

บทที่ 2

ระบบสื่อสารเชิงแสง

ปัจจุบันระบบสื่อสาร (Communication Systems) มีบทบาทและความสำคัญต่อวิถีการดำรงชีวิตของมนุษย์ในแทบทุกด้าน ตั้งแต่ สังคม วัฒนธรรม การทำงาน การติดต่อธุรกิจ การส่งผ่านข่าวสาร รวมไปถึงกิจกรรมทางการเมืองของมนุษย์อย่างมาก ซึ่งระบบสื่อสารได้มีการพัฒนาให้มีหลากหลายรูปแบบเหมาะสมต่อการใช้งานในแต่ละประเภท อาทิ ระบบโทรศัพท์เคลื่อนที่ ซึ่งมีการพัฒนาของระบบขึ้นมาให้สามารถใช้งานได้โดยอิสระและความคล่องตัวในการใช้บริการสื่อสาร ทำให้การติดต่อสื่อสารทำได้ง่ายขึ้น ระบบสื่อสารดาวเทียมที่เพิ่มขีดความสามารถในการรับส่งสัญญาณให้ครอบคลุมพื้นที่ส่วนต่างๆ บนโลกได้กว้างขวาง ทำให้สามารถถ่ายทอดเหตุการณ์สำคัญๆ ไปทั่วทุกหนแห่งในโลกพร้อมกัน รวมทั้งการสื่อสารทางแสง (Optical Communication) ซึ่งเป็นการสื่อสารมีการพัฒนาให้ใช้งานได้ทั้งในรูปแบบที่ไร้สายที่เรียกกันว่า Free-Space และรูปแบบที่ใช้สายที่สื่อสารผ่านทางเส้นใยแสง (Fiber Optic)

บทนี้เป็นการนำเสนอพื้นฐานของระบบสื่อสารเชิงแสง หลักการทำงานของระบบสื่อสารเชิงแสง การผสมสัญญาณเชิงแสง เพื่อเป็นพื้นฐานสำหรับการออกแบบงานวิจัยในบทที่ 4 ต่อไป

2.1 ความเป็นมาของระบบสื่อสารเชิงแสง

อดีตระบบการสื่อสารเกิดขึ้นมาจาก ทฤษฎีการสื่อสารทางไฟฟ้าของแซมมวล มอร์ส (Samuel F.B. Morse) ในปี พ.ศ. 2381 ทำให้เกิดการวิจัยเพื่อจะทำการส่งข่าวสารให้ได้ระยะทางไกลยิ่งขึ้น หลังจากนั้นได้ค้นพบคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าในปี พ.ศ. 2430 โดยเฮิร์ตซ์ (Hertz) จึงได้มีการพัฒนาระบบการสื่อสารขึ้นเป็นอย่างมาก โดยการนำเอาคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าไปใช้กันอย่างกว้างขวาง และทำให้เทคโนโลยีทางการสื่อสารเติบโตขึ้นอย่างรวดเร็ว ซึ่งเป็นผลให้ช่วงสเปกตรัมของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าถูกใช้งานมากขึ้น

เนื่องจากการสื่อสารในระบบไฟฟ้าจะถูกส่งผ่านช่องสัญญาณสื่อสารของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า โดยจะฝากข้อมูลไปกับตัวกลาง ปริมาณข้อมูลที่ถูกส่งผ่านตัวกลางไปนั้นจะสัมพันธ์กับความถี่ของคลื่นพาห์ที่ใช้งาน ถ้ามีความถี่สูงขึ้นแบนด์วิดท์ก็จะสูงตามไปด้วย ทำให้ความจุของช่องสัญญาณมากขึ้น

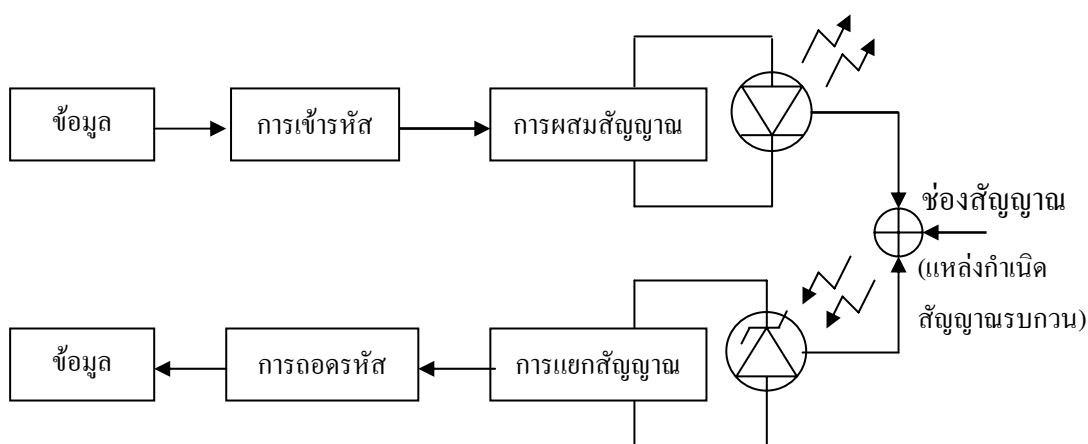
ปัจจุบันได้มีความต้องการช่องสัญญาณมากขึ้น การพิจารณาช่วงสเปกตรัมของคลื่นแสงที่เป็นคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่อยู่ในย่านความถี่ประมาณ 10^{14} - 10^{15} เฮิร์ตซ์ จึงมีความสำคัญมากขึ้น เมื่อเทียบกับคลื่นวิทยุ (Radio Frequency) ในย่านความถี่ประมาณ 10^6 - 10^9 เฮิร์ตซ์ ที่ใช้งานกันอยู่ทั่วไป แล้วพบว่าแบนด์วิดท์ของสัญญาณกว้างขึ้นถึงประมาณ 1 ล้านเท่า ซึ่งจะทำให้ข่าวสารที่

ส่งไปนั้นมีความจุของข่าวสารจำนวนมาก อีกทั้งได้มีการประดิษฐ์เลเซอร์ในปี พ.ศ.2503 การสื่อสารด้วยแสงเลเซอร์นี้มีข้อที่นำดึงดูดอยู่หลายประการ โดยเฉพาะการส่งข้อมูลด้วยแสงเลเซอร์จะมีปริมาณข้อมูลที่ส่งในคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าจะแปรผัน ตามขนาดความกว้างของแบนด์วิดท์ของคลื่น เนื่องจากเลเซอร์มีขนาดความกว้างของแบนด์วิดท์ที่ค่าสูงมาก จึงสามารถส่งข้อมูลได้ครั้งละปริมาณมาก ซึ่งทำให้การส่งสัญญาณด้วยแสงมีการพัฒนามากขึ้น โดยยุคแรกนั้นจะนำไปใช้กับการสื่อสารระยะสั้นๆ และต่อมาจึงได้นำไปใช้กับการสื่อสารระยะไกลๆ จนถึงการสื่อสารระยะไกลระหว่างโลกและอวกาศ และการส่งสัญญาณระหว่างดาวเทียม เป็นต้น

เนื่องจากแบนด์วิดท์ที่ได้ของการสื่อสารเชิงแสงที่เพิ่มขึ้นนี้และการเข้ามาของการสื่อสารความเร็วสูงในอนาคตที่มีความต้องการอัตราการส่งผ่านข้อมูล (Throughput) สูงขึ้นทำให้มีการนำการสื่อสารเชิงแสงไปประยุกต์ใช้ในงานต่างๆ อย่างแพร่หลายในปัจจุบันนี้ เช่น การเชื่อมโยงระหว่างดาวเทียม (Optical Intersatellite Link) การสื่อสารในอวกาศ (Deep Space Communications) หรือ การสื่อสารผ่านเส้นใยแสง (Fiber Optic Communications) เป็นต้น [2]

2.2 รูปแบบการสื่อสารเชิงแสง

ระบบสื่อสารทั่วไปนั้นประกอบด้วยส่วนประกอบไปด้วยภาคส่ง (Transmitter:Tx) ภาครับ (Receiver:Rx) และช่องสัญญาณการสื่อสาร (Channel) ในการทำงานของภาคส่งมีอยู่หลายส่วนด้วยกันซึ่งส่วนที่สำคัญส่วนหนึ่งคือส่วนของการผสมสัญญาณหรือเรียกว่าการมอดูเลชัน (Modulation) ซึ่งมีอยู่หลายรูปแบบด้วยกันเช่นการมอดูเลตเชิงมุม การมอดูเลตเชิงความถี่ ในส่วนของภาครับนั้นก็จะเป็นภาคของการมอดูเลตซึ่งจะต้องมีลักษณะการทำงานที่สอดคล้องกับส่วนของภาคส่ง ดังรูปที่ 2.1



รูปที่ 2.1 บล็อกไดอะแกรมระบบสื่อสารเชิงแสง

2.3 ช่องทางการสื่อสารในระบบสื่อสารเชิงแสง

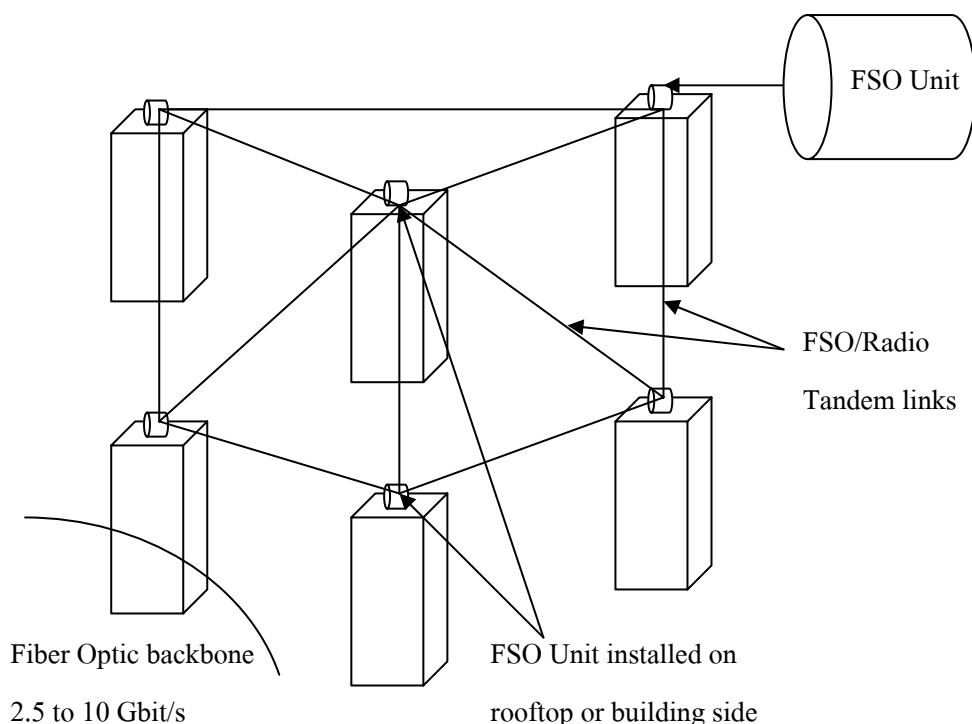
รูปแบบการสื่อสารเชิงแสงที่เป็นที่รู้จักกันในปัจจุบันได้แก่ ระบบสื่อสารทางแสงผ่านอากาศซึ่งเป็นระบบสื่อสารทางแสงแบบไร้สาย และระบบสื่อสารแบบใยแก้วนำแสงซึ่งเป็นระบบสื่อสารเชิงแสงแบบมีสาย ดังนั้นจึงมีผู้ที่สนใจและพัฒนาระบบสื่อสารเชิงแสงทั้งสองรูปแบบอย่างต่อเนื่องเพื่อให้มีประสิทธิภาพในการใช้งานที่สูงขึ้นเป็นอย่างมาก

2.3.1 ระบบสื่อสารทางแสงผ่านอากาศ (Free-space optical communication system)

ระบบสื่อสารทางแสงผ่านอากาศ มีชื่อย่อทางเทคนิคว่า FSO ซึ่งเป็นชื่อย่อมาจาก Free-space optical communication system ระบบ FSO มีคุณสมบัติเป็นแบบไร้สาย (wireless) ชนิดเส้นตรงตามแนวสายตาหรือ LOS (Line-of-sight) ที่มีความสามารถในการสื่อสารข้อมูลที่มีแบนด์วิดท์สูงในระดับ Gb/s ได้ หลักการทำงานของ FSO เป็นไปในทำนองเดียวกับระบบเส้นใยแสงต่างกันตรงที่ตัวกลางที่ข้อมูลแสงเดินทางเป็นอากาศ

รูปที่ 2.2 ตัวอย่างของการนำ FSO เข้ามาใช้งานในย่านธุรกิจ ที่ต้องการสื่อสารข้อมูลกันระหว่างอาคารสำนักงานของกลุ่มธุรกิจที่อยู่ห่างกันไม่มาก ระบบนี้จะใช้เวลาในการติดตั้งไม่มาก เพียงแต่นำเทอร์มินอลของ FSO ซึ่งมีหน้าที่รับและส่งสัญญาณแสงไปติดตั้งบนหลังคาตึก แล้วก็เดินสายภายในอาคารเพิ่มเติมเพื่อต่อเข้ากับอุปกรณ์ภายในอาคาร โดยกลุ่มอาคารที่ติดต่อกันควรมีอย่างน้อยหนึ่งอาคารทำหน้าที่เป็นศูนย์กลางต่อเชื่อมข้อมูลเข้ากับระบบแบ็กโบนหรือโครงข่ายสำหรับการติดต่อเชื่อมโยงกันระหว่างผู้ใช้ย่อยที่อาจเป็นคอมพิวเตอร์ จอภาพมอนิเตอร์ หรือโทรศัพท์ของเทอร์มินอลในแต่ละอาคาร ก็ใช้หลักการสื่อสารธรรมดาทั่วไป เพียงแต่สัญญาณแสงที่รับส่งระยะไกลจะถูกแปลงกลับมาเป็นสัญญาณไฟฟ้าส่งไปยังอุปกรณ์ต่างๆ ภายในอาคาร ตัวอย่างการใช้งานของระบบ FSO ได้แก่ การประชุมทางไกลหรือ VDO Conference ระหว่างกลุ่มที่ต่อ FSO ด้วยกันเอง หรืออาจมีการประชุมร่วมกับกลุ่มธุรกิจอื่นในต่างจังหวัดหรือต่างประเทศ โดยผ่านโครงข่าย และระบบ LAN และระบบ WAN (Wide Area Network) เป็นต้น โดยช่วงเวลาในการใช้งานเหมาะสมสำหรับกลุ่มธุรกิจที่ต้องการติดต่อสื่อสารเป็นแบบช่วงเวลาสั้นๆ ไม่กี่วัน หรือไม่ก็ชั่วโมง ที่ต้องการความรวดเร็วในการติดตั้งใช้งาน ที่สำคัญระบบนี้มีค่าใช้จ่ายต่ำ เพราะไม่ต้องคำนึงถึงการติดตั้งสายส่งสัญญาณระหว่างอาคารซึ่งมีราคาสูงมาก

ระบบ FSO ในปัจจุบันสามารถใช้ส่งข้อมูลได้ทั้งแบบอนาล็อกและดิจิทัลที่มีความเร็วสูงระดับ Gb/s โดยใช้แสงที่มีความยาวคลื่นเดียวเป็นคลื่นพาห์ (carrier) แต่ในอนาคตคาดว่าจะสามารถรับส่งข้อมูลได้สูงขึ้นอีกหลายเท่า เมื่อมีการใช้เทคนิคการทำงานแบบมัลติเพล็กซ์ข้อมูลเชิงแสงหรือ WDM (Wavelength Division Multiplexing) เข้ามาเพิ่ม ซึ่งเป็นเทคนิคที่ประกอบด้วยแสงหลายๆ ความยาวคลื่นส่งออกไปพร้อมกัน [3]



รูปที่ 2.2 ระบบ FSO เชื่อมโยงระหว่างตึกเพื่อสื่อสารข้อมูล เช่น VDO Conference



รูปที่ 2.3 องค์ประกอบพื้นฐานของระบบสื่อสารเส้นใยแสง

2.3.2 ระบบสื่อสารเส้นใยแสง (Fiber Optic Communications)

ระบบเส้นใยแก้วนำแสงมีองค์ประกอบพื้นฐานสามประการดังแสดงในรูปที่ 2.3 คือ ตัวกำเนิดแสง (Electrical-Optical Converter) เส้นใยแสง (Optical Fiber) และตัวรับแสง (Optical-Electrical Converter)

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่มีความถี่สูงสามารถเดินทางได้ไกลจนสามารถนำสัญญาณเสียงหรือสัญญาณอื่นๆ เช่น ภาพข้อมูลจากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่งที่อยู่ไกลกันมากตามที่ต้องการได้นั้น มิใช่มีแต่คลื่นวิทยุเท่านั้น คลื่นแสงหรือพลังงานแสงซึ่งจัดเป็นคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าก็สามารถนำมาประยุกต์ในการนำสัญญาณจากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่งที่อยู่ห่างไกลได้เช่นกัน ต่างกันแต่ว่าในการนำสัญญาณดังกล่าวคลื่นวิทยุพร้อมสัญญาณที่ผสมอยู่จะกระจายไปในอากาศจากสายอากาศส่งไปในสายอากาศรับ สถานีรับจะจูน (Tune) รับคลื่นความถี่ที่ต้องการและถอดสัญญาณที่มีลักษณะเป็นสัญญาณเป็นสัญญาณไฟฟ้าที่ผสมมากับคลื่นดังกล่าว เพื่อดำเนินการตามความต้องการต่อไป แต่ใน

กรณีของคลื่นแสงสัญญาณต่างๆ ที่ต้องการส่งในลักษณะสัญญาณไฟฟ้าจะถูกแปลงเป็นสัญญาณคลื่นแสงส่งผ่านไปตามตัวกลางตลอดเส้นทางจากจุดส่งจนถึงจุดรับที่ซึ่งสัญญาณแสงจะถูกแปลงเป็นสัญญาณไฟฟ้าที่เป็นสัดส่วนกับความเข้มของสัญญาณแสง เพื่อดำเนินการตามที่ต้องการต่อไป ตัวกลางที่นิยมใช้ในการให้คลื่นแสงเดินทางเพื่อการสื่อสารดังกล่าวได้แก่เส้นใยแสง (Optical Fiber)

โดยที่ในการสื่อสารทางแสงนั้นสามารถควบคุมสถานภาพแวดล้อมได้ เพราะเป็นการส่งคลื่นแสงไปตามสาย จึงได้มีการให้ความสำคัญด้านการพัฒนาอย่างมากทั้งในด้านเส้นใยแสงและอุปกรณ์แปลงสัญญาณ ฯลฯ จนมีผลให้เกิดข้อดีอื่นๆ ขึ้นหลายประการในปัจจุบัน เช่น สามารถทำให้การสูญเสียกำลังจากการเดินทางในเส้นใยแสงน้อยลง อุปกรณ์กำเนิดแสงที่มีการแตกกระจายของแสงน้อยลงทำให้สามารถมีแบนด์วิดท์ (Bandwidth) ของสัญญาณที่กว้างขึ้นเพราะมีการผิบนูนของสัญญาณน้อย ฯลฯ ซึ่งเมื่อรวมกับข้อดีอื่นๆ เช่น การที่คลื่นแสงมีสเปกตรัมที่กว้างมาก เส้นใยแสงมีขนาดเล็กและเบา อีกทั้งไม่มีการรบกวนจากการเหนี่ยวนำเนื่องจากเส้นใยแสงไม่ใช่โลหะ ไม่เป็นสนิม ไม่ผุกร่อนและอุปกรณ์ที่ใช้ทำเส้นใยแสงนั้นหาได้ง่าย มีราคาถูก เช่น ซิลิกอน ออกไซด์ซึ่งมีอยู่ในทรายตามธรรมชาติ เป็นต้น ถ้าพิจารณาถึงข้อเสียของเส้นใยแสงนั้นจะเห็นว่าเส้นใยแสงแตกหักง่ายกว่าสายโลหะ และต้องการการเชื่อมต่อที่มีความแน่นหนาถูกต้อง จึงไม่เหมาะสมต่อการสื่อสารแบบเคลื่อนที่

ดังนั้นเมื่อเปรียบเทียบกับข้อดีข้อเสียแล้วจะพบว่าเส้นใยแสงมีข้อดีมากกว่า และเหมาะสมอย่างยิ่งกับการสื่อสารประจำที่ ทำให้ปัจจุบันนี้การสื่อสารทางแสงเป็นที่นิยมในการใช้งานมากขึ้นเรื่อยๆ เช่น ด้านการสื่อสารโทรคมนาคมและด้านโทรทัศน์ผ่านเส้นใยแสง เป็นต้น [4]

2.4 โฟตอน (Photon)

ธรรมชาติของแสงสามารถจะเปล่ง (Emitted) หรือแผ่รังสีจากอิเล็กตรอนที่วิ่งรอบนิวเคลียสของอะตอม แสงเป็นพลังงานที่อิเล็กตรอนปล่อยออกมาซึ่งเรียกกันว่า โฟตอน จะมีความแตกต่างไปจากอนุภาคของสารทั่วไป ตรงที่โฟตอนไม่มีมวลและเคลื่อนที่ในสถานะสุญญากาศด้วยความเร็ว คงที่ประมาณ 300,000 กิโลเมตรต่อวินาที หรือ 186,000 ไมล์ต่อวินาที และแสงยังสามารถที่จะเลี้ยวเบน เมื่อมี สิ่งกีดขวางได้เช่นเดียวกับคลื่น [5]

ในปี 1950 อัลเบิร์ต ไอสไตน์ ได้อธิบายแนวคิดพื้นฐานของโฟตอนซึ่งกล่าวถึงผลของโฟโตอิเล็กทริกที่แสงทำการเปลี่ยนรูปไปเป็นกระแสไฟฟ้า และอธิบายถึงแนวคิดของควอนตัมแสงซึ่งใช้ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับโฟตอน การแผ่กระจายของแสงไม่เหมือนกับการแผ่กระจายของคลื่นบริเวณผิวหน้าของน้ำที่มีความราบเรียบ แต่เหมือนพายุถูกเห็บซึ่งแต่ละโฟตอนเปรียบได้กับลูกเห็บแต่ละลูก เป็นการอธิบายตามทฤษฎีความสัมพันธภาพที่เป็นการเริ่มต้นสำหรับการค้นพบกลศาสตร์ควอนตัมและอื่นๆ ไปจนถึงการประดิษฐ์เลเซอร์

ในปัจจุบันการสื่อสารเชิงแสงนั้นใช้เลเซอร์และโฟโตดีเทกเตอร์ในการรับส่งข่าวสาร ค่าที่แทนด้วยบิตเดียวต้องมีการเข้ารหัสในรูปความเข้มของพัลส์แสงด้วยจำนวนโฟตอนนับพัน เทคนิคการตรวจนับโฟตอนในสเปกตรัมที่มองเห็นได้นั้นมีการพัฒนาขึ้นอย่างต่อเนื่อง ปกติแล้วจะใช้สำหรับการตรวจจับแสงในระดับที่ต่ำ ในระบบสื่อสารที่มีความยาวคลื่นนั้นการตรวจจับโฟตอนเดียวมีความยุ่งยากเนื่องจากแต่ละโฟตอนมีพลังงานต่ำ แต่สามารถแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นได้โดยการจำลองการทำงานของตรวจนับโฟตอนในความยาวคลื่นในระบบสื่อสารที่เหมาะสมในอินเดียมแกลเลียมอาร์เซไนด์ (InGaAs) อะวาเลนซ์โฟโตไดโอด ซึ่งเทคนิคนี้สามารถนำไปประยุกต์ใช้งานกับเครื่องมือทางด้านเส้นใยแสง [6]

การตรวจนับจำนวนโฟตอนนั้นพัลส์แสงนี้สามารถนำมาประยุกต์ใช้งานกับการสร้างการผสมสัญญาณทางด้านเชิงแสงที่มีการนำความเข้มแสงหลายๆ ระดับมาใช้ในการส่งสัญญาณ ซึ่งจะกล่าวต่อไปในหัวข้อ 2.8

2.5 ชนิดของช่องสัญญาณ

ช่องสัญญาณในระบบการสื่อสารนั้นถือเป็นตัวกลางในการส่งผ่านสัญญาณจากภาคส่งไปยังภาครับ ซึ่งช่องสัญญาณในระบบสื่อสารนั้นมีอยู่หลายประเภททั้งที่เป็นแบบ ช่องสัญญาณที่ใช้สายในการสื่อสาร หรือใช้ท่อนำสัญญาณโดยช่องสัญญาณในลักษณะนี้จะพบได้ในการใช้งานทั่วไป เช่น สายทองแดงในระบบโทรศัพท์ หรือเส้นใยแสงที่ใช้ในการส่งข้อมูลความเร็วสูง และช่องสัญญาณอีกแบบหนึ่งคือช่องสัญญาณแบบไร้สาย ซึ่งใช้การส่งคลื่นวิทยุในการติดต่อสื่อสารระหว่างภาคส่งและภาครับของระบบการสื่อสาร การใช้ช่องสัญญาณในลักษณะนี้จะพบได้ในระบบโทรศัพท์เคลื่อนที่ หรือระบบการกระจายเสียงของ วิทยุ โทรศัพท์ เป็นต้น แต่ในทางปฏิบัติแล้วจะใช้ช่องสัญญาณทั้งสองแบบร่วมกัน ตามความเหมาะสม ตัวอย่างเช่นในระบบการสื่อสารของโทรศัพท์เคลื่อนที่นั้น การติดต่อระหว่างสถานีฐาน (Base Station) กับตัวโทรศัพท์เคลื่อนที่ (Mobile station) นั้นจะใช้ช่องสัญญาณแบบไร้สายและในส่วนของการติดต่อระหว่างสถานีฐาน (Base station) กับชุมสายโทรศัพท์เคลื่อนที่ (Mobile Telephone Exchange : MTX) จะใช้สายเคเบิลหรือระบบไมโครเวฟ ซึ่งจะพบว่า กรณีนั้นช่องสัญญาณที่ใช้ในการติดต่อจะเป็นได้ทั้งช่องสัญญาณที่ใช้สายหรือไร้สายก็ได้ แต่ละช่องสัญญาณจะมีคุณสมบัติหรือคุณลักษณะ (Channel Characteristic) แตกต่างกันไปทั้งที่มีสัญญาณรบกวนหรือมีการลดทอน (Attenuation) และการซ้อนทับ (Intersymbol Interference) ในเส้นใยแสง เป็นต้น ซึ่งในงานวิจัยนี้ได้ทำการศึกษาช่องสัญญาณสองรูปแบบคือช่องสัญญาณแบบเกาส์ (Additive White Gaussian Noise : AWGN) ซึ่งเป็นช่องสัญญาณสื่อสารที่ใช้งานโดยทั่วไปและช่องสัญญาณแบบปัวส์ซอง (Poisson Noise) ซึ่งเป็นช่องสัญญาณที่ใช้งานในระบบสื่อสารเชิงแสง

2.5.1 ช่องสัญญาณแบบเกาส์ (Additive White Gaussian Noise : AWGN)

ช่องสัญญาณแบบเกาส์ (Additive White Gaussian Noise: AWGN) เป็นช่องสัญญาณที่เป็นพื้นฐานในการวิเคราะห์หาประสิทธิภาพของระบบการสื่อสารต่างๆ ซึ่งมีคุณลักษณะของช่องสัญญาณเป็นดังนี้

2.5.1.1 ความเป็นมาของการกระจายแบบเกาส์

การกระจายแบบเกาส์ (Normal Distribution or Gaussian Distribution) นำเสนอเป็นครั้งแรกโดย de Moivre ในบทความปี 1793 เป็นการประมาณค่าการกระจายแบบไบนอมิอัล (Binomial Distribution) ที่มีค่า n สูง ผลงานงานวิจัยนี้ได้มีการทำวิจัยเพิ่มเติมโดย Laplace ในหนังสือ Analytical Theory of Probabilities ซึ่งเรียกว่าทฤษฎีของ de Moivre-Laplace หลังจากนั้น Laplace ได้นำทฤษฎีการกระจายแบบเกาส์ในการวิเคราะห์ข้อผิดพลาดของการทดลอง ในปี 1805 Legendre ได้นำเสนอวิธีกำลังสองน้อยที่สุด (least squares) ซึ่งถูกนำมาปรับเปลี่ยนให้เหมาะสมต่อการกระจายตัวแบบเกาส์ของข้อผิดพลาดโดยเกาส์ในปี 1809 [7]

2.5.1.2 รูปแบบความน่าจะเป็นแบบเกาส์

ตัวแปรสุ่มแบบเกาส์มีฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นดังนี้

$$p_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_x^2}} e^{-(x-m_x)^2 / 2\sigma_x^2} \quad (2.1)$$

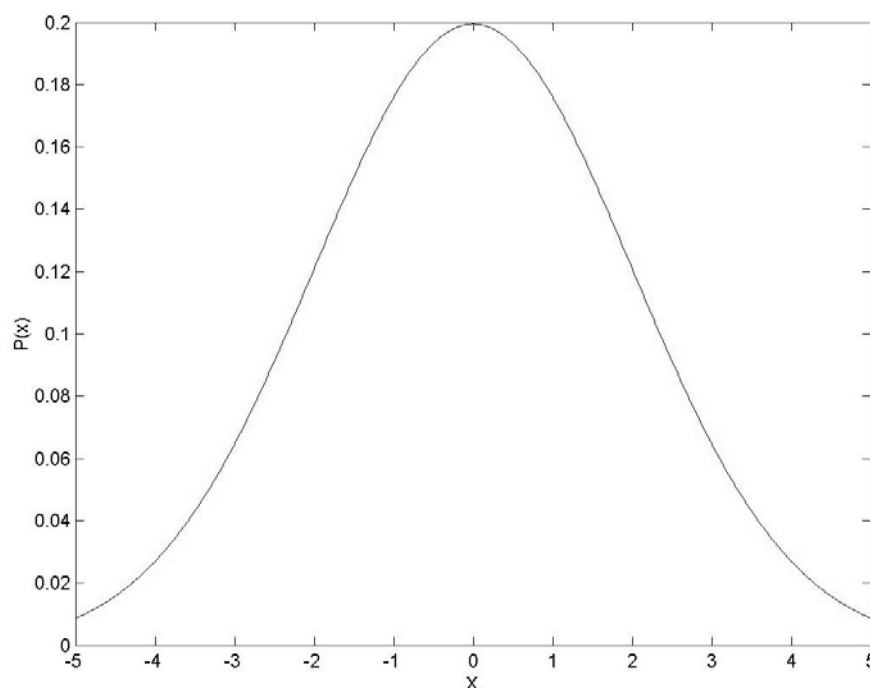
โดยที่ $\sigma_x > 0$ เป็นค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่า

เฉลี่ย $-\infty < m_x < \infty$ เป็นจำนวนจริงคงที่

ฟังก์ชันการกระจายของความน่าจะเป็นหาได้จาก

$$\begin{aligned} F_x(x) &= \int_{-\infty}^x p(u) du \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_x^2}} \int_{-\infty}^x e^{-(x-m_x)^2 / 2\sigma_x^2} du \\ &= \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{(x-m)/\sqrt{2}\sigma} e^{-t^2} du \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{erf}\left(\frac{1}{\sqrt{2}\sigma}\right) \end{aligned} \quad (2.2)$$

โดยที่ $\operatorname{erf}(x)$ เป็น error function นิยามดังนี้



รูปที่ 2.4 ฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นแบบเกาส์

$$\text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt \quad (2.3)$$

ซึ่ง PDF จะแสดงในรูปที่ 2.4

2.5.1.3 พารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้องกับการกระจายแบบเกาส์

พารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้องกับการกระจายแบบเกาส์นั้นมีอยู่สองชนิดคือค่าเฉลี่ย (mean) และค่าความแปรปรวน (variance) ค่าเฉลี่ยของการกระจายแบบเกาส์เขียนสามารถหาได้จากสมการ

$$E(X) = \sum xP(X = x) \quad (2.4)$$

เมื่อนำค่า $P(X = x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_x^2}} e^{-(x-m_x)^2 / 2\sigma_x^2}$ ไปแทนค่าในสมการจะได้

$$\begin{aligned} E(X) &= \sum_{x=0}^{\infty} x \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_x^2}} e^{-(x-m_x)^2 / 2\sigma_x^2} \\ &= m \end{aligned} \quad (2.5)$$

สรุปได้ว่าค่าเฉลี่ย (Mean) ของการกระจายแบบเกาส์เซียนมีค่าเท่ากับ m
ค่าความแปรปรวนของการกระจายแบบเกาส์เซียนสามารถหาได้จากสมการ

$$\text{var}(X) = E(X^2) - E^2(X) \quad (2.6)$$

เมื่อค่า $E(X) = \sum x^2 P(X=x)$

สามารถนำค่า $P(X=x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_x^2}} e^{-(x-m_x)^2 / 2\sigma_x^2}$ ไปแทนค่าในสมการจะได้

$$\begin{aligned} \text{var}(X) &= \sum_{x=0}^{\infty} x^4 \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_x^2}} e^{-(x-m_x)^2 / 2\sigma_x^2} - \left(\sum_{x=0}^{\infty} x \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_x^2}} e^{-(x-m_x)^2 / 2\sigma_x^2} \right)^2 \\ &= \sigma^2 \end{aligned} \quad (2.7)$$

สรุปได้ว่าค่าความแปรปรวน (Variance) ของการกระจายเกาส์มีค่าเท่ากับ σ^2

จากค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ที่กล่าวมาสามารถทำการจำลองการเกิดของสัญญาณรบกวนแบบเกาส์เซียนโดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อนำมาใช้ในการจำลองทำงานของระบบสื่อสารให้มีความสมบูรณ์ ดังที่จะกล่าวในหัวข้อถัดไป

2.5.1.4 การสร้างสัญญาณรบกวนแบบเกาส์เซียน

การสร้างสัญญาณรบกวนแบบเกาส์สามารถแบ่งได้เป็นสองแบบ [8] คือ การสร้างสัญญาณรบกวนแบบเกาส์โดยใช้อุปกรณ์อนาล็อก และการสร้างสัญญาณรบกวนเทียม (Pseudo random noise) โดยใช้อุปกรณ์ทางด้านดิจิทัล ซึ่งการสร้างสัญญาณรบกวนโดยใช้อุปกรณ์อนาล็อกนั้นจะมีความเที่ยงตรงเมื่อสภาพแวดล้อมเปลี่ยนไป ส่วนการสร้างโดยใช้อุปกรณ์ทางด้านดิจิทัลจะให้ความเที่ยงตรงและแน่นอนมากกว่าจึงนิยมสร้างและใช้ในการจำลองการทำงาน of ระบบสื่อสารเป็นอย่างมาก ซึ่งการสร้างสัญญาณรบกวนแบบเกาส์โดยใช้อุปกรณ์ทางด้านดิจิทัลจะสร้างจากตัวเลขแบบสุ่มโดยใช้วิธีการ transformation หรือการปฏิบัติงาน (Operation) ของตัวแปรสุ่มแบบยูนิฟอรม (Uniform random number generator) ซึ่งวิธีการที่เป็นที่รู้จักโดยทั่วไปมีสี่วิธี [9] คือ วิธี Ziggurat วิธี polar วิธี central limit และวิธี Box-Muller ซึ่งวิธีต่างๆ จะใช้ตัวแปรแบบสุ่มซึ่งมีการกระจายแบบยูนิฟอรม ซึ่งวิธีการสร้างตัวเลขสุ่มซึ่งมีการกระจายแบบยูนิฟอรมจะใช้วิธีการบันทึกตัวเลขแบบสุ่มในตาราง (store table) และ Linear congruential algorithm ซึ่งรายละเอียดของ Linear congruential algorithm และการสร้างสัญญาณรบกวนแบบเกาส์แต่ละวิธีอธิบายได้ดังนี้

ก. Linear congruential algorithm

Linear congruential algorithm เป็นการสร้างตัวเลขสุ่มซึ่งมีการกระจายแบบยูนิฟอร์ม ซึ่งอัลกอริทึมมีดังนี้

$$X[n] = (aX[n-1] + c) \mod m \quad (2.8)$$

โดย c ไม่เท่ากับ 0 a คือ multiplier c คือ increment m คือ modulus อัลกอริทึมนี้เรียกว่า mixed congruential generator ซึ่งค่าการกระจายแบบยูนิฟอร์มที่เป็นไปได้สูงสุดเท่ากับ m ซึ่งถ้า c เท่ากับ 0 จะได้

$$X[n] = (aX[n-1]) \mod m \quad (2.9)$$

โดย a คือ multiplier c คือ increment m คือ modulus อัลกอริทึมนี้เรียกว่า multiplicative congruential generator [10] ซึ่งค่าการกระจายแบบยูนิฟอร์มที่เป็นไปได้สูงสุดเท่ากับ $m-1$ อัลกอริทึมนี้จะไม่ให้ $X[N] = 0$

ข. วิธี Central limit

การสร้างสัญญาณรบกวนแบบเกาส์โดยใช้ทฤษฎี Central limit ถ้า X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีค่าเฉลี่ย m_x และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน σ_x ดังนั้น ตัวแปรสุ่ม X_N [11][12]

$$X_N = \frac{1}{\sigma_N \sqrt{N}} \sum_{i=0}^{N-1} (x_i - m_x) \quad (2.10)$$

โดย x_i ตัวเลขสุ่มซึ่งมีการกระจายแบบยูนิฟอร์ม การสร้างสัญญาณรบกวนแบบเกาส์โดยใช้ทฤษฎี Central limit หรือผลรวมของ N แบบ uniform ถ้าค่า N มีค่าไม่มากจะให้หาง (tails) ของ p.d.f. ที่ไม่ดี (poor) ซึ่งถ้ากำหนดค่า N มากจะทำให้ทำงานช้า

ค. วิธี Ziggurat

การสร้างสัญญาณรบกวนแบบเกาส์โดยวิธี Ziggurat จะใช้การกำเนิดตัวแปรสุ่มแบบเกาส์จากการกระจายแบบ Uniform แบบ Portable Mapping [9] ซึ่งวิธีนี้ได้รับการพัฒนาโดย Marsaglia และ Tsang วิธี Ziggurat นั้นจะเป็นอัลกอริทึมที่ทำงานได้รวดเร็ว แต่จะการสร้างจะทำงานผิดพลาดในส่วนของ หาง (tails) ของ p.d.f. (Probability Density Function)

ง. วิธี Box-Muller

การสร้างสัญญาณรบกวนแบบเกาส์โดยวิธี Box-Muller นั้นอัลกอริทึมจะสร้างจากตัวเลขสุ่มแบบ uniform สองตัว ซึ่งเป็นอิสระต่อกัน โดยมีค่าจาก $[0, 1]$ ซึ่งตัวแปรสุ่มสามารถคำนวณได้จาก [ต]

$$x1 = \sqrt{-2\sigma^2 \ln(u1)} \cos(2\pi u2) \quad (2.11)$$

$$x2 = \sqrt{-2\sigma^2 \ln(u1)} \sin(2\pi u2) \quad (2.12)$$

ที่ $u1$ และ $u2$ เป็นตัวเลขสุ่มแบบ uniform ซึ่งการแปลง (transformation) โดยใช้ polar coordination จะได้

$$\begin{aligned} x1 &= r \cos(\theta) \\ x2 &= r \sin(\theta) \end{aligned} \quad (2.13)$$

ซึ่ง $r = \sqrt{x1^2 + x2^2}$ และ $\theta = \tan^{-1} \frac{x2}{x1}$

การสร้างสัญญาณรบกวนแบบเกาส์โดยวิธี Box-Muller [8] นี้ให้ความเที่ยงตรงสูงจึงเป็นที่นิยมใช้งานในการจำลองการทำงานของระบบสื่อสารโดยซอฟต์แวร์

จ. วิธี Polar

การสร้างสัญญาณรบกวนแบบเกาส์วิธี Polar เป็นปรับปรุงวิธี Box-Muller โดยใช้เทคนิคการกำจัด (rejection) โดยจะตัดการคำนวณ sine และ cosine ซึ่งตัวเลขสุ่มแบบเกาส์หาได้จาก

$$x1 = v1 \sqrt{-2\sigma^2 \frac{\ln(S)}{S}} \quad (2.14)$$

$$x2 = v2 \sqrt{-2\sigma^2 \frac{\ln(S)}{S}} \quad (2.15)$$

ที่ $u1$ และ $u2$ เป็นตัวเลขสุ่มแบบ uniform $[-1, 1]$ และ S เป็นผลรวมของ $v1^2$ และ $v2^2$ ซึ่งการแปลง (transformation) โดยใช้ polar coordination จะได้

$$\begin{aligned} v1 &= r \cos(\theta) \\ v2 &= r \sin(\theta) \end{aligned} \quad (2.16)$$

ซึ่ง $S = r^2$ ตัวเลขสุ่มแบบเกาส์จากการแทน polar coordination หาได้จาก

$$x_1 = \cos(\theta)\sqrt{-2\sigma^2 \ln(S)} \quad (2.17)$$

$$x_2 = \sin(\theta)\sqrt{-2\sigma^2 \ln(S)} \quad (2.18)$$

การสร้างสัญญาณรบกวนแบบเกาส์วิธี Polar จะทำงานเร็วกว่าวิธี Box-Muller แต่ให้ความเที่ยงตรงที่น้อยกว่า [9]

สำหรับการสร้างทางฮาร์ดแวร์ด้านดิจิทัลนิยมใช้วิธี Box-Muller และวิธี central limit รวมกัน เนื่องจากการสร้างวิธี Box-Muller จะให้ค่า p.d.f. ที่ไม่เรียบ แต่เมื่อนำผลที่ได้จากวิธี Box-Muller มารวมกันแบบวิธี central limit ทำให้ค่า p.d.f. เรียบขึ้น ดังนั้นในงานวิจัยนี้ได้ทำการเลือกรูปแบบของการสร้างสัญญาณรบกวนแบบเกาส์เขียนแบบ Box-Muller เนื่องจากมีความเที่ยงตรงสูง

2.5.2 ช่องสัญญาณแบบปัวส์ซอง (Poisson Noise)

สัญญาณรบกวนที่มีลักษณะการกระจายตัวแบบปัวส์ซองมีชื่อเรียกว่าช็อตนอยส์ (shot noise) เป็นสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นในอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ เช่น ไดโอด และทรานซิสเตอร์ ซึ่งมีสาเหตุมาจากลักษณะธรรมชาติการไหลของกระแสที่มีความไม่ต่อเนื่อง มักจะมีการกระเพื่อมตัวขึ้นลงอย่างสุ่ม (Random) เช่น วงจรโฟโตดีเทคเตอร์ (photodetector) ที่ได้รับแสงที่มีระดับความเข้มคงที่ค่าหนึ่งอย่างต่อเนื่อง จะมีอิเล็กตรอนถูกปล่อยออกจากขั้วแคโทด (cathode) ไปยังขั้วแอโนด (anode) การเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนแต่ละตัวนั้นก่อให้เกิดพัลส์เล็กๆ ขึ้นหนึ่งครั้ง ดังนั้นปริมาณกระแสที่ไหลผ่านขั้วแอโนดจึงมีค่าเท่ากับผลรวมของพัลส์กระแส แต่การปล่อยอิเล็กตรอนมิได้เกิดขึ้นอย่างสม่ำเสมอ ซึ่งโดยธรรมชาติแล้วอิเล็กตรอนจะถูกปล่อยออกอย่างสุ่มจึงเป็นสาเหตุให้จำนวนอิเล็กตรอนที่ปล่อยออกมีจำนวนที่ไม่แน่นอนและแกว่งขึ้นลงตามเวลา ส่งผลให้ปริมาณกระแสขณะใดขณะหนึ่งที่ไหลผ่านวงจรมีความไม่ต่อเนื่องและแปรตามเวลาอย่างสุ่ม [1]

2.5.2.1 ความเป็นมาของความน่าจะเป็นแบบปัวส์ซอง

ความน่าจะเป็นแบบปัวส์ซองมีลักษณะคล้ายกับการกระจายแบบไบโนเมียล (Binomial) ได้รับการคิดค้นโดยนักคณิตศาสตร์ชาวฝรั่งเศสที่ชื่อ Siméon-Denis Poisson (1781–1840) มีการตีพิมพ์ทฤษฎีนี้เมื่อปีค.ศ.1983 พัฒนาเพื่อใช้ทำนายความน่าจะเป็นของเหตุการณ์สุ่ม ตัวอย่างเช่น การประมาณค่าปริมาณการติดต่อโดยเฉลี่ยในระบบการสื่อสารจะใช้ความน่าจะเป็นแบบปัวส์ซองในการทำนายค่าความน่าจะเป็นที่การติดต่อมีค่าน้อยที่สุดและสูงที่สุดในการในระยะเวลาที่กำหนด [13] เป็นต้น

2.5.2.2 รูปแบบความน่าจะเป็นแบบปัวส์ซอง (Poisson Distribution)

ความน่าจะเป็นแบบปัวส์ซองเป็นการพิจารณาระบบซึ่งมีเหตุการณ์เกิดขึ้นอย่างแรนดอมในแต่ละช่วงเวลา โดยมีค่าเฉลี่ยของอัตราการเกิดเท่ากับ λ เหตุการณ์ต่อวินาที

กำหนดให้ $m(t)$ คือจำนวนเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นระหว่างช่วงเวลา $[0, t]$ ดังนั้น $m(t)$ จึงเป็นกระบวนการแรนดอมที่มีค่าเป็นตัวเลขจำนวนเต็ม และมีค่าเพิ่มขึ้นหรือคงที่อยู่ตลอดเวลา และแปรตามเวลาอย่างต่อเนื่อง

ให้แบ่งเวลา $[0, t]$ ออกเป็นช่วงสั้นๆ จำนวน n ช่วง โดยแต่ละช่วงมีคาบความยาวที่เท่ากันเท่ากับ $\delta = t/n$ โดยกำหนดให้เงื่อนไขต่อไปนี้เป็นจริงคือ

- ความน่าจะเป็นที่จะมีเหตุการณ์เกิดขึ้นมากกว่าหนึ่งเหตุการณ์ในช่วงเวลา δ มีขนาดเล็กมากเมื่อเทียบกับความน่าจะเป็นที่จะมีเหตุการณ์เกิดขึ้นหนึ่งครั้งหรือไม่มีเหตุการณ์เกิดขึ้นเลย
- การเกิดของเหตุการณ์ในช่วงเวลา δ หนึ่งเป็นอิสระและไม่ขึ้นกับสิ่งที่เกิดขึ้นกับช่วงเวลา δ อื่นๆ

จากเงื่อนไขทั้งสองข้อทำให้กระบวนการแรนดอม $m(t)$ สามารถประมาณได้เป็นกระบวนการนับแบบไบนอมิยัล (Binomial Counting Process) ที่นับจำนวนครั้งของการทดลองที่ประสบความสำเร็จจากการทดลองทั้งหมด n ครั้ง

ถ้ากำหนดให้ความน่าจะเป็นของการทดลองที่สำเร็จหรือจำนวนเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นในช่วงเวลาสั้นๆ มีค่าเท่ากับ p ค่าเฉลี่ยของจำนวนครั้งที่ทดลองสำเร็จหรือจำนวนเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นในช่วงเวลา $[0, t]$ คือ np จากค่าเฉลี่ยของอัตราการเกิดของเหตุการณ์มีค่าเท่ากับ λ ต่อวินาที ดังนั้นจำนวนเหตุการณ์โดยเฉลี่ยที่เกิดขึ้นในเวลา $[0, t]$ มีค่าเท่ากับ λt จึงสามารถสรุปได้ว่า $\lambda t = np$

ถ้ากำหนดให้ $n \rightarrow \infty$ นั่นคือ $\delta \rightarrow 0$ และ $p \rightarrow 0$ โดยที่ $\lambda t = np$ เป็นค่าคงที่ตลอดเวลา ดังนั้นการกระจายแบบไบนอมิยัลจะมีแนวโน้มเข้าสู่การกระจายแบบปัวส์ซองที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ λt [10]

รูปแบบการกระจายปัวส์ซอง (Poisson distribution) เป็นรูปแบบการกระจายที่ใช้สำหรับตัวแปรสุ่มไม่ต่อเนื่อง (Discrete) ซึ่งมีรูปแบบของสมการเป็นฟังก์ชันที่มีลักษณะแบบเอ็กซ์โปเนนเชียลดังนี้

$$e^\lambda = 1 + \lambda + \frac{\lambda^2}{2!} + \frac{\lambda^3}{3!} + \dots \quad (2.19)$$

สามารถทำให้เป็นรูปแบบการสุ่มแบบไม่ต่อเนื่อง (Discrete random variable) โดยการหารด้วย e^λ ทั้งสองข้างของสมการ จะได้

$$1 = e^{-\lambda} + \lambda e^{-\lambda} + \frac{\lambda^2}{2!} e^{-\lambda} + \frac{\lambda^3}{3!} e^{-\lambda} + \dots \quad (2.20)$$

ซึ่งมีค่าเท่ากับ

$$1 = \frac{\lambda^0}{0!} e^{-\lambda} + \frac{\lambda^1}{1!} e^{-\lambda} + \frac{\lambda^2}{2!} e^{-\lambda} + \frac{\lambda^3}{3!} e^{-\lambda} + \dots \quad (2.21)$$

เมื่อผลรวมของฟังก์ชันทั้งหมดมีค่าเท่ากับ 1 และทุกค่าเป็นค่าบวก สามารถสรุปได้ว่าเป็นค่าความน่าจะเป็นของฟังก์ชันซึ่งมีสมการทั่วไปเท่ากับ

$$P(X = x) = \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda} \quad \text{โดยที่ } x = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (2.22)$$

กระบวนการแรนคอมดั่งสมการเรียกว่ากระบวนการปัวส์ซอง (Poisson Process)

ฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น (Probability Density Function: PDF) แบบปัวส์ซองสามารถหาได้จากสมการต่อไปนี้

$$p_X(x) = \frac{dF_X(x)}{dx} \quad (2.23)$$

$p_X(x)$ เป็นค่าความน่าจะเป็นที่ค่า x อยู่ระหว่าง $x-dx$ ถึง x ซึ่งจะได้ Probability Density Function เท่ากับ

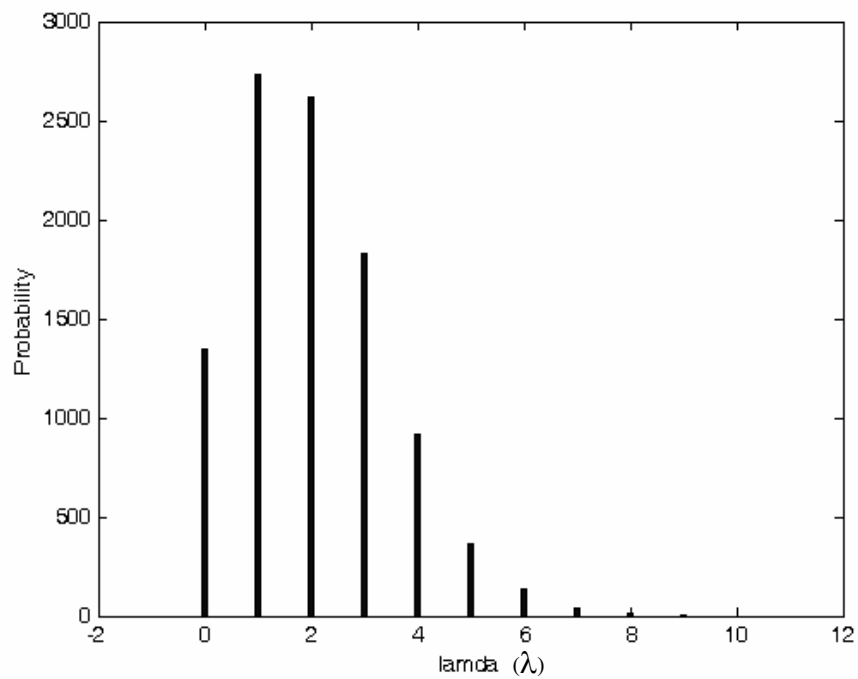
$$F_X(x) = \int_{-\infty}^{\infty} p_X(x) dx \quad (2.24)$$

$$P(a < X < b) = F_X(b) - F_X(a) = \int_a^b p_X(x) dx \quad (2.25)$$

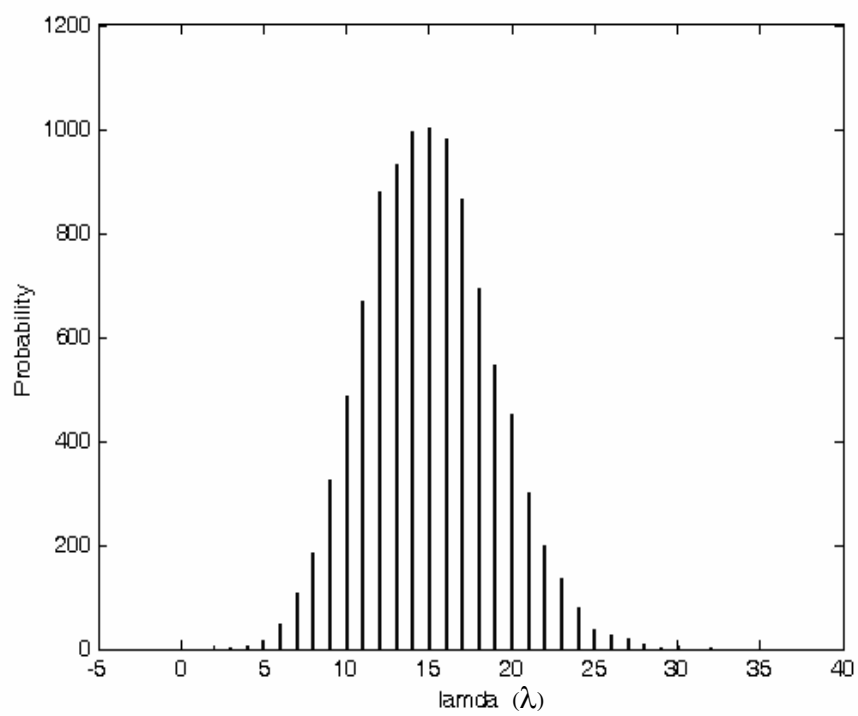
เมื่อแทนค่าจะได้ฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นแบบปัวส์ซองดังนี้

$$\text{Prob}(k) = \int_{k-\varepsilon}^{k+\varepsilon} p_\lambda(m) dm = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!} \quad (2.26)$$

จากฟังก์ชันความน่าจะเป็นพบว่าลักษณะกราฟของการกระจายแบบปัวส์ซองนั้นจะเบี่ยงไปทางด้านของค่าเฉลี่ยดังแสดงในรูปที่ 2.5 แต่เมื่อมีค่า λ สูงมากกว่า 12 จะมีลักษณะการกระจายที่คล้ายกับการกระจายแบบยูนิฟอร์มที่เป็นรูประฆังคว่ำ ดังแสดงในรูปที่ 2.6



รูปที่ 2.5 ฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นแบบปัวส์ซอง เมื่อค่า lamda (λ) เท่ากับ 2



รูปที่ 2.6 ฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นแบบปัวส์ซอง เมื่อค่า lamda (λ) เท่ากับ 15

2.5.2.3 พารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้องกับการกระจายแบบปัวส์ซอง

พารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้องกับการกระจายแบบปัวส์ซองนั้นมีอยู่ 2 ชนิดคือค่าเฉลี่ย (Mean) และค่าความแปรปรวน (Variance)

ค่าเฉลี่ยของการกระจายแบบปัวส์ซองสามารถหาได้จากสมการ (2.4) ซึ่งเมื่อนำค่า

$$P(X=x) = \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda} \text{ ไปแทนค่าในสมการจะได้}$$

$$E(X) = \sum_{x=0}^{\infty} x \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda} = \lambda \quad (2.27)$$

สรุปได้ว่าค่าเฉลี่ย (Mean) ของการกระจายแบบปัวส์ซองมีค่าเท่ากับ λ

ค่าความแปรปรวนของการกระจายแบบปัวส์ซองสามารถหาได้จากสมการ (2.6) ซึ่งเมื่อนำค่า

$$P(X=x) = \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda} \text{ ไปแทนค่าในสมการจะได้}$$

$$\text{var}(X) = \sum_{x=0}^{\infty} x^2 \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda} - \left(\sum_{x=0}^{\infty} x \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda} \right)^2 = \lambda \quad (2.28)$$

สรุปได้ว่าค่าความแปรปรวน (Variance) ของการกระจายแบบปัวส์ซองมีค่าเท่ากับ λ [14]

จากค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ที่กล่าวมาสามารถทำการจำลองการกระจายแบบปัวส์ซองโดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อนำมาใช้ในการจำลองทำงานของระบบสื่อสารซึ่งจะกล่าวในหัวข้อถัดไป

2.5.2.4 การสร้างความหนาแน่นความน่าจะเป็นแบบปัวส์ซอง

การสร้างความหนาแน่นของความน่าจะเป็นแบบปัวส์ซองที่มีลักษณะแบบตัวแปรสุ่มแบบไม่ต่อเนื่องทำให้ไม่สามารถคำนวณค่าได้โดยตรงจากสมการของค่า Probability Density Function เหมือนกับความน่าจะเป็นแบบเกาส์ แต่สามารถทำการคำนวณโดยอาศัยการสะสมค่าแล้วนำมาเปรียบเทียบกับค่าในสมการ ซึ่งมีลักษณะการคำนวณอยู่สองรูปแบบคือการคำนวณโดยใช้ทฤษฎีแบบโดยตรง (Direct Method) และการคำนวณแบบโดยอ้อม (Reject Method) [9] เพื่อนำไปใช้สำหรับกระบวนการสร้างสัญญาณรบกวนแบบปัวส์ซองและการกำเนิดของโฟตอนในพัลส์แสงที่มีลักษณะการเกิดแบบอาศัยค่าเฉลี่ยสำหรับการผสมสัญญาณเชิงแสงแบบต่างๆ ซึ่งจะมีการออกแบบการทดสอบในบทที่ 4

ก. การสร้างโดยใช้ทฤษฎีโดยตรง (Direct Method)

การคำนวณโดยใช้ทฤษฎีโดยตรงนั้นเป็นการพิจารณาที่ค่า λ น้อยกว่าหรือเท่ากับ 12 เนื่องจากเมื่อค่า λ มากกว่า 12 นั้น ค่า $e^{-\lambda}$ จะมีค่าน้อยมากจนไม่สามารถประมาณค่าโดยโปรแกรมได้ ขั้นตอนการสร้างความน่าจะเป็นแบบปัวซองเป็นดังนี้ [9]

- กำหนดค่าเริ่มต้น (m) เป็น -1 ค่าสุ่มเริ่มต้นที่เกิดจากกระบวนการสุ่มแบบยูนิฟอร์ม (t) เท่ากับ 1 และกำหนดค่าที่ใช้ในการเปรียบเทียบเพื่อหยุดการสุ่มค่า (g) ซึ่งมาจากสมการความน่าจะเป็นแบบปัวซอง เท่ากับ $e^{-\lambda}$
- นำค่า t มาเปรียบเทียบกับค่า g โดยที่ถ้า $t > g$ จะทำการเพิ่มค่า m ขึ้น 1 ค่า
- ทำการสุ่มค่าขึ้นมาโดยกระบวนการแบบยูนิฟอร์ม (Uniform Random) แล้วนำไปคูณกับค่า t แล้วทำตามขั้นตอนที่ 2 ทำซ้ำไปเรื่อยๆ จนค่า $t < g$ จึงหยุด จะได้ค่า m

ข. การสร้างโดยใช้ทฤษฎีโดยอ้อม (Reject Method)

การคำนวณโดยอ้อมเป็นการคำนวณเพื่อแก้ไขค่าที่ไม่สามารถคำนวณได้ที่เกิดจากค่า $e^{-\lambda}$ ลดลงต่ำมากจนไม่สามารถหาค่าได้ในโปรแกรมคอมพิวเตอร์ วิธีการโดยอ้อมนั้นจะใช้กับค่า λ ที่มากกว่าหรือเท่ากับ 12 ขึ้นไป ซึ่งลักษณะของการกระจายตัวแบบปัวซองจะออกมาในรูปของระฆังคว่ำคล้ายกับการกระจายแบบเกาส์ [9]

2.6 การผสมสัญญาณเชิงแสง

เทคนิคการผสมสัญญาณสำหรับการสื่อสารเชิงแสงมีการแยกเป็นสองกลุ่มหลักได้แก่ เทคนิคการผสมสัญญาณแบบการตรวจจับโดยตรง (Direct Detection) และเทคนิคการผสมสัญญาณแบบร่วมนัย (Coherent Detection) ซึ่งการตรวจจับโดยตรงเป็นการส่งสัญญาณในลักษณะเบสแบนด์ (Baseband Transmissions) ที่มีสถานะเป็น “1” และ “0” สำหรับแหล่งกำเนิดแสง (Optical Source) เลเซอร์จะทำการส่งในลักษณะของการกระพริบของเลเซอร์ “เปิด” และ “ปิด” ตามลำดับ ส่วนการตรวจจับแบบร่วมนัยเป็นเทคนิคการผสมสัญญาณที่เหมือนกับการสื่อสารที่ใช้ความถี่ RF ซึ่งสัญญาณที่ตกกระทบที่ส่วนหน้า (Front End) เป็นการรวมกันของสัญญาณที่เข้ามา กับสัญญาณที่กำเนิดจาก Local Oscillator โดยการกระทำการตรวจจับแบบร่วมนัย จะได้ความไว (Sensitivity) ในการตรวจจับสัญญาณที่สูงกว่าแบบการตรวจจับโดยตรง

2.6.1 การผสมสัญญาณเชิงแสงโดยใช้การตรวจจับแบบโดยตรง (IM/DD)

โมเดลของระบบการสื่อสารแบบการตรวจจับโดยตรงแสดงได้ดังรูปที่ 2.7 โดยข่าวสารที่จะทำการส่งจะถูกทำการผสมกับคลื่นพาห์ทางแสงที่ส่วนของตัวผสมสัญญาณและทำการส่งไปยัง

ภาครับ จากนั้นระบบของเลนส์และตัวตรวจจับสัญญาณแสงจะทำการตรวจจับกำลังงานชั่วขณะ (Instantaneous power) ที่มาถึงภาครับโดยตรง [15]

การผสมสัญญาณแบบการตรวจจับโดยตรงสัญญาณไบนารีจะอยู่ในลักษณะ “เปิด” และ “ปิด” ของสัญญาณที่ภาคส่ง ซึ่งบอกถึงความแตกต่างของรูปแบบของคลื่นสัญญาณ โดยรูปแบบคลื่นทั่วไปของการตรวจจับโดยตรงจะเป็นการผสมสัญญาณแบบ Pulse Code Modulation (PCM) ที่เข้ารหัสแบบ NRZ (Nonreturn to zero) หรือแบบ RZ (Return to zero) สำหรับการสื่อสารเชิงแสงทั่วไปใช้แบบ biphase (Manchester) ซึ่งคุณสมบัติของรูปคลื่นมีองค์ประกอบสัญญาณ DC ค่า มี symbol/bit synchronization ในตัวเอง บางครั้งเรียกว่า self-clocking code แต่จะมีข้อเสียคือมีการขยายของแบนด์วิดท์จึงไม่ได้รับความนิยมในการสื่อสารที่ต้องการความเร็วสูง

2.6.2 การผสมสัญญาณเชิงแสงโดยใช้การตรวจจับแบบร่วมนัย (Heterodyne Detection)

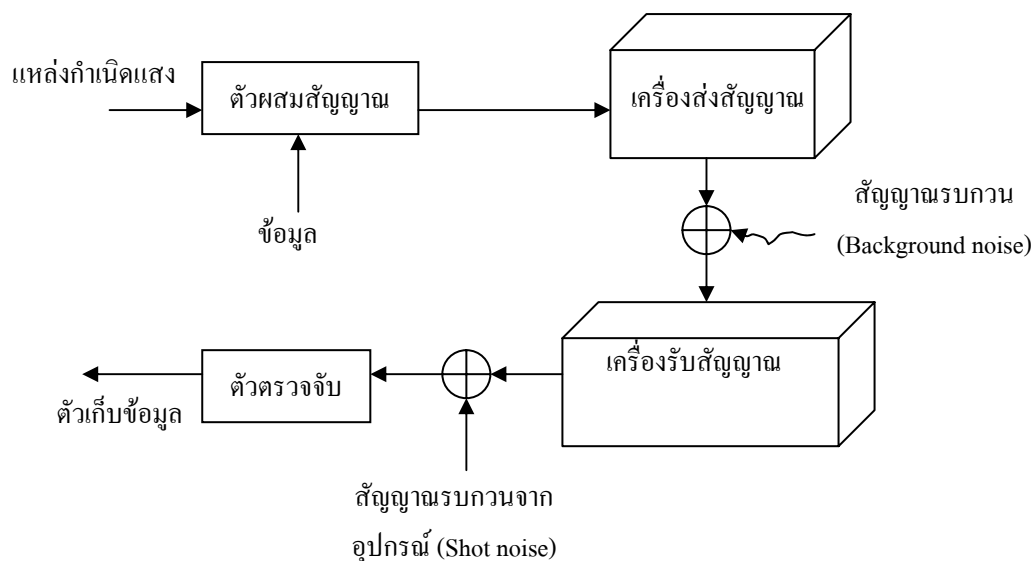
จากการตรวจจับโดยตรงจะสังเกตเห็นว่าจะเกิดสัญญาณรบกวนขึ้นถึง 2 ส่วนด้วยกันคือ สัญญาณรบกวนจากภายนอกและภายใน โดยจาก Background Noise ที่เข้ามาที่ตัวตรวจจับสัญญาณ และ Shot Noise ที่เกิดจากกระบวนการในตัวตรวจจับเอง ทางภาครับจะต้องต้านทานสัญญาณรบกวนเหล่านี้ให้ได้ เพื่อให้สามารถที่นำข้อมูลจากภาคส่งกลับคืนมาได้ ผลของระบบที่มีการตรวจจับแบบนี้ จะขึ้นอยู่กับความสามารถของระดับกำลังงานสัญญาณที่ส่งเท่านั้น

ในการตรวจจับแบบร่วมนัยที่ภาครับจะมีส่วนของ Local OSC laser เพิ่มเข้ามาโดยจะเป็นตัวกำเนิด Light wave field ไปผสมกับสนามทางแสงที่เข้ามาตลอดวงจรส่วนหน้า (Front end) ของ ตัวกระจกสะท้อน (Mirror) และทำการรวมคลื่นสัญญาณ ไปเข้าสู่ตัวตรวจจับสัญญาณแสง เพื่อเป็นการปรับปรุงการตรวจจับสัญญาณที่รับได้ โดยรูปแบบของระบบการสื่อสารแบบการตรวจจับโดยตรงแสดงได้ดังรูปที่ 2.8

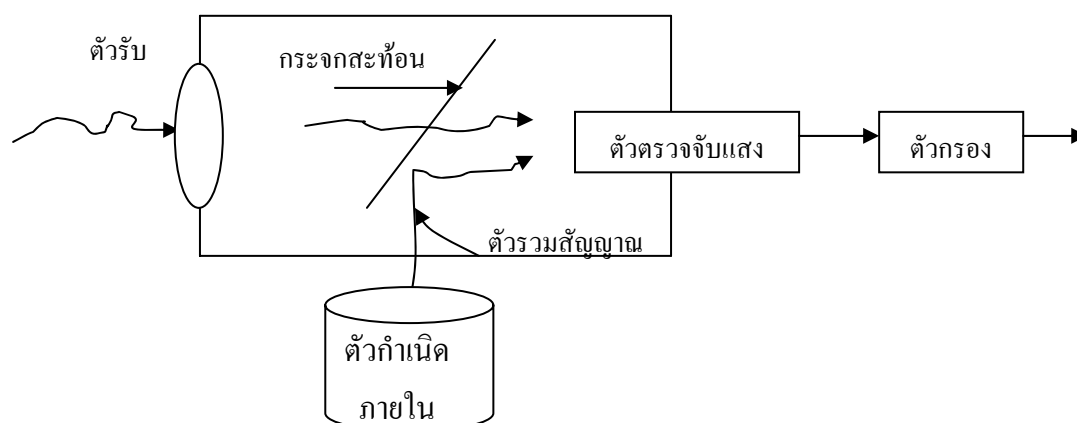
กระบวนการผสมนี้สามารถแยกได้เป็นสองชนิดคือ สัญญาณแบบ Heterodyne และ Homodyne โดยแบบ homodyne เป็นรูปแบบที่พัฒนามาจาก heterodyne ซึ่งจะมีความซับซ้อนมาก และไม่สามารถทำให้เป็นจริงได้ในอนาคตอันใกล้

การตรวจจับสัญญาณแบบ Heterodyne ระบบทั้งหมดจะมีความซับซ้อนและการลงทุนที่สูงกว่าแบบการตรวจจับโดยตรงแต่จะมีความไว (Sensitivity) ในการตรวจจับสัญญาณที่สูงกว่าแบบการตรวจจับโดยตรง การผสมสัญญาณที่ใช้จะเป็นการผสมสัญญาณเชิงแอมพลิจูด (Amplitude Shift Keying: ASK) การผสมสัญญาณเชิงมุม (Phase Shift Keying: PSK) และการผสมสัญญาณเชิงความถี่ (Frequency Shift Keying: FSK) ซึ่งเหมือนกับการผสมสัญญาณต่างๆ ไปในการสื่อสารความถี่วิทยุ (RF Communications) [15]

ในงานวิจัยนี้เป็นการศึกษาการผสมสัญญาณเชิงแสงที่มีการตรวจจับโดยตรงซึ่งมีอยู่หลายวิธีการ ซึ่งจะกล่าวต่อไปในหัวข้อ 2.7



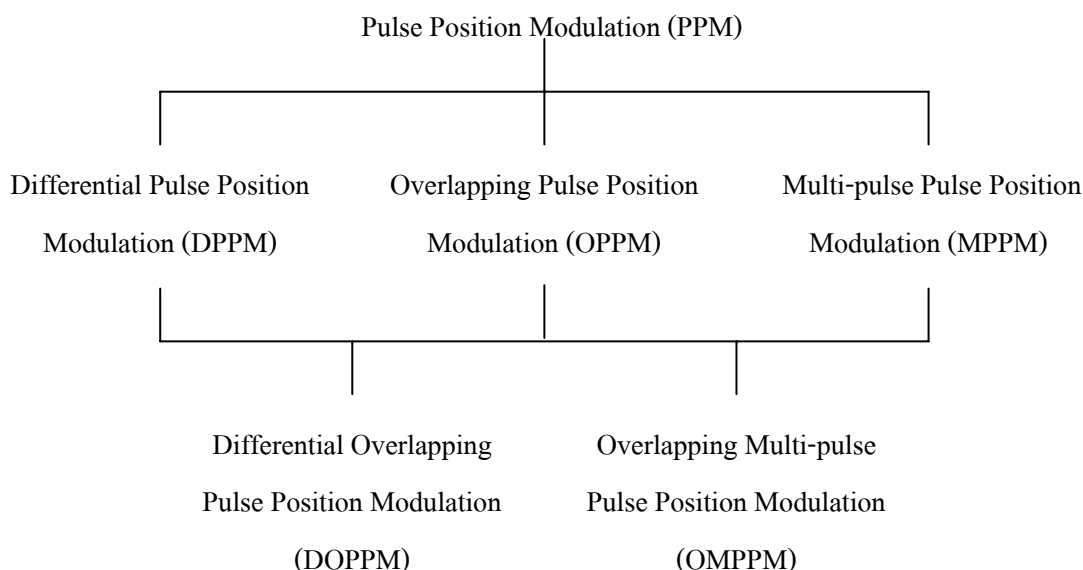
รูปที่ 2.7 รูปแบบการผสมสัญญาณเชิงแสงโดยใช้การตรวจจับแบบโดยตรง



รูปที่ 2.8 ภาครับแบบ Heterodyne Detection

2.7 รูปแบบการผสมสัญญาณเชิงแสง

การผสมสัญญาณที่มีการตรวจจับโดยตรงนั้นมีหลายรูปแบบได้แก่ การผสมสัญญาณแบบ Pulse Width Modulation (PWM) การผสมสัญญาณแบบ Pulse Frequency Modulation (PFM) และการผสมสัญญาณแบบพัลส์โพสิชันมอดูเลชัน (PPM) แต่เนื่องจากการผสมสัญญาณแบบ PWM และ PFM ไม่เหมาะต่อการใช้งานมากนัก จึงได้พิจารณาเฉพาะการผสมสัญญาณแบบ PPM ซึ่งเป็นเทคนิคการผสมสัญญาณเชิงแสงที่นิยมใช้ในปัจจุบัน จากข้อมูลการสำรวจในวงการสื่อสารเชิงแสงในปัจจุบันมีการพัฒนาของการผสมสัญญาณแบบ PPM จากรูปแบบง่ายๆ ไปจนถึงเทคนิคการผสมสัญญาณขั้นสูง ดังรูปที่ 2.9

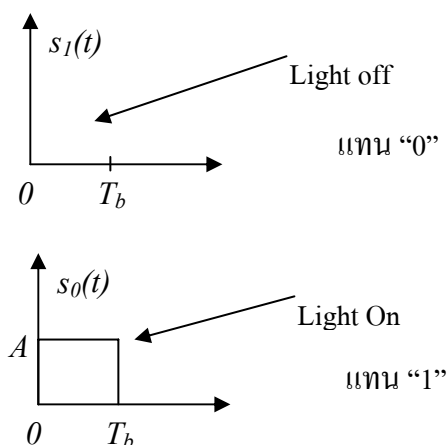


รูปที่ 2.9 การผสมสัญญาณรูปแบบต่างๆ ที่พัฒนาจากการผสมสัญญาณแบบ PPM

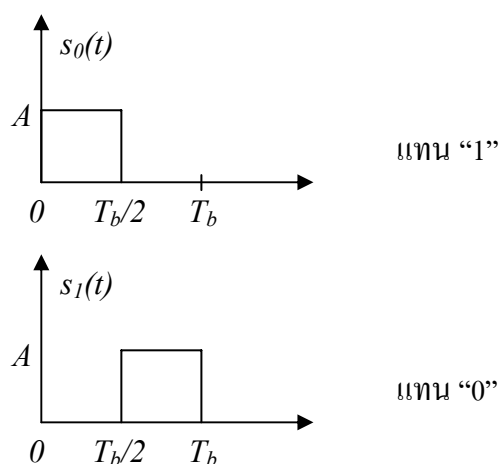
จากรูปที่ 2.9 การผสมสัญญาณแบบพัลส์โพสิชันมอดูเลชันได้ถูกพัฒนามาเรื่อยๆ จนถึงปัจจุบันซึ่งเป็นการผสมสัญญาณแบบลูกผสม (Hybrid Modulation) เช่น Differential Overlapping Pulse Position Modulation (DOPPM), Overlapping Multi-pulse Pulse Position Modulation (OMPPM) ซึ่งเป็นลูกผสมระหว่างการผสมสัญญาณที่พัฒนามาจากการผสมสัญญาณแบบพัลส์โพสิชันมอดูเลชัน เช่น Differential Pulse Position Modulation (DPPM), Overlapping Pulse Position Modulation (OPPM), Multi-pulse Pulse Position Modulation (MPPM) ที่ใช้การส่งแบบหลายพัลส์ และการใช้เทคนิค Differential และ Overlapping ที่ช่วยเพิ่มอัตราการส่งผ่านข้อมูล (Throughput) ของการผสมสัญญาณแบบเดิมให้สูงขึ้นด้วย โดยเทคนิคการ Differential นั้นจะทำให้ความยาวของบิตของสัญญาณที่ทำการส่งสั้นลงทำให้สามารถเพิ่มจำนวนสัญลักษณ์ในการส่งได้มากขึ้น ส่วนวิธีการ Overlapping นั้นเป็นวิธีที่ทำให้เกิดการเหลื่อมล้ำระหว่างสัญลักษณ์ทำให้เพิ่มวิสัยสมารถของการผสมสัญญาณให้สูงขึ้น ซึ่งจะไม่มีผลต่อแบนด์วิดท์ในการส่งสัญญาณเนื่องจากการเหลื่อมล้ำกันอยู่

2.7.1 การผสมสัญญาณแบบ On-off Keying หรือ Unipolar Line-Coding

การผสมสัญญาณแบบ On-off Keying (OOK) เป็นกรรมวิธีพื้นฐานสำหรับการผสมสัญญาณในขั้นสูงแบบอื่นๆ ซึ่งวิธีการส่งสัญญาณนั้นมีรูปแบบที่ง่ายต่อการเข้าใจ โดยข้อมูลดิจิทัลที่ส่งผ่านช่องสัญญาณจะได้รับการพิจารณาครั้งละ 1 บิต และจะมีสัญญาณอยู่สองรูปแบบที่ส่งออกไปเพื่อแทนข้อมูลดิจิทัลดังกล่าวซึ่งได้แก่การส่งสัญญาณแบบมีพัลส์แสง และแบบไม่มีพัลส์แสง [15] ดังแสดงในรูปที่ 2.10



รูปที่ 2.10 รูปแบบการส่งสัญญาณแบบ On-off keying



รูปที่ 2.11 รูปแบบการส่งสัญญาณแบบไบนารีพัลส์โพสิชันมอดูเลชัน

2.7.2 การผสมสัญญาณแบบไบนารีพัลส์โพสิชันมอดูเลชัน (Binary Pulse Position Modulation: BPPM) หรือ Manchester Pulsed Signals

การผสมสัญญาณแบบไบนารีพัลส์โพสิชันมอดูเลชันเป็นกรรมวิธีพื้นฐานที่ง่ายที่สุดของการผสมสัญญาณแบบพัลส์โพสิชันมอดูเลชัน ซึ่งจะมีการพิจารณาข้อมูลดิจิทัลที่ส่งผ่านช่องสัญญาณครั้งละ 1 บิตเช่นเดียวกับการผสมสัญญาณแบบ OOK แต่มีลักษณะของสัญญาณที่ใช้ในการส่งแตกต่างกัน [15] ซึ่งรูปแบบของการส่งสัญญาณแสดงดังรูปที่ 2.11

2.7.3 การผสมสัญญาณแบบพัลส์โพสิชันมอดูเลชัน (Pulse Position Modulation: PPM)

การผสมสัญญาณแบบพัลส์โพสิชันมอดูเลชันเป็นกระบวนการผสมสัญญาณที่มีประสิทธิภาพสูงในการสื่อสารเชิงแสง โดยจะทำการส่งพัลส์แสงเพียงหนึ่งพัลส์ในหนึ่งบิตสัญญาณ ซึ่งในแต่ละพัลส์สามารถแทนค่าข้อมูลได้ตั้งแต่ 2 บิตขึ้นไป [15] โดยมีลักษณะการส่งสัญญาณดังรูปที่ 2.12

จากรูปกำหนดให้ในหนึ่งบล็อกลักษณะจะทำการแบ่งย่อยออกเป็นสล็อตจำนวน M สล็อต โดยที่ M มีค่าเท่ากับ 2^k ซึ่ง k คือจำนวนบิตที่ใช้ในการผสมสัญญาณในแต่ละคาบเวลา T ในแต่ละสล็อตนั้นจะมีค่าคาบเวลาเท่ากับ T/M ซึ่งจะมีรูปแบบของสัญญาณที่แทนค่าของชุดบิตข้อมูลจำนวน M สัญญาณ [17] สามารถแทนค่าได้ดังสมการ

$$\int_0^T s_i(t)s_k(t)dt = A\delta_{ik} \quad (2.29)$$

โดยที่ $i, k = 0, 1, \dots, M-1$

A คือพลังงานของสัญญาณ

$$\delta_{ik} = \begin{cases} 1, & i = k \\ 0, & i \neq k \end{cases}$$

เมื่อแทนค่า $k = 2$ ดังนั้นค่า $M = 4$ ดังนั้นมีรูปแบบของการส่งสัญญาณทั้งสี่สัญญาณซึ่งแทนค่าสัญลักษณ์ 00, 01, 10 และ 11 ตามลำดับ มีลักษณะดังรูปที่ 2.13

2.7.3.1 อัตราการส่งผ่านข้อมูล (Throughput) ของการผสมสัญญาณแบบพัลส์โพสิชันมอดูเลชัน

ดูเลข

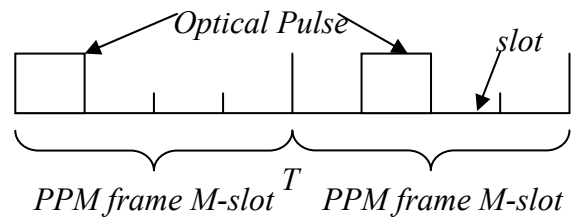
การพิจารณาอัตราการส่งผ่านข้อมูลของการมอดูเลตจะต้องพิจารณาภายใต้เงื่อนไขของกำลังงานและความกว้างของพัลส์ที่เหมือนกันและมีค่าคงที่ ถ้า Q เป็นจำนวนสล็อตในหนึ่งสัญลักษณ์ (symbol) T_s เป็นความกว้างในหนึ่งสล็อต (pulse width) และ r เป็นอัตราการส่งมีหน่วยเป็น nat/sec ในการเปรียบเทียบอัตราการส่งผ่านข้อมูลของการผสมสัญญาณในแต่ละแบบในเทอมของ nat/slot ภายใต้เงื่อนไขความกว้างของพัลส์ที่เหมือนกัน ดังนั้นจะได้ขอบเขตอัตราการส่งผ่านข้อมูลของ PPM [16] คือ

$$rT_s = \frac{\ln(Q)}{Q} \leq \frac{\ln(3)}{3} \quad \text{nat/slot} \quad (2.30)$$

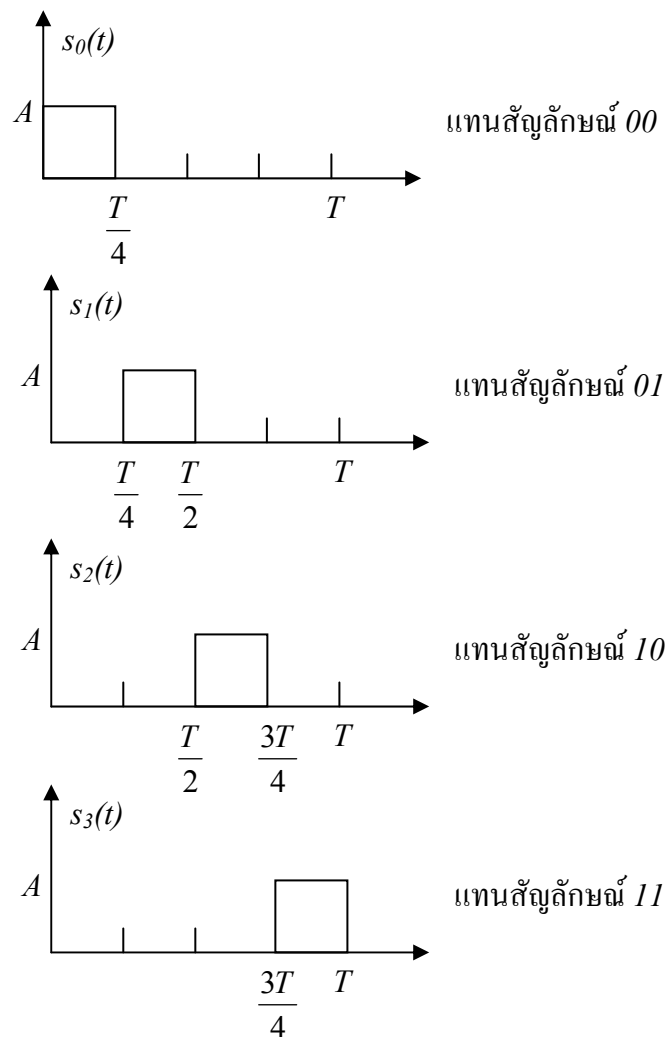
ค่าอัตราการส่งผ่านข้อมูลของ PPM จะมีค่าสูงสุดได้ไม่เกิน 3-ary PPM ที่ขนาดของ T_s คงที่

2.7.4 การผสมสัญญาณแบบ Multi-pulse Pulse Position Modulation (MPPM)

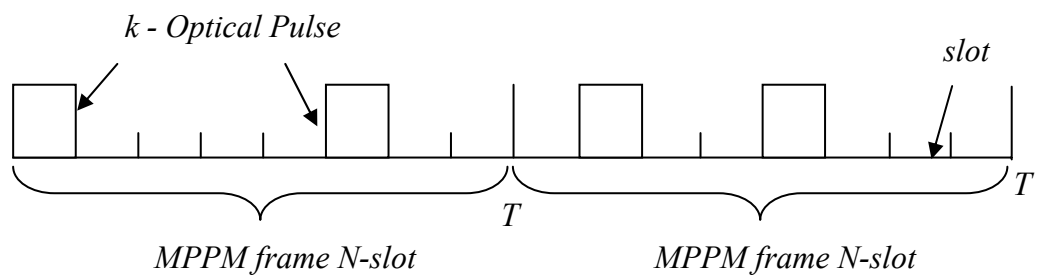
การผสมสัญญาณแบบ MPPM เป็นกระบวนการผสมสัญญาณที่พัฒนาขึ้นเพื่อปรับปรุงประสิทธิภาพในการใช้แบนด์วิดท์ โดยจะทำการส่งพัลส์แสงจำนวน k พัลส์ในหนึ่งบล็อกลักษณะ ซึ่งในแต่ละบล็อกลักษณะจะมีจำนวนสล็อตเท่ากับ N สล็อต [18] โดยมีลักษณะการส่งสัญญาณดังรูปที่ 2.14



รูปที่ 2.12 รูปแบบการส่งสัญญาณแบบพัลส์โพสิชันมอดูเลชัน



รูปที่ 2.13 ตัวอย่างของรูปแบบการแทนค่าของสัญญาณเมื่อค่า $k = 2$ ดังนั้นค่า $M = 4$



รูปที่ 2.14 รูปแบบการส่งสัญญาณแบบ Multi-pulse Pulse Position Modulation

จากรูปกำหนดให้ในหนึ่งบล็อกสัญญาณจะทำการแบ่งย่อยออกเป็นสล็อตจำนวน N สล็อต โดยที่ N เป็นค่าที่กำหนดขึ้นให้สอดคล้องกับจำนวนรูปแบบของการส่งสัญญาณ k มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ $N/2$ ซึ่งสามารถนำค่าทั้งสองมาหาความสัมพันธ์เพื่อหาจำนวนรูปแบบทั้งหมดที่สามารถทำการส่งแบบ Multi-pulse ได้ดังนี้

$$M = \binom{N}{k} = \frac{N!}{k!(N-k)!} \quad (2.31)$$

M คือจำนวนรูปแบบทั้งหมดที่เป็นไปได้ในการส่งสัญญาณในหนึ่งบล็อกสัญญาณในแต่ละคาบเวลา T ในแต่ละสล็อตนั้นจะมีค่าคาบเวลาเท่ากับ T/N จำนวนบิตที่สามารถใช้ในการส่งสัญญาณมีค่าเท่ากับ $\log_2 M$ บิต

แทนค่า $N = 4$ และ $k = 2$ ดังนั้นค่า $M = 6$ ดังนั้นมีรูปแบบของการส่งสัญญาณทั้งหมด 6 รูปแบบ สามารถแทนจำนวนบิตจำนวน 3 บิต ซึ่งแทนค่าสัญลักษณ์ 000, 001, 010, 011, 100 และ 101 ตามลำดับ มีลักษณะดังรูปที่ 2.15

2.7.4.1 อัตราการส่งผ่านข้อมูล (Throughput) ของการผสมสัญญาณแบบ Multi-pulse

Pulse Position Modulation

จากรูปแบบของ MPPM มีค่าเป็น $M = \binom{N}{k}$ โดยที่ค่า k เป็นจำนวนของ k พัลส์ที่ส่งไปในหนึ่งสัญลักษณ์ซึ่งอยู่ในช่วง $1 \leq k \leq \frac{N}{2}$ ดังนั้นอัตราการส่งผ่านข้อมูลของ MPPM

$$rT_s = \frac{\ln \left[\binom{N}{k} \right]}{N} \quad \text{nat/slot} \quad (2.32)$$

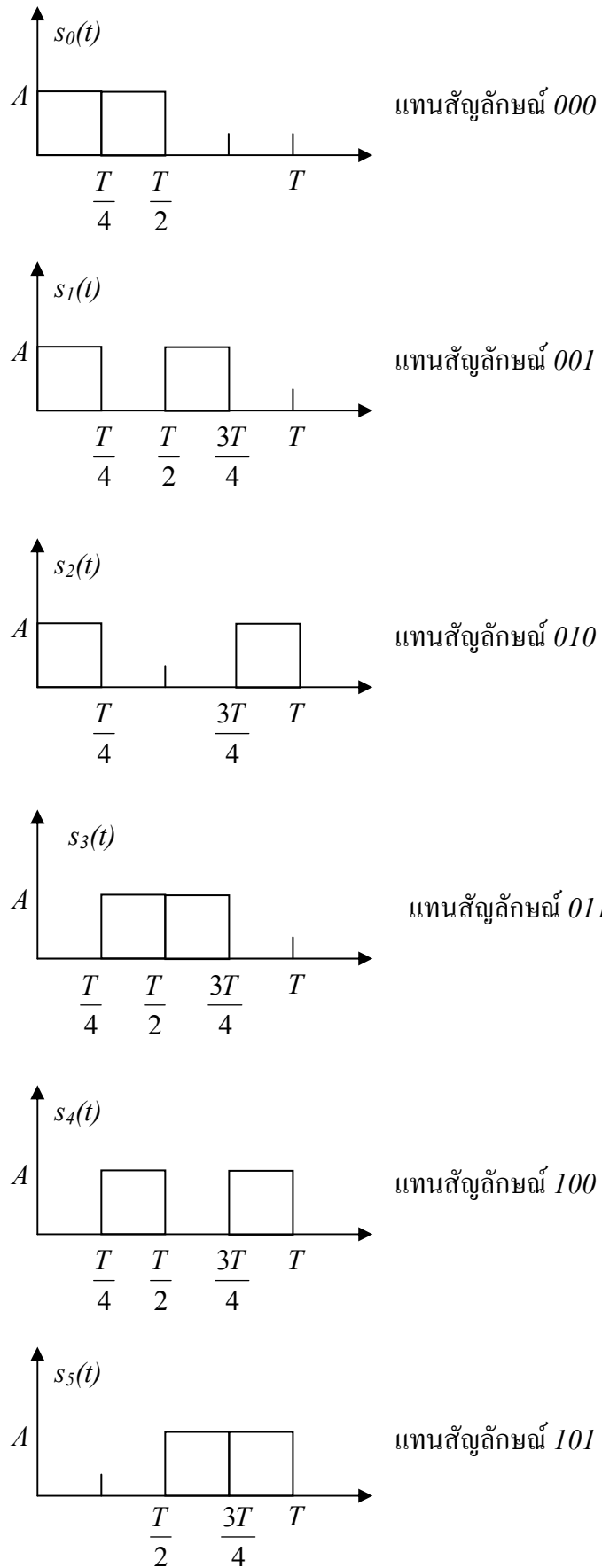
สามารถหาขอบเขตอัตราการส่งผ่านข้อมูลของ MPPM จากตัวอย่างใน Cover and Thomas จะได้

$$h\left(\frac{k}{N}\right) - \frac{\ln(1+N)}{N} \leq rT_s \leq h\left(\frac{k}{N}\right) \quad (2.33)$$

เมื่อ $h(x)$ เป็น Binary entropy function

$$h(x) = -x \ln(x) - (1-x) \ln(1-x) \quad (2.34)$$

และ $\frac{k}{N}$ เป็นเหมือนกับค่าโอกาสการเกิดของพัลส์สล็อตในลำดับของ MPPM [16]



รูปที่ 2.15 ตัวอย่างของรูปแบบการแทนค่าของสัญญาณเมื่อค่า $N=4$, $k=2$ ดังนั้นค่า $M=6$

2.7.5 การผสมสัญญาณแบบ Overlapping Pulse Position Modulation (OPPM)

การผสมสัญญาณแบบ OPPM เป็นกระบวนการผสมสัญญาณที่พัฒนาขึ้นเพื่อปรับปรุงประสิทธิภาพในการใช้แบนด์วิดท์ โดยการนำเอาเทคนิคการเหลื่อมล้ำ (overlapping) ใช้งานร่วมกับการผสมสัญญาณแบบ PPM ซึ่งวิธีนี้จะยอมให้มีหลายตำแหน่งพัลส์ ต่อความกว้างพัลส์ และให้มีการเหลื่อมล้ำระหว่างสัญลักษณ์ ซึ่งจะไม่มีผลต่อแบนด์วิดท์ในการส่งเนื่องจากการเหลื่อมล้ำกันอยู่ [19][20] โดยมีลักษณะการส่งสัญญาณดังรูปที่ 2.16

จากรูปกำหนดให้ N เป็นจำนวนของ pulse-position ต่อความกว้างพัลส์และ Q เป็นจำนวนของพัลส์ ที่ไม่ถูก overlap ในหนึ่งบล็อกสัญญาณ ซึ่งสามารถนำค่าทั้งสองมาหาความสัมพันธ์เพื่อหาจำนวนรูปแบบทั้งหมดที่สามารถทำการส่งแบบ Overlapping ได้ดังนี้

$$M = N(Q-1)+1 \quad (2.35)$$

M คือจำนวนรูปแบบทั้งหมดที่เป็นไปได้ในการส่งสัญญาณในหนึ่งบล็อกสัญญาณ ในแต่ละคาบเวลา T ในแต่ละสล็อตนั้นจะมีค่าคาบเวลาเท่ากับ T/NQ จำนวนบิตที่สามารถใช้ในการส่งสัญญาณมีค่าเท่ากับ $\log_2 M$ บิต

แทนค่า $N = 3$ และ $Q = 2$ ดังนั้นค่า $M = 4$ ดังนั้นมีรูปแบบของการส่งสัญญาณทั้งสิ้นสัญญาณ สามารถแทนจำนวนบิตจำนวน 2 บิต ซึ่งแทนค่าสัญลักษณ์ 00, 01, 10 และ 11 ตามลำดับ มีลักษณะดังรูปที่ 2.17

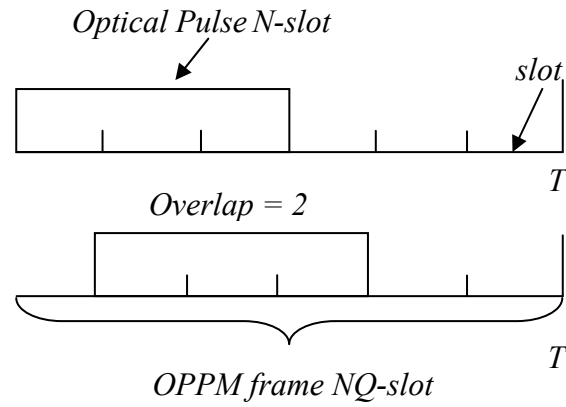
2.7.5.1 อัตราการส่งผ่านข้อมูล (Throughput) ของการผสมสัญญาณแบบ Overlapping Pulse Position Modulation

จากงานวิจัยของ G.M.Lee และ G.W.Schroeder [19] นำเสนอว่า OPPM เป็นรูปแบบการผสมสัญญาณที่เหมือนกับ PPM เพียงแต่จะยอมให้มี Pulse-position ต่อ pulse width มากกว่าหนึ่งตำแหน่ง แต่ยังคงไว้ซึ่งคุณสมบัติที่ดีของ PPM เช่น พลังงานในสัญญาณที่เท่ากัน

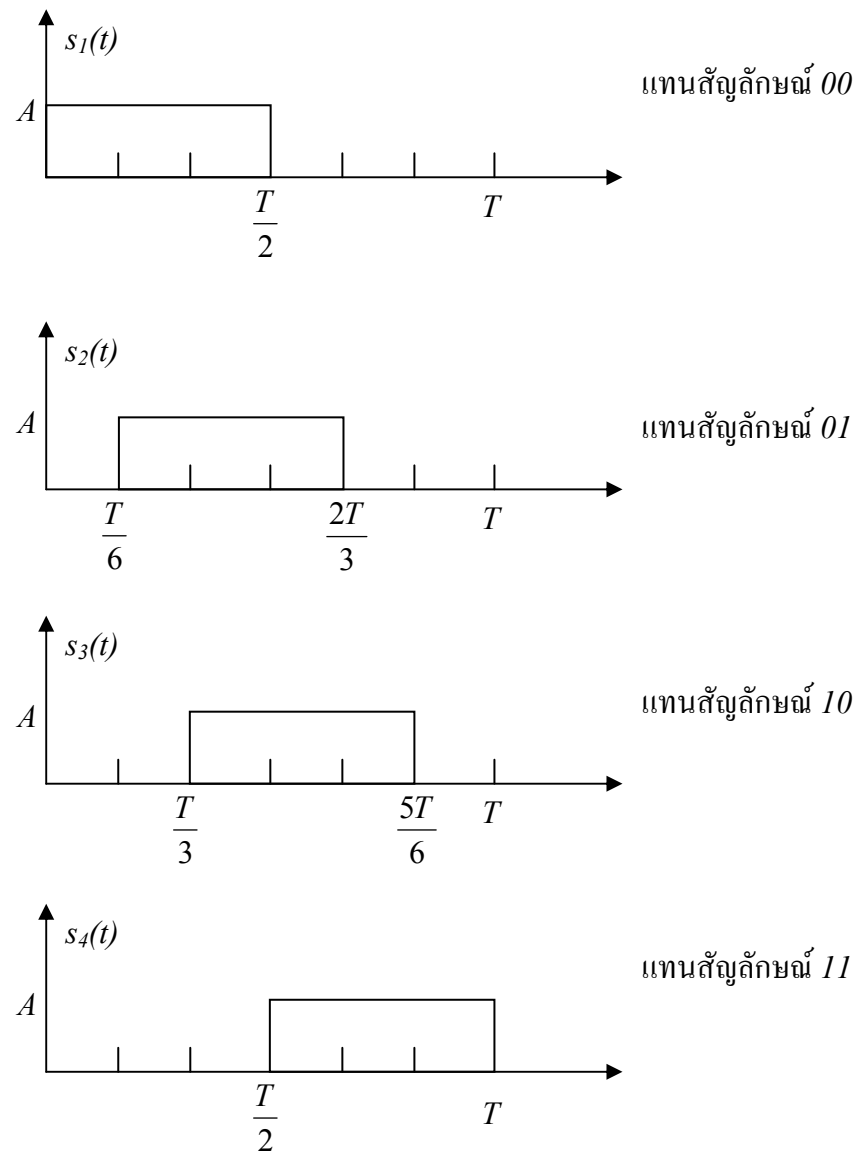
ถ้า Q เป็นจำนวน Pulse-position ในหนึ่ง สัญลักษณ์ โดยที่ $Q = \frac{T}{T_s}$ และ N เป็นจำนวนของ Pulse-position ต่อ pulse width (Index of overlap) เมื่อจำนวนของ OPPM Symbols ทั้งหมด หา ค่าได้จากสมการสำหรับที่ $N = 1$ ค่า OPPM Symbols จะมีค่าเท่ากับ PPM Symbols ดังนั้นจะได้ขอบเขต Throughput ของ OPPM มีค่าเท่ากับ

$$rT_s = \frac{\ln(N(Q-1)+1)}{Q} \leq \frac{\ln(N+1)}{2} \quad (2.36)$$

จากสมการจะเห็นได้ว่า การเพิ่มค่า N จะทำให้ Throughput ของ OPPM เพิ่มขึ้นแต่จะมีปัญหาเกี่ยวกับการ Synchronization และ โอกาสการเกิดการผิดพลาดเพิ่มเข้ามาด้วย [16]



รูปที่ 2.16 รูปแบบการส่งสัญญาณแบบ Overlapping Pulse Position Modulation



รูปที่ 2.17 ตัวอย่างของรูปแบบการแทนค่าของสัญญาณเมื่อค่า $N=3$, $Q=2$ ดังนั้นค่า $M=4$

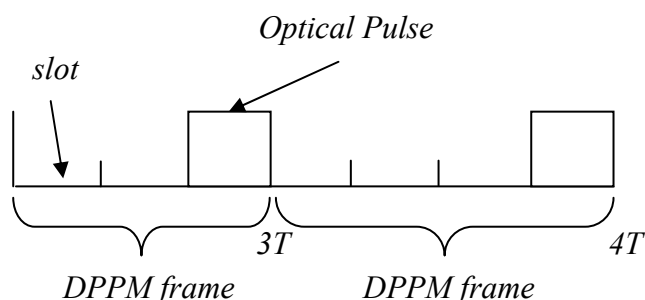
2.7.6 การผสมสัญญาณแบบ Differential Pulse Position Modulation (DPPM)

การผสมสัญญาณแบบ DPPM เป็นกระบวนการผสมสัญญาณที่พัฒนาขึ้นเพื่อปรับปรุงประสิทธิภาพในการใช้แบนด์วิดท์ โดยใช้เทคนิค Differential มาใช้งานร่วมกับการผสมสัญญาณแบบ PPM ซึ่งได้มาจากงานวิจัยของ D.Zwillinger [21] จะได้รูปแบบของการส่งสัญญาณดังรูปที่ 2.19 พบว่าสล็อตหลังพัลส์แสงในบล็อกสัญญาณจะถูกทำการตรวจจับสัญญาณ (Detect) แล้วทำการลบทิ้งด้วยเทคนิค Differential และบล็อกสัญญาณถัดมาจะเริ่มหลังพัลส์แสงในบล็อกสัญญาณก่อนหน้านั้น ซึ่งจะทำให้ความยาวของบล็อกสัญญาณที่ทำการส่งสั้นลงมีบล็อกสัญญาณในการส่งมากขึ้น ทำให้สามารถเพิ่มจำนวนสัญลักษณ์จากการมอดูเลตแบบ PPM เดิม จำนวนสล็อต สูงสุดในการผสมสัญญาณแบบ DPPM มีค่าเท่ากับ 2^k โดยที่ k คือจำนวนบิตที่ใช้ในการผสมสัญญาณในแต่ละคาบเวลา T ซึ่งสามารถคำนวณหาจำนวนรูปแบบพัลส์ของการผสมสัญญาณแบบ DPPM ทั้งหมดเป็น

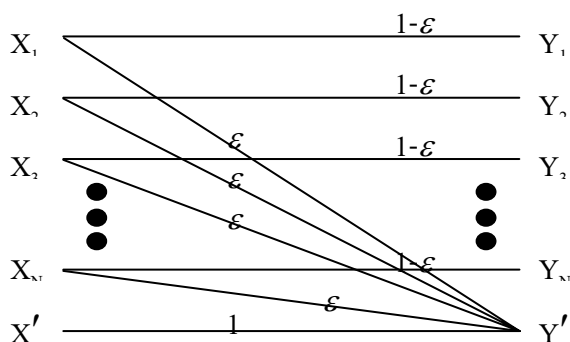
$$M = (N + 1) - \text{array } z \text{ channel} \quad (2.37)$$

refer *N - array z channel*

โดยที่ N = จำนวนความแตกต่างของ nonblank inputs ไปยัง z channel



รูปที่ 2.18 รูปแบบการส่งสัญญาณแบบ Differential Pulse Position Modulation



รูปที่ 2.19 รูปแบบของช่องสัญญาณแบบ (N+1)-ary Z

ตารางที่ 2.1 ข้อดีและข้อด้อยของการผสมสัญญาณแต่ละรูปแบบ

การผสมสัญญาณ	ข้อดี	ข้อด้อย
OOK	มีรูปแบบการผสมสัญญาณที่ง่าย ไม่ซับซ้อน	การใช้ตำแหน่งตัดสินใจทำให้เกิดความผิดพลาดสูง
BPPM	การเปรียบเทียบค่าในแต่ละคาบเวลา ทำให้มีการตัดสินใจดีกว่า OOK	ส่งข้อมูลได้เพียงบิตเดียวเท่านั้น
PPM	สามารถส่งบิตข้อมูลได้จำนวนมาก	การส่งบิตข้อมูลที่มีคาบเวลามากทำให้โอกาสเกิดสัญญาณรบกวนมาก
MPPM	เป็นการส่งหลายพัลส์แสงในคาบเวลาเดียวกันทำให้เพิ่มประสิทธิภาพในการใช้แบนด์วิดท์	เมื่อมีสัญญาณรบกวนมากกว่าพัลส์แสงใดพัลส์หนึ่งเพียงอันเดียวก็ทำให้เกิดความผิดพลาดในการตัดสินใจ
OPPM	การเหลื่อมล้ำของสัญญาณทำให้สัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นนอกขอบเขตไม่มีผลต่อการตัดสินใจ	ความซับซ้อนในการสร้างรูปแบบในการส่งมากขึ้นเมื่อมีค่า N และ Q ที่สูงขึ้น
DPPM	สามารถส่งสัญญาณได้มากและเร็วขึ้น มี Throughput ที่สูงขึ้น	การสูญเสียโดยธรรมชาติของการชิงโครไนซ์ ซึ่งจะทำให้ประสิทธิภาพของ DPPM channel ลดลง

2.8 การสื่อสารแบบโฟตอนหลายระดับ

การสื่อสารเชิงแสงแบบโฟตอนหลายระดับ (Multilevel Photon Communication) เป็นการผสมสัญญาณที่นำเอาคุณลักษณะของแสงที่สามารถมีได้หลายความเข้มแสงและตัวตรวจจับแบบโฟตอนมาใช้งาน ลักษณะของระบบการสื่อสารเชิงแสงแบบโฟตอนนั้นจะมีความคล้ายคลึงกับการผสมสัญญาณแบบแอมพลิจูดที่มีหลายระดับสัญญาณยกเว้นแต่ค่าสัญญาณใน Constellations ซึ่งจะกำหนดโดยค่าของความเข้มของพัลส์แสง การศึกษาการสื่อสารแบบโฟตอนหลายระดับนั้นเริ่มทำการศึกษาที่ระดับสัญญาณของโฟตอนแบบสี่ระดับ เพื่อเป็นพื้นฐานของการผสมสัญญาณของโฟตอนในระดับสูงที่มีความซับซ้อนมากขึ้นต่อไป ซึ่งเป็นการผสมสัญญาณที่เสนอโดย Tomohiko Uyematsu Kenichiro Kikuchi และ Kohichi Sakaniwa [22]

2.8.1 การสื่อสารแบบโฟตอนสี่ระดับ (4-level Photon Communication)

การผสมสัญญาณแบบโฟตอนสี่ระดับเป็นกรณีวิธีการผสมสัญญาณของโฟตอนหลายระดับที่ง่ายที่สุด โดยข้อมูลดิจิทัลที่ส่งผ่านช่องสัญญาณจะได้รับการพิจารณาครั้งละ 2 บิต ซึ่งจะสามารถแทนด้วยสัญญาณพัลส์จำนวนสี่รูปแบบ ที่มีขนาดความกว้างพัลส์เท่ากับ T วินาที และมี

ค่าเฉลี่ยของโฟตอนเท่ากับ α_i ($i = 0, 1, 2, 3$) [22] ซึ่งลักษณะของสัญญาณทั้งสี่รูปแบบแสดงได้ดังรูปที่ 2.21

เมื่อค่าความน่าจะเป็นของการเกิดสัญญาณทั้งหมดมีค่าเท่ากัน ค่าเฉลี่ยของกำลังงานของการส่งมีค่าเท่ากับ

$$P_4 = \frac{1}{4T} \sum_{i=0}^3 \alpha_i \quad (2.38)$$

ลักษณะของสัญญาณของทั้ง 4 รูปแบบเป็นดังนี้

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= 0 \\ \alpha_1 &= \frac{1}{9} (\alpha - 4n + 4\sqrt{n(\alpha + n)}) \\ \alpha_2 &= \frac{4}{9} (\alpha - n + \sqrt{n(\alpha + n)}) \\ \alpha_3 &= \alpha \end{aligned} \quad (2.39)$$

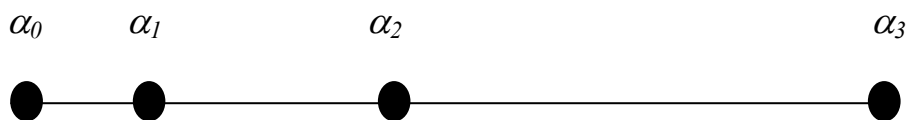
โดยสามารถแสดงรูปแบบของแต่ละระดับสัญญาณ ดังรูปที่ 2.21

ที่ภาครับของการสื่อสารแบบโฟตอนสี่ระดับจะมีรูปแบบของการตัดสินใจอยู่สองรูปแบบ ซึ่งรูปแบบแรกเป็นรูปแบบที่นำเสนอขึ้นเรียกว่าการตัดสินใจแบบประมาณ ส่วนแบบที่สองจะเป็นการตัดสินใจแบบคำนวณ [23] ส่วนรายละเอียดของการประมาณค่าและการคำนวณได้แสดงไว้ในภาคผนวก ก

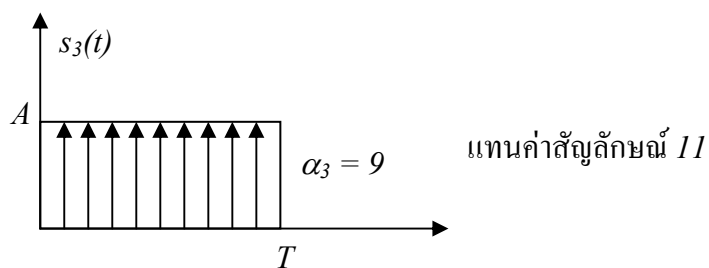
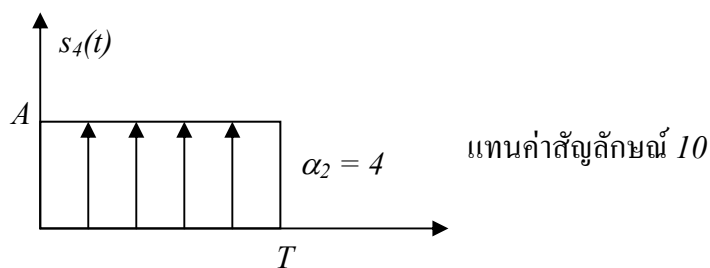
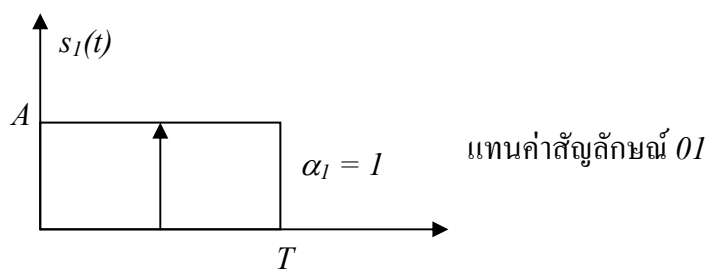
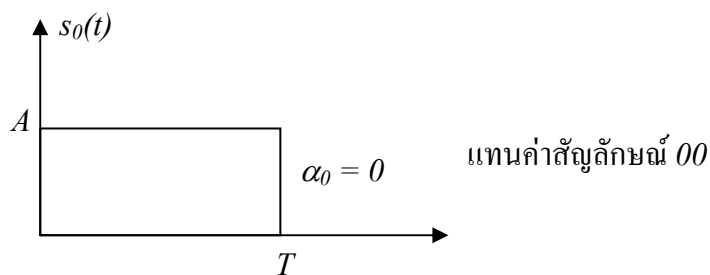
2.8.2 การสื่อสารแบบโฟตอนสี่ระดับที่ใช้งานร่วมกับไบนารีพัลส์โพสิชันมอดูเลชัน

การสื่อสารของโฟตอนแบบหลายระดับสามารถนำมาประยุกต์ใช้งานกับการผสมสัญญาณแบบไบนารีพัลส์โพสิชันมอดูเลชัน (Binary Pulse Position Modulation : BPPM) โดยนำมาประยุกต์ใช้งานกับการสื่อสารแบบโฟตอนสามระดับซึ่งสามารถแทนด้วยสัญญาณแบบไบนารีขนาด 3 บิต ซึ่งจะสามารถแทนด้วยสัญญาณพัลส์จำนวน 6 รูปแบบ ซึ่งมีขนาดความกว้างพัลส์เท่ากับ $T/2$ วินาที และมีค่าเฉลี่ยของโฟตอนเท่ากับ α_i ($i = 0, 1, 2$) ลักษณะของสัญญาณของทั้งหกรูปแบบเป็นดังรูปที่ 2.22

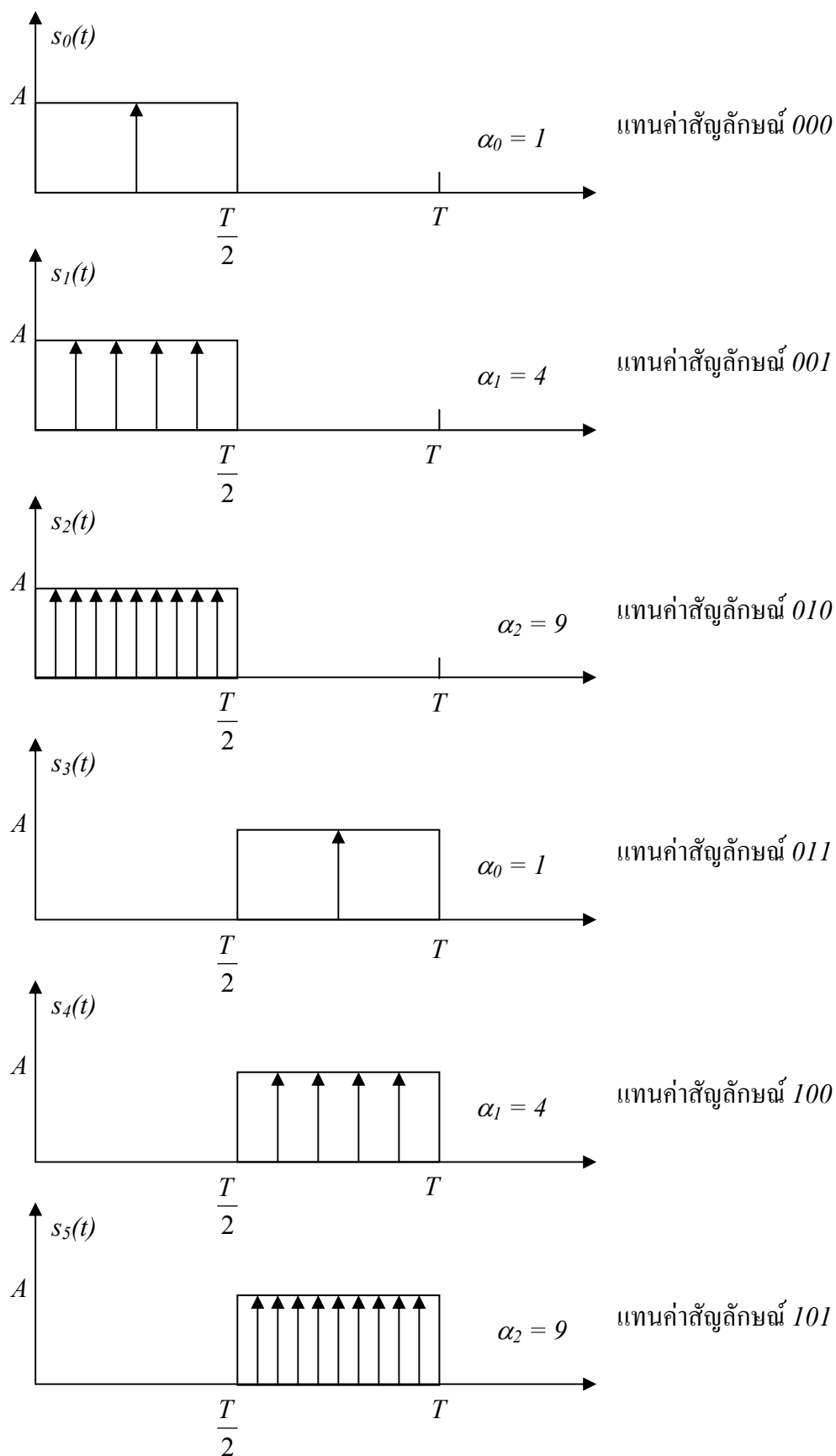
จากพื้นฐานที่กล่าวมาทั้งหมดนี้จะนำมาทำการออกแบบทดสอบกระบวนการผสมสัญญาณในรูปแบบต่างๆ โดยใช้พื้นฐานของระบบสื่อสารโดยทั่วไป เพื่อดูประสิทธิภาพของการทำงานของ การผสมสัญญาณในรูปแบบต่างๆ และออกแบบรูปแบบการผสมสัญญาณเชิงแสงรูปแบบใหม่เพื่อนำมาใช้งานต่อไปในอนาคต



รูปที่ 2.20 รูปแบบของสัญญาณแบบโฟตอนสี่ระดับ



รูปที่ 2.21 รูปแบบของระดับสัญญาณสำหรับการผสมสัญญาณแบบโฟตอนสี่ระดับ



รูปที่ 2.22 รูปแบบของระดับสัญญาณสำหรับการผสมสัญญาณแบบโพตอนที่ใช้งานร่วมกับการผสมสัญญาณแบบไบนารีพัลส์โพสิชันมอดูเลชัน