

ภาคผนวก ก

ตำแหน่งการตัดสินใจสำหรับการสื่อสารแบบโฟตอนหลายระดับ

ตำแหน่งการตัดสินใจ (Decision point) เป็นค่าที่สำคัญมากในการสื่อสารแบบโฟตอนหลายระดับ เนื่องจากส่งผลให้ผลของการตัดสินใจว่าสัญญาณที่ได้รับจะถูกต้องมากน้อยเพียงใด สำหรับในงานวิจัยนี้ได้นำเสนอกระบวนการหาค่าตำแหน่งการตัดสินใจสำหรับการสื่อสารแบบโฟตอนหลายระดับในหัวข้อ 2.8 ไว้สองวิธีได้แก่ วิธีการประมาณค่าและวิธีการคำนวณจากทฤษฎี

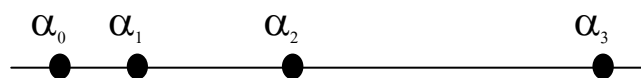
ก.1 วิธีการประมาณค่า

ในการสื่อสารแบบโฟตอนสี่ระดับนี้มีตำแหน่งการตัดสินใจอยู่ 3 ตำแหน่ง จากรูปที่ ก.1 เป็นรูปแบบของการสื่อสารแบบโฟตอนสี่ระดับ ให้ α เป็นจำนวนโฟตอนเฉลี่ยต่อคาบเวลา โดย $\alpha_0 = 0$, $\alpha_1 = 1$, $\alpha_2 = 4$ และ $\alpha_3 = 9$ ตามลำดับ ซึ่งเกิดจากการส่งสัญญาณโดยใช้ความเข้มแสงทั้งหมดสี่ระดับ เพื่อให้ได้จำนวนโฟตอนเฉลี่ยตามที่ต้องการ พื้นฐานทฤษฎีการหาค่าตำแหน่งอ้างอิงนำมาจากทฤษฎีการหาค่าตำแหน่งการตัดสินใจ (Threshold: m_T) ของ On-Off Keying ซึ่งมีสมการในการคำนวณดังนี้

$$m_T = \frac{K_s}{\log\left(1 + \frac{K_s}{K_b}\right)} \quad (\text{ก.1})$$

โดยที่ K_s, K_b คือจำนวนโฟตอนเฉลี่ยและจำนวนสัญญาณรบกวนเฉลี่ยในพัลส์แสงตามลำดับ

จากสมการนี้สามารถนำมาเป็นตำแหน่งอ้างอิงตัวที่หนึ่งของการสื่อสารแบบโฟตอน 4 ระดับ เนื่องจากจำนวนโฟตอนเฉลี่ย α_0 และ α_1 มีค่าเช่นเดียวกับสัญญาณของการผสมสัญญาณแบบ On-Off Keying การหาค่าตำแหน่งอ้างอิงตัวที่สองนั้นสามารถพิจารณาจากค่าของ α_2 ใน Signal diagram จะพบว่ามีค่าเป็น 4 เท่าของ α_1 จึงได้นำหลักการนี้มาอ้างอิงว่าตำแหน่งอ้างอิงตัวที่สองนั้นควรจะมีค่าเป็น 4 เท่าของตำแหน่งอ้างอิงตัวที่หนึ่ง และการพิจารณาหาค่าตำแหน่งอ้างอิงตัวที่สามก็ใช้หลักการเช่นเดียวกันซึ่งก็จะได้อ้างอิงว่าตำแหน่งอ้างอิงตัวที่สามมีค่าเป็น 9 เท่าของตำแหน่งอ้างอิงตัวที่หนึ่ง



รูปที่ ก.1 รูปแบบของการสื่อสารแบบโฟตอน 4 ระดับ

ก.2 ตำแหน่งการตัดสินใจแบบคำนวณจากทฤษฎี

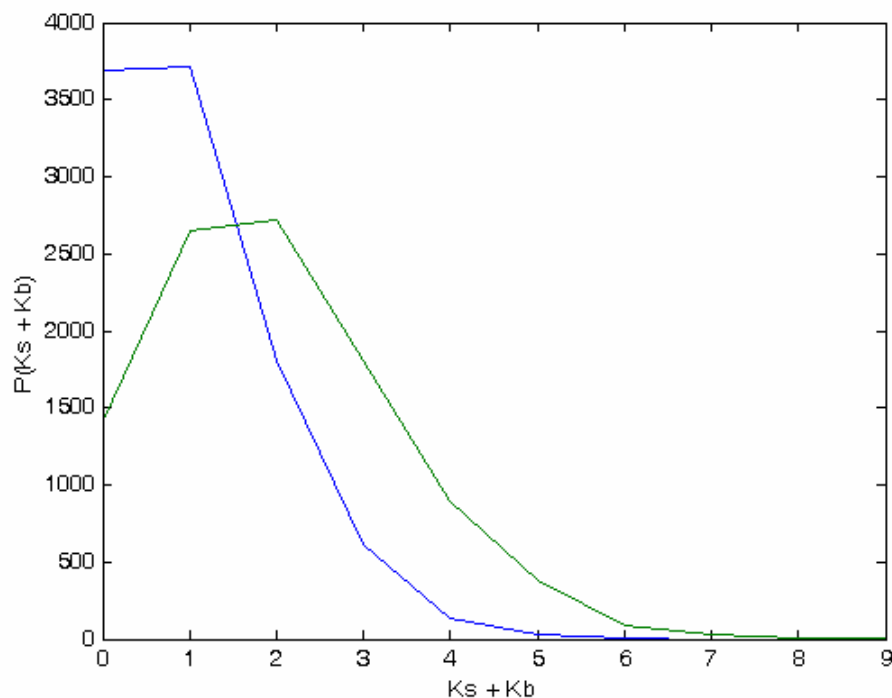
ทฤษฎีพื้นฐานที่ใช้ในการตัดสินใจว่าตำแหน่งใดเป็นตำแหน่งที่เหมาะสมจะเป็น Decision point นั้นใช้เงื่อนไขจุดตัดของสมการ 2 สมการเป็นจุดที่ตัดสินใจว่าเหมาะสมต่อการเป็นตำแหน่ง Decision point เนื่องมาจากเป็นจุดที่สมการ 2 สมการมีค่าเท่ากัน จะได้ตำแหน่ง Decision point ตัวแรกเป็นจุดตัดระหว่างสมการความน่าจะเป็นของการไม่เกิดโฟตอนในพัลส์แสงแต่มีสัญญาณรบกวนเฉลี่ยเท่ากับ Kb คือ

$$P(m) = \frac{(Kb)^m e^{(-Kb)}}{m!} \quad (ก.2)$$

กับสมการความน่าจะเป็นของการเกิดโฟตอนเฉลี่ยจำนวน Ks โฟตอนและมีสัญญาณรบกวนเฉลี่ยเท่ากับ Kb คือ

$$P(m) = \frac{(Ks + Kb)^m e^{-(Ks+Kb)}}{m!} \quad (ก.3)$$

จากกราฟเป็นการหาจุดตัดระหว่างสมการความน่าจะเป็นของการเกิดโฟตอนเฉลี่ยจำนวน 1 โฟตอนกับสมการความน่าจะเป็นของการไม่เกิดโฟตอนในพัลส์แสง โดยมีสัญญาณรบกวนเฉลี่ยเท่ากับ 1 พบว่าจุดตัดระหว่างทั้งสองสมการมีค่าเท่า 1.4427 ซึ่งเมื่อนำทั้งสองสมการมาหาค่าของ Decision Point ทางสมการจะได้เท่ากับ



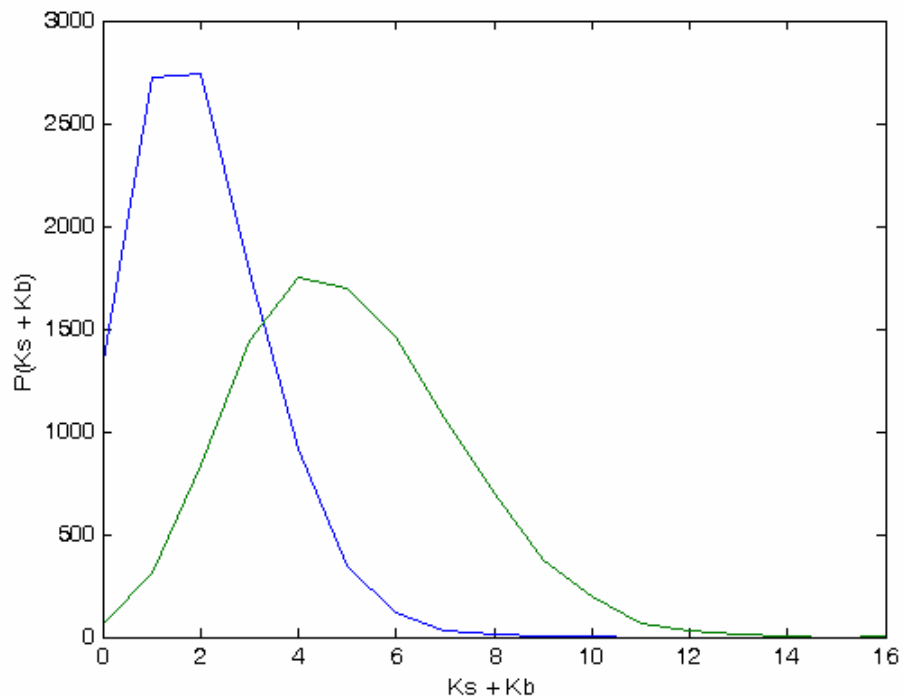
รูปที่ ก.2 ความสัมพันธ์ระหว่างสมการ $P(m) = \frac{(Kb)^m e^{(-Kb)}}{m!}$ และ $P(m) = \frac{(Ks + Kb)^m e^{-(Ks+Kb)}}{m!}$

$$m_{T1} = \frac{Ks}{\log(Ks + Kb) - \log(Ks)} \quad (ก.4)$$

ตำแหน่งของ Decision Point ตัวที่สองหาได้จากสมการจุดตัดระหว่างสมการความน่าจะเป็นของการเกิดโฟตอนเฉลี่ยจำนวน Ks โฟตอนและมีสัญญาณรบกวนเฉลี่ยเท่ากับ Kb ในสมการที่ (ก.3) กับสมการความน่าจะเป็นของการเกิดโฟตอนเฉลี่ยจำนวน $4Ks$ โฟตอนและมีสัญญาณรบกวนเฉลี่ยเท่ากับ Kb คือ

$$P(m) = \frac{(4Ks + Kb)^m e^{-(4Ks+Kb)}}{m!} \quad (ก.5)$$

ซึ่งเมื่อทำการพลอตกราฟระหว่างสมการทั้งสองจะได้ดังรูปที่ ก.3 จากกราฟเป็นการหาจุดตัดระหว่างสมการความน่าจะเป็นของการเกิดโฟตอนเฉลี่ยจำนวน 1 โฟตอนกับสมการความน่าจะเป็นของการเกิดโฟตอนเฉลี่ยจำนวน 4 โฟตอน โดยมีสัญญาณรบกวนเฉลี่ยเท่ากับ 1 พบว่าจุดตัดระหว่างทั้งสองสมการมีค่าเท่า 3.2741 ซึ่งเมื่อนำทั้งสองสมการมาหาค่าของ Decision Point ทางสมการจะได้เท่ากับ



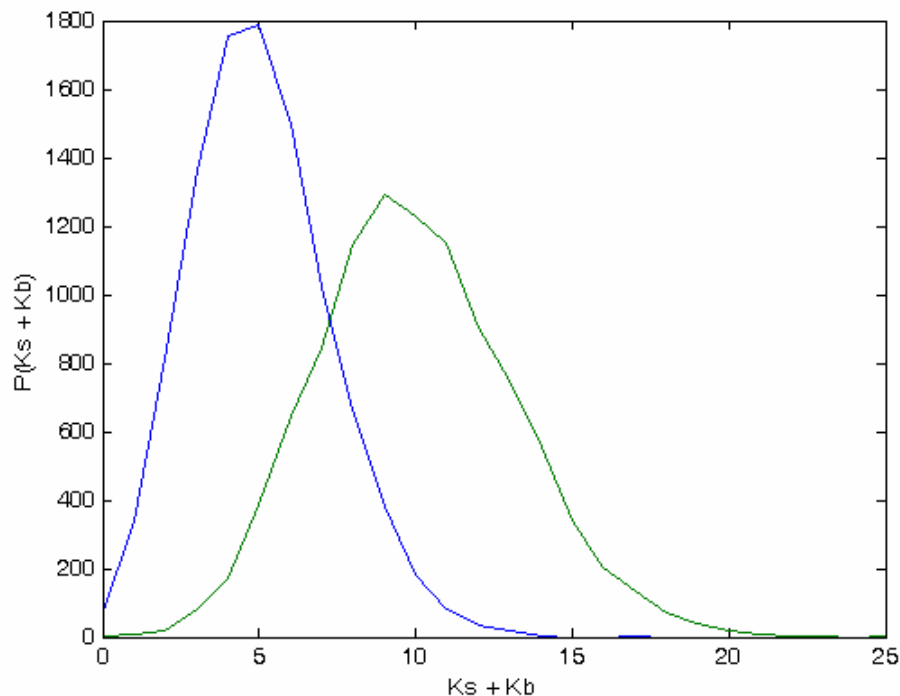
รูปที่ ก.3 ความสัมพันธ์ระหว่างสมการ $P(m) = \frac{(Ks + Kb)^m e^{-(Ks+Kb)}}{m!}$ และ $P(m) = \frac{(4Ks + Kb)^m e^{-(4Ks+Kb)}}{m!}$

$$m_{T2} = \frac{3Ks}{\log(4Ks + Kb) - \log(Ks + Kb)} \quad (ก.6)$$

และตำแหน่งของ Decision Point ตัวที่สามหาได้จากสมการจุดตัดระหว่างสมการความน่าจะเป็นของการเกิดโฟตอนเฉลี่ยจำนวน $4Ks$ โฟตอนและมีสัญญาณรบกวนเฉลี่ยเท่ากับ Kb ในสมการ (ก.5) กับสมการความน่าจะเป็นของการเกิดโฟตอนเฉลี่ยจำนวน $9Ks$ โฟตอนและมีสัญญาณรบกวนเฉลี่ยเท่ากับ Kb คือ

$$P(m) = \frac{(9Ks + Kb)^m e^{-(9Ks+Kb)}}{m!} \quad (ก.7)$$

ซึ่งเมื่อทำการพลอตกราฟระหว่างสมการทั้งสองจะได้ดังรูปที่ ก.4 จากกราฟเป็นการหาจุดตัดระหว่างสมการความน่าจะเป็นของการเกิดโฟตอนเฉลี่ยจำนวน 1 โฟตอนกับสมการความน่าจะเป็นของการเกิดโฟตอนเฉลี่ยจำนวน 4 โฟตอน โดยมีสัญญาณรบกวนเฉลี่ยเท่ากับ 1 พบว่าจุดตัดระหว่างทั้งสองสมการมีค่าเท่า 7.2135 ซึ่งเมื่อนำทั้งสองสมการมาหาค่าของ Decision Point ทางสมการจะได้เท่ากับ



รูปที่ ก.4 ความสัมพันธ์ระหว่างสมการ $P(m) = \frac{(4Ks + Kb)^m e^{-(4Ks+Kb)}}{m!}$ และ $P(m) = \frac{(9Ks + Kb)^m e^{-(9Ks+Kb)}}{m!}$

$$m_{T3} = \frac{5Ks}{\log(9Ks + Kb) - \log(Ks + Kb)} \quad (ก.8)$$

ซึ่งจากผลของสมการทั้งหมดสรุปเป็นสมการได้ดังต่อไปนี้

$$m_{Tn} = \frac{Ks_{n+1} - Ks_n}{\log(Ks_{n+1} + Kb) - \log(Ks_n + Kb)} \quad (ก.9)$$

ตำแหน่งของการตัดสินใจทั้งหมดสามารถแสดงได้ดังตารางที่ ก.1

ตารางที่ ก.1 ค่าตำแหน่งการตัดสินใจแบบคำนวณทางทฤษฎี

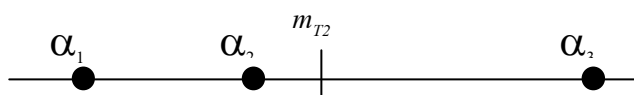
สมการที่ 1	สมการที่ 2	ค่าตำแหน่งการตัดสินใจ
$P(m) = \frac{(Kb)^m e^{-(Kb)}}{m!}$	$P(m) = \frac{(Ks + Kb)^m e^{-(Ks + Kb)}}{m!}$	$m_{T1} = \frac{Ks}{\log(Ks + Kb) - \log(Ks)}$
$P(m) = \frac{(Ks + Kb)^m e^{-(Ks + Kb)}}{m!}$	$P(m) = \frac{(4Ks + Kb)^m e^{-(4Ks + Kb)}}{m!}$	$m_{T2} = \frac{3Ks}{\log(4Ks + Kb) - \log(Ks + Kb)}$
$P(m) = \frac{(4Ks + Kb)^m e^{-(4Ks + Kb)}}{m!}$	$P(m) = \frac{(9Ks + Kb)^m e^{-(9Ks + Kb)}}{m!}$	$m_{T3} = \frac{5Ks}{\log(9Ks + Kb) - \log(Ks + Kb)}$
$P(m) = \frac{(Ks_n + Kb)^m e^{-(Ks_n + Kb)}}{m!}$	$P(m) = \frac{(Ks_{n+1} + Kb)^m e^{-(Ks_{n+1} + Kb)}}{m!}$	$m_{Tn} = \frac{Ks_{n+1} - Ks_n}{\log(Ks_{n+1} + Kb) - \log(Ks_n + Kb)}$

หลักการตัดสินใจเลือกค่าตำแหน่งตัดสินใจและรูปแบบของสัญญาณสำหรับการสื่อสารแบบโฟตอนสองระดับที่ใช้งานร่วมกับไบนารีพัลส์โพสิชันมอดูเลชัน ซึ่งเป็นการผสมสัญญาณที่มีรูปแบบของการส่งสัญญาณเพียง 6 รูปแบบ ทำให้ไม่สามารถใช้งานรูปแบบทั้งหมดกับการเข้ารหัสแบบคอนวูลูชัน จึงได้มีการพิจารณาอันดับของสัญญาณให้เป็นการสื่อสารแบบโฟตอนสองระดับที่ใช้งานร่วมกับไบนารีพัลส์โพสิชันมอดูเลชัน ซึ่งมีหลักการเลือกสัญญาณคือทำการพิจารณาเลือกค่า α_i จากการผสมสัญญาณแบบการสื่อสารแบบโฟตอนสองระดับที่ใช้งานร่วมกับไบนารีพัลส์โพสิชันมอดูเลชัน โดยการใช้ตำแหน่งการตัดสินใจแบบประมาณค่า ซึ่งมีค่า α_i จำนวน 3 ค่า ได้แก่ $\alpha_1 = 1$, $\alpha_2 = 4$ และ $\alpha_3 = 9$ จากค่าทั้งสามสามารถนำมาจับคู่เพื่อหาค่า α_i ที่เหมาะสมสำหรับการสื่อสารแบบโฟตอนสองระดับที่ใช้งานร่วมกับไบนารีพัลส์โพสิชันมอดูเลชันได้ 3 กรณี ได้แก่ รูปแบบที่ 1 เลือกค่า $\alpha_1 = 1$ และ $\alpha_2 = 4$ รูปแบบที่ 2 เลือกค่า $\alpha_2 = 4$ และ $\alpha_3 = 9$ รูปแบบที่ 3 เลือกค่า $\alpha_1 = 1$ และ $\alpha_3 = 9$ รูปแบบของการตัดสินใจแสดงดังรูปที่ ก.5, ก.6 และ ก.7 ตามลำดับ

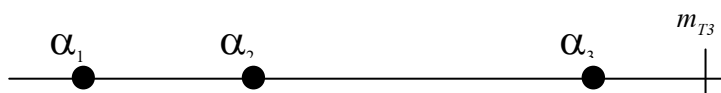
สำหรับการเปรียบเทียบผลการจำลองการทำงานเพื่อหาค่าที่เหมาะสมสำหรับการสื่อสารแบบโฟตอนสองระดับที่ใช้งานร่วมกับไบนารีพัลส์โพสิชันมอดูเลชันนั้นเริ่มจากการเปรียบเทียบตำแหน่งการตัดสินใจของกรณีที่ 3 ซึ่งผลการเปรียบเทียบตำแหน่งตัดสินใจแสดงดังรูปที่ ก.8 ใน

รูปแบบของอัตราความผิดพลาดต่อสัญลักษณ์ (SER) พบว่าอัตราความผิดพลาดต่อสัญลักษณ์ที่ตำแหน่งการตัดสินใจ m_{T2} มีค่าน้อยกว่าตำแหน่งการตัดสินใจ m_{T3} จึงเลือกตำแหน่งการตัดสินใจเป็น m_{T2}

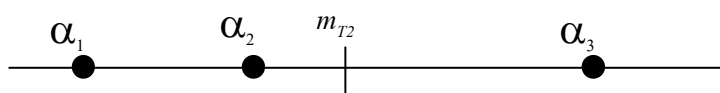
จากนั้นนำผลการจำลองการทำงานของทั้งสามกรณีมาเปรียบเทียบเพื่อหาค่าที่เหมาะสมโดยตัดสินใจจากอัตราความผิดพลาดต่อสัญลักษณ์ ดังแสดงในรูปที่ ก.9 พบว่ากรณีที่ 3 คือมีค่าของ $\alpha_1 = 1$ และ $\alpha_3 = 9$ ที่มีค่าตำแหน่งการตัดสินใจเป็น m_{T2} มีอัตราความผิดพลาดต่อสัญลักษณ์น้อยที่สุดใน 3 กรณี จึงเลือกกรณีที่ 3 มาใช้งานกับการสื่อสารแบบโฟตอนสองระดับที่ใช้งานร่วมกับใบนารีพัลส์โพสิชันมอดูเลชัน ซึ่งเมื่อแปรผลการทดสอบแล้วพบว่า กรณีที่ 3 มีระยะห่างระหว่างค่า α_i ทั้งสองค่ามากที่สุดและตำแหน่งการตัดสินใจที่ m_{T2} นั้นอยู่ระหว่างค่า α_1 และ α_3 ทำให้การตัดสินใจมีค่าถูกต้องมากยิ่งขึ้น



รูปที่ ก.5 รูปแบบของการสื่อสารแบบโฟตอนสองระดับ รูปแบบที่ 1



รูปที่ ก.6 รูปแบบของการสื่อสารแบบโฟตอนสองระดับ รูปแบบที่ 2

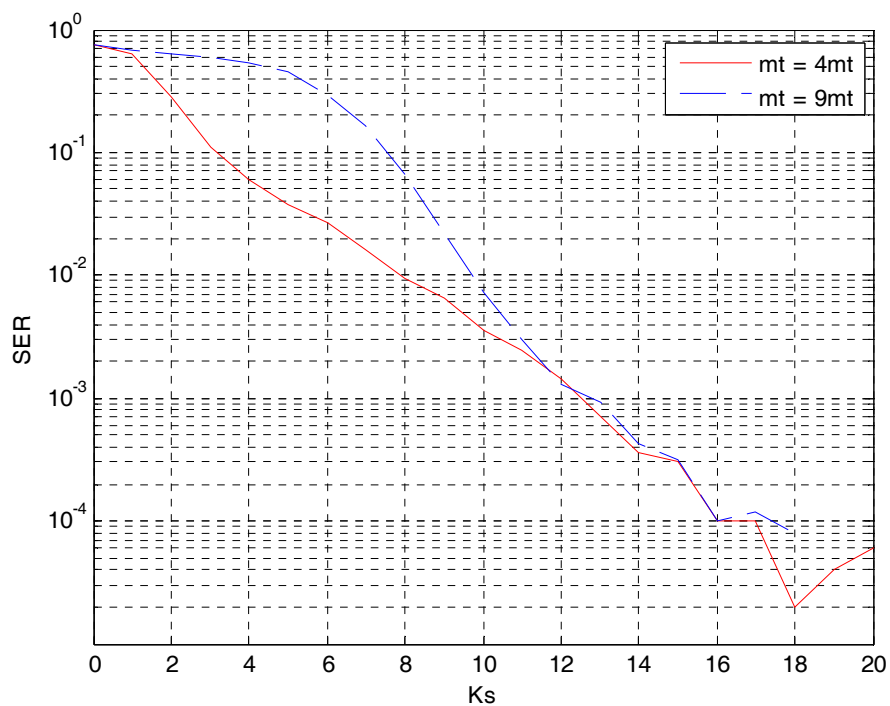


(a)

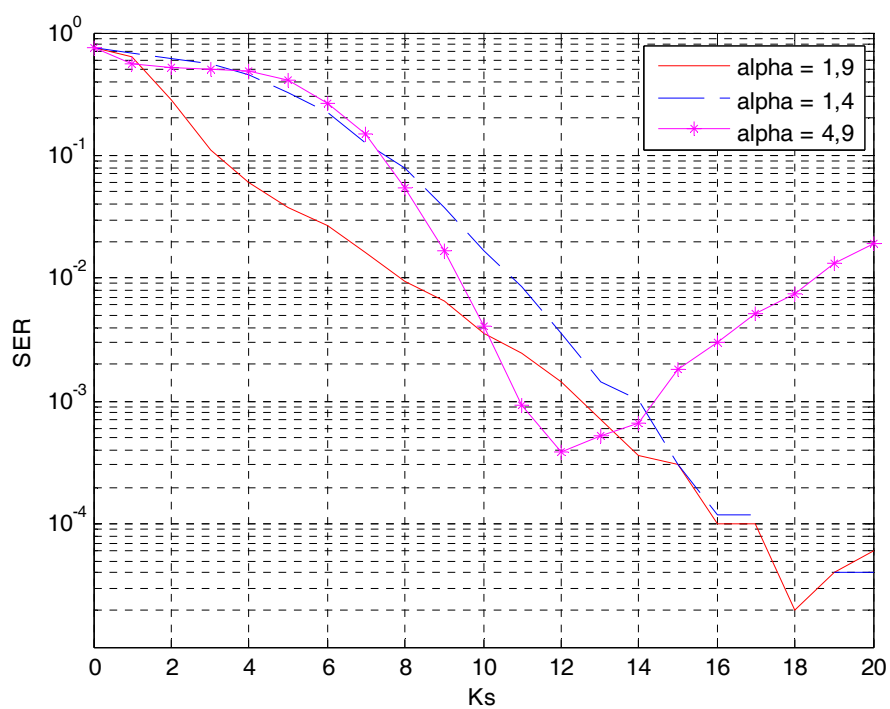


(b)

รูปที่ ก.7 รูปแบบของการสื่อสารแบบโฟตอนสองระดับ รูปแบบที่ 3 (a) ตำแหน่งของการตัดสินใจตัวที่ 1 (b) ตำแหน่งของการตัดสินใจตัวที่ 2



รูปที่ ก.8 การเปรียบเทียบระหว่างค่าตำแหน่งการตัดสินใจของการสื่อสารแบบโฟตอนสองระดับ รูปแบบที่ 3



รูปที่ ก.9 การเปรียบเทียบกรณีการเลือกค่า α ทั้งสามกรณี