

บทที่ 3

สายอากาศตัวสะท้อนแบบพีระมิดที่ป้อนสัญญาณ

โดยโพรบภายในวงแหวนวงกลม

3.1 บทนำ

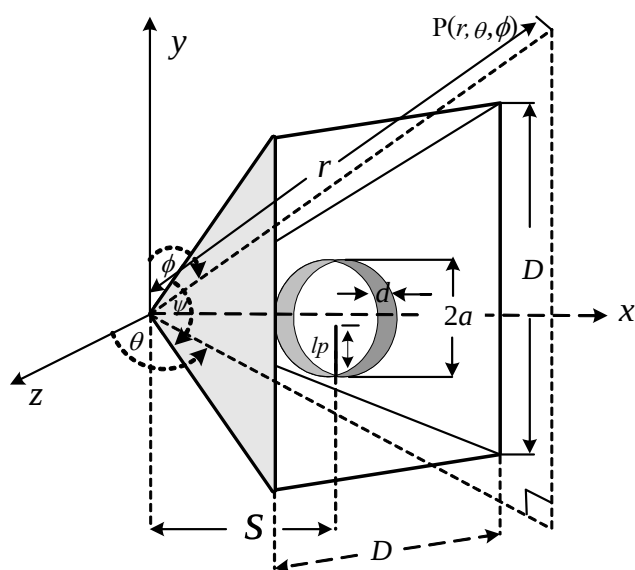
ในบทที่ผ่านมาได้กล่าวถึงสายอากาศวงแหวนวงกลมล้อมรอบโพรบ รวมถึงการวิเคราะห์ถึงคุณลักษณะและพารามิเตอร์ต่างๆ ของสายอากาศ เพื่อให้ได้สายอากาศที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด และเป็นสายอากาศ ที่มีแบบรูปการกระจายคลื่นแบบสองทิศทาง มีค่าสภาพเจาะจงทิศทางที่สูง แต่การสื่อสารในระบบ Wireless lan ซึ่งเป็นการสื่อสารแบบจุดต่อจุดนั้นต้องการสายอากาศที่มีแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นแบบทิศทางเดียว จึงได้นำสายอากาศวงแหวนวงกลมล้อมรอบโพรบมาประกอบร่วมกับตัวสะท้อนคลื่นแบบพีระมิดเพื่อให้ได้สายอากาศที่มีแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นแบบทิศทางเดียว และมีค่าสภาพเจาะจงทิศทางที่สูงเพื่อเพิ่มระยะทางในการสื่อสาร

ในบทนี้จึงได้นำเสนอการวิเคราะห์แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศตัวสะท้อนแบบพีระมิดที่มีความยาวจำกัด ซึ่งโดยทั่วไปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศตัวสะท้อนแบบพีระมิดจะคำนวณโดยใช้วิธีของตัวประกอบแถวลำดับ ซึ่งมีข้อจำกัดคือขนาดของตัวสะท้อนต้องมีขนาดอนันต์ จึงไม่สามารถคำนวณผลกระทบที่เกิดจากการเลี้ยวเบนของคลื่น Ohba [7] จึงเสนอการคำนวณ หาแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศตัวสะท้อนแบบพีระมิดโดยใช้ทฤษฎีการเลี้ยวเบนสม่ำเสมอ (Uniform Theory of Diffraction หรือ UTD) แบบ 3 มิติ ซึ่งจะมีความต่อเนื่องบริเวณรอยต่อเงา ในการวิเคราะห์จะทำการเปลี่ยนระยะห่างระหว่างวงแหวนวงกลมกับตัวสะท้อนคลื่นและเปลี่ยนแปลงความกว้างของปากตัวสะท้อน เพื่อหาค่าที่เหมาะสม

3.2 โครงสร้างของสายอากาศ

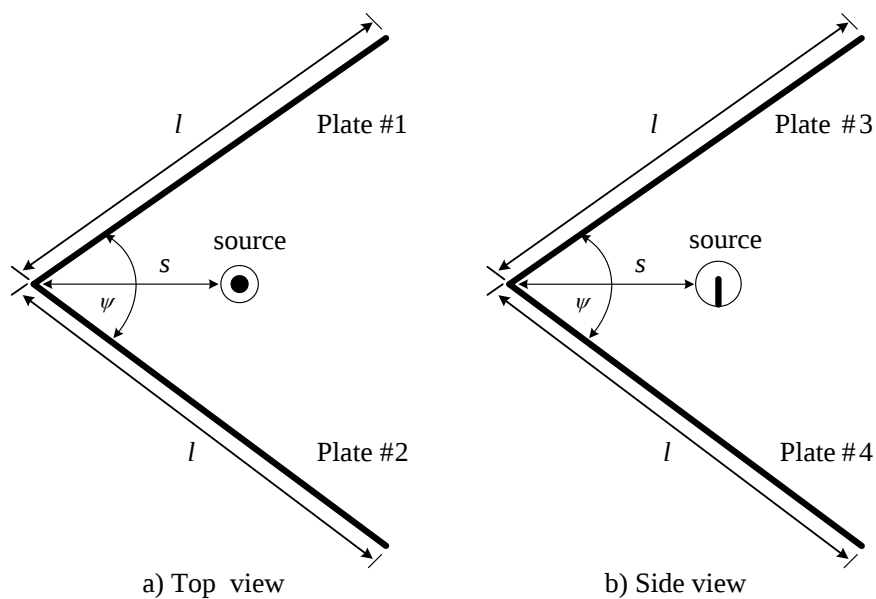
สายอากาศตัวสะท้อนแบบพีระมิดที่ป้อนสัญญาณโดยโพรบภายในวงแหวนวงกลมเป็นสายอากาศแบบทิศทางเดียวโดยใช้สายอากาศวงแหวนวงกลมวางใกล้ตัวสะท้อนแบบพีระมิด แสดงในรูปที่ 3.1 โดยโครงสร้างของสายอากาศวงแหวนวงกลม มีลักษณะเป็นส่วนหนึ่งของท่อนำคลื่นวงกลมปลายเปิดทั้งสองด้านประกอบด้วยโพรบไฟฟ้าเชิงเส้นสำหรับกระตุ้นมีความยาว l_p วางตามแนวแกน y ยื่นเข้าไปด้านในวงแหวนวงกลมที่มีรัศมี a และความหนา d โดยค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมของสายอากาศวงแหวนวงกลมที่ได้จากการวิเคราะห์ในบทที่แล้วคือ โพรบกระตุ้นยาวเท่ากับ 0.25λ ขนาดรัศมีวงแหวนเท่ากับ 0.35λ และความหนาเท่ากับ 0.29λ สำหรับตัวสะท้อน

แบบพีระมิดจะมีระยะห่างระหว่างจากจุดยอดมุมกับตัวป้อนสัญญาณ S ขนาดความกว้างของปากตัวสะท้อนเท่ากับ D



รูปที่ 3.1 โครงสร้างของสายอากาศตัวสะท้อนแบบพีระมิดที่ป้อนสัญญาณ โดยโพรบภายในวงแหวนวงกลม

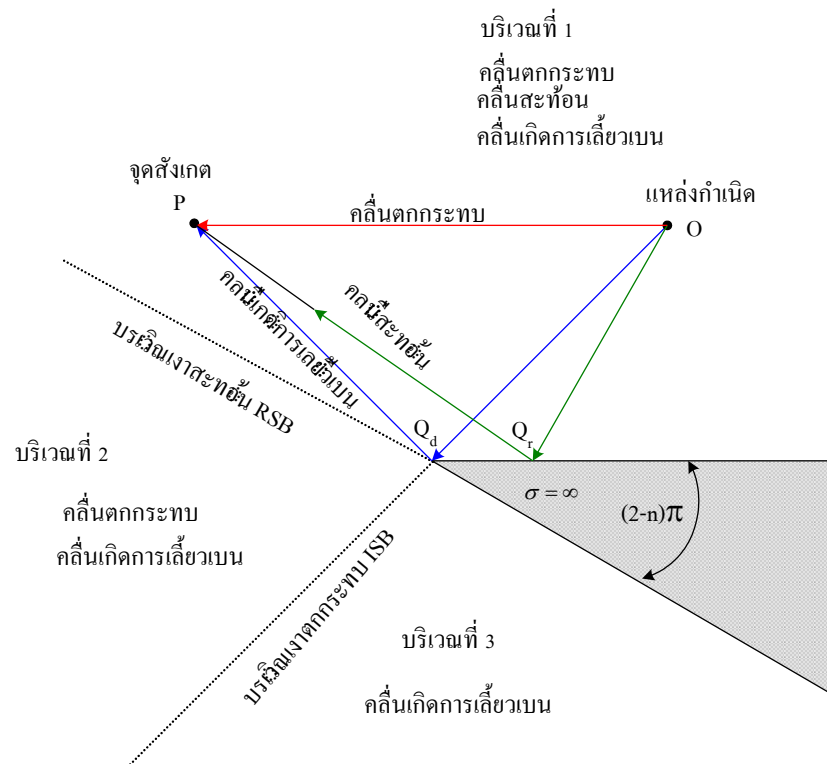
โครงสร้างของตัวสะท้อนคลื่นแบบพีระมิดจะประกอบด้วยแผ่นสะท้อน 4 แผ่น ทำมุมกัน ψ ซึ่งโครงสร้างของตัวสะท้อนแบบพีระมิดจะทำได้ง่าย ดังรูปที่ 3.2 โดยในทางปฏิบัติตัวสะท้อนคลื่นแบบพีระมิดที่นิยมเลือกใช้คือ แผ่นสะท้อน 4 แผ่นทำมุมกัน 90° แต่ก็ยังมีบางงานที่ใช้มุมอื่นๆ



รูปที่ 3.2 โครงสร้างของตัวสะท้อนคลื่นแบบพีระมิด

3.3 ทฤษฎีการเลี้ยวเบนของคลื่น

ในกรณีที่โครงสร้างของปัญหามีขนาดใหญ่เมื่อเทียบกับความยาวคลื่นนั้นจะใช้วิธีการทางด้านความถี่สูงเข้ามาช่วยในการแก้ปัญหา ในปี 1844 ทศนาศตรเชิงเรขาคณิต (Geometrical Optics หรือ GO) หรือเรียกว่า ทศนาศตรเชิงลำคลื่น (Ray Optics) ได้ถูกนำมาใช้ครั้งแรกสำหรับการวิเคราะห์เกี่ยวกับการกระจายของคลื่นแสง แต่ไม่กล่าวถึงเกี่ยวกับ เฟส การโพลาไรซ์ และการเลี้ยวเบน โดยจะนำมาใช้เฉพาะในกรณีที่ป็นลักษณะเรขาคณิตรูปทรงผิวโค้ง หลังจากนั้นแสงได้ถูกแสดงโดยคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าโดยสมการของแมกซ์เวลล์ และปัญหาของการเลี้ยวเบนก็ได้ศึกษาอย่างต่อเนื่อง โดย Lord Rayleigh, Lord Kelvin, Sir George Stokes, Kirchhoff, Helmholtz, Mei, Sommerfeld และนักฟิสิกส์ที่มีชื่อเสียง ซึ่งสามารถที่จะหาเฟส การโพลาไรซ์และปริมาณของสนามวิธีทศนาศตรเชิงเรขาคณิตได้ถูกพัฒนามาเพื่อใช้งานกับคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า ซึ่งวิธีนี้เป็นการประมาณค่าของวิธีการทางด้านความถี่สูง จะเป็นการหาสนามที่เกิดจาก คลื่นที่ตกกระทบ คลื่นที่เกิดจากการสะท้อน และคลื่นที่เกิดจากหักเห แต่ข้อบกพร่องสำหรับวิธีนี้คือจะไม่สามารถทำนายคลื่นบริเวณเงาได้อย่างถูกต้องเนื่องจากผลที่เกิดจากบริเวณขอบ การคิดผลของการเลี้ยวเบนบริเวณนี้ถูกขยายผลจากวิธีทศนาศตรเชิงเรขาคณิตโดย Joseph Keller ในปี 1953 และทฤษฎีของ Keller เป็นที่รู้จักในนามของทฤษฎีของการเลี้ยวเบนเชิงเรขาคณิต (Geometrical Theory of Diffraction หรือ GTD) สามารถทำนายสนามที่เลี้ยวเบนบริเวณเงาได้แต่จะมีข้อเสียคือ บริเวณรอยต่อเงาไม่มีความต่อเนื่อง ในปี 1974 Kouyomajian และ Pathak [8] ได้นำเสนอทฤษฎีการเลี้ยวเบนสม่ำเสมอ (Uniform Theory of Diffraction หรือ UTD) ถึงแม้ว่าจะมีข้อบกพร่องอยู่แต่ก็สามารถหาคะแนนได้อย่างเช่น กระแสสมมูล (Equivalent Current) ใช้ในการคำนวณหาสนามที่จุดตะรังสี (Caustic) การเลี้ยวเบนแบบชัน (Slope Diffraction) ใช้เมื่อสนามตกกระทบมีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็วหรือมีค่าเป็นศูนย์ และคิดรวมผลเนื่องการเลี้ยวเบนลำดับสูงเพื่อให้บริเวณรอยต่อเงามีความต่อเนื่อง



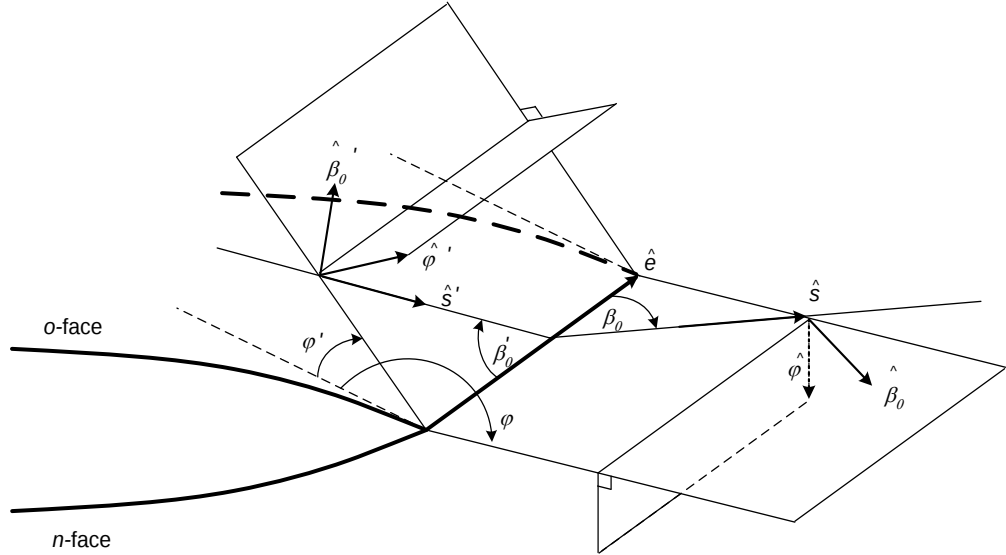
รูปที่ 3.3 การแบ่งขอบเขตบริเวณของสนาม

ลักษณะโดยทั่วไปการแบ่งบริเวณของสนามสามารถแบ่งได้เป็นสองส่วนใหญ่ ๆ ด้วยกัน คือ บริเวณแสงและบริเวณเงา และสามารถแบ่งย่อยออกเป็นสามบริเวณด้วยกันดังแสดงในรูปที่ 3.3 คือ บริเวณแรกและบริเวณที่สองถูกแบ่งโดยบริเวณที่เรียกว่าบริเวณเงาสะท้อน (Reflected Shadow Boundary: RSB) ซึ่งบริเวณแรกจะมีผลที่เกิดจากสนามตกกระทบหรือสนามแนวตรง (Incident หรือ Direct Field) สนามที่เกิดจากการสะท้อน (Reflected Field) และสนามที่เกิดจากการเลี้ยวเบนคลื่น (Diffracted Field) บริเวณที่สองนั้นสนามตกกระทบและสนามที่เกิดจากการเลี้ยวเบนคลื่นจะมีผลต่อบริเวณนี้ ส่วนบริเวณที่สองและบริเวณที่สามถูกแบ่งโดยบริเวณที่เรียกว่าบริเวณเงาตกกระทบ (Incident Shadow Boundary: ISB) ซึ่งบริเวณที่สามนี้จะมีผลของสนามที่เกิดจากการเลี้ยวเบนคลื่นเท่านั้นในบริเวณนี้ การหาสนามไฟฟ้าที่จุดสังเกตต่างๆ ก็จะมีผลแตกต่างกันเนื่องจากขอบเขตที่เกิดขึ้น ซึ่งสนามไฟฟ้ารวมแสดงได้ดังนี้คือ

$$\bar{E}_T(r, \theta, \phi) = \bar{E}_T^i(r, \theta, \phi) + \bar{E}_T^r(r, \theta, \phi) + \bar{E}_T^d(r, \theta, \phi) \quad (3.1)$$

โดยที่ $\bar{E}_T^i$ คือสนามไฟฟ้ารวมที่ตกกระทบ
 $\bar{E}_T^r$ คือสนามไฟฟ้ารวมที่เกิดจากการสะท้อน
 $\bar{E}_T^d$ คือสนามไฟฟ้ารวมที่เกิดจากการเลี้ยวเบน

การคำนวณสนามไฟฟ้ารวมที่เกิดจากการเลี้ยวเบน ต้องเริ่มจากการพิจารณาคลื่นที่มาตกกระทบบนที่ขอบ ซึ่งการพิจารณาในกรณีนี้ที่คลื่นที่มาตกกระทบบนทำมุมใด ๆ กับขอบของพื้นผิวจะใช้ระบบพิกัดคงค่าที่ขอบ (Edge fixed coordinate system) เป็นตัวอ้างอิง แสดงดังรูปที่ 3.4



รูปที่ 3.4 ระบบพิกัดคงค่าที่ขอบ

กำหนดให้ตำแหน่งของแหล่งกำเนิดคลื่นตกกระทบบนเป็น (s', φ', β_0') และตำแหน่งของจุดสังเกตสนามเป็น (s, φ, β_0) ระบายของคลื่นตกกระทบบนสำหรับการเลี้ยวเบนที่ขอบ จะอ้างอิงจากเวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่สัมผัสกับขอบที่จุด $Q_d(\hat{e})$ มุม φ' และ φ เป็นมุมที่วัดจากระนาบ o ไปยังระนาบการตกกระทบบน และการเลี้ยวเบนตามลำดับ เวกเตอร์หนึ่งหน่วย $\hat{\beta}_0'$ และ $\hat{\phi}'$ เป็นทิศทางขนานและตั้งฉากกับระนาบของการตกกระทบบนตามลำดับ และเวกเตอร์หนึ่งหน่วย $\hat{\beta}_0$ และ $\hat{\phi}$ เป็นทิศทางขนานและตั้งฉากกับระนาบของการเลี้ยวเบนตามลำดับ ในขณะที่มุม β_0' จะเท่ากับมุม β_0 โดยจะวัดจากขอบไปยังลำคลื่นตกกระทบบนและลำคลื่นสะท้อนตามลำดับ สามารถแสดงความสัมพันธ์ดังนี้

$$\hat{\phi}' = \frac{\hat{e} \times \hat{s}'}{|\hat{e} \times \hat{s}'|} \quad (3.2)$$

$$\hat{\beta}_0' = \hat{s}' \times \hat{\phi}' \quad (3.3)$$

$$\hat{\phi} = \frac{-\hat{e} \times \hat{s}}{|\hat{e} \times \hat{s}|} \quad (3.4)$$

$$\hat{\beta}_0 = \hat{s} \times \hat{\phi} \quad (3.5)$$

เมื่อ $\hat{e}$ คือ เวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่สัมผัสกับขอบของระนาบกราวด์

สนามที่เลี้ยวเบนอันดับหนึ่งโดยใช้ทฤษฎีการเลี้ยวเบนสม่ำเสมอแสดงได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} E_{\beta_0}^d \\ E_{\varphi}^d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -D_s & 0 \\ 0 & -D_h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{\beta_0'}^i(Q_d) \\ E_{\varphi'}^i(Q_d) \end{bmatrix} \sqrt{\frac{\rho_c}{s(s+\rho_c)}} e^{-jks} \quad (3.6)$$

เมื่อ $D_{s,h}$ คือสัมประสิทธิ์การเลี้ยวเบนแบบอ่อน (soft) และ แข็ง (hard) ตามลำดับ ρ_c คือ ระยะจุดแตะขอบ (edge caustic distance) และ s คือ ระยะจากจุดการเลี้ยวเบนที่ขอบ Q_d ไปยังจุดสังเกต องค์ประกอบของสนามที่ตกกระทบและสนามที่เลี้ยวเบนเขียนได้ดังนี้

$$\bar{E}^i = E_{\beta_0'}^i \hat{\beta}_0' + E_{\varphi'}^i \hat{\varphi}' \quad (3.7)$$

$$\bar{E}^d = E_{\beta_0'}^d \hat{\beta}_0' + E_{\varphi'}^d \hat{\varphi}' \quad (3.8)$$

สนามตกกระทบที่มีการโพลาไรซ์ใด ๆ เมื่อเทียบอ้างอิงเทียบกับองค์ประกอบของค่าที่ขอบ (edge-fixed complements) ได้ดังนี้

$$E_{\beta_0'}^i = \bar{E}^i \cdot \hat{\beta}_0' \quad (3.9)$$

$$E_{\varphi'}^i = \bar{E}^i \cdot \hat{\varphi}' \quad (3.10)$$

จากสมการ (3.6) แสดงใหม่ในรูปไดแอดิกได้ดังนี้

$$\bar{E}^d = \bar{E}^i \cdot \bar{\bar{D}} \sqrt{\frac{\rho_c}{s(s+\rho_c)}} e^{-jks} \quad (3.11)$$

เมื่อ

$$\bar{\bar{D}} = -\hat{\beta}_0' \hat{\beta}_0' D_s + \hat{\varphi}' \hat{\varphi}' D_h \quad (3.12)$$

สัมประสิทธิ์การเลี้ยวเบน 3 มิติ กำหนดให้เป็น

$$D_{s,h}(L^i, L^r, L^m, \varphi, \varphi', \beta_0, n) = D_1 + D_2 \mp (D_3 + D_4) \quad (3.13)$$

เมื่อ $\mp$ คือ สัมประสิทธิ์การสะท้อนแบบอ่อนและแข็งของพิกัดนำสมบูรณของลิ้มที่ขอบ ตามลำดับ องค์ประกอบของสัมประสิทธิ์แสดงได้ดังนี้

$$D_1 = \frac{-e^{-j\pi/4}}{2n\sqrt{2\pi k \sin \beta_0}} \cot \left[\frac{\pi + (\varphi - \varphi')}{2n} \right] F[kL^i a^+(\varphi - \varphi')] \quad (3.14)$$

$$D_2 = \frac{-e^{-j\pi/4}}{2n\sqrt{2\pi k} \sin \beta_0} \cot \left[\frac{\pi - (\varphi - \varphi')}{2n} \right] F[kL^i a^-(\varphi - \varphi')] \quad (3.15)$$

$$D_3 = \frac{-e^{-j\pi/4}}{2n\sqrt{2\pi k} \sin \beta_0} \cot \left[\frac{\pi + (\varphi + \varphi')}{2n} \right] F[kL^m a^+(\varphi + \varphi')] \quad (3.16)$$

$$D_4 = \frac{-e^{-j\pi/4}}{2n\sqrt{2\pi k} \sin \beta_0} \cot \left[\frac{\pi - (\varphi + \varphi')}{2n} \right] F[kL^o a^-(\varphi + \varphi')] \quad (3.17)$$

เมื่อ $F(x) = 2j\sqrt{x}e^{jx} \int_{\sqrt{x}}^{\infty} e^{-ju^2} du$

โดยที่อาร์กิวเมนต์ของฟังก์ชันจะเป็น

$$a^\pm(\varphi - \varphi') = 2 \cos^2 \left(\frac{2n\pi N - (\beta)}{2} \right) \quad (3.18)$$

ซึ่ง $N^\pm$ เป็นเลขจำนวนเต็มที่ส่วนใหญ่เกือบจะเป็นไปตามสมการ

$$2n\pi N^+ - (\varphi \pm \varphi') = \pi \quad (3.19ก)$$

และ

$$2n\pi N^- - (\varphi \pm \varphi') = -\pi \quad (3.19ข)$$

จะเห็นได้ว่า N^+ และ N^- จะมีค่าแตกต่างกันในแต่ละปัญหา สำหรับการเลี้ยวเบนภายนอกเส้น $1 < n \leq 2$ เมื่อ $N^+ = 0$ หรือ 1 แต่ $N^- = -1$ หรือ 0 อาจตีความหมายทางกายภาพของตัวประกอบ $a^\pm(\varphi - \varphi')$ ว่าเป็นการวัดมุมที่แยกระหว่างจุดการหาสนามกับขอบเขตเงาหรือขอบเขตสะท้อน

พารามิเตอร์ระยะทาง (L) สำหรับการเลี้ยวเบน 3 มิติ ประกอบด้วย L^i ซึ่งสนับสนุนในบริเวณเงาตกกระทบ (incident shadow boundary) คือ

$$L^i = \frac{s(\rho_e^i + s)\rho_1^i \rho_2^i}{\rho_e^i(\rho_1^i + s)(\rho_2^i + s)} \sin^2 \beta_0 \quad (3.20)$$

เมื่อ ρ_1^i คือ รัศมีรองรับ (principal radius) ของความโค้งของหน้าคลื่นที่ตกกระทบที่จุด Q_d ในระนาบของคลื่นตกกระทบ และ ρ_2^i คือ รัศมีรองรับ (principal radius) ของความโค้งของหน้าคลื่นที่ตกกระทบที่จุด Q_d ในระนาบที่ตรงข้ามกับระนาบคลื่นตกกระทบ รัศมีของความโค้งของหน้าคลื่นตกกระทบในระนาบคงค่าที่ขอบของคลื่นตกกระทบคือ ρ_e^i ในกรณีที่หน้าคลื่นที่ตกกระทบเป็นแบบทรงกลม $\rho_{1,2}^i = \rho_e^i = s'$ เมื่อ s' คือ รัศมีของความโค้งของหน้าคลื่นทรงกลม ดังนั้น L^i ลดรูปได้เป็น

$$L^i = \frac{ss'}{(s+s')} \sin^2 \beta_0 \quad (3.21)$$

และ $L^{ro,n}$ ซึ่งสนับสนุนในบริเวณเงาสะท้อน (Reflection Shadow Boundary) กำหนดโดย

$$L^{ro,n} = \frac{s(\rho_e^{ro,n} + s)\rho_1^{ro,n}\rho_2^{ro,n}}{\rho_e^{ro,n}(\rho_1^{ro,n} + s)(\rho_2^{ro,n} + s)} \sin^2 \beta_0 \quad (3.22)$$

เมื่อ $\rho_1^{ro,n}$ และ $\rho_2^{ro,n}$ คือรัศมีรองรับของความโค้งของหน้าคลื่นสะท้อนจากด้านหน้าของ o และ n ตามลำดับ ในกรณีที่แผ่นตัวนำมีลักษณะแบบราบทั้ง 2 ด้าน ดังนั้น $L^{ro,n} = L^i$

ระยะจุดแตะที่ขอบ (Edge Caustic) ซึ่งแสดงในตัวประกอบการกระจาย (Spreading Factor) ในสมการ (3.11) หาได้ดังนี้

$$\frac{1}{\rho_c} = \frac{1}{\rho_e} - \frac{\hat{n}_e \cdot (\hat{s}' - \hat{s})}{|a_e| \sin^2 \beta_0} \quad (3.23)$$

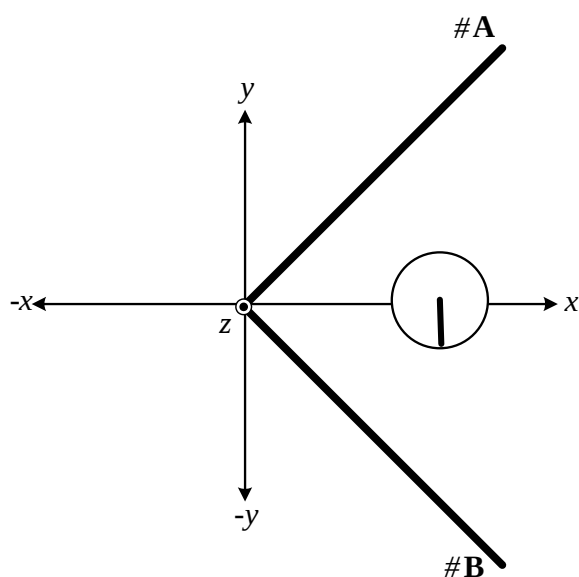
เมื่อ a_e คือรัศมีของความโค้งของขอบที่จุด Q_d โดยวัดจากตำแหน่งกึ่งกลางของผิวโค้ง และ ρ_e คือรัศมีความโค้งของหน้าคลื่นตกกระทบที่จุด Q_d ในระนาบคงค่าขอบของคลื่นตกกระทบ สำหรับในกรณีของหน้าคลื่นแบบทรงกลม $\rho_e = s'$

ในกรณีที่ $s \gg \rho_c$ ดังนั้นตัวประกอบการกระจายแสดงใหม่ได้เป็น

$$A(\rho_c, s) = \sqrt{\frac{\rho_c}{s(\rho_c + s)}} \quad \square \quad \frac{1}{s} \sqrt{\rho_c} \quad (3.24)$$

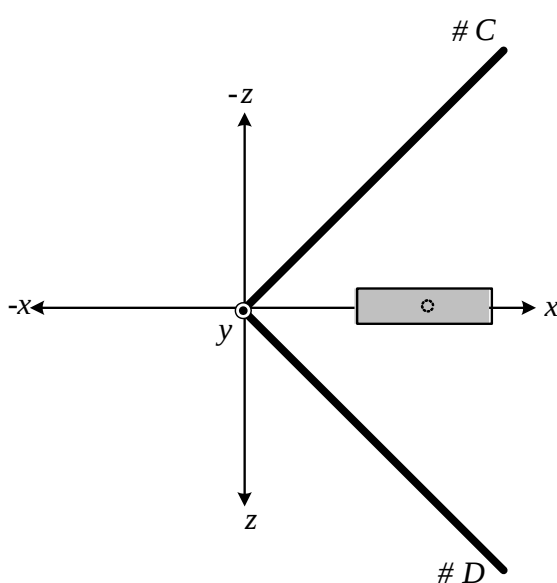
3.4 การวิเคราะห์การแพร่กระจายคลื่น

การวิเคราะห์การแพร่กระจายคลื่นของตัวสะท้อนแบบพีระมิดนั้นจะพิจารณาสนามไฟฟ้าใน 2 ระนาบคือ ระนาบสนามไฟฟ้า (ระนาบ yz) และระนาบสนามแม่เหล็ก (ระนาบ xz) แสดงดังรูปที่ 3.5 และ 3.6 ตามลำดับ



รูปที่ 3.5 พิจารณาโครงสร้างในระนาบสนามไฟฟ้า

เมื่อพิจารณาในระนาบสนามไฟฟ้า จะพิจารณาโครงสร้างของตัวสะท้อนแบบพีระมิดที่มุม 90 องศา ซึ่งจะมีลักษณะเหมือนกับการนำสายอากาศวงกลมวางอยู่กลางแผ่นสะท้อน



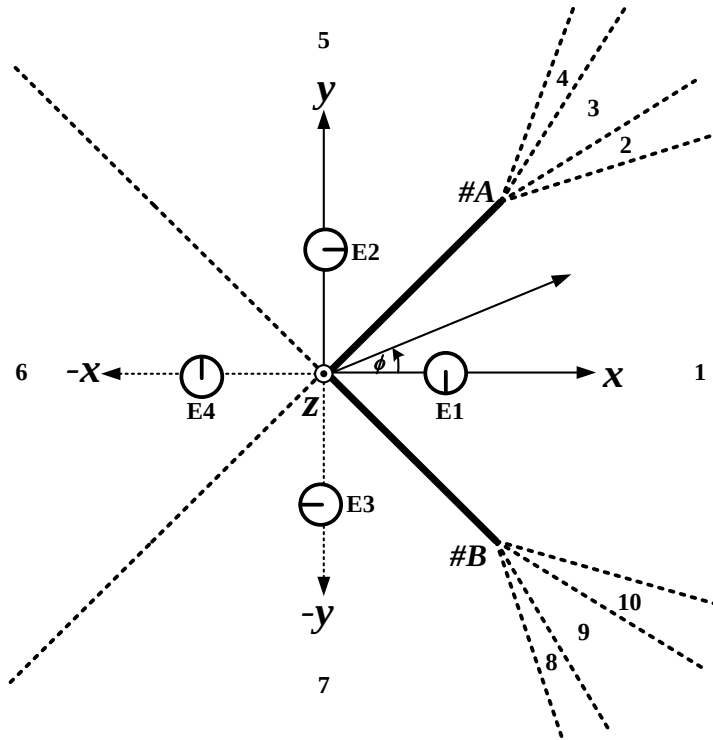
รูปที่ 3.6 พิจารณาโครงสร้างในระนาบสนามแม่เหล็ก

การพิจารณาในระนาบสนามแม่เหล็ก จะพิจารณาโครงสร้างของตัวสะท้อนแบบพีระมิดที่มุม 90 องศา สายอากาศวงกลมที่เป็นแหล่งกำเนิดสัญญาณถูกแทนในตำแหน่งที่ 1 ส่วนแหล่งกำเนิดสัญญาณอื่นๆจะเกิดจากผลของการสะท้อนตัวสะท้อนแบบพีระมิดโดยใช้ทฤษฎีเงา (Image Theory) มาคำนวณร่วมด้วย ซึ่งจะกล่าวโดยละเอียดในหัวข้อต่อไป

3.5 การวิเคราะห์สายอากาศตัวสะท้อนแบบพีระมิดถูกป้อนสัญญาณด้วยวงแหวน

วงกลม โดยใช้ทฤษฎีการเลี้ยวเบนเชิงเรขาคณิตในระนาบสนามไฟฟ้า

การวิเคราะห์การแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศตัวสะท้อนแบบพีระมิดถูกป้อนสัญญาณด้วยวงแหวนวงกลมนั้นจะพิจารณาสนามไฟฟ้าในระนาบ xy โดยสามารถแบ่งขอบเขตได้ดังต่อไปนี้



รูปที่ 3.7 ขอบเขตบริเวณรอยต่อเงาในระนาบสนามไฟฟ้า

ขอบเขตบริเวณรอยต่อเงาในระนาบสนามไฟฟ้าแสดงได้ดังนี้

ขอบเขตบริเวณรอยต่อเงา 1 ($0 \leq \phi \leq \frac{\pi}{4} - \phi_{A,1}$)

$$\therefore \vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4 + \vec{E}_{A,1}^d + \vec{E}_{B,1}^d + \vec{E}_{A,3}^d + \vec{E}_{B,2}^d \quad (3.25)$$

ขอบเขตบริเวณรอยต่อเงา 2 ($\frac{\pi}{4} - \phi_{A,1} \leq \phi \leq \frac{\pi}{4} - \phi_{A,3}$)

$$\therefore \vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4 + \vec{E}_{A,1}^d + \vec{E}_{B,1}^d + \vec{E}_{A,3}^d + \vec{E}_{B,2}^d \quad (3.26)$$

ขอบเขตบริเวณรอยต่อเงา 3 ($\frac{\pi}{4} - \phi_{A,3} \leq \phi \leq \frac{\pi}{4} + \phi_{A,3}$)

$$\therefore \vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_3 + \vec{E}_{A,1}^d + \vec{E}_{B,1}^d + \vec{E}_{A,3}^d + \vec{E}_{B,2}^d \quad (3.27)$$

ขอบเขตบริเวณรอยต่อเงา 4 ($\frac{\pi}{4} + \varphi_{A,3} \leq \phi \leq \frac{\pi}{4} + \varphi_{A,1}$)

$$\therefore \vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_{A,1}^d + \vec{E}_{B,1}^d + \vec{E}_{A,3}^d + \vec{E}_{B,2}^d \quad (3.28)$$

ขอบเขตบริเวณรอยต่อเงา 5 ($\frac{\pi}{4} + \varphi_{A,1} \leq \phi \leq \frac{3\pi}{4}$)

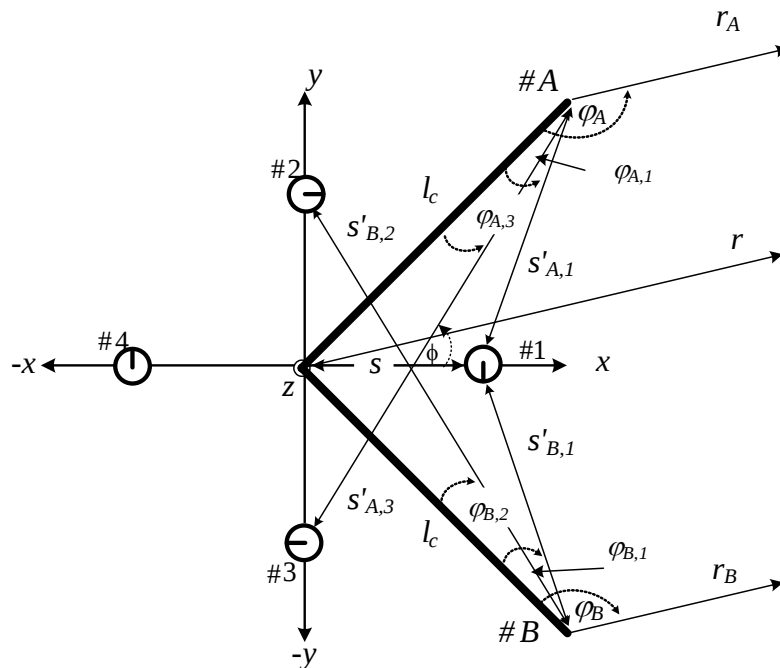
$$\therefore \vec{E}_T = \vec{E}_{A,1}^d + \vec{E}_{A,3}^d \quad (3.29)$$

ขอบเขตบริเวณรอยต่อเงา 6 ($\frac{3\pi}{4} \leq \phi \leq \pi$)

$$\therefore \vec{E}_T = \vec{E}_{A,1}^d + \vec{E}_{B,1}^d + \vec{E}_{A,3}^d + \vec{E}_{B,2}^d \quad (3.30)$$

3.5.1 สมการการแพร่กระจายคลื่นระนาบสนามไฟฟ้า

การพิจารณาโครงสร้างของสายอากาศเพื่อหาแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศในระนาบสนามแม่เหล็กแสดงในรูปที่ 3.8 ในการพิจารณาจะพิจารณาที่ขอบของตัวสะท้อนเป็นหลัก ซึ่งประกอบไปด้วยขอบ A และขอบ B และต้องพิจารณาสนามไฟฟ้าจากแหล่งกำเนิดที่มากระทบที่ขอบ ซึ่งแหล่งกำเนิดที่ไม่ใช่แหล่งกำเนิดหลัก (#1) จะเกิดจากการสะท้อนของแหล่งกำเนิดหลักกับตัวสะท้อน โดยลักษณะของโครงสร้างในระนาบสนามแม่เหล็ก สนามไฟฟ้าจะเกิดการเลี้ยวเบนที่ขอบ A และ B โดยแหล่งกำเนิด 1 3 และ 1 2 ตามลำดับ โดยมีระยะห่างระหว่างแหล่งกำเนิดทุกตัวกับจุดยอดมุมของตัวสะท้อน S



รูปที่ 3.8 การพิจารณาโครงสร้างของสายอากาศในระนาบสนามไฟฟ้า

พิจารณาที่ข้อ A โดยมีแหล่งกำเนิด 1 เป็นแหล่งกำเนิดสนาม ($\theta = \frac{\pi}{4} + \phi'_{A,1}, \phi = 0$) แสดงค่าค่า
เวกเตอร์ที่นำไปคำนวณหาค่าเวกเตอร์ในระบบพิกัดคงค่าที่ขอได้ดังนี้

$$\hat{e} = \hat{z} \quad (3.31)$$

$$\hat{s} = \hat{x} \cos(\theta) + \hat{y} \sin(\theta) \quad (3.32)$$

$$\hat{s}'_{A,1} = \hat{y} \sin\left(\frac{\pi}{4} + \phi'_{A,1}\right) + \hat{x} \cos\left(\frac{\pi}{4} + \phi'_{A,1}\right) \quad (3.33)$$

พิจารณาที่ข้อ A โดยมีแหล่งกำเนิด 3 เป็นแหล่งกำเนิดสนาม ($\theta = \frac{\pi}{4} + \phi'_{A,3}, \phi = 0$) แสดงค่าค่า
เวกเตอร์ที่นำไปคำนวณหาค่าเวกเตอร์ในระบบพิกัดคงค่าที่ขอได้ดังนี้

$$\hat{e} = \hat{z} \quad (3.34)$$

$$\hat{s} = \hat{x} \cos(\theta) + \hat{y} \sin(\theta) \quad (3.35)$$

$$\hat{s}'_{A,3} = \hat{y} \sin\left(\frac{\pi}{4} + \phi'_{A,3}\right) + \hat{x} \cos\left(\frac{\pi}{4} + \phi'_{A,3}\right) \quad (3.36)$$

พิจารณาที่ข้อ B โดยมีแหล่งกำเนิด 1 เป็นแหล่งกำเนิดสนาม ($\theta = -\left(\frac{\pi}{4} + \phi'_{B,1}\right), \phi = 0$) แสดง
ค่าเวกเตอร์ที่นำไปคำนวณหาค่าเวกเตอร์ในระบบพิกัดคงค่าที่ขอได้ดังนี้

$$\hat{e} = \hat{z} \quad (3.37)$$

$$\hat{s} = \hat{x} \cos(\theta) + \hat{y} \sin(\theta) \quad (3.38)$$

$$\hat{s}'_{B,1} = -\left[\hat{y} \sin\left(\frac{\pi}{4} + \phi'_{B,1}\right) + \hat{x} \cos\left(\frac{\pi}{4} + \phi'_{B,1}\right)\right] \quad (3.39)$$

พิจารณาที่ข้อ B โดยมีแหล่งกำเนิด 2 เป็นแหล่งกำเนิดสนาม ($\theta = -\left(\frac{\pi}{4} + \phi'_{B,2}\right), \phi = 0$) แสดง
ค่าเวกเตอร์ที่นำไปคำนวณหาค่าเวกเตอร์ในระบบพิกัดคงค่าที่ขอได้ดังนี้

$$\hat{e} = \hat{z} \quad (3.40)$$

$$\hat{s} = \hat{x} \cos(\theta) + \hat{y} \sin(\theta) \quad (3.41)$$

$$\hat{s}'_{B,2} = -\left[\hat{y} \sin\left(\frac{\pi}{4} + \phi'_{B,2}\right) + \hat{x} \cos\left(\frac{\pi}{4} + \phi'_{B,2}\right)\right] \quad (3.42)$$

จากสมการที่ (3.31) ถึง (3.42) สามารถคำนวณหาค่าเวกเตอร์ในระบบพิกัดคงค่าที่ขอ ซึ่งพบว่า
เวกเตอร์ในระบบพิกัดคงค่าที่ขอเท่ากันทุกกรณี แสดงค่าเวกเตอร์ได้ดังนี้

$$\hat{\phi}' = -\hat{\theta} \quad (3.43)$$

$$\hat{\beta}'_0 = \hat{\phi} \quad (3.44)$$

$$\hat{\phi} = \hat{\theta} \quad (3.45)$$

$$\hat{\beta}'_0 = -\hat{\phi} \quad (3.46)$$

จากสมการ (3.6) องค์ประกอบของสนามที่ตกกระทบโดยแหล่งกำเนิดต่างๆ แสดงได้ดังสมการ

$$E_{\beta'_0}^i = \bar{E}^i \cdot \hat{\beta}'_0 = \frac{E_\phi(\phi = \pi/4 + \phi', \theta = 0)}{s'} e^{-jks'} \quad (3.47)$$

$$E_{\phi'}^i = \bar{E}^i \cdot \hat{\phi}' = -\frac{E_\theta(\phi = \pi/4 + \phi', \theta = 0)}{s'} e^{-jks'} \quad (3.48)$$

จากสมการ (3.47) และ (3.48) สนามไฟฟ้ารวมที่ตกกระทบ

$$\bar{E}_1^i(r, \theta, \phi) = [E_\theta^i(\phi, \theta = 0)\hat{\theta} + E_\phi^i(\phi, \theta = 0)\hat{\phi}] \frac{e^{-jkr_1}}{r} \quad (3.49)$$

$$\bar{E}_2^i(r, \theta, \phi) = -[E_\theta^i(\phi, \theta = 0)\hat{\theta} + E_\phi^i(\phi, \theta = 0)\hat{\phi}] \frac{e^{-jkr_2}}{r} \quad (3.50)$$

$$\bar{E}_3^i(r, \theta, \phi) = -[E_\theta^i(\phi, \theta = 0)\hat{\theta} + E_\phi^i(\phi, \theta = 0)\hat{\phi}] \frac{e^{-jkr_3}}{r} \quad (3.51)$$

$$\bar{E}_4^i(r, \theta, \phi) = [E_\theta^i(\phi, \theta = 0)\hat{\theta} + E_\phi^i(\phi, \theta = 0)\hat{\phi}] \frac{e^{-jkr_4}}{r} \quad (3.52)$$

สนามไฟฟ้ารวมที่เกิดจากการเลี้ยวเบนที่บริเวณขอบที่ A และ B แสดงได้ดังนี้

$$\bar{E}_{A,1}^d(r, \theta, \phi) = \frac{e^{-iks'_{A,1}}}{s'_{A,1}} \left\{ \begin{aligned} &E_{1,\theta}^i(\phi = \pi/4 + \phi'_{A,1}, \theta = 0) D_h(L^i = s'_{A,1}, \phi_A, \phi'_{A,1}, n = 2)\hat{\theta} \\ &E_{1,\phi}^i(\phi = \pi/4 + \phi'_{A,1}, \theta = 0) D_s(L^i = s'_{A,1}, \phi_A, \phi'_{A,1}, n = 2)\hat{\phi} \end{aligned} \right\} \sqrt{s'_{A,1}} \frac{e^{-ikr_A}}{r} \quad (3.53)$$

$$\bar{E}_{A,3}^d(r, \theta, \phi) = \frac{e^{-iks'_{A,3}}}{s'_{A,3}} \left\{ \begin{aligned} &E_{3,\theta}^i(\phi = \pi/4 + \phi'_{A,3}, \theta = 0) D_h(L^i = s'_{A,3}, \phi_A, \phi'_{A,3}, n = 2)\hat{\theta} \\ &E_{3,\phi}^i(\phi = \pi/4 + \phi'_{A,3}, \theta = 0) D_s(L^i = s'_{A,3}, \phi_A, \phi'_{A,3}, n = 2)\hat{\phi} \end{aligned} \right\} \sqrt{s'_{A,3}} \frac{e^{-ikr_A}}{r} \quad (3.54)$$

$$\bar{E}_{B,1}^d(r, \theta, \phi) = \frac{e^{-iks'_{B,1}}}{s'_{B,1}} \left\{ \begin{aligned} &E_{1,\theta}^i(\phi = -(\pi/4 + \phi'_{B,1}), \theta = 0) D_h(L^i = s'_{B,1}, \phi_B, \phi'_{B,1}, n = 2)\hat{\theta} \\ &E_{1,\phi}^i(\phi = -(\pi/4 + \phi'_{B,1}), \theta = 0) D_s(L^i = s'_{B,1}, \phi_B, \phi'_{B,1}, n = 2)\hat{\phi} \end{aligned} \right\} \sqrt{s'_{B,1}} \frac{e^{-ikr_B}}{r} \quad (3.55)$$

$$\bar{E}_{B,2}^d(r, \theta, \phi) = \frac{e^{-iks'_{B,2}}}{s'_{B,2}} \left\{ \begin{aligned} &E_{2,\theta}^i(\phi = -(\pi/4 + \phi'_{B,2}), \theta = 0) D_h(L^i = s'_{B,2}, \phi_B, \phi'_{B,2}, n = 2)\hat{\theta} \\ &E_{2,\phi}^i(\phi = -(\pi/4 + \phi'_{B,2}), \theta = 0) D_s(L^i = s'_{B,2}, \phi_B, \phi'_{B,2}, n = 2)\hat{\phi} \end{aligned} \right\} \sqrt{s'_{B,2}} \frac{e^{-ikr_B}}{r} \quad (3.56)$$

เมื่อ

$$\varphi_A = \frac{3\pi}{4} + \phi$$

$$\varphi_B = \frac{3\pi}{4} - \phi$$

และ

$$r_1 = r - S \cos \phi$$

$$r_2 = r - S \sin \phi$$

$$r_3 = r + S \sin \phi$$

$$r_4 = r + S \cos \phi$$

$$r_A = r - l_c \cos\left(\frac{\pi}{4} - \phi\right)$$

$$r_B = r - l_c \cos\left(\frac{\pi}{4} + \phi\right)$$

$$\varphi'_{A,3} = \frac{\pi}{4} - \tan^{-1}\left(\frac{l_c}{l_c + \sqrt{2}S}\right)$$

$$\varphi'_{B,2} = \frac{\pi}{4} - \tan^{-1}\left(\frac{l_c}{l_c + \sqrt{2}S}\right)$$

$$s'_{A,1} = \sqrt{\left(\frac{l_c}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{l_c}{\sqrt{2}} - S\right)^2}$$

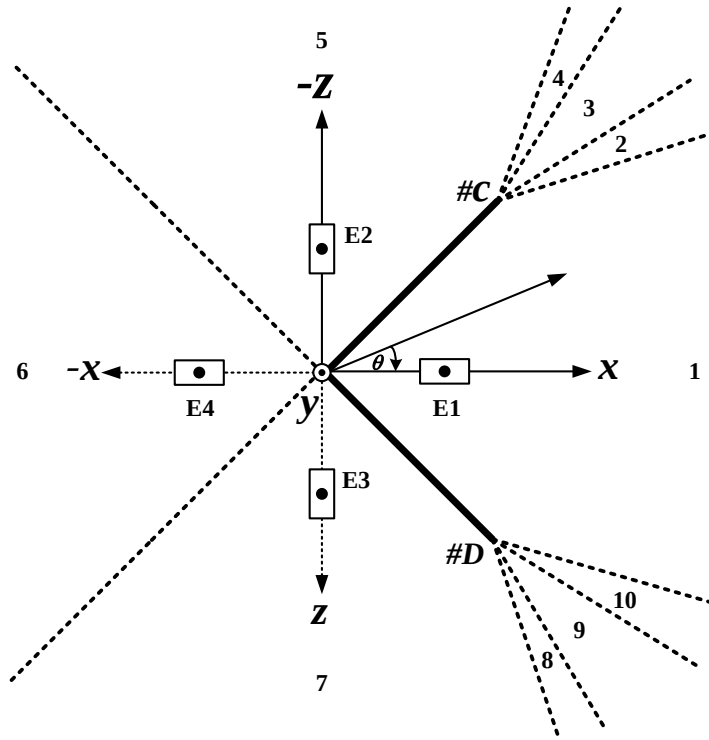
$$s'_{A,3} = \sqrt{\left(\frac{l_c}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{l_c}{\sqrt{2}} + S\right)^2}$$

$$s'_{B,1} = \sqrt{\left(\frac{l_c}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{l_c}{\sqrt{2}} - S\right)^2}$$

$$s'_{B,2} = \sqrt{\left(\frac{l_c}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{l_c}{\sqrt{2}} + S\right)^2}$$

3.6 การวิเคราะห์สายอากาศตัวสะท้อนแบบพีระมิดถูกป้อนสัญญาณด้วยวงแหวน วงกลมโดยใช้ทฤษฎีการเลี้ยวเบนเชิงเรขาคณิตในระนาบสนามแม่เหล็ก

การวิเคราะห์การแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศตัวสะท้อนแบบพีระมิดถูกป้อนสัญญาณด้วยวงแหวนวงกลมนั้นจะพิจารณาสนามแม่เหล็กในระนาบ xz โดยสามารถแบ่งขอบเขตได้ดังต่อไปนี้



รูปที่ 3.9 ขอบเขตบริเวณรอยต่อเงาในระนาบสนามแม่เหล็ก

ขอบเขตบริเวณรอยต่อเงาในระนาบสนามแม่เหล็กแสดงได้ดังนี้

ขอบเขตบริเวณรอยต่อเงา 1 ($0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4} - \varphi_{C,1}$)

$$\therefore \vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4 + \vec{E}_{C,1}^d + \vec{E}_{D,1}^d + \vec{E}_{C,3}^d + \vec{E}_{D,2}^d \quad (3.57)$$

ขอบเขตบริเวณรอยต่อเงา 2 ($\frac{\pi}{4} - \varphi_{C,1} \leq \theta \leq \frac{\pi}{4} - \varphi_{C,3}$)

$$\therefore \vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4 + \vec{E}_{C,1}^d + \vec{E}_{D,1}^d + \vec{E}_{C,3}^d + \vec{E}_{D,2}^d \quad (3.58)$$

ขอบเขตบริเวณรอยต่อเงา 3 ($\frac{\pi}{4} - \varphi_{C,3} \leq \theta \leq \frac{\pi}{4} + \varphi_{C,3}$)

$$\therefore \vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_3 + \vec{E}_{C,1}^d + \vec{E}_{D,1}^d + \vec{E}_{C,3}^d + \vec{E}_{D,2}^d \quad (3.59)$$

ขอบเขตบริเวณรอยต่อเงา 4 ($\frac{\pi}{4} + \varphi_{C,3} \leq \theta \leq \frac{\pi}{4} + \varphi_{C,1}$)

$$\therefore \vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_{C,1}^d + \vec{E}_{D,1}^d + \vec{E}_{C,3}^d + \vec{E}_{D,2}^d \quad (3.60)$$

ขอบเขตบริเวณรอยต่อเงา 5 ($\frac{\pi}{4} + \varphi_{C,1} \leq \theta \leq \frac{3\pi}{4}$)

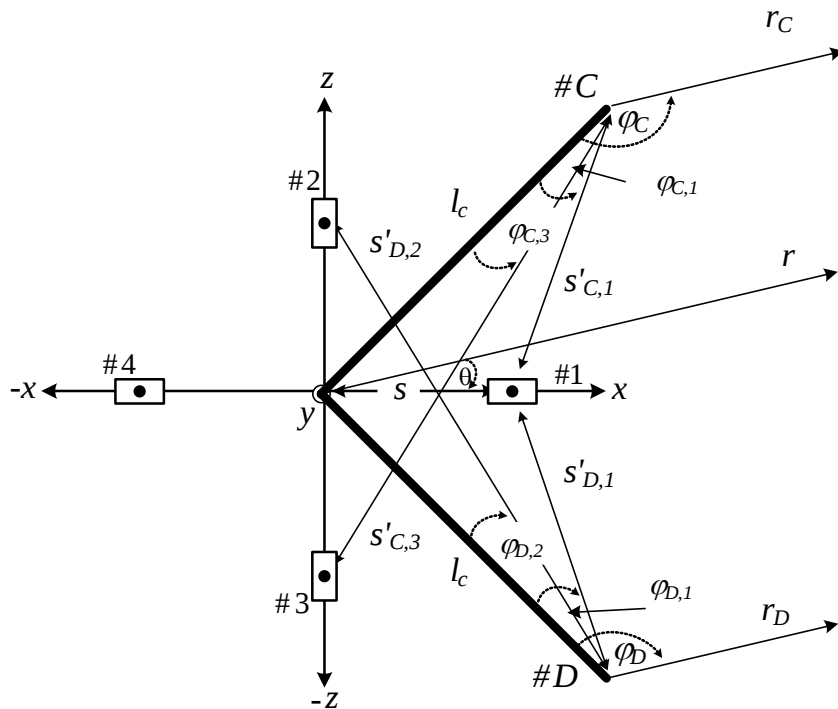
$$\therefore \vec{E}_T = \vec{E}_{C,1}^d + \vec{E}_{C,3}^d \quad (3.61)$$

ขอบเขตบริเวณรอยต่อเงา 6 ($\frac{3\pi}{4} \leq \theta \leq \pi$)

$$\therefore \vec{E}_T = \vec{E}_{C,1}^d + \vec{E}_{D,1}^d + \vec{E}_{C,3}^d + \vec{E}_{D,2}^d \quad (3.62)$$

3.6.1 สมการการแพร่กระจายคลื่นระนาบสนามแม่เหล็ก

การพิจารณาโครงสร้างของสายอากาศเพื่อหาแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศในระนาบสนามแม่เหล็กแสดงในรูปที่ 3.10 ในการพิจารณาจะพิจารณาที่ขอบของตัวสะท้อนเป็นหลัก ซึ่งประกอบไปด้วยขอบ C และขอบ D และต้องพิจารณาสนามไฟฟ้าจากแหล่งกำเนิดที่มากระทบที่ขอบ ซึ่งแหล่งกำเนิดที่ไม่ใช่แหล่งกำเนิดหลัก (#1) จะเกิดจากการสะท้อนของแหล่งกำเนิดหลักกับตัวสะท้อน โดยลักษณะของโครงสร้างในระนาบสนามแม่เหล็ก สนามไฟฟ้าจะเกิดการเลี้ยวเบนที่ขอบ C และ D โดยแหล่งกำเนิด 1 3 และ 1 2 ตามลำดับ โดยมีระยะห่างระหว่างแหล่งกำเนิดทุกตัวกับจุดยอดมุมของตัวสะท้อน S



รูปที่ 3.10 การพิจารณาโครงสร้างของสายอากาศในระนาบสนามแม่เหล็ก

พิจารณาที่ขอบ C โดยมีแหล่งกำเนิด 1 เป็นแหล่งกำเนิดสนาม ($\phi = \frac{\pi}{4} + \phi'_{c,1}, \theta = 0$) แสดงค่าค่าเวกเตอร์ที่นำไปคำนวณหาค่าเวกเตอร์ในระบบพิกัดคงค่าที่ขอบได้ดังนี้

$$\hat{e} = \hat{z} \quad (3.63)$$

$$\hat{s} = \hat{x} \cos(\phi) + \hat{y} \sin(\phi) \quad (3.64)$$

$$\hat{s}'_{C,1} = \hat{y} \sin\left(\frac{\pi}{4} + \phi'_{C,1}\right) + \hat{x} \cos\left(\frac{\pi}{4} + \phi'_{C,1}\right) \quad (3.65)$$

พิจารณาที่ขอบ C โดยมีแหล่งกำเนิด 3 เป็นแหล่งกำเนิดสนาม ($\phi = \frac{\pi}{4} + \phi'_{C,3}, \theta = 0$) แสดงค่าค่า
เวกเตอร์ที่นำไปคำนวณหาค่าเวกเตอร์ในระบบพิกัดคงค่าที่ขอบได้ดังนี้

$$\hat{e} = \hat{z} \quad (3.66)$$

$$\hat{s} = \hat{x} \cos(\phi) + \hat{y} \sin(\phi) \quad (3.67)$$

$$\hat{s}'_{C,3} = \hat{y} \sin\left(\frac{\pi}{4} + \phi'_{C,3}\right) + \hat{x} \cos\left(\frac{\pi}{4} + \phi'_{C,3}\right) \quad (3.68)$$

พิจารณาที่ขอบ D โดยมีแหล่งกำเนิด 1 เป็นแหล่งกำเนิดสนาม ($\phi = -\left(\frac{\pi}{4} + \phi'_{D,1}\right), \theta = 0$) แสดง
ค่าเวกเตอร์ที่นำไปคำนวณหาค่าเวกเตอร์ในระบบพิกัดคงค่าที่ขอบได้ดังนี้

$$\hat{e} = \hat{z} \quad (3.69)$$

$$\hat{s} = \hat{x} \cos(\phi) + \hat{y} \sin(\phi) \quad (3.70)$$

$$\hat{s}'_{D,1} = -\left[\hat{y} \sin\left(\frac{\pi}{4} + \phi'_{D,1}\right) + \hat{x} \cos\left(\frac{\pi}{4} + \phi'_{D,1}\right) \right] \quad (3.71)$$

พิจารณาที่ขอบ D โดยมีแหล่งกำเนิด 2 เป็นแหล่งกำเนิดสนาม ($\theta = -\left(\frac{\pi}{4} + \phi'_{D,2}\right), \phi = 0$) แสดง
ค่าเวกเตอร์ที่นำไปคำนวณหาค่าเวกเตอร์ในระบบพิกัดคงค่าที่ขอบได้ดังนี้

$$\hat{e} = \hat{z} \quad (3.72)$$

$$\hat{s} = \hat{x} \cos(\phi) + \hat{y} \sin(\phi) \quad (3.73)$$

$$\hat{s}'_{D,2} = -\left[\hat{y} \sin\left(\frac{\pi}{4} + \phi'_{D,2}\right) + \hat{x} \cos\left(\frac{\pi}{4} + \phi'_{D,2}\right) \right] \quad (3.74)$$

จากสมการที่ (3.63) ถึง (3.74) สามารถคำนวณหาค่าเวกเตอร์ในระบบพิกัดคงค่าที่ขอบ ซึ่งพบว่า
เวกเตอร์ในระบบพิกัดคงค่าที่ขอบเท่ากันทุกกรณี แสดงค่าเวกเตอร์ได้ดังนี้

$$\hat{\phi}' = -\hat{\theta} \quad (3.75)$$

$$\hat{\beta}'_0 = \hat{\phi} \quad (3.76)$$

$$\hat{\phi} = \hat{\theta} \quad (3.77)$$

$$\hat{\beta}_0 = -\hat{\phi} \quad (3.78)$$

จากสมการ (3.6) องค์ประกอบของสนามที่ตกกระทบโดยแหล่งกำเนิดต่างๆ แสดงได้ดังสมการ

$$E_{\beta'_0}^i = \bar{E}^i \cdot \hat{\beta}'_0 = \frac{E_\phi(\theta = \pi/4 + \phi', \phi = 0)}{s'} e^{-jks'} \quad (3.79)$$

$$E_{\phi'}^i = \bar{E}^i \cdot \hat{\phi}' = -\frac{E_\theta(\theta = \pi/4 + \phi', \phi = 0)}{s'} e^{-jks'} \quad (3.80)$$

จากสมการ (3.79) และ (3.80) สนามไฟฟ้ารวมที่ตกกระทบ

$$\bar{E}_1^i(r, \theta, \phi) = [E_\theta^i(\theta, \phi = 0)\hat{\theta} + E_\phi^i(\theta, \phi = 0)\hat{\phi}] \frac{e^{-jkr_1}}{r} \quad (3.81)$$

$$\bar{E}_2^i(r, \theta, \phi) = -[E_\theta^i(\theta, \phi = 0)\hat{\theta} + E_\phi^i(\theta, \phi = 0)\hat{\phi}] \frac{e^{-jkr_2}}{r} \quad (3.82)$$

$$\bar{E}_3^i(r, \theta, \phi) = -[E_\theta^i(\theta, \phi = 0)\hat{\theta} + E_\phi^i(\theta, \phi = 0)\hat{\phi}] \frac{e^{-jkr_3}}{r} \quad (3.83)$$

$$\bar{E}_4^i(r, \theta, \phi) = [E_\theta^i(\theta, \phi = 0)\hat{\theta} + E_\phi^i(\theta, \phi = 0)\hat{\phi}] \frac{e^{-jkr_4}}{r} \quad (3.84)$$

สนามไฟฟ้ารวมที่เกิดจากการเลี้ยวเบนที่บริเวณขอบที่ C และ D แสดงได้ดังนี้

$$\bar{E}_{C,1}^d(r, \theta, \phi) = \frac{e^{-iks'_{C,1}}}{s'_{C,1}} \left\{ \begin{aligned} &E_{1,\theta}^i(\theta = \pi/4 + \phi'_{C,1}, \phi = 0) D_h(L^i = s'_{C,1}, \phi_C, \phi'_{C,1}, n = 2)\hat{\theta} \\ &E_{1,\phi}^i(\theta = \pi/4 + \phi'_{C,1}, \phi = 0) D_s(L^i = s'_{C,1}, \phi_C, \phi'_{C,1}, n = 2)\hat{\phi} \end{aligned} \right\} \sqrt{s'_{C,1}} \frac{e^{-ikr_C}}{r} \quad (3.85)$$

$$\bar{E}_{C,3}^d(r, \theta, \phi) = \frac{e^{-iks'_{C,3}}}{s'_{C,3}} \left\{ \begin{aligned} &E_{3,\theta}^i(\theta = \pi/4 + \phi'_{C,3}, \phi = 0) D_h(L^i = s'_{C,3}, \phi_C, \phi'_{C,3}, n = 2)\hat{\theta} \\ &E_{3,\phi}^i(\theta = \pi/4 + \phi'_{C,3}, \phi = 0) D_s(L^i = s'_{C,3}, \phi_C, \phi'_{C,3}, n = 2)\hat{\phi} \end{aligned} \right\} \sqrt{s'_{C,3}} \frac{e^{-ikr_C}}{r} \quad (3.86)$$

$$\bar{E}_{D,1}^d(r, \theta, \phi) = \frac{e^{-iks'_{D,1}}}{s'_{D,1}} \left\{ \begin{aligned} &E_{1,\theta}^i(\theta = -(\pi/4 + \phi'_{D,1}), \phi = 0) D_h(L^i = s'_{D,1}, \phi_D, \phi'_{D,1}, n = 2)\hat{\theta} \\ &E_{1,\phi}^i(\theta = -(\pi/4 + \phi'_{D,1}), \phi = 0) D_s(L^i = s'_{D,1}, \phi_D, \phi'_{D,1}, n = 2)\hat{\phi} \end{aligned} \right\} \sqrt{s'_{D,1}} \frac{e^{-ikr_D}}{r} \quad (3.87)$$

$$\bar{E}_{D,2}^d(r, \theta, \phi) = \frac{e^{-iks'_{D,2}}}{s'_{D,2}} \left\{ \begin{aligned} &E_{2,\theta}^i(\theta = -(\pi/4 + \phi'_{D,2}), \phi = 0) D_h(L^i = s'_{D,2}, \phi_D, \phi'_{D,2}, n = 2)\hat{\theta} \\ &E_{2,\phi}^i(\theta = -(\pi/4 + \phi'_{D,2}), \phi = 0) D_s(L^i = s'_{D,2}, \phi_D, \phi'_{D,2}, n = 2)\hat{\phi} \end{aligned} \right\} \sqrt{s'_{D,2}} \frac{e^{-ikr_D}}{r} \quad (3.88)$$

เมื่อ

$$\varphi_C = \frac{3\pi}{4} + \theta \quad \varphi_D = \frac{3\pi}{4} - \theta$$

และ

$$r_1 = r - S \cos \theta$$

$$r_2 = r - S \sin \theta$$

$$r_3 = r + S \sin \theta$$

$$r_4 = r + S \cos \theta$$

$$r_C = r - l_c \cos\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right)$$

$$r_D = r - l_c \cos\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right)$$

$$\phi'_{C,3} = \frac{\pi}{4} - \tan^{-1}\left(\frac{l_c}{l_c + \sqrt{2}S}\right)$$

$$\phi'_{D,3} = \frac{\pi}{4} - \tan^{-1}\left(\frac{l_c}{l_c + \sqrt{2}S}\right)$$

$$s'_{C,1} = \sqrt{\left(\frac{l_c}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{l_c}{\sqrt{2}} - S\right)^2}$$

$$s'_{C,3} = \sqrt{\left(\frac{l_c}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{l_c}{\sqrt{2}} + S\right)^2}$$

$$s'_{D,1} = \sqrt{\left(\frac{l_c}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{l_c}{\sqrt{2}} - S\right)^2}$$

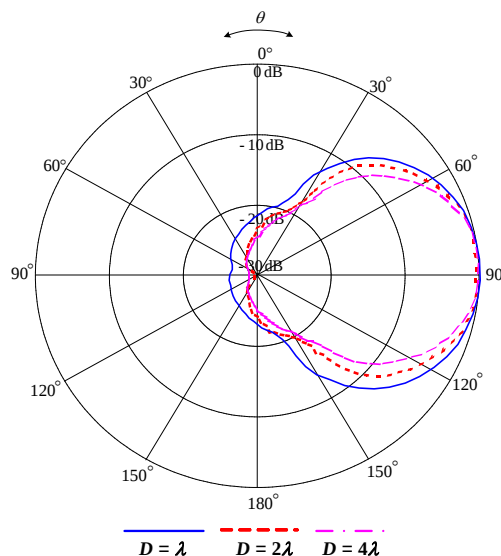
$$s'_{D,2} = \sqrt{\left(\frac{l_c}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{l_c}{\sqrt{2}} + S\right)^2}$$

3.7 ผลเฉลยเชิงวิเคราะห์

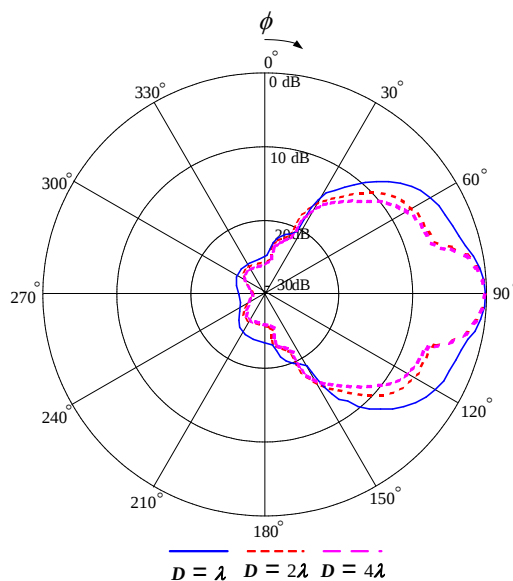
ผลเฉลยเชิงวิเคราะห์เป็นการแสดงคุณลักษณะของสายอากาศ โดยทำการเปลี่ยนแปลงค่าที่สำคัญซึ่งประกอบไปด้วย ระยะห่างระหว่างวงแหวนวงกลมกับตัวสะท้อน และความกว้างของปากตัวสะท้อน เพื่อที่จะหาค่าที่เหมาะสมที่ทำให้สายอากาศมีคุณลักษณะที่ตรงกับการใช้งาน

3.7.1 แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศ

แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศตัวสะท้อนแบบพีระมิด ที่ป้อนสัญญาณโดยโพรบภายในวงแหวนวงกลมได้จากการนำสมการที่ 3.53-3.56 มาพล็อตเป็นฟังก์ชันของมุม θ โดยที่ค่ามุม ϕ ไว้ที่ 0° ดังแสดงในรูปที่ 3.11 และจากการนำสมการที่ 3.85-3.88 มาพล็อตเป็นฟังก์ชันของมุม ϕ โดยที่ค่ามุม θ ไว้ที่ 0° ดังแสดงในรูป 3.12 โดยการเปลี่ยนแปลงขนาดของปากตัวสะท้อน และระยะห่างระหว่างตัวสะท้อน กับสายอากาศวงแหวนวงกลมเพื่อหาค่าที่เหมาะสมที่ทำให้สายอากาศมีสมรรถนะมากที่สุด

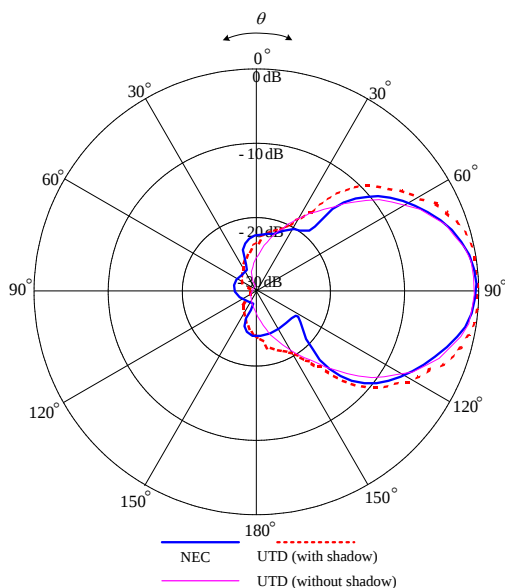


รูปที่ 3.11 แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นในระนาบสนามไฟฟ้าเมื่อตัวสะท้อนมีขนาดต่าง ๆ

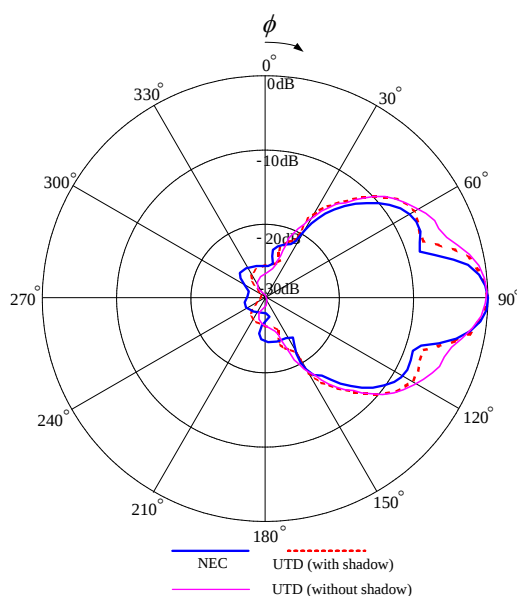


รูปที่ 3.12 แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นในระนาบสนามแม่เหล็กเมื่อตัวสะท้อนมีขนาดต่าง ๆ

รูปที่ 3.11 และ 3.12 แสดงแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศในระนาบสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็ก โดยได้จากการนำสมการที่ 3.53-3.56 มาพล็อตเป็นฟังก์ชันของมุม θ โดยที่คงค่ามุม ϕ ไว้ที่ 0° ดังแสดงในรูปที่ 3.11 และจากการนำสมการที่ 3.85-3.88 มาพล็อตเป็นฟังก์ชันของมุม ϕ โดยที่คงค่ามุม θ ไว้ที่ 0° ดังแสดงในรูป 3.12 โดยกำหนดให้ขนาดของปากตัวสะท้อน $D = \lambda$, $D = 2\lambda$ และ $D = 4\lambda$ ตามลำดับ และกำหนดระยะห่างระหว่างสายอากาศวงแหวนวงกลมกับจุดยอดของตัวสะท้อนมีค่า $D = \lambda$ $S = 0.5\lambda$, $D = 2\lambda$ $S = 0.7\lambda$ และ $D = 4\lambda$ $S = \lambda$ ตามลำดับ หรือกำหนดให้ สายอากาศวงแหวนวงกลมอยู่ตรงกลาง ของตัวสะท้อนคลื่น ซึ่งพบว่าแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นเป็นแบบทิศทางเดียวทั้งในระนาบสนามไฟฟ้าและระนาบสนามแม่เหล็ก และจากรูปจะเห็นว่าที่ปากตัวสะท้อนมีค่า $D = \lambda$ แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นจะมีลักษณะอ้วน แต่เมื่อเพิ่มขนาดของปากตัวสะท้อนให้มีขนาดใหญ่ขึ้น แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นก็จะมีลักษณะที่แคบลง ดังนั้นการเลือกขนาดของสายอากาศก็จะเลือกที่ขนาด $D = 2\lambda$ เท่านั้น เพราะว่าที่ขนาด $D = 4\lambda$ นั้นถึงแม้จะได้แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นที่แคบแต่สายอากาศก็มีขนาดใหญ่เกินไปไม่เหมาะที่จะนำไปใช้งานกับระบบการสื่อสารไร้สายเนื่องจากมีข้อจำกัดในเรื่องของสถานที่ที่จะติดตั้งสายอากาศ

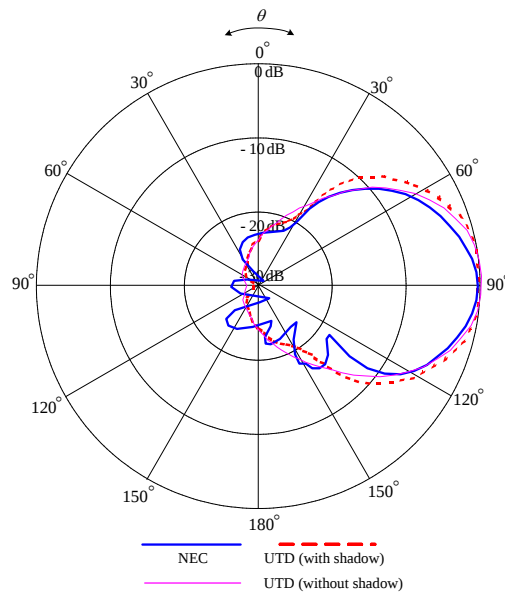


รูปที่ 3.13 แบบรูปการแผ่กระจายคลื่นระนาบสนามไฟฟ้าเมื่อ $S = 0.5\lambda$

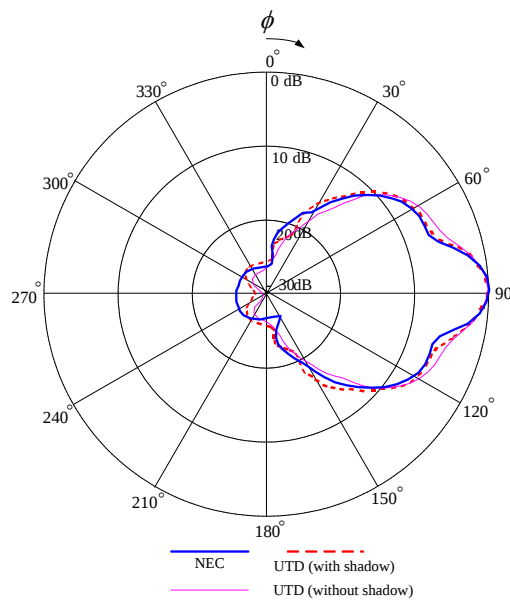


รูปที่ 3.14 แบบรูปการแผ่กระจายคลื่นระนาบสนามแม่เหล็กเมื่อ $S = 0.5\lambda$

รูปที่ 3.13 และ 3.14 แสดงแบบรูปการแผ่กระจายคลื่นของสายอากาศในระนาบสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กตามลำดับ โดยกำหนดให้ ขนาดของปากตัวสะท้อน $D = 2\lambda$ และระยะห่างระหว่างสายอากาศวงกลมกับจุดยอดของตัวสะท้อนคลื่น $S = 0.5\lambda$ และนำกราฟที่ได้จากการคำนวณโดยใช้วิธีทฤษฎีการเลี้ยวเบนสม่ำเสมอมาเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากการคำนวณโดยใช้โปรแกรม NEC และการคำนวณโดยใช้วิธีทฤษฎีการเลี้ยวเบนสม่ำเสมอ เมื่อพิจารณาเฉพาะคลื่นที่ตกกระทบบกับคลื่นที่สะท้อนเท่านั้น

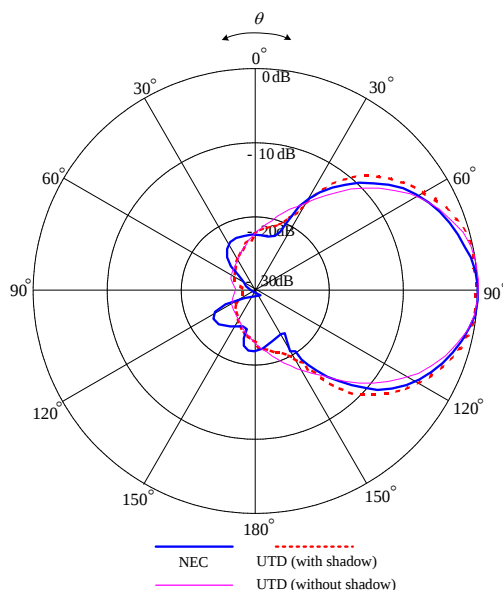


รูปที่ 3.15 แบบรูปการแผ่กระจายคลื่นระนาบสนามไฟฟ้าเมื่อ $S = 0.7\lambda$

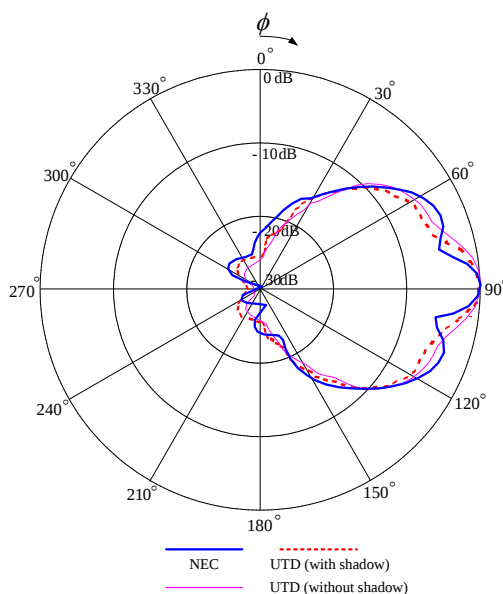


รูปที่ 3.16 แบบรูปการแผ่กระจายคลื่นระนาบสนามแม่เหล็กเมื่อ $S = 0.7\lambda$

รูปที่ 3.15 และ 3.16 แสดงแบบรูปการแผ่กระจายคลื่นของสายอากาศในระนาบสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กตามลำดับ โดยกำหนดให้ ขนาดของปากตัวสะท้อน $D = 2\lambda$ และระยะห่างระหว่างสายอากาศวงกลมกับจุดยอดของตัวสะท้อนคลื่น $S = 0.7\lambda$ และนำกราฟที่ได้ จากการคำนวณโดยใช้วิธีทฤษฎีการเลี้ยวเบนสม่ำเสมอมาเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากการคำนวณโดยใช้โปรแกรม NEC และการคำนวณโดยใช้วิธีทฤษฎีการเลี้ยวเบนสม่ำเสมอ เมื่อพิจารณาเฉพาะคลื่นที่ตกกระทบบกับคลื่นที่สะท้อนเท่านั้น



รูปที่ 3.17 แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นระนาบสนามไฟฟ้าเมื่อ $S = \lambda$

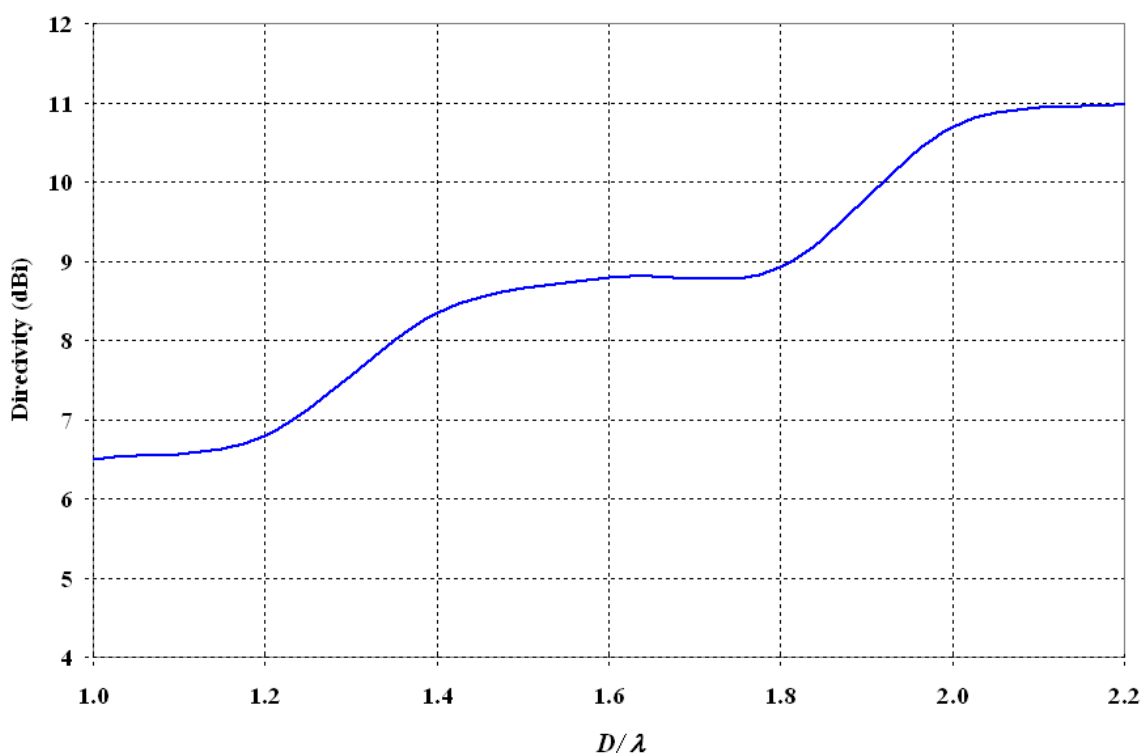


รูปที่ 3.18 แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นระนาบสนามแม่เหล็กเมื่อ $S = \lambda$

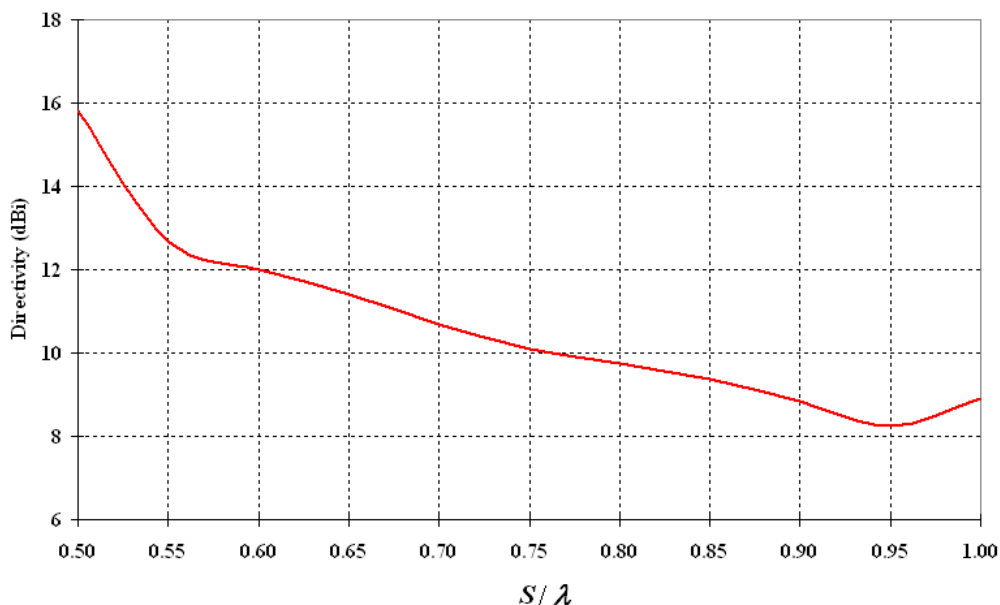
รูปที่ 3.17 และ 3.18 แสดงแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศในระนาบสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กตามลำดับ โดยกำหนดให้ ขนาดของปากตัวสะท้อน $D = 2\lambda$ และระยะห่างระหว่างสายอากาศวงกลมกับจุดยอดของตัวสะท้อนคลื่น $S = \lambda$ และนำกราฟที่ได้จากการคำนวณโดยใช้วิธีทฤษฎีการเลี้ยวเบนสม่ำเสมอมาเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากการคำนวณโดยใช้โปรแกรม NEC และการคำนวณโดยใช้วิธีทฤษฎีการเลี้ยวเบนสม่ำเสมอ เมื่อพิจารณาเฉพาะ

คลื่นที่ตกกระทบกับคลื่นที่สะท้อนเท่านั้น ซึ่งจากรูปที่ 13-18 พบว่าที่ค่า S น้อยๆ หรือ $S = 0.5\lambda$ แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศจะมีลักษณะแคบ และเมื่อเพิ่มระยะ S ขึ้นเป็น $S = 0.7\lambda$ กับ $S = \lambda$ แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศจะมีลักษณะอ้วนขึ้น และเมื่อเปรียบเทียบกันทั้ง 3 กรณี พบว่ามีความสอดคล้องใกล้เคียงกันทั้งหมด ซึ่งผลการคำนวณโดยใช้วิธีทฤษฎีการเลี้ยวเบนสมำเสมอที่คิดผลรวมของคลื่นที่ตกกระทบ, คลื่นที่สะท้อน และคลื่นเกิดการเลี้ยวเบน กับผลการคำนวณโดยใช้วิธีทฤษฎีการเลี้ยวเบนสมำเสมอ แต่พิจารณาเฉพาะคลื่นที่ตกกระทบกับคลื่นที่สะท้อนนั้น แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศไม่ต่างกันมากนัก ส่วนการคำนวณโดยใช้โปรแกรม NEC จะมีลักษณะที่แตกต่างไปจาก 2 กรณีแรกบ้างเล็กน้อย แต่ลักษณะลำคลื่นด้านหลังจะมีการบิดเบี้ยวต่างกับ 2 กรณีแรกมากพอสมควร ซึ่งจากผลการคำนวณทั้งหมดพอสรุปได้ว่าที่ระยะ $S = 0.7\lambda$ เป็นระยะที่เหมาะสมที่สุดเพราะเป็นระยะที่ลำคลื่นไม่กว้างเกินไปและเป็นระยะที่สายอากาศมีค่าอินพุทอิมพีแดนซ์ใกล้เคียง 50Ω มากที่สุด ส่วนการคำนวณทั้ง 3 กรณีนั้น การคำนวณโดยใช้วิธีทฤษฎีการเลี้ยวเบนสมำเสมอเป็นวิธีที่น่าเชื่อถือมากกว่า เพราะลำคลื่นมีความเป็นเชิงเส้นและไม่บิดเบี้ยวเหมือนการคำนวณโดยใช้โปรแกรม NEC

3.7.2 ค่าสภาพเจาะจงทิศทางของสายอากาศ



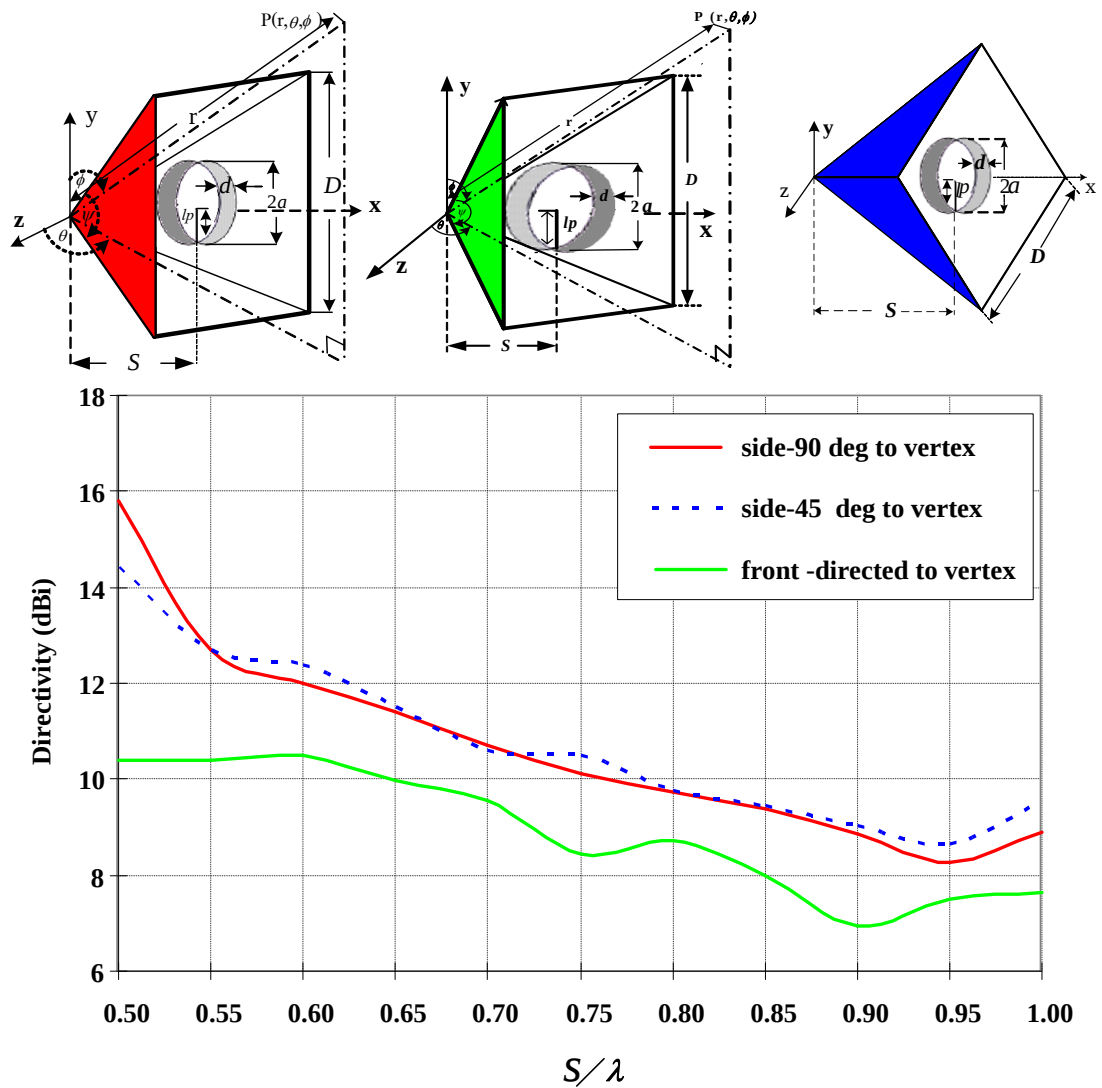
รูปที่ 3.19 ค่าสภาพเจาะจงทิศทางของสายอากาศเมื่อปากตัวสะท้อนมีขนาดต่าง ๆ



รูปที่ 3.20 ค่าสภาพเจาะจงทิศทางของสายอากาศเมื่อระยะห่างวงแหวนวงกลมกับตัวสะท้อนมีขนาดต่าง ๆ

รูปที่ 3.19 แสดงค่าสภาพเจาะจงทิศทางของสายอากาศเมื่อปากตัวสะท้อนมีขนาดต่าง ๆ โดยกำหนดให้ ระยะ S หรือสายอากาศวงแหวนวงกลมอยู่ตรงกลางของตัวสะท้อนที่มีขนาดต่าง ๆ ซึ่งพบว่าที่ ขนาดของตัวสะท้อน $D = 2\lambda$ เป็นขนาดที่เหมาะสมที่สุดเพราะมีค่าสภาพเจาะจงทิศทางที่สูง และขนาดของตัวสะท้อนไม่ใหญ่เกินไป

รูปที่ 3.20 แสดงค่าสภาพเจาะจงทิศทางของสายอากาศที่ขนาดของปากตัวสะท้อน $D = 2\lambda$ โดยการเปลี่ยนแปลงระยะห่างระหว่างตัวสะท้อน กับสายอากาศวงแหวนวงกลม พบว่าเมื่อระยะห่างวงแหวนวงกลมกับตัวสะท้อนมีค่าเพิ่มมากขึ้นค่าสภาพเจาะจงทิศทางของสายอากาศจะมีค่าลดลง ซึ่งที่ระยะ $S = 0.5\lambda$ จะมีค่าสภาพเจาะจงทิศทางที่สูงที่สุด แต่การวิเคราะห์จะพิจารณา ค่าที่ $S = 0.7\lambda$ เท่านั้นก็เพียงพอเพราะค่าสภาพเจาะจงทิศทางของสายอากาศไม่ต่ำเกินไป



รูปที่ 3.21 ค่าสภาพเจาะจงทิศทางของสายอากาศเมื่อป้อนสัญญาณแบบต่างๆ

รูปที่ 3.21 แสดงค่าสภาพเจาะจงทิศทางของสายอากาศเมื่อป้อนสัญญาณแบบต่างๆ จากการวิเคราะห์ที่ผ่านมาพบว่าขนาดของปากตัวสะท้อนที่เหมาะสมคือ $D = 2\lambda$ และระยะห่างระหว่างสายอากาศวงกลมกับตัวสะท้อน $S = 0.7\lambda$ แต่ก็มีอีกอย่างหนึ่งที่ควรวิเคราะห์เพื่อหาค่าที่เหมาะสมที่สายอากาศทำงานได้อย่างมีประสิทธิภาพมากที่สุด นั่นก็คือลักษณะการป้อนสัญญาณของสายอากาศวงกลมที่ป้อนสัญญาณให้กับสายอากาศตัวสะท้อนแบบพีระมิด ซึ่งได้วิเคราะห์ 3 ลักษณะด้วยกันคือ การหันด้านข้างของสายอากาศวงกลมเข้าหาตัวสะท้อนเอียง 90° กับแผ่นสะท้อน, เอียง 45° กับแผ่นสะท้อน และหันด้านหน้าสายอากาศวงกลมเข้าหาตัวสะท้อนดังแสดงในรูปที่ 3.21 ซึ่งพบว่า การหันด้านข้างสายอากาศวงกลมเข้าหาตัวสะท้อนเอียง 90° เป็นลักษณะที่เหมาะสมที่สุดเพราะมีค่าสภาพเจาะจงทิศทางที่สูงกว่าการป้อนสัญญาณแบบอื่นๆ ทั้งสองลักษณะ

3.8 สรุป

ในบทนี้ได้อธิบายเกี่ยวกับหลักการและทฤษฎีที่สำคัญสำหรับการคำนวณคุณลักษณะของสายอากาศตัวสะท้อนแบบพีระมิดที่ป้อนสัญญาณโดยโพรบภายในวงแหวนวงกลม โดยได้แสดงโครงสร้างของสายอากาศ ตลอดจนพารามิเตอร์ที่มีผลต่อการเปลี่ยนแปลงคุณลักษณะของสายอากาศ อีกทั้งได้แสดงวิธีการหาผลเฉลยของสนามโดยวิธีทฤษฎีการเลี้ยวเบนสม่ำเสมออย่างละเอียด และทำการวิเคราะห์คุณลักษณะของสายอากาศเพื่อหาพารามิเตอร์ที่เหมาะสม โดยได้ระยะห่างระหว่างวงแหวนวงกลมกับตัวสะท้อนเท่ากับ $S = 0.7\lambda$ ความสูงและความกว้างของตัวสะท้อนเท่ากับ $D = 2\lambda$ ซึ่งจะให้แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นเป็นแบบทิศทางเดียว

เมื่อวิเคราะห์ถึงแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศที่ได้จากการคำนวณโดยใช้โปรแกรม NEC กับวิธีการคำนวณแบบวิธีทฤษฎีการเลี้ยวเบนสม่ำเสมอทั้งสองกรณีคือการคำนวณโดยใช้วิธีทฤษฎีการเลี้ยวเบนสม่ำเสมอที่คิดผลรวมของคลื่นที่ตกกระทบ, คลื่นที่สะท้อน และคลื่นเกิดการเลี้ยวเบน กับผลการคำนวณโดยใช้วิธีทฤษฎีการเลี้ยวเบนสม่ำเสมอ แต่พิจารณาเฉพาะคลื่นที่ตกกระทบกับคลื่นที่สะท้อนนั้น พบว่ามีลักษณะที่คล้ายกันทั้งในระนาบสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็ก และเมื่อเปลี่ยนระยะห่างของตัวสะท้อนคลื่นกับสายอากาศวงแหวนวงกลมก็ไม่ทำให้แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศเปลี่ยนแปลงไปมากนัก ซึ่งการเลื่อนให้ระยะของตัวสะท้อนคลื่นกับสายอากาศวงแหวนวงกลมนี้ยิ่งห่างมาก ก็จะทำให้ค่าสภาพเจาะจงทิศทางของสายอากาศมีค่าลดลงและจากการวิเคราะห์ด้วยทฤษฎีการเลี้ยวเบนสม่ำเสมอแบบ 2 มิติ นั้นพบว่าค่าที่ได้จะมีความถูกต้องพอสมควร แต่ยังมีค่าผิดพลาดอยู่บ้างเนื่องจากขอบอื่นๆของสายอากาศก็เกิดการเลี้ยวเบนเช่นกัน