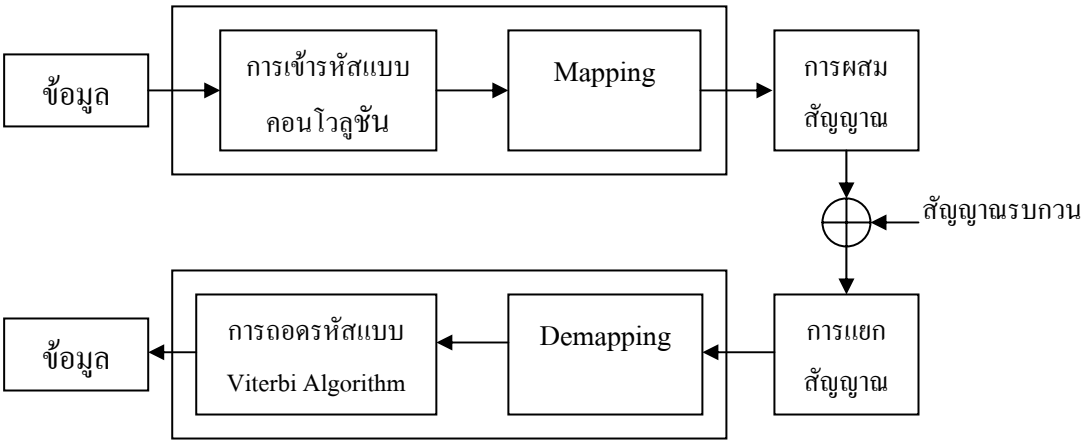
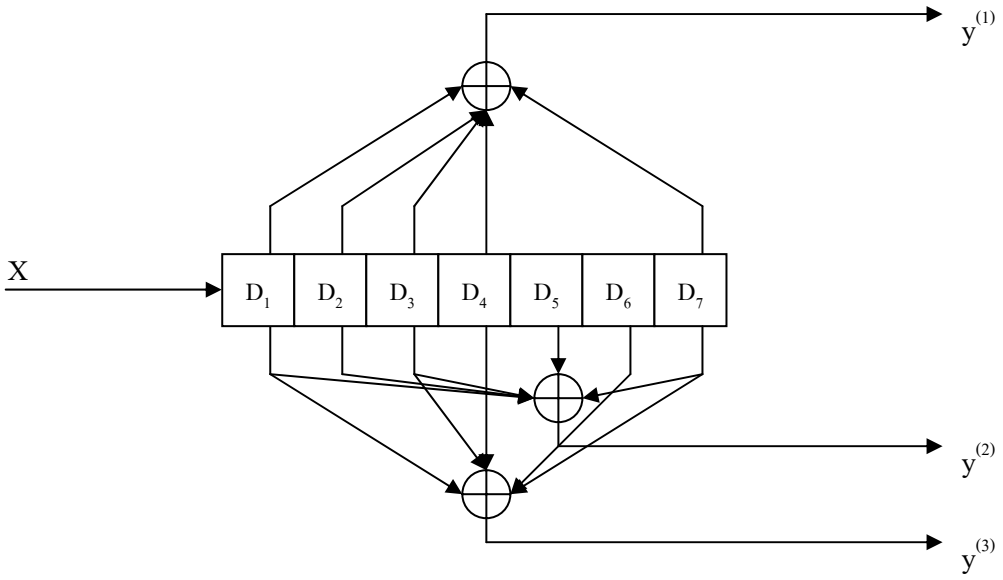
ภาคผนวก ข
การเข้ารหัสแบบคอนโวลูชันกับการสื่อสารแบบโฟตอนสี่ระดับที่ใช้งานร่วมกับการผสมสัญญาณแบบไบนารี่พัลส์โพสิชันมอดูเลชัน

เนื่องมาจากรูปแบบของการผสมสัญญาณแบบการสื่อสารแบบโฟตอนสี่ระดับที่ใช้งานร่วมกับการผสมสัญญาณแบบไบนารี่พัลส์โพสิชันมอดูเลชัน (4-level Photon Communication with BPPM) ที่มีรูปแบบของการผสมสัญญาณเพียง 6 รูปแบบ ซึ่งไม่เหมาะสมต่อค่า Output ของการเข้ารหัสแบบคอนโวลูชันซึ่งมีทั้งหมด 8 รูปแบบ ได้แก่ 000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111 ดังนั้นจึงมีการพิจารณานำการเข้ารหัสแบบคอนโวลูชันที่มีการตัดบิตบางส่วนออก (Puncture) เพื่อลดจำนวนบิตข้อมูลในการส่งผ่านช่องสัญญาณให้ลดลง มาใช้งานร่วมกับการเพิ่มบิตเพิ่มเข้าไปเพื่อให้มีรูปแบบของการส่งสัญญาณสอดคล้องกับการผสมสัญญาณแบบการสื่อสารแบบโฟตอนสี่ระดับที่ใช้งานร่วมกับการผสมสัญญาณแบบไบนารี่พัลส์โพสิชันมอดูเลชันซึ่งมีกระบวนการทำงานแสดงในรูปที่ ข.1 โดยมีหลักการทำงานดังนี้

1. การเข้ารหัสแบบคอนโวลูชันนั้นมีค่าพารามิเตอร์ที่มีผลต่อการเข้ารหัสได้แก่อัตราการเข้ารหัส (R) ค่าเมตริกซ์ตัวกำเนิด (Generator Matrix) และค่า Constraint length ซึ่งวิธีการที่นำเสนอนี้เลือกค่าเมตริกซ์ตัวกำเนิดเท่ากับ [1 1 1 1 0 0 1] [1 1 1 0 1 0 1] และ [1 0 1 1 0 1 1] ซึ่งมีอัตราการเข้ารหัสเท่ากับ 1/3 และค่า Constraint length เท่ากับ 7 ดังแสดงในรูปที่ ข.2



รูปที่ ข.1 กระบวนการทำงานของการสื่อสารแบบโฟตอนสี่ระดับที่ใช้งานร่วมกับการผสมสัญญาณแบบไบนารี่พัลส์โพสิชันและรหัสแบบคอนโวลูชันที่มีการลดจำนวนบิต



รูปที่ ข.2 โครงสร้างการเข้ารหัสแบบคอนโวลูชันที่มี g = 1111001, 1110101 และ 1011011

2. กระบวนการแมปปิ้ง (Mapping) เป็นกระบวนการที่นำเสนอขึ้นเพื่อเปลี่ยนรูปแบบของชุดข้อมูลให้สามารถใช้งานได้กับการผสมสัญญาณแบบการสื่อสารแบบโฟตอนสี่ระดับที่ใช้งานร่วมกับการผสมสัญญาณแบบไบนารี่พัลส์โพสิชันมอดูเลชัน ซึ่งมีขั้นตอนอยู่ 2 ขั้นตอนได้แก่

2.1 การเพิ่มบิตเข้าไปเพื่อตรวจสอบค่าที่ออกมาจากเอาท์พุตของการเข้ารหัสแบบคอนโวลูชัน ซึ่งได้นำแนวคิดของการเพิ่ม Parity bit check ที่ได้ทำการตรวจสอบจำนวนบิต 0 หรือบิต 1 ในชุดข้อมูลจำนวน n บิตว่าเป็นจำนวนคู่หรือเป็นจำนวนคี่ มาเปลี่ยนเป็นการตรวจสอบว่าบิตที่ออกจาก output ของการเข้ารหัสนั้นมีค่าเหมือนกันหรือต่างกันโดยจะทำการตรวจสอบทีละ 3 บิต เนื่องจากจำนวนบิตที่ต้องการใช้ในการผสมสัญญาณเป็น 3 บิตซึ่งต้องการจำนวนสัญญาณที่เป็นไปได้ทั้งหมดถึง 8 สัญญาณ แต่การผสมสัญญาณแบบการสื่อสารแบบโฟตอนสี่ระดับที่ใช้งานร่วมกับการผสมสัญญาณแบบไบนารี่พัลส์โพสิชันมอดูเลชันนั้นมีรูปแบบของสัญญาณเพียง 6 รูปแบบเท่านั้น ซึ่งเมื่อพิจารณาค่าเอาท์พุตที่เป็นไปได้คือ 000 , 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111 จะพบว่าการที่จะทำให้สัญญาณเหลือเพียง 6 รูปแบบคือการเพิ่มเติมบิตเข้าไปโดยใช้คุณสมบัติที่สามารถแยกสัญญาณออกเป็น 2 กลุ่มดังนี้

- กลุ่มที่ 1 ได้แก่ 000 และ 111 เป็นกลุ่มที่มีค่าเหมือนกันทั้ง 3 บิต
- กลุ่มที่ 2 ได้แก่ 001 , 010, 011, 100, 101 และ 110 เป็นกลุ่มที่มีค่าไม่เหมือนกันทั้ง 3 บิต

เมื่อทำการแบ่งสัญญาณเป็น 2 กลุ่มทำการทดลองเพิ่มค่าบิต 0 หรือ 1 เข้าได้ โดยให้กลุ่มที่ 1 นั้นเติมบิต 1 ส่วนกลุ่มที่ 2 นั้นเติมบิต 0 เข้าไปด้านท้ายของบิตที่ 3 ซึ่งจะทำให้เอาท์พุตของการเข้ารหัสแบบคอนโวลูชันเพิ่มเป็น 4 บิต จะได้ผลดังตารางที่ ข.1 และการเพิ่มเติมบิตนั้นจะพบว่าบิตที่เพิ่มเติมนั้นจะอยู่ในตำแหน่งที่มีค่า 4 หารลงตัวทั้งหมด ดังตัวอย่างในรูปที่ ข.3

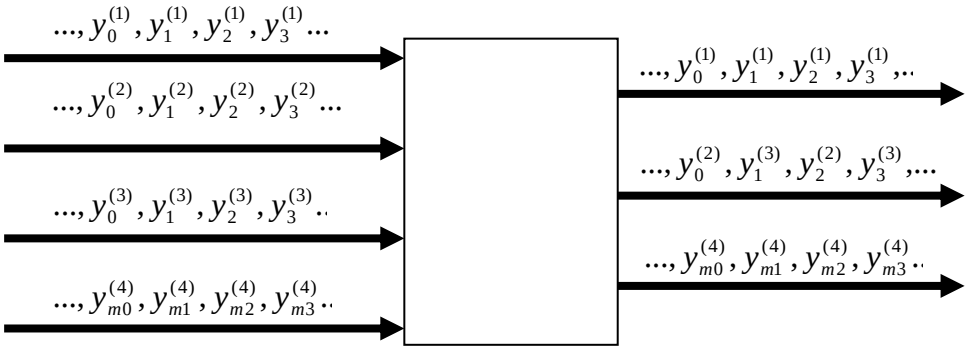
ตารางที่ ข.1 ผลของกระบวนการแมปปิ้งโดยการเพิ่มเติมบิต

ผลของการเข้ารหัสแบบคอนโวลูชัน	ผลของการเพิ่มบิตเพิ่มเติม
0 0 0	0 0 0 1
0 0 1	0 0 1 0
0 1 0	0 1 0 0
0 1 1	0 1 1 0
1 0 0	1 0 0 0
1 0 1	1 0 1 0
1 1 0	1 1 0 0
1 1 1	1 1 1 1

2.2 เมื่อทำการเพิ่มบิตเพิ่มเติมแล้ว จะเป็นการนำกระบวนการลดจำนวนบิต (Puncture) เพื่อลดจำนวนบิตที่เกิดขึ้นและให้ได้รูปแบบที่เหมาะสมกับการผสมสัญญาณแบบการสื่อสารแบบโฟตอนสี่ระดับที่ใช้งานร่วมกับการผสมสัญญาณแบบไบนารี่พัลส์โพสิชันมอดูเลชัน ซึ่งในวิธีการที่นำเสนอได้ใช้รูปแบบการลดจำนวนบิตที่สอดคล้องกับค่าเมตริกซ์ตัวกำเนิด (Generator Matrix) คือ [1 1 0 1] และ [1 0 1 1] หลักการทำงานของการลดจำนวนบิตแสดงในรูปที่ ข.4 ซึ่งกระบวนการลดจำนวนบิตนั้นจะทำให้อัตราการเข้ารหัสแบบคอนโวลูชันยังคงเท่ากับ 1/3 กำหนดให้ $y_k^{(1)}, y_k^{(2)}$ และ $y_k^{(3)}$ เป็นเอาท์พุตของการเข้ารหัสแบบคอนโวลูชันและ $y_{mk}^{(4)}$ เมื่อพิจารณาจากตารางที่ ข.1 พบว่ารูปแบบของความเป็นไปได้ของข้อมูลทั้งหมด 8 รูปแบบ เมื่อทำการ Puncture แล้วจะเกิดรูปแบบที่เป็นไปได้ของข้อมูลดังแสดงในตารางที่ ข.2

0 0 0 0 0 1 0 1 0 ⟶ 0 0 0 ***1*** 0 0 1 ***0*** 0 1 0 ***0***

รูปที่ ข.3 ตัวอย่างการเพิ่มบิต



รูปที่ ข.4 หลักการทำงานของแมปปิ้ง

ตารางที่ ข.2 ผลของกระบวนลดจำนวนบิต

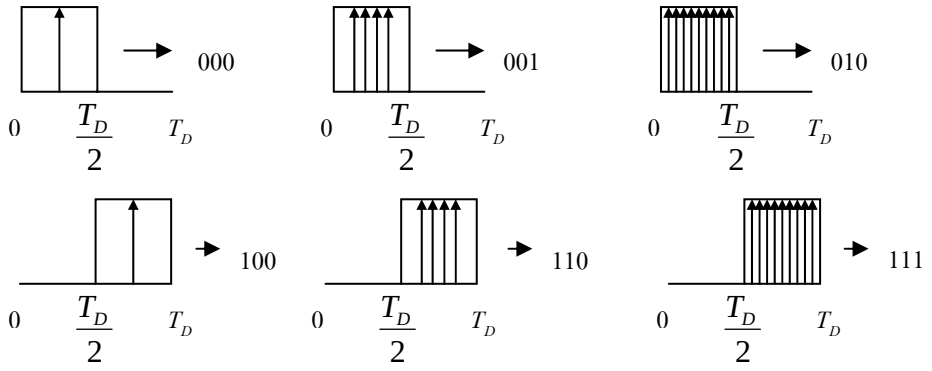
ผลของการเข้ารหัสแบบคอนโวลูชันและแมปปิ้ง	ผลของการตัดบิตที่ 3	ผลของการตัดบิตที่ 2
0 0 0 1	0 0 1	0 0 1
0 0 1 0	0 0 0	0 1 0
0 1 0 0	0 1 0	0 0 0
0 1 1 0	0 1 0	0 1 0
1 0 0 0	1 0 0	1 0 0
1 0 1 0	1 1 0	1 0 0
1 1 0 0	1 0 0	1 1 0
1 1 1 1	1 1 1	1 1 1

เมื่อพิจารณาจากตารางทั้งหมดจะพบว่ามีรูปแบบที่เกิดขึ้นจำนวน 6 รูปแบบได้แก่ [0 0 0] [0 0 1] [0 1 0] [1 0 0] [1 1 0] และ [1 1 1]

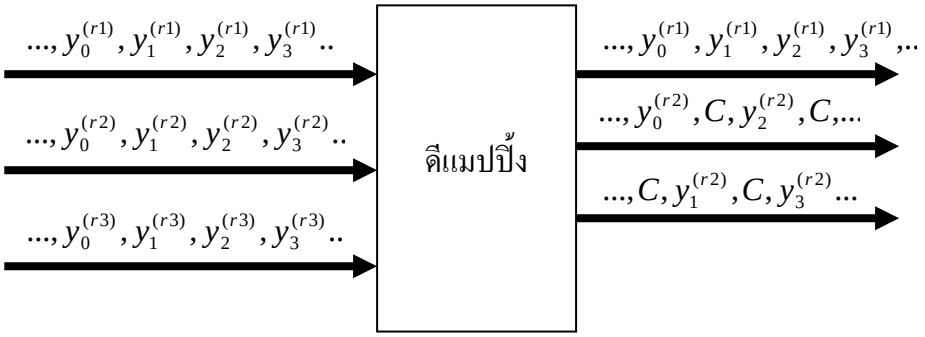
3. เมื่อได้รูปแบบที่เหมาะสมทั้ง 6 รูปแบบแล้วจึงนำมาทำการจัดให้เหมาะสมกับรูปแบบรูปแบบการสื่อสารแบบโฟตอนสี่ระดับที่ใช้งานร่วมกับการผสมสัญญาณแบบไบนารี่พัลส์โพสิชันมอดูเลชัน ดังแสดงในรูปที่ ข.5

4. เมื่อทำการจัดรูปแบบที่เหมาะสมแล้วจึงนำสัญญาณที่ได้จากการผสมสัญญาณส่งผ่านช่องสัญญาณแบบปัวส์ซองไปยังภาครับ โดยหลักการตัดสินใจของภาครับจะพิจารณาจากตำแหน่งของพัลส์แสงที่เกิดขึ้นและจำนวนโฟตอนที่เกิดขึ้นว่าเหมาะสมในช่วงใดของตำแหน่งการตัดสินใจ

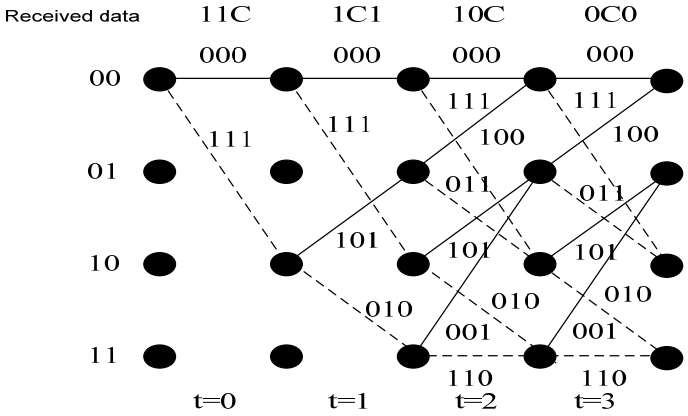
5. กระบวนการก่อนที่จะทำการถอดรหัสแบบวิธีไวเทอร์บีนั้นคือกระบวนการดีแมปปิ้ง (Demapping) ซึ่งมี 2 ขั้นตอนดังเช่นกับกระบวนการแมปปิ้งได้แก่ กระบวนการเพิ่มบิตที่ตัดออกไปจากกระบวนการ Puncture ณ ตำแหน่งที่ทำการตัดบิตออกไป ซึ่งเป็นค่าที่ไม่สามารถคาดเดาได้ว่าค่าบิต 0 หรือบิต 1 และกระบวนการตัดบิตที่เพิ่มเข้ามา ซึ่งมีหลักการทำงานดังแสดงในรูปที่ ข.6 ให้ $y_k^{(r1)}$, $y_k^{(r2)}$ และ $y_k^{(r3)}$ เป็นค่าที่ได้รับจากช่องสัญญาณ และ C เป็นค่าที่เติมเข้ามาแทนที่บิตที่ได้ทำการตัดออกไปจากกระบวนการดีแมปปิ้งซึ่งเป็นค่าที่ไม่สามารถคาดเดาได้ว่าเป็น 0 หรือ 1 นั่นเองซึ่งสามารถประมาณค่าได้จากหลักการถอดรหัสแบบวิธีไวเทอร์บีโดยอาศัยแผนภาพแบบทรีลิสที่ใช้วิธีการค้นหาเส้นทางที่เป็นไปได้ทั้งหมด ซึ่งในแผนภาพแบบทรีลิสของการเข้ารหัสแบบคอนโวลูชันที่มีเมตริกซ์ตัวกำเนิดเท่ากับ [1111001] [1110101] และ [1011011] มีจำนวนสถานะทั้งหมดถึง $2^6 = 64$ สถานะนั้นมีความยุ่งยากในการนำเสนอ ดังนั้นในที่นี้จึงยกตัวอย่างของแผนภาพแบบทรีลิสที่มีค่า g = [1 1 1], [1 0 0] และ [1 1 0] เพื่อแสดงวิธีการหาเส้นทางที่เป็นไปได้ทั้งหมด ดังรูปที่ ข.7 ซึ่งสมมติให้ค่าของที่ได้จากการดีแมปปิ้ง เป็น 1 1 C 1 C 1 1 0 C 0 C



รูปที่ ข.5 รูปแบบการสื่อสารแบบโฟตอนสี่ระดับที่ใช้งานร่วมกับการผสมสัญญาณแบบพัลส์โพสิชันมอดูเลชันกับรหัสแบบคอนโวลูชันที่มีการลดจำนวนบิตข้อมูล



รูปที่ ข.6 หลักการทำงานของดีแมปปิ้ง



รูปที่ ข.7 ตัวอย่างการถอดรหัสโดยใช้แผนภาพแบบทรีลิส

สำหรับกระบวนการเปรียบเทียบเพื่อหาเส้นทางที่เป็นไปได้จะทำการพิจารณาเปรียบเทียบครั้งละ 3 บิตตามจำนวนเอาท์พุตที่ได้จากการเข้ารหัสแบบคอนโวลูชัน ซึ่งตัวอย่างของการถอดรหัสโดยใช้แผนภาพแบบทรีลิสแสดงในรูปที่ ข.7 การเปรียบเทียบเส้นทางจะใช้สมการการหาค่า Hamming distance ดังนี้

$$d = \left| C_i^{'} - C \right| \qquad \text{(ข.1)}$$

โดยที่ C_i คือบิตที่รับเข้ามา (Received data)

$C_i^{'}$ คือบิตที่อยู่บนกิ่งของ Trellis Diagram

ในคาบเวลา t = 0 จะได้ C_i' = 00C เส้นทางที่เป็นไปได้ 2 เส้นทางได้แก่

- สมมติให้ค่าข้อมูลที่ใช้ในการเข้ารหัสเป็น 0 ค่าที่ได้จากการเข้ารหัสคือ 000
- สมมติให้ค่าข้อมูลที่ใช้ในการเข้ารหัสเป็น 1 ค่าที่ได้จากการเข้ารหัสคือ 111

เมื่อนำค่าบิตที่รับเข้ามามาเปรียบเทียบกับค่า 000 จะได้ว่ามีระยะ Hamming เท่ากับ

$$d_1 = \left|0-0\right| + \left|0-0\right| + \left|0-C\right| \qquad \text{(ข.2)}$$

เมื่อนำค่าบิตที่รับเข้ามามาเปรียบเทียบกับค่า 111 จะได้ว่ามีระยะ Hamming เท่ากับ

$$d_1 = \left|1-0\right| + \left|1-0\right| + \left|1-C\right| \qquad \text{(ข.3)}$$

ซึ่งพบว่าทั้งสองสมการนั้นจะมีค่าที่หาไม่ได้คือพจน์ที่ 3 ซึ่งค่า C ที่เป็นไปได้นั้นเป็นค่าที่ทำให้ความน่าจะเป็นของข้อมูลเป็น 0 และ 1 เท่าๆ กันจึงสามารถหาได้จาก

$$\left|0-C_i\right| = \left|1-C_i\right| \qquad \text{(ข.4)}$$

ความเป็นน่าจะเป็น 0 หรือ 1 เท่าๆ กันจะได้สมการที่นำมาเปรียบกัน 4 เงื่อนไข ดังนี้

- เมื่อด้านซ้ายและด้านขวาเป็นบวกเหมือนกันจะได้

$$0 - C_i = 1 - C_i \qquad \text{(ข.5)}$$

พบว่าเงื่อนไขนี้หาค่าไม่ได้

- เมื่อด้านซ้ายเป็นลบและด้านขวาเป็นบวก

$$-(0-C_i)=1-C_i$$
$$2C_i=1$$
$$C_i=\frac{1}{2} \quad \text{(ข.6)}$$

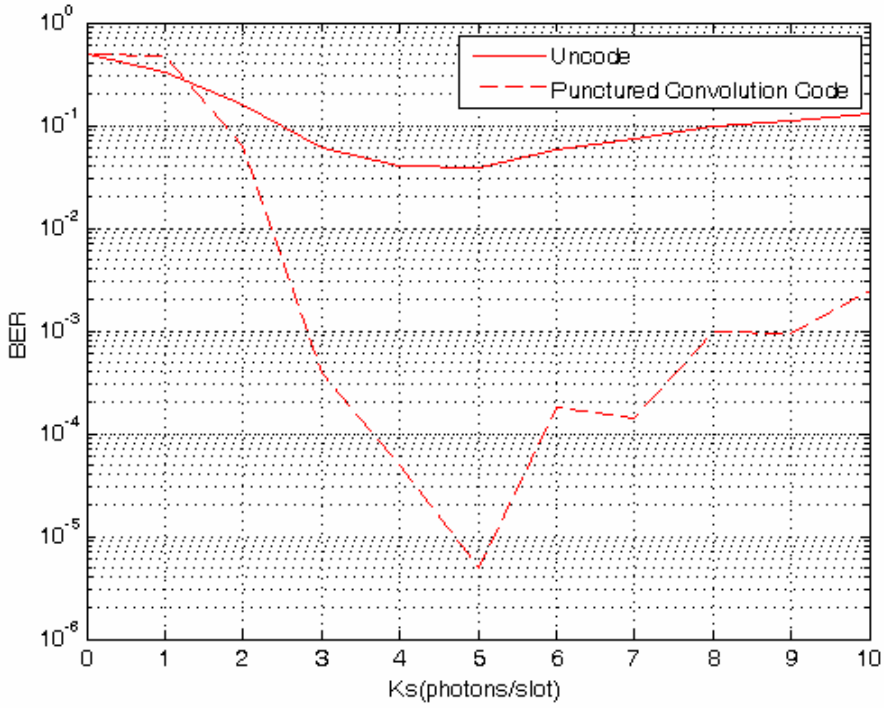
- เมื่อด้านซ้ายเป็นบวกและด้านขวาเป็นลบ

$$0-C_i=-(1-C_i)$$
$$1=2C_i$$
$$\frac{1}{2}=C_i \quad \text{(ข.7)}$$

- เมื่อด้านซ้ายและด้านขวาเป็นลบเหมือนกัน

$$-(0-C_i)=-(1-C_i) \quad \text{(ข.8)}$$

พบว่าเงื่อนไขนี้หาค่าไม่ได้



รูปที่ ข.8 อัตราความผิดพลาดต่อบิตของการสื่อสารแบบโฟตอนสี่ระดับที่ใช้งานร่วมกับการผสมสัญญาณแบบไบนารี่พัลส์โพสิชันมอดูเลชัน เมื่อมีการเข้ารหัสและไม่เข้ารหัส เมื่อ $Kb = 1$

6. สรุปได้ว่าค่า $C_i^{'}$ ที่นำมาแทนในตำแหน่งที่ทำการ Puncture ออกไปนั้นควรจะเป็นค่า 0.5 เพื่อให้ระยะของ Hamming distance มีค่าเท่ากัน ดังนั้นค่าที่จะนำไปถอดรหัสแบบวิธีไวเทอร์บี ในตัวอย่างรูปที่ ข.7 คือ 1 1 0.5 1 0.5 1 1 0 0.5 0 0.5 0กระบวนสุดท้ายคือกระบวนการถอดรหัสแบบวิธีไวเทอร์บีซึ่งผลของกระบวนการทั้งหมดนั้นแสดงอยู่ในรูปกราฟระหว่างจำนวนโฟตอนเฉลี่ยต่อสลอตกับค่าอัตราความผิดพลาดต่อบิตแสดงดังรูปที่ ข.8 พบว่ากระบวนการเข้ารหัสแบบคอนโวลูชันที่นำเสนอสามารถลดอัตราความผิดพลาดต่อบิตลงได้มากในช่วงที่อัตราส่วนระหว่างจำนวนโฟตอนเฉลี่ยต่อสลอตกับจำนวนสัญญาณรบกวนเฉลี่ยต่อสลอตมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับค่าพลังงานในการส่งเฉลี่ยซึ่งมีค่าเท่ากับ 3.5 ส่วนในช่วงที่สูงกว่านั้นอัตราความความผิดพลาดต่อบิตจะเพิ่มขึ้นแต่ยังคงต่ำกว่าค่าที่ไม่มีการเข้ารหัสซึ่งเป็นผลอันเนื่องมาจากตำแหน่งการตัดสินใจในกระบวนการแยกสัญญาณมีค่าไม่เหมาะสม