักเรียน ซึ่งช่วยส่งเสริมบรรยากาศในการเรียนรู้ได้ดี คิดเป็นร้อยละ 77.36 ครูผู้สอนเปิดโอกาสให้ นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นและซักถามในประเด็นที่นักเรียนสงสัย และครูผู้สอนคอยช่วยเหลือ นักเรียนให้เข้าใจบทเรียนอย่างเต็มความสามารถ คิดเป็นร้อยละ 71.70 เท่ากัน

ด้านการวัดผลและประเมินผล พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีความคิดเห็นในระดับเห็นด้วย อย่างยิ่งว่าแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมีความเหมาะสมกับระดับความสามารถของ นักเรียน คิดเป็นร้อยละ 54.72 รองลงมา คือ จำนวนข้อสอบของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการ เรียนมีความเหมาะสมกับเวลาที่ใช้ในการทดสอบและเกณฑ์การวัดผลมีความเหมาะสม ชัดเจน และ ยุติธรรม คิดเป็นร้อยละ 49.06 เท่ากัน

นอกจากนี้ นักเรียนยังมีข้อเสนอแนะเพิ่มเติมโดยสรุปเป็นประเด็นได้ดังนี้ การจัดกิจกรรม การเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ช่วยให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาเรื่อง “ลำดับและอนุกรม” ได้ดียิ่งขึ้น และควรเพิ่ม โจทย์ที่มีความยากและซับซ้อนมากขึ้น

ข้อวิจารณ์

จากผลการวิจัย เรื่อง การศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบ การสร้างมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนมัธยมสาธิตวัดพระศรีมหาธาตุ มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร ผู้วิจัยได้นำมาวิจารณ์เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปและข้อเสนอแนะของการ วิจัย ดังนี้

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” โดยใช้รูปแบบการ สร้างมโนทัศน์ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยหลังได้รับการ จัดกิจกรรมการเรียนรู้ 17.736 คะแนน ซึ่งสูงกว่าคะแนนเฉลี่ยก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ คือ 15.943 คะแนน ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของสาคร เกษม (2543) ที่ได้ใช้รูปแบบการสร้าง มโนทัศน์มาพัฒนากระบวนการสร้างมโนทัศน์ของนักเรียน ทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการ

เรียนหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง และยังพบว่าคะแนนเฉลี่ยก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีค่าเฉลี่ยของคะแนนมากกว่าร้อยละ 75 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ อาจเป็นเพราะนักเรียนได้เรียนพิเศษเพิ่มเติมเรื่อง ลำดับและอนุกรมมาก่อน จึงทำให้คะแนนเฉลี่ยก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนค่อนข้างสูง นอกจากนี้ยังพบว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีคะแนนเฉลี่ย 17.736 คิดเป็นร้อยละ 88.68 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ 60% ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของชลนภา พลชัย (2548) ที่ได้ใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนสอบ

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ครั้งที่ 1 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เสร็จสิ้นกับการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ครั้งที่ 2 โดยเว้นระยะจากการทำแบบทดสอบครั้งที่ 1 เป็นระยะเวลา 3 สัปดาห์ ซึ่งข้อสอบเป็นฉบับเดียวกัน พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของสุจิตา นานช้า (2549) และปราณี พรภวิชัยกุล (2549) ที่ได้ทำการศึกษาผลของการสอนโดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์มีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ แสดงว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ทำให้นักเรียนมีความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ทั้งนี้ อาจเป็นเพราะนักเรียนได้สร้างมโนทัศน์ด้วยตนเอง ทำให้เกิดประสบการณ์และเรียนรู้มโนทัศน์อย่างมีความหมาย สามารถเก็บความรู้ที่ไว้ในหน่วยของความจำระยะยาวทำให้การเรียนรู้ที่มีความคงทนต่อไป

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

สรุปผลการวิจัย

การวิจัย เรื่อง การศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 สามารถสรุปได้ดังนี้

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ

1. ศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนมัธยมสาธิตวัดพระศรีมหาธาตุ มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร
2. ศึกษาความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์หลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนมัธยมสาธิตวัดพระศรีมหาธาตุ มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร
3. ศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนมัธยมสาธิตวัดพระศรีมหาธาตุ มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร

ขอบเขตของการวิจัย

1. กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนมัธยมสาธิตวัดพระศรีมหาธาตุ มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2554 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 53 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (cluster random sampling) จากจำนวนนักเรียนทั้งหมด 3 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 165 คน

2. สารระการเรียนรู้ที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ สารระการเรียนรู้ วิชาคณิตศาสตร์เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

3. ระยะเวลาที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล คือ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2554 ตั้งแต่วันที่ 22 ธันวาคม 2554 ถึงวันที่ 16 กุมภาพันธ์ 2555 โดยใช้เวลาดังกล่าวทั้งหมด 14 คาบ คาบละ 50 นาที

4. ตัวแปรที่ศึกษาในงานวิจัย ได้แก่

4.1 ตัวจัดกระทำ คือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์

4.2 ตัวแปรตาม ได้แก่

4.2.1 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

4.2.2 ความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์

4.2.3 ความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในงานวิจัย มีดังนี้

1. แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 9 แผน (11 คาบ)

2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 สำหรับใช้ทดสอบวัดมโนทัศน์ก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และหลังจากเว้นระยะจากการทำแบบทดสอบหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครั้งที่ 1 เป็นเวลา 3 สัปดาห์ โดยใช้ข้อสอบแบบปรนัย ถูก-ผิด จำนวน 5 ข้อ แบบเติมคำตอบสั้น ๆ จำนวน 5 ข้อ และแบบเลือกตอบมี 4 ตัวเลือก จำนวน 10 ข้อ (ข้อละ 1 คะแนน) ซึ่งจากการหาคุณภาพแบบทดสอบพบว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมีค่าดัชนีความง่ายอยู่ระหว่าง 0.26 – 0.78 ค่าดัชนีอำนาจจำแนก 0.24 ขึ้นไป และค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.86

3. แบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” เป็นแบบวัดความรู้สึกรักของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ ซึ่งมีลักษณะเป็นแบบมาตราส่วนประมาณค่ามี 5 ระดับ คือ เห็นด้วยอย่างยิ่ง เห็นด้วย ไม่แน่ใจ ไม่เห็นด้วย และไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง จำนวน 14 ข้อ

วิธีดำเนินการวิจัย

ในการดำเนินการวิจัย ผู้วิจัยมีขั้นตอนในการดำเนินการดังนี้

1. สร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 และแบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ จากนั้นนำเครื่องมือไปหาคุณภาพ

2. นำหนังสือขอความร่วมมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลการวิจัย จากภาควิชาการศึกษา มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ไปติดต่อผู้อำนวยการ โรงเรียนมัธยมสาธิตวัดพระศรีมหาธาตุ มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร เพื่อขอความร่วมมือในการเก็บรวบรวมข้อมูล จากนั้นผู้วิจัยได้ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้สร้างไว้ ดังนี้

2.1 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่มีลักษณะเป็นแบบปรนัย จำนวน 20 ข้อ ที่ผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้างขึ้น ผ่านการวิเคราะห์และปรับปรุงแก้ไขแล้ว มาทำการทดสอบเพื่อวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (pre – test) โดยใช้เวลาทำแบบทดสอบ 50 นาที

2.2 ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” กับนักเรียน โดยใช้เวลา 11 คาบ คาบละ 50 นาที

2.3 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ฉบับเดิม มาทำการทดสอบเพื่อวัดมโนทัศน์หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (post – test) โดยใช้เวลาทำแบบทดสอบ 50 นาที

2.4 ให้นักเรียนทำแบบสอบถามความคิดเห็นที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ หลังจากเสร็จสิ้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

2.5 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ฉบับเดิม มาทำการทดสอบนักเรียนอีกครั้งหนึ่ง โดยเว้นระยะห่างจากการทดสอบหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครั้งแรกเป็นระยะเวลา 3 สัปดาห์ เพื่อวัดความคงทนในการเรียนรู้ โดยใช้เวลาทำแบบทดสอบ 50 นาที

3. เมื่อเสร็จสิ้นการเก็บรวบรวมข้อมูล ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และแบบสอบถามความคิดเห็นมาทำการวิเคราะห์ แปรผล และสรุปผลต่อไป

การวิเคราะห์ข้อมูล

1. ข้อมูลคะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของกลุ่มตัวอย่าง เปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยโดยใช้ Matched-pairs t-test

2. ข้อมูลที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เปรียบเทียบคะแนนกับเกณฑ์ 60% ที่ผู้วิจัยกำหนดไว้โดยใช้ One sample t-test

3. ข้อมูลที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครั้งที่ 1 กับครั้งที่ 2 โดยเว้นระยะจากการทำแบบทดสอบครั้งแรกเป็นเวลา 3 สัปดาห์ เปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยโดยใช้ t-test for dependent samples

4. ข้อมูลที่ได้จากการทำแบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ ใช้วิธีการแจกแจงความถี่ และหาค่าร้อยละ

ผลการวิจัย

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 มีค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์สูงกว่าค่าเฉลี่ยก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” สูงกว่าเกณฑ์ 60% ที่ผู้วิจัยได้กำหนดไว้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” มีความคงทนในการเรียนรู้ โดยคะแนนเฉลี่ยในการทดสอบครั้งที่ 1 และครั้งที่ 2 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ไม่แตกต่างกัน

4. ผลการสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ พบว่านักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยอย่างยิ่งกับด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ด้านครูผู้สอน และด้านการวัดผลและประเมินผล และนักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยกับด้านสื่อการเรียนรู้

ข้อเสนอแนะ

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 มีข้อเสนอแนะดังนี้

ข้อเสนอแนะที่ได้จากการวิจัย

1. จากการวิจัยพบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สูงกว่าก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ดังนั้นครูผู้สอนควรนำรูปแบบการสร้างมโนทัศน์ไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยเลือกใช้ให้เหมาะสมกับสาระการเรียนรู้ที่สอนและระดับความสามารถของนักเรียน เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนของนักเรียน

2. ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ของ Lasley and Matchzynski ซึ่งประกอบด้วย 5 ขั้นตอน โดยได้วิเคราะห์ขั้นตอนในแต่ละขั้น ดังนี้

ขั้นที่ 1 การกำหนดมโนทัศน์ (Concept Identification) ครูจะต้องวางแผนก่อนดำเนินการสอนโดยเลือกมโนทัศน์ที่ต้องการให้นักเรียนเรียนรู้ ซึ่งได้มาจากการศึกษาสาระการเรียนรู้ในหนังสือคณิตศาสตร์ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี หนังสือคู่มือเรื่องลำดับและอนุกรม และศึกษาตัวชี้วัดช่วงชั้นของหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

ขั้นที่ 2 การให้ตัวอย่าง (Exemplar Identification) ครูจะต้องให้ตัวอย่างโมทัศน์ที่มีความชัดเจน และจะต้องมีจำนวนมากพอที่จะครอบคลุมโมทัศน์ที่ต้องการให้นักเรียนเรียนรู้ ตัวอย่างที่ให้อาจต้องมีความน่าสนใจ ดึงดูดให้นักเรียนคิดและอยากค้นหาคำตอบ ควรเรียงลำดับจากตัวอย่างที่ง่ายไปยาก การให้ตัวอย่างควรใช้การถามตอบประกอบการอธิบายเพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้และสามารถตั้งสมมติฐานได้

ขั้นที่ 3 การตั้งสมมติฐาน (Hypothesizing) ครูจะต้องยอมรับฟังความคิดเห็นของนักเรียน ถ้านักเรียนยังไม่สามารถตั้งสมมติฐานได้ครูควรให้ตัวอย่างเพิ่ม หรือใช้คำถามชี้แนะ ซึ่งคำถามที่ให้อาจเป็นคำถามที่ให้นักเรียนได้อธิบายและแสดงผลมากกว่าจะเป็นคำถามที่ให้นักเรียนตอบ ตื้น ๆ และครูจะต้องใช้เวลากับนักเรียนในการคิดและทดลองตั้งสมมติฐานใหม่ จนกระทั่งนักเรียนได้มโนทัศน์ที่ต้องการ

ขั้นที่ 4 การสรุป (Closure) นักเรียนบางคนยังไม่สามารถสรุปมโนทัศน์ได้ด้วยตนเอง ครูจะต้องเป็นผู้ชี้แนะให้นักเรียนสามารถสรุปมโนทัศน์ได้

ขั้นที่ 5 การนำไปใช้ (Application) นักเรียนส่วนใหญ่สามารถนำมโนทัศน์ที่สรุปในขั้นที่ 4 ไปใช้ได้ถูกต้อง แต่ยังมีนักเรียนบางคนที่ยังไม่เข้าใจมโนทัศน์หรือเข้าใจมโนทัศน์ผิดพลาด จึงไม่สามารถนำมโนทัศน์ที่ได้เรียนรู้ไปใช้แก้ปัญหาได้ถูกต้อง

การให้นักเรียนได้สังเกตจากตัวอย่าง ตั้งสมมติฐาน และสามารถสรุปเป็นมโนทัศน์ได้ด้วยตนเอง เป็นการสอนแบบอุปนัย ซึ่งการสอนแบบอุปนัยจะพัฒนาความเข้าใจมโนทัศน์อย่างต่อเนื่อง และมโนทัศน์จะคงอยู่ได้ยาวกว่าการใช้การสอนแบบนिरัย (อัมพร ม้าคนอง, 2547: 67) ซึ่งจะส่งผลให้นักเรียนเกิดความคงทนในการเรียนรู้

3. การวัดผลและประเมินผล ครูควรเพิ่มข้อสอบที่เป็นแบบอัตนัยในแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เพื่อให้นักเรียนได้เขียนอธิบายคำตอบ ซึ่งจะทำให้ครูเห็นว่านักเรียนมีมโนทัศน์ใดในเรื่องที่เรียนและมีมโนทัศน์ใดที่ผิดพลาด

ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยในครั้งต่อไป

1. ควรมีการศึกษาเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ในเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่น ๆ และระดับชั้นอื่น ๆ

2. ควรมีการศึกษาเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์กับนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางสติปัญญาที่แตกต่างกัน



เอกสารและสิ่งอ้างอิง

กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ. 2551. **หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน 2551.**

กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภา.

กมลรัตน์ หล้าสุวรรณ. 2528. **จิตวิทยาการศึกษา.** พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพมหานคร:

โรงพิมพ์พิมพ์หามงกุฎราชวิทยาลัย.

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์. 2546. **การคิดเชิงมโนทัศน์.** กรุงเทพมหานคร: ชัสเชสมิเดีย.

จิราภา เต็งไตรรัตน์. 2544. **จิตวิทยาทั่วไป.** พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์

มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์.

ชวาล แพรัตกุล. 2526. **เทคนิคการวัดผล.** กรุงเทพมหานคร: วัฒนาพานิช.

ถวิล ชาราโกชน์ และ ศรีนัย คำวิสุข. 2545. **พฤติกรรมมนุษย์กับการพัฒนาตน.** พิมพ์ครั้งที่ 3.

กรุงเทพมหานคร: ไทยวัฒนาพานิช.

บุญศิริ สุวรรณเพ็ชร. 2538. **พจนานุกรมจิตวิทยาฉบับสมบูรณ์.** กรุงเทพมหานคร: เอส เค บุ๊คส์.

ประสาธ อิศรปริดา. 2549. **สาระตะจิตวิทยาการศึกษา.** กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์

มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.

ประยูร อาษานาม. 2537. **การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา: หลักการและแนว**

ปฏิบัติ. กรุงเทพมหานคร: ประกายพริก.

ปราณี พรภวิชัยกุล. 2549. **ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการ**

สร้างมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์

ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 กรุงเทพมหานคร. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์. 2548. **จิตวิทยาการศึกษา**. กรุงเทพมหานคร: ศูนย์สื่อเสริมกรุงเทพ.
- ชลนภา พลชัย. 2548. **ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จังหวัดอุดรธานี**. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- วารินทร์ รัศมีพรหม. 2532. **การออกแบบสาร: หลักการและทฤษฎี**. กรุงเทพมหานคร: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร.
- วิภาพร มาพบสุข. 2542. **จิตวิทยาทั่วไป**. กรุงเทพมหานคร: ศูนย์ส่งเสริมวิชาการ.
- วิไลวรรณ ตรีศรี ชะนะมา. 2537. “แนวคิดบางประการที่เกี่ยวกับแนวคิดรวบยอด.” **สารพัฒนาหลักสูตร** 113: 49-51.
- เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร. 2547. **การสังเคราะห์งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ (Online)**. www.ipst.ac.th/research, 25 มิถุนายน 2554.
- ศิริวรรณ ศรีพหล. 2536. “การวิเคราะห์พฤติกรรมการเรียน.” **ประมวลสาระชุดวิชาการพัฒนาหลักสูตรและวิทยวิธีทางการสอน หน่วยที่ 8-11**. กรุงเทพมหานคร: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมธิราช.
- สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ. 2553. **ค่าสถิติพื้นฐานคะแนน O-NET (Online)**. www.niets.or.th, 2 กรกฎาคม 2554.
- สาคร เกษม. 2543. **ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนโดยใช้รูปแบบการสร้างความคิดรวบยอด**. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน, มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
- สิรินทิพย์ พูลศรี. 2542. **ผลของการใช้รูปแบบการสร้างความคิดรวบยอดที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5**. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน, มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
- สิริพร ทิพย์คง. ม.ป.ป. **เอกสารคำสอนวิชา 158522 ทฤษฎีและวิธีสอนวิชาคณิตศาสตร์**. มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. (อัดสำเนา).

สุธิดา นานซ้ำ. 2549. ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อมโนทัศน์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดตรัง. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สุรางค์ ไคว่ตระกูล. 2552. จิตวิทยาการศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 8. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่ง จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สุวัฒนา เอี่ยมอรพรรณ. 2549. วิธีและเทคนิคการสอนคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการคิดสำหรับครูใน ยุคปฏิรูปการศึกษา. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคอนง. 2546. คณิตศาสตร์: การสอนและการเรียนรู้. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่ง จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

_____. 2547. เอกสารประกอบการสอนรายวิชา ทฤษฎีและการประยุกต์ทางการศึกษา คณิตศาสตร์. จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. (อัดสำเนา).

อาภรณ์ ใจเที่ยง. 2540. หลักการสอน. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์ โอเดียนสโตร์.

อุดม จำรัสพันธุ์. 2541. เอกสารประกอบการสอนวิชาจิตวิทยาการสอนเด็กวัยเรียน. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.

Anderson, J. 1995. **Learning to Teach**. New York: McGraw-Hill.

Ausubel, D. P. 1968. **Education Psychology: a cognitive**. New York: Rinegart and Winston.

Gage, R. L. 1976. "A student of effects of positive and negative instances on the acquisition of selected algebra concept as a function of cognitive style." **Dissertation Abstracts International** 37(8): 4929-A.

Gagne, R. M. 1977. **The Condition of Learning and Theory of Instruction**. New York: Holt & Rinehart and Winston.

Good, C. V. 1973. **Dictionary of Education**. 3 rd ed. New York: McGraw-Hill Book.

- Gorrell, J. 1989. **Effect of self-generated examples on elementary school students' retention of science concept** (Online). www.eric.ed.gov, June 25, 2011.
- Hunter, M. 1993. **Retention Theory for Teachers: A programmed book**. El Segundo, California: TIP.
- Kalani, A. 2008. **A Study of the Effectiveness of Concept Attainment Model over Conventional Teaching Method for Teaching Science in Relation to Achievement and Retention** (Online). www.ssmrae.com, June 25, 2011.
- Lindvall, C. M. and A. J. Nitko. 1975. **Measuring Pupil Achievement and Aptitude**. New York: Harcourt Brace Javanovich.
- McDonald, F. J. 1959. **Education Psychology**. San Francisco: Wadworth Publishing.
- Nunnally, J. C. 1959. **Test and Measurements**. New York: McGraw-Hill Book Company.
- Rani, R. 2010. **Effect of Concept Attainment Model on Mathematics Concept Understanding of Class VII Students** (Online). <http://bcmcollege.blogspot.com>, June 25, 2011.
- Russell, D. H. 1956. **Children's Thinking**. Boston: Ginn and Company.
- Toumasis, C. 1995. "Concept Worksheet: An Important Tool for Learning." **The Mathematics Teacher** 88: 98 – 100.



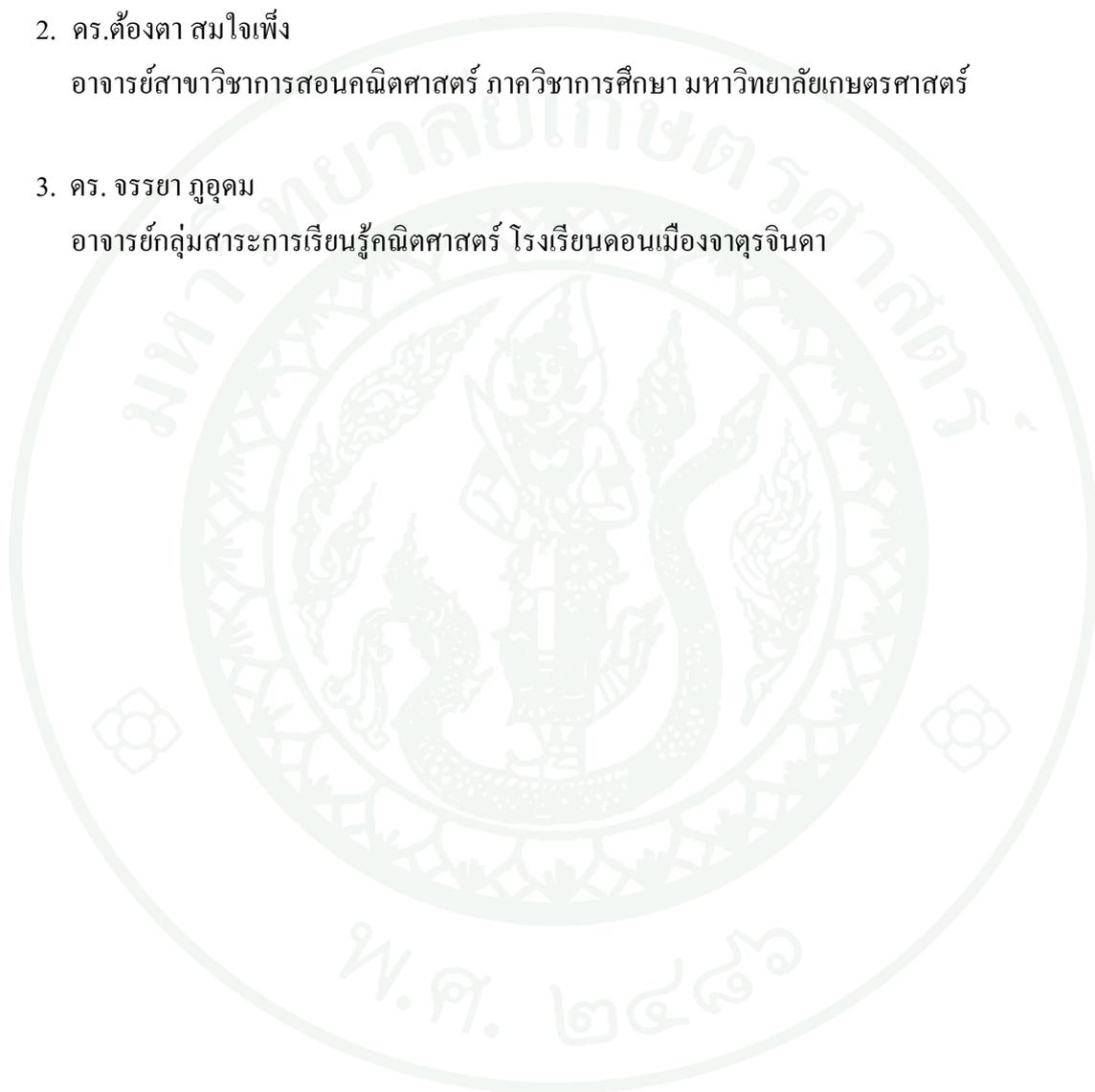


ภาคผนวก ก

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือการวิจัย

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือการวิจัย

1. ดร.ชนิศวรา เลิศอมรพงษ์
อาจารย์สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ภาควิชาการศึกษา มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
2. ดร.ต้องตา สมใจเพ็ง
อาจารย์สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ภาควิชาการศึกษา มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
3. ดร. จรรยา ภูอุดม
อาจารย์กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนคอนเมืองจตุรจินดา





ภาคผนวก ข

แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม”

แผนการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

หน่วยการเรียนรู้ ลำดับและอนุกรม

เรื่อง ลำดับ

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2

จำนวน 1 คาบ เวลา 50 นาที

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ : นักเรียนสามารถ

1. อธิบายความหมายของลำดับได้
2. บอกได้ว่าลำดับใดเป็นลำดับจำกัดหรือลำดับอนันต์
3. เขียนลำดับโดยการแจกแจงได้

ด้านทักษะและกระบวนการ : นักเรียนมีความสามารถในการ

1. ใ้เหตุผล
2. สื่อสาร สื่อความหมายและนำเสนอ
3. เชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์เดียวกันได้

ด้านคุณลักษณะ : นักเรียน

1. มีความสนใจและตั้งใจในกิจกรรมการเรียนรู้
2. ทำงานอย่างเป็นระเบียบและมีความละเอียดรอบคอบ
3. รับผิดชอบงานที่ได้รับมอบหมาย
4. กล้าแสดงออก

สาระการเรียนรู้

ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวกที่เรียงจากน้อยไปมาก โดยเริ่มตั้งแต่ 1

เรียกว่า **ลำดับ**

ลำดับที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก n ตัวแรก หรือ โดเมนเป็น $\{1, 2, 3, \dots, n\}$

เรียกว่า **ลำดับจำกัด**

ลำดับที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก หรือ โดเมนเป็น $\{1, 2, 3, \dots\}$ เรียกว่า **ลำดับอนันต์**

อนันต์

การเขียนลำดับ จะเขียนเฉพาะสมาชิกของเรนจ์เรียงกันไปกล่าวคือ ถ้า a เป็นลำดับจำกัดจะเขียนแทนด้วย $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ ในกรณีที่ a เป็นลำดับอนันต์จะเขียนแทนด้วย $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$

เรียก a_1 ว่าพจน์ที่ 1 ของลำดับ

a_2 ว่าพจน์ที่ 2 ของลำดับ

a_3 ว่าพจน์ที่ 3 ของลำดับ

⋮

a_n ว่าพจน์ที่ n หรือพจน์ทั่วไป (general term) ของลำดับ

หมายเหตุ ในกรณีที่กำหนดลำดับโดยพจน์ทั่วไป ถ้าไม่ได้ระบุสมาชิกในโดเมนให้ถือว่าลำดับนั้นเป็นลำดับอนันต์

ตัวอย่างของฟังก์ชันที่เป็นลำดับและฟังก์ชันที่ไม่เป็นลำดับ

1. $f_1 = \{(1,5), (2,10), (3,15), (4,20), \dots\}$ เป็นลำดับ
2. $f_2 = \{(0,3), (1,6), (2,9), (3,12), (4,15), (5,18), \dots\}$ ไม่เป็นลำดับ
3. $f_3 = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)\}$ เป็นลำดับ
4. $f_4 = \{(4,1), (3,2), (2,3), (1,4), (0,5)\}$ ไม่เป็นลำดับ

ตัวอย่างของลำดับจำกัดและลำดับอนันต์

1. 6, 12, 18, 24, 30 เป็นลำดับจำกัด
2. 4, 9, 16, 25, 36, ..., $(n+1)^2$, ... เป็นลำดับอนันต์
3. $a_n = 2n + 1, n \in \{1, 2, \dots, 20\}$ เป็นลำดับจำกัด
4. $a_n = 2n^2 - 1$ เป็นลำดับอนันต์

ตัวอย่างที่ 1 จงหาสี่พจน์แรกของลำดับ $a_n = 4n - 3$

วิธีทำ

$$\begin{aligned} a_1 &= 4(1) - 3 = 1 \\ a_2 &= 4(2) - 3 = 5 \\ a_3 &= 4(3) - 3 = 9 \\ a_4 &= 4(4) - 3 = 13 \end{aligned}$$

ดังนั้นสี่พจน์แรกของลำดับนี้คือ 1, 5, 9, 13

ตัวอย่างที่ 2 จงหาสี่พจน์แรกของลำดับอนันต์ที่ $a_n = 3^n - 2$ แล้วเขียนลำดับนี้โดยการแจงพจน์

วิธีทำ

พจน์ที่ 1 คือ $3^1 - 2 = 1$

พจน์ที่ 2 คือ $3^2 - 2 = 7$

พจน์ที่ 3 คือ $3^3 - 2 = 25$

พจน์ที่ 4 คือ $3^4 - 2 = 79$

ดังนั้นลำดับนี้คือ 1, 7, 25, 79, ..., $3^n - 2$, ...

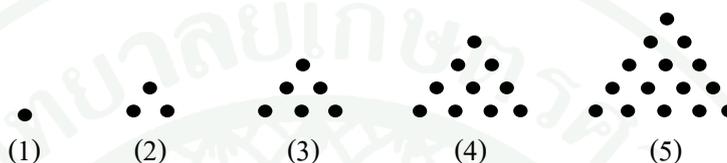
กิจกรรมการจัดการเรียนรู้

ขั้นที่ 1 การกำหนดคอนเซ็ปต์ (Concept Identification)

1. ครูกำหนดคอนเซ็ปต์เรื่อง ความหมายของลำดับ ลำดับจำกัดและลำดับอนันต์ และการเขียนลำดับโดยการแจกแจง

ขั้นที่ 2 การให้ตัวอย่าง (Exemplar Identification)

2. ครูทบทวนเรื่องความสัมพันธ์ การหาโดเมนและเรนจ์ โดยยกตัวอย่างแบบรูป



ครูให้นักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์ของลำดับที่ของรูป และจำนวนจุดในแต่ละรูป โดยใช้การถามตอบ ซึ่งนักเรียนจะต้องตอบได้ว่า โดเมนของฟังก์ชัน คือ $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ และเรนจ์ของฟังก์ชัน คือ $\{1, 3, 6, 10, 15\}$

3. ครูยกตัวอย่างแบบรูปของจำนวน $1, 3, 5, 7, 9, \dots, 2n - 1$ โดยให้นักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างลำดับที่กับจำนวนแต่ละจำนวนในแบบรูป หาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน โดยใช้การถามตอบ
4. ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุปความหมายของโดเมนของฟังก์ชัน คือ เซตของสมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับทุกคู่อันดับในฟังก์ชัน และเรนจ์ของฟังก์ชัน คือ เซตของสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับทุกคู่อันดับในฟังก์ชัน
5. ครูยกตัวอย่างฟังก์ชัน $f_1 = \{(1,5), (2,10), (3,15), (4,20)\}$ โดยเขียนบนกระดาน แล้วบอกนักเรียนว่า ฟังก์ชันนี้เป็นลำดับ ครูยกตัวอย่างฟังก์ชัน $f_2 = \{(0,3), (1,6), (2,9), (3,12), (4,15), (5,18), \dots\}$ แล้วบอกนักเรียนว่า ฟังก์ชันนี้ไม่เป็นลำดับ

ขั้นที่ 3 การตั้งสมมติฐาน (Hypothesizing)

6. ครูให้นักเรียนตั้งสมมติฐานว่าทำไม f_1 จึงเป็นลำดับ แล้วทำไม f_2 จึงไม่เป็นลำดับ
7. ครูยกตัวอย่างเพิ่ม เช่น $f_3 = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6), \dots\}$ เป็นลำดับ $f_4 = \{(4,1), (3,2), (2,3), (1,4), (0,5)\}$ ไม่เป็นลำดับ ให้นักเรียนพิจารณาว่าฟังก์ชันที่เป็นลำดับจะมีลักษณะเช่นไร ถ้านักเรียนยังไม่สามารถตอบได้ แนะนำให้นักเรียนพิจารณาจากโดเมนของฟังก์ชัน

ขั้นที่ 4 การสรุป (Closure)

8. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความหมายของลำดับ โดยให้นักเรียนพิจารณาจากฟังก์ชันในตัวอย่างที่กล่าวมาว่า ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวกที่เรียงจากน้อยไปมาก โดยเริ่มตั้งแต่ 1 เรียกว่า ลำดับ และ ครูให้นักเรียนพิจารณาว่า ฟังก์ชันใน

ตัวอย่างที่เป็นลำดับ พังก์ชันใดเป็นลำดับจำกัดและฟังก์ชันใดเป็นลำดับอนันต์
นักเรียนจะต้องตอบได้ว่า f_1 เป็นลำดับจำกัด และ f_3 เป็นลำดับอนันต์

9. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความหมายของลำดับจำกัดและลำดับอนันต์ว่า ในกรณีที่ฟังก์ชันเป็นลำดับที่มีโดเมนเป็น $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ จะเรียกว่า ลำดับจำกัด และในกรณีที่ฟังก์ชันเป็นลำดับที่มีโดเมนเป็น $\{1, 2, 3, \dots\}$ จะเรียกว่า ลำดับอนันต์

ขั้นที่ 5 ขั้นการนำไปใช้ (Application)

10. ครูให้นักเรียนช่วยกันยกตัวอย่างลำดับ เช่น จำนวนนับ จำนวนเต็มบวกที่เป็นจำนวนคี่ พร้อมทั้งอธิบายการเขียนลำดับ ซึ่งจะเขียนเฉพาะสมาชิกของเรนจ์เรียงกันไป กล่าวคือ ถ้า a เป็นลำดับจำกัดจะเขียนแทนด้วย $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ ในกรณีที่ a เป็นลำดับอนันต์จะเขียนแทนด้วย $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ และอธิบายการเรียกพจน์ของลำดับ ดังนี้
- เรียก a_1 ว่าพจน์ที่ 1 ของลำดับ
 - a_2 ว่าพจน์ที่ 2 ของลำดับ
 - a_3 ว่าพจน์ที่ 3 ของลำดับ
 - ⋮
 - a_n ว่าพจน์ที่ n หรือพจน์ทั่วไป (general term) ของลำดับ
- ในกรณีที่กำหนดลำดับโดยพจน์ทั่วไป ถ้าไม่ได้ระบุสมาชิกในโดเมนให้ถือว่าลำดับนั้นเป็นลำดับอนันต์
11. ครูยกตัวอย่างลำดับ บนกระดาน ให้นักเรียนช่วยกันตอบว่าเป็นลำดับจำกัดหรือลำดับอนันต์ เช่น
- | | |
|---|-----------------|
| $6, 12, 18, 24, 30$ | เป็นลำดับจำกัด |
| $4, 9, 16, 25, 36, \dots, (n+1)^2, \dots$ | เป็นลำดับอนันต์ |
| $a_n = 2n + 1, \quad n \in \{1, 2, \dots, 20\}$ | เป็นลำดับจำกัด |
| $a_n = 2n^2 - 1$ | เป็นลำดับอนันต์ |
12. ครูให้นักเรียนแต่ละคนคิดลำดับจำกัดและลำดับอนันต์อย่างละ 1 ลำดับ เขียนลงในสมุดของตนเอง แล้วครูสุ่มนักเรียน 3 คน ให้นักเรียนแต่ละคนออกมาเขียนลำดับของตนเองบนกระดาน และให้นักเรียนทั้งห้องช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง และครูใช้การถามตอบพจน์ต่าง ๆ ของลำดับที่นักเรียนเขียนบนกระดาน
13. ครูยกตัวอย่างที่ 1 และ 2 โดยใช้การถามตอบ
14. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปความหมายของลำดับ ลำดับจำกัด ลำดับอนันต์ และการเขียนลำดับโดยการแจกแจงพจน์อีกครั้งหนึ่ง
15. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกเสริมทักษะที่ 1 เรื่องลำดับ แล้วช่วยกันเฉลยคำตอบ ครูตรวจสอบ ความถูกต้องอีกครั้งหนึ่ง

16. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 1, 2 และ 3 ในเอกสารประกอบการเรียน เรื่อง ลำดับ และอนุกรมเป็นการบ้าน

สื่อการเรียนรู้

1. แบบฝึกเสริมทักษะที่ 1 เรื่อง ลำดับ
2. เอกสารประกอบการเรียน เรื่อง ลำดับและอนุกรม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

การวัดผลและประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถามของนักเรียน	1. นักเรียนตอบคำถามได้ถูกต้องร้อยละ 65
2. สังเกตจากความสนใจในกิจกรรมการเรียน	2. นักเรียนส่วนใหญ่ให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมและออกมาเขียนลำดับของตนเองบนกระดานได้ถูกต้อง
3. การทำแบบฝึกเสริมทักษะที่ 1	3. นักเรียนทำแบบฝึกเสริมทักษะได้ถูกต้องร้อยละ 85
4. การทำแบบฝึกหัดที่ 1, 2 และ 3	4. นักเรียนส่งการบ้านได้ตรงเวลาร้อยละ 60 และนักเรียนทำการบ้านได้ถูกต้องร้อยละ 80

บันทึกหลังการสอน

ครูทบทวนเรื่องความสัมพันธ์ การหาโดเมนและเรนจ์โดยยกตัวอย่างที่เป็นแบบรูป นักเรียนบางคนไม่สามารถตอบคำถามของครูได้ เพราะคุ้นเคยกับการหาโดเมนและเรนจ์ที่เขียนอยู่ในรูปคู่อันดับ ครูจึงให้นักเรียนช่วยกันเขียนความสัมพันธ์จากแบบรูปในรูปคู่อันดับ แล้วให้นักเรียนหาโดเมนและเรนจ์

นักเรียนส่วนใหญ่สนใจการทำกิจกรรมเป็นอย่างดี ชักถามครูหรือเพื่อนนักเรียนเมื่อสงสัยหรือไม่เข้าใจในบทเรียน ตอบคำถามของครูและกล้าแสดงความคิดเห็น

นักเรียนทำแบบฝึกเสริมทักษะที่ 1 ได้ถูกต้องและรวดเร็ว ครูได้ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดในเอกสารประกอบการเรียน แบบฝึกหัดที่ 1, 2 และ 3 เพิ่มเติม ซึ่งนักเรียนใช้เวลาในการทำแบบฝึกหัดมาก ทำให้ไม่ทันเวลา ครูจึงให้นักเรียนไปทำต่อเป็นการบ้าน

จากการตรวจการบ้านของนักเรียน นักเรียนส่งการบ้านได้ตรงเวลา ร้อยละ 60 แต่มีนักเรียนบางคนไม่ได้ทำการบ้าน มาลอกเพื่อนในชั้นเรียน ครูจึงได้กล่าวตักเตือนว่าให้นักเรียนทำการบ้านด้วยตนเอง นักเรียนทำการบ้านได้ถูกต้อง ร้อยละ 80 และนักเรียนที่ทำการบ้านยังไม่ถูกต้องครูได้เขียนอธิบายเพิ่มเติมลงในเอกสารประกอบการเรียนของนักเรียน

ชื่อ.....นามสกุล..... ชั้น..... เลขที่.....



แบบฝึกเสริมทักษะที่ 1

เรื่อง ลำดับ



1. จงพิจารณาลำดับที่กำหนดให้ว่าเป็นลำดับจำกัดหรือลำดับอนันต์ และทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องว่างที่กำหนดให้

ข้อ	ลำดับ	ลำดับจำกัด	ลำดับอนันต์
1	1, 2, 3, 4, 5		
2	3, 6, 9, 12, ..., 3n, ...		
3	10, 20, 30, 40, 50		
4	5, 10, 15, 20, ..., 5n, ...		
5	2, 20, 200, 2000, ...		
6	$a_n = \frac{1}{2^n - 1}$; $n = 1, 2, 3, \dots, 20$		
7	$a_n = 3n - 2$; $n = 1, 2, 3, \dots$		
8	$a_n = \sin \frac{\pi}{2}$		
9	$a_n = 3^n - 1$		
10	$a_n = 4n - 3$; $n = 1, 2, 3, 4$		

2. จงเขียน 4 พจน์แรกของลำดับต่อไปนี้

2.1) $a_n = 3^n - 1$

วิธีทำ

.....

.....

.....

2.3) $a_n = \frac{n}{n+1}$

วิธีทำ

.....

.....

.....

2.2) $a_n = n^2 - 4$

วิธีทำ

.....

.....

.....

2.4) $a_n = 4n - 2$

วิธีทำ

.....

.....

.....



เฉลยแบบฝึกเสริมทักษะที่ 1

เรื่อง ลำดับ



1. จงพิจารณาลำดับที่กำหนดให้ว่าเป็นลำดับจำกัดหรือลำดับอนันต์ และทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องว่างที่กำหนดให้

ข้อ	ลำดับ	ลำดับจำกัด	ลำดับอนันต์
1	1, 2, 3, 4, 5	✓	
2	3, 6, 9, 12, ..., 3n, ...		✓
3	10, 20, 30, 40, 50	✓	
4	5, 10, 15, 20, ..., 5n, ...		✓
5	2, 20, 200, 2000, ...		✓
6	$a_n = \frac{1}{2^n - 1}$; $n = 1, 2, 3, \dots, 20$	✓	
7	$a_n = 3n - 2$; $n = 1, 2, 3, \dots$		✓
8	$a_n = \sin \frac{\pi}{2}$		✓
9	$a_n = 3^n - 1$		✓
10	$a_n = 4n - 3$; $n = 1, 2, 3, 4$	✓	

2. จงเขียน 4 พจน์แรกของลำดับต่อไปนี้

2.1) $a_n = 3^n - 1$

วิธีทำ $a_1 = 3^1 - 1 = 3 - 1 = 2$

$a_2 = 3^2 - 1 = 9 - 1 = 8$

$a_3 = 3^3 - 1 = 27 - 1 = 26$

$a_4 = 3^4 - 1 = 81 - 1 = 80$

2.2) $a_n = n^2 - 4$

วิธีทำ $a_1 = 1^2 - 4 = 1 - 4 = -3$

$a_2 = 2^2 - 4 = 4 - 4 = 0$

$a_3 = 3^2 - 4 = 9 - 4 = 5$

$a_4 = 4^2 - 4 = 16 - 4 = 12$

2.3) $a_n = \frac{n}{n+1}$

วิธีทำ $a_1 = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$

$a_2 = \frac{2}{2+1} = \frac{2}{3}$

$a_3 = \frac{3}{3+1} = \frac{3}{4}$

$a_4 = \frac{4}{4+1} = \frac{4}{5}$

2.4) $a_n = 4n - 2$

วิธีทำ $a_1 = 4(1) - 2 = 4 - 2 = 2$

$a_2 = 4(2) - 2 = 8 - 2 = 6$

$a_3 = 4(3) - 2 = 12 - 2 = 10$

$a_4 = 4(4) - 2 = 16 - 2 = 14$

แผนการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 หน่วยการเรียนรู้ ลำดับและอนุกรม เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 **จำนวน 1 คาบ เวลา 50 นาที**

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ : นักเรียนสามารถ

1. หาพจน์ถัดไปของลำดับที่กำหนดให้ได้
2. หาพจน์ทั่วไปของลำดับที่กำหนดให้ได้

ด้านทักษะและกระบวนการ : นักเรียนมีความสามารถในการ

1. ให้เหตุผล
2. สื่อสาร สื่อความหมายและนำเสนอ
3. เชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับคณิตศาสตร์ได้
4. มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ด้านคุณลักษณะ : นักเรียน

1. มีความสนใจและตั้งใจในกิจกรรมการเรียนรู้
2. ทำงานอย่างเป็นระเบียบและมีความละเอียดรอบคอบ
3. รับผิดชอบงานที่ได้รับมอบหมาย
4. กล้าแสดงออก

สาระการเรียนรู้

การหาพจน์ถัดไปของลำดับ พิจารณาจากความสัมพันธ์ของลำดับที่กำหนดให้ว่ามีความสัมพันธ์กันอย่างไร

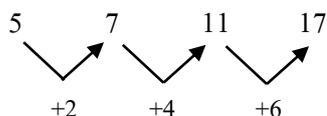
การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ คือ การเขียนแสดงพจน์ทั่วไป a_n ในรูปที่มี n เป็นตัวแปร และเมื่อแทน n ด้วยสมาชิกในเซต $\{1, 2, \dots, m\}$ แล้วได้พจน์ที่ $1, 2, 3, \dots, m$ ของลำดับตรงตามที่กำหนด

วิธีการหาพจน์ทั่วไป

1. ใช้การสังเกตความสัมพันธ์ของพจน์ต่างๆ และความสัมพันธ์ระหว่างพจน์กับลำดับที่ของพจน์
2. ใช้ฟังก์ชันพหุนาม

ตัวอย่างที่ 1 จงหาพจน์ถัดไปสองพจน์ของลำดับ $5, 7, 11, 17, \dots$

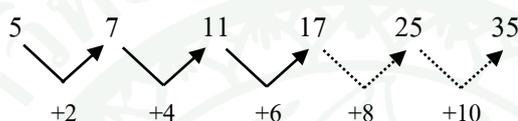
วิธีทำ พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์ในลำดับ พบว่า



จะเห็นว่า พจน์ที่อยู่ถัดไปจะเพิ่มขึ้น 2, 4 และ 6 ตามลำดับ

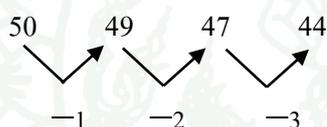
ดังนั้น พจน์สองพจน์ถัดไปของลำดับนี้จะเพิ่มขึ้น 8 และ 10 ตามลำดับ

จะได้ 25 และ 35 เป็นพจน์สองพจน์ถัดไปของลำดับที่กำหนดให้
แสดงได้ดังนี้



ตัวอย่างที่ 2 จงหาพจน์ถัดไปสองพจน์ของลำดับ $50, 49, 47, 44, \dots$

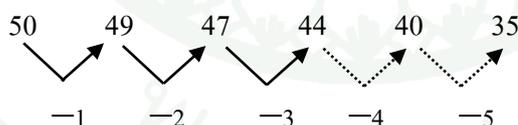
วิธีทำ พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์ในลำดับ พบว่า



จะเห็นว่า พจน์ที่อยู่ถัดไปจะลดลง $-1, -2$ และ -3 ตามลำดับ

ดังนั้น พจน์สองพจน์ถัดไปของลำดับนี้จะลดลง -4 และ -5 ตามลำดับ

จะได้ 40 และ 35 เป็นพจน์สองพจน์ถัดไปของลำดับที่กำหนดให้
แสดงได้ดังนี้



ตัวอย่างที่ 3 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ $1, -8, 27, -64, \dots$

วิธีทำ พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์ในลำดับ $1, -8, 27, -64, \dots$

$$\text{จะได้ว่า } a_1 = 1$$

$$a_2 = -8 = (-1)^{2-1} \times 2^3$$

$$a_3 = 27 = (-1)^{3-1} \times 3^3$$

$$a_4 = -64 = (-1)^{4-1} \times 4^3$$

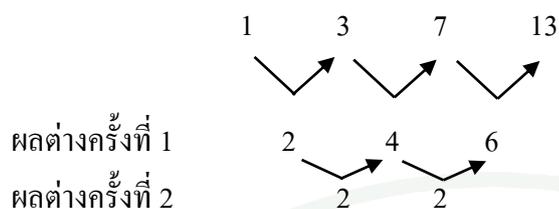
\vdots

$$a_n = (-1)^{n-1} \times n^3$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับนี้ คือ $a_n = (-1)^{n-1} \times n^3$

ตัวอย่างที่ 4 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 1, 3, 7, 13, ...

วิธีทำ จากลำดับที่กำหนดให้ หาผลต่างระหว่างสองพจน์ที่อยู่ติดกันได้ดังนี้



จะเห็นว่าผลต่างครั้งที่สองเป็นค่าคงตัว และมีค่าคงตัวเท่ากับ 2

ให้พจน์ทั่วไปของลำดับนี้อยู่ในรูป $a_n = an^2 + bn + c$

แทน n ในพจน์ทั่วไปด้วย 1, 2, 3 และ 4

$$\text{จะได้ } a_1 = 1 = a + b + c \quad (1)$$

$$a_2 = 3 = 4a + 2b + c \quad (2)$$

$$a_3 = 7 = 9a + 3b + c \quad (3)$$

$$a_4 = 13 = 16a + 4b + c \quad (4)$$

แก้ระบบสมการเชิงเส้น เพื่อหา a, b, c ได้ดังนี้

$$(2) - (1) \quad 2 = 3a + b \quad (5)$$

$$(3) - (2) \quad 4 = 5a + b \quad (6)$$

$$(6) - (5) \quad 2a = 2 \quad \text{จะได้ } a = 1$$

แทน $a = 1$ ใน (5) จะได้ $b = -1$

แทน $a = 1$ และ $b = -1$ ใน (1) จะได้ $c = 1$

แทนค่า a, b และ c จะได้ $a_n = n^2 - n + 1$

เมื่อแทน n ด้วย 1, 2, 3 และ 4 จะได้ a_1, a_2, a_3 และ a_4 เท่ากับค่าที่กำหนดให้

แสดงว่า a_n ที่หาได้เป็นพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิตที่กำหนดให้

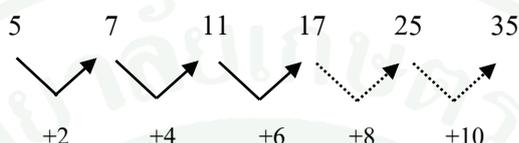
กิจกรรมการจัดการเรียนรู้

ขั้นที่ 1 การกำหนดมโนทัศน์ (Concept Identification)

1. ครูกำหนดมโนทัศน์เรื่อง การหาพจน์ถัดไปของลำดับ และการหาพจน์ทั่วไปของลำดับ จำกัด
2. ครูทบทวนเรื่องการเขียนลำดับโดยการแจกแจงพจน์ โดยใช้การถามตอบ จะได้ว่า การเขียนลำดับ จะเขียนเฉพาะสมาชิกของเรนจ์เรียงกันไป แทนด้วย $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ เรียก a_1 ว่า พจน์ที่ 1 ของลำดับ เรียก a_2 ว่า พจน์ที่ 2 ของลำดับ และเรียก a_n ว่า พจน์ที่ n หรือ พจน์ทั่วไปของลำดับ

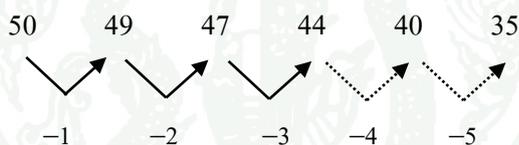
ขั้นที่ 2 การให้ตัวอย่าง (Exemplar Identification)

3. ครูยกตัวอย่างที่ 1 จงหาพจน์ถัดไปสองพจน์ของลำดับ 5, 7, 11, 17, ... บนกระดาน
 - 3.1 ครูถามนักเรียนว่า พจน์ถัดไปของลำดับจะมีค่าเพิ่มขึ้นหรือลดลง (เพิ่มขึ้น)
 - 3.2 พจน์ที่ 1 เท่ากับเท่าไร ($a_1 = 5$) และ พจน์ที่ 2, 3, 4 เท่ากับเท่าไร ($a_2 = 7, a_3 = 11, a_4 = 17$)
 - 3.3 ครูให้นักเรียนพิจารณาผลต่างระหว่าง a_1 และ a_2 , a_2 และ a_3 , a_3 และ a_4 จะได้ว่า



นักเรียนจะต้องตอบได้ว่า $a_5 = 25$ และ $a_6 = 35$

4. ครูยกตัวอย่างที่ 2 จงหาพจน์ถัดไปสองพจน์ของลำดับ 50, 49, 47, 44, ... บนกระดาน
 - 4.1 ครูถามนักเรียนว่าพจน์ถัดไปของลำดับจะมีค่าเพิ่มขึ้นหรือลดลง (ลดลง)
 - 4.2 พจน์ที่ 1 เท่ากับเท่าไร ($a_1 = 50$) และ พจน์ที่ 2, 3, 4 เท่ากับเท่าไร ($a_2 = 49, a_3 = 47, a_4 = 44$)
 - 4.3 ครูให้นักเรียนพิจารณาผลต่างระหว่าง a_1 และ a_2 , a_2 และ a_3 , a_3 และ a_4 จะได้ว่า



นักเรียนจะต้องตอบได้ว่า $a_5 = 40$ และ $a_6 = 35$

5. ครูยกตัวอย่างที่ 3 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 1, -8, 27, -64, ... บนกระดาน โดยให้นักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์และลำดับที่ของแต่ละพจน์ โดยใช้การถามตอบ นักเรียนต้องตอบได้ว่า

$$\begin{aligned}
 a_1 &= 1 \\
 a_2 &= -8 = (-1)^{2-1} \times 2^3 \\
 a_3 &= 27 = (-1)^{3-1} \times 3^3 \\
 a_4 &= -64 = (-1)^{4-1} \times 4^3 \\
 &\vdots \\
 a_n &= (-1)^{n-1} \times n^3
 \end{aligned}$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับนี้ คือ $a_n = (-1)^{n-1} \times n^3$

6. ครูยกตัวอย่างที่ 4 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 1, 3, 7, 13, ... บนกระดาน โดยให้นักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์และลำดับที่ของแต่ละพจน์ โดยใช้การถามตอบ ถ้านักเรียนยังตอบไม่ได้ ครูให้นักเรียนพิจารณาตัวอย่างดังต่อไปนี้

7. จากลำดับที่กำหนดให้ ผลต่างระหว่างสองพจน์ที่อยู่ติดกันเป็นเท่าไร



ผลต่าง 2 4 6

จะเห็นว่าผลต่างระหว่างสองพจน์ที่อยู่ติดกันมีค่าไม่เท่ากัน ให้นักเรียนหาผลต่างครั้งที่ 2 จะได้ว่า



ผลต่างครั้งที่ 1 2 4 6



ผลต่างครั้งที่ 2 2 2

จะเห็นว่าผลต่างครั้งที่สองเป็นค่าคงตัว และมีค่าคงตัวเท่ากับ 2

ให้พจน์ทั่วไปของลำดับนี้อยู่ในรูป $a_n = an^2 + bn + c$

ให้นักเรียนแทน n ในพจน์ทั่วไปด้วย 1, 2, 3 และ 4

$$\text{จะได้ } a_1 = 1 = a + b + c \quad (1)$$

$$a_2 = 3 = 4a + 2b + c \quad (2)$$

$$a_3 = 7 = 9a + 3b + c \quad (3)$$

$$a_4 = 13 = 16a + 4b + c \quad (4)$$

แก้ระบบสมการเชิงเส้น เพื่อหา a, b, c ได้ดังนี้

$$(2) - (1) \quad 2 = 3a + b \quad (5)$$

$$(3) - (2) \quad 4 = 5a + b \quad (6)$$

$$(6) - (5) \quad 2a = 2 \quad \text{จะได้ } a = 1$$

แทน $a = 1$ ใน (5) จะได้ $b = -1$

แทน $a = 1$ และ $b = -1$ ใน (1) จะได้ $c = 1$

แทนค่า a, b และ c จะได้ $a_n = n^2 - n + 1$

เมื่อแทน n ด้วย 1, 2, 3 และ 4 จะได้ a_1, a_2, a_3 และ a_4 เท่ากับค่าที่กำหนดให้

แสดงว่า a_n ที่หาได้เป็นพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิตที่กำหนดให้

ขั้นที่ 3 การตั้งสมมติฐาน (Hypothesizing)

8. ครูแบ่งกลุ่มนักเรียน 3 – 4 คน โดยให้แต่ละกลุ่มช่วยกันตั้งโจทย์การหาพจน์ถัดไปสองพจน์ของลำดับ และแสดงวิธีทำอย่างละเอียดลงในสมุด และตั้งโจทย์การหาพจน์ถัดไปของลำดับและแสดงวิธีทำอย่างละเอียดลงในสมุด

9. ครูให้แต่ละกลุ่มส่งตัวแทนออกมาเขียนลำดับของกลุ่มตนเองบนกระดาน แล้วให้นักเรียนทุกคนหาพจน์ถัดไปสองพจน์ของลำดับและพจน์ทั่วไปของลำดับของกลุ่มอื่น ๆ แล้วสุ่มนักเรียนตอบ โดยครูและเพื่อนนักเรียนที่เหลือช่วยกันตรวจคำตอบว่า ถูกต้องหรือไม่

ขั้นที่ 4 การสรุป (Closure)

10. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปขั้นตอนการหาพจน์ทั่วไปของลำดับ โดยใช้การถามตอบ สามารถสรุปได้ว่า การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ ทำได้โดย
11. ใช้การสังเกตความสัมพันธ์ของพจน์ต่างๆ และความสัมพันธ์ระหว่างพจน์กับลำดับที่ของพจน์
12. ใช้ฟังก์ชันพหุนาม ถ้าผลต่างระหว่างสองพจน์ที่อยู่ติดกันครั้งที่ 1 มีค่าคงตัว ให้พจน์ทั่วไปของลำดับอยู่ในรูป $a_n = an + b$ แล้วแก้ระบบสมการเชิงเส้นหาค่าตัวแปร a และ b ถ้าผลต่างครั้งที่ 1 ยังไม่เป็นค่าคงตัวให้หาผลต่างครั้งที่ 2 ถ้าผลต่างครั้งที่ 2 เป็นค่าคงตัว ให้กำหนดพจน์ทั่วไปของลำดับอยู่ในรูป $a_n = an^2 + bn + c$ แล้วแก้ระบบสมการเชิงเส้นหาค่าตัวแปร a, b และ c

ขั้นที่ 5 การนำไปใช้ (Application)

13. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกเสริมทักษะที่ 2 เรื่อง การหาพจน์ถัดไป และการหาพจน์ทั่วไปของลำดับ แล้วช่วยกันเฉลยคำตอบ ครูตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้งหนึ่ง
14. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 4 และ 5 ในเอกสารประกอบการเรียน เรื่อง ลำดับและอนุกรมเป็นการบ้าน

สื่อการเรียนรู้

1. แบบฝึกเสริมทักษะที่ 2 เรื่อง การหาพจน์ถัดไป และการหาพจน์ทั่วไปของลำดับ
2. เอกสารประกอบการเรียน เรื่อง ลำดับและอนุกรม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

การวัดผลและประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถามของนักเรียน	1. นักเรียนตอบคำถามได้ถูกต้องร้อยละ 58
2. สังเกตจากความสนใจในกิจกรรมการเรียนรู้	2. นักเรียนส่วนใหญ่ให้ความสนใจและให้ความร่วมมือกับการทำกิจกรรมกลุ่ม
3. การทำแบบฝึกเสริมทักษะที่ 2	3. นักเรียนทำแบบฝึกเสริมทักษะได้ถูกต้องร้อยละ 72
4. การทำแบบฝึกหัดที่ 4 และ 5	4. นักเรียนส่งการบ้านได้ตรงเวลาร้อยละ 65 และนักเรียนทำการบ้านได้ถูกต้องร้อยละ 75

บันทึกหลังการสอน

นักเรียนส่วนใหญ่ให้ความสนใจในการทำกิจกรรมเป็นอย่างดี ให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมกลุ่ม นักเรียนกล้าแสดงออกที่จะมาเขียนลำดับของกลุ่มตนเองบนกระดาน และช่วยกันตรวจสอบคำตอบของเพื่อนนักเรียนกลุ่มอื่น มีการทักท้วงเมื่อคำตอบของเพื่อนผิด

ครูเพิ่มตัวอย่างการหาพจน์ทั่วไป โดยใช้ฟังก์ชันพหุนามในรูป $a_n = an + b$ แล้วยกตัวอย่างการหาพจน์ทั่วไปโดยใช้ฟังก์ชันพหุนามในรูป $a_n = an^2 + bn + c$ ทำให้นักเรียนเข้าใจมากขึ้น เนื่องจากการยกตัวอย่างเพิ่มทำให้เวลาในการทำแบบฝึกเสริมทักษะที่ 2 ไม่พอ ครูจึงให้นักเรียนทำต่อเป็นการบ้าน

จากการตรวจแบบฝึกเสริมทักษะที่ 2 ข้อ 2 การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ พบว่านักเรียนบางคนเข้าใจผิดว่าฟังก์ชันพหุนามสามารถใช้ได้กับทุกลำดับ ครูได้อธิบายนักเรียนเพิ่มเติมเกี่ยวกับการใช้ฟังก์ชันพหุนามว่าสามารถใช้ฟังก์ชันพหุนามในการหาพจน์ทั่วไปเมื่อผลต่างของแต่ละพจน์เป็นค่าคงตัวเท่านั้น

จากการตรวจแบบฝึกหัดที่ 4 และ 5 นักเรียนส่วนใหญ่สามารถทำได้ถูกต้อง มีนักเรียน 2 คนที่ยังไม่เข้าใจการหาพจน์ทั่วไปของลำดับ โดยใช้ฟังก์ชันพหุนาม จึงมาซักถามครูหลังจากเลิกชั้นเรียน ครูได้อธิบายเพิ่มเติมและยกตัวอย่างให้นักเรียนลองทำ นักเรียนมีความเข้าใจมากขึ้นและสามารถทำได้ถูกต้อง

ชื่อ.....นามสกุล..... ชั้น..... เลขที่.....



แบบฝึกเสริมทักษะที่ 2
เรื่อง การหาพจน์ถัดไป
และ การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ



1. จงหาพจน์ถัดไปสองพจน์ของลำดับที่กำหนดให้ พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบคำตอบ

1) 7, 14, 21, 28

คำตอบ.....

เหตุผล.....

2) 4, 9, 16, 25

คำตอบ.....

เหตุผล.....

3) 1, 3, 9, 27

คำตอบ.....

เหตุผล.....

4) 11, 22, 33, 44

คำตอบ.....

เหตุผล.....

5) 20, 10, 5, 2.5

คำตอบ.....

เหตุผล.....

2. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับต่อไปนี้

1) $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}$

วิธีทำ

.....

.....

.....

2) 7, 12, 17, 22

วิธีทำ

.....

.....

.....

3) $1, \frac{1}{5}, \frac{1}{25}, \frac{1}{125}$

วิธีทำ

.....

.....

.....

4) -5, -3, -1, 1

วิธีทำ

.....

.....

.....

5) 1, 6, 11, 16

วิธีทำ

.....

.....

.....



เฉลยแบบฝึกเสริมทักษะที่ 2
เรื่อง การหาพจน์ถัดไป
และ การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ



1. จงหาพจน์ถัดไปสองพจน์ของลำดับที่กำหนดให้ พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบคำตอบ

1) 7, 14, 21, 28

คำตอบ 35, 42

เหตุผล พจน์ถัดไปจะเพิ่มขึ้นทีละ 7

2) 4, 9, 16, 25

คำตอบ 36, 49

เหตุผล แต่ละพจน์เป็นกำลังสองของจำนวนเต็มบวก โดยเริ่มตั้งแต่ 2

3) 1, 3, 9, 27

คำตอบ 81, 243

เหตุผล แต่ละพจน์คือ 3^n โดยที่ n เริ่มจาก 0 และ n เป็นจำนวนเต็มบวก

4) 11, 22, 33, 44

คำตอบ 55, 66

เหตุผล พจน์ถัดไปจะเพิ่มขึ้นทีละ 11

5) 20, 10, 5, 2.5

คำตอบ 1.25, 0.625

เหตุผล พจน์ถัดไปจะเป็นครึ่งหนึ่งของพจน์ก่อนหน้า

2. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับต่อไปนี้

1) $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}$

วิธีทำ $\frac{2}{3} = \frac{1+1}{2+1}$

$$\frac{3}{4} = \frac{2+1}{2+2}$$

$$\frac{4}{5} = \frac{3+1}{3+2}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{4+1}{5+2}$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไป คือ $\frac{n+1}{n+2}$

2) 7, 12, 17, 22

วิธีทำ

$$\begin{array}{cccc} 7 & 12 & 17 & 22 \\ \swarrow & \nearrow & \swarrow & \nearrow \\ & & & \end{array}$$

ผลต่าง 5 5 5

ใช้ฟังก์ชันพหุนาม $a_n = an + b$

จะได้ว่า $a_1 = a + b = 7$ (1)

$$a_2 = 2a + b = 12$$
 (2)

$$(2) - (1); \quad a = 5$$

แทน $a = 5$ ในสมการ (1) จะได้ $b = 2$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับ คือ $a_n = 5n + 2$

3) $1, \frac{1}{5}, \frac{1}{25}, \frac{1}{125}$

วิธีทำ $1 = \frac{1}{5^{1-1}}$

$$\frac{1}{5} = \frac{1}{5^{2-1}}$$

$$\frac{1}{25} = \frac{1}{5^{3-1}}$$

$$\frac{1}{125} = \frac{1}{5^{4-1}}$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไป คือ $\frac{1}{5^{n-1}}$

4) -5, -3, -1, 1

วิธีทำ



ผลต่าง 2 2 2

ใช้ฟังก์ชันพหุนาม $a_n = an + b$

จะได้ว่า $a_1 = a + b = -5$ (1)

$a_2 = 2a + b = -3$ (2)

(2) - (1); $a = 2$

แทน $a = 2$ ในสมการ (1) จะได้ $b = -7$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับ คือ $a_n = 2n - 7$

5) 1, 6, 11, 16

วิธีทำ



ผลต่าง 5 5 5

ใช้ฟังก์ชันพหุนาม $a_n = an + b$

จะได้ว่า $a_1 = a + b = 1$ (1)

$a_2 = 2a + b = 6$ (2)

(2) - (1); $a = 5$

แทน $a = 5$ ในสมการ (1) จะได้ $b = -4$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับ คือ $a_n = 5n - 4$

แผนการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 หน่วยการเรียนรู้ ลำดับและอนุกรม เรื่อง ความหมายของลำดับเลขคณิต
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 **จำนวน 1 คาบ เวลา 50 นาที**

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ : นักเรียนสามารถ

1. บอกบทนิยามของลำดับเลขคณิตได้
2. หาพจน์แรกและผลต่างร่วมของลำดับเลขคณิตที่กำหนดให้ได้
3. หาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิตที่กำหนดให้ได้

ด้านทักษะและกระบวนการ : นักเรียนมีความสามารถในการ

1. แก้ปัญหา
2. ให้เหตุผล
3. สื่อสาร สื่อความหมายและนำเสนอ

ด้านคุณลักษณะ : นักเรียน

1. มีความสนใจและตั้งใจในกิจกรรมการเรียนรู้
2. ทำงานอย่างเป็นระเบียบและมีความละเอียดรอบคอบ
3. รับผิดชอบงานที่ได้รับมอบหมาย

สาระการเรียนรู้

ลำดับเลขคณิต คือ ลำดับที่มีผลต่างซึ่งได้จากการนำพจน์ที่ $n + 1$ ลบด้วยพจน์ที่ n แล้วมีค่าคงตัวเสมอ เรียกผลต่างที่เป็นค่าคงตัวว่า **ผลต่างร่วม (Common Difference)** แทนด้วย d พจน์ทั่วไป หรือพจน์ที่ n (a_n) ของลำดับเลขคณิต หาได้จาก

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

เมื่อ a_1 คือ พจน์แรกของลำดับ

d คือ ผลต่างร่วม

ตัวอย่างลำดับที่เป็นลำดับเลขคณิตและไม่เป็นลำดับเลขคณิต

- | | |
|--------------------------|---------------------|
| 1. 2, 7, 12, 17, 22, ... | เป็นลำดับเลขคณิต |
| 2. -5, -9, -14, -20, ... | ไม่เป็นลำดับเลขคณิต |
| 3. 10, -5, -20, -35, ... | เป็นลำดับเลขคณิต |
| 4. 2, 4, 8, 16, ... | ไม่เป็นลำดับเลขคณิต |

ตัวอย่างที่ 1 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต 2, 7, 12, 17, 22

วิธีทำ ให้

$$a_1 = 2$$

$$a_2 = 7 = 2 + 5$$

$$a_3 = 12 = 7 + 5 = 2 + 5 + 5 = 2 + 5(2)$$

$$a_4 = 17 = 12 + 5 = 2 + 5(2) + 5 = 2 + 5(3)$$

$$a_5 = 22 = 17 + 5 = 2 + 5(3) + 5 = 2 + 5(4)$$

ดังนั้น พจน์ที่ n ของลำดับนี้ คือ $a_n = 2 + 5(n - 1)$ หรือ $a_n = 5n - 3$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต 10, -5, -20, -35

วิธีทำ ให้

$$a_1 = 10$$

$$a_2 = -5 = 10 - 15$$

$$a_3 = -20 = -5 - 15 = 10 - 15 - 15 = 10 - 15(2)$$

$$a_4 = -35 = -20 - 15 = 10 - 15(2) - 15 = 10 - 15(3)$$

ดังนั้น พจน์ที่ n ของลำดับนี้ คือ $a_n = 10 - 15(n - 1)$ หรือ $a_n = -15n + 25$

ตัวอย่างที่ 3 จงหาพจน์ที่ n ของลำดับเลขคณิต $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ ที่มี d เป็นผลต่างร่วม

$$\text{ซึ่ง } d = a_{n+1} - a_n$$

วิธีทำ ให้ a_1 เป็นพจน์แรกของลำดับเลขคณิต และ d เป็นผลต่างร่วม

$$a_2 = a_1 + d$$

$$a_3 = a_2 + d = (a_1 + d) + d = a_1 + 2d$$

$$a_4 = a_3 + d = (a_1 + 2d) + d = a_1 + 3d$$

$$\vdots$$

$$a_n = a_{n-1} + d = (a_1 + (n - 2)d) + d = a_1 + (n - 1)d$$

จะได้ พจน์ที่ n ของลำดับเลขคณิต หรือ $a_n = a_1 + (n - 1)d$

ตัวอย่างที่ 4 จงหาพจน์ที่ 8 ของลำดับ -17, -12, -7, -2, ...

วิธีทำ $a_2 - a_1 = -12 - (-17) = 5$, $a_3 - a_2 = -7 - (-12) = 5$, $a_4 - a_3 = -2 - (-7) = 5$

ดังนั้น -17, -12, -7, -2, ... เป็นลำดับเลขคณิตที่มี $a_1 = -17$ และ $d = 5$

จาก $a_n = a_1 + (n - 1)d$

จะได้ $a_8 = -17 + (8 - 1)(5)$
 $= -17 + 35 = 18$

ดังนั้น พจน์ที่ 8 ของลำดับนี้คือ 18

กิจกรรมการจัดการเรียนรู้

ขั้นที่ 1 การกำหนดคอนเซ็ปต์ (Concept Identification)

1. ครูกำหนดคอนเซ็ปต์เรื่อง ความหมายของลำดับเลขคณิต การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต

ขั้นที่ 2 การให้ตัวอย่าง (Exemplar Identification)

2. ครูยกตัวอย่าง ลำดับเลขคณิต 2, 7, 12, 17, 22, ... บนกระดาน ให้นักเรียนหาสองพจน์ถัดไปของลำดับที่กำหนดให้ นักเรียนจะต้องได้ว่า สองพจน์ถัดไปของลำดับ คือ 27 และ 32
3. ครูยกตัวอย่าง ลำดับที่ไม่ใช่ลำดับเลขคณิต -5, -9, -14, -20, ... บนกระดาน ให้นักเรียนหาสองพจน์ถัดไปของลำดับที่กำหนดให้ นักเรียนจะต้องได้ว่า สองพจน์ถัดไปของลำดับ คือ -27 และ -35

ขั้นที่ 3 การตั้งสมมติฐาน (Hypothesizing)

4. ครูยกตัวอย่างลำดับ 10, -5, -20, -35, ... และลำดับ 2, 4, 8, 16, ... ให้นักเรียนพิจารณาว่าลำดับใดเป็นลำดับเลขคณิต นักเรียนจะต้องได้ว่า 10, -5, -20, -35, ... เป็นลำดับเลขคณิต และ 2, 4, 8, 16, ... ไม่เป็นลำดับเลขคณิต ถ้านักเรียนยังไม่สามารถตอบได้ ครูแนะนำให้ให้นักเรียนพิจารณาค่าของพจน์ที่ $n + 1$ ลบพจน์ที่ n จนกระทั่งผู้เรียนสังเกตได้ว่า ลำดับเลขคณิตคือลำดับที่พจน์ถัดไปเพิ่มขึ้นหรือลดลงด้วยค่าคงตัวค่าหนึ่ง ซึ่งครูเรียกค่าคงตัวที่ได้นี้ว่า **ผลต่างร่วม (Common Difference)** แทนด้วย d
5. ครูให้นักเรียนคิดลำดับเลขคณิตที่มีผลต่างร่วมเท่ากับ 7 มาคนละ 2 ลำดับ สุ่มนักเรียนออกมาเขียนลำดับเลขคณิตของตนเองบนกระดาน แล้วให้นักเรียนทั้งชั้นช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง
6. ครูให้นักเรียนพิจารณาตัวอย่างที่เป็นลำดับเลขคณิต ว่าพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิตจะเป็นอย่างไร จากตัวอย่างที่ 1 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต 2, 7, 12, 17, 22 โดยใช้การถามตอบ จะได้ว่า
 - 6.1 พจน์ที่ 1 ของลำดับนี้เท่ากับเท่าใด ($a_1 = 2$)
 - 6.2 ลำดับเลขคณิตนี้มีผลต่างร่วมเท่ากับเท่าใด ($d = 5$)
 - 6.3 นักเรียนสามารถเขียนพจน์ที่ n ในรูปของพจน์ที่ 1 และค่าคงตัว d ได้อย่างไร

$$\text{(จาก } a_1 = 2$$

$$a_2 = 7 = 2 + 5$$

$$a_3 = 12 = 7 + 5 = 2 + 5 + 5 = 2 + 5(2)$$

$$a_4 = 17 = 12 + 5 = 2 + 5(2) + 5 = 2 + 5(3)$$

$$a_5 = 22 = 17 + 5 = 2 + 5(3) + 5 = 2 + 5(4)$$

ดังนั้น พจน์ที่ n คือ $a_n = 2 + 5(n-1)$ หรือ $a_n = 5n - 3$

7. ครูให้นักเรียนพิจารณาตัวอย่างที่ 2 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต 10, -5, -20, -35 โดยใช้การถามตอบ จะได้ว่า

7.1 พจน์ที่ 1 ของลำดับนี้เท่ากับเท่าใด ($a_1 = 10$)

7.2 ลำดับเลขคณิตนี้มีผลต่างร่วมเท่ากับเท่าใด ($d = -15$)

7.3 นักเรียนสามารถเขียนพจน์ที่ n ในรูปของพจน์ที่ 1 และค่าคงตัว d ได้อย่างไร

$$\text{(จาก } a_1 = 10$$

$$a_2 = -5 = 10 - 15$$

$$a_3 = -20 = -5 - 15 = 10 - 15 - 15 = 10 - 15(2)$$

$$a_4 = -35 = -20 - 15 = 10 - 15(2) - 15 = 10 - 15(3)$$

ดังนั้น พจน์ที่ n ของลำดับนี้ คือ $a_n = 10 - 15(n-1)$ หรือ $a_n = -15n + 25$

8. ครูให้นักเรียนพิจารณากรณีทั่วไป ถ้า $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ เป็นลำดับเลขคณิต และมี d เป็นผลต่างร่วม จะเขียนพจน์อื่นๆ ของลำดับเลขคณิตในรูปของ a_1 และ d ได้ดังนี้

$$a_2 = a_1 + d$$

$$a_3 = a_2 + d = (a_1 + d) + d = a_1 + 2d$$

$$a_4 = a_3 + d = (a_1 + 2d) + d = a_1 + 3d$$

⋮

$$a_n = a_{n-1} + d = (a_1 + (n-2)d) + d = a_1 + (n-1)d$$

จะเห็นว่า การหาพจน์ทั่วไป (a_n) ของลำดับเลขคณิต หาได้จากสูตร $a_n = a_1 + (n-1)d$ เมื่อ a_1 คือ พจน์แรกของลำดับ และ d คือ ผลต่างร่วม

ขั้นที่ 4 การสรุป (Closure)

9. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความหมายของลำดับเลขคณิต โดยให้นักเรียนพิจารณาจากลำดับในตัวอย่างที่กล่าวมา สรุปได้ว่า **ลำดับเลขคณิต** คือ ลำดับที่ผลต่างซึ่งได้จากพจน์ที่ $n + 1$ ลบด้วยพจน์ที่ n จะมีค่าคงตัวเสมอ เรียกผลต่างร่วมนี้ว่า **ผลต่างร่วม**

(Common Difference) แทนด้วย d ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปสูตรการหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต คือ $a_n = a_1 + (n-1)d$ เมื่อ a_1 คือ พจน์แรกของลำดับ และ d คือ ผลต่างร่วม

ขั้นที่ 5 การนำไปใช้ (Application)

10. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกเสริมทักษะที่ 3 เรื่อง ลำดับเลขคณิต แล้วช่วยกันเฉลยคำตอบ ครูตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้งหนึ่ง

11. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 6 และ 7 ในเอกสารประกอบการเรียน เรื่อง ลำดับและอนุกรม เป็นการบ้าน

สื่อการเรียนรู้

1. แบบฝึกเสริมทักษะที่ 3 เรื่อง ลำดับเลขคณิต
2. เอกสารประกอบการเรียน เรื่อง ลำดับและอนุกรม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

การวัดผลและประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถามของนักเรียน	1. นักเรียนตอบคำถามได้ถูกต้องร้อยละ 79
2. สังเกตจากความสนใจในกิจกรรมการเรียน	2. นักเรียนส่วนใหญ่ให้ความสนใจและให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรม
3. การทำแบบฝึกเสริมทักษะที่ 3	3. นักเรียนทำแบบฝึกเสริมทักษะได้ถูกต้องร้อยละ 83
4. การทำแบบฝึกหัดที่ 6 และ 7	4. นักเรียนส่งการบ้านได้ตรงเวลาร้อยละ 90 และนักเรียนทำการบ้านได้ถูกต้องร้อยละ 81

บันทึกหลังการสอน

นักเรียนกล้าแสดงออก ขอออกมาเขียนลำดับของตนเองบนกระดาน นักเรียนส่วนใหญ่ให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรม ตอบคำถามของครูอย่างสม่ำเสมอ ในการสรุปความหมายของลำดับเลขคณิตนักเรียนยังไม่สามารถสรุปได้ด้วยตนเอง ครูจะต้องคอยชี้แนะและช่วยนักเรียนสรุป

จากการทำแบบฝึกเสริมทักษะที่ 3 ข้อ 2 นักเรียนส่วนใหญ่หาพจน์ทั่วไปจากสูตรการหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต $a_n = a_1 + (n - 1)d$ แต่นักเรียนหาค่า d ผิดพลาด คือ นำพจน์ที่ n ลบด้วยพจน์ที่ $n + 1$ และนักเรียนบางคนแทนค่า d ในสูตรแต่ไม่ใส่วงเล็บทำให้การคำนวณผิดพลาด ครูจึงแนะนำให้นักเรียนใส่วงเล็บทุกครั้งในการคำนวณ

ชื่อ..... นามสกุล..... ชั้น..... เลขที่.....



แบบฝึกเสริมทักษะที่ 3
เรื่อง ลำดับเลขคณิต



1. จงพิจารณาลำดับที่กำหนดให้ว่าเป็นลำดับเลขคณิตหรือไม่ และทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องว่างที่กำหนดให้

ข้อ	ลำดับ	ลำดับเลขคณิต	
		เป็น	ไม่เป็น
1	1, 2, 3, 4, 5		
2	7, 9, 11, 13, ...		
3	-4, -8, -32, -128, ...		
4	-5, -1, 3, 7, 11		
5	1, -3, 9, -27, ...		
6	$a_n = 3(2^n)$; $n = 1, 2, 3, \dots$		
7	$a_n = 5n - 4$; $n = 1, 2, 3, 4$		
8	$a_n = 4^n$; $n = 1, 2, 3, \dots$		
9	$a_n = 9 + 2n$; $n = 1, 2, 3, \dots$		
10	$a_n = 1 + 7(n - 1)$; $n = 1, 2, 3, 4, 5$		

2. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิตต่อไปนี้

2.1) $-5, 1, 7, 13, \dots$

วิธีทำ

.....

.....

.....

2.3) $-5, -9, -13, -17, \dots$

วิธีทำ

.....

.....

.....

2.2) $7, 4, 1, -2, \dots$

วิธีทำ

.....

.....

.....

2.4) $19, 21, 23, 25, \dots$

วิธีทำ

.....

.....

.....



เฉลยแบบฝึกเสริมทักษะที่ 3

เรื่อง ลำดับเลขคณิต



1. จงพิจารณาลำดับที่กำหนดให้ว่าเป็นลำดับเลขคณิตหรือไม่ และทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องว่างที่กำหนดให้

ข้อ	ลำดับ	ลำดับเลขคณิต	
		เป็น	ไม่เป็น
1	1, 2, 3, 4, 5	✓	
2	7, 9, 11, 13, ...	✓	
3	-4, -8, -32, -128, ...		✓
4	-5, -1, 3, 7, 11	✓	
5	1, -3, 9, -27, ...		✓
6	$a_n = 3(2^n)$; $n = 1, 2, 3, \dots$		✓
7	$a_n = 5n - 4$; $n = 1, 2, 3, 4$	✓	
8	$a_n = 4^n$; $n = 1, 2, 3, \dots$		✓
9	$a_n = 9 + 2n$; $n = 1, 2, 3, \dots$	✓	
10	$a_n = 1 + 7(n - 1)$; $n = 1, 2, 3, 4, 5$	✓	

2. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิตต่อไปนี้

2.1) $-5, 1, 7, 13, \dots$

วิธีทำ $a_1 = -5, d = 1 - (-5) = 6$

จาก $a_n = a_1 + (n - 1)d$

จะได้ว่า $a_n = -5 + (n - 1)(6)$

ดังนั้น $a_n = 6n - 11$

2.2) $7, 4, 1, -2, \dots$

วิธีทำ $a_1 = 7, d = 4 - 7 = -3$

จาก $a_n = a_1 + (n - 1)d$

จะได้ว่า $a_n = 7 + (n - 1)(-3)$

ดังนั้น $a_n = -3n + 10$

2.3) $-5, -9, -13, -17, \dots$

วิธีทำ $a_1 = -5, d = -9 - (-5) = -4$

จาก $a_n = a_1 + (n - 1)d$

จะได้ว่า $a_n = -5 + (n - 1)(-4)$

ดังนั้น $a_n = -4n - 1$

2.4) $19, 21, 23, 25, \dots$

วิธีทำ $a_1 = 19, d = 21 - 19 = 2$

จาก $a_n = a_1 + (n - 1)d$

จะได้ว่า $a_n = 19 + (n - 1)(2)$

ดังนั้น $a_n = 2n + 17$

แผนการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 หน่วยการเรียนรู้ ลำดับและอนุกรม เรื่อง การประยุกต์ลำดับเลขคณิต
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 **จำนวน 1 คาบ เวลา 50 นาที**

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ : นักเรียนสามารถ

1. หาพจน์ถัดไปของลำดับเลขคณิตที่กำหนดให้ได้
2. หาพจน์แรกและผลต่างร่วมของลำดับเลขคณิตที่กำหนดให้ได้
3. หาพจน์ต่างๆ ของลำดับเลขคณิตที่กำหนดให้ได้
4. หาค่าตัวแปร n ที่กำหนดในสูตรลำดับเลขคณิตได้

ด้านทักษะและกระบวนการ : นักเรียนมีความสามารถในการ

1. แก้ปัญหา
2. ให้เหตุผล
3. สื่อสาร สื่อความหมายและนำเสนอ
4. เชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับคณิตศาสตร์ได้

ด้านคุณลักษณะ : นักเรียน

1. มีความสนใจและตั้งใจในกิจกรรมการเรียนรู้
2. ทำงานอย่างเป็นระเบียบและมีความละเอียดรอบคอบ
3. รับผิดชอบงานที่ได้รับมอบหมาย
4. กล้าแสดงออก

สาระการเรียนรู้

พจน์ทั่วไป หรือพจน์ที่ n (a_n) ของลำดับเลขคณิต หาได้จาก

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

เมื่อ a_1 คือ พจน์แรกของลำดับ

d คือ ผลต่างร่วม

ตัวอย่างที่ 1 จงเขียนสี่พจน์ถัดไปของลำดับเลขคณิต $-5, 5, 15, \dots$

วิธีทำ $a_1 = -5, d = 5 - (-5) = 10$ และ $a_3 = 15$

$$\text{จะได้ } a_4 = a_3 + d = 15 + 10 = 25$$

$$a_5 = a_4 + d = 25 + 10 = 35$$

$$a_6 = a_5 + d = 35 + 10 = 45$$

$$a_7 = a_6 + d = 45 + 10 = 55$$

ดังนั้น สี่พจน์ถัดไปของลำดับเลขคณิต $-5, 5, 15, \dots$ คือ $25, 35, 45, 55$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาพจน์ที่ 25 ของลำดับเลขคณิต $1, 7, 13, 19, \dots$

วิธีทำ $a_1 = 1, d = 7 - 1 = 6$

$$\text{จาก } a_n = a_1 + (n - 1)d$$

$$\text{จะได้ } a_{25} = 1 + (25 - 1)(6)$$

$$= 1 + 24(6)$$

$$= 1 + 144$$

$$= 145$$

ดังนั้น พจน์ที่ 25 ของลำดับเลขคณิต $1, 7, 13, 19, \dots$ คือ 145

ตัวอย่างที่ 3 จงหาพจน์แรกของลำดับเลขคณิตที่มี $a_5 = -5$ และ $a_{10} = -20$

วิธีทำ จาก $a_n = a_1 + (n - 1)d$, $a_5 = -5$ และ $a_{10} = -20$

$$\text{จะได้ } a_5 = -5 = a_1 + (5 - 1)d = a_1 + 4d \quad (1)$$

$$a_{10} = -20 = a_1 + (10 - 1)d = a_1 + 9d \quad (2)$$

$$(2) - (1); \quad 5d = -15$$

$$d = -3$$

$$\text{จาก (1) แทน } d = -3; \quad -5 = a_1 + 4(-3)$$

$$a_1 = -5 + 12 = 7$$

ดังนั้น พจน์แรกของลำดับเลขคณิตนี้คือ 7

ตัวอย่างที่ 4 ระหว่าง 9 และ 676 มีจำนวนที่ 7 หารลงตัวทั้งหมดกี่จำนวน

วิธีทำ จำนวนแรกที่มากกว่า 9 และ 7 หารลงตัว คือ 14

เนื่องจาก 676 หารด้วย 7 ได้ผลหาร 96 เหลือเศษ 4 แสดงว่าจำนวนที่มากที่สุดที่ 7 หารลง

ตัวและน้อยกว่า 676 คือ $676 - 4 = 672$

จากข้อมูลข้างต้นและสมบัติการหาร จะได้ว่าสิ่งที่โจทย์ต้องการแทนได้ด้วยลำดับเลขคณิต
14, 21, 28, ..., 672

จากสูตร $a_n = a_1 + (n-1)d$ เมื่อ $a_1 = 14$, $d = 7$ และ $a_n = 672$

จะได้ $672 = 14 + (n-1)(7)$

$$672 = 14 + 7n - 7$$

$$7n = 665$$

$$n = 95$$

ดังนั้น ระหว่าง 9 และ 676 มีจำนวนที่ 7 หารลงตัวทั้งหมด 95 จำนวน

กิจกรรมการจัดการเรียนรู้

ขั้นที่ 1 การกำหนดมโนทัศน์ (Concept Identification)

1. ครูกำหนดมโนทัศน์เรื่อง การหาพจน์ถัดไปของลำดับเลขคณิตที่กำหนดให้ การหาพจน์ที่ n ของลำดับเลขคณิตเมื่อกำหนดค่า n มาให้ และการหาจำนวนพจน์ของลำดับเลขคณิตที่กำหนดให้
2. ครูทบทวนสูตรการหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต คือ $a_n = a_1 + (n-1)d$ เมื่อ a_1 คือ พจน์แรกของลำดับ และ d คือ ผลต่างร่วม

ขั้นที่ 2 การให้ตัวอย่าง (Exemplar Identification)

3. ครูยกตัวอย่างที่ 1 จงเขียนสี่พจน์ถัดไปของลำดับเลขคณิต $-5, 5, 15, \dots$ บนกระดาน ครูให้นักเรียนพิจารณาพจน์ที่ 1 ของลำดับ คือ -5 พจน์ที่ 2 คือ 5

จะได้ว่า พจน์ที่ 1 และพจน์ที่ 2 ต่างกัน $5 - (-5) = 10$

$$\text{พจน์ที่ 2 และพจน์ที่ 3 ต่างกัน } 15 - 5 = 10$$

ดังนั้น พจน์ที่ 3 และพจน์ที่ 4 ต่างกัน 10

$$\text{จะได้ } a_4 = a_3 + 10 = 15 + 10 = 25$$

$$a_5 = a_4 + 10 = 25 + 10 = 35$$

$$a_6 = a_5 + 10 = 35 + 10 = 45$$

$$a_7 = a_6 + 10 = 45 + 10 = 55$$

ดังนั้น สี่พจน์ถัดไปของลำดับเลขคณิต $-5, 5, 15, \dots$ คือ 25, 35, 45, 55

4. ครูถามนักเรียนว่า สามารถหาคำตอบด้วยวิธีอื่นได้หรือไม่ ถ้านักเรียนไม่สามารถตอบได้ ครูแนะนำอีกวิธีคือ ใช้สูตรการหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต คือ

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

จากลำดับเลขคณิตที่กำหนดให้จะได้ว่า $a_1 = -5$ และ $d = 5 - (-5) = 10$

แทนค่าในสูตร จะได้ $a_n = -5 + (n - 1)(10)$

หรือ $a_n = 10n - 15$

ดังนั้น $a_4 = 10(4) - 15 = 25$

$a_5 = 10(5) - 15 = 35$

$a_6 = 10(6) - 15 = 45$

$a_7 = 10(7) - 15 = 55$

ดังนั้น สี่พจน์ถัดไปของลำดับเลขคณิต $-5, 5, 15, \dots$ คือ $25, 35, 45, 55$

5. ครูยกตัวอย่างที่ 2 จงหาพจน์ที่ 25 ของลำดับเลขคณิต $1, 7, 13, 19, \dots$ ให้นักเรียนพิจารณา
สิ่งที่โจทย์ต้องการหา คือ พจน์ที่ 25 ของลำดับเลขคณิตที่กำหนดให้ จากลำดับเลขคณิต ครู
ถามนักเรียนว่า

5.1 พจน์แรกของลำดับเลขคณิตเท่ากับเท่าไร ($a_1 = 1$)

5.2 ผลต่างร่วมของลำดับเลขคณิตเท่ากับเท่าไร ($d = 7 - 1 = 6$)

5.3 นักเรียนจะหาพจน์ที่ 25 ได้อย่างไร

จากสูตร $a_n = a_1 + (n - 1)d$, $a_1 = 1$, $d = 6$ และ $n = 25$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ว่า } a_{25} &= 1 + (25 - 1)(6) \\ &= 1 + 144 \\ &= 145 \end{aligned}$$

ดังนั้น พจน์ที่ 25 ของลำดับเลขคณิต $1, 7, 13, 19, \dots$ คือ 145

6. ครูยกตัวอย่างที่ 3 จงหาพจน์แรกของลำดับเลขคณิตที่มี $a_5 = -5$ และ $a_{10} = -20$ ครูให้
นักเรียนพิจารณาสิ่งที่โจทย์ต้องการ คือ พจน์แรกของลำดับเลขคณิต (a_1)

จากโจทย์กำหนดให้ คือ $a_5 = -5$ และ $a_{10} = -20$ ครูตั้งคำถามว่า จะสามารถนำสิ่งที่
ที่กำหนดให้มาแก้ปัญหาได้อย่างไร

จากสูตรการหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต $a_n = a_1 + (n - 1)d$ ให้นักเรียน
พิจารณา จะได้ว่า

จาก $a_5 = -5$ นั่นคือ $n = 5$ จะได้ว่า $a_5 = a_1 + (5 - 1)d$

$$\text{แทนค่า } a_5 = -5 \quad ; \quad -5 = a_1 + 4d \quad (1)$$

และ $a_{10} = -20$ นั่นคือ $n = 10$ จะได้ว่า $a_{10} = a_1 + (10 - 1)d$

$$\text{แทนค่า } a_{10} = -20 \quad ; \quad -20 = a_1 + 9d \quad (2)$$

จาก (1) และ (2) แก่สมการสองตัวแปร นำสมการ (2) - (1)

จะได้ $-15 = 5d$ ดังนั้น $d = -3$

นำ $d = -3$ ไปแทนในสมการ (1) จะได้ $-5 = a_1 + 4(-3)$, $a_1 = 7$

ดังนั้น พจน์แรกของลำดับเลขคณิตนี้ คือ 7

7. ครูยกตัวอย่างที่ 4 ระหว่าง 9 และ 676 มีจำนวนที่ 7 หารลงตัวทั้งหมดกี่จำนวน ครูให้นักเรียนพิจารณาสิ่งที่โจทย์ต้องการ (จำนวนที่ 7 หารลงตัวว่ามีกี่จำนวน หรือ หาค่าตัวแปร n ในสูตร พจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต) ผู้สอนตั้งคำถามว่าจากสูตรการหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต
- $$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

7.1 ถ้านักเรียนต้องการหาค่าตัวแปร n นักเรียนจะต้องรู้ค่าของอะไรบ้าง (a_n, a_1, d)

7.2 จะหาค่า a_1 ได้อย่างไร (จำนวนที่มากกว่า 9 และ 7 หารลงตัวคือ 14 ดังนั้น $a_1 = 14$)

7.3 จะหาค่า a_n ได้อย่างไร (เนื่องจาก 676 หารด้วย 7 ได้ผลลัพธ์ 96 เหลือเศษ 4 แสดงว่าจำนวนที่มากที่สุดที่ 7 หารลงตัวและน้อยกว่า 676 คือ $676 - 4 = 672$ ดังนั้น $a_n = 672$)

7.4 จะหาค่า d ได้อย่างไร (จำนวนแรกที่ 7 หารลงตัวคือ 14 จำนวนต่อไปที่ 7 หารลงตัวคือ 21 ดังนั้น $d = 21 - 14 = 7$)

เมื่อทราบค่า $a_1 = 14$, $a_n = 672$ และ $d = 7$ ดังนั้นสามารถหาค่า n ได้คือ

$$\text{จาก } a_n = a_1 + (n - 1)d$$

$$672 = 14 + (n - 1)(7)$$

$$672 = 14 + 7n - 7$$

$$7n = 665$$

$$n = 95$$

ดังนั้น ระหว่าง 9 และ 676 มีจำนวนที่ 7 หารลงตัวทั้งหมด 95 จำนวน

ขั้นที่ 3 การตั้งสมมติฐาน (Hypothesizing)

8. ครูให้นักเรียนทำใบกิจกรรม เรื่องการประยุกต์ลำดับเลขคณิต โดยให้ร่วมกันคิดกับเพื่อนนักเรียนที่นั่งติดกัน ให้เวลาทำใบกิจกรรม 15 นาที ระหว่างนี้ครูเดินดูนักเรียนทำใบกิจกรรม และให้คำแนะนำนักเรียนเมื่อนักเรียนมีข้อสงสัยหรือทำไม่ได้
9. ครูสุ่มนักเรียนให้ออกมาแสดงวิธีทำของตนเองบนกระดาน โดยให้นักเรียนทั้งชั้นร่วมกันตรวจวิธีทำและคำตอบของเพื่อนนักเรียนที่ทำบนกระดาน ถ้านักเรียนแสดงวิธีทำผิด ครูและเพื่อนนักเรียนทั้งชั้นช่วยกันแก้ไขให้ถูกต้อง
10. ครูถามนักเรียนว่าใครมีวิธีคิดแตกต่างจากเพื่อน ให้ออกมานำเสนอแนวคิดของตนเองหน้าชั้นเรียน

ขั้นที่ 4 การสรุป (Closure)

11. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเรื่อง การประยุกต์ลำดับเลขคณิต จะต้องได้ว่า
- 11.1 พิจารณาว่าโจทย์กำหนดสิ่งใดมาให้ และโจทย์ถามหาอะไร
- 11.2 ใช้สูตรการหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต $a_n = a_1 + (n - 1)d$ หาค่าสิ่งที่ต้องการ

ขั้นที่ 5 การนำไปใช้ (Application)

12. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 8, 9, 10 และ 11 ในเอกสารประกอบการเรียน เรื่อง ลำดับและอนุกรมเป็นการบ้าน

สื่อการเรียนรู้

1. ใบกิจกรรม เรื่อง การประยุกต์ลำดับเลขคณิต
2. เอกสารประกอบการเรียน เรื่อง ลำดับและอนุกรม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

การวัดผลและการประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถามของนักเรียน	1. นักเรียนตอบคำถามได้ถูกต้องร้อยละ 57
2. สังเกตจากความสนใจในกิจกรรมการเรียน	2. นักเรียนส่วนใหญ่ให้ความสนใจและให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรม
3. การทำใบกิจกรรม เรื่อง การประยุกต์ลำดับเลขคณิต	3. นักเรียนทำใบกิจกรรมได้ถูกต้องร้อยละ 52
4. การทำแบบฝึกหัดที่ 8, 9, 10 และ 11	4. นักเรียนส่งการบ้านได้ตรงเวลาร้อยละ 65 และนักเรียนทำการบ้านได้ถูกต้องร้อยละ 72

บันทึกหลังการสอน

จากการทำใบกิจกรรม นักเรียนจะช่วยกันคิดกับคู่ของตนเอง เมื่อมีข้อสงสัยหรือทำไม่ได้ จะขอแนะนำจากครู ในการทำกิจกรรมนี้นักเรียนส่วนใหญ่อ่าน โจทย์แล้วไม่เข้าใจว่า โจทย์ถามหาสิ่งใด ครูจะต้องคอยให้คำแนะนำและอธิบายเพิ่มเติม นักเรียนกล้าแสดงออก ขอออกมาแสดงวิธีคิดของตนเองบนกระดาน นักเรียนช่วยกันตรวจสอบคำตอบของเพื่อนนักเรียน เมื่อเพื่อนแสดงวิธีทำผิดก็ช่วยกันแก้ไขคำตอบให้ถูกต้อง

ชื่อ.....นามสกุล..... ชั้น..... เลขที่.....



ใบกิจกรรม

เรื่อง การประยุกต์ลำดับเลขคณิต



จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด

1. จงเขียนสี่พจน์ถัดไปของลำดับเลขคณิตที่มี a_1 เท่ากับ 9 และมีผลต่างร่วมเท่ากับ -5

.....

2. จงหาพจน์ที่ 13 ของลำดับเลขคณิต $-4, 3, 10, 17, \dots$

.....

3. จงหาพจน์ที่ 9 ของลำดับเลขคณิตที่มีพจน์ที่ห้าเท่ากับ 33 และพจน์ที่สิบเอ็ดเท่ากับ 75

.....

4. ระหว่าง 15 กับ 205 มีจำนวนที่ 3 และ 4 หารลงตัวทั้งหมดกี่จำนวน

.....



เฉลยใบกิจกรรม

เรื่อง การประยุกต์ลำดับเลขคณิต



จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด

1. จงเขียนสี่พจน์ถัดไปของลำดับเลขคณิตที่มี a_1 เท่ากับ 9 และมีผลต่างร่วมเท่ากับ -5

วิธีทำ จาก $a_1 = 9, d = -5$

จะได้ว่า $a_2 = a_1 + d = 9 + (-5) = 4$

$$a_3 = a_2 + d = 4 + (-5) = -1$$

$$a_4 = a_3 + d = (-1) + (-5) = -6$$

$$a_5 = a_4 + d = (-6) + (-5) = -11$$

ดังนั้น สี่พจน์ถัดไปของลำดับเลขคณิตนี้ คือ 4, -1 , -6 , -11

2. จงหาพจน์ที่ 13 ของลำดับเลขคณิต $-4, 3, 10, 17, \dots$

วิธีทำ $a_1 = -4, d = 3 - (-4) = 7$

จาก $a_n = a_1 + (n - 1)d$

จะได้ว่า $a_{13} = -4 + (13 - 1)(7) = 80$

ดังนั้น พจน์ที่ 13 ของลำดับเลขคณิตนี้ คือ 80

3. จงหาพจน์ที่ 9 ของลำดับเลขคณิตที่มีพจน์ที่ห้าเท่ากับ 33 และพจน์ที่สิบเอ็ดเท่ากับ 75

วิธีทำ จากโจทย์ $a_5 = 33$ และ $a_{11} = 75$

จาก $a_n = a_1 + (n - 1)d$

จะได้ว่า $a_5 = a_1 + 4d = 33$ (1)

และ $a_{11} = a_1 + 10d = 75$ (2)

$$(2) - (1); \quad 6d = 42$$

$$d = \frac{42}{6} = 7$$

แทน $d = 7$ ใน (1) จะได้ $a_1 = 5$

จาก $a_n = a_1 + (n - 1)d$

ดังนั้น $a_9 = 5 + (9 - 1)(7) = 5 + 56 = 61$

4. ระหว่าง 15 กับ 205 มีจำนวนที่ 3 และ 4 หารลงตัวทั้งหมดกี่จำนวน

วิธีทำ จำนวนที่ 3 และ 4 หารลงตัว คือ จำนวนที่หารด้วย 12 ลงตัว

จำนวนแรกที่ยังมากกว่า 15 และ 12 หารลงตัว คือ 24

เนื่องจาก 205 หารด้วย 12 ได้ผลหาร 17 เหลือเศษ 1 แสดงว่าจำนวนที่มากที่สุดที่ 12 หาร

ลงตัวและน้อยกว่า 205 คือ $205 - 1 = 204$

จากข้อมูลข้างต้นและสมบัติการหาร จะได้ว่าสิ่งที่โจทย์ต้องการแทนได้ด้วยลำดับเลขคณิต

24, 36, 48, ..., 204

จากสูตร $a_n = a_1 + (n - 1)d$

เมื่อ $a_1 = 24$, $d = 12$ และ $a_n = 204$

จะได้ $204 = 24 + (n - 1)(12)$

$$204 = 24 + 12n - 12$$

$$12n = 192$$

$$n = \frac{192}{12} = 16$$

ดังนั้น ระหว่าง 15 และ 205 มีจำนวนที่ 3 และ 4 หารลงตัวทั้งหมด 16 จำนวน

แผนการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 หน่วยการเรียนรู้ ลำดับและอนุกรม เรื่อง ลำดับเรขาคณิต
 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 จำนวน 1 คาบ เวลา 50 นาที

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ : นักเรียนสามารถ

1. บอกนิยามของลำดับเรขาคณิตได้
2. หาพจน์แรกและอัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิตที่กำหนดให้ได้
3. หาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิตที่กำหนดให้ได้

ด้านทักษะและกระบวนการ : นักเรียนมีความสามารถในการ

1. แก้ปัญหา
2. ให้เหตุผล
3. สื่อสาร สื่อความหมายและนำเสนอ
4. เชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับคณิตศาสตร์ได้

ด้านคุณลักษณะ : นักเรียน

1. มีความสนใจและตั้งใจในกิจกรรมการเรียนรู้
2. ทำงานอย่างเป็นระเบียบและมีความละเอียดรอบคอบ
3. รับผิดชอบงานที่ได้รับมอบหมาย
4. กล้าแสดงออก

สาระการเรียนรู้

ลำดับเรขาคณิต คือ ลำดับที่อัตราส่วนร่วมของพจน์ที่ $n + 1$ ต่อพจน์ที่ n มีค่าคงตัว และเรียกค่าคงตัวนี้ว่า อัตราส่วนร่วม (Common Ratio) แทนด้วย r

พจน์ทั่วไป หรือพจน์ที่ n (a_n) ของลำดับเรขาคณิต หาได้จาก

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

เมื่อ a_1 คือ พจน์แรกของลำดับ

r คือ อัตราส่วนร่วม

ตัวอย่างลำดับที่เป็นลำดับเรขาคณิตและไม่เป็นลำดับเรขาคณิต

1. $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$ เป็นลำดับเรขาคณิต
2. $7, 14, 21, 28, \dots$ ไม่เป็นลำดับเรขาคณิต

3. $-5, 10, -20, 40, \dots$ เป็นลำดับเรขาคณิต
 4. $-2, -4, -6, -8, \dots$ ไม่เป็นลำดับเรขาคณิต

ตัวอย่างที่ 1 จงหาสามพจน์ถัดไปและพจน์ที่ n ของลำดับเรขาคณิต $8, 16, 32, 64, \dots$

วิธีทำ

$$a_1 = 8$$

$$a_2 = 16 = 8(2)$$

$$a_3 = 32 = 8(2^2)$$

$$a_4 = 64 = 8(2^3)$$

\vdots

$$a_n = 8(2^{n-1})$$

จะได้ $a_5 = 8(2^{5-1}) = 8 \times 16 = 128$

$$a_6 = 8(2^{6-1}) = 8 \times 32 = 256$$

$$a_7 = 8(2^{7-1}) = 8 \times 64 = 512$$

ดังนั้นสามพจน์ถัดไปของลำดับเรขาคณิต $8, 16, 32, 64, \dots$ คือ $128, 256, 512$

และพจน์ที่ n ของลำดับนี้คือ $a_n = 8(2^{n-1})$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาพจน์ที่ n ของลำดับเรขาคณิต $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ ที่มี r เป็นอัตราส่วนร่วม

$$\text{ซึ่ง } r = \frac{a_{n+1}}{a_n}$$

วิธีทำ ให้ a_1 เป็นพจน์แรกของลำดับเรขาคณิต และ r เป็นอัตราส่วนร่วม

$$a_2 = a_1 r$$

$$a_3 = a_2 r = (a_1 r) r = a_1 r^2$$

$$a_4 = a_3 r = (a_1 r^2) r = a_1 r^3$$

\vdots

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

จะได้ พจน์ที่ n ของลำดับเรขาคณิต หรือ $a_n = a_1 r^{n-1}$

กิจกรรมการจัดการเรียนรู้

ขั้นที่ 1 การกำหนดมโนทัศน์ (Concept Identification)

1. ครูกำหนดมโนทัศน์เรื่อง ความหมายของลำดับเรขาคณิต การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต

ขั้นที่ 2 การให้ตัวอย่าง (Exemplar Identification)

2. ครูยกตัวอย่างลำดับเรขาคณิต $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$ บนกระดาน ให้นักเรียนหาสองพจน์ถัดไปของลำดับที่กำหนดให้ นักเรียนจะต้องได้ว่า สองพจน์ถัดไปของลำดับ คือ $\frac{1}{16}$ และ $\frac{1}{32}$
3. ครูยกตัวอย่างลำดับที่ไม่เป็นลำดับเรขาคณิต $7, 14, 21, 28, \dots$ บนกระดาน ให้นักเรียนหาสองพจน์ถัดไปของลำดับที่กำหนดให้ นักเรียนจะต้องได้ว่า สองพจน์ถัดไปของลำดับ คือ 35 และ 42

ขั้นที่ 3 การตั้งสมมติฐาน (Hypothesizing)

4. ครูยกตัวอย่าง ลำดับ $-5, 10, -20, 40, \dots$ และลำดับ $-2, -4, -6, -8, \dots$ แล้วให้นักเรียนพิจารณาว่าลำดับใดเป็นลำดับเรขาคณิต นักเรียนจะต้องได้ว่า ลำดับ $-5, 10, -20, 40, \dots$ เป็นลำดับเรขาคณิต และลำดับ $-2, -4, -6, -8, \dots$ ถ้านักเรียนยังไม่สามารถตอบได้ ครูแนะนำให้ให้นักเรียนพิจารณาค่าของ พจน์ที่ $n + 1$ หารด้วยพจน์ที่ n จนกระทั่งผู้เรียนสังเกตได้ว่าลำดับเรขาคณิต คือลำดับที่มี $\frac{a_{n+1}}{a_n}$ เป็นค่าคงตัวทุกค่าของจำนวนนับ n
5. ครูให้นักเรียนคิดลำดับเรขาคณิตมาคนละ 2 ลำดับ สุ่มนักเรียนออกมาเขียนลำดับเรขาคณิตของตนเองบนกระดาน แล้วให้นักเรียนทั้งชั้นช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง

ขั้นที่ 4 การสรุป (Closure)

6. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความหมายของลำดับเรขาคณิต โดยให้นักเรียนพิจารณาจากลำดับในตัวอย่างที่กล่าวมา สรุปได้ว่า **ลำดับเรขาคณิต** คือ ลำดับที่มีอัตราส่วนร่วมของพจน์ที่ $n + 1$ ต่อพจน์ที่ n มีค่าคงตัว และเรียกค่าคงตัวนี้ว่า **อัตราส่วนร่วม (Common Ratio)** ซึ่งแทนด้วย r
7. ครูยกตัวอย่างลำดับ $8, 16, 32, 64, \dots$ บนกระดาน แล้วถามนักเรียนว่า
 - 7.1 ลำดับนี้เป็นลำดับเรขาคณิตหรือไม่ (เป็นลำดับเรขาคณิต)
 - 7.2 สามพจน์ถัดไปของลำดับนี้เท่ากับเท่าไร ($a_5 = 128, a_6 = 256, a_7 = 512$)
 - 7.3 จะสามารถหาพจน์ถัดไปของลำดับนี้ได้อย่างไร

$$(a_1 = 8$$

$$a_2 = 16 = 8(2)$$

$$a_3 = 32 = 8(2^2)$$

$$a_4 = 64 = 8(2^3)$$

$$a_n = 8(2^{n-1})$$

8. ครูให้นักเรียนพิจารณากรณีทั่วไป ถ้าให้ $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ เป็นลำดับเรขาคณิต โดยที่ a_1 เป็นพจน์แรก และ r เป็นอัตราส่วนร่วม จะเขียนพจน์อื่นๆ ของลำดับเรขาคณิตในรูปของ a_1 และ r ได้ดังนี้

$$a_2 = a_1 r$$

$$a_3 = a_2 r = (a_1 r) r = a_1 r^2$$

$$a_4 = a_3 r = (a_1 r^2) r = a_1 r^3$$

$$\vdots$$

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

จะได้ว่า พจน์ทั่วไป (a_n) ของลำดับเรขาคณิต หาได้จากสูตร $a_n = a_1 r^{n-1}$ เมื่อ a_1 คือ พจน์แรกของลำดับ และ r คืออัตราส่วนร่วม

9. ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปความหมายของลำดับเรขาคณิต และการหาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต

ขั้นที่ 5 การนำไปใช้ (Application)

10. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกเสริมทักษะที่ 5 เรื่องลำดับเรขาคณิต แล้วช่วยกันเฉลยคำตอบ ครูตรวจสอบ ความถูกต้องอีกครั้งหนึ่ง
11. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 12, 13 และ 14 ในเอกสารประกอบการเรียน เรื่อง ลำดับและอนุกรมเป็นการบ้าน

สื่อการเรียนรู้

- แบบฝึกเสริมทักษะที่ 5 เรื่อง ลำดับ
- เอกสารประกอบการเรียน เรื่อง ลำดับและอนุกรม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

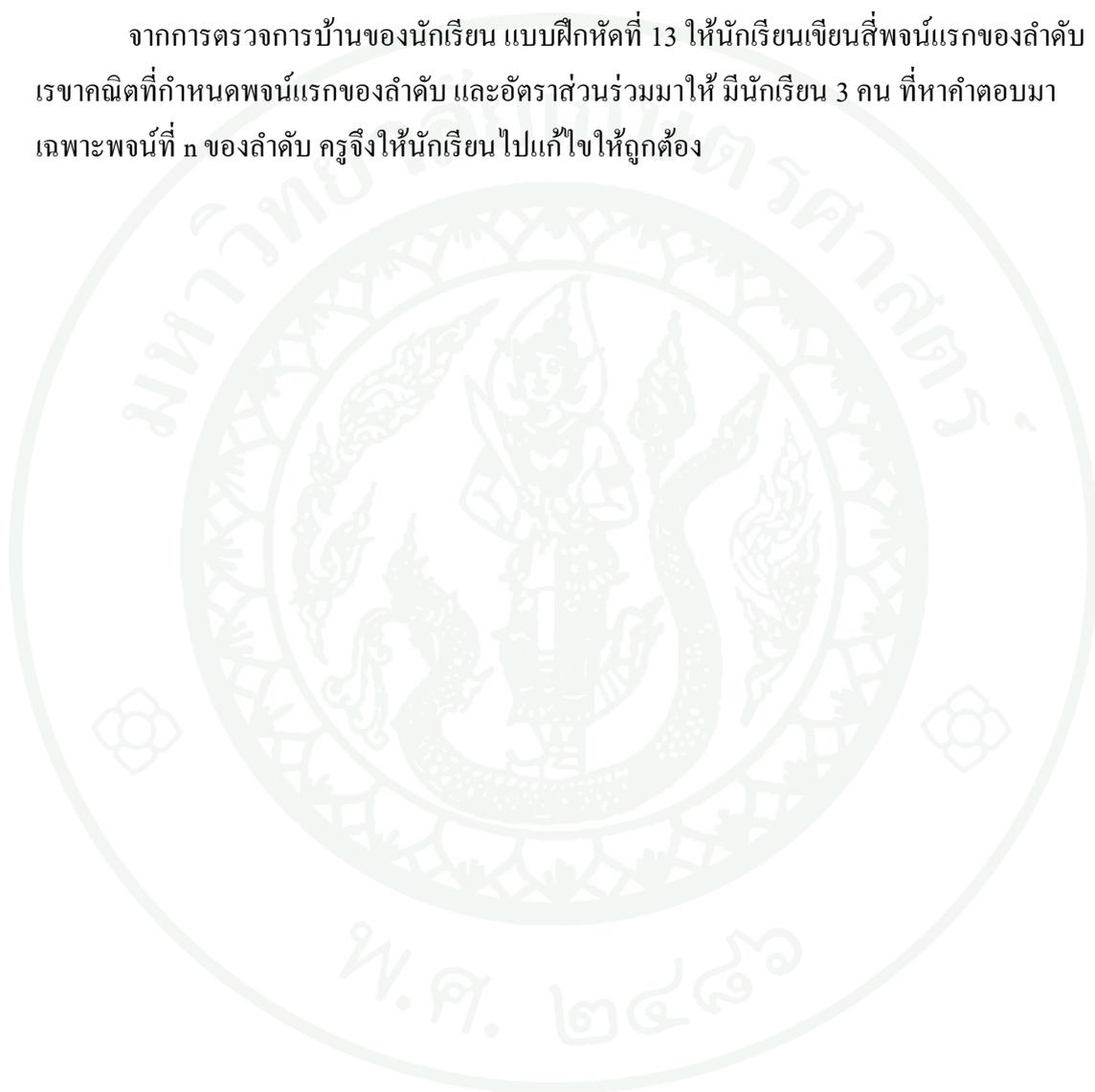
การวัดผลและการประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถามของนักเรียน	1. นักเรียนตอบคำถามได้ถูกต้องร้อยละ 75
2. สังเกตจากความสนใจในกิจกรรมการเรียน	2. นักเรียนส่วนใหญ่ให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรม
3. การทำแบบฝึกเสริมทักษะที่ 5	3. นักเรียนทำแบบฝึกเสริมทักษะได้ถูกต้องร้อยละ 66
4. การทำแบบฝึกหัดที่ 12, 13 และ 14	4. นักเรียนส่งการบ้านได้ตรงเวลาร้อยละ 79 และนักเรียนทำการบ้านได้ถูกต้องร้อยละ 56

บันทึกหลังการสอน

นักเรียนตั้งใจเรียน และตอบคำถามของครูอย่างสม่ำเสมอ จากการให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเสริมทักษะที่ 5 ข้อ 2 การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ นักเรียนบางคนหาอัตราส่วนร่วมโดยนำพจน์ที่ n หารด้วย พจน์ที่ $n + 1$ ทำให้ได้คำตอบที่ผิด และนักเรียนบางคนลืมนำเครื่องหมายลบมาคำนวณด้วย ครูได้อธิบายเพิ่มเติม และให้นักเรียนแก้ไขให้ถูกต้อง

จากการตรวจการบ้านของนักเรียน แบบฝึกหัดที่ 13 ให้นักเรียนเขียนสี่พจน์แรกของลำดับเรขาคณิตที่กำหนดพจน์แรกของลำดับ และอัตราส่วนร่วมมาให้ มีนักเรียน 3 คน ที่หาคำตอบมาเฉพาะพจน์ที่ n ของลำดับ ครูจึงให้นักเรียนไปแก้ไขให้ถูกต้อง



ชื่อ.....นามสกุล..... ชั้น..... เลขที่.....



แบบฝึกเสริมทักษะที่ 5
เรื่อง ลำดับเรขาคณิต



1. จงพิจารณาลำดับที่กำหนดให้ว่าเป็นลำดับเรขาคณิตหรือไม่ และทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องว่างที่กำหนดให้

ข้อ	ลำดับ	ลำดับเรขาคณิต	
		เป็น	ไม่เป็น
1	7, 14, 28, 56, ...		
2	2, 6, 18, 54		
3	4, 11, 18, 25, ...		
4	$7, \frac{7}{2}, \frac{7}{4}, \frac{7}{8}, \dots$		
5	19, 14, 9, 4, ...		
6	9, 7, 5, 3, ...		
7	$-9, 3, -1, \frac{1}{3}, \dots$		
8	15, 21, 27, 33		
9	$4, 4\sqrt{2}, 8, 8\sqrt{2}, \dots$		
10	-5, 1, 7, 13		

2. จงหาจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิตต่อไปนี้

2.1) $\frac{1}{4}, -1, 4, -16, \dots$

วิธีทำ $a_1 = \dots$ $r = \dots$

.....

.....

.....

2.3) $\sqrt{3}, 3, 3\sqrt{3}, 9, \dots$

วิธีทำ $a_1 = \dots$ $r = \dots$

.....

.....

.....

2.2) $\frac{3}{4}, \frac{3}{8}, \frac{3}{16}, \frac{3}{32}, \dots$

วิธีทำ $a_1 = \dots$ $r = \dots$

.....

.....

.....

2.4) 3, 15, 75, 375, ...

วิธีทำ $a_1 = \dots$ $r = \dots$

.....

.....

.....



เฉลยแบบฝึกเสริมทักษะที่ 5
เรื่อง ลำดับเรขาคณิต



1. จงพิจารณาลำดับที่กำหนดให้ว่าเป็นลำดับเรขาคณิตหรือไม่ และทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องว่างที่กำหนดให้

ข้อ	ลำดับ	ลำดับเรขาคณิต	
		เป็น	ไม่เป็น
1	7, 14, 28, 56, ...	✓	
2	2, 6, 18, 54	✓	
3	4, 11, 18, 25, ...		✓
4	$7, \frac{7}{2}, \frac{7}{4}, \frac{7}{8}, \dots$	✓	
5	19, 14, 9, 4, ...		✓
6	9, 7, 5, 3, ...		✓
7	$-9, 3, -1, \frac{1}{3}, \dots$	✓	
8	15, 21, 27, 33		✓
9	$4, 4\sqrt{2}, 8, 8\sqrt{2}, \dots$	✓	
10	-5, 1, 7, 13		✓

2. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิตต่อไปนี้

2.1) $\frac{1}{4}, -1, 4, -16, \dots$

วิธีทำ $a_1 = \frac{1}{4}, r = -\frac{1}{4}$

จาก $a_n = a_1 r^{n-1}$

$$a_n = \left(\frac{1}{4}\right) \left(-\frac{1}{4}\right)^{n-1}$$

2.2) $\frac{3}{4}, \frac{3}{8}, \frac{3}{16}, \frac{3}{32}, \dots$

วิธีทำ $a_1 = \frac{3}{4}, r = \frac{1}{2}$

จาก $a_n = a_1 r^{n-1}$

$$a_n = \left(\frac{3}{4}\right) \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

2.3) $\sqrt{3}, 3, 3\sqrt{3}, 9, \dots$

วิธีทำ $a_1 = \sqrt{3}, r = \sqrt{3}$

จาก $a_n = a_1 r^{n-1}$

$$\begin{aligned} a_n &= (\sqrt{3})(\sqrt{3})^{n-1} \\ &= (\sqrt{3})^n \end{aligned}$$

2.4) $3, 15, 75, 375, \dots$

วิธีทำ $a_1 = 3, r = 5$

จาก $a_n = a_1 r^{n-1}$

$$\begin{aligned} a_n &= (\sqrt{3})(\sqrt{3})^{n-1} \\ &= (\sqrt{3})^n \end{aligned}$$



ภาคผนวก ค

ตารางวิเคราะห์ข้อสอบและแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
เรื่อง "ลำดับและอนุกรม"

ตารางผนวกที่ 1 การวิเคราะห์ข้อสอบ เรื่อง “ลำดับและอนุกรม” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

เนื้อหา	พฤติกรรมที่ต้องการวัด			รวม
	ความรู้ ความจำ	ความเข้าใจ	การนำไปใช้	
1. ลำดับ	1 (ข้อ 1)	1 (ข้อ 1)	-	2
2. ลำดับเลขคณิต		3 (ข้อ 3, 8, 9)	1 (ข้อ 11)	4
3. ลำดับเรขาคณิต		2 (ข้อ 4, 12)	2 (ข้อ 6, 13)	4
4. อนุกรม		2 (ข้อ 7, 14)		2
5. อนุกรมเลขคณิต		3 (ข้อ 10, 15, 16)	1 (ข้อ 17)	4
6. อนุกรมเรขาคณิต		2 (ข้อ 5, 18)	2 (ข้อ 19, 20)	4
รวม	1	13	6	20

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
เรื่อง ลำดับและอนุกรม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

คำชี้แจง แบบทดสอบนี้เป็นแบบปรนัยมี จำนวน 20 ข้อ 20 คะแนน

ตอนที่ 1 แบบถูก-ผิด จำนวน 5 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน

ตอนที่ 2 แบบเติมคำตอบสั้นๆ จำนวน 5 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน

ตอนที่ 3 แบบเลือกตอบ จำนวน 10 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน

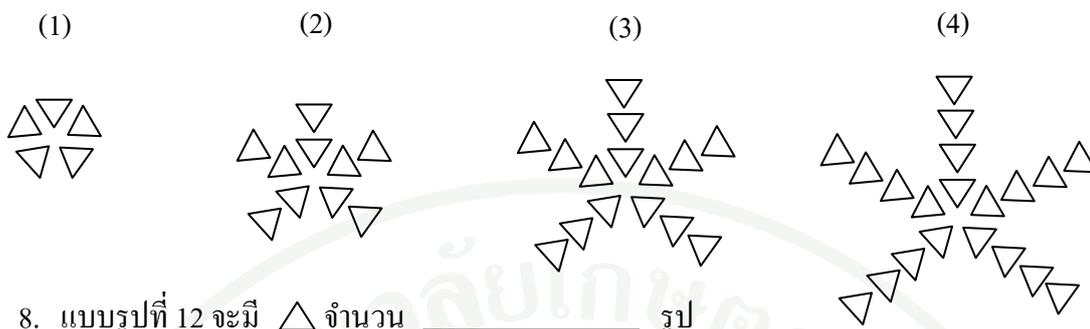
ตอนที่ 1 จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ และทำเครื่องหมาย ✓ หน้าข้อความที่ถูกหรือทำเครื่องหมาย ✗ หน้าข้อความที่ผิด

- _____ 1. ลำดับอนันต์ คือ ลำดับที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก
- _____ 2. พจน์ทั่วไปของลำดับ $-2, -4, -8, -16, \dots$ คือ $a_n = (-1)^{n+1} (2^n)$
- _____ 3. ลำดับเลขคณิต $-9, -13, -17, -21$ มีผลต่างร่วมเท่ากับ 4
- _____ 4. พจน์ที่ 4 ของลำดับเรขาคณิต $a_n = 3 \cdot 2^{n+1}$ คือ 24
- _____ 5. ผลบวก 7 พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต $1 + 3 + 9 + 27 + \dots$ เท่ากับ 1,093

ตอนที่ 2 จงเติมคำตอบลงในช่องว่างที่กำหนด

6. ถ้า $1, a, 16, -64, b$ เรียงกันเป็นลำดับเรขาคณิตแล้ว $b - a =$ _____
7. $2 + 4 + 6 + \dots + 40$ เขียนแทนโดยใช้สัญลักษณ์แทนการบวก คือ _____

จากรูปใช้ตอบคำถามข้อ 8 – 10



8. แบบรูปที่ 12 จะมี \triangle จำนวน _____ รูป
9. แบบรูปที่มี \triangle จำนวน 85 รูป เป็นแบบรูปลำดับที่ _____
10. ถ้านับจำนวนรูป \triangle ทั้งหมดในแบบรูปตั้งแต่รูปที่ 1 ถึงรูปที่ 10 จะมี \triangle ทั้งหมด _____ รูป

ตอนที่ 3 จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด โดยทำเครื่องหมาย \times ทับตัวเลือกที่ต้องการ

11. ถ้าลำดับเลขคณิตหนึ่งมีพจน์ที่สามเท่ากับ -5 และพจน์ที่หกเท่ากับ -17 แล้วพจน์ที่สิบเอ็ดเป็นเท่าใด

ก. 53

ข. 27

ค. -37

ง. -43

12. พจน์ที่หกของลำดับเรขาคณิต $6, -2, \frac{2}{3}, \dots$ เป็นเท่าใด

ก. $\frac{2}{243}$

ข. $-\frac{2}{243}$

ค. $\frac{2}{81}$

ง. $-\frac{2}{81}$

18. ผลบวกหกพจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต $1 + 4 + 16 + \dots$ เท่ากับเท่าใด

ก. 341

ข. 683

ค. 1024

ง. 1365

19. ถ้าอนุกรมเรขาคณิตมีอัตราส่วนร่วมเท่ากับ $-\frac{2}{3}$ และพจน์ที่หกเท่ากับ $-\frac{32}{243}$ แล้ว S_4

เท่ากับเท่าใด

ก. $-\frac{97}{135}$

ข. $\frac{97}{135}$

ค. $-\frac{13}{27}$

ง. $\frac{13}{27}$

20. กำหนดอนุกรมเรขาคณิต มีพจน์แรกและพจน์ที่ n เท่ากับ 3 และ 96 ตามลำดับ ถ้าผลบวก n พจน์แรก เท่ากับ 189 แล้ว n เท่ากับเท่าใด

ก. 2

ข. 4

ค. 5

ง. 6



ภาคผนวก ง
แบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์

**แบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม**

คำชี้แจง แบบสอบถามความคิดเห็นฉบับนี้เป็นการสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม โดยให้นักเรียนทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่ตรงกับระดับความคิดเห็นของนักเรียนมากที่สุด

ข้อความ	ระดับความคิดเห็น				
	เห็นด้วยอย่างยิ่ง	เห็นด้วย	ไม่แน่ใจ	ไม่เห็นด้วย	ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง
ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้					
1. กิจกรรมการเรียนรู้ช่วยให้นักเรียนเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่อง ลำดับและอนุกรม ได้ดียิ่งขึ้น					
2. กิจกรรมการเรียนรู้สอดคล้องกับเนื้อหา/สาระการเรียนรู้และจุดประสงค์การเรียนรู้					
3. กิจกรรมการเรียนรู้ดำเนินการตามขั้นตอนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์จากง่ายไปยาก					
4. กิจกรรมการเรียนรู้น่าสนใจ ทำให้นักเรียนอยากร่วมกิจกรรม					
ด้านสื่อการเรียนรู้					
5. สื่อการเรียนรู้ที่นำมาใช้ในการจัดการเรียนรู้ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้ดี					
6. สื่อการเรียนรู้ที่นำมาใช้สอดคล้องกับเนื้อหา/สาระการเรียนรู้					
7. สื่อการเรียนรู้มีความหลากหลายและสามารถช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ตามจุดประสงค์					
ด้านครูผู้สอน					
8. ครูผู้สอนเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นและซักถามในประเด็นที่นักเรียนสงสัย					

ข้อความ	ระดับความคิดเห็น				
	เห็นด้วยอย่างยิ่ง	เห็นด้วย	ไม่แน่ใจ	ไม่เห็นด้วย	ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง
9. ครูผู้สอนเอาใจใส่และให้ความเป็นกันเองกับนักเรียน ซึ่งช่วยส่งเสริมบรรยากาศในการเรียนรู้ได้ดี					
10. ครูผู้สอนคอยช่วยเหลือนักเรียนให้เข้าใจบทเรียนอย่างเต็มความสามารถ					
11. ครูผู้สอนตรวจงานและการบ้านของนักเรียนอย่างสม่ำเสมอ พร้อมทั้งให้คำแนะนำเมื่อนักเรียนเกิดปัญหาหรือมีข้อบกพร่อง					
12. จำนวนข้อสอบของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมี ความเหมาะสมกับเวลาที่ใช้ในการทดสอบ					
13. เกณฑ์การวัดผลมีความเหมาะสม ชัดเจน และยุติธรรม					
14. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมีความเหมาะสมกับระดับความสามารถของนักเรียน					

ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม

.....

.....

.....

.....

.....

ประวัติการศึกษา และการทำงาน

ชื่อ - นามสกุล	นางสาวอรพรรณ เลื่อนแป้น
วัน เดือน ปี ที่เกิด	วันที่ 2 เดือนตุลาคม พ.ศ. 2531
สถานที่เกิด	กรุงเทพมหานคร
ประวัติการศึกษา	ปีการศึกษา 2552 ปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต สาขาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

