

เทคนิคการสร้างการผสมสัญญาณและหลักการคำนวณความน่าจะเป็นในการเกิดความผิดพลาดของข้อมูล

การผสมสัญญาณแบบเชิงแสงแต่ละรูปแบบนั้นมีเทคนิคการสร้างสัญญาณและหลักการคำนวณความน่าจะเป็นในการเกิดความผิดพลาดของข้อมูลที่แตกต่างกันในช่องสัญญาณแบบปัวส์ซอง ซึ่งจะนำวิธีการต่างๆ นี้ไปใช้ในการออกแบบการผสมสัญญาณในหัวข้อ 4.3 เพื่อตรวจสอบการทำงานของกระบวนการผสมสัญญาณ แยกตามลักษณะของการผสมสัญญาณได้ดังนี้

ค.1 การผสมสัญญาณแบบ On-off Keying (OOK)

เทคนิคการสร้างการผสมสัญญาณแบบ OOK ที่ทำงานร่วมกับช่องสัญญาณแบบชอตน้อยสื่อนั้นมีการกำเนิดค่าเฉลี่ยที่เกิดจากพัลส์แสง K_s โดยมีลักษณะการกระจายของสัญญาณแบบปัวส์ซอง (Poisson Distribution) โดยมีการแทนค่า “1” ด้วยค่า K_s และแทนค่าแทนค่า “0” ด้วยค่า 0 จากนั้นนำสัญญาณที่ทำการผสมสัญญาณแล้วส่งผ่านช่องสัญญาณแบบชอตน้อยสื่อนี้ที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ K_b ซึ่งมีลักษณะของการกระจายของแบบปัวส์ซอง นำค่าสัญญาณจากภาคส่งมาบวกกับค่าสัญญาณรบกวน

ที่ภาครับจะทำการตัดสินใจโดยการคำนวณหาค่า Threshold (m_T) แล้วเปรียบเทียบสัญญาณที่รับได้กับค่า Threshold ที่คำนวณได้ ถ้าสัญญาณที่ได้รับมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับค่า Threshold จะตัดสินใจให้เป็นค่า “1” และถ้าค่าที่ได้รับมีค่าน้อยกว่าค่า Threshold จะตัดสินใจให้เป็นค่า “0” ดังแสดงในรูปที่ ค.1

สำหรับหลักการคำนวณหาความน่าจะเป็นในการเกิดความผิดพลาดของข้อมูลนั้นพิจารณาจากการตัดสินใจโดยอาศัยค่า Threshold นั้นช่องสัญญาณรบกวนแบบชอตน้อยสื่อนี้สามารถคำนวณหาของ Threshold ได้จากสมการดังนี้

$$m_T = \frac{K_s}{\log\left(1 + \frac{K_s}{K_b}\right)} \quad (\text{ค.1})$$

โดยที่ค่า m_T เป็นค่าจำนวนนับที่เกิดจากสัญญาณรบกวนแบบชอตน้อยสื่อนี้

การตัดสินใจที่เกิดขึ้นนั้นสามารถก่อให้เกิดความผิดพลาดได้ และเกิดความผิดพลาดเกิดได้

2 รูปแบบคือ ความผิดพลาดแบบที่หนึ่งเกิดขึ้นในกรณีที่ต้นทางตั้งใจจะส่งค่า “1” ออก จึงได้ให้

กำเนิดสัญญาณ $s_0(t)$ และส่งออก หากแต่ระดับของสัญญาณรบกวนแบบซอตน้อยส์และสัญญาณที่เกิดจากพัลส์แสงมีค่าน้อยมากจนทำให้สัญญาณที่ได้รับมีค่าต่ำกว่าค่า Threshold กรณีเช่นนี้ทำให้วงจรภาครับมีการตัดสินใจที่ผิดพลาด สำหรับความผิดพลาดแบบที่สอง ด้านทางตั้งใจส่งค่า “0” ออก จึงได้ให้กำเนิดสัญญาณ $s_1(t)$ และส่งออก หากแต่ระดับของสัญญาณรบกวนแบบซอตน้อยส์และสัญญาณที่เกิดจากพัลส์แสงมีค่ามากจนทำให้สัญญาณที่ได้รับมีค่าสูงกว่าค่า Threshold ผลที่เกิดขึ้นคือวงจรภาครับมีการตัดสินใจผิดพลาดเช่นกัน

การคำนวณความน่าจะเป็นของความผิดพลาดทั้งสองรูปแบบนั้นอาศัยความสัมพันธ์ดังนี้

$$\Pr[m = k] = \frac{(K_s + K_b)^k e^{-(K_s + K_b)}}{k!} \quad (\text{ก.2})$$

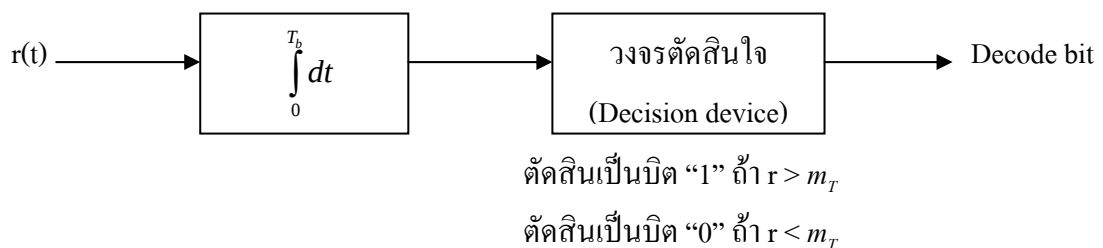
สำหรับกรณีความผิดพลาดแบบที่หนึ่ง ด้านทางส่งสัญญาณ $s_0(t)$ ออก เพื่อแทนข้อมูลดิจิทัล 1 เมื่อคำนวณฟังก์ชันความน่าจะเป็นจะได้ดังสมการ

$$P[m > m_T | 0] = \sum_{k=0}^{m_T} \frac{(K_s + K_b)^k e^{-(K_s + K_b)}}{k!} \quad (\text{ก.3})$$

สำหรับกรณีความผิดพลาดแบบที่สอง ด้านทางส่งสัญญาณ $s_1(t)$ ออก เพื่อแทนข้อมูลดิจิทัล 0 เมื่อคำนวณฟังก์ชันความน่าจะเป็นจะได้ดังสมการ

$$P[m < m_T | 1] = \sum_{k=m_T}^{\infty} \frac{K_b e^{-K_b}}{k!} \quad (\text{ก.4})$$

สมมติว่าด้านทางส่งค่า “0” และ “1” ด้วยความน่าจะเป็นที่เท่ากัน ฉะนั้นถ้าความผิดพลาดทั้งสองแบบมาพิจารณาารวมกันเพื่อหาค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดโดยรวม จะได้ว่ากรณีการผสมสัญญาณแบบ OOK จะมีค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดต่อบิตเท่ากับ



รูปที่ ก.1 แผนภาพวงจรภาครับแบบ On-Off Keying

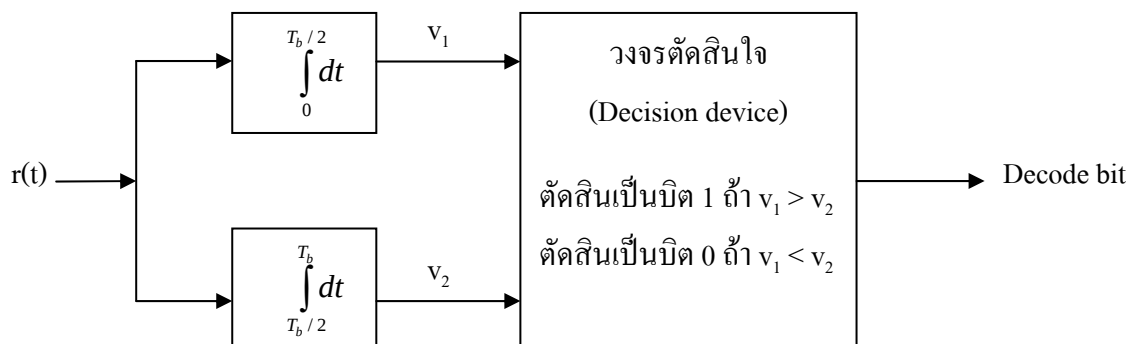
$$PE = \frac{1}{2} P[m > m_T | 0] + \frac{1}{2} P[m < m_T | 1] \quad (\text{ค.5})$$

เมื่อแทนด้วยการกระจายสัญญาณแบบปัวส์ซองจะได้ดังนี้

$$PE = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{m_T} \frac{(K_s + K_b)^k e^{-(K_s + K_b)}}{k!} + \frac{1}{2} \sum_{k=m_T}^{\infty} \frac{K_b^k e^{-K_b}}{k!} \quad (\text{ค.6})$$

ค.2 การผสมสัญญาณแบบไบนารีพัลส์โพสิชันมอดูเลชัน (BPPM)

เทคนิคการสร้างการผสมสัญญาณแบบ BPPM ที่ทำงานร่วมกับช่องสัญญาณแบบช่องน้อยส้นนั้นต้องมีการกำเนิดค่าเฉลี่ยที่เกิดจากพัลส์แสง K_s โดยมีลักษณะการกระจายของสัญญาณแบบปัวส์ซอง (Poisson Distribution) เช่นเดียวกับการผสมสัญญาณแบบ OOK โดยมีการแทนค่าข้อมูลดิจิทัลที่เกิดขึ้นเป็นจำนวน 2 ค่า คือค่าของสัญญาณที่เกิดขึ้นในช่วงคาบเวลาตั้งแต่ 0 ถึง $T_b/2$ และค่าของสัญญาณที่เกิดขึ้นในช่วงคาบเวลาตั้งแต่ $T_b/2$ ถึง T_b ซึ่งมีการแทนค่าของข้อมูลในแต่ละแบบ คือ การแทนค่าข้อมูลดิจิทัล 1 นั้นจะทำการแทนค่าสัญญาณในช่วงคาบเวลาตั้งแต่ 0 ถึง $T_b/2$ ด้วยค่า K_s โดยให้เป็นสัญญาณที่ 1 และค่าของสัญญาณที่เกิดขึ้นในช่วงคาบเวลาตั้งแต่ $T_b/2$ ถึง T_b ด้วยค่า 0 โดยให้เป็นสัญญาณที่ 2 ส่วนการแทนค่าข้อมูลดิจิทัล 0 นั้นจะแทนค่าสัญญาณด้วยค่า 0 ในช่วงคาบเวลาตั้งแต่ 0 ถึง $T_b/2$ โดยให้เป็นสัญญาณที่ 1 และแทนค่าค่าของสัญญาณที่เกิดขึ้นในช่วงคาบเวลาตั้งแต่ $T_b/2$ ถึง T_b ด้วยค่า K_s โดยให้เป็นสัญญาณที่ 2 จากนั้นนำสัญญาณที่ทำการผสมสัญญาณแล้วส่งผ่านช่องสัญญาณแบบช่องน้อยส้นที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ K_s ซึ่งมีลักษณะของการกระจายของแบบปัวส์ซอง นำค่าสัญญาณจากภาคส่งในแต่ละครั้งคาบเวลามาวกกับค่าสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นในแต่ละครั้งคาบเวลา



รูปที่ ค.2 แผนภาพวงจรภากรับแบบไบนารีพัลส์โพสิชันมอดูเลชัน

ที่ภาครับจะทำการตัดสินใจโดยการเปรียบเทียบสัญญาณที่รับได้ในแต่ละครั้งคาบเวลา ถ้าสัญญาณที่ 1 หรือสัญญาณที่ได้รับในช่วงคาบเวลาตั้งแต่ 0 ถึง $T_b/2$ มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับสัญญาณที่ 2 หรือสัญญาณที่ได้รับในช่วงในช่วงคาบเวลาตั้งแต่ $T_b/2$ ถึง T_b จะตัดสินใจให้เป็นค่าดิจิทัล 1 และถ้าสัญญาณที่ 1 หรือสัญญาณที่ได้รับในช่วงคาบเวลาตั้งแต่ 0 ถึง $T_b/2$ มีค่าน้อยกว่าสัญญาณที่ 2 หรือสัญญาณที่ได้รับในช่วงในช่วงคาบเวลาตั้งแต่ $T_b/2$ ถึง T_b จะตัดสินใจให้เป็นค่าดิจิทัล 0 ดังแสดงในรูป ค.2

สำหรับหลักการคำนวณหาความน่าจะเป็นในการเกิดความผิดพลาดของข้อมูลนั้นพิจารณาจากการตัดสินใจที่ใช้การเปรียบเทียบกันระหว่างสัญญาณสองสัญญาณที่เกิดจากวงจรอินทิเกรตนั้นสามารถก่อให้เกิดความผิดพลาดได้ และเกิดความผิดพลาดเกิดได้ทั้งหมด 3 รูปแบบคือความผิดพลาดแบบที่หนึ่งเกิดขึ้นในกรณีที่ต้นทางตั้งใจจะส่งข้อมูลเท่ากับ “1” ออก จึงได้ให้กำเนิดสัญญาณ $s_0(t)$ และส่งออก หากแต่ระดับของสัญญาณรบกวนแบบซอดนอยส์และสัญญาณที่เกิดจากพัลส์แสงในช่วงคาบเวลา 0 ถึง $T_b/2$ มีค่าน้อยมากจนทำให้สัญญาณที่รับได้มีค่าต่ำกว่าค่าที่เกิดจากสัญญาณรบกวนแบบซอดนอยส์เพียงอย่างเดียวในช่วงคาบเวลา $T_b/2$ ถึง T_b กรณีเช่นนี้ทำให้วงจรภาครับมีการตัดสินใจที่ผิดพลาด สำหรับความผิดพลาดแบบที่สอง ต้นทางตั้งใจส่งข้อมูลเท่ากับ “0” ออก จึงได้ให้กำเนิดสัญญาณ $s_1(t)$ และส่งออก หากแต่ระดับของสัญญาณรบกวนแบบซอดนอยส์เพียงอย่างเดียวในช่วงคาบเวลา 0 ถึง $T_b/2$ มีค่ามากจนทำให้สัญญาณที่รับได้มีค่าสูงกว่าค่าที่เกิดจากสัญญาณรบกวนแบบซอดนอยส์และสัญญาณที่เกิดจากพัลส์แสงในช่วงคาบเวลา $T_b/2$ ถึง T_b กรณีเช่นนี้ทำให้วงจรภาครับมีการตัดสินใจที่ผิดพลาดเช่นกัน

จากความผิดพลาดทั้งสองรูปแบบสามารถคำนวณหาความน่าจะเป็นของความผิดพลาดที่เกิดขึ้นรวมกันเป็นดังสมการ

$$\Pr[k_1 < k_2] = \sum_{k_1=0}^{\infty} \sum_{k_2=k_1+1}^{\infty} \text{Pos}(k_1, K_s + K_b) \text{Pos}(k_2, K_b) \quad (\text{ค.7})$$

$$\text{โดยที่} \quad \text{Pos}(k, m) = \frac{m^k e^{-m}}{k!}, \quad m = K_s + K_b \text{ หรือ } m = K_b$$

ส่วนความผิดพลาดแบบที่สาม เป็นค่าความผิดพลาดที่เกิดจากค่าระดับของสัญญาณรบกวนแบบซอดนอยส์และสัญญาณที่เกิดจากพัลส์แสงในแต่ละครั้งคาบเวลานั้นมีค่าเท่ากับค่าที่เกิดจากสัญญาณรบกวนแบบซอดนอยส์เพียงอย่างเดียว ซึ่งมีการคำนวณความน่าจะเป็นของความผิดพลาดได้จากสมการ

$$\Pr[k_1] = \frac{1}{2} \sum_{k_1=0}^{\infty} \text{Pos}(k_1, K_s + K_b) \text{Pos}(k_1, K_b) \quad (\text{ค.8})$$

เมื่อนำค่าความผิดพลาดทั้งหมดมารวมกัน และสมมติว่าเส้นทางส่งค่า “0” และ “1” ด้วยความน่าจะเป็นที่เท่ากัน จะพบว่ากรณีการผสมสัญญาณแบบ BPPM จะมีค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดต่อบิตเท่ากับ

$$PE = \sum_{k_1=0}^{\infty} \sum_{k_2=k_1+1}^{\infty} Pos(k_1, K_s + K_b) Pos(k_2, K_b) + \frac{1}{2} \sum_{k_1=0}^{\infty} Pos(k_1, K_s + K_b) Pos(k_1, K_b) \quad (ค.9)$$

ค.3 การผสมสัญญาณแบบพัลส์โพสิชันมอดูเลชัน (PPM)

เทคนิคการสร้างการผสมสัญญาณแบบ PPM ที่ทำงานร่วมกับช่องสัญญาณแบบช้อนน้อยส้นนั้นต้องมีการกำหนดค่าเฉลี่ยที่เกิดจากพัลส์แสง K_s โดยมีลักษณะการกระจายของสัญญาณแบบปัวซอง (Poisson Distribution) เช่นเดียวกับการผสมสัญญาณแบบ BPPM โดยมีการแทนค่าข้อมูลแบบสัญลักษณ์ที่เกิดขึ้นเป็นจำนวน M ค่า คือค่าของสัญญาณที่เกิดขึ้นในแต่ละช่วงเวลา

การแทนค่าข้อมูลจะทำการแทนค่าสัญลักษณ์ในตำแหน่งต่างๆ ของสล็อตโดยแทนค่าของสัญลักษณ์ที่มีค่า 0 ถึง $M-1$ ในตำแหน่งสล็อตที่ 1 ไปจนถึงสล็อตที่ M ตามลำดับ ซึ่งในตำแหน่งสล็อตที่แทนนั้นจะแทนด้วยค่า K_s ส่วนในสล็อตอื่นๆ จะมีค่าเป็น 0 ดังนี้

$$\begin{aligned} s_0 &= (K_s, 0, \dots, \dots, 0) \\ s_1 &= (0, K_s, \dots, \dots, 0) \\ &\vdots \\ s_{M-2} &= (0, \dots, \dots, K_s, 0) \\ s_{M-1} &= (0, \dots, \dots, 0, K_s) \end{aligned} \quad (ค.10)$$

ตัวอย่างของการแทนสัญญาณที่มีค่า $k = 2$ จะได้สัญญาณจำนวน 4 รูปแบบแทนค่าสัญลักษณ์ 00, 01, 10 และ 11 ตามลำดับ

$$\begin{aligned} s_0 &= (K_s, 0, 0, 0) \\ s_1 &= (0, K_s, 0, 0) \\ s_2 &= (0, 0, K_s, 0) \\ s_3 &= (0, 0, 0, K_s) \end{aligned} \quad (ค.11)$$

นำสัญญาณที่ทำการผสมสัญญาณแล้วส่งผ่านช่องสัญญาณแบบช้อนน้อยส้นที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ K_b ซึ่งมีลักษณะของการกระจายของแบบปัวซอง นำค่าสัญญาณจากภาคส่งในแต่ละคาบเวลามาวกกับค่าสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นในแต่ละคาบเวลา

ที่ภากรับจะทำการตัดสินใจโดยการเปรียบเทียบสัญญาณที่รับได้ในแต่ละคาบเวลา โดยเลือกสัญญาณในสล็อตที่มีค่าสูงที่สุด แปลงออกมาเป็นค่าแบบสัญลักษณ์ ตัวอย่างการตัดสินใจของสัญญาณ 4 รูปแบบที่เกิดจากการส่งบิตข้อมูลจำนวน 2 บิตต่อสัญลักษณ์ ถ้าสัญญาณที่ 1 มีค่าสูงที่สุดจะตัดสินใจเป็นสัญลักษณ์ 00 ถ้าสัญญาณที่ 2 มีค่าสูงที่สุดจะตัดสินใจเป็นสัญลักษณ์ 01 ถ้าสัญญาณที่ 3 มีค่าสูงที่สุดจะตัดสินใจเป็นสัญลักษณ์ 10 ถ้าสัญญาณที่ 4 มีค่าสูงที่สุดจะตัดสินใจเป็นสัญลักษณ์ 11 ดังแสดงในรูปที่ ค.3

สำหรับหลักการคำนวณหาความน่าจะเป็นในการเกิดความผิดพลาดของข้อมูลนั้น พิจารณาจากการตัดสินใจที่ใช้การเปรียบเทียบกันระหว่างสัญญาณจำนวน M สัญญาณที่เกิดจากวงจรอินทิเกรตนั้นสามารถก่อให้เกิดความผิดพลาดได้ แต่ไม่สามารถคำนวณหาความผิดพลาดได้โดยตรงจึงต้องคำนวณหาความน่าจะเป็นของการตัดสินใจที่ถูกต้องซึ่งมีทั้งหมด 3 รูปแบบคือการตัดสินใจถูกต้องรูปแบบแรกเกิดจากการที่ทุกสล็อตมีค่าสัญญาณเป็น 0 คือ ไม่มีทั้งสัญญาณเฉลี่ยที่เกิดจากพัลส์และสัญญาณรบกวนแบบช้อน้อยส์ สามารถคำนวณหาความน่าจะเป็นของความถูกต้องที่เกิดขึ้นเป็นดังสมการ

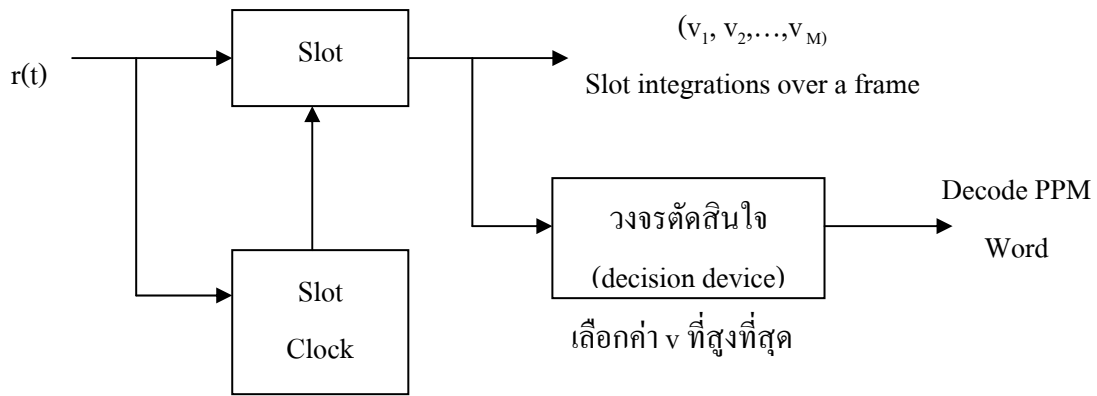
$$\Pr[m = 0] = \frac{\exp[-(K_s + MK_b)]}{M} \quad (\text{ค.12})$$

การตัดสินใจที่ถูกต้องแบบที่สองคือความน่าจะเป็นที่จะมีสัญญาณเฉลี่ยที่เกิดจากพัลส์และสัญญาณรบกวนแบบช้อน้อยส์เกิดขึ้นในสล็อตมีค่าสูงกว่าความน่าจะเป็นที่จะมีสัญญาณรบกวนแบบช้อน้อยส์เกิดขึ้นในสล็อตอื่นๆ สามารถคำนวณหาความน่าจะเป็นของความถูกต้องที่เกิดขึ้นเป็นดังสมการ

$$\Pr[k_1 > k_2] = \sum_{k_1=1}^{\infty} \text{Pos}(k_1, K_s + K_b) \left[\sum_{k_2=0}^{k_1-1} \text{Pos}(k_2, K_b) \right]^{M-1} \quad (\text{ค.13})$$

การตัดสินใจที่ถูกต้องแบบที่สามคือความน่าจะเป็นที่จะมีสัญญาณเฉลี่ยที่เกิดจากพัลส์และสัญญาณรบกวนแบบช้อน้อยส์เกิดขึ้นในสล็อตมีค่าเท่ากับความน่าจะเป็นที่จะมีสัญญาณรบกวนแบบช้อน้อยส์เกิดขึ้นในสล็อตอื่นจำนวน r สล็อตจากทั้งหมด $M-1$ สล็อต และมีสัญญาณรบกวนแบบช้อน้อยส์เกิดขึ้นน้อยกว่าสองสัญญาณแรกในสล็อตที่เหลือ สามารถคำนวณหาความน่าจะเป็นของความถูกต้องที่เกิดขึ้นเป็นดังสมการ

$$\Pr[k > j] = \sum_{r=1}^{M-1} \frac{(M-1)!}{r!(M-1-r)!(r+1)} \sum_{k=1}^{\infty} \text{Pos}(k, K_s + K_b) [\text{Pos}(k, K_b)]^r \left[\sum_{j=0}^{k-1} \text{Pos}(j, K_b) \right]^{M-1-r} \quad (\text{ค.14})$$



รูปที่ ค.3 แผนภาพวงจรภาครับแบบพัลส์โพสิชันมอดูเลชัน

เมื่อคำนวณค่าความถูกต้องได้ครบทั้ง 3 รูปแบบสามารถหาค่าอัตราความน่าจะเป็นของความผิดพลาดต่อสัญลักษณ์ได้ดังสมการต่อไปนี้

$$PWE = 1 - \frac{\exp[-(K_s + MK_b)]}{M} - \sum_{k_1=1}^{\infty} Pos(k_1, K_s + K_b) \left[\sum_{k_2=0}^{k_1-1} Pos(k_2, K_s + K_b) \right]^{M-1} - \sum_{r=1}^{M-1} \frac{(M-1)!}{r!(M-1-r)!(r+1)} \sum_{k=1}^{\infty} Pos(k, K_s + K_b) [Pos(k, K_b)]^r \left[\sum_{j=0}^{k-1} Pos(j, K_b) \right]^{M-1-r} \quad (ค.15)$$

ค่าความน่าจะเป็นในการเกิดความผิดพลาดของข้อมูลต่อบิตมีค่าเท่ากับ

$$PE = \frac{\frac{M}{2}}{M-1} PWE \quad (ค.16)$$

ค.4 การผสมสัญญาณแบบ Multi-pulse Pulse Position Modulation (MPPM)

เทคนิคการสร้างการผสมสัญญาณแบบ MPPM ที่ทำงานร่วมกับช่องสัญญาณแบบชอตนอยส์นั้นต้องมีการกำหนดค่าเฉลี่ยที่เกิดจากพัลส์แสง K_s โดยมีลักษณะการกระจายของสัญญาณแบบปัวส์ซอง (Poisson Distribution) เช่นเดียวกับการผสมสัญญาณแบบ PPM โดยมีการแทนค่าข้อมูลแบบสัญลักษณ์ที่เกิดขึ้นเป็นจำนวน M ค่า คือค่าของสัญญาณที่เกิดขึ้นในแต่ละช่วงคาบเวลา

การแทนค่าข้อมูลจะทำการแทนค่าสัญลักษณ์ในตำแหน่งต่างๆ ของสล็อตโดยแทนในตำแหน่งต่างๆ ที่กำหนดขึ้นจำนวน k สล็อตต่อหนึ่งคาบเวลา ตัวอย่างของการแทนสัญญาณที่มีค่า $N = 2$ และ $k = 2$ จะได้สัญญาณจำนวน 6 รูปแบบแทนค่าสัญลักษณ์ 000, 001, 010, 011, 100 และ 101 ตามลำดับ

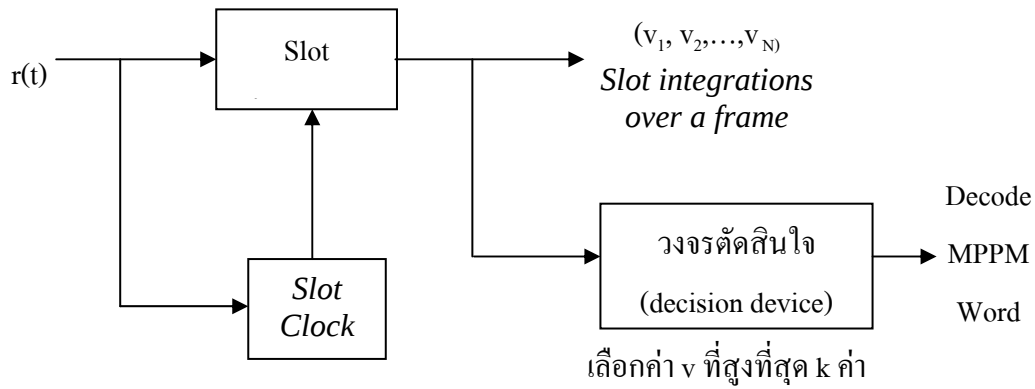
$$\begin{aligned}
s_0 &= (K_s, K_s, 0, 0) \\
s_1 &= (K_s, 0, K_s, 0) \\
s_2 &= (K_s, 0, 0, K_s) \\
s_3 &= (0, K_s, K_s, 0) \\
s_4 &= (0, K_s, 0, K_s) \\
s_5 &= (0, 0, K_s, K_s)
\end{aligned} \tag{ค.17}$$

นำสัญญาณที่ทำการผสมสัญญาณแล้วส่งผ่านช่องสัญญาณแบบชอตน้อยส์ที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ K_b ซึ่งมีลักษณะของการกระจายของแบบปัวส์ซอง นำค่าสัญญาณจากภาคส่งในแต่ละคาบเวลามาวกกับค่าสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นในแต่ละคาบเวลา

ที่ภาครับจะทำการตัดสินใจโดยการเปรียบเทียบสัญญาณที่ได้รับได้ในแต่ละคาบเวลา โดยเลือกสัญญาณในสล็อตที่มีค่าสูงที่สุดจำนวน k สล็อต แปลงออกมาเป็นค่าแบบสัญลักษณ์ ตัวอย่างการตัดสินใจของสัญญาณ 6 รูปแบบที่เกิดจากการส่งบิตข้อมูลจำนวน 3 บิตต่อสัญลักษณ์ที่มีการผสมสัญญาณแบบ (4,2)MPPM เพื่อไม่ให้เกิดความยุ่งยากในการตัดสินใจจึงนำค่าของสัญญาณแต่ละตำแหน่งมาบวกกันตามรูปแบบที่กำหนดในการผสมสัญญาณทั้ง 6 แบบ จากนั้นจึงทำการตัดสินใจโดยวิธีดังนี้ ถ้าสัญญาณที่ 1 และสัญญาณที่ 2 รวมกันแล้วมีค่าสูงที่สุดจะตัดสินใจเป็นสัญลักษณ์ 000 ถ้าสัญญาณที่ 1 และสัญญาณที่ 3 รวมกันแล้วมีค่าสูงที่สุดจะตัดสินใจเป็นสัญลักษณ์ 001 ถ้าสัญญาณที่ 1 และสัญญาณที่ 4 รวมกันแล้วมีค่าสูงที่สุดจะตัดสินใจเป็นสัญลักษณ์ 010 ถ้าสัญญาณที่ 2 และสัญญาณที่ 3 รวมกันแล้วมีค่าสูงที่สุดจะตัดสินใจเป็นสัญลักษณ์ 011 ถ้าสัญญาณที่ 2 และสัญญาณที่ 4 รวมกันแล้วมีค่าสูงที่สุดจะตัดสินใจเป็นสัญลักษณ์ 100 ถ้าสัญญาณที่ 3 และสัญญาณที่ 4 รวมกันแล้วมีค่าสูงที่สุดจะตัดสินใจเป็นสัญลักษณ์ 101 ดังแสดงในรูปที่ ค.4

สำหรับหลักการคำนวณหาความน่าจะเป็นในการเกิดความผิดพลาดของข้อมูลนั้นพิจารณาจากการตัดสินใจที่ใช้การเปรียบเทียบกันระหว่างสัญญาณจำนวน M สัญญาณที่เกิดจากวงจรอินทิเกรตนั้นสามารถก่อให้เกิดความผิดพลาดได้ แต่ไม่สามารถคำนวณหาความผิดพลาดได้โดยตรงจึงต้องอาศัยการคำนวณหาความน่าจะเป็นของการตัดสินใจที่ถูกต้องซึ่งขึ้นอยู่กับจำนวนพัลส์ต่อบล็อกสัญญาณที่กำหนดขึ้น สำหรับตัวอย่างของการคำนวณความผิดพลาดความน่าจะเป็นของการผสมสัญญาณแบบ (N,2)MPPM นั้นมีทั้งหมด 6 รูปแบบคือการตัดสินใจถูกต้องรูปแบบแรกเกิดจากการที่มีสัญญาณเฉลี่ยที่เกิดจากพัลส์และสัญญาณรบกวนแบบชอตน้อยส์เกิดขึ้นมีค่าสูงที่สุดจำนวน 2 สล็อตสามารถคำนวณหาความน่าจะเป็นของความถูกต้องที่เกิดขึ้นเป็นดังสมการ

$$\Pr[j < \min(k_1, k_2)] = \sum_{k_1=1}^{\infty} \text{Pos}(k_1, K_s + K_b) \sum_{k_2=1}^{\infty} \text{Pos}(k_2, K_s + K_b) \left[\sum_{j=0}^{k_{\min}-1} \text{Pos}(j, K_b) \right]^{N-2} \tag{ค.18}$$



รูปที่ ค.4 แผนภาพวงจรภาครับแบบ Multi-pulse Pulse Position Modulation

การตัดสินใจที่ถูกต้องแบบที่สองคือความน่าจะเป็นที่จะมีสัญญาณเฉลี่ยที่เกิดจากพัลส์และสัญญาณรบกวนแบบช็อตน้อยส์เกิดขึ้นมีค่าสูงที่สุดจำนวน 2 สล็อตและยังมีสัญญาณรบกวนแบบช็อตน้อยส์เกิดขึ้นในสล็อตอื่นที่มีค่าเท่ากับค่าต่ำสุดของสองสล็อตแรกจำนวน 1 สล็อตจากทั้งหมด $N-2$ สล็อตซึ่งมีค่าสูงกว่าความน่าจะเป็นที่จะมีสัญญาณรบกวนแบบช็อตน้อยส์เกิดขึ้นในสล็อตอื่นๆ สามารถคำนวณหาความน่าจะเป็นของความถูกต้องที่เกิดขึ้นเป็นดังสมการ

$$\Pr[j < \min(k_1, k_2) | k_1 \neq k_2] = \sum_{l=1}^{N-2} \frac{(N-2)}{l!(N-2-l)!(l+1)} \sum_{k_1=1}^{\infty} \text{Pos}(k_1, K_s + K_b) \times \sum_{\substack{k_2=1 \\ k_2 \neq k_1}}^{\infty} \text{Pos}(k_2, K_s + K_b) \text{Pos}(k_{\min}, K_b)^l \left[\sum_{j=0}^{k_{\min}-1} \text{Pos}(j, K_b) \right]^{N-2-l} \quad (\text{ค.19})$$

การตัดสินใจที่ถูกต้องแบบที่สามคือความน่าจะเป็นที่จะมีสัญญาณเฉลี่ยที่เกิดจากพัลส์และสัญญาณรบกวนแบบช็อตน้อยส์เกิดขึ้นมีค่าสูงที่สุดที่เท่ากันจำนวน 2 สล็อตและยังมีสัญญาณรบกวนแบบช็อตน้อยส์เกิดขึ้นในสล็อตอื่นที่มีค่าเท่ากับค่าสูงที่สุดจำนวน 1 สล็อตจากทั้งหมด $N-2$ สล็อตซึ่งมีค่าสูงกว่าความน่าจะเป็นที่จะมีสัญญาณรบกวนแบบช็อตน้อยส์เกิดขึ้นในสล็อตอื่นๆ สามารถคำนวณหาความน่าจะเป็นของความถูกต้องที่เกิดขึ้นเป็นดังสมการ

$$\Pr[j < \min(k_1, k_2) | k_1 = k_2] = \sum_{l=1}^{N-2} \frac{2(N-2)}{l!(N-2-l)!(l+1)(l+2)} \sum_{k_1=1}^{\infty} [\text{Pos}(k_1, K_s + K_b)]^2 \text{Pos}(k_{\min}, K_b)^l \times \left[\sum_{j=0}^{k_{\min}-1} \text{Pos}(j, K_b) \right]^{N-2-l} \quad (\text{ค.20})$$

การตัดสินใจที่ถูกต้องแบบที่สี่คือความน่าจะเป็นที่จะมีสัญญาณเฉลี่ยที่เกิดจากพัลส์และสัญญาณรบกวนแบบช็อตน้อยส์เกิดขึ้นในสล็อตแรกเท่านั้น ส่วนสล็อตอื่นๆ มีค่าสัญญาณเป็น 0

คือไม่มีทั้งสัญญาณเฉลี่ยที่เกิดจากพัลส์และสัญญาณรบกวนแบบช็อตน้อยส์ สามารถคำนวณหาความน่าจะเป็นของความถูกต้องที่เกิดขึ้นเป็นดังสมการ

$$\Pr[(n-1)=0] = \frac{\exp[-(K_s + (N-1)K_b)] - \exp[-(2K_s + NK_b)]}{N-1} \quad (\text{ค.21})$$

การตัดสินใจที่ถูกต้องแบบที่ห้าคือความน่าจะเป็นที่จะมีสัญญาณเฉลี่ยที่เกิดจากพัลส์และสัญญาณรบกวนแบบช็อตน้อยส์เกิดขึ้นในสล็อตที่สองเท่านั้น ส่วนสล็อตอื่นๆ มีค่าสัญญาณเป็น 0 คือไม่มีทั้งสัญญาณเฉลี่ยที่เกิดจากพัลส์และสัญญาณรบกวนแบบช็อตน้อยส์ ซึ่งมีสมการความน่าจะเป็นของความถูกต้องที่เกิดขึ้นเหมือนกับการตัดสินใจถูกต้องแบบที่สี่

การตัดสินใจที่ถูกต้องแบบที่หกคือความน่าจะเป็นที่ทุกสล็อตมีค่าสัญญาณเป็น 0 คือไม่มีทั้งสัญญาณเฉลี่ยที่เกิดจากพัลส์และสัญญาณรบกวนแบบช็อตน้อยส์ สามารถคำนวณหาความน่าจะเป็นของความถูกต้องที่เกิดขึ้นเป็นดังสมการ

$$\Pr[n=0] = \frac{2 \times (\exp[-(2K_s + NK_b)])}{N(N-1)} \quad (\text{ค.22})$$

เมื่อคำนวณค่าความถูกต้องได้ครบทั้ง 6 รูปแบบสามารถหาค่าอัตราความน่าจะเป็นของความผิดพลาดต่อสัญลักษณ์ได้ดังสมการต่อไปนี้

$$\begin{aligned} PWE = & 1 - \frac{\exp[-(K_s + (N-1)K_b)]}{N-1} + \frac{2 \exp[-(2K_s + NK_b)]}{N} - 2 \sum_{k_1=2}^{\infty} Pos(k_1, K_s + K_b) \\ & \times \sum_{k_2=1}^{k_1-1} Pos(k_2, K_s + K_b) \sum_{l=0}^{N-2} \frac{(N-2)!}{l!(N-2-l)!(l+1)} [Pos(k_2, K_b)]^l \left[\sum_{j=0}^{k_2-1} Pos(j, K_b) \right]^{N-2-l} \\ & - \sum_{k=1}^{\infty} [Pos(k, K_s + K_b)]^2 \sum_{l=0}^{N-2} \frac{2 \times (N-2)!}{l!(N-2-l)!(l+1)(l+2)} [Pos(k, K_b)]^l \left[\sum_{j=0}^{k-1} Pos(j, K_b) \right]^{N-2-l} \quad (\text{ค.23}) \end{aligned}$$

ค.5 การสื่อสารแบบโฟตอนสี่ระดับ

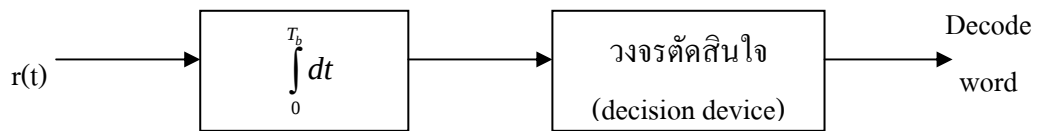
เทคนิคการสร้างการผสมสัญญาณแบบโฟตอนที่มีหลายระดับ (α_i) ที่ทำงานร่วมกับช่องสัญญาณแบบช็อตน้อยส์นั้นต้องมีการกำหนดค่าเฉลี่ยที่เกิดจากพัลส์แสง α_i ในหลายระดับสัญญาณ โดยมีลักษณะการกระจายของสัญญาณแบบปัวส์ซอง (Poisson Distribution) โดยสามารถแทนค่าสัญลักษณ์ 00 ด้วยค่า α_0 ซึ่งมีค่าเท่ากับ 0 ค่าสัญลักษณ์ 01 ด้วยค่า α_1 ซึ่งมีค่าประมาณ 1 ค่าสัญลักษณ์ 10 ด้วยค่า α_2 ซึ่งมีค่าประมาณ 4 ค่าสัญลักษณ์ 11 ด้วยค่า α_3 ซึ่งมีค่าประมาณ 9 จากนั้น

นำสัญญาณที่ทำการผสมสัญญาณแล้วส่งผ่านช่องสัญญาณแบบช้อนน้อยสที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ K_b ซึ่งมีลักษณะของการกระจายของแบบปัวส์ซอง นำค่าสัญญาณจากภาคส่งมาบวกกับค่าสัญญาณรบกวน

ที่ภาครับจะทำการตัดสินใจโดยการคำนวณหาค่าการตัดสินใจแบบประมาณค่าซึ่งจะมีทั้งหมดจำนวน 3 ค่าที่เหมาะสมกับแต่ละช่วงของสัญญาณ โดยที่ m_{T1} มีค่าเท่ากับ m_T แล้ว m_{T2} มีค่าเป็นสี่เท่าของ m_T และ m_{T3} มีค่าเป็นเก้าเท่าของ m_{T1} แล้วเปรียบเทียบสัญญาณที่รับได้กับค่า Threshold ที่คำนวณได้ ถ้าสัญญาณที่ได้รับมีค่าน้อยกว่าค่าการตัดสินใจตัวแรก (m_{T1}) จะตัดสินใจให้เป็นค่าสัญลักษณ์ 00 ถ้าค่าที่ได้รับมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับค่าการตัดสินใจตัวแรกแต่น้อยกว่าค่าการตัดสินใจตัวที่สอง (m_{T2}) จะตัดสินใจให้เป็นค่าสัญลักษณ์ 01 ถ้าค่าที่ได้รับมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับค่าการตัดสินใจที่สองแต่น้อยกว่าค่าการตัดสินใจตัวที่สาม (m_{T3}) จะตัดสินใจให้เป็นค่าสัญลักษณ์ 10 และถ้าค่าที่ได้รับมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับค่าการตัดสินใจตัวที่สาม (m_{T3}) จะตัดสินใจให้เป็นค่าสัญลักษณ์ 11 ดังรูปที่ ก.5

สำหรับการหลักการคำนวณหาความน่าจะเป็นในการเกิดความผิดพลาดของข้อมูลนั้นพิจารณาจากการตัดสินใจโดยอาศัยค่าการตัดสินใจซึ่งแสดงดังหลักการคำนวณในภาคผนวก ก การตัดสินใจที่เกิดขึ้นนั้นสามารถก่อให้เกิดความผิดพลาดได้ แต่ไม่สามารถคำนวณหาความผิดพลาดได้โดยตรงจึงต้องคำนวณหาความน่าจะเป็นของการตัดสินใจที่ถูกต้องซึ่งมีทั้งหมด 4 รูปแบบคือการตัดสินใจถูกต้องรูปแบบที่หนึ่งเกิดขึ้นในกรณีที่เส้นทางส่งข้อมูลสัญลักษณ์เท่ากับ 00 ออก จึงได้ให้กำเนิดสัญญาณ $s_0(t)$ และส่งออก โดยที่ระดับของสัญญาณรบกวนแบบช้อนน้อยสและสัญญาณที่เกิดจากพัลส์แสงที่เกิดขึ้นมีค่าน้อยกว่าค่า Threshold ตัวแรก กรณีเช่นนี้ทำให้วงจรภาครับมีการตัดสินใจที่ถูกต้อง การตัดสินใจถูกต้องรูปแบบที่สองเกิดขึ้นในกรณีที่เส้นทางส่งข้อมูลสัญลักษณ์เท่ากับ 01 ออก จึงได้ให้กำเนิดสัญญาณ $s_1(t)$ และส่งออก โดยที่ระดับของสัญญาณรบกวนแบบช้อนน้อยสและสัญญาณที่เกิดจากพัลส์แสงที่เกิดขึ้นมีค่าน้อยกว่าค่าการตัดสินใจตัวแรกแต่น้อยกว่าค่าการตัดสินใจตัวที่สองกรณีเช่นนี้ทำให้วงจรภาครับมีการตัดสินใจที่ถูกต้อง การตัดสินใจถูกต้องรูปแบบที่สามเกิดขึ้นในกรณีที่เส้นทางส่งข้อมูลสัญลักษณ์เท่ากับ 10 ออก จึงได้ให้กำเนิดสัญญาณ $s_2(t)$ และส่งออก โดยที่ระดับของสัญญาณรบกวนแบบช้อนน้อยสและสัญญาณที่เกิดจากพัลส์แสงที่เกิดขึ้นมีค่าน้อยกว่าค่าการตัดสินใจตัวที่สองแต่น้อยกว่าค่าการตัดสินใจตัวที่สาม กรณีเช่นนี้ทำให้วงจรภาครับมีการตัดสินใจที่ถูกต้อง การตัดสินใจถูกต้องรูปแบบที่สี่เกิดขึ้นในกรณีที่เส้นทางส่งข้อมูลสัญลักษณ์เท่ากับ 11 ออก จึงได้ให้กำเนิดสัญญาณ $s_3(t)$ และส่งออก หากแต่ระดับของสัญญาณรบกวนแบบช้อนน้อยสและสัญญาณที่เกิดจากพัลส์แสงที่เกิดขึ้นมีค่ามากกว่าค่าการตัดสินใจตัวสาม กรณีเช่นนี้ทำให้วงจรภาครับมีการตัดสินใจที่ถูกต้องเช่นเดียวกับการตัดสินใจแบบอื่นๆ

ในการคำนวณความน่าจะเป็นของความถูกต้องทั้งสี่รูปแบบนั้นจะอาศัยความสัมพันธ์ดังนี้



ตัดสินใจเป็นสัญลักษณ์ 00 ถ้า $r < m_{T1}$

ตัดสินใจเป็นสัญลักษณ์ 01 ถ้า $m_{T1} < r < m_{T2}$

ตัดสินใจเป็นสัญลักษณ์ 10 ถ้า $m_{T2} < r < 9 m_{T3}$

ตัดสินใจเป็นสัญลักษณ์ 11 ถ้า $r > 9 m_{T3}$

รูปที่ ค.5 แผนภาพวงจรภาครับแบบการสื่อสารแบบโฟตอนอิสระ

$$\Pr[m = k] = \frac{(K_s + K_b)^k e^{-(K_s + K_b)}}{k!} \quad (\text{ค.24})$$

สำหรับกรณีความถูกต้องแบบที่หนึ่ง ต้นทางส่งสัญญาณ $s_0(t)$ ออก เพื่อแทนข้อมูลสัญลักษณ์ 00 เมื่อคำนวณฟังก์ชันความน่าจะเป็นจะได้ดังสมการ

$$P[m < m_{T1} | 00] = \sum_{k=0}^{m_{T1}} \frac{K_b e^{-K_b}}{k!} \quad (\text{ค.25})$$

สำหรับกรณีความถูกต้องแบบที่สอง ต้นทางส่งสัญญาณ $s_1(t)$ ออก เพื่อแทนข้อมูลสัญลักษณ์ 01 เมื่อคำนวณฟังก์ชันความน่าจะเป็นจะได้ดังสมการ

$$P[m_{T1} > m > m_{T2} | 01] = \sum_{k=m_{T1}}^{m_{T2}} \frac{(K_s + K_b) e^{-(K_s + K_b)}}{k!} \quad (\text{ค.26})$$

สำหรับกรณีความถูกต้องแบบที่สาม ต้นทางส่งสัญญาณ $s_2(t)$ ออก เพื่อแทนข้อมูลสัญลักษณ์ 10 เมื่อคำนวณฟังก์ชันความน่าจะเป็นจะได้ดังสมการ

$$P[m_{T2} > m > m_{T3} | 10] = \sum_{k=m_{T2}}^{m_{T3}} \frac{(4K_s + K_b) e^{-(4K_s + K_b)}}{k!} \quad (\text{ค.27})$$

สำหรับกรณีความถูกต้องแบบที่สี่ ต้นทางส่งสัญญาณ $s_3(t)$ ออก เพื่อแทนข้อมูลสัญลักษณ์ 11 เมื่อคำนวณฟังก์ชันความน่าจะเป็นจะได้ดังสมการ

$$P[m < m_{T3}|11] = \sum_{k=m_{T3}}^{\infty} \frac{(9K_s + K_b)e^{-(9K_s + K_b)}}{k!} \quad (\text{ก.28})$$

สมมติว่าเส้นทางส่งข้อมูลสัญลักษณ์ 00, 01, 10 และ 11 ด้วยความน่าจะเป็นที่เท่ากัน ฉะนั้น ถ้าความถูกต้องทั้งสี่แบบมาพิจารณารวมกันเพื่อหาค่าเฉลี่ยของความถูกต้องโดยรวม จากนั้นสามารถนำไปหาความน่าจะเป็นของความผิดพลาด จะได้ว่ากรณีการผสมสัญญาณแบบโพตอนสี่ระดับ จะมีค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดต่อสัญลักษณ์เท่ากับ

$$PWE = 1 - \frac{1}{4}P[m > m_{T1}|00] - \frac{1}{4}P[m_{T1} < m < m_{T2}|01] - \frac{1}{4}P[m_{T2} < m < m_{T3}|10] - \frac{1}{4}P[m < m_{T3}|11] \quad (\text{ก.29})$$

เมื่อแทนด้วยการกระจายสัญญาณแบบปัวส์ซองแล้ว สามารถนำไปหาอัตราความน่าจะเป็นของความผิดพลาดต่อสัญลักษณ์ได้ดังนี้

$$PWE = 1 - \frac{1}{4} \sum_{k=0}^{m_{T1}} \frac{K_b^k e^{-K_b}}{k!} - \frac{1}{4} \sum_{k=m_{T1}}^{m_{T2}} \frac{(K_s + K_b)^k e^{-(K_s + K_b)}}{k!} - \frac{1}{4} \sum_{k=m_{T2}}^{m_{T3}} \frac{(4K_s + K_b)^k e^{-(4K_s + K_b)}}{k!} - \frac{1}{4} \sum_{k=m_{T3}}^{\infty} \frac{(9K_s + K_b)^k e^{-(9K_s + K_b)}}{k!} \quad (\text{ก.30})$$

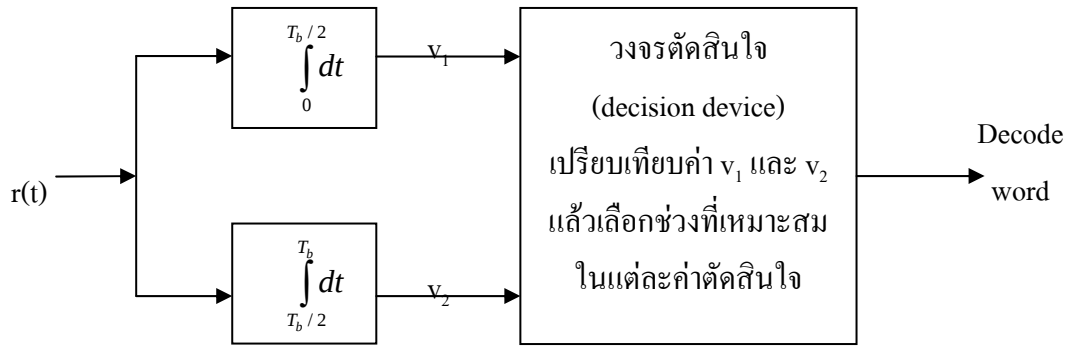
ก.6 การสื่อสารแบบโพตอนสี่ระดับที่ใช้งานร่วมกับไบนารีพัลส์โพสิชันมอดูเลชัน

เทคนิคการสร้างการผสมสัญญาณแบบโพตอนที่มีหลายระดับ (α_i) ที่ประยุกต์ใช้งานกับการผสมสัญญาณแบบ BPPM ที่ทำงานในช่องสัญญาณแบบช็อนน้อยส้นนั้นต้องมีการกำเนิดค่าเฉลี่ยที่เกิดจากพัลส์แสง α_i ในหลายระดับสัญญาณโดยมีลักษณะการกระจายของสัญญาณแบบปัวส์ซอง (Poisson Distribution) ในที่นี้ให้มีการกำเนิดค่าเฉลี่ยของพัลส์เป็นสามระดับคือ $\alpha_0 = 1$, $\alpha_1 = 4$ และ $\alpha_2 = 9$ สามารถแทนค่าสัญลักษณ์ต่างๆ ดังนี้ ค่าสัญลักษณ์ 000 จะทำการแทนค่าสัญญาณในช่วงคาบเวลาตั้งแต่ 0 ถึง $T_b/2$ ด้วยค่า α_0 ซึ่งมีค่าประมาณ 1 โดยให้เป็นสัญญาณที่ 1 และค่าของสัญญาณที่เกิดขึ้นในช่วงคาบเวลาตั้งแต่ $T_b/2$ ถึง T_b ด้วยค่า 0 โดยให้เป็นสัญญาณที่ 2 ค่าสัญลักษณ์ 001 จะแทนค่าสัญญาณด้วยค่า α_1 ซึ่งมีค่าประมาณ 4 ในช่วงคาบเวลาตั้งแต่ 0 ถึง $T_b/2$ โดยให้เป็นสัญญาณที่ 1 และแทนค่าของสัญญาณที่เกิดขึ้นในช่วงคาบเวลาตั้งแต่ $T_b/2$ ถึง T_b ด้วยค่า 0 โดยให้เป็นสัญญาณที่ 2 ค่าสัญลักษณ์ 010 จะทำการแทนค่าสัญญาณในช่วงคาบเวลาตั้งแต่ 0 ถึง $T_b/2$ ด้วยค่า α_2 ซึ่งมีค่าประมาณ 9 โดยให้เป็นสัญญาณที่ 1 และค่าของสัญญาณที่เกิดขึ้นในช่วงคาบเวลา

ตั้งแต่ $T_b/2$ ถึง T_b ด้วยค่า 0 โดยให้เป็นสัญญาณที่ 2 ค่าสัญลักษณ์ 011 จะแทนค่าสัญญาณด้วยค่า 0 ในช่วงคาบเวลาตั้งแต่ 0 ถึง $T_b/2$ โดยให้เป็นสัญญาณที่ 1 และแทนค่าของสัญญาณที่เกิดขึ้นในช่วงคาบเวลาตั้งแต่ $T_b/2$ ถึง T_b ด้วยค่า α_0 ซึ่งมีค่าประมาณ 1 โดยให้เป็นสัญญาณที่ 2 ค่าสัญลักษณ์ 100 จะแทนค่าสัญญาณด้วยค่า 0 ในช่วงคาบเวลาตั้งแต่ 0 ถึง $T_b/2$ โดยให้เป็นสัญญาณที่ 1 และแทนค่าของสัญญาณที่เกิดขึ้นในช่วงคาบเวลาตั้งแต่ $T_b/2$ ถึง T_b ด้วยค่า α_1 ซึ่งมีค่าประมาณ 4 โดยให้เป็นสัญญาณที่ 2 และค่าสัญลักษณ์ 101 จะแทนค่าสัญญาณด้วยค่า 0 ในช่วงคาบเวลาตั้งแต่ 0 ถึง $T_b/2$ โดยให้เป็นสัญญาณที่ 1 และแทนค่าของสัญญาณที่เกิดขึ้นในช่วงคาบเวลาตั้งแต่ $T_b/2$ ถึง T_b ด้วยค่า α_2 ซึ่งมีค่าประมาณ 9 โดยให้เป็นสัญญาณที่ 2 จากนั้นนำสัญญาณที่ทำการผสมสัญญาณแล้วส่งผ่านช่องสัญญาณแบบช้อนน้อยสกีที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ K_b ซึ่งมีลักษณะของการกระจายของแบบปัวส์ซอง นำค่าสัญญาณจากภาคส่งมาบวกกับค่าสัญญาณรบกวน

ที่ภาครับจะทำการตัดสินใจโดยการเปรียบเทียบค่าของสัญญาณที่ได้รับได้ในแต่ละครั้ง คาบเวลาคือสัญญาณที่ 1 และสัญญาณที่ 2 ว่าค่าใดมีค่ามากกว่าจากนั้นจึงทำการพิจารณาหาค่าตำแหน่งการตัดสินใจแบบประมาณค่า ผลของการตัดสินใจค่าจะเป็นดังนี้ ถ้าสัญญาณที่ 1 หรือสัญญาณที่ได้รับในช่วงคาบเวลาตั้งแต่ 0 ถึง $T_b/2$ มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับสัญญาณที่ 2 หรือสัญญาณที่ได้รับในช่วงในช่วงคาบเวลาตั้งแต่ $T_b/2$ ถึง T_b และมีค่าน้อยกว่าค่าการตัดสินใจตัวแรก (m_{T1}) จะตัดสินใจให้เป็นค่าสัญลักษณ์ 000 ถ้าสัญญาณที่ 1 หรือสัญญาณที่ได้รับในช่วงคาบเวลาตั้งแต่ 0 ถึง $T_b/2$ มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับสัญญาณที่ 2 หรือสัญญาณที่ได้รับในช่วงในช่วงคาบเวลาตั้งแต่ $T_b/2$ ถึง T_b และมีค่ามากกว่าค่าการตัดสินใจตัวแรก (m_{T1}) แต่น้อยกว่าค่าการตัดสินใจตัวที่สอง (m_{T2}) จะตัดสินใจให้เป็นค่าสัญลักษณ์ 001 ถ้าสัญญาณที่ 1 หรือสัญญาณที่ได้รับในช่วงคาบเวลาตั้งแต่ 0 ถึง $T_b/2$ มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับสัญญาณที่ 2 หรือสัญญาณที่ได้รับในช่วงในช่วงคาบเวลาตั้งแต่ $T_b/2$ ถึง T_b และมีค่ามากกว่าค่าการตัดสินใจตัวที่สอง (m_{T2}) จะตัดสินใจให้เป็นค่าสัญลักษณ์ 010 ถ้าสัญญาณที่ 1 หรือสัญญาณที่ได้รับในช่วงคาบเวลาตั้งแต่ 0 ถึง $T_b/2$ มีค่าน้อยกว่าสัญญาณที่ 2 หรือสัญญาณที่ได้รับในช่วงในช่วงคาบเวลาตั้งแต่ $T_b/2$ ถึง T_b และมีค่าน้อยกว่าค่าการตัดสินใจตัวแรก (m_{T1}) จะตัดสินใจให้เป็นค่าสัญลักษณ์ 011 ถ้าสัญญาณที่ 1 หรือสัญญาณที่ได้รับในช่วงคาบเวลาตั้งแต่ 0 ถึง $T_b/2$ มีค่าน้อยกว่าสัญญาณที่ 2 หรือสัญญาณที่ได้รับในช่วงในช่วงคาบเวลาตั้งแต่ $T_b/2$ ถึง T_b และมีค่ามากกว่าค่าการตัดสินใจตัวแรก (m_{T1}) แต่ยังไม่ต่ำกว่าค่าการตัดสินใจตัวที่สอง (m_{T2}) จะตัดสินใจให้เป็นค่าสัญลักษณ์ 100 ถ้าสัญญาณที่ 1 หรือสัญญาณที่ได้รับในช่วงคาบเวลาตั้งแต่ 0 ถึง $T_b/2$ มีค่าน้อยกว่าสัญญาณที่ 2 หรือสัญญาณที่ได้รับในช่วงในช่วงคาบเวลาตั้งแต่ $T_b/2$ ถึง T_b และมีค่ามากกว่าค่าการตัดสินใจตัวที่สอง (m_{T2}) จะตัดสินใจให้เป็นค่าสัญลักษณ์ 101 ดังรูปที่ ก.6

สำหรับหลักการคำนวณค่าความน่าจะเป็นในการเกิดความผิดพลาดของข้อมูลพิจารณาจากการตัดสินใจโดยอาศัยค่าตำแหน่งการตัดสินใจในภาคผนวก ก และการเปรียบเทียบกันระหว่างสัญญาณสองสัญญาณที่เกิดจากวงจรอินทิเกรต ซึ่งการตัดสินใจทั้งสองแบบนี้สามารถก่อให้เกิด



รูปที่ ค.6 แผนภาพวงจรภาครับแบบการสื่อสารแบบโฟตอนสี่ระดับที่ใช้งานร่วมกับการผสมสัญญาณแบบไบนารีพัลส์โพสิชันมอดูเลชัน

$$\Pr[k_1 > k_2] = \sum_{k_1} \sum_{k_2} \text{Pos}(k_1, K_s + K_b) \text{Pos}(k_2, K_b) \quad (\text{ค.31})$$

โดยที่ $\text{Pos}(k, m) = \frac{m^k e^{-m}}{k!}$, $m = K_s + K_b$ และ $m = K_b$ ตามลำดับ

สำหรับกรณีความถูกต้องแบบที่หนึ่ง สามารถคำนวณฟังก์ชันความน่าจะเป็นจะได้ดัง
สมการ

$$\Pr[k_1 > k_2] = \sum_{k_1=1}^{m_{T1}} \sum_{k_2=0}^{k_1-1} \text{Pos}(k_1, K_s + K_b) \text{Pos}(k_2, K_b) \quad (\text{ค.32})$$

สำหรับกรณีความถูกต้องแบบที่สอง สามารถคำนวณฟังก์ชันความน่าจะเป็นจะได้ดัง
สมการ

$$\Pr[k_1 > k_2] = \sum_{k_1=m_{T1}}^{m_{T2}} \sum_{k_2=0}^{k_1-1} \text{Pos}(k_1, 4K_s + K_b) \text{Pos}(k_2, K_b) \quad (\text{ค.33})$$

สำหรับกรณีความถูกต้องแบบที่สาม สามารถคำนวณฟังก์ชันความน่าจะเป็นจะได้ดัง
สมการ

$$\Pr[k_1 > k_2] = \sum_{k_1=m_{T2}}^{\infty} \sum_{k_2=0}^{k_1-1} \text{Pos}(k_1, 9K_s + K_b) \text{Pos}(k_2, K_b) \quad (\text{ค.34})$$

สำหรับกรณีความถูกต้องแบบที่สี่มีการคำนวณค่าความถูกต้องเหมือนกับค่าความถูกต้องแบบที่หนึ่ง กรณีความถูกต้องแบบที่ห้ามีการคำนวณค่าความถูกต้องเหมือนกับค่าความถูกต้องแบบที่สอง กรณีความถูกต้องแบบที่หกมีการคำนวณค่าความถูกต้องเหมือนกับค่าความถูกต้องแบบที่สาม ตามลำดับ

ส่วนความถูกต้องแบบที่เจ็ดเป็นค่าความถูกต้องที่เกิดจากค่าระดับของสัญญาณรบกวนแบบช็อตน้อยส์และสัญญาณที่เกิดจากพัลส์แสงในแต่ละครั้งคาบเวลานั้นมีค่าเท่ากับค่าที่เกิดจากสัญญาณรบกวนแบบช็อตน้อยส์เพียงอย่างเดียว แต่มีค่าน้อยกว่าค่าการตัดสินใจตัวที่หนึ่ง ทำให้มีการตัดสินใจที่ถูกต้อง ความถูกต้องแบบที่แปดเป็นค่าความถูกต้องที่เกิดจากค่าระดับของสัญญาณรบกวนแบบช็อตน้อยส์และสัญญาณที่เกิดจากพัลส์แสงในแต่ละครั้งคาบเวลานั้นมีค่าเท่ากับค่าที่เกิดจากสัญญาณรบกวนแบบช็อตน้อยส์เพียงอย่างเดียว และมีค่ามากกว่าค่าการตัดสินใจตัวที่หนึ่ง แต่น้อยกว่าค่าการตัดสินใจตัวที่สอง ทำให้มีการตัดสินใจที่ถูกต้อง ความถูกต้องแบบที่เก้าเป็นค่าความถูกต้องที่เกิดจากค่าระดับของสัญญาณรบกวนแบบช็อตน้อยส์และสัญญาณที่เกิดจากพัลส์แสงในแต่ละครั้งคาบเวลานั้นมีค่าเท่ากับค่าที่เกิดจากสัญญาณรบกวนแบบช็อตน้อยส์เพียงอย่างเดียว และมีค่ามากกว่าค่าการตัดสินใจตัวที่สอง ทำให้มีการตัดสินใจที่ถูกต้อง ซึ่งความถูกต้องทั้งสามรูปแบบสามารถคำนวณความน่าจะเป็นของความถูกต้องโดยอาศัยสมการของความน่าจะเป็นจากการผสมสัญญาณแบบไบนารีพัลส์โพสิชันมอดูเลชันดังนี้

$$\Pr[k_1] = \frac{1}{6} \sum_{k_1} \text{Pos}(k_1, K_s + K_b) \text{Pos}(k_1, K_b) \quad (\text{ค.35})$$

สำหรับกรณีความถูกต้องแบบที่เจ็ด สามารถคำนวณฟังก์ชันความน่าจะเป็นจะได้ดังสมการ

$$\Pr[k_1] = \frac{1}{6} \sum_{k_1=0}^{m_{T1}} \text{Pos}(k_1, K_s + K_b) \text{Pos}(k_1, K_b) \quad (\text{ค.36})$$

สำหรับกรณีความถูกต้องแบบที่แปด สามารถคำนวณฟังก์ชันความน่าจะเป็นจะได้ดังสมการ

$$\Pr[k_1] = \frac{1}{6} \sum_{k_1=m_{T1}}^{m_{T2}} \text{Pos}(k_1, 4K_s + K_b) \text{Pos}(k_1, K_b) \quad (\text{ค.37})$$

สำหรับกรณีความถูกต้องแบบที่เก้า สามารถคำนวณฟังก์ชันความน่าจะเป็นจะได้ดังสมการ

$$\Pr[k_1] = \frac{1}{6} \sum_{k_1=m_{T2}}^{\infty} \text{Pos}(k_1, 9K_s + K_b) \text{Pos}(k_1, K_b) \quad (\text{ค.38})$$

เมื่อนำค่าความถูกต้องทั้งหมดมารวมกัน และสมมติว่าเส้นทางส่งข้อมูลออกมาด้วยความน่าจะเป็นที่เท่ากัน จะพบว่ากรณีการผสมสัญญาณโพตอนหลายระดับที่ใช้งานร่วมกับการผสมสัญญาณแบบ BPPM จะมีค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดต่อสัญลักษณ์เท่ากับ

$$\begin{aligned} PWE = & 1 - \frac{1}{3} \sum_{k_1=1}^{m_{T1}} \sum_{k_2=0}^{k_1-1} \text{Pos}(k_1, K_s + K_b) \text{Pos}(k_2, K_b) - \frac{1}{3} \sum_{k_1=m_{T1}}^{m_{T2}} \sum_{k_2=0}^{k_1-1} \text{Pos}(k_1, 4K_s + K_b) \text{Pos}(k_2, K_b) \\ & - \frac{1}{3} \sum_{k_1=m_{T2}}^{\infty} \sum_{k_2=0}^{k_1-1} \text{Pos}(k_1, 9K_s + K_b) \text{Pos}(k_2, K_b) - \frac{1}{6} \sum_{k_1=0}^{m_{T1}} \text{Pos}(k_1, K_s + K_b) \text{Pos}(k_1, K_b) \quad (\text{ค.39}) \\ & - \frac{1}{6} \sum_{k_1=m_{T1}}^{m_{T2}} \text{Pos}(k_1, 4K_s + K_b) \text{Pos}(k_1, K_b) - \frac{1}{6} \sum_{k_1=m_{T2}}^{\infty} \text{Pos}(k_1, 9K_s + K_b) \text{Pos}(k_1, K_b) \end{aligned}$$