บทที่ 4
การพัฒนาแบบจำลองระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท

4.1 บทนำ

ในบทนี้จะกล่าวถึงการพัฒนาแบบจำลองเพื่อหาค่าความจุช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท โดยอาศัยแบบจำลองที่ได้จากการศึกษาวิจัยที่ผ่านมาเป็นพื้นฐานในการนำมาพัฒนา โดยพิจารณาผลที่เกิดจากแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศ เพื่อนำผลที่ได้จากการพัฒนาในจำลองแบบหาค่าความจุช่องสัญญาณ และวิเคราะห์ผลที่ได้ต่อไป

4.2 การวิเคราะห์และพัฒนาแบบจำลองความจุช่องสัญญาณ

สำหรับระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท เราสามารถพิจารณาผลกระทบที่มีต่อแบบจำลองช่องสัญญาณที่เกิดจากคุณสมบัติของสายอากาศที่ใช้ ซึ่งโดยทั่วไปแล้วคุณสมบัติของสายอากาศที่มีการนำมาพิจารณา ได้แก่

1) แบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศแต่ละองค์ประกอบ (element radiation pattern)

2) รูปแบบการจัดวางสายอากาศแบบแถวลำดับ (array configuration)

3) ชนิดของโพลาไรเซชันของสายอากาศแต่ละองค์ประกอบ (element polarization)

4) ค่าผลจากการมิวชวลคัปปลิ้ง

สำหรับในงานวิจัยนี้จะพิจารณาเฉพาะผลจากแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศแต่ละองค์ประกอบ ที่ส่งผลกับความความจุช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุทโดยอาศัยการพัฒนาแบบจำลองโดยพิจารณาส่วนของอัตราขยายช่องสัญญาณเดิม และแยกพิจารณาส่วนของแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศออกจากอัตราขยายช่องสัญญาณเดิม เพื่อให้สามารถพิจารณาผลที่เกิดขึ้นได้ชัดเจนขึ้น

4.2.1 แบบจำลองสำหรับแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศสองมิติ

ในบทที่ผ่านเราได้อธิบายถึงระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุทที่มีผู้ใช้งานคนเดียวในย่านความถี่ที่เป็นแถบความถี่แคบ โดยให้จำนวนสายอากาศด้านส่งเป็น N_T และจำนวนสายอากาศด้านรับเป็น N_R โดยมีค่าเฉลี่ยของสายอากาศทั้งด้านรับ และด้านส่งมีค่าเท่ากัน

ความสัมพันธ์แบบเชิงเส้นของสัญญาณที่ได้รับที่สายอากาศภาครับ และสัญญาณที่ส่งออกที่สายอากาศภาคส่ง สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเวคเตอร์ได้ดังนี้

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n} \tag{4.1}$$

โดยที่ $\mathbf{y}$ แทนเวคเตอร์สัญญาณที่ภาครับขนาด $N_R \times 1$

$\mathbf{x}$ แทนเวคเตอร์สัญญาณที่ภาคส่งขนาด $N_T \times 1$

$\mathbf{n}$ แทนเวคเตอร์สัญญาณรบกวนแบบเกาส์เซียนที่มีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์ และมีความแปรปรวนเท่ากับ σ^2

$\mathbf{H}$ แทนนอร์มอลไลซ์เวคเตอร์ช่องสัญญาณที่มีขนาด $N_R \times N_T$

ซึ่ง $\mathbf{H}$ สามารถเขียนแทนได้ดังนี้

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \cdots & h_{1N_T} \\ h_{21} & h_{22} & \cdots & h_{2N_T} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ h_{N_R1} & h_{N_R2} & \cdots & h_{N_RN_T} \end{bmatrix} \tag{4.2}$$

โดยที่แต่ละองค์ประกอบ h_{mn} จะแสดงค่าอัตราขยายเชิงซ้อน ระหว่างสายอากาศภาคส่งตัวที่ n กับสายอากาศภาครับตัวที่ m

หากเราพิจารณาที่สายอากาศภาครับที่มีผลที่เกิดจากอัตราขยายช่องสัญญาณแต่ละคู่แทนด้วย h_{mn} ซึ่งแบบจำลองช่องสัญญาณย่อย ๆ แต่ละช่องสัญญาณ หรือ เมื่อพิจารณาระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุทที่มีจำนวนสายอากาศภาครับ และภาคส่งเพียงองค์ประกอบเดียว เราสามารถเขียนความสัมพันธ์ได้เป็น

$$y = hx + n \tag{4.3}$$

โดยที่ y แทนสัญญาณที่ภาครับ x แทนสัญญาณที่ภาคส่ง n แทนสัญญาณรบกวนที่ภาครับ และ h แทนอัตราขยายช่องสัญญาณ

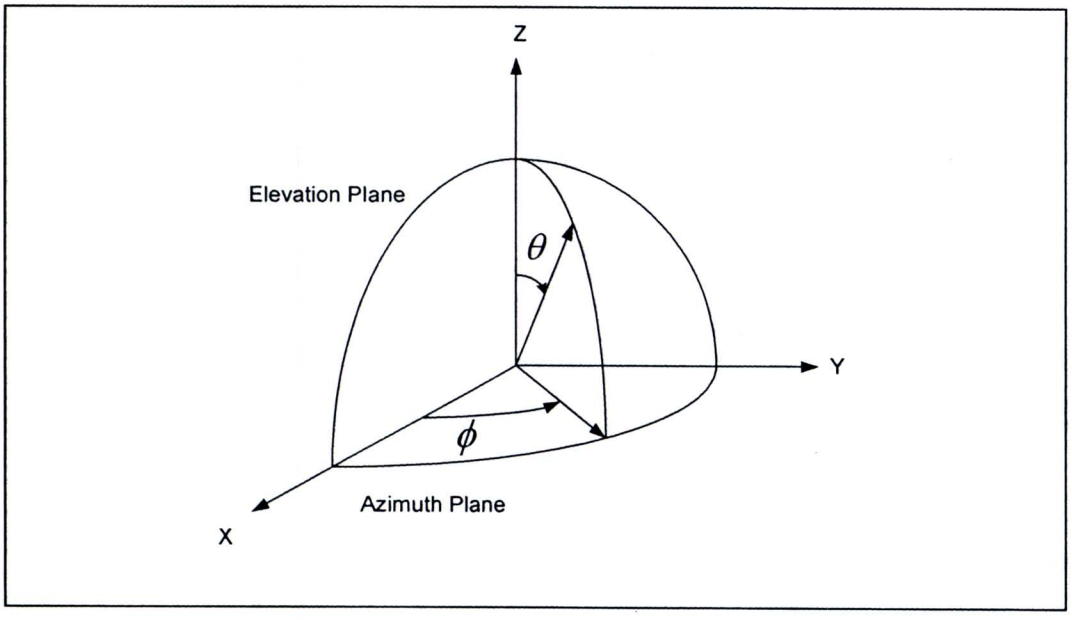
จากที่ได้อธิบายพื้นฐานด้านสายอากาศไว้ในบทที่ 2 นั้นเราสามารถพิจารณาแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศจากอัตราขยายสายอากาศ โดยอัตราขยายสายอากาศเป็น

ความสัมพันธ์ได้มาจากสภาพเจาะจงทิศทาง (directivity) โดยรวมประสิทธิภาพของสายอากาศเข้ามาด้วย ในขณะที่สภาพเจาะจงทิศทางจะอธิบายคุณสมบัติในการ ชี้ทิศทางของสายอากาศเท่านั้น

อัตราขยายของสายอากาศในทิศทางที่กำหนดให้นั้น มีค่าเท่ากับ 4π คูณกับอัตราส่วนของความเข้มข้นของการแผ่พลังงาน (radiation intensity) ของคลื่นในทิศทางนั้นต่อกำลังงานสุทธิที่สายอากาศ ที่รับจากขั้วต่อของสายอากาศตามสมการ (2.97) เราสามารถเขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเข้มของการแผ่พลังงานของคลื่นกับสนามไฟฟ้าของสายอากาศในบริเวณแผ่พลังงานสนามไกลได้ดังแสดงไว้ในสมการ (2.77) โดยเราสามารถแทนค่าจากสมการ (2.97) ลงในสมการ (2.77) ได้ดังนี้

$$G(\theta,\phi) = k\left[\left|E_\theta^\circ(\theta,\phi)\right|^2 + \left|E_\phi^\circ(\theta,\phi)\right|^2\right] \tag{4.4}$$

โดยที่ $G(\theta,\phi)$ แทนอัตราขยายสายอากาศในทิศทาง ϕ สำหรับระนาบแนวตั้ง (elevation plane) และ θ สำหรับระนาบแนวนอน (azimuth plane) ดังแสดงในรูปที่ 4.1 และ k มีค่าเท่ากับ $4\pi/2\eta P$ เมื่อ $P = P_{in}$ ซึ่งเป็นกำลังงานที่ป้อนให้กับสายอากาศ

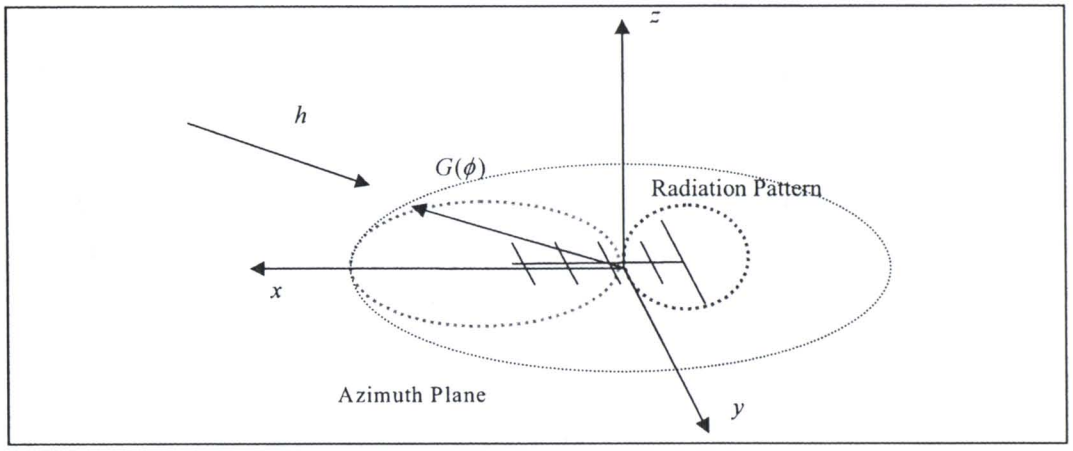


รูปที่ 4.1 ค่ามุมและระนาบในลักษณะสามมิติ

จากสมการ (4.4) เราสามารถพิจารณาว่าค่าอัตราขยายสัมพันธ์กับแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศในลักษณะสองมิติ โดยพิจารณาเฉพาะระนาบแนวนอนได้เป็น

$$G(\phi) = k\left[\left|E_{\phi}^{\circ}(\phi)\right|^2\right] \tag{4.5}$$

นั่นแสดงว่าเราสามารถใช้แบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศในรูปแบบที่เป็นอัตราขยายได้ ซึ่งในแบบจำลองทั่วไป จะใช้สายอากาศแบบไอโซทรอปิกที่จะให้อัตราขยายของสายอากาศมีค่าเท่ากันในทุกทิศทาง หรือหากเราพิจารณาโดยการใช้สายอากาศที่มีอัตราขยายในแต่ละทิศทางมีค่าไม่เท่ากัน จะสามารถพิจารณาค่าอัตราขยายช่องสัญญาณที่รับได้ที่ภาครับในทิศทางต่าง ๆ ในระนาบสองมิติได้ดังรูปที่ 4.2



รูปที่ 4.2 อัตราขยายสัญญาณและอัตราขยายสายอากาศที่พิจารณาในระนาบแนวนอน

จากรูปเราสามารถเขียนอัตราขยายช่องสัญญาณที่พิจารณาผลที่เกิดจากอัตราขยายสายอากาศ ซึ่งสามารถเขียนใหม่ได้ดังนี้

$$h_a = G(\phi)h \tag{4.6}$$

โดยที่ $G(\phi)$ แทนอัตราขยายสายอากาศซึ่งพิจารณาเพียงสองมิติตามสมการ (4.5) นั่นคือจะพิจารณาเฉพาะในระนาบแนวนอนที่สายอากาศวางอยู่ ส่วน h แทนอัตราขยายช่องสัญญาณ และ h_a แทนอัตราขยายช่องสัญญาณที่พิจารณาผลที่เกิดจากอัตราขยายสายอากาศร่วมด้วย เมื่อพิจารณาเฉพาะในระนาบสองมิติ จากสมการ (4.6) เราสามารถพิจารณาขยายไปสู่ระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุทที่มีจำนวนสายอากาศที่มากกว่าหนึ่งโดยแทนค่าสมการ (4.6) ลงในสมการ (4.2) จะได้สมการช่องสัญญาณระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุทดังนี้

$$\mathbf{H}_a = \begin{bmatrix} G(\phi_{11})h_{11} & G(\phi_{12})h_{12} & \cdots & G(\phi_{1N_T})h_{1N_T} \\ G(\phi_{21})h_{21} & G(\phi_{22})h_{22} & \cdots & G(\phi_{2N_T})h_{2N_T} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ G(\phi_{N_R1})h_{M1} & G(\phi_{N_R2})h_{N_R2} & \cdots & G(\phi_{N_RN_T})h_{N_RN_T} \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

โดยที่ $h_{N_RN_T}$ แทนอัตราขยายช่องสัญญาณจากสายอากาศภาคส่งตัวที่ N_T มายังสายอากาศภาครับตัวที่ N_R โดยได้พิจารณาผลอัตราขยายของสายอากาศตัวที่ N_R เข้าไปด้วยแล้ว

จากสมการ (4.7) เราสามารถเขียนสมการแบบจำลองจากสมการ (4.1) ได้ใหม่เป็น

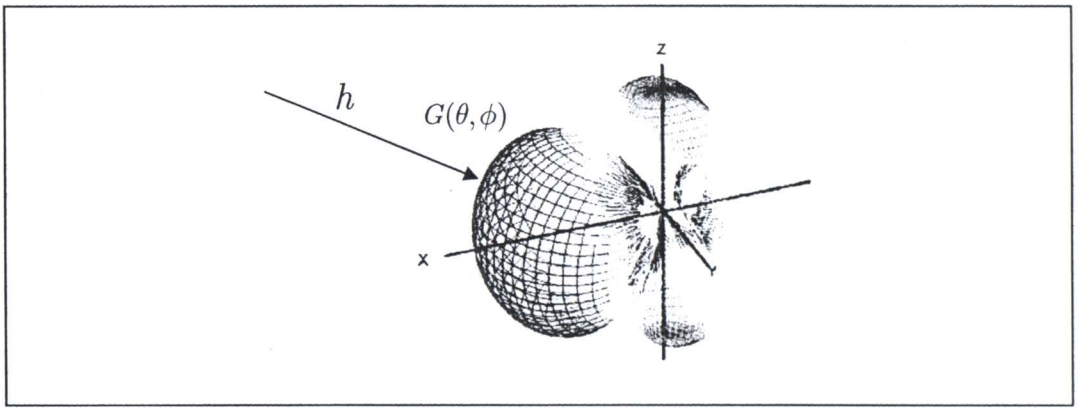
$$\mathbf{y} = \mathbf{H}_a\mathbf{x} + \mathbf{n} \quad (4.8)$$

ในทำนองเดียวกันโดยอาศัยแบบจำลองระบบที่มีกำลังงานที่ส่งเท่ากัน (Gesbert, Shafi, Shiu, Smith and Naguib, 2003) และนิยามคุณลักษณะของระบบดังได้กล่าวไว้ในบทที่ 3 ดังนั้นเราสามารถหาค่าความจุช่องสัญญาณของแบบจำลองในสมการ (4.8) ได้เป็น

$$C_{2D} = \log_2\left[\det\left(\mathbf{I} + \frac{\rho}{N_T}\cdot\mathbf{H}_a\mathbf{H}_a^{\dagger}\right)\right] \quad (4.9)$$

4.2.2 แบบจำลองสำหรับแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศสามมิติ

โดยทั่วไปในการใช้งานจริงนั้น จะเป็นการใช้งานในสภาวะแวดล้อมลักษณะที่เป็นสามมิติ ดังนั้นหากเราพิจารณาที่สายอากาศภาครับในลักษณะสามมิติ เราจะต้องทำการพิจารณาค่าอัตราขยายของสายอากาศที่มีผลจากอัตราขยายช่องสัญญาณแต่ละคู่ในลักษณะที่เป็นสามมิติด้วย โดยเราสามารถพิจารณาได้ทำนองเดียวกันกับแบบจำลองในลักษณะสองมิติ จากสมการ (4.3) และ (4.4) เราจะพิจารณาค่าอัตราขยายของสายอากาศที่มีผลจากอัตราขยายช่องสัญญาณใด ๆ โดยการพิจารณาค่าอัตราขยายช่องสัญญาณที่พิจารณาผลของอัตราขยายสายอากาศในลักษณะสามมิติดังแสดงในรูปที่ 4.3



รูปที่ 4.3 อัตราขยายสัญญาณและอัตราขยายสายอากาศที่พิจารณาในระนาบสามมิติ

จากรูปที่ 4.3 เราสามารถเขียนความสัมพันธ์ของอัตราขยายช่องสัญญาณได้เป็น

$$h_A = G(\theta,\phi)h \tag{4.10}$$

โดยที่ h_A แทนอัตราขยายช่องสัญญาณที่พิจารณาผลของอัตราขยายของสายอากาศในลักษณะสามมิติ และ $G(\theta,\phi)$ แทนอัตราขยายสายอากาศแบบสามมิติ จากนั้นทำการแทนค่าสมการ (4.10) ลงในสมการ (4.2) เราจะได้อัตราขยายช่องสัญญาณ ระบบมัลติเพิลอินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท โดยได้รวมผลของอัตราขยายสายอากาศในลักษณะสามมิติแทนด้วย $\mathbf{H}_A$ ดังนี้

$$\mathbf{H}_A = \begin{bmatrix} G(\theta_{11},\phi_{11})h_{11} & G(\theta_{12},\phi_{12})h_{12} & \cdots & G(\theta_{1N_T},\phi_{1N_T})h_{1N_T} \\ G(\theta_{21},\phi_{21})h_{21} & G(\theta_{22},\phi_{22})h_{22} & \cdots & G(\theta_{2N_T},\phi_{2N_T})h_{2N_T} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ G(\theta_{N_R1},\phi_{N_R1})h_{N_R1} & G(\theta_{N_R2},\phi_{N_R2})h_{N_R2} & \cdots & G(\theta_{N_RN_T},\phi_{N_RN_T})h_{N_RN_T} \end{bmatrix} \tag{4.11}$$

จากสมการ (4.11) เราสามารถเขียนสมการ (4.1) ได้ใหม่เป็น

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}_A\mathbf{x} + \mathbf{n} \tag{4.12}$$

ในทำนองเดียวกันเราสามารถหาค่าความจุช่องสัญญาณของแบบจำลองในสมการ (4.10) ได้เป็น

$$C_{3D} = \log_2\left[\det\left(\mathbf{I} + \frac{\rho}{N_T}\cdot \mathbf{H}_A \mathbf{H}_A^{\dagger}\right)\right] \tag{4.13}$$

4.3 สรุป

ในบทนี้ได้ อธิบายการพัฒนาแบบจำลองเพื่อหาค่าความจุช่องสัญญาณระบบมัลติเพิล อินพุท-มัลติเพิลเอาท์พุท โดยอาศัยแบบจำลองที่ได้จากการศึกษาวิจัยที่ผ่านมาเป็นพื้นฐานในการนำมาพัฒนา สำหรับการพิจารณาผลที่เกิดจากแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศ จะทำการพัฒนาแบบจำลองโดยแยกพิจารณาส่วนของแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศออกจากอัตราขยายช่องสัญญาณเดิม เพื่อให้สามารถพิจารณาผลที่เกิดขึ้นได้ชัดเจนขึ้น และเราสามารถพิจารณาแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศได้จากอัตราขยายสายอากาศ โดยอาศัยความสัมพันธ์ที่ได้มาจากสภาพเจาะจงทิศทางและประสิทธิภาพของสายอากาศ โดยสภาพเจาะจงทิศทางจะพิจารณาค่าของสนามไฟฟ้าของสายอากาศในบริเวณแผ่พลังงานสนามไกล ซึ่งจะพิจารณาได้ทั้งในระนาบแนวตั้ง และระนาบแนวนอน ทำให้ได้ความสัมพันธ์ของอัตราขยายสายอากาศกับค่าของสนามไฟฟ้าของสายอากาศ จากนั้นจึงนำสมการความสัมพันธ์ของอัตราขยายสายอากาศ รวมกับอัตราขยายช่องสัญญาณเดิม เพื่อพิจารณาหาค่าความจุช่องสัญญาณใหม่ที่ได้จากการพิจารณาผลของอัตราขยายสายอากาศร่วมด้วย โดยสามารถแบ่งการพิจารณาออกเป็นลักษณะสองมิติ และสามมิติ เพื่อนำผลแบบจำลองที่ได้ ไปการพัฒนาเป็นโปรแกรม เพื่อใช้ในจำลองแบบหาค่าความจุช่องสัญญาณ และใช้อ้างอิงในการวัดผลและวิเคราะห์ผลที่ได้ต่อไป