



ใบรับรองวิทยานิพนธ์
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต (วิศวกรรมเครื่องกล)

ปริญญา

วิศวกรรมเครื่องกล

วิศวกรรมเครื่องกล

สาขา

ภาควิชา

เรื่อง การวิเคราะห์ความเสียหายของโอดัมริงของปั๊มแบบก้นหอยโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

A Failure Analysis of Oldham Ring of Scroll Pump by Finite Element Method

นามผู้วิจัย นายวีระยุทธ สิจิวัฒน์

ได้พิจารณาเห็นชอบโดย

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์พิชัย กฤษไมตรี, Ph.D.)

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม

(รองศาสตราจารย์ประกอบ สุรวัฒนาวรรณ, Ph.D.)

หัวหน้าภาควิชา

(รองศาสตราจารย์ชวลิต กิตติชัยการ, Ph.D.)

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์รับรองแล้ว

(รองศาสตราจารย์กัญญา ธีระกุล, D.Agr.)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

วันที่ เดือน พ.ศ.

สืบสีตธี มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

วิทยานิพนธ์

เรื่อง

การวิเคราะห์ความเสียหายของ โอลด์แฮมริงของปั๊มแบบก้นหอยโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

A Failure Analysis of Oldham Ring of Scroll Pump by Finite Element Method

โดย

นายวีระยุทธ์ สิริวัฒน์

เสนอ

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

เพื่อความสมบูรณ์แห่งปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต (วิศวกรรมเครื่องกล)

พ.ศ. 2553

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

วีระยุทธ์์ สิขิวัดน์ 2553: การวิเคราะห์ความเสียหายของโอดด์แฮมริงของปั๊มแบบก้น
หอยโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต (วิศวกรรมเครื่องกล)
สาขาวิศวกรรมเครื่องกล ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก:
ผู้ช่วยศาสตราจารย์พิชัย กฤษไมตรี, Ph.D. 168 หน้า

งานวิจัยนี้ ได้นำสมการพีชคณิตของปั๊มน้ำแบบก้นหอยมาออกแบบและสร้างแบบจำลอง
ปั๊มน้ำแบบก้นหอยในโปรแกรมสำเร็จ Solid Works แล้วจึงนำแบบจำลองดังกล่าวไปวิเคราะห์
ด้วยโปรแกรม ABAQUS ซึ่งโปรแกรมทางด้านการวิเคราะห์ปัญหาด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิ
เมนต์ โดยในการวิเคราะห์จะทำการวิเคราะห์ในส่วนของตัวใบพัดเคลื่อนที่ของปั๊มน้ำแบบก้นหอย
ที่มีการเคลื่อนสัมพัทธ์กับ โอดด์แฮมริง (Oldham Ring) ซึ่งเป็นอุปกรณ์ป้องกันการหมุนอิสระรอบ
แกนเพลลาขับของใบพัดเคลื่อนที่ ทั้งนี้เนื่องจากระหว่างการเคลื่อนตามกระบวนการทำงานดังกล่าว
จะเกิดการสัมผัสกันระหว่างผิวสัมผัสของชิ้นส่วนทั้งสอง โดยเป็นไปในลักษณะของการชนเชิง
สัมผัสแบบพลศาสตร์ (Contact/Impact Dynamics) ซึ่งข้อมูลต่างๆที่ใช้ในการวิเคราะห์นั้นได้มา
จากข้อมูลในขั้นตอนของการออกแบบปั๊มแบบก้นหอย โดยมีความเร็วรอบจากมอเตอร์ขับที่ 1450
รอบต่อนาที และหลังจากที่ได้ผลของการวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แล้ว ก็นำผลที่
ได้เปรียบเทียบกับทดสอบจริงว่า ตำแหน่งของความเสียหายต่างๆที่เกิดขึ้นมีความสอดคล้อง
มากน้อยแค่ไหน และหลังจากนั้นจึงนำผลสรุปดังกล่าวที่ได้ไปประยุกต์ใช้ในการปรับปรุงในการ
ออกแบบปั๊มน้ำแบบก้นหอยในครั้งต่อไป

ผลการทดสอบในงานวิจัยนี้ แสดงให้เห็นว่าตัวโอดด์แฮมริง (Oldham Ring) นั้นจะเกิด
ค่าความเค้นมากที่สุดที่มุมองศาของการเคลื่อนที่ของใบพัดก้นหอย $\theta = 126^\circ$ ในแต่ละรอบ
ของวัฏจักรการเคลื่อนที่ของปั๊มน้ำแบบก้นหอย โดย โดยค่าดังกล่าวนี้เมื่อเทียบกับการทดสอบจริง
ผลปรากฏว่า โอดด์แฮมริง (Oldham-Ring) เกิดการเสียหายเนื่องจากการชนเชิงสัมผัสแบบซ้ำๆใน
ระหว่างการทดสอบ สอดคล้องกับตำแหน่งและบริเวณเดียวกันกับตำแหน่งที่ได้จากการวิเคราะห์
โดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ลายมือชื่อนิสิต

ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

Weerayut Sikhiwat 2010: A Failure Analysis of Oldham Ring of Scroll Pump by Finite Element Method. Master of Engineering (Mechanical Engineering), Major Field: Mechanical Engineering, Department of Mechanical Engineering. Thesis Advisor: Assistant Professor Phichai Kritmaitree, Ph.D. 168 pages.

This research presents design and analysis of a scroll pump. The fixed and orbiting scrolls mathematical models were used in design and construction of the scroll pump. The coordinates of the curves along the fixed and orbiting scroll wraps were calculated by the Matlab program. The scroll pump was modeled by the Solid Work program and analyzed by the ABAQUS program, which uses numerical analysis by the finite element method. The objective of this research is to use the finite element method to analyze the failure of the Oldham Ring due to impacting the orbiting scroll inside of the scroll pump. The relative motion of the orbiting scroll and Oldham Ring have impact/contact dynamics between their coupled contact surfaces. Any information and data used during the analysis were obtained from information and data used in design step. The angular velocity data taken from the design step was used in the analysis step and was calculated from the speed of the motor at 1450 rpm. After obtaining results by using the finite element method, analysis then predicted the results from the test data and compared for benefit to better design and developed the scroll pump in later models.

The results demonstrated maximum stress at each cycle of the orbiting motion. Nevertheless, the comparison between test results and analysis results are required. In conclusion, analysis results corresponded with the test results for position and area of the failure.

Student's signature

Thesis Advisor's signature

กิตติกรรมประกาศ

ข้าพเจ้าขอกราบขอบพระคุณท่าน ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พิชัย กฤษไมตรี ประธาน
กรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่ได้ช่วยเหลือในการให้คำปรึกษาและวางแผนในการดำเนินงาน
วิจัยครั้งนี้ ตลอดจนการตรวจแก้ไขวิทยานิพนธ์จนกระทั่งเสร็จสมบูรณ์ และขอกราบขอบพระคุณ
ท่านรองศาสตราจารย์ ดร.ประกอบ สุรวัฒนาวรรณ ที่ได้ให้คำปรึกษาและคำแนะนำในการทำงาน
วิจัยนี้ให้สำเร็จลุล่วงไปด้วยดี

ขอกราบขอบพระคุณอาจารย์ประจำภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกลทุกท่าน ที่ได้ให้คำแนะนำ
ที่เป็นประโยชน์ต่องานวิจัยนี้ ขอขอบคุณรุ่นพี่และรุ่นน้องทุกคนที่ได้ให้คำแนะนำและคอย
ช่วยเหลือในงานวิจัยครั้งนี้

ขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อและคุณแม่ ที่ได้ให้คำแนะนำ ให้กำลังใจในการเรียน
ตลอดจนการทำวิทยานิพนธ์ในครั้งนี้

วิระยุทธ์์ ลิขิตวัฒน์
พฤษภาคม 2553

สารบัญ

หน้า

สารบัญ	(1)
สารบัญตาราง	(2)
สารบัญภาพ	(4)
คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ	(9)
คำนำ	1
วัตถุประสงค์	3
การตรวจเอกสาร	4
อุปกรณ์และวิธีการ	44
อุปกรณ์	44
วิธีการ	51
ผลและวิจารณ์	83
ผล	83
วิจารณ์	117
สรุปและข้อเสนอแนะ	120
สรุป	120
ข้อเสนอแนะ	120
เอกสารและสิ่งอ้างอิง	122
ภาคผนวก	124
ภาคผนวก ก ทฤษฎีการคำนวณและ FEM Model	125
ภาคผนวก ข ตัวอย่างการคำนวณ	142
ภาคผนวก ค รายละเอียดและขนาดของป้มน้ำแบบก้นหอย	163
ประวัติการศึกษา และการทำงาน	168

สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
1	คุณสมบัติทางกายภาพของวัสดุโลหะเจืออะลูมิเนียม 7075	64
2	คุณสมบัติทางกลของวัสดุโลหะเจืออะลูมิเนียม 7075	65
3	คุณสมบัติทางไฟฟ้าของวัสดุโลหะเจืออะลูมิเนียม 7075	66
4	คุณสมบัติทางความร้อนของวัสดุโลหะเจืออะลูมิเนียม 7075	67
5	แสดงค่าความเค้นบริเวณจุด A บนกราฟของภาพที่ 51 และภาพที่ 52	90
6	แสดงค่าความเค้นบริเวณจุด B บนกราฟของภาพที่ 51 และภาพที่ 52	91
7	แสดงค่าความเค้นบริเวณจุด C บนกราฟของภาพที่ 51 และภาพที่ 52	91
8	แสดงค่าความเค้นบริเวณจุด D บนกราฟของภาพที่ 51 และภาพที่ 52	92
9	แสดงค่าความเค้นบริเวณจุด E บนกราฟของภาพที่ 51 และภาพที่ 52	92
10	แสดงค่าความเค้นบริเวณจุด F บนกราฟของภาพที่ 51 และภาพที่ 52	93
11	แสดงค่าความเค้นบริเวณจุด G บนกราฟของภาพที่ 51 และภาพที่ 52	93
12	แสดงค่าความเค้นบริเวณจุด H บนกราฟของภาพที่ 51 และภาพที่ 52	94
13	แสดงค่าความเค้นบริเวณจุด I บนกราฟของภาพที่ 51 และภาพที่ 52	94
14	แสดงค่าความเค้นบริเวณจุด J บนกราฟของภาพที่ 51 และภาพที่ 52	95
15	แสดงค่าความเค้นบริเวณจุด K บนกราฟของภาพที่ 51 และภาพที่ 52	95
16	แสดงค่าความเค้นบริเวณจุด L บนกราฟของภาพที่ 51 และภาพที่ 52	96
17	แสดงค่าความเค้นบริเวณจุด M บนกราฟของภาพที่ 51 และภาพที่ 52	96
18	แสดงค่าความเค้นบริเวณจุด N บนกราฟของภาพที่ 51 และภาพที่ 52	97
19	แสดงค่าความเค้นบริเวณจุด O บนกราฟของภาพที่ 51 และภาพที่ 52	97
20	แสดงค่าความเค้นบริเวณจุด P บนกราฟของภาพที่ 51 และภาพที่ 52	98

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่		หน้า
21	แสดงค่าความเค้นบริเวณจุด Q บนกราฟของภาพที่ 51 และภาพที่ 52	98
22	แสดงค่าความเค้นบริเวณจุด R บนกราฟของภาพที่ 51 และภาพที่ 52	99
23	แสดงค่าความเค้นบริเวณจุด S บนกราฟของภาพที่ 51 และภาพที่ 52	99
24	แสดงค่าความเค้นบริเวณจุด T บนกราฟของภาพที่ 51 และภาพที่ 52	100
25	แสดงค่า Plastic Deformation บริเวณจุด A บนกราฟของภาพที่ 56	103
26	แสดงค่า Plastic Deformation บริเวณจุด B บนกราฟของภาพที่ 56	104
27	แสดงค่า Plastic Deformation บริเวณจุด C บนกราฟของภาพที่ 56	104
28	แสดงค่า contact pressure บริเวณจุด A บนกราฟของภาพที่ 60 และ ภาพที่ 61	107
29	แสดงค่า contact pressure บริเวณจุด B บนกราฟของภาพที่ 60 และ ภาพที่ 61	108
30	แสดงค่า contact pressure บริเวณจุด C บนกราฟของภาพที่ 60 และ ภาพที่ 61	108
ตารางผนวกที่		
ข1	ผลการคำนวณหาค่าพิกัดเส้นเวียนโค้งภายในและเส้นเวียนโค้งภายนอกของ ใบพัดกั้นหอยแบบหยุดนิ่ง	145
ข2	ผลการคำนวณหาค่าพิกัดเส้นเวียนโค้งภายในและเส้นเวียนโค้งภายนอกของ ใบพัดกั้นหอยแบบเคลื่อนที่	147
ข3	การคำนวณหาจุดที่มีระยะไกลสุดและระยะใกล้สุดจากจุด (0,0)	149
ข4	ผลการคำนวณหาค่าความความดันเนื่องจากการชนเชิงสัมผัสสูงสุดในแต่ละ รอบของการเคลื่อนที่	151
ข5	ผลการคำนวณหาค่าความเค้นสูงสุดในแต่ละรอบของการเคลื่อนที่	155
ข6	ผลการคำนวณหาค่าอุบตัวแบบถาวรสูงสุดในแต่ละรอบของการเคลื่อนที่	159

สารบัญภาพ

ภาพที่		หน้า
1	เส้นเวียนก้นหอยในรูปพิกัดเชิงขั้วต่างๆ	7
2	เส้นเวียนก้นหอยรอบรูปไบพัตก้นหอยที่มุมข้อเหวี่ยง (θ) เท่ากับ 0π เรเดียน	9
3	เส้นเวียนก้นหอยรอบรูปไบพัตก้นหอยที่ค่าความแตกต่างของมุมเริ่มต้น	9
4	กระบวนการทำงานของปั้มน้ำแบบก้นหอยในหนึ่งรอบวัฏจักร	11
5	แสดงความสมดุลตามตำแหน่งใดๆในของแข็งสามมิติ	20
6	แสดงการสัมผัสกันของชิ้นส่วน Slave ที่จุดต่อ S กับส่วนของชิ้นส่วน Master	35
7	แสดงลักษณะของปัญหาการชนแบบพลศาสตร์	45
8	แสดงผลการวิเคราะห์หลังจากมีการชนแบบพลศาสตร์	47
9	แสดงผลการวิเคราะห์หลังจากมีการชนแบบพลศาสตร์	47
10	แสดงผลค่าความเค้นเนื่องจากความดันบริเวณจุดที่มีการชนเชิงสัมผัส โดยวิธีแมนตรงและวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์	48
11	แสดงผลการเปรียบเทียบความเร็วของชิ้นส่วนหลังจากมีการชน โดยวิธีแมนตรงและวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์	48
12	แสดงผลการกระจัดของชิ้นส่วนทั้งสองหลังจากมีการชน	49
13	ขั้นตอนการวิเคราะห์ความเสียหายจากการชนและทดสอบปั้มน้ำแบบก้นหอย	51
14	แสดงชิ้นส่วนที่ทำการวิเคราะห์โดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์	55
15	แสดงชิ้นส่วนของจริงที่เป็นปัญหาที่จะต้องทำการวิจัย	56
16	แสดงแบบจำลองชิ้นส่วนที่เป็นปัญหาที่จะต้องทำการวิจัย	56
17	แสดงความสัมพันธ์การเคลื่อนที่ของไบพัตก้นหอยแบบเคลื่อนที่และตัวโอลด์แฮมริงที่มุมแกนเพลลา θ ต่างๆกัน โดยมุมของแกนเพลลาเริ่มต้นที่ $\theta = 90^\circ$ เทียบกับแกน x หมุนตามเข็มนาฬิกา	57
18	กราฟความสัมพันธ์ระหว่างการเคลื่อนที่ของไบพัตก้นหอยแบบเคลื่อนที่และโอลด์แฮมริง	58
19	แสดงลักษณะการเคลื่อนตัวแบบกลับไปกลับมา (reciprocate) ของโอลด์แฮมริง	58
20	แสดงลักษณะกลไกที่มีการเคลื่อนที่สัมพัทธ์ระหว่างกัน	59

สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพที่		หน้า
21	แสดงลำดับขั้นตอนในการวิเคราะห์ปัญหาด้วย ABAQUS CAE	60
22	แสดงใบพัดหยุดนิ่งแบบก้านหอย (fixed scroll) และตัวเรือนปั๊ม(casing)	61
23	แสดงตัวโอลด์แฮมริง (Oldham Ring)	62
24	แสดงใบพัดเคลื่อนที่แบบก้านหอย (orbit scroll)	62
25	แสดงเพลลาขับ (shaft)	63
26	แสดงการประกอบชิ้นส่วนต่างเป็นปั๊มแบบก้านหอย	63
27	การประกอบชิ้นส่วนต่างๆให้เป็นแบบจำลองปั๊มแบบก้านหอย	68
28	แสดงตัวอย่างการระบุค่าของผลลัพธ์ที่ต้องการ	69
29	แสดงตัวอย่างการระบุพื้นผิวที่มีการกระทำระหว่างกัน	71
30	แสดงตัวอย่างการระบุพื้นผิวและสูตรที่ใช้ในการวิเคราะห์	72
31	แสดงตัวอย่างการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตของปัญหาที่ใช้ในการวิเคราะห์	73
32	แสดงตัวอย่างการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตในการวิเคราะห์	74
33	เอลิเมนต์ทรงสี่หน้าแบบ 4 จุดต่อ	75
34	เอลิเมนต์ทรงสี่หน้าแบบ 10 จุดต่อ	76
35	เอลิเมนต์ทรงหกหน้าแบบ 8 จุดต่อ	76
36	เอลิเมนต์ทรงหกหน้าแบบ 20 จุดต่อ	77
37	แสดงการแบ่งโอลด์แฮมริงเป็นเอลิเมนต์ย่อยๆ	78
38	แสดงการแบ่งใบพัดหยุดนิ่งและฐานของปั๊มเป็นเอลิเมนต์ย่อยๆ	78
39	แสดงการแบ่งใบพัดเคลื่อนที่ของปั๊มเป็นเอลิเมนต์ย่อยๆ	79
40	แสดงการแบ่งเพลลาของปั๊มเป็นเอลิเมนต์ย่อยๆ	79
41	แสดงภาพส่วนประกอบของปั๊มที่แบ่งเป็นเอลิเมนต์ย่อยๆ	80
42	แสดงตัวอย่างของลำดับขั้นตอนของกระบวนการวิเคราะห์	81
43	แสดงตัวอย่างของผลที่เกิดขึ้นบนชิ้นงานที่ทำการวิเคราะห์	82
44	แสดงผลที่เกิดขึ้นบนชิ้นงานที่ทำการวิเคราะห์	84

สารบัญญภาพ (ต่อ)

ภาพที่		หน้า
45	แสดงผลที่เกิดขึ้นบนโอดด์แฮมริง(Oldham ring) ด้านหลัง	85
46	แสดงผลที่เกิดขึ้นบนโอดด์แฮมริง(Oldham ring) ด้านหน้า	85
47	แสดงผลที่เกิดขึ้นบนใบพัดกันหอยแบบเคลื่อนที่ (Orbit scroll) ด้านหลัง	86
48	แสดงผลที่เกิดขึ้นบนใบพัดกันหอยแบบเคลื่อนที่ (Orbit scroll) ด้านหน้า	86
49	แสดงผลค่าความเค้นที่เกิดขึ้นบนใบพัดกันหอยแบบเคลื่อนที่และโอดด์แฮมริง	87
50	แสดงผลค่าความเค้นที่เกิดขึ้นบนใบพัดกันหอยแบบเคลื่อนที่และโอดด์แฮมริง	88
51	แสดงผลของค่าความเค้นสูงสุดของโอดด์แฮมริงตลอดช่วงเวลาการเคลื่อนที่	89
52	แสดงผลของค่าความเค้นสูงสุดของใบพัดกันหอยแบบเคลื่อนที่	89
53	แสดงผลของค่าความเค้นสูงสุดของใบพัดกันหอยแบบเคลื่อนที่และตัวโอดด์แฮมริงตลอดช่วงของการเคลื่อนที่ครบ 4 รอบวัฏจักร	90
54	แสดงตำแหน่งของการยุบตัวสูงสุดบนโอดด์แฮมริง	101
55	แสดงบริเวณของการยุบตัวสูงสุดบนโอดด์แฮมริง	101
56	แสดงค่า Plastic deformation ที่เกิดขึ้นบนตัวโอดด์แฮมริง	102
57	แสดงค่า Plastic deformation ที่เกิดขึ้นบนใบพัดกันหอย	102
58	แสดงค่า Plastic deformation ที่เกิดขึ้นบนตัวโอดด์แฮมริงและใบพัดกันหอย	103
59	แสดงตำแหน่งของความคืบเนื่องจากการชนแบบสัมผัสบนชิ้นส่วนโอดด์แฮมริง (Oldham ring) และใบพัดเคลื่อนที่ในแต่ละมุมมองของการเคลื่อนที่ของแกนเพลลาขับ	105
60	แสดงค่า Maximum Contact Pressure ที่เกิดขึ้นบนใบพัดกันหอย	106
61	แสดงค่า Maximum Contact Pressure ที่เกิดขึ้นบนตัวโอดด์แฮมริง	106
62	กราฟแสดงค่า Maximum contact pressure ที่เกิดขึ้นบนใบพัดกันหอยแบบเคลื่อนที่และตัวโอดด์แฮมริงตลอดวัฏจักรการเคลื่อนที่	107
63	แสดงภาพเครื่องมือวัดความเร็วรอบดิจิทัลแทค โคมิเตอร์	109

สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพที่		หน้า
64	แสดงภาพส่วนประกอบของปั๊มหลังจากกักชิ้นรูปก่อนทำการทดสอบ	110
65	แสดงภาพการประกอบปั๊มน้ำแบบกั้นหอยทำการทดสอบ	111
66	แสดงภาพปั๊มและอุปกรณ์ในการทดสอบ	111
67	แสดงเวอร์เนียร์คาลิเปอร์ Mitutoyo ที่ใช้ในการวัดค่าการยุบตัว	112
68	แสดงการวัดระยะที่เกิดความเสียหายของโอดด์แฮมริง หลังทดสอบ	113
69	แสดงตำแหน่งที่เกิดความเสียหายของโอดด์แฮมริงด้านบนและล่าง	113
70	ผลการเปรียบเทียบตำแหน่งความเสียหายของโอดด์แฮมริง หลังทดสอบ	114
71	ผลการเปรียบเทียบตำแหน่งความเสียหายของใบพัดกั้นหอยแบบเคลื่อนที่ ส่วนที่สัมผัสกับตัวโอดด์แฮมริง (Oldham ring) หลังทำการทดสอบ	115
72	ผลการเปรียบเทียบตำแหน่งความเสียหายของโอดด์แฮมริง (Oldham ring) ส่วนที่สัมผัสกับด้านหลังของใบพัดแบบเคลื่อนที่ หลังทำการทดสอบ	116
73	แสดงชุดปั๊มแบบกั้นหอยที่ทำการปรับปรุงใหม่หลังทำการวิเคราะห์	118
74	แสดงตำแหน่งของโอดด์แฮมริง ที่ปรับปรุงแก้ไขหลังทำการวิเคราะห์	119
75	แสดงใบพัดกั้นหอยแบบเคลื่อนที่ที่ได้ปรับปรุงแก้ไขหลังทำการวิเคราะห์	119
ภาพผนวกที่		
ก1	แสดงลักษณะของแรงกระทำชนิดต่าง ๆ	131
ก2	ความเครียดเชิงเส้น (Linear Strain)	133
ก3	ความเครียดเฉือน (Shear Strain)	133
ก4	เส้นโค้งความเค้น-ความเครียด (Stress-Strain Curve) แบบมีจุดคราก	135

สารบัญญภาพ (ต่อ)

ภาพผนวกที่		หน้า
ก5	แสดงจำนวนและขนาดของปัญหาในการวิเคราะห์	136
ก6	การกำหนดเงื่อนไขบังคับและภาระให้กับแบบจำลอง	140
ก7	การกำหนดเงื่อนไขบังคับและภาระให้กับแบบจำลอง	141
ข1	เส้นเวียนโค้งภายในและภายนอกของใบพัดกันหอยที่มุมข้อเหวี่ยง π เรเดียน	148
ข2	แสดงระยะเยื้องศูนย์กลางของใบพัดแบบเคลื่อนที่	150
ค1	ขนาดใบพัดกันหอยแบบหยุดนิ่ง	164
ค2	ขนาดใบพัดกันหอยแบบเคลื่อนที่	164
ค3	ขนาดตัวเรือนปั๊มของใบพัดกันหอยแบบหยุดนิ่ง	165
ค4	ขนาดตัวเรือนปั๊มของใบพัดกันหอยแบบเคลื่อนที่	165
ค5	ขนาดโอล์ดแฮมริง (Oldham Ring) ของปั๊มน้ำแบบกันหอย	166
ค6	ขนาดเพลลาขับ (Shaft) ของปั๊มน้ำแบบกันหอย	166
ค7	ขนาดของชุดทดสอบ	167
ค8	ภาพประกอบปั๊มน้ำแบบกันหอย	167

คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ

a	=	สัมประสิทธิ์เส้นเวียนก้นหอย (Spiral Coefficient)
g	=	ความเร่งเฉลี่ยของแรงโน้มถ่วง เท่ากับ 9.81 เมตรต่อวินาที ²
h	=	สัมประสิทธิ์การพาความร้อน (convective coefficient)
k	=	มุมม้วนของเส้นเวียนก้นหอย (Involute Angle)
r	=	พิกัดเชิงขั้ว (Polar Coordinates)
c	=	ความร้อนจำเพาะ (specific Heat)
x	=	พิกัดแกน x
y	=	พิกัดแกน y
N	=	ความเร็วรอบของมอเตอร์
P	=	ค่าความดันที่อ่านได้จากเครื่องวัดความดันแบบบูร์ดอง (Bourdon tube)
Q	=	อัตราการไหลของปั้มน้ำหน่วยเป็นลูกบาศก์เมตรต่อชั่วโมง
R	=	รัศมีการเคลื่อนที่ของใบ Orbit Scroll
φ	=	มุมม้วนของเส้นเวียนก้นหอย (Involute Angle)
α	=	สัมประสิทธิ์ก้นหอย (Scroll Coefficient)
β	=	ค่าความแตกต่างของมุมเริ่มต้นการโค้ง (Discrepancy of Starting Roll Angle)
γ	=	รัศมีของวงกลมพื้นฐาน, $\alpha(\pi - \beta)$
θ	=	มุมข้อเหวี่ยง (Crank Angle)
λ	=	ตำแหน่งมุม (Position Angle)
E	=	มอดูลัสของความยืดหยุ่น (Modulus of elasticity)
I	=	โมเมนต์ความเฉื่อย (Moment of inertia)
l	=	ความยาว (Length)
t	=	เวลา (Time)
A	=	พื้นที่หน้าตัด (Cross-sectional area)
F	=	แรง (Force)
σ	=	ความเค้น (Stress)
ε	=	ความเครียด (Strain)
τ	=	ความเค้นเฉือน (Shear stress)

คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ (ต่อ)

k	=	ค่าความแข็งเกร็งของสปริง (Spring stiffness)
T	=	อุณหภูมิ (Temperature)
\hat{n}	=	ทิศทางโคไซน์ (Direction cosines)
\bar{T}	=	ความเค้นที่ผิว (Surface traction)
P	=	ความดัน (Pressure)
D	=	เส้นผ่าศูนย์กลาง (Diameter)
μ	=	ค่าความหนืด (Viscosity)
ρ	=	ค่าความหนาแน่น (Density)
W	=	ฟังก์ชันน้ำหนัก (Weighting function)
U	=	ค่าพลังงานความเครียด (Strain energy)
Δt	=	ช่วงเวลา (Step time)
Δt_{cr}	=	ช่วงเวลาวิกฤต (Critical time step)
J	=	พลังงานศักย์รวม (Potential energy)
V	=	พลังงานศักย์จากแรงภายนอก (Potential energy due to external force)
δ	=	การแปรผัน (Variation)
ω	=	ความถี่รอบวงกลม (Circular frequency)
f	=	ความถี่ (Frequency)
Q	=	ปริมาณความร้อน (Heat load)
u	=	ค่าการเคลื่อนตัว (displacements)
ξ	=	พิกัดธรรมชาติ (Natural coordinate)
\hat{N}	=	ฟังก์ชันลักษณะ (Shape functions)
BW	=	ความกว้างแถบ (Bandwidth)
HBW	=	ครึ่งของความกว้างแถบ (Half-bandwidth)
NG	=	จำนวนจุดเกาส์ (Number of gauss points)
DOF	=	ระดับขั้นความอิสระ (Degree of freedom)
$\frac{dy}{dx}$	=	อนุพันธ์อันดับหนึ่ง (First-order Differential)
γ	=	ความเครียดเฉือน (Shear strain)

คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ (ต่อ)

$[K_c]$	=	เมทริกซ์การนำความร้อน (Conduction matrix)
$\{\Lambda(t)\}$	=	เวกเตอร์ขนาดของโหมด (Modal amplitude)
$\{\epsilon_0\}$	=	เวกเตอร์ความเครียดเริ่มต้น (Pre-strain vector)
$[\bar{\delta}]$	=	เวกเตอร์ค่าเคลื่อนตัว (Displacement vector)
$[J]$	=	เมทริกซ์แบบจาโคเบียน (Jacobian matrix)
$[K_h]$	=	เมทริกซ์การพาความร้อน (Convection matrix)
$\{T\}$	=	เวกเตอร์ของอุณหภูมิที่จุดต่อ (Vector of nodal temperatures)
$\{Q_c\}$	=	โหนดเวกเตอร์การนำความร้อน (Conduction load vector)
$\{Q_o\}$	=	โหนดเวกเตอร์ความร้อนผลิตเอง (Heat generation load vector)
$\{Q_q\}$	=	โหนดเวกเตอร์ความร้อนที่กำหนดให้ (Specified heating load vector)
$\{Q_h\}$	=	โหนดเวกเตอร์การพาความร้อน (Convection load vector)
$[N]$	=	เมทริกซ์ของการประมาณภายในเอลิเมนต์ (Element interpolation matrix)
$\{\phi\}$	=	เวกเตอร์ของตัวไม่รู้ค่าที่จุดต่อ (Vector of nodal unknowns)
$[M]$	=	เมทริกซ์มวล (Mass matrix)
$[R]$	=	เมทริกซ์ของการแปลง (Transformation or rotation matrix)
$[u]$	=	เมทริกซ์ของการเคลื่อนตัวที่จุดต่อ (Vector of nodal displacements)
$[K]$	=	เอลิเมนต์เมทริกซ์ของความแข็งแกร่ง (Element stiffness matrix)
$\{F\}$	=	เมทริกซ์ของแรงกระทำที่จุดต่อ (Vector of nodal forces)
$\{Q\}$	=	เมทริกซ์ของปริมาณความร้อนที่จุดต่อ (Vector of nodal heat load)
$\{F\}$	=	โหนดเวกเตอร์ (Load vector)
$\{K_c\}$	=	เอลิเมนต์เมทริกซ์ของการนำความร้อน (Element of conductivity matrix)

การวิเคราะห์ความเสียหายของโอลด์แฮมริงของปั๊มแบบก้นหอยโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

A Failure Analysis of Oldham Ring of Scroll Pump by Finite Element Method

คำนำ

การวิเคราะห์หาการกระจัด ความเค้น-ความเครียดในชิ้นส่วนเครื่องจักรกลหรือโครงประกอบของเครื่องจักรกลด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เป็นที่นิยมใช้กันอย่างแพร่หลายมากขึ้น โดยเฉพาะอย่างยิ่งชิ้นส่วนหรือโครงประกอบที่มีความซับซ้อนที่ไม่สามารถวิเคราะห์ด้วยวิธีธรรมดาได้ ประกอบกับปัจจุบันเครื่องคอมพิวเตอร์ได้รับการพัฒนาให้มีขีดความสามารถในการคำนวณมากขึ้น จึงทำให้การวิเคราะห์ปัญหาดังกล่าวด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ทำได้ละเอียดถูกต้อง รวดเร็วยิ่งขึ้น

ในปัจจุบันนี้ วิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์ได้เริ่มนำมาประยุกต์กับงานทางด้านอื่นๆ โดยมีจุดประสงค์หลักคือ เพื่อลดค่าใช้จ่ายที่ปรกติจำเป็นต้องใช้ไปในการทดลอง หรือเพื่อใช้กับงานที่ไม่สามารถทดลองอย่างสมบูรณ์ได้ อาทิเช่น การคำนวณสภาวะของอากาศผ่านลำตัวรถยนต์ เครื่องบิน และจรวด และคำนวณอุณหภูมิบนเครื่องยนต์ เครื่องบิน เป็นต้น จากประสิทธิภาพของวิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์ที่สามารถแก้ปัญหาดังกล่าว ทำให้วิธีการนี้เริ่มเป็นที่ยอมรับในหมู่วิศวกร นักออกแบบทั่วไป อย่างไรก็ตามการใช้ไฟไนต์เอลิเมนต์โปรแกรมคอมพิวเตอร์จำเป็นต้องใช้ด้วยความรอบคอบและระมัดระวัง ผู้ใช้ไฟไนต์เอลิเมนต์โปรแกรมคอมพิวเตอร์จำเป็นต้องมีความรู้พื้นฐานของวิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์อย่างเพียงพอ

ปั๊มน้ำแบบก้นหอย เป็นปั๊มน้ำชนิดใหม่ จัดอยู่ในประเภทปั๊มแบบแทนที่ของเหลว(Positive Displacement Pump) การออกแบบปั๊มน้ำแบบก้นหอยนี้ได้แนวคิดและดัดแปลงมาจากคอมเพรสเซอร์แบบก้นหอยในระบบปรับอากาศ ซึ่งปั๊มน้ำแบบก้นหอยที่ทำการออกแบบและสร้างขึ้นนี้จะประกอบด้วยใบพัดก้นหอย 2 ใบพัด ที่มีลักษณะเส้นเว้าก้นหอยเหมือนกัน แต่หมุนวนในทิศทางตรงกันข้าม หันเข้าประกบกัน โดยเรียกชื่อใบพัดก้นหอยทั้งสองตามลักษณะการทำงานได้คือ ใบพัดก้นหอยแบบหยุดนิ่ง (Fixed Scroll) เป็นใบพัดก้นหอยที่หยุดนิ่งไม่เคลื่อนที่ตามเพลลาขับ (Crank Shaft) และใบพัดก้นหอยแบบเคลื่อนที่ (Orbit Scroll) เป็นใบพัดก้นหอยที่มีการเคลื่อนที่ตามทิศการหมุนของแกนเพลลาขับที่มีลักษณะเยื้องศูนย์โดยในขณะที่มีการเคลื่อนที่ของใบพัดก็ทำ

ให้เกิดช่องว่างขึ้นระหว่างใบพัด และมีขนาดเปลี่ยนแปลงไปตามองศาการหมุนของใบพัดกันหอยแบบเคลื่อนที่ (Orbit Scroll) ทำให้ของเหลวถูกเพิ่มความดันและจ่ายออกจากบีมเพื่อนำไปใช้ประโยชน์ตามวัตถุประสงค์ต่อไปได้

ทั้งนี้ลักษณะการเคลื่อนที่ของใบพัดกันหอยแบบเคลื่อนที่ (Orbit Scroll) นั้นจะเป็นการเคลื่อนที่แบบโคจร (Orbiting) ตามแกนเพลลาขับเท่านั้น ซึ่งจะต้องมีตัวอุปกรณ์ป้องกันการหมุนรอบแกนเพลลา (Rotation) ของใบพัดกันหอย (Orbit Scroll) ดังกล่าวซึ่งเรียกว่า ตัวโอลด์แฮมริง (Oldham Ring) โดยในลักษณะของการเคลื่อนที่ของโอลด์แฮมริงนั้นจะสัมพันธ์กับการเคลื่อนที่ของใบพัดกันหอย (Orbit Scroll) ในลักษณะของการเคลื่อนที่แบบสัมผัส โดยในขณะที่ใบพัดกันหอย (Orbit Scroll) เคลื่อนที่โคจรแบบวงกลมตามทิศทางการหมุนของแกนเพลลาขับ (Shaft) ในส่วนของการเคลื่อนที่ของตัวโอลด์แฮมริงจะเคลื่อนที่เป็นแบบเชิงเส้น โดยในระหว่างการเคลื่อนที่แบบสัมผัสระหว่างกันนั้นบางส่วนของบริเวณพื้นผิวของชิ้นส่วนทั้งสองมีโอกาสเกิดการชนเชิงสัมผัสแบบพลศาสตร์ (Impact/Contact dynamics) ระหว่างกันซึ่งจะก่อให้เกิดความเสียหายเกิดขึ้นบริเวณตำแหน่งและพื้นที่ที่เกิดการสัมผัสกันของชิ้นส่วนดังกล่าวข้างต้น

ดังนั้นในงานวิจัยนี้ ได้ทำการออกแบบและสร้างบีมน้ำแบบกันหอยพร้อมกับวิเคราะห์ผลของความเสียหายที่เกิดขึ้นบนตัวโอลด์แฮมริง (Oldham Ring) และใบพัดกันหอยแบบเคลื่อนที่ (Orbit Scroll) เนื่องจากการชนเชิงสัมผัสแบบพลศาสตร์ (Impact/Contact dynamics) ระหว่างผิวของชิ้นส่วนดังกล่าว โดยการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ในการวิเคราะห์ผลของความเสียหายที่เกิดขึ้นบนชิ้นส่วนข้างต้น และหลังจากได้ผลจากการวิเคราะห์แล้วก็ทำการเปรียบเทียบผลที่ได้กับผลจากการทดสอบจริงว่ามีความสอดคล้องถูกต้องมากน้อยแค่ไหน เพื่อนำผลที่ได้จากการเปรียบเทียบไปใช้ประโยชน์ในด้านการออกแบบและพัฒนาปรับปรุงบีมน้ำแบบกันหอยให้มีสมรรถนะและประสิทธิภาพที่ดียิ่งขึ้นเพื่อให้เป็นไปตามที่ได้ออกแบบเอาไว้และรวมทั้งจะช่วยลดต้นทุนในเรื่องของการทดสอบบีมสำหรับการผลิตบีมในรุ่นต่อไป

วัตถุประสงค์

1. สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อวิเคราะห์ผลของความเสียหายของบีมแบบก้นหอยตามสภาวะการใช้งานจริง โดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์
2. เปรียบเทียบผลของความเสียหายของบีมแบบก้นหอยที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์กับผลของความเสียหายของบีมที่เกิดขึ้นจริงหลังจากที่ได้ทำการออกแบบและทดสอบการทำงานของบีมก้นหอย
3. เพื่อนำผลเปรียบเทียบที่ได้ไปปรับปรุงในการออกแบบและสร้างบีมน้ำแบบก้นหอย

ขอบเขตของงานวิจัย

1. งานวิจัยนี้ได้ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ในการวิเคราะห์ผลของความเสียหายที่เกิดขึ้นโดยลักษณะของปัญหานี้จะไม่คำนึงถึงผลของน้ำที่อยู่ภายในตัวบีมแบบก้นหอยเนื่องจากลักษณะการขับเคลื่อนของน้ำที่อยู่ภายในตัวเรือนบีมนั้น จะเป็นลักษณะของการแทนที่ของน้ำเท่านั้น ดังนั้นแรงต้านของน้ำที่อยู่ภายในตัวเรือนบีม จะมีผลกับการวิเคราะห์โดยมีนัยสำคัญไม่สูงมากนัก
2. งานวิจัยนี้มุ่งเน้นการวิเคราะห์ไปที่บริเวณที่มีโอกาสเกิดความเสียหายมากที่สุดของใบพัดก้นหอยแบบเคลื่อนที่และตัวโอดด์แฮมริง (Oldham Ring) โดยอ้างอิงข้อมูลจากการออกแบบของชิ้นส่วนของบีมที่มีความสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน แต่จะไม่วิเคราะห์ทุกชิ้นส่วนของบีมแบบก้นหอย

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. สามารถนำผลการวิเคราะห์ที่ได้ไปพัฒนาปรับปรุงในการออกแบบบีมน้ำแบบก้นหอยในรุ่นต่อไปให้มีประสิทธิภาพสูงขึ้นตามที่ได้ออกแบบไว้
2. เพื่อเพิ่มความสามารถและศักยภาพการเรียนรู้ในการพัฒนาและประดิษฐ์โปรแกรมทางด้านไฟไนต์เอลิเมนต์เพื่อนำไปประยุกต์ใช้ในเชิงวิศวกรรมในสาขาต่างๆที่เกี่ยวข้อง

การตรวจเอกสาร

ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การประดิษฐ์คิดค้นปั๊มแบบก้นหอย เกิดขึ้นเนื่องจากโครงการ Japan Atomic Energy Research Institute (JAERI) ของประเทศญี่ปุ่นต้องการออกแบบระบบหมุนเวียนไฮโดรเจนเหลว โดยการปั๊มไฮโดรเจนเหลวที่ผ่านการใช้งานแล้วกลับมาใช้ใหม่แทนที่จะปล่อยทิ้งไป ในระบบจะใช้ไฮโดรเจนเหลวเป็นวัสดุโมเดอเรเตอร์ (Moderator) สำหรับจำแนกนิวตรอน (Neutron) โดยไฮโดรเจนเหลวจะไหลเข้าไปใน Cold moderator เพื่อถ่ายโอนความร้อนแล้วไหลออกมา หลักการทำงานของ Cold moderator คือ การจัดเรียงระดับพลังงานของนิวตรอนกับค่าพิคค ซึ่งสมรรถนะของนิวตรอนนั้นจะขึ้นอยู่กับ Cold moderator ดังนั้นในระบบจะต้องควบคุมให้การหมุนเวียนไฮโดรเจนเหลวคงที่สม่ำเสมอ โดยไม่ให้มีการไหลแบบเพอร์เทอร์เบชัน (Perturbation) หรือยอมให้มีการไหลแบบเพอร์เทอร์เบชันน้อยที่สุด เนื่องจากเสถียรภาพของอุณหภูมิของไฮโดรเจนเหลวภายใน Cold moderator ส่งผลต่อสมรรถนะของนิวตรอน (Kritmaitree *et al.*, 2000, 2002b)

โดยเริ่มแรกนั้น โครงการ JAERI ได้ใช้ปั๊มหอยโข่งความเร็วสูงในการปั๊มไฮโดรเจนเหลวเพื่อส่งไปยัง Cold moderator โดยประสิทธิภาพของ Cold moderator จะขึ้นอยู่กับการไหล อุณหภูมิ และความดันของไฮโดรเจนเหลว ซึ่งการใช้ปั๊มหอยโข่งความเร็วสูงในการปั๊มไฮโดรเจนเหลวนี้ อาจทำให้เกิดโพรง (Cavitations) ที่บริเวณใบพัดของปั๊มหอยโข่งได้ง่าย การเกิดโพรงนี้ก่อให้เกิดการเคาะและการไหลแบบเพอร์เทอร์เบชัน ซึ่งจะส่งผลกระทบต่ออุณหภูมิของไฮโดรเจนเหลว ปรากฏการณ์นี้อาจทำให้เกิดการแกว่งของความดันอย่างรุนแรง ส่งผลให้เกิดความเสียหายต่อระบบหมุนเวียนไฮโดรเจนเหลวนี้ได้ ดังนั้นการใช้ปั๊มหอยโข่งความเร็วสูงจึงไม่เหมาะกับระบบหมุนเวียนไฮโดรเจนเหลว ต่อมาจึงได้มีการทดลองเปลี่ยนไปใช้เกียร์ปั๊ม (Gear pump) แต่ข้อเสียของเกียร์ปั๊มคือ มีปริมาตรกระจัดน้อย จึงต้องทำงานที่ความเร็วสูงมากเพื่อให้ได้อัตราการไหลตามที่ต้องการไว้ และยิ่งกว่านั้นเกียร์ปั๊มประกอบด้วยส่วนที่มีการเคลื่อนที่อยู่มากส่วน ซึ่งจะต้องออกแบบวัสดุกันรั่วสำหรับเกียร์ปั๊มไว้เป็นอย่างดี (Kritmaitree *et al.*, 2000, 2002b)

ดังนั้น โครงการ JAERI จึงพัฒนาปั๊มแบบก้นหอยขึ้น เพราะปั๊มแบบก้นหอยนี้มีปริมาตรกระจัดมากกว่าเกียร์ปั๊ม มีชิ้นส่วนประกอบน้อย ไม่มีวาล์ว การสั่นสะเทือนน้อยและง่ายต่อการถ่วงดุล อีกทั้งยังมีขนาดเล็กและน้ำหนักเบากว่าเกียร์ปั๊ม สิ่งสำคัญคือปั๊มแบบก้นหอยสามารถ

หมุนเวียนไฮโดรเจนเหลวอย่างคงที่ เนื่องจากมีลักษณะเด่น ได้แก่ การไหลแบบสองเฟส การทำงานที่ความเร็วต่ำ และสามารถปรับหรือควบคุมอัตราการไหลได้ (Kritmaitree *et al.*, 2000, 2002b)

ธนา (2548) ได้วิจัยเรื่อง การวิเคราะห์ความเสียหายของใบพัดกั้นหอยของปั๊มแบบกั้นหอย โดยวิธีสมาชิกจำกัด ซึ่งในงานวิจัยได้ใช้โปรแกรมสำเร็จ COSMOSDesignSTAR™ ในการจำลองการวิเคราะห์ความเสียหายของใบพัดกั้นหอย โดยแบบจำลองที่นำมาศึกษาจะแปรผันค่าความสูงของใบพัดกั้นหอย (h) ตั้งแต่ 10 ถึง 100 มม. และค่าความแตกต่างของมุมเริ่มต้นการโค้ง (ความหนาของใบพัดกั้นหอย, β) ตั้งแต่ 0.1 ถึง 0.9π เรเดียน โดยการสมมติความดันเอกรูป (Static Pressure) กระทำกับบริเวณใบพัดของปั๊มกั้นหอย ผลจากการศึกษาพบว่า ความเค้นที่เกิดขึ้นบนใบพัดกั้นหอยขึ้นกับความดันที่กระทำ โดยความสามารถในการทนความดันสูงสุดในหนึ่งรอบการเคลื่อนที่ที่ความสูงและความหนาของใบพัดกั้นหอยแต่ละขนาดมีค่าไม่เท่ากัน ซึ่งถ้าพิจารณาความดันสูงสุดที่ปั๊มแบบกั้นหอยสามารถทนได้จากการเปลี่ยนแปลงความสูงของใบพัด กั้นหอยที่ค่าความแตกต่างของมุมเริ่มต้นการโค้งหนึ่งๆ พบว่า ความดันสูงสุดที่ปั๊มแบบกั้นหอยสามารถทนได้ มีแนวโน้มลดลงตามความสูงของใบพัดกั้นหอยที่เพิ่มขึ้น ในลักษณะสมการเลขยกกำลัง และถ้าพิจารณาความดันสูงสุดที่ปั๊มแบบกั้นหอยสามารถทนได้จากการเปลี่ยนแปลงค่าความแตกต่างของมุมเริ่มต้นการโค้งที่ค่าความสูงของใบพัดกั้นหอยหนึ่งๆ พบว่าความดันสูงสุดที่ปั๊มแบบกั้นหอยสามารถทนได้ มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นตามค่าความต่างของมุมเริ่มต้นการโค้งที่เพิ่มขึ้น

สำหรับงานวิจัยในครั้งนี้มุ่งเน้นที่จะนำผลของการวิเคราะห์ที่ได้โดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ไปปรับปรุงปั๊มแบบกั้นหอยให้มีสมรรถนะดีขึ้น เนื่องจากการออกแบบและการสร้างปั๊มโดยไม่ได้มีการวิเคราะห์ถึงผลของความเสียหายในบริเวณต่าง ๆ นั้น จะทราบผลได้ว่าเกิดความเสียหายบริเวณใดนั้นต้องใช้วิธีการทดลองจริง ซึ่งในบางกรณีทำให้การปรับปรุงปั๊มที่ได้ในแต่ละครั้งนั้นมีความสิ้นเปลืองเป็นอย่างยิ่งทั้งในเรื่องของ เครื่องมือ อุปกรณ์ เวลา มูลค่าในการจัดสร้าง ปั๊มเพื่อทดสอบ และวัสดุที่ใช้สร้างเป็นชุดปั๊ม ดังนั้นการระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เป็นวิธีการหนึ่งในการที่จะตอบโจทย์ของการแก้ปัญหาดังกล่าวข้างต้น โดยสามารถแสดงให้เห็นถึงบริเวณต่างๆที่จะมีโอกาสเกิดความเสียหาย และสามารถลดภาระค่าใช้จ่ายในการทำซ้ำในการทดลองจริงลงได้

การออกแบบใบพัดกังหันหอย

ใบพัดกังหันหอยของปั๊มแบบกังหันหอยนั้น คัดแปลงมาจากใบพัดกังหันหอยของคอมเพรสเซอร์แบบกังหันหอย ซึ่งประกอบด้วยใบพัดกังหันหอย 2 ใบพัด ที่มีลักษณะเส้นเวียนกังหันหอยเหมือนกัน แต่หมุนวนในทิศทางตรงกันข้าม หันเข้าประกบกัน โดยจะเรียกชื่อใบพัดทั้งสองตามลักษณะการทำงาน คือ ใบพัดกังหันหอยแบบหยุดนิ่ง (Fixed scroll) เป็นใบพัดที่ยึดติดอยู่กับตัวเรือนปั๊ม ไม่มีการเคลื่อนที่ และใบพัดกังหันหอยแบบเคลื่อนที่ (Orbiting Scroll) มีลักษณะการเคลื่อนที่ตามการหมุนของเพลลาขับ (Shaft) โดยจะโคจรเอียงศูนย์กลางรอบเพลลาขับ ใบพัดกังหันหอยทั้ง 2 แบบ ประกอบด้วยเส้นเวียนกังหันหอย 2 เส้น ได้แก่ เส้นเวียนโค้งภายใน (Inner curve) และ เส้นเวียนโค้งภายนอก (Outer curve) โดยเส้นเวียนโค้งทั้งสองได้มาจากการตัดแปลงสมการพีชคณิตเส้นเวียนกังหันหอย (Algebraic spiral scroll) ดังต่อไปนี้

1. สมการพีชคณิตเส้นเวียนกังหันหอย

สมการพีชคณิตเส้นเวียนกังหันหอย (Kohsokabe *et al.*, 1959) สามารถเขียนได้ทั้งในรูปพิกัดเชิงขั้ว (Polar coordinates) และ พิกัดฉาก (Rectangular coordinates)

ซึ่งสมการพีชคณิตเส้นเวียนกังหันหอย ในรูปพิกัดเชิงขั้ว (r, ϕ) แสดงดังนี้

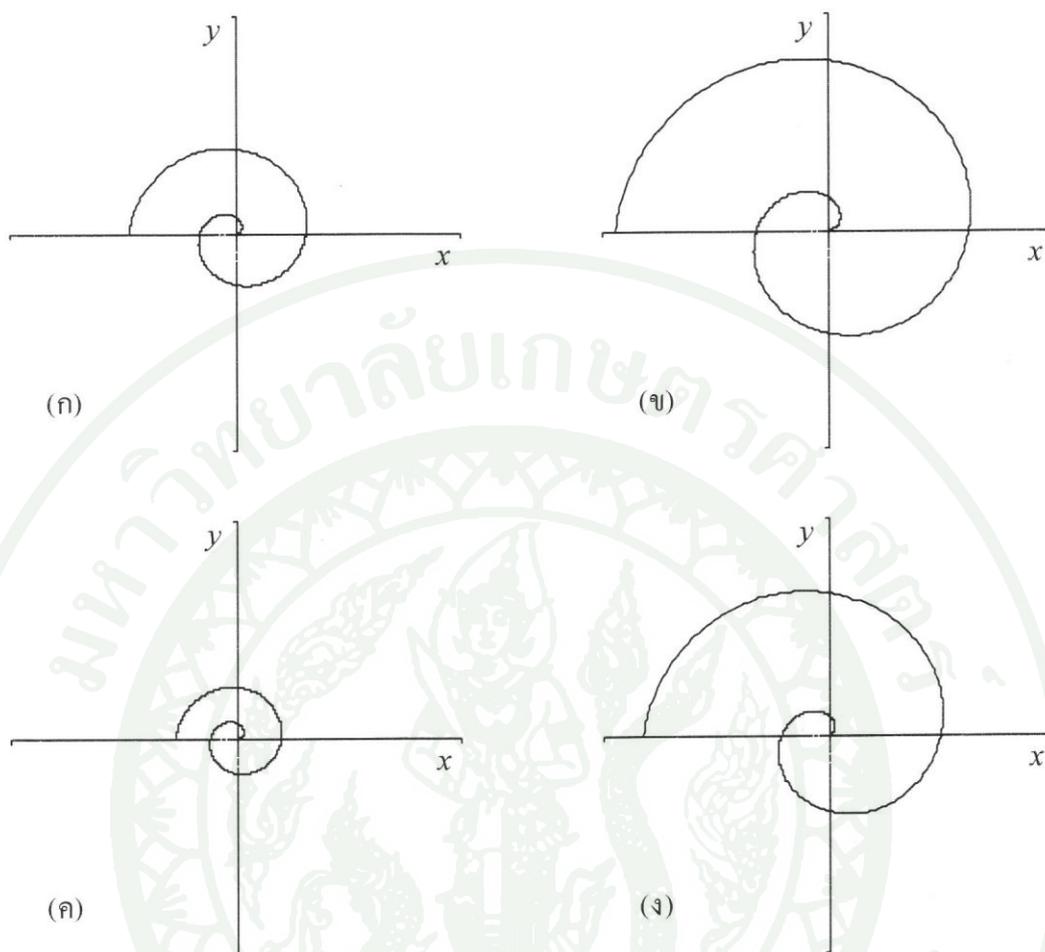
$$r = a\phi^k \quad (1)$$

หรือ สมการพีชคณิตเส้นเวียนกังหันหอย ในรูปพิกัดฉาก (x, y) ดังนี้

$$x = a\phi^k \cos \phi \quad (2)$$

$$y = a\phi^k \sin \phi \quad (3)$$

ตัวอย่างกราฟแสดงของเส้นเวียนกังหันหอยที่ได้จากสมการพีชคณิตเส้นเวียนกังหันหอยข้างต้น แสดงในภาพที่ 1 โดยกำหนดให้มุมม้วนของเส้นเวียนกังหันหอยเริ่มตั้งแต่ 0π เรเดียน ถึง 3π เรเดียน ซึ่งเส้นเวียนกังหันหอยที่ได้จะมีลักษณะที่แตกต่างกันออกไปตามสัมประสิทธิ์เส้นเวียนกังหันหอย (a) และความลาดเอียงของเส้นเวียนกังหันหอย (k)



ภาพที่ 1 เส้นเวียนก้นหอยในรูปพิกัดเชิงขั้วต่างๆ

2. สมการพิกัดเส้นเวียนก้นหอยรอบรูปไบพัดก้นหอยของบีมแบบก้นหอย

สมการพิกัดเส้นเวียนก้นหอยรอบรูปไบพัดก้นหอยของบีมแบบก้นหอยสามารถเขียนอยู่ในสมการพิกัดฉาก (x, y) โดยแบ่งออกเป็นสมการพิกัดเส้นเวียนก้นหอย สำหรับไบพัดก้นหอยแบบหยุดนิ่ง (Fixed scroll) และไบพัดก้นหอยแบบเคลื่อนที่ (Orbiting Scroll) ซึ่งไบพัดทั้งสองยังแบ่งออกเป็น สมการพิกัดเส้นเวียนโค้งภายในและเส้นเวียนโค้งภายนอก ดังสมการที่ (4) ถึงสมการที่ (11) (Kritmaitree *et al.*, 2000, 2002b)

2.1 ใบบัดก้นหอยแบบหยุดนิ่ง (Fixed scroll)

เส้นเวียนโค้งภายใน

$$x = \alpha (\cos \lambda + (\lambda + \pi - \beta) \sin \lambda) \quad (4)$$

$$y = \alpha (\sin \lambda - (\lambda + \pi - \beta) \cos \lambda) \quad (5)$$

โดยที่ $3\pi \leq \lambda \leq 6\pi$

เส้นเวียนโค้งภายนอก

$$x = \alpha (\cos \lambda + (\lambda - \pi) \sin \lambda) \quad (6)$$

$$y = \alpha (\sin \lambda - (\lambda - \pi) \cos \lambda) \quad (7)$$

โดยที่ $5\pi \leq \lambda \leq 8\pi$

2.2 ใบบัดก้นหอยแบบเคลื่อนที่ (Orbiting Scroll)

เส้นเวียนโค้งภายใน

$$x = \alpha (\cos \lambda + (\lambda - \beta) \sin \lambda) + \gamma \cos \theta \quad (8)$$

$$y = \alpha (\sin \lambda - (\lambda - \beta) \cos \lambda) + \gamma \sin \theta \quad (9)$$

โดยที่ $4\pi \leq \lambda \leq 7\pi$

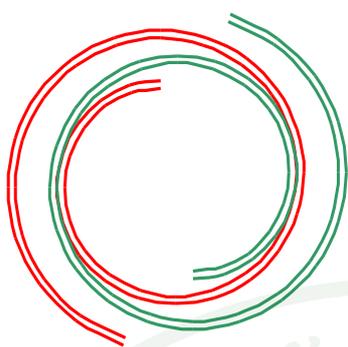
เส้นเวียนโค้งภายนอก

$$x = \alpha (\cos \lambda + \lambda \sin \lambda) + \gamma \cos \theta \quad (10)$$

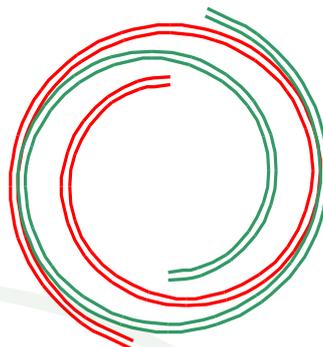
$$y = \alpha (\sin \lambda - \lambda \cos \lambda) + \gamma \sin \theta \quad (11)$$

โดยที่ $4\pi \leq \lambda \leq 7\pi$

ตัวอย่างของเส้นเวียนก้นหอยรอบรูปใบบัดก้นหอย ที่ค่าสัมประสิทธิ์ก้นหอย (α) เท่ากับ 1.5 มิลลิเมตร ค่าความแตกต่างของมุมเริ่มต้นการโค้ง (β) เท่ากับ 0.3π เรเดียนในแต่ละมุมการเคลื่อนที่ของเพลอาซิป ดังภาพที่ 2 แสดงตัวอย่างเส้นเวียนก้นหอยรอบรูปใบบัดก้นหอยที่มุมข้อเหวี่ยง (θ) เท่ากับ 0π เรเดียนและ 1π เรเดียน



$$\theta = 0 \pi \text{ เรเดียน}$$



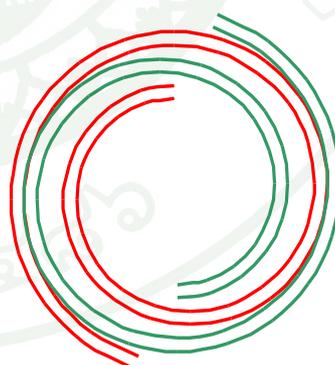
$$\theta = 1 \pi \text{ เรเดียน}$$

ภาพที่ 2 ตัวอย่างของเส้นเวียนก้นหอยรอบรูปไบพดก้นหอยที่มุมข้อเหวี่ยง (θ) เท่ากับ 0π เรเดียนและ 1π เรเดียน

ค่าความแตกต่างของมุมเริ่มต้นการโค้ง (β) จะเป็นตัวกำหนดความหนาของไบพดก้นหอย ซึ่งถ้าไบพดก้นหอยที่มีค่าความแตกต่างของมุมเริ่มต้นการโค้งมาก ไบพดก้นหอยนั้นก็就会有ความหนามากกว่าไบพดก้นหอยที่มีค่าความแตกต่างของมุมเริ่มต้นการโค้งน้อยดัง ภาพที่ 3 แสดงตัวอย่างของเส้นเวียนก้นหอยรอบรูปไบพดก้นหอยที่ค่าความแตกต่างของมุมเริ่มต้น การโค้ง (β) เท่ากับ 0.3π เรเดียน และ 0.5π เรเดียน



$$\beta = 0.3 \pi \text{ เรเดียน}$$



$$\beta = 0.5 \pi \text{ เรเดียน}$$

ภาพที่ 3 ตัวอย่างของเส้นเวียนก้นหอยรอบรูปไบพดก้นหอยที่ค่าความแตกต่างของมุมเริ่มต้นการโค้ง (β) เท่ากับ 0.3π เรเดียน และ 0.5π เรเดียน

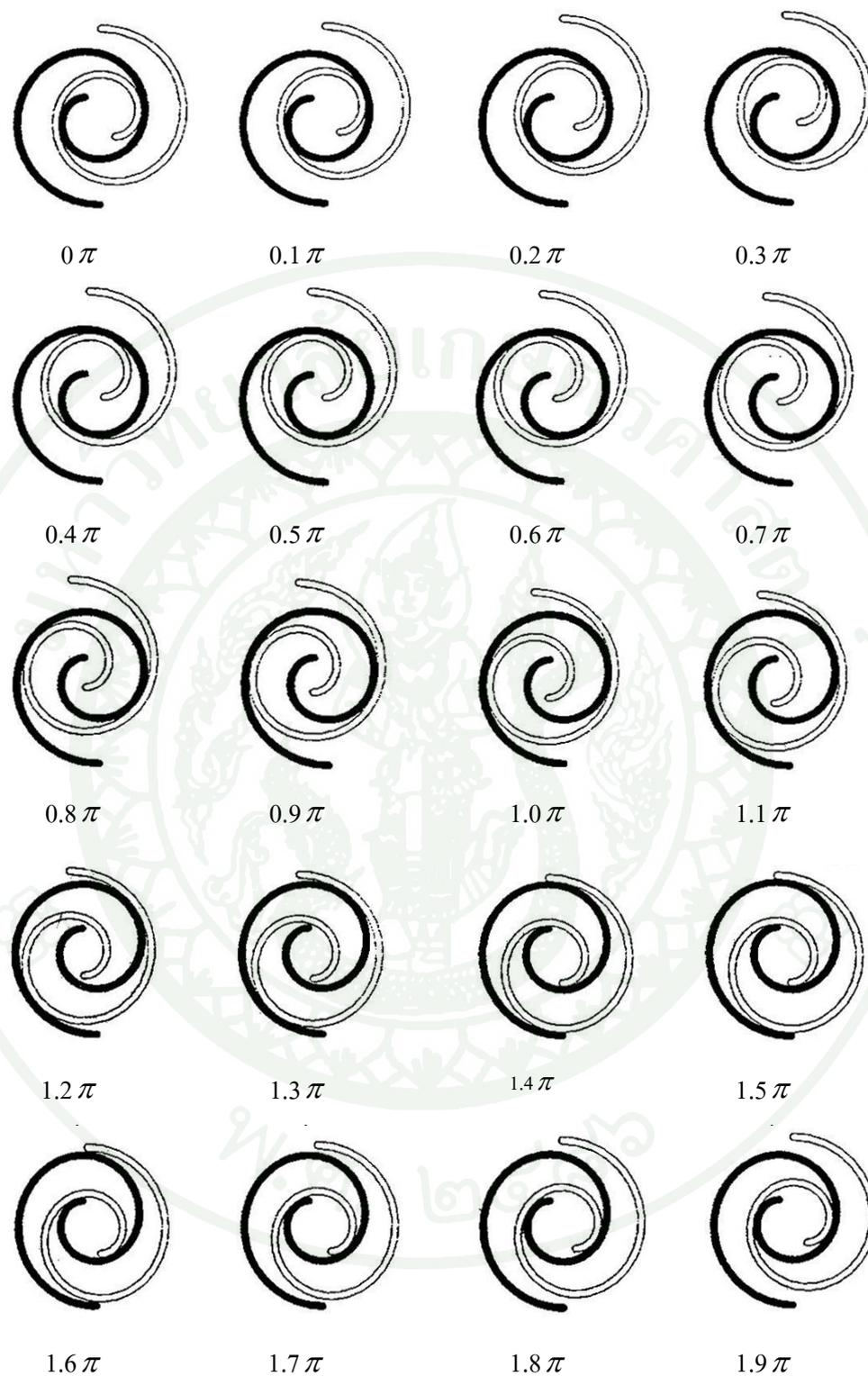
2.3 กระบวนการทำงานของปั๊มน้ำแบบกั้นหอย

กระบวนการทำงานของปั๊มแบบกั้นหอยสามารถแบ่งออกได้เป็น 2 กระบวนการ คือ กระบวนการดูด (Suction Process) และ กระบวนการจ่าย (Discharge Process) โดยเพลลาขับจะต้องหมุนสองรอบ จึงจะทำให้ปั๊มแบบกั้นหอยสามารถทำงานได้ครบทั้งสองกระบวนการ การหมุนรอบแรกของเพลลาขับนั้นจะทำให้เกิดกระบวนการดูดของไหลให้เข้ามาภายในห้องของปั๊มแบบกั้นหอย และการหมุนรอบที่สองของเพลลาขับ จะทำให้เกิดกระบวนการจ่ายขับของไหลที่อยู่ห้องของปั๊มแบบกั้นหอยให้ออกไปยังท่อจ่าย (Discharge Line)

2.3.1 กระบวนการดูด จากสมการพิกัดเส้นเวียนกั้นหอยรอบรูปไบพัดกั้นหอยของปั๊มแบบกั้นหอย สมการที่ (4) ถึง สมการที่ (11) กระบวนการดูดจะเริ่มต้นที่มุมข้อเหวี่ยง 0.0π เรเดียน แล้วมุมข้อเหวี่ยงจะค่อย ๆ ลดลง จนสิ้นสุดกระบวนการทำงานที่มุมข้อเหวี่ยง 1.0π เรเดียน โดยที่เพลลาขับจะหมุนครึ่งรอบ ในทิศตามเข็มนาฬิกา

2.3.2 กระบวนการจ่าย กระบวนการจ่ายนั้นจะทำงานต่อเนื่องจากกระบวนการดูด ซึ่งจากสมการพิกัดเส้นเวียนกั้นหอยรอบรูปไบพัดกั้นหอยของปั๊มแบบกั้นหอย สมการที่ (4) ถึง สมการที่ (11) กระบวนการจ่ายจะเริ่มต้นที่มุมข้อเหวี่ยง 1.0π เรเดียน แล้วมุมข้อเหวี่ยงจะเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ จนสิ้นสุดกระบวนการทำงานที่มุมข้อเหวี่ยง 2.0π เรเดียน โดยที่เพลลาขับจะหมุนหนึ่งรอบ ในทิศตามเข็มนาฬิกา เช่นเดียวกับกระบวนการดูด

จะเห็นได้ว่ากระบวนการทำงานของปั๊มแบบกั้นหอยทั้งกระบวนการดูด และ กระบวนการจ่ายจะเริ่มต้นที่มุมข้อเหวี่ยง 0.0π เรเดียน แล้วมุมข้อเหวี่ยงจะค่อย ๆ เพิ่มขึ้นจนสิ้นสุดกระบวนการทำงานครบหนึ่งรอบที่มุมข้อเหวี่ยง 2.0π เรเดียน โดยที่เพลลาขับจะหมุนตามเข็มนาฬิกา ดังนั้นเพื่อให้ง่ายต่อการศึกษาก็กำหนดมุมไบพัดกั้นหอยขึ้น ดังนั้นกระบวนการทำงานของปั๊มแบบกั้นหอยทั้งกระบวนการดูด และ กระบวนการจ่ายจะเริ่มต้นที่มุมไบพัดกั้นหอย 0.0π เรเดียน แล้วมุมไบพัดกั้นหอยจะค่อย ๆ เพิ่มขึ้น จนสิ้นสุดกระบวนการทำงานที่มุมข้อเหวี่ยง 2.0π เรเดียน ซึ่งกระบวนการทำงานของปั๊มแบบกั้นหอยแสดงใน ภาพที่ 4 โดยแบ่งออกเป็น 20 ส่วนในหนึ่งรอบการหมุน และ ความสัมพันธ์ระหว่างมุมไบพัดกั้นหอยกับมุมข้อเหวี่ยง แสดงดังสมการที่ (12) และ สมการที่ (13) โดยที่เพลลาขับยังคงหมุนตามเข็มนาฬิกาเช่นเดิม



ภาพที่ 4 กระบวนการทำงานของปั้มน้ำแบบก้นหอยแต่ละมุมมองสาขาของแกนเพลลาจับที่เพิ่มขึ้นในหนึ่งรอบวัฏจักรของการทำงาน

สมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างมุมใบพัดกับมุมข้อเหวี่ยง

$$\theta^* = 0.5 - \theta \quad (12)$$

โดยที่ $0.0 \leq \theta \leq 0.4$

เมื่อ $\theta =$ มุมแกนข้อเหวี่ยง

$\theta^* =$ มุมใบพัดกันหอย

$$\theta^* = 2.5 - \theta \quad (13)$$

โดยที่ $0.5 \leq \theta \leq 1.9$

เมื่อ $\theta =$ มุมแกนข้อเหวี่ยง

$\theta^* =$ มุมใบพัดกันหอย

3. ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางด้านวิศวกรรมมีส่วนอย่างมากในการปรับปรุงความเป็นอยู่ของมนุษย์ให้ดียิ่งขึ้น ปรากฏการณ์ต่างๆ ส่วนใหญ่ที่เกิดขึ้นรอบตัวสามารถอธิบายได้โดยกฎเกณฑ์ทางฟิสิกส์และทำการประดิษฐ์ขึ้นในลักษณะของสมการต่างๆ ซึ่งอาจจะอยู่ในรูปแบบของสมการเชิงอนุพันธ์ (Differential equation) หรือในรูปแบบของสมการอินทิกรัล (Integral equation) เป็นต้น ยกตัวอย่างเช่น การคำนวณหาการกระจายอุณหภูมิในเครื่องยนต์ของรถยนต์อาจเริ่มจากสมการเชิงอนุพันธ์ที่อธิบายสถานภาพความสมดุลของการถ่ายเทความร้อน หรือ การคำนวณออกแบบโครงสร้างเครื่องบินอาจเริ่มจากสมการเชิงอนุพันธ์ที่อธิบายสถานภาพความสมดุลของโครงสร้างนั้นภายใต้แรงกดดันของอากาศในขณะบิน เป็นต้น

สมการเชิงอนุพันธ์ที่สอดคล้องกับปัญหาต่าง ๆ นั้น ปกติจะประดิษฐ์ขึ้นได้โดยไม่ยาก แต่ผลเฉลยแม่นยำตรง (Exact solution) ที่ต้องการและจำเป็นต้องประดิษฐ์ขึ้น โดยระเบียบวิธีวิเคราะห์ (Analytical method) นั้นทำได้ยากมากหรืออาจจะหาไม่ได้เลยก็ได้ เหตุผลดังกล่าวก่อให้เกิดวิธีการหาผลโดยประมาณ (approximate solution) ขึ้น ระเบียบวิธีการหาผลเฉลยโดยประมาณนั้นมีหลายๆ แบบ วิธีที่ได้รับความนิยมกันอย่างกว้างขวางในอดีตที่ผ่านมา คือ ระเบียบวิธีผลต่างสืบเนื่อง (finite difference method) หลักการสำคัญของระเบียบวิธีผลต่างสืบเนื่อง คือการหาผลเฉลยโดยประมาณ โดยเริ่มจากการแปลงสมการเชิงอนุพันธ์ให้อยู่ในรูปแบบของระบบสมการผลต่างสืบเนื่อง (system-of difference equation) ที่ประกอบด้วย การ บวก ลบ คูณ และหาร ข้อดีของระเบียบวิธีผลต่าง -

สืบเนื่อง คือ เป็นวิธีที่ง่ายแก่การศึกษาและทำความเข้าใจ รวมไปถึงความสะดวกในการประดิษฐ์ขึ้น เป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อใช้ในการคำนวณ ส่วนข้อเสียของการใช้ระเบียบวิธีผลต่างสืบเนื่อง นี้ก็มีหลายประการเช่น ความสะดวกในการกำหนดเงื่อนไขขอบเขต (application of boundary-conditions) และที่สำคัญที่สุดคือ ความยากลำบากในการประยุกต์ระเบียบวิธีนี้เข้าวิเคราะห์ปัญหาที่มีรูปร่างซับซ้อน ซึ่งการออกแบบผลิตภัณฑ์ที่มีความซับซ้อนมากยิ่งขึ้นได้กลายเป็นความจำเป็น เพื่อการพัฒนาปรับปรุงคุณภาพผลิตภัณฑ์นั้นๆ ในปัจจุบัน

อุปสรรคและความสะดวกดังกล่าวมีส่วนก่อให้เกิดระเบียบวิธีหาผลเฉลยโดยประมาณ อีกวิธีหนึ่งซึ่งเรียกว่าระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (finite element method) ซึ่งนิยมเรียกด้วยคำย่อกันว่า FEM ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์นี้สามารถนำมาใช้กับปัญหาที่มีรูปร่างลักษณะซับซ้อน ได้เป็นอย่างดี สามารถจำลองรูปร่างลักษณะดั้งเดิมที่แท้จริงได้ใกล้เคียงเที่ยงตรงกว่า หลักการของระเบียบวิธีนี้ในขั้นต้นก็คล้ายกับระเบียบวิธีผลต่างสืบเนื่อง กล่าวคือ เริ่มจากการแบ่งรูปร่างของปัญหา ออกเป็นชิ้นๆ ที่เรียกว่า เอลิเมนต์ ที่มีขนาดต่างกันในรูปแบบที่ต่างกันเช่น เอลิเมนต์แบบ สามเหลี่ยม เอลิเมนต์แบบสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่า เป็นต้น ข้อดีของระเบียบวิธีนี้เมื่อเปรียบเทียบกับ ระเบียบวิธีผลต่างสืบเนื่อง คือ ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ประกอบด้วยเอลิเมนต์ขนาดต่างกันได้ สามารถจำลองรูปร่างลักษณะดั้งเดิมของปัญหาได้ดีกว่า ซึ่งหมายถึงว่า ปัญหานั้นจะถูกแก้เพื่อหาผล เฉลยโดยประมาณจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (mathematical model) ที่มีรูปร่างลักษณะ ใกล้เคียงกับของจริงมากกว่า ดังนั้น ค่าผลเฉลยโดยประมาณที่คำนวณออกมาได้จึงควรมีค่าความ เที่ยงตรงและแม่นยำสูงขึ้น

3.1 ลักษณะเฉพาะของระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ในการวิเคราะห์ปัญหาใดปัญหาหนึ่ง ปัญหานั้นมักประกอบด้วยสมการเชิงอนุพันธ์ และเงื่อนไขขอบเขตที่กำหนดมาให้ ผลเฉลยแม่นยำตรง (exact solution) ที่ประดิษฐ์ขึ้นมาได้จะ ประกอบด้วยค่าของตัวแปรตามตำแหน่งต่างๆกันบนรูปร่างลักษณะของปัญหานั้น หรือกล่าวอีกนัย หนึ่งก็คือ ผลเฉลยแม่นยำตรงจะประกอบด้วยค่าต่างๆทั้งหมดนับเป็นจำนวนอนันต์ค่า แทนที่จะทำ การหาผลเฉลยแม่นยำตรงที่ประกอบด้วยค่าต่างๆจำนวนมากมายเช่นนี้ ซึ่งสำหรับปัญหาในทางปฏิบัติ นั้นเป็นไปได้ หลักการก็คือทำการลดค่าทั้งหมดที่มีจำนวนอนันต์ค่านั้นมาเป็นค่าโดยประมาณที่ นับได้ (finite) ด้วยการแทนรูปร่างลักษณะของปัญหาด้วยเอลิเมนต์ (element) ซึ่งมีขนาดต่างๆกัน ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์นี้ยังบ่งชี้ว่า ผลเฉลยของแต่ละเอลิเมนต์นั้นจำเป็นต้องสอดคล้อง (satisfy) กับสมการเชิงอนุพันธ์และเงื่อนไขขอบเขตที่กำหนดมาให้สำหรับปัญหานั้นๆ ซึ่งหมายความว่า

หลักการของระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์จะต้องเริ่มต้นจากการพิจารณาเอลิเมนต์ทีละเอลิเมนต์ โดยทำการสร้างสมการสำหรับแต่ละเอลิเมนต์ให้สอดคล้องกับสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหาที่พิจารณาอยู่นั้น จากนั้นจึงนำสมการของแต่ละเอลิเมนต์ที่สร้างขึ้นได้ มาประกอบกันเข้าก่อให้เกิดระบบสมการรวม ซึ่งในความหมายทางกายภาพก็คล้ายกับการนำทุกเอลิเมนต์มาประกอบรวมเข้าด้วยกัน ก่อให้เกิดเป็นรูปร่างลักษณะทั้งหมดของปัญหาที่แท้จริง แล้วจึงประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตที่กำหนดมาให้ลงไปในระบบสมการรวมนี้ก่อนทำการแก้ทั้งระบบสมการดังกล่าว เพื่อหาผลเฉลยโดยประมาณที่ต้องการตามตำแหน่งต่างๆของปัญหานั้น

จะเห็นได้ว่าความแม่นยำของผลเฉลยโดยประมาณที่คำนวณได้นั้นขึ้นอยู่กับขนาดและจำนวนของเอลิเมนต์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ปัญหา นอกจากนี้ความแม่นยำของผลเฉลยยังขึ้นอยู่กับการสมมติรูปแบบของฟังก์ชันการประมาณภายใน (interpolation function) ที่ใช้สำหรับแต่ละเอลิเมนต์ กล่าวคือ ฟังก์ชันการประมาณภายในที่ใช้มีความใกล้เคียงกับผลเฉลยแม่นยำตรงของปัญหานั้นมากน้อยเพียงใด ลักษณะการกระจายของฟังก์ชันการประมาณภายในของเอลิเมนต์อาจสมมติให้อยู่ในหลายรูปแบบ อาทิเช่น รูปแบบของการกระจายเชิงเส้น (linear distribution) เป็นต้น ส่วนขนาด (magnitude) ของฟังก์ชันการประมาณภายในนั้นขึ้นอยู่กับค่าที่จุดต่อ (node) ของเอลิเมนต์ ยกตัวอย่างเช่น หากค่าอุณหภูมิของจุดต่อที่อยู่ปลายมุมทั้งสามของเอลิเมนต์รูปสามเหลี่ยมมีค่าเท่ากับ 30, 40 และ 50 องศาเซลเซียส ตามลำดับ และหากเอลิเมนต์รูปสามเหลี่ยมนี้ใช้ฟังก์ชันการประมาณภายในที่อยู่ในรูปแบบของลักษณะการกระจายแบบเชิงเส้นตรงแล้ว อุณหภูมิ ณ ตำแหน่งต่างๆในเอลิเมนต์รูปสามเหลี่ยมนี้จะแปรผันเป็นเชิงเส้นตรงคล้ายแผ่นเรียบ โดยมีการกระจายของอุณหภูมิระหว่าง 30 ถึง 50 องศาเซลเซียส เป็นต้น

4. การสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์

ในการแก้ปัญหาที่โดเมนมีสถานะต่อเนื่อง (continuum problem) ไม่ว่าจะเป็นทางด้านของแข็งหรือของไหลการสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ ปกติสามารถทำได้ 2 วิธี คือ

- 4.1 โดยการใช้อนุตรการแปรผัน (variational formulation)
- 4.2 โดยการใช้สมการเชิงอนุพันธ์ (differential equation) ร่วมกับการใช้เงื่อนไขขอบเขต (boundary conditions) ที่เหมาะสม

4.1 การสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์โดยใช้สูตรการแปรผัน (variational formulation)

หลักการสำคัญในการใช้สูตรการแปรผันคือ เราจำเป็นต้องทำการหาหรือสร้างฟังก์ชัน ซึ่งเมื่อเราทำการหาค่าต่ำสุด (minimization) ของฟังก์ชันนั้นแล้ว ยังคงก่อให้เกิดสมการเชิงอนุพันธ์ และเงื่อนไขขอบเขตที่สอดคล้องกับปัญหาที่เราทำการวิเคราะห์ห้อยู่ นั่น ดังตัวอย่างเช่น สมการเชิงอนุพันธ์ในรูปแบบของ

$$\frac{d^2u}{dx^2} = -f(x) \quad (1)$$

โดย $u = u(x)$ และเงื่อนไขขอบเขตที่เหมาะสมนั้น จะสอดคล้อง (equivalence) เช่นเดียวกันกับการหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชัน

$$J(u) = \int \left[\frac{1}{2} \left(\frac{du}{dx} \right)^2 - f(x)u(x) \right] dx \quad (2)$$

โดยฟังก์ชัน J ในสมการที่ (2) นั้นมีความหมายทางกายภาพ กล่าวคือ เป็นค่าพลังงานศักย์รวม (total potential energy) ประกอบด้วย (ก) ค่าพลังงานศักย์รวมสำหรับวัตถุที่ยืดหยุ่นได้ (elastic body) หลังจากเกิดการยืดหยุ่น และ (ข) พลังงานศักย์อันเกิดจากแรงภายนอกที่มากระทำ (potential energy due to external forces) ซึ่งเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$J = U + V \quad (3)$$

โดย J = พลังงานศักย์รวม
 U = พลังงานความเครียดภายในวัตถุ
 V = พลังงานศักย์จากแรงภายนอก

ค่าพลังงานศักย์จากแรงภายนอก (V) มีค่าเป็นลบของงานที่เกิดขึ้น (W) ซึ่งสามารถคำนวณได้โดยง่ายจากสูตร $W = Pu$ เมื่อ P คือแรงที่กระทำ u คือระยะการขจัดตามแนวแรง ดังนั้น $V = -W = -Pu$ เป็นต้น

ในขณะที่วัตถุอยู่ในสภาวะที่สมดุล (equilibrium condition) ค่าพลังงานศักย์รวม J นั้นมีค่าต่ำที่สุด จากหลักการของค่าต่ำสุดของพลังงานศักย์รวม (principle of total minimum potential-energy) ตามระเบียบวิธีแปรผัน ใช้เงื่อนไขที่ว่า

$$\delta J(u) = 0 \quad (4)$$

โดยสัญลักษณ์ δ แทนสัญลักษณ์การแปรผัน (variation) ของพลังงานศักย์รวม J ซึ่งก็คือ

$$\frac{\partial J(u)}{\partial u} = 0 \quad (5)$$

4.2 การสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์โดยการใช้สมการเชิงอนุพันธ์ (differential equation)

ในขั้นตอนการสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์โดยวิธีการแปรผัน สมการไฟไนต์เอลิเมนต์เหล่านี้ สามารถสร้างขึ้นได้โดยสะดวกหากเราทราบฟังก์ชันแปรผันที่สอดคล้องกับปัญหานั้น แต่สำหรับปัญหาทั่วไปในทางปฏิบัติ โดยปกติเราจะทราบเพียงแค่สมการเชิงอนุพันธ์และไม่สามารถหาฟังก์ชันแปรผันที่สอดคล้องกันได้ ดังนั้นเพื่อเป็นการแก้ปัญหาดังกล่าวจึงได้มีการสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์จากการใช้สมการเชิงอนุพันธ์โดยตรง โดยไม่จำเป็นต้องทราบฟังก์ชันแปรผันที่สอดคล้องกัน เราเรียกวิธีการนี้ว่า ระเบียบวิธีถ่วงน้ำหนักเศษตกค้าง (method of weighted-residuals) ซึ่งวิธีการนี้สามารถนำไปใช้สร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับปัญหาทั่วไปได้ หลังจากที่เราสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ต้องการขึ้นมาแล้ว กระบวนการวิเคราะห์ปัญหาในขั้นตอนถัดไปคือการการรวมสมการไฟไนต์เอลิเมนต์จากเอลิเมนต์ย่อยๆ ขึ้นเป็นสมการระบบรวมแล้วประยุกต์เงื่อนไขขอบเขต และแก้สมการระบบรวมนั้นเพื่อหาผลลัพธ์ที่ต้องการ

4.3 ระเบียบวิธีถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างเพื่อสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์

ลำดับขั้นตอนโดยทั่วไปในการวิเคราะห์ปัญหาไฟไนต์เอลิเมนต์โดยระเบียบวิธีถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างประกอบด้วยลำดับขั้นตอนที่สำคัญ 6 ขั้นตอนดังนี้

4.3.1 แบ่งรูปร่างลักษณะของปัญหาที่กำหนดมาให้ออกเป็นเอลิเมนต์ย่อยๆ จากนั้นจึงหาสมการเชิงอนุพันธ์ที่สอดคล้องกับปัญหาที่ต้องการวิเคราะห์นั้น สมการเชิงอนุพันธ์โดยทั่วไปสามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบได้ คือ

$$L(\bar{\phi}) = 0 \quad (6)$$

โดย L คือ ตัวดำเนินการเชิงอนุพันธ์ (differential operator) และ $\bar{\phi}$ คือ ตัวแปรตามแน่นอนตรง

4.3.2 สมมติลักษณะการกระจายของผลเฉลยโดยประมาณบนเอลิเมนต์ให้อยู่ในรูปแบบ

$$\phi = \phi(x, y) = \sum_{i=1}^m N_i \phi_i = [N] \{\phi\} \quad (7)$$

โดย m คือ จำนวนจุดต่อของเอลิเมนต์นั้น, N_i คือ ฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์ และ ϕ_i คือ ตัวไม่รู้ค่าที่จุดต่อ

4.3.3 สร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์โดยระเบียบวิธีถ่วงน้ำหนักเศษตกค้าง หากเราแทนผลเฉลยโดยประมาณดังแสดงในสมการที่ (7) ลงในสมการเชิงอนุพันธ์ในสมการ (6) เราจะพบว่า

$$L(\phi) \text{ จะ } \neq 0 \text{ แต่จะ } = R$$

โดย R คือ ค่าความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้น หรือเศษตกค้าง (residual) นั้นหมายถึงว่า

$$R = L(\phi) = L([N] \{\phi\}) = L\left(\sum_{i=1}^m N_i \phi_i\right) \quad (8)$$

โดยการใช้วิธีกาลเอร์กิน (Galerkin) ซึ่งมีขั้นตอนโดยเริ่มจากการคูณเศษตกค้าง R ด้วยฟังก์ชันน้ำหนัก (weighting function) W จากนั้นจึงอินทิเกรตตลอดทั้งโดเมนของเอลิเมนต์นั้น แล้วกำหนดผลที่ได้ให้เท่ากับศูนย์

นั่นคือ

$$\int_0^1 W_i R d\Omega = 0 \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (9)$$

และโดยปกติเราเลือก $W_i = N_i$ ซึ่งเรียกกันว่า บับโนฟ-กาลเออร์กิน (Bubnov-Galerkin) แต่หากเลือก $W_i \neq N_i$ ซึ่งใช้กับปัญหาบางชนิด จะเรียกว่า เพทروف-กาลเออร์กิน (Patrov-Galerkin)

4.3.4 อินทิเกรตทีละส่วน (integrate by parts) หากเราแทนสมการ (8) ลงในสมการ (9) แล้วอินทิเกรตทีละส่วนจะได้

$$\begin{aligned} \int_0^1 W_i R d\Omega &= \int_{\Omega^{(e)}} W_i L \left(\sum_{i=1}^m N_i \phi_i \right) d\Omega \\ &= \underbrace{\int_{\Omega^{(e)}} (W_i, N_i, \phi_i) d\Omega}_{\text{พจน์ที่เกี่ยวข้องกับโดเมน}} + \underbrace{\int_{\Gamma^{(e)}} (W_i, N_i, \phi_i) d\Gamma}_{\text{พจน์ที่เกี่ยวข้องกับขอบเขตของเอลิเมนต์}} = 0 \end{aligned}$$

พจน์ที่เกี่ยวข้องกับโดเมนของเอลิเมนต์, $\Omega^{(e)}$ พจน์ที่เกี่ยวข้องกับขอบเขตของเอลิเมนต์, $\Gamma^{(e)}$

4.3.5 แทนพจน์ที่เกี่ยวข้องกับขอบเขตของเอลิเมนต์, $\Gamma^{(e)}$, ด้วยภาวะขอบเขตอื่นๆที่เกี่ยวข้อง ซึ่งจะก่อให้เกิดสมการของเอลิเมนต์ที่สมบูรณ์สำหรับปัญหานั้น

4.3.6 จากนั้นจึงเขียนสมการของเอลิเมนต์ ซึ่งมีทั้งหมด m สมการให้อยู่ในรูปของเมทริกซ์ นั่นคือ

$$[K] \{\phi\} = \{F\} \quad (10)$$

$(m \times m) \quad (m \times 1) \quad (m \times 1)$

โดย $[K]$ คือ เอลิเมนต์เมทริกซ์ของความแข็งเกร็ง (element stiffness matrix), $\{\phi\}$ คือ เวกเตอร์ซึ่งประกอบด้วยตัวไม่รู้ค่าที่จุดต่อต่างๆของเอลิเมนต์และ $\{F\}$ คือ โหลดเวกเตอร์ของเอลิเมนต์นั้น เมื่อได้สมการไฟไนต์เอลิเมนต์ดังแสดงในสมการ (10) แล้ว ขั้นตอนต่อไปก็คือทำการรวมสมการของเอลิเมนต์ย่อยเข้าด้วยกันเพื่อให้ระบบสมการรวม จากนั้นก็กำหนดเงื่อนไขขอบเขต แล้วจึงแก้ระบบสมการรวมเพื่อหาค่าผลลัพธ์ที่จุดต่อต่างๆต่อไป

5. สมการพื้นฐานทั่วไปในสามมิติ

5.1 สมการเชิงอนุพันธ์

ความสมดุลของของแข็งที่มีการยืดหยุ่นได้ในสามมิติ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยได้ดังนี้

$$\begin{aligned}\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + F_x &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + F_y &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + F_z &= 0\end{aligned}\quad (11)$$

โดย $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ แทนความเค้นในแนวแกน x, y, z ตามลำดับ และ $\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$ แทนความเค้นเฉือน, F_x, F_y, F_z แทนแรงวัตถุ (body force) ในแนวแกน x, y, z ตามลำดับ ตลอดผิวรอบนอกของของแข็งดังภาพที่ 5 แสดงความสมดุลตามตำแหน่งใดๆ ในของแข็งสามมิติ อาจประกอบด้วยเงื่อนไขขอบเขตหลายชนิด อาทิเช่น การกำหนดกระยะเคลื่อนตัวบนผิวบางส่วน ในขณะที่ผิวส่วนอื่นๆ อาจมีการกำหนดเงื่อนไขของความเค้นที่ผิว (surface traction) ในรูปแบบทั่วไปคือ

$$\vec{T} = T_x \hat{i} + T_y \hat{j} + T_z \hat{k} \quad (12)$$

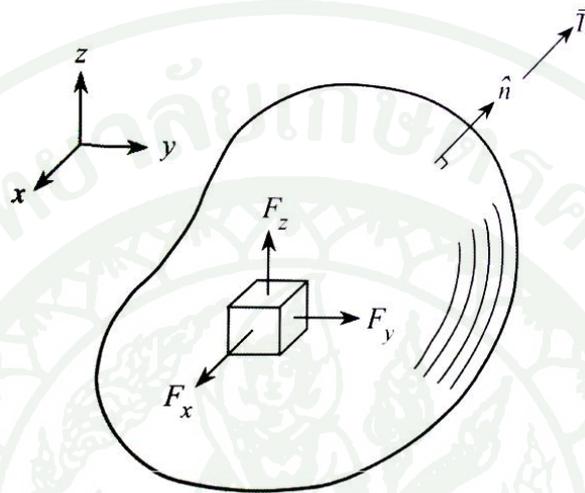
โดย T_x, T_y, T_z แทนความเค้นที่ผิวในทิศแกน x, y, z ตามลำดับ ซึ่งสามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบความเค้นย่อยต่างๆ ได้ดังนี้

$$\begin{Bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{Bmatrix} \quad (13)$$

โดย n_x, n_y, n_z เป็นทิศทางโคไซน์ (direction cosines) ของเวกเตอร์

$$\hat{n} = n_x \hat{i} + n_y \hat{j} + n_z \hat{k} \quad (14)$$

ซึ่งเป็นเวกเตอร์ที่ตั้งฉากกับผิว ณ จุดที่กำลังพิจารณาอยู่นั้น



ภาพที่ 5 ความสมดุลตามตำแหน่งใดๆในของแข็งสามมิติ

ที่มา: ปราโมทย์ (2537)

นอกจากเงื่อนไขขอบเขตที่ผิวหน้าเหล่านี้แล้วของแข็งในสามมิติในรูปดังกล่าวอาจมีความเครียดขั้นต้น (pre-strain) ที่เกิดขึ้นอยู่ก่อน ทำให้ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดโดยทั่วไปคือ

$$\{\sigma\} = [C]\{\varepsilon - \varepsilon_0\} \quad (15)$$

โดย

$$\{\sigma\}^T = [\sigma_x \quad \sigma_y \quad \sigma_z \quad \tau_{xy} \quad \tau_{yz} \quad \tau_{xz}] \quad (16)$$

$$\{\varepsilon\}^T = [\varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \varepsilon_z \quad \gamma_{xy} \quad \gamma_{yz} \quad \gamma_{xz}] \quad (17)$$

$$[C] = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (1-2\nu)/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (1-2\nu)/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (1-2\nu)/2 \end{bmatrix} \quad (18)$$

$[C]$ เป็นเมทริกซ์คุณสมบัติของวัสดุ (Material property matrix) สำหรับวัสดุไอโซทรอปิก และ $\{\varepsilon_0\}$ แทนเวกเตอร์ของความเครียดขั้นต้นซึ่งอาจเกิดมาจากหลายสาเหตุ เช่น อาจเกิดจากอุณหภูมิ $T(x, y, z)$ ตามตำแหน่งต่าง ๆ นั้นมีค่าไม่เท่ากัน ในกรณีเช่นนี้เวกเตอร์นี้คือ

$$\{\varepsilon_0\}^T = [\alpha\Delta T \quad \alpha\Delta T \quad \alpha\Delta T \quad 0 \quad 0 \quad 0] \quad (19)$$

และ α แทนสัมประสิทธิ์ของการขยายตัว และ ΔT แทนอุณหภูมิที่เปลี่ยนแปลงไปจากอุณหภูมิ T_0 ซึ่งเป็นอุณหภูมิที่วัสดุนั้นไม่มีความเค้น ดังนี้

$$\Delta T = T(x, y, z) - T_0 \quad (20)$$

ความเครียดขั้นต้นอาจเกิดมาจากกรณีที่โครงสร้างนั้นมีความเครียดอยู่ก่อนแล้วและอยู่ในภาวะสมดุลก่อนที่จะมีแรงภายนอกมากระทำ ซึ่งเป็นผลให้โครงสร้างนั้นมีเสถียรภาพและอยู่ได้สภาวะสมดุลก่อนที่จะมีแรงภายนอกชนิดอื่นเข้ามากระทำ อันจะทำให้สภาวะสมดุลนั้นเปลี่ยนแปลงไป ความเครียดขั้นต้นมีประโยชน์ก่อให้เกิดเสถียรภาพโครงสร้างทั่วไป อาทิเช่น การใช้ความเครียดขั้นต้นในสายเคเบิลต่างๆเพื่อทำให้สะพานแขวนอยู่ในสภาวะสมดุล ความเครียดขั้นต้นในโครงสร้างของร่มหลังจากที่กางออก เป็นต้น

5.2 การสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับปัญหาทางด้านของแข็งทั่วไปในสามมิติ

ในการสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับปัญหาทางด้านของแข็ง เราสามารถเริ่มจากสมการอนุพันธ์ดังแสดงในสมการ (11) แล้วใช้ระเบียบวิธีถ่วงน้ำหนักเศษตค่างเพื่อสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์หรืออาจใช้ระเบียบวิธีแปรผันในการสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ก็ได้ ในกรณีที่เลือกใช้ระเบียบวิธีแปรผัน เราจำเป็นต้องหาฟังก์ชันที่เมื่อทำการหาค่าต่ำสุดแล้วจะก่อให้เกิด

สมการเชิงอนุพันธ์ (11) ฟังก์ชันดังกล่าวคือพลังงานศักย์รวมเช่นเดียวกับที่ได้แสดงไว้ในสมการ (3) นั่นคือ

$$J = U^* + V^* \quad (21)$$

โดย U^* คือพลังงานที่เกิดขึ้นจากความเครียดในวัตถุ โดยมีค่า

$$U^* = \frac{1}{2} \int_V [\varepsilon - \varepsilon_0] \{\sigma\} dV \quad (22)$$

เมื่อแทน $\{\sigma\}$ จากสมการ (15) ลงไปจะได้

$$U^* = \frac{1}{2} \int_V [\varepsilon - \varepsilon_0] [C] \{\varepsilon - \varepsilon_0\} dV \quad (23)$$

ซึ่งหลังจากกระจายพจน์แล้วจัดพจน์ จะได้

$$U^* = \frac{1}{2} \int_V [\varepsilon] [C] \{\varepsilon\} dV - \int_V [\varepsilon] [C] \{\varepsilon_0\} dV + \frac{1}{2} \int_V [\varepsilon_0] [C] \{\varepsilon_0\} dV \quad (24)$$

ในสมการ (21) V^* คือพลังงานศักย์อันเกิดจากแรงวัตถุ (body force) ที่มีปริมาตร V และแรงที่ผิว (surface traction) บนพื้นผิวที่มีพื้นที่ S ซึ่งสามารถเขียนได้ในรูปแบบดังนี้

$$\begin{aligned} V^* &= - \int_V (F_x u + F_y v + F_z w) dV - \int_S (T_x u + T_y v + T_z w) dS \\ &= - \int_V \begin{bmatrix} u & v & w \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{Bmatrix} dV - \int_S \begin{bmatrix} u & v & w \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{Bmatrix} dS \\ &= - \int_V \begin{bmatrix} \bar{\delta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F \end{Bmatrix} dV - \int_S \begin{bmatrix} \bar{\delta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T \end{Bmatrix} dS \end{aligned} \quad (25)$$

โดย $\begin{bmatrix} \bar{\delta} \end{bmatrix}$ แทนเวกเตอร์ที่ประกอบด้วยค่าเคลื่อนตัว u, v, w ในทิศทางแกน x, y, z ตามลำดับ

$\{F\}$ แทนเวกเตอร์ที่ประกอบด้วยแรงวัตถุในทิศทางแกน x, y, z และ $\{T\}$ แทนเวกเตอร์ที่ประกอบด้วยแรงที่ผิวในทิศทางแกน x, y, z จากนั้นแทนสมการ (24) และ (25) ลงในสมการ (21) ก่อให้เกิดพลังงานศักย์รวมในรูปแบบดังนี้

$$J = \frac{1}{2} \int_V [\varepsilon][C]\{\varepsilon\}dV - \int_V [\varepsilon][C]\{\varepsilon_0\}dV + \frac{1}{2} \int_V [\varepsilon_0][C]\{\varepsilon_0\}dV - \int_V [\delta]\{F\}dV - \int_S [\delta]\{T\}dS \quad (26)$$

ซึ่งสามารถนำไปใช้สร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับเอลิเมนต์ชนิดต่างๆได้ ทั้งนี้สมการไฟไนต์เอลิเมนต์สามารถสร้างโดยระเบียบวิธีถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างได้เช่นกัน

การประดิษฐ์สมการไฟไนต์เอลิเมนต์ในรูปแบบของสมการที่ประกอบด้วยค่าการเคลื่อนตัวซึ่งไม่รู้ค่าที่จุดต่อ นั่นคือเราต้องสมมติการกระจายของการเคลื่อนตัวบนเอลิเมนต์ ในระเบียบวิธีนี้เราต้องมั่นใจว่าลักษณะการกระจายของการเคลื่อนตัวบนเอลิเมนต์ที่เราสมมติขึ้นนั้น จะก่อให้เกิดผลลัพธ์ที่ลู่อู่เข้าหาผลลัพธ์ที่ถูกต้อง (converged solution) หลังจากที่เรทำการแบ่งเอลิเมนต์ให้มีขนาดเล็กย่อยลงไป

5.3 ข้อบังคับในการสมมติการกระจายของการเคลื่อนตัวบนเอลิเมนต์

5.3.1 ในกรณีที่พลังงานศักย์รวมดังเช่นแสดงในสมการ (26) ประกอบด้วยพจน์ที่เป็นอนุพันธ์อันดับหนึ่ง (first-order derivative) ของค่าเคลื่อนตัว ลักษณะการกระจายตัวของค่าเคลื่อนตัวนั้นจำเป็นต้องมีความต่อเนื่อง (compatibility) ตลอดรอยต่อของเอลิเมนต์ที่ติดกัน เราเรียกความต่อเนื่องนี้ว่า ความต่อเนื่องแบบ C^0 ซึ่งในสมการ (26) จะเห็นว่าจำเป็นต้องสมมติลักษณะการกระจายของค่าเคลื่อนตัวให้มีความต่อเนื่องระหว่างเอลิเมนต์เนื่องจากค่าความเครียด ε ซึ่งปรากฏอยู่ในสมการนี้คืออนุพันธ์อันดับหนึ่งของค่าเคลื่อนตัว หนึ่งในปัญหาบางชนิด เช่นการ โกงของคาน จะพบว่าพลังงานศักย์ที่อยู่ในรูปของสมการ (26) จะประกอบด้วยพจน์ที่เป็นอนุพันธ์อันดับสองของค่าเคลื่อนตัว ในกรณีเช่นนี้ทั้งค่าเคลื่อนตัวและความชัน (slope)ของค่าเคลื่อนตัวนั้นจำเป็นต้องมีความต่อเนื่องระหว่างเอลิเมนต์ ผลลัพธ์ที่ได้จึงจะลู่อู่เข้าหาผลลัพธ์ที่ถูกต้องหลังจากเราใช้จำนวนเอลิเมนต์เพิ่มมากขึ้น เราเรียกความต่อเนื่องในลักษณะนี้ว่าความต่อเนื่องแบบ C^1

5.3.2 ลักษณะการกระจายของค่าเคลื่อนตัวที่สมมติบนเอลิเมนต์นั้นจำเป็นต้องมีความ
 บริบูรณ์ (completeness) ซึ่งหมายความว่า การกระจายดังกล่าวสามารถก่อให้เกิดสภาวะจริงเช่นนั้น
 เช่น เหล็กท่อนถูกดึงที่ปลายทั้งสองด้วยแรงที่คงที่ ก่อให้เกิดความเครียดที่คงที่ตลอดความยาวของ
 เหล็กท่อนนั้น

จากสมการ (26) และข้อบังคับในการสมมติการกระจายของการเคลื่อนตัวบนเอลิ
 เมนต์เราสามารถสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับเอลิเมนต์ในสามมิติทั่วไปได้ โดยขั้นตอน
 แรกเราจำเป็นต้องทำคือสมมติลักษณะการกระจายของค่าเคลื่อนตัวในสามทิศทางโดยค่าเคลื่อนตัว
 ในแต่ละทิศทางสามารถเขียนให้อยู่ในรูปของฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์และค่าเคลื่อนตัว
 ณ จุดต่อ โดยในกรณีนี้สมมติว่าใช้เอลิเมนต์ทรงหกหน้าซึ่งประกอบด้วยแปดจุดต่อ ดังนั้น จะได้

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= \begin{bmatrix} N(x, y, z) \end{bmatrix}_{(1 \times 8)} \{u\}_{(8 \times 1)} \\ v(x, y, z) &= \begin{bmatrix} N(x, y, z) \end{bmatrix}_{(1 \times 8)} \{v\}_{(8 \times 1)} \\ w(x, y, z) &= \begin{bmatrix} N(x, y, z) \end{bmatrix}_{(1 \times 8)} \{w\}_{(8 \times 1)} \end{aligned} \quad (27)$$

หรือเขียนรวมกันได้ว่า

$$\begin{bmatrix} \bar{\delta} \end{bmatrix}_{(3 \times 1)} = \begin{bmatrix} N(x, y, z) \end{bmatrix}_{(3 \times 24)} \begin{bmatrix} \delta \end{bmatrix}_{(24 \times 1)} \quad (28)$$

โดย

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \bar{\delta} \end{bmatrix}^T &= \begin{bmatrix} u & v & w \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \delta \end{bmatrix}^T &= \begin{bmatrix} u_1 & v_1 & w_1 & u_2 & v_2 & w_2 & \dots & u_8 & v_8 & w_8 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (29)$$

เวกเตอร์ของความเครียดดังแสดงในสมการ (17) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของค่าเคลื่อนตัวได้คือ

$$\{\varepsilon\}_{(6 \times 1)} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial w}{\partial z} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \end{Bmatrix} = [B(x, y, z)] \{\delta\}_{(24 \times 1)} \quad (30)$$

โดย $[B(x, y, z)]$ แทนเมทริกซ์ความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดและการเคลื่อนตัว หากเราแทนสมการ (28) และ (30) ลงในสมการพลังงานศักย์รวม (26) จะได้

$$\begin{aligned} J &= \frac{1}{2} \int_V [\delta]_{(1 \times 24)} [B]^T_{(24 \times 6)} [C]_{(6 \times 6)} [B]_{(6 \times 24)} \{\delta\}_{(24 \times 1)} dV - \int_V [\delta]_{(1 \times 24)} [B]^T_{(24 \times 6)} [C]_{(6 \times 6)} \{\varepsilon_0\}_{(6 \times 1)} dV \\ &+ \frac{1}{2} \int_V [\varepsilon_0]_{(1 \times 6)} [C]_{(6 \times 6)} \{\varepsilon_0\}_{(6 \times 1)} dV - \int_V [\delta]_{(1 \times 24)} [N]^T_{(24 \times 3)} \{F\}_{(3 \times 1)} dV \\ &- \int_S [\delta]_{(1 \times 24)} [N]^T_{(24 \times 3)} \{T\}_{(3 \times 1)} dS \end{aligned}$$

หรือเขียนย่อได้เป็น

$$\begin{aligned} J &= \frac{1}{2} [\delta] [K] \{\delta\} - [\delta] \{F_0\} + \frac{1}{2} \int_V [\varepsilon_0] [C] \{\varepsilon_0\} dV \\ &- [\delta] \{F_B\} - [\delta] \{F_i\} \end{aligned} \quad (31)$$

โดย

$$[K]_{(24 \times 24)} = \int_V [B]^T_{(24 \times 6)} [C]_{(6 \times 6)} [B]_{(6 \times 24)} dV \quad (32ก)$$

$$\{F_0\}_{(24 \times 1)} = \int_V [B]^T_{(24 \times 6)} [C]_{(6 \times 6)} \{\varepsilon_0\}_{(6 \times 1)} dV \quad (32ข)$$

$$\{F_B\} = \int_V [N]^T \{F\} dV \quad (32ก)$$

$(24 \times 1) \quad \int_V (24 \times 3) \quad (3 \times 1)$

$$\{F_T\} = \int_S [N]^T \{T\} dS \quad (32ง)$$

$(24 \times 1) \quad \int_S (24 \times 3) \quad (3 \times 1)$

ในที่นี้ $[K]$ คือ เอลิเมนต์ของความแข็งเกร็ง; $\{F_0\}, \{F_B\}, \{F_T\}$ คือ โหลดเวกเตอร์เนื่องมาจากความกดดัน แรงวัตถุ และแรงที่ผิวตามลำดับ ในการสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ในขั้นต่อไปคือการค่าค่าต่ำสุดของพลังงานศักย์รวมจากสมการ (31) นั่นคือ

$$\frac{\partial J}{\partial \{\delta\}} = 0 \quad (32จ)$$

ซึ่งก่อให้เกิดสมการไฟไนต์เอลิเมนต์รวมทั้งสิ้น 24 สมการย่อยสำหรับหนึ่งเอลิเมนต์ทรงหกหน้า แปรจุดต่อ ทั้ง 24 สมการย่อยนี้สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของสมการเมทริกซ์ได้ดังนี้

$$[K] \{\delta\} = \{F_0\} + \{F_B\} + \{F_T\} \quad (33)$$

$(24 \times 24) \quad (24 \times 1) \quad (24 \times 1) \quad (24 \times 1) \quad (24 \times 1)$

อนึ่ง ค่าอนุพันธ์ที่เกิดขึ้นจากพจน์ที่สามทางด้านขวาของสมการ (31) นั้นมีค่าเท่ากับศูนย์เนื่องจากพจน์ดังกล่าวไม่เป็นฟังก์ชันของค่าเคลื่อนตัวที่จุดต่อ

หลังจากประกอบสมการไฟไนต์เอลิเมนต์จากทุกๆเอลิเมนต์ขึ้นเป็นระบบสมการรวมของวัตถุสามมิตินั้น แล้วทำการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตและแก้ระบบสมการรวมเพื่อหาผลลัพธ์ของค่าเคลื่อนตัวที่ทุกๆจุดต่อได้แล้ว ค่าความเค้นในทิศทางต่างๆสามารถคำนวณได้โดยใช้สมการ (15) และ (30) ดังนี้

$$\{\sigma\} = [C] [B] \{\delta\} - [C] \{\epsilon_0\} \quad (34)$$

$(6 \times 1) \quad (6 \times 6) \quad (6 \times 24) \quad (24 \times 1) \quad (6 \times 6) \quad (6 \times 1)$

สมการไฟไนต์เอลิเมนต์และเอลิเมนต์เมทริกซ์ต่างๆเหล่านี้ในสามมิติสามารถดัดแปลงเพื่อนำไปสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์และเอลิเมนต์เมทริกซ์สำหรับปัญหาทางด้านของแข็งสามมิติแบบพลศาสตร์ได้ต่อไป

5.4 สมการไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับปัญหาแบบพลศาสตร์

สำหรับปัญหาในทางปฏิบัติโดยทั่วไป แรงภายนอกที่มากระทำต่อวัตถุนั้น โดยปกติจะเปลี่ยนแปลงตามไปเวลา ก่อให้เกิดการเคลื่อนที่และความเค้นในวัตถุที่เปลี่ยนแปลงตามเวลาด้วย เมื่อวัตถุถูกแรงที่เปลี่ยนแปลงไปตามเวลามากระทำ จะก่อให้เกิดแรงเพิ่มขึ้นอีก 2 แรง ซึ่งก็คือ (1) แรงเฉื่อย (inertia force) ซึ่งเป็นแรงแปรผันกับความเร่ง (acceleration) และ (2) แรงหน่วง (damping force) ซึ่งแปรผันกับความเร็ว (velocity) ของวัตถุนั้น แรงทั้งสองนี้จะมีทิศทางตรงกันข้ามกับทิศของการเคลื่อนตัว และเนื่องจากหลักการของ ดาลองแบร์ต (D'Alembert principle) แรงทั้งสองนี้อาจเปรียบเทียบกับแรงวัตถุ (body force) นั่นคือแรงเฉื่อยสามารถเขียนให้อยู่ในรูปของแรงวัตถุได้ ดังนี้

$$\{F\} = -\rho\{\ddot{\delta}\} = -\rho\left\{\begin{matrix} \ddot{u} \\ \ddot{v} \\ \ddot{w} \end{matrix}\right\} \quad (35)$$

โดย ρ แทนความหนาแน่นมวล (mass density) ส่วนเครื่องหมายลบระบุว่าแรงนั้นมีทิศทางตรงกันข้ามกับการเคลื่อนตัว ในทำนองเดียวกันแรงหน่วงสามารถเขียนให้อยู่ในรูปของแรงวัตถุได้ เช่นเดียวกัน

$$\{F\} = -c\{\dot{\delta}\} = -c\left\{\begin{matrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{matrix}\right\} \quad (36)$$

เมื่อมีแรงสองแรงนี้เพิ่มขึ้นมาจากการเคลื่อนตัวของวัตถุ โหลดเวกเตอร์เนื่องจากแรงวัตถุในสมการ (32ค) ของสมการไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับปัญหาทางด้านของแข็งในสามมิติทั่วไป เช่น เอลิเมนต์ทรงหกหน้าในสามมิติที่ประกอบด้วย 8 จุดต่อ 24 สมการจึงกลายมาเป็น

$$\{F_B\}_{(24 \times 1)} = \int_V [N]^T_{(24 \times 3)} \left(\{F\}_{(3 \times 1)} - \rho\{\ddot{\delta}\}_{(3 \times 1)} - c\{\dot{\delta}\}_{(3 \times 1)} \right) dV \quad (37)$$

จากนั้นทำการแทนสมการ (37) ลงในสมการ (33) แล้วเขียนเวกเตอร์ของความเร่งและความเร็วในทิศทางต่างๆให้อยู่ในรูปแบบของความเร่งและความเร็วที่จุดต่อของเอลิเมนต์ จากนั้นจัดสมการ จะได้สมการไฟไนต์เอลิเมนต์ที่อยู่ในรูปแบบคล้ายคลึงกับสมการ (33) นั่นคือ

$$[M] \{\ddot{\delta}\} + [C] \{\dot{\delta}\} + [K] \{\delta\} = \{F_0\} + \{F_B\} + \{F_i\} \quad (38)$$

$(24 \times 24) \quad (24 \times 1) \quad (24 \times 24) \quad (24 \times 1) \quad (24 \times 24) \quad (24 \times 1) \quad (24 \times 1) \quad (24 \times 1) \quad (24 \times 1)$

โดย

$$[M] = \int_V \rho [N]^T [N] dV \quad (39ก)$$

$(24 \times 24) \quad \int_V \quad \rho \quad (24 \times 3) \quad (3 \times 24)$

เรียกว่า เอลิเมนต์เมทริกซ์มวล และ

$$[C] = \int_V c [N]^T [N] dV \quad (39ข)$$

$(24 \times 24) \quad \int_V \quad c \quad (24 \times 3) \quad (3 \times 24)$

เรียกว่า เอลิเมนต์เมทริกซ์ของความหน่วง

สมการ (39ก) และ (39ข) แสดงเอลิเมนต์เมทริกซ์มวลและเอลิเมนต์เมทริกซ์ของความหน่วงในรูปแบบทั่วไป เช่น มีขนาด 24×24 สำหรับเอลิเมนต์สามมิติทรงหกหน้า ประกอบด้วยแปดจุดต่อ เอลิเมนต์เมทริกซ์ทั้งสองนี้อยู่ในรูปแบบเดียวกัน และไม่ว่าเอลิเมนต์จะอยู่ในรูปแบบใด เช่น รูปสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่าในสองมิติ หรือทรงหกหน้าสามมิติเราก็สามารถประดิษฐ์เอลิเมนต์เมทริกซ์เหล่านี้ขึ้นได้โดยตรงโดยไม่ต้องใช้การอินทิเกรตเชิงตัวเลข ซึ่งเราเรียกเอลิเมนต์เมทริกซ์นี้ว่า เมทริกซ์มวลแบบแนบเนียน (consistent mass matrix) ซึ่งประดิษฐ์ขึ้นจากการใช้สมการของเอลิเมนต์เมทริกซ์มวล (39ก) โดยตรง เมทริกซ์มวลแบบแนบเนียนนี้เป็นเมทริกซ์เต็ม (full matrix) กล่าวคือ สัมประสิทธิ์ทุกๆตัวในเมทริกซ์นี้ต่างมีค่าไม่เป็นศูนย์ ซึ่งหมายความว่า สมการย่อยต่างๆของสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ (38) นั้นจะเกี่ยวข้องและสัมพันธ์กันหมด (coupled equations) เป็นผลให้การแก้สมการระบบรวมเพื่อหาผลลัพธ์จำเป็นต้องใช้เวลาในการคำนวณมาก โดยเฉพาะเมื่อปัญหามีขนาดใหญ่ที่ประกอบด้วยจุดต่อเป็นจำนวนมาก ระเบียบวิธีเช่นนี้เรียกว่า เป็นกระบวนการแก้ปัญหาแบบ ปริยาย (implicit algorithm)

อย่างไรก็ตามเราสามารถหลีกเลี่ยงการแก้ระบบสมการรวมที่มีสมการย่อยซึ่งเกี่ยวข้องสัมพันธ์กันนี้ได้โดยคิดแปลงสมการย่อยเหล่านี้ไม่ให้ขึ้นต่อกันและกัน (uncoupled equation) เราก็สามารถแก้สมการย่อยทีละสมการได้โดยง่ายซึ่งเป็นกระบวนการแก้ปัญหาแบบชัดแจ้ง (explicit algorithm) ซึ่งอาศัยวิธีการเปลี่ยนรูปแบบของเมทริกซ์มวลแบบแนบเนียน (consistent mass matrix) ซึ่งเป็นเมทริกซ์เต็ม (full matrix) มาเป็นเมทริกซ์มวลแบบรวมตัวที่จุดต่อ (lumped mass matrix) ซึ่งเป็นเมทริกซ์เฉียง แม้จะทำให้เกิดผลคืออยู่บางอย่างขึ้น แต่ขณะเดียวกันก็ก่อให้เกิดผลเสียบางอย่างทางด้านการคำนวณ กล่าวคือ เราไม่สามารถใช้ช่วงเวลา (time step) ที่สูงเกินกว่าค่าเวลา

วิกฤต (critical time step) ได้ ทั้งนี้ไม่มีคำตอบที่ชัดเจนว่าควรแก้ปัญหาโดยเลือกใช้กระบวนการแบบปริยาย (implicit algorithm) หรือกระบวนการแบบชัดแจ้ง (explicit algorithm) สำหรับปัญหาทั่วไป การเลือกใช้กระบวนการใดกระบวนการหนึ่งนั้นขึ้นอยู่กับลักษณะของปัญหา ลักษณะของแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ด้วยเอลิเมนต์ขนาดต่างๆชนิดและขนาดปริมาณความจุของหน่วยความจำบนคอมพิวเตอร์ที่ใช้ รวมทั้งประสบการณ์ของผู้วิเคราะห์ด้วย

ดังนั้นสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ (38) ซึ่งประกอบด้วยเวกเตอร์ต่างๆนับตั้งแต่เวกเตอร์ที่เกี่ยวข้องกับความเฉื่อย ความหน่วง ความแข็งแกร่งของวัตถุและแรงต่างๆที่เกิดขึ้น สามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบที่สั้นขึ้นได้ดังนี้

$$[M]\{\delta\} + [C]\{\dot{\delta}\} + [K]\{\delta\} = \{F(t)\} \quad (40)$$

โดย $\{F(t)\}$ ทางด้านขวามือของสมการ (40) นั้นรวมถึงแรงทุกชนิดที่มากระทำหรือเกิดขึ้นบนวัตถุ นั้นซึ่งขึ้นอยู่กับเวลา อันจะก่อให้เกิดค่าการเคลื่อนตัว ความเครียด และความเค้นที่จะแปรผันไปตามเวลาด้วย

การแก้สมการไฟไนต์เอลิเมนต์ (40) เพื่อคำนวณหาการเคลื่อนตัวที่แปรผันไปตามเวลาสามารถทำได้หลายวิธี โดยประสิทธิภาพของวิธีต่างๆจะมากหรือน้อยนั้นขึ้นอยู่กับลักษณะชนิดของปัญหา ซึ่งวิธีพื้นฐานทั่วไปมี 2 วิธีคือ (1) ระเบียบวิธีซ้อนทับโหมด (modal superposition) โดยประกอบด้วยขั้นตอนที่สำคัญ 2 ขั้นตอนคือ ขั้นตอนแรกเป็นกระบวนการค่าลักษณะเฉพาะ (eigenvalue) และเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ (eigenvector) ส่วนขั้นตอนที่สองเป็นกระบวนการแก้สมการเพื่อหาผลตอบสนองชั่วคราว (transient response) ซึ่งข้อดีของระเบียบวิธีซ้อนทับโหมดนั้นเป็นระเบียบวิธีที่ไม่ยากในการทำความเข้าใจ แต่ข้อเสียของระเบียบวิธีการนี้คือ เราต้องแก้ปัญหาค่าลักษณะเฉพาะ (eigenvalue problem) ซึ่งปัญหาโดยทั่วไปในทางปฏิบัตินั้น ระบบสมการรวมจะมีขนาดใหญ่ซึ่งใช้เวลาในการคำนวณมาก ยิ่งไปกว่านั้น กระบวนการซ้อนทับโหมดตั้งอยู่บนสมมติฐานที่ว่า เอลิเมนต์เมทริกซ์ $[M]$ และ $[K]$ ไม่ขึ้นอยู่กับ การเคลื่อนตัว $\{\delta\}$ กล่าวคือเป็นปัญหาเชิงเส้น ดังนั้นจึงมีขอบเขตของขีดความสามารถค่อนข้างจำกัด (2) ระเบียบวิธีความสัมพันธ์เวียนบังเกิด (recurrence relation) ซึ่งมีขอบเขตของขีดความสามารถที่กว้างกว่าและขณะเดียวกันสามารถทำความเข้าใจได้โดยง่าย ซึ่งแยกย่อยได้ 2 วิธีคือ ระเบียบวิธีผลต่างตรงกลาง (central-difference method) และ ระเบียบวิธีนิวมาร์ค (Newmark method) ทั้งสองวิธีย่อยนี้ตั้งบนหลักการ

ที่สำคัญคือ การเปลี่ยนแปลงความเร่งและความเร็วให้อยู่ในรูปแบบของค่าเคลื่อนตัวที่จุดต่อเพื่อสามารถหาค่าเคลื่อนตัวตามเวลาที่เปลี่ยนไปได้

5.5 ระเบียบวิธีนิวมาร์ค (Newmark Method)

ระเบียบวิธีนิวมาร์ค (Newmark method) เป็นระเบียบวิธีการหาผลตอบสนองชั่วคราว (transient response) ของการเคลื่อนตัววิธีหนึ่งที่ใช้กันแพร่หลาย เนื่องจากมีเหตุผลหลักที่ว่าเป็นระเบียบวิธีที่ไม่ก่อให้เกิดผลลัพธ์แบบลู่ออก (diverged solution) และง่ายต่อการทำความเข้าใจ ระเบียบวิธีนี้พิจารณาค่าต่างๆที่เวลาปัจจุบัน t และเวลาถัดไป $t + \Delta t$ เท่านั้น โดยใช้สมมติฐานของการใช้ความเร่งเฉลี่ยในช่วงเวลาที่พิจารณา นั่นคือ

$$\ddot{\delta}_{avg} = \frac{\ddot{\delta}_t + \ddot{\delta}_{t+\Delta t}}{2} \quad (41)$$

และจากนั้นจึงเขียนค่าการเคลื่อนตัวและความเร็วที่เวลา $t + \Delta t$ โดยใช้อนุกรมเทย์เลอร์และความเร่งเฉลี่ยจากสมการ (41) นั่นคือ

$$\{\delta\}_{t+\Delta t} \cong \delta_t + \dot{\delta}_t \Delta t + \frac{1}{2} \ddot{\delta}_{avg} (\Delta t)^2 \quad (42)$$

และ

$$\{\dot{\delta}\}_{t+\Delta t} \cong \dot{\delta}_t + \ddot{\delta}_{avg} \Delta t \quad (43)$$

หากแทนความเร่งเฉลี่ยจากสมการ (41) ลงในสมการ (42) แล้วจัดพจน์ จะได้ความเร่งที่เวลา $t + \Delta t$ ในรูปแบบดังนี้

$$\ddot{\delta}_{t+\Delta t} = \frac{4}{(\Delta t)^2} \delta_{t+\Delta t} - \frac{4}{(\Delta t)^2} \delta_t - \frac{4}{\Delta t} \dot{\delta}_t - \ddot{\delta}_t \quad (44)$$

จากนั้นหากแทนสมการความเร่งเฉลี่ยจากสมการ (41) ลงในสมการของความเร็ว (43) พร้อมทั้งแทนค่าความเร่งที่เวลา $t + \Delta t$ จากสมการ (44) ที่ได้นี้ตามลงไป ก็จะได้ความเร็วที่เวลา $t + \Delta t$ ในรูปแบบดังนี้

$$\dot{\delta}_{t+\Delta t} = \frac{2}{\Delta t} \delta_{t+\Delta t} - \frac{2}{\Delta t} \delta_t - \dot{\delta}_t \quad (45)$$

เมื่อได้ทั้งความเร็วและความเร่งที่เวลา $t + \Delta t$ ดังแสดงในสมการ (44) และ (45) นี้แล้ว ก็สามารถทำการสร้างสมการเพื่อที่จะคำนวณการเคลื่อนตัวที่จุดต่อต่างๆได้ โดยเริ่มจากสมการระบบรวม (40) ที่เวลา $t + \Delta t$ นั่นคือ

$$[M]\{\ddot{\delta}\}_{t+\Delta t} + [C]\{\dot{\delta}\}_{t+\Delta t} + [K]\{\delta\}_{t+\Delta t} = \{F(t + \Delta t)\} \quad (46)$$

แทนสมการ (44) และ (45) ลงในสมการ (46) นี้แล้วทำการจัดพจน์เพื่อหาค่าของการเคลื่อนตัวที่เวลา $t + \Delta t$ เราจะได้ระบบสมการรวมคือ

$$[\bar{K}]\{\delta\}_{t+\Delta t} = \{\bar{F}\} \quad (47)$$

โดยในกรณีนี้

$$[\bar{K}] = \frac{4}{(\Delta t)^2}[M] + \frac{2}{\Delta t}[C] + [K] \quad (48ก)$$

$$\{\bar{F}\} = \{F(t + \Delta t)\} + [C]\left\{\frac{2}{\Delta t}\{\delta\}_t + \{\dot{\delta}\}_t\right\} + [M]\left\{\frac{4}{(\Delta t)^2}\{\delta\}_t + \frac{4}{\Delta t}\{\dot{\delta}\}_t + \{\ddot{\delta}\}_t\right\} \quad (48ข)$$

จากสมการ (47) – (48) เราจะเห็นข้อดีของระเบียบวิธีการนี้คือ นอกจากเราจะไม่ต้องกังวลกับผลเฉลยที่อาจลู่ออกซึ่งอาจเกิดขึ้นได้ในระเบียบวิธีผลต่างตรงกลางแล้ว เรายังไม่จำเป็นต้องหาค่าต่างๆที่เวลา $-\Delta t$ ซึ่งต้องใช้ในขั้นเวลาแรกสุดของระเบียบวิธีผลต่างตรงกลางอีกด้วย อนึ่งค่าความเร่งที่ $t = 0$ ที่จำเป็นต้องใช้ในสมการ (48ข) ก็สามารถหาได้จากสมการ (40) ดังนี้

$$[M]\{\ddot{\delta}\}_{t=0} = \{F(t = 0)\} - [C]\{\dot{\delta}\}_{t=0} - [K]\{\delta\}_{t=0} \quad (49)$$

ส่วนข้อเสียหลักของระเบียบวิธีนี้ก็คือ สมการย่อยต่างๆในสมการระบบรวม (47) นั้นต่างเกี่ยวข้องสัมพันธ์กัน (coupled equation) ซึ่งต้องใช้เวลาในการคำนวณมากขึ้น โดยเฉพาะปัญหาขนาดใหญ่ในทางปฏิบัติ

5.6 สมการไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับปัญหาการชนแบบพลศาสตร์ของแข็งสามมิติ

นิยามโดยทั่วไปสำหรับปัญหาการชน-การสัมผัสแบบพลศาสตร์ (general definitions of the contact-impact problem) พิจารณาวัตถุรูปร่างต่อเนื่อง 2 ชิ้น (ประกอบด้วยปริมาตร V^1 และ V^2 และต่างประกอบด้วยพื้นผิวเป็น S^1 และ S^2 ตามลำดับ) ซึ่งได้เคลื่อนที่มาสัมผัสกัน โดยขณะที่เกิดการสัมผัสของวัตถุทั้งสอง ณ เวลา t นั้นลักษณะของปัญหาจะเป็นลักษณะของการสัมผัสซึ่งเป็นปัญหาเกี่ยวกับปัญหาขอบเขตเริ่มต้น (initial-boundary problem) และในช่วงเวลาดังกล่าววัตถุแต่ละชิ้นจะอยู่ภายใต้เงื่อนไขของความสมดุลของการสัมผัส (contact equilibrium) และสมการสถานะของวัสดุ (constitutive equations of material) นั้นๆ โดยหลักการความต่อเนื่องทางกลศาสตร์และสถานะในขณะที่เกิดการสัมผัสสามารถอธิบายได้ดังนี้

5.6.1 สถานะทางกายภาพ (geometrical condition) : ณ ที่เวลา t พื้นผิวของกลุ่มสัมผัสทั้งสองไม่ได้อยู่ในลักษณะของสถานะการทะลุผ่าน (impenetrability condition) : ซึ่งเขียนให้อยู่ในรูปสมการทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

$$V^1 \cap V^2 = 0 \quad \text{และ} \quad S^1 \cap S^2 \neq 0 \quad (50)$$

สำหรับตำแหน่งของจุดบนพื้นผิวที่เกิดการสัมผัสกันนั้นสามารถเขียนให้อยู่ในรูปของเวกเตอร์ได้เป็น $(x^1$ และ $x^2)$ ซึ่งจะต้องเป็นตำแหน่งเดียวกัน และเขียนให้อยู่ในรูปของเวกเตอร์ที่ตั้งฉากกับผิว ณ จุดที่กำลังพิจารณาอยู่นั้นเป็น $(n^1$ และ $n^2)$ ตามลำดับโดยจะต้องอยู่ในทิศทางตรงกันข้ามของซึ่งกันและกัน ดังนั้นจะได้ว่า

$$x^1 = x^2 \quad \text{และ} \quad n^1 = -n^2 \quad (51)$$

5.6.2 สถานะของการเคลื่อนที่ (kinematics condition): ภายใต้เงื่อนไขนี้ไม่คำนึงถึงแรงและมวลแต่จะควบคุมความเร็ว (\dot{u}^1 และ \dot{u}^2) ของจุดร่วมที่เป็นพื้นผิวสัมผัสของวัตถุทั้งสอง เพื่อให้สอดคล้องกับสถานะที่ไม่สามารถทะลุผ่านผิวสัมผัสไปได้ ดังสมการ

$$\dot{u}^1 \cdot n^1 + \dot{u}^2 \cdot n^2 = 0 \quad (52)$$

5.6.3 สถานะของการเคลื่อนที่ (kinetic condition): เป็นสถานะที่ค้ำึงถึง แรง มวล และโมเมนตัม โดยที่บริเวณขอบเขตของการสัมผัสดังกล่าวสามารถเขียนในรูปสมมูลโมเมนตัมได้ เป็น

$$f^1 + f^2 = 0 \quad (53)$$

เมื่อ f คือ ความเค้นที่ผิว (Cauchy traction) ที่กระทำบริเวณจุดสัมผัส, ในขณะที่เดียวกันก็ไม่เกิดแรง ดึงกระทำตั้งฉากบนพื้นผิวสัมผัสนั้น จึงได้ว่า

$$f^1 \cdot n^1 \leq 0 \quad \text{และ} \quad f^2 \cdot n^2 \leq 0 \quad (54)$$

5.7 การประดิษฐ์สมการไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับปัญหาทางด้านพลศาสตร์

สำหรับระบบที่มีการเคลื่อนที่ สามารถประดิษฐ์สมการไฟไนต์เอลิเมนต์ได้จาก หลักการของงานเสมือน (virtual work principle) ดังนี้

$$\int_{'V} [\delta^t e]^T \tau dV = \int_{'V} [\delta^t u]^T b dV + \int_{'S} [\delta^t u]^T T dV - \int_{'V} \delta^t u]^T \rho^t \ddot{u} dV + \int_{'S_c} ([^t u_c]^T f_c) dS \quad (55)$$

ขณะที่ e = Infinitesimal strain

τ = Cauchy stress

b = Body force per unit volume

T = External force over the surface of the body

ρ = Mass density

$\rho^t \ddot{u}$ = Inertial force

$\delta^t u$ = Virtual displacement

f_c = Contact force on contact surface

u_c = Gab between contact surface

ดรรชนีบน (superscript) (t และ 0) แทนเวลาที่ t และเวลาที่ 0 ตามลำดับและดรรชนีบน T แทนเวกเตอร์ผกผัน (transpose of vector) โดยจะพบว่าทั้ง 4 พจน์ทางด้านขวามือของสมการ (55) จะแสดงความสัมพันธ์ของเงื่อนไขขอบเขตของการสัมผัส (contact boundary condition)

โดยหลักการของระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์จะทำการแบ่งปัญหาออกเป็นเอลิเมนต์ย่อยๆ และรวมสมการย่อยให้เป็นระบบสมการของระบบที่พิจารณานั้น โดยในกรณีที่จะทำการรวมสมการย่อยเป็นระบบสมการของระบบนั้นจำเป็นต้องแบ่งระบบสมการการเคลื่อนที่ไม่ให้ขึ้นต่อกันและกัน (uncoupled equation) โดยเหตุผลหลักที่ได้กล่าวไว้แล้วในหัวข้อข้างต้น ซึ่งจะใช้กระบวนการแก้ปัญหาแบบชัดแจ้ง (explicit algorithm) ใช้ในการวิเคราะห์ โดยมีสมการดังนี้

$$M^t \ddot{u} = {}^t Q - {}^t F + {}^t R_c \quad (56)$$

โดยที่

M = เมทริกซ์มวล (mass matrix)

\ddot{u} = เวกเตอร์ของความเร่ง (acceleration vector)

Q = เวกเตอร์โหลดภายนอก (external load vector)

R_c = เวกเตอร์แรงที่สัมพันธ์กับแรงเกิดจากการสัมผัส (force vector associated with contact force)

การหาค่า เวกเตอร์แรงสัมผัส contact force vector R_c จะอธิบายในลำดับถัดไป

เมื่อทำการอินทิเกรตสมการที่ (56) ตลอดช่วงเวลาโดยระเบียบวิธีผลต่างตรงกลาง (central difference method) ค่าการเคลื่อนตัวที่เวลา $t + \Delta t$ การหาค่าดังกล่าวสามารถหาค่าได้จากค่าของการเคลื่อนตัวที่เวลา $t - \Delta t$ และ t ซึ่งจะได้ว่า

$${}^{t+\Delta t} u = M^{-1} [\Delta t^2 ({}^t Q - {}^t F + {}^t R_c) + 2M^t u - M^{t-\Delta t} u] \quad (57)$$

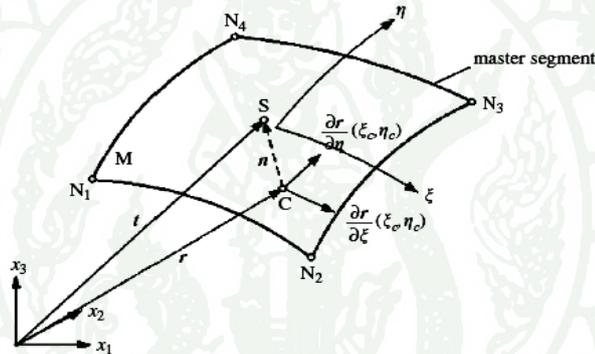
โดยที่ Δt คือเวลาที่เพิ่มขึ้น (time increment) ซึ่งควรจะต้องน้อยกว่าค่าเกณฑ์ของ Courant (Courant criterion) เพื่อให้มั่นใจได้ว่าเกิดเสถียรภาพของการคำนวณ (stability of calculation)

สำหรับกระบวนการแก้ปัญหาจะพิจารณาที่เมทริกซ์มวลซึ่งเป็นเมทริกซ์แนวทแยง (diagonal mass matrix) ควบคู่กับการใช้กระบวนการแก้ปัญหาแบบชัดแจ้ง (explicit algorithm) เพื่อหาค่าแรงที่เกิดขึ้นจากการสัมผัส (contact force) ทำให้ระบบสมการทั้งหมดที่ได้อ้างอิงและ

สัมพันธ์กันกับการสัมผัสกันระหว่างวัตถุทั้งสองนั้น ไม่ขึ้นต่อกันและกัน (uncoupled equation) กับสมการอื่น ดังแสดงในสมการ (57) และสามารถสร้างสมการในลักษณะเดียวกันนี้กับแต่ละตัวแปรอื่นๆในแต่ละค่าของขั้นความอิสระอื่นๆได้

5.8 กระบวนการหาค่าแรงที่เกิดจากการสัมผัส (contact force algorithm)

การหาตำแหน่งจุดที่เกิดการสัมผัส (Determination of contact point) ในการศึกษากลไกที่มีการกระทำระหว่างกันและส่งผลให้เกิดแรงเนื่องจากการสัมผัสสลับกันไปมานั้น หากพิจารณาภาพที่ 6 แสดงจุดสัมผัสระหว่างกันของตำแหน่งจุดต่อ S ของชิ้นส่วนรอง (slave) และชิ้นส่วนหลัก (master) M ที่ตำแหน่งจุดต่อ C ตามลำดับ



ภาพที่ 6 แสดงการสัมผัสกันของชิ้นส่วน Slave ที่จุดต่อ S กับส่วนของชิ้นส่วน Master

ที่มา: Fu-Jun Wang (2007)

การคำนวณหาตำแหน่งจุดสัมผัสสามารถทำได้โดยตรงโดยการแก้ปัญหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชัน J ซึ่งจะได้ว่า

$$\text{Min: } J = \{[t - r(\xi_c, \eta_c)][t - r(\xi_c, \eta_c)]\}^{1/2} \quad (58)$$

$$\text{With } \frac{\partial J}{\partial \xi} = [t - r(\xi_c, \eta_c)] \frac{\partial r}{\partial \xi}(\xi_c, \eta_c) = 0 \quad (59)$$

$$\frac{\partial J}{\partial \eta} = [t - r(\xi_c, \eta_c)] \frac{\partial r}{\partial \eta}(\xi_c, \eta_c) = 0 \quad (60)$$

โดยที่ t คือตำแหน่งของเวกเตอร์ของจุดต่อ S , r คือตำแหน่งของเวกเตอร์ของชิ้นส่วนหลัก M โดยที่ชิ้นส่วนหลักนั้นสามารถแสดงได้ในรูปของตัวแปรของฟังก์ชันการกระจายตัวของผลเฉลย เป็นแบบเชิงเส้นคู่ (bilinear parametric) โดยจะอยู่ในรูป

$$r = f_1(\xi, \eta)i_1 + f_2(\xi, \eta)i_2 + f_3(\xi, \eta)i_3 \quad (61)$$

$$f_i(\xi, \eta) = \sum_{j=1}^4 \phi_j x_i^j, \quad \phi_j(\xi, \eta) = \frac{1}{4}(1 + \xi\xi_j)(1 + \eta\eta_j) \quad (62)$$

โดยที่ ξ และ η คือพิกัดธรรมชาติของเอลิเมนต์แบบไอโซพารามेटริกซ์ (isoparametric) โดยชิ้นส่วนแบบไอโซพารามेटริกซ์ (isoparametric) นี้หมายถึงฟังก์ชันตัวแปรที่เหมือนกันถูกใช้ทั้งในการแปลงรูปร่างของเอลิเมนต์และสมมติลักษณะการกระจายของผลเฉลยโดยประมาณบนเอลิเมนต์นั้นด้วย ในที่นี้พิกัดดังกล่าวอยู่บนชิ้นส่วนหลัก (master segment), ξ_j และ η_j ที่ตำแหน่งจุดต่อ (node) มีค่าเป็น $(\pm 1, \pm 1)$, และ x_i^j คือพิกัดของจุดต่อที่ J th ในทิศทาง i th ตามภาพที่ 6. สังเกตว่า r นั้นมีอนุพันธ์ที่มีความต่อเนื่อง (differential continuously) และค่าเวกเตอร์ที่ตั้งฉากจะมีค่าไม่เท่ากับศูนย์

$$\frac{\partial r}{\partial \xi} \times \frac{\partial r}{\partial \eta} \neq 0 \quad (63)$$

โดยที่ (ξ_c, η_c) คือพิกัดของจุดสัมผัสบนชิ้นส่วน M ซึ่งจะส่งผลให้สามารถคำนวณค่าต่างๆในสมการที่ (58), (59), (60) ได้

5.8.1 กระบวนการหาค่าแรงในแนวตั้งฉาก (normal nodal force) ณ จุดสัมผัสทิศทางในแนวตั้งฉาก ณ จุดสัมผัสสามารถคำนวณได้จากจุดสัมผัสที่อยู่บนชิ้นส่วนหลักหรือคำนวณจากจุดต่อรอง (slave node) ก็ได้ แต่โดยทั่วไปแล้วผลที่ได้จากทั้งสองกรณีจะมีความแตกต่างกันเฉพาะในส่วนของทิศทางเท่านั้น ทั้งนี้ทิศทางในแนวตั้งฉาก ณ จุดสัมผัสบนชิ้นส่วนหลักจะเป็นทิศทางเดียวกันกับทิศทางในแนวตั้งฉาก ณ จุดสัมผัสของแรงในแนวตั้งฉากที่เกิดขึ้น ณ จุดสัมผัสนั้น โดยทิศทางในแนวตั้งฉากดังกล่าวสามารถคำนวณได้จากการหาผลคูณเวกเตอร์ (cross product) ของอนุพันธ์ r เทียบกับพิกัดของชิ้นส่วนแบบไอโซพารามेटริกซ์ (isoparametric coordinate, (ξ, η)) จะได้

$$n = \frac{\partial r / \partial \xi \times \partial r / \partial \eta}{|\partial r / \partial \xi \times \partial r / \partial \eta|} \quad (64)$$

หากเปรียบเทียบกับระเบียบวิธีแบบ ฟินอลติ (penalty method) จะพบว่าระเบียบวิธีนี้จะตรวจสอบว่าเกิดการทะลุผ่านของจุดต่อของชิ้นส่วนรอง (slave node) บนชิ้นส่วนหลัก (master segment) หรือไม่ หากตรวจสอบว่าไม่เกิดการทะลุผ่านก็จะมีอะไรเกิดขึ้น แต่ถ้าหากว่าเกิดการทะลุผ่าน แรงกระทำระหว่างกันที่เกิดสามารถอธิบายได้ในลำดับถัดไป ซึ่งเป็นแรงที่เกิดขึ้นระหว่างจุดต่อรอง (slave node) และ จุดที่เกิดการสัมผัสกัน ณ ขณะนั้น

หากพิจารณาการเคลื่อนที่ของจุดต่อ S และจุดสัมผัส C ในทิศแนวตั้งฉาก (normal direction) สมการการเคลื่อนที่ของจุดทั้งสองสามารถอธิบายได้ดังนี้

$$M^{\alpha} \ddot{u}_n^{\alpha} = {}^t \hat{F}_n^{\alpha} + {}^t R_{cn}^{\alpha} \quad (\alpha = I, II) \quad (65)$$

โดยที่ ตรีชนิ์ล่าง (subscript) n แทนองค์ประกอบ (component vector) ในทิศทางแนวตั้งฉาก ตรีชนิ์บนซ้าย t (left superscript) แทนเวลา ณ เวลา t ตรีชนิ์บน α (superscript) อาจเป็น I หรือ II โดยที่ I แทนความสัมพันธ์ของตัวแปรที่กำหนดจากจุดต่อ S และ II ความสัมพันธ์ของตัวแปรที่กำหนดจากจุดต่อ C และ M แทนมวล (nodal mass), \ddot{u}_n เป็นความเร่งที่จุดต่อ, \hat{F} คือแรงที่เกิดขึ้นที่จุดต่อที่ไม่ใช่แรงจากการสัมผัส, R_c คือแรงที่จุดต่อเนื่องจากการสัมผัส ทั้ง R_c สามารถแบ่งออกเป็น 2 ส่วนคือ

$${}^t R_{cn}^{\alpha} = {}^t \bar{R}_{cn}^{\alpha} + f_n^{\alpha} \quad (66)$$

ซึ่ง f คือแรงที่เพิ่มขึ้นที่จุดต่ออันเนื่องมาจากการสัมผัส, \bar{R}_c คือแรงที่เกิดขึ้นที่จุดต่ออันเนื่องมาจากคู่สัมผัสอื่นๆ สำหรับในสมการ (65) และ (66), f_n^{α} (หรือ f_n^I) สามารถคำนวณได้จากการประยุกต์เงื่อนไขของการสัมผัส, M^{α} สามารถประดิษฐ์ขึ้นได้จากตำแหน่งของจุดที่สัมผัสและชิ้นส่วน M

ในการประมาณค่าของ M^{α} สามารถใช้กระบวนการแก้ปัญหาจากการพัฒนาจาก Zhong (1993) โดยมีกระบวนการดังนี้

$$\ddot{u}_n^{\text{II}} = \sum_{k=1}^n N_k \ddot{u}_{nk} \quad (67)$$

$$M^{\text{II}} \sum_{k=1}^n N_k f_{nk} / M_k = f_n^{\text{II}} \quad (68)$$

$$f_{nk} = \Phi_k f_n^{\text{II}} \quad (k=1, n) \quad (69)$$

$$\sum_{k=1}^n f_{nk} = f_n^{\text{II}}, \quad \sum_{k=1}^n \Phi_k = 1 \quad (70)$$

ขณะที่ n คือจำนวนทั้งหมดของจุดต่อบนชิ้นส่วนหลัก (master segment node), N_k, M_k คือฟังก์ชันพื้นฐาน (shape-function) และ มวลที่จุดต่อ k ตามลำดับ, f_{nk} คือส่วนของแรงส่วนที่เพิ่มขึ้นในแนวตั้งฉากกระจายไปยังจุดต่อ k อันมาเนื่องมาจากการสัมผัส ณ จุดสัมผัส และ Φ_k คือฟังก์ชันที่ต้องเลือก โดยที่หากแทนค่า สมการ (69) ในสมการ (68) จะได้ว่า

$$\sum_{k=1}^n N_k (\Phi_k M^{\text{II}} / M_k) = 1 \quad (71)$$

ตัวเลือกหนึ่งของ Φ_k คือ

$$\Phi_k = M_k / M^{\text{II}} \quad (72)$$

แต่อย่างไรก็ตาม Φ_k อาจเขียนให้อยู่ในรูปโดยทั่วไปคือ

$$\Phi_k = M_k (N_k)^{l-1} / \left[M^{\text{II}} \sum_{k=1}^n (N_k)^l \right] \quad (73)$$

โดยที่ l คือ จำนวนเต็มที่มากกว่าหรือเท่ากับ 1 และถ้าหาก $l=1$ สมการ (73) จะกลายเป็นสมการ (72) นั่นเอง และตัวเลือกที่สมเหตุสมผลสำหรับ Φ_k คือ $l=2$ ดังนั้นจะได้ว่า

$$\Phi_k = M_k N_k / \left[M^{\text{II}} \sum_{k=1}^n (N_k)^2 \right] \quad (74)$$

แทนสมการ (74) ลงในพจน์ที่สองของสมการ (70) จะได้ว่า

$$\sum_{k=1}^n M_k N_k / \left[M^{\text{II}} \sum_{k=1}^n (N_k)^2 \right] = 1 \quad (75)$$

โดยที่

$$M^{\text{II}} = \sum_{k=1}^n M_k N_k / \left[\sum_{k=1}^n (N_k)^2 \right] \quad (76)$$

ดังนั้นจึงได้ว่า

$$M^{\text{II}} = \sum_{k=1}^n m_k, \quad m_k = M_k N_k / \left[\sum_{k=1}^n (N_k)^2 \right] \quad (77)$$

ถ้าหากจุดสัมผัสอยู่บนจุดต่อ k ของชิ้นส่วนซึ่งประกอบด้วยค่ามวลเป็น M_k จึงได้ว่า

$$M^{\text{II}} = M_k \quad (78)$$

สำหรับการคำนวณหาค่า \hat{F}_n^{II} ในสมการ (66) ใช้ระเบียบวิธีเดียวกันกับการประดิษฐ์ในสมการ (67) เมื่อทราบค่าของ \hat{F}_{nk} ก็จะได้

$$\hat{F}_n^{\text{II}} = \sum_{k=1}^n N_k \hat{F}_{nk} \quad (79)$$

ในการอินทิเกรตสมการ (65) จะทำได้โดยการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีการประมาณค่าผลต่างตรงกลาง (central difference approximation) ความเร่งและความเร็วสามารถเขียนได้เป็น

$${}^t\ddot{u} = \frac{1}{\Delta t^2} ({}^{t-\Delta t}u - 2{}^t u + {}^{t+\Delta t}u) \quad (80)$$

$${}^t\dot{u} = \frac{1}{2\Delta t} ({}^{t+\Delta t}u - {}^{t-\Delta t}u) \quad (81)$$

แทนค่าสมการ (80) และ (81) ในสมการ (65) ซึ่งจะก่อให้เกิด

$${}^{t+\Delta t}u_n^\alpha = (2^t u_n^\alpha - {}^{t-\Delta t}u_n^\alpha) + \frac{(\Delta t)^2}{M^\alpha} ({}^t \hat{F}_n^\alpha + \bar{R}_{cn}^\alpha + f_n^\alpha) \quad (82)$$

หรือ

$${}^{t+\Delta t}u_n^\alpha = \Delta t {}^{t-\Delta t} \dot{U}_n^\alpha + \frac{(\Delta t)^2}{M^\alpha} ({}^t \hat{F}_n^\alpha + \bar{R}_{cn}^\alpha + f_n^\alpha) \quad (83)$$

โดยที่

$${}^{t-\Delta t} \dot{U} = \frac{1}{\Delta t} (2^t u - {}^{t-\Delta t} u) \quad (84)$$

นอกเหนือจากนั้นในสภาวะของการไม่ทะลุผ่านซึ่งจะก่อให้เกิด

$${}^{t+\Delta t} g_n = {}^t g_n + {}^{t+\Delta t} u_n^\Pi - {}^{t+\Delta t} u_n^I = 0 \quad (85)$$

โดยที่ g_n คือช่องว่าง (gab) ในแนวตั้งฉากระหว่างจุดต่อ S และจุดสัมผัส C โดยลักษณะเช่นนี้ จะสามารถนำไปใช้ในการประดิษฐ์ระบบสมการการสัมผัสใหม่ได้อีกเช่นเดียวกับระเบียบวิธีของ ลากรองจ์ (Lagrange multiplier method)

แทนค่าสมการ (83) ใน (84) และพิจารณาว่าแรงสัมผัสส่วนเพิ่มที่กระทำที่จุดต่อ S และจุด C จะต้องสอดคล้องกับสมการ (53) จะได้ว่า

$$f_n^I = \frac{M^I M^\Pi}{M^I + M^\Pi} \left[\frac{{}^t \hat{F}_n^\Pi + \bar{R}_{cn}^\Pi}{M^\Pi} - \frac{{}^t \hat{F}_n^I + \bar{R}_{cn}^I}{M^I} + \frac{{}^{t-\Delta t} \dot{U}_n^\Pi}{\Delta t} - \frac{{}^{t-\Delta t} \dot{U}_n^I}{\Delta t} - \frac{{}^t g_n}{(\Delta t)^2} \right] \quad (86)$$

โดยที่ f_n^I คือแรงสัมผัสส่วนเพิ่มในแนวตั้งฉาก (normal contact force increment) บนจุดต่อ S ซึ่งเป็นที่กระจายตัวบนคู่สัมผัสที่มีการสัมผัสกันเกิดขึ้น สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของเวกเตอร์ได้ดังนี้

$$f_n^I = |f_n^I| n \quad (87)$$

ในส่วนของแรงสัมผัสส่วนเพิ่มในแนวตั้งฉาก (normal contact force increment) บนจุดสัมผัส C สามารถหาได้จาก $f_n^{\text{II}} = -f_{nk}^{\text{I}}$ และแรงสัมผัสส่วนเพิ่มในแนวตั้งฉาก (normal contact force increment) บนจุดสัมผัส, f_n^{II} นี้จะกระจายบนจุดต่อของชิ้นส่วนหลักคังสมการ (69) และ (77)

ดังเช่น

$$f_{nk}^{\text{I}} = \frac{M_k}{M^{\text{II}}} f_n^{\text{II}} \quad (88)$$

แรงอันเนื่องจากการสัมผัสที่สมบูรณ์ในส่วนของคุณ์สัมผัสอื่นๆจะได้อธิบายในหัวข้อถัดไป

5.8.2 กระบวนการหาค่าแรงในแนวเส้นสัมผัส (tangential contact force) ณ จุดสัมผัส

สมมติว่าจุดต่อ S บนชิ้นส่วนรองเกิดการสัมผัสในลักษณะติดกับชิ้นส่วนหลัก M ณ จุดสัมผัส C ดังแสดงในภาพที่ 6 แรงสัมผัสในแนวเส้นสัมผัส (tangential contact force) หรือที่เรียกว่าแรงเสียดทาน (friction force) สามารถคำนวณได้ในลักษณะเช่นเดียวกับกระบวนการคำนวณหาแรงสัมผัสในแนวตั้งฉากดังนี้

$$f_{t\xi}^{\text{I}} = \frac{M^{\text{I}}M^{\text{II}}}{M^{\text{I}} + M^{\text{II}}} \left[\frac{{}^t\hat{F}_{t\xi}^{\text{II}} + \bar{R}_{ct\xi}^{\text{II}}}{M^{\text{II}}} - \frac{{}^t\hat{F}_{t\xi}^{\text{I}} + \bar{R}_{ct\xi}^{\text{I}}}{M^{\text{I}}} + \frac{{}^{t-\Delta t}\dot{U}_{t\xi}^{\text{II}}}{\Delta t} - \frac{{}^{t-\Delta t}\dot{U}_{t\xi}^{\text{I}}}{\Delta t} - \frac{{}^t g_{t\xi}}{(\Delta t)^2} \right] \quad (89)$$

$$f_{t\eta}^{\text{I}} = \frac{M^{\text{I}}M^{\text{II}}}{M^{\text{I}} + M^{\text{II}}} \left[\frac{{}^t\hat{F}_{t\eta}^{\text{II}} + \bar{R}_{ct\eta}^{\text{II}}}{M^{\text{II}}} - \frac{{}^t\hat{F}_{t\eta}^{\text{I}} + \bar{R}_{ct\eta}^{\text{I}}}{M^{\text{I}}} + \frac{{}^{t-\Delta t}\dot{U}_{t\eta}^{\text{II}}}{\Delta t} - \frac{{}^{t-\Delta t}\dot{U}_{t\eta}^{\text{I}}}{\Delta t} - \frac{{}^t g_{t\eta}}{(\Delta t)^2} \right] \quad (90)$$

โดยที่ดรรชนีล่าง (subscript) ξ และ η คือทิศทางในแนวเส้นสัมผัสของพิกัดของชิ้นส่วนแบบ ไอโซพารามเมตริกซ์ (isoparametric) ในที่นี้พิกัดดังกล่าวอยู่บนชิ้นส่วนหลัก (master segment) ทั้งนี้ $f_{t\xi}^{\text{I}}$ และ $f_{t\eta}^{\text{I}}$ เป็นส่วนประกอบในแนวสัมผัสของแรงสัมผัสส่วนเพิ่ม (contact force increment) ของจุดต่อ S และให้พิจารณาเป็นกรณีที่มีการไถล (slip criterion) จะได้

$$\Phi = |f_t| - \mu |f_n| = \sqrt{f_{t\xi}^2 + f_{t\eta}^2} - \mu |f_n| \quad (91)$$

โดยที่ μ คือสัมประสิทธิ์ของแรงเสียดทานแบบพลศาสตร์ (dynamic frictional coefficient) ดังนั้นเวกเตอร์แนวสัมผัสของแรงสัมผัสส่วนเพิ่ม (contact force increment) ของจุดต่อ S สามารถคำนวณได้จาก

$$f_t = \begin{cases} f_{t\xi}^1 \frac{\partial r}{\partial \xi}(\xi_c, \eta_c) + f_{t\eta}^1 \frac{\partial r}{\partial \eta}(\xi_c, \eta_c) & \text{if } \Phi \leq 0, \\ \mu |f_n| n_t & \text{if } \Phi > 0 \end{cases} \quad (92)$$

โดยที่ n_t คือทิศทางในแนวเส้นสัมผัส (tangential direction) สามารถหาได้โดย

$$n_t = \left[f_{t\xi}^1 \frac{\partial r}{\partial \xi}(\xi_c, \eta_c) + f_{t\eta}^1 \frac{\partial r}{\partial \eta}(\xi_c, \eta_c) \right] / \left| f_{t\xi}^1 \frac{\partial r}{\partial \xi}(\xi_c, \eta_c) + f_{t\eta}^1 \frac{\partial r}{\partial \eta}(\xi_c, \eta_c) \right| \quad (43)$$

5.9 กระบวนการคำนวณหาค่าแรงอันเนื่องมาจากการสัมผัส (contact force)

เนื่องจากชิ้นส่วนหลัก (master segment) อาจมีการสัมผัสกับจุดต่อบนชิ้นส่วนรอง (slave node) มากกว่าหนึ่งจุดการสัมผัสของกลุ่มสัมผัสใกล้เคียงกันก็อาจเกิดขึ้นได้ ส่งผลให้แรงกระทำที่จุดต่ออันเนื่องมาจากกลุ่มสัมผัสอื่น ๆ มีผลต่อการคำนวณหาค่าแรงอันเนื่องมาจากการสัมผัส โดยหากใช้กระบวนการวิธีการคำนวณดังกล่าวข้างต้นกับกลุ่มสัมผัสอื่น ๆ ก็จะส่งผลให้เกิดแรงส่วนเพิ่มกับจุดต่อใกล้เคียงนั่นเอง ดังนั้นเหตุผลข้างต้นนี้เองจึงได้กล่าวว่าเป็น แรงสัมผัสส่วนเพิ่มนั่นเอง ดังนั้นกระบวนการทำซ้ำ (iterative procedure) สามารถนำมาประยุกต์ใช้กับการคำนวณหาค่าแรงสัมผัสส่วนเพิ่มดังได้กล่าวแล้วข้างต้นและสามารถนำไปพิจารณากับกลุ่มสัมผัสใกล้เคียงอื่น ๆ ได้ต่อไป

สมมติว่ารู้ค่าปริมาณค่าต่างๆที่เวลา $t - \Delta t$ และ ที่เวลา t แล้วดังนั้นค่าของแรงสัมผัส (contact force) ที่เวลา $t + \Delta t$ ในสมการ (57) สามารถคำนวณหาได้ โดยการใช้กระบวนการดังต่อไปนี้

5.9.1 คำนวณหากลุ่มสัมผัสทั้งหมดตลอดช่วงโดเมนซึ่งเรียกว่า กระบวนการค้นหาบริเวณที่มีการสัมผัสโดยทั้งหมด กระบวนการนี้มีหลายแบบให้เลือกใช้เช่น กระบวนการของ HITA

5.9.2 ค้นหาจุดต่อบนชิ้นส่วนรองทั้งหมด (slave node) นั่นคือ กลุ่มสัมผัสทั้งหมดของแต่ละชิ้นส่วนหลัก ซึ่งเรียกว่ากระบวนการค้นหาคู่ของจุดสัมผัส (local contact searching algorithm) ยกตัวอย่างเช่น FFS algorithm

5.9.3 กำหนดให้ $j = 1$

5.9.4 สำหรับแต่ละคู่สัมผัส ทำการค้นหาแรงสัมผัสส่วนเพิ่ม f_n และ f_t ดังสมการ (86) ถึงสมการ (93)

5.9.5 แต่ละชิ้นส่วนหลัก ในโดเมนให้คำนวณซ้ำ (loop) สำหรับคู่สัมผัสทั้งหมด และกำหนดให้ $(\bar{R}_{cn})^{(j)} = (\bar{R}_{cn})^{(j)} + f_n, (\bar{R}_{ct})^{(j)} = (\bar{R}_{ct})^{(j)} + f_t$ ดังนั้นแรงอันเนื่องจากการสัมผัสจะถูกกระจายไปยังจุดต่อต่างๆ ที่สอดคล้องกัน แต่ควรสังเกตว่า \bar{R}_{cn}^a ได้ถูกกำหนดให้มีค่าเป็นศูนย์ ถ้าหากมีค่ามากกว่า ศูนย์เนื่องจากจะไม่มีแรงดึงเกิดขึ้น

5.9.6 สำหรับจุดต่อในโดเมนต้องตรวจสอบว่า $|(\bar{R}_c^1)^{(j)} - (\bar{R}_c^1)^{(j-1)}| / |(\bar{R}_c^1)^{(j)}| < \delta$ หรือไม่ ถ้าไม่ให้กำหนด $j = j + 1$ และให้กลับไปยังขั้นตอนที่ 4. อีกครั้ง แต่ถ้าหากว่าผลการตรวจสอบแล้วเป็นไปตามเงื่อนไขก็หยุด โดย δ เป็นแฟคเตอร์ควบคุมซึ่งจะถูกกำหนดไว้ล่วงหน้าให้มีค่าเป็น 0.05

สามารถกล่าวได้ว่าจำนวนการทำซ้ำสูงสุด (maximum iteration) j_{\max} ควรจะต้องกำหนดค่าเอาไว้เพื่อป้องกันการหยุดนิ่ง (deadlock) ในการดำเนินการทำซ้ำ โดยทั่วไปมักจะกำหนดให้ $j_{\max} = 5$ ก็สามารถให้ค่าที่มีความแม่นยำเพียงพอแล้ว

อุปกรณ์และวิธีการ

อุปกรณ์

1. เครื่องคอมพิวเตอร์

เป็นอุปกรณ์ที่ใช้ในการคำนวณและออกแบบปั๊มน้ำแบบก้นหอยรวมทั้งการสร้างแบบจำลองโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ซึ่งใช้ระบบปฏิบัติการที่ได้รับลิขสิทธิ์ถูกต้องตามกฎหมายของคณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ มีข้อมูลจำเพาะของเครื่องดังนี้

ระบบปฏิบัติการ	Windows 7 Ultimate Service Pack 3
หน่วยประมวลผลกลาง	Intel® Core™ 2 Duo CPU
หน่วยความจำ	2.0 GB

2. โปรแกรมสำเร็จ Matlab

เป็นโปรแกรมที่ใช้ในการคำนวณหาพิกัดของเส้นเวียนโค้งใบพัดก้นหอย เพื่อนำค่าที่ได้มาใช้ในการออกแบบปั๊มน้ำแบบก้นหอย โดยโปรแกรมนี้ได้รับลิขสิทธิ์ถูกต้องตามกฎหมายของคณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

3. โปรแกรมสำเร็จ Solid Works

เป็นโปรแกรมที่ใช้ในการออกแบบและสร้างแบบจำลองปั๊มน้ำแบบก้นหอย แล้วนำแบบจำลองที่ได้ไปวิเคราะห์โดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ในโปรแกรมสำเร็จ ABAQUS 6.4 และนำไปขึ้นรูปด้วยเครื่องจักรซีเอ็นซี (CNC) เพื่อให้ได้ชิ้นงานออกมา แล้วจึงนำชิ้นงานแต่ละส่วนมาประกอบกันเป็นปั๊มน้ำแบบก้นหอย โดยโปรแกรมนี้ได้รับลิขสิทธิ์ถูกต้องตามกฎหมายของคณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

โดยที่เวลาของการชนและความเค้นเนื่องจากความดันที่เกิดขึ้นระหว่างการชนที่เกิดขึ้นสามารถคำนวณได้จาก

$$\left. \begin{aligned} t &= \frac{2l}{C_w}, \\ \sigma &= \frac{1}{2} \rho C_w V_0 \end{aligned} \right\}$$

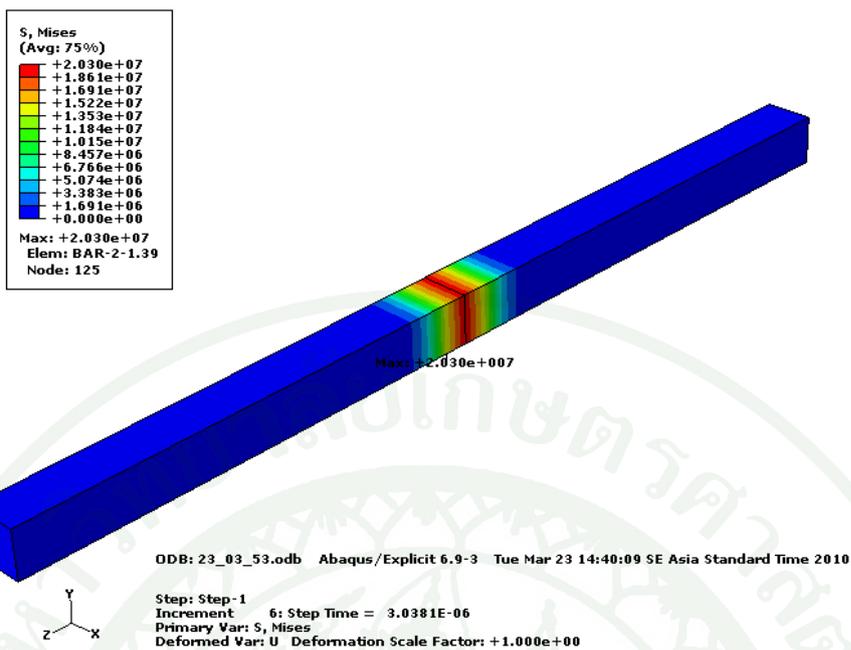
เมื่อ l = ความยาวของคาน (length of the bars) ,

$$C_w = \text{velocity of elastic wave, } C_w = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

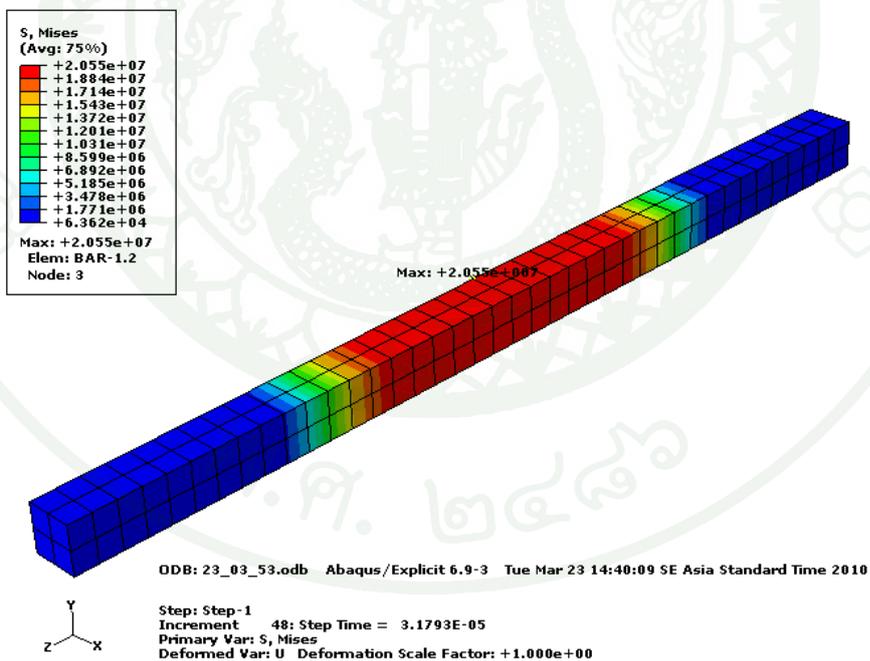
ซึ่งสามารถคำนวณได้ค่าดังนี้

$$\left. \begin{aligned} t &= \frac{2l}{C_w} = \frac{2 \times 0.1}{\sqrt{\frac{2.1 \times 10^{11}}{7.8 \times 10^3}}} = 38.4 \mu s \\ \sigma &= \frac{1}{2} \rho C_w V_0 = \frac{1}{2} \times 7.8 \times 10^3 \times \sqrt{\frac{2.1 \times 10^{11}}{7.8 \times 10^3}} \times 1 = 20.24 \text{ Mpa} \end{aligned} \right\}$$

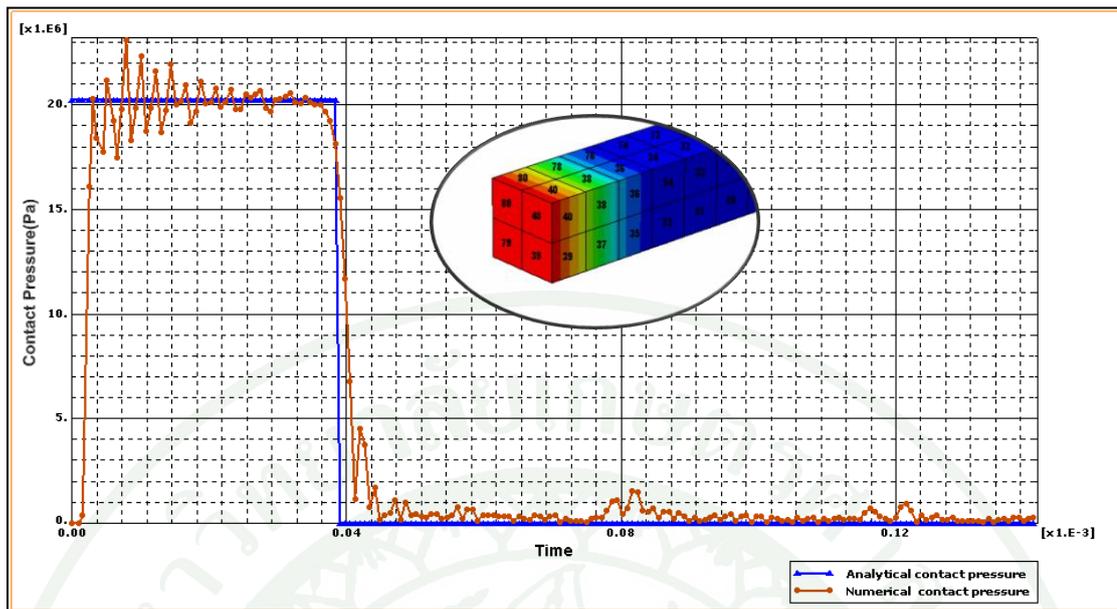
และหากเปรียบเทียบกับผลการวิเคราะห์โดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ด้วยโปรแกรม ABAQUS ซึ่งจะให้ผลการวิเคราะห์ที่มีค่าเท่ากับ $\sigma_{average} = 1.942E + 007 \text{ Pa} = 19.92 \text{ Mpa}$ ในเวลาที่เกิดขึ้นขณะมีการชน (Impact time) เท่ากับ $t_{average} = 39.03 \mu s$



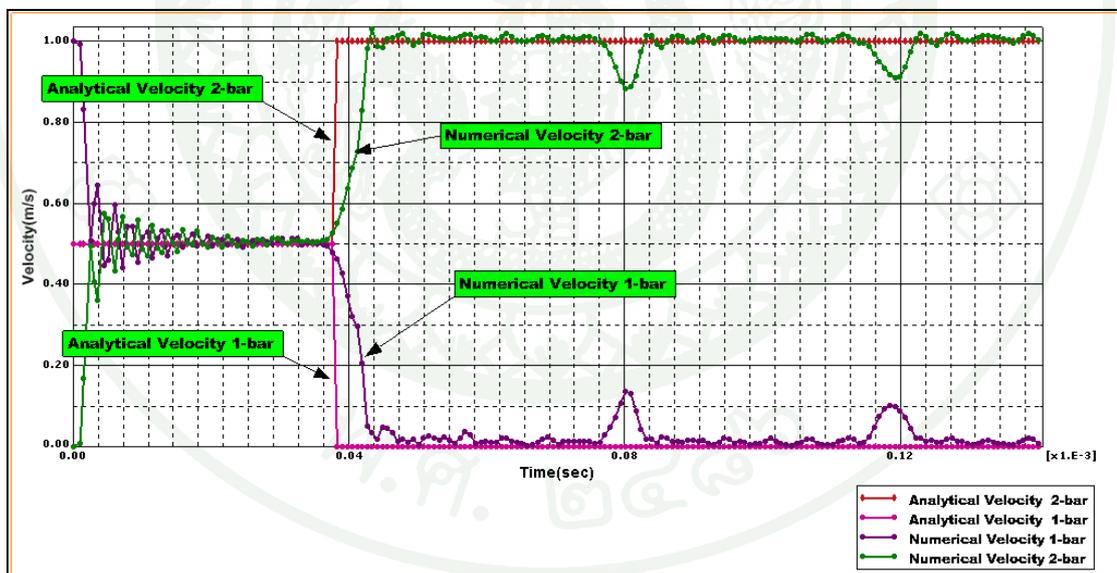
ภาพที่ 8 แสดงผลการวิเคราะห์หลังจากมีการชนแบบพลศาสตร์



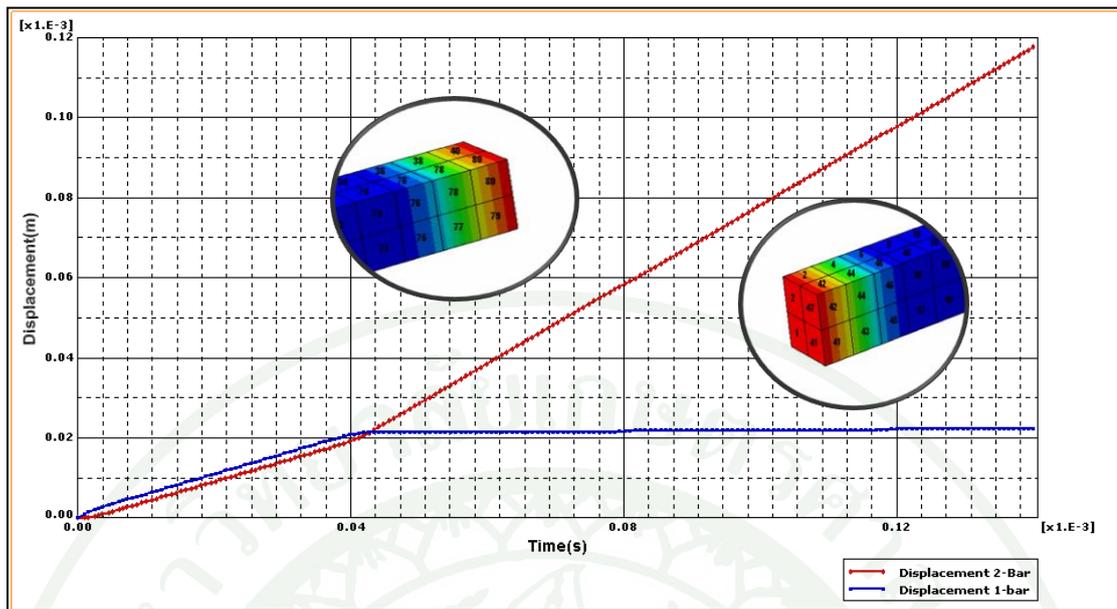
ภาพที่ 9 แสดงผลการวิเคราะห์หลังจากมีการชนแบบพลศาสตร์



ภาพที่ 10 แสดงผลค่าความเค้นเนื่องจากความดันบริเวณจุดที่มีการชนเชิงสัมผัส โดยวิธีแมนตรง และวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์



ภาพที่ 11 แสดงผลการเปรียบเทียบความเร็วของชิ้นส่วนหลังจากมีการชน โดยวิธีแมนตรงและวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์



ภาพที่ 12 แสดงผลการกระจัดของชิ้นส่วนทั้งสองหลังจากมีการชน โดยวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์

สรุป จะเห็นได้ว่าการคำนวณโดยตรงจากสมการทางคณิตศาสตร์เมื่อเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากการวิเคราะห์โดยโปรแกรม ABAQUS คิดเป็นเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อน (Error) แล้วจะได้ว่าค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อน (Error) มีค่าเป็น

$$\text{Percent Error} = \left| \frac{\sigma_{\text{Analysis}} - \sigma_{\text{Numerical}}}{\sigma_{\text{Analysis}}} \right| = \left| \frac{20.24 - 19.92}{20.24} \right| \times 100 \approx 1.581\%$$

ดังนั้นจะเห็นว่าผลลัพธ์จากการคำนวณ โดยทฤษฎีและการวิเคราะห์โดยโปรแกรมทางด้านไฟไนต์เอลิเมนต์อยู่ในขอบเขตที่ยอมรับได้ในงานวิจัย และสามารถเชื่อถือได้ในระดับหนึ่ง ทั้งนี้กรณีศึกษาจากตัวอย่างดังกล่าวข้างต้นนั้น ในส่วนของลักษณะปัญหาตัวอย่างที่ทำการวิเคราะห์จะมีลักษณะของปัญหาเช่นเดียวกับปัญหาที่ทำการวิเคราะห์ในหัวข้อวิจัยนี้ด้วย กล่าวคือเป็นลักษณะของปัญหาการชนเชิงสัมพัทธ์แบบพลศาสตร์ (impact/contact dynamics problem) ซึ่งจะเห็นได้ชัดเจนว่าโปรแกรม ABAQUS มีขีดความสามารถและความแม่นยำสูงในการวิเคราะห์ลักษณะปัญหาตัวอย่างดังกล่าวได้ แต่ทั้งนี้ลักษณะของปัญหาในหัวข้อวิจัยนี้จะมีความแตกต่างกับปัญหาตัวอย่างข้างต้น ในส่วนของความซับซ้อนและขนาดของปัญหาที่ทำการวิเคราะห์ ดังนั้นผลลัพธ์ที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วยโปรแกรมทางด้านไฟไนต์เอลิเมนต์ จะมีความถูกต้องน่าเชื่อถือมากขึ้นเพียงใดในกรณีที่ปัญหาในการวิเคราะห์นั้นมีความซับซ้อนมากยิ่งขึ้น ในกรณีเช่นนี้สามารถอธิบาย

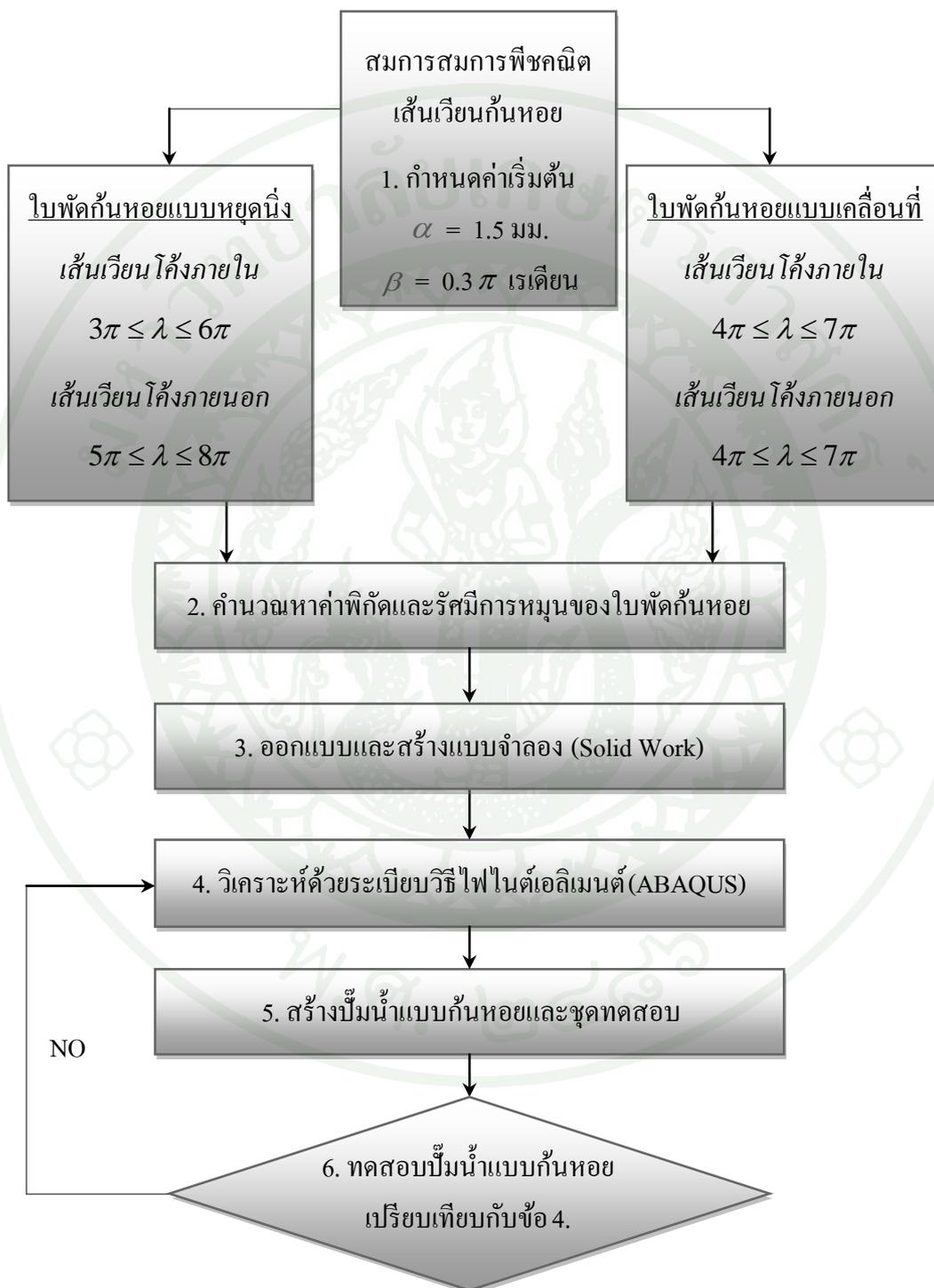
ได้ว่าขึ้นอยู่กับหลายปัจจัยที่ต้องพิจารณา เช่นขึ้นอยู่กับความยากง่ายของปัญหาที่ทำการวิเคราะห์นั้นๆ และที่สำคัญคือ ประสบการณ์ของผู้ทำการวิเคราะห์ปัญหาเหล่านั้นว่าจะเลือกใช้ระเบียบวิธีที่เกี่ยวข้องใดให้มีความเหมาะสมสอดคล้องกับปัญหาที่ทำการวิเคราะห์อยู่นั้น และเลือกใช้เครื่องมือต่างๆในการจำลองแบบในการวิเคราะห์ให้ใกล้เคียงกับความเป็นจริงมากที่สุด จึงจะส่งผลให้ผลลัพธ์ที่ได้มามีความถูกต้องน่าเชื่อถือมากยิ่งขึ้น และสิ่งที่สำคัญที่สุดในการตรวจสอบความถูกต้องของกระบวนการวิเคราะห์โดยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ทางด้านไฟไนต์เอลิเมนต์ นั่นก็คือการเปรียบเทียบผลจากการวิเคราะห์กับการทดสอบจริง ว่าผลที่ได้ในทั้งสองกรณีมีความสอดคล้องกันมากน้อยแค่ไหน จึงสามารถนำผลการเปรียบเทียบที่ได้ ไปประยุกต์ใช้กับการใช้งานในทางปฏิบัติได้โดยเกิดประโยชน์สูงสุด

ดังนั้นประโยชน์ที่ได้รับจากการวิเคราะห์ด้วยระเบียบไฟไนต์เอลิเมนต์ ในเบื้องต้นนั้นคือ การที่ช่วยให้มนุษย์สามารถทำนายผลที่จะเกิดขึ้นของปัญหาต่างๆได้ล่วงหน้า ประหยัดเวลา และสามารถลดงบประมาณต่างๆที่จำเป็นต้องใช้ในการทดสอบจริงได้ ทั้งนี้สามารถเพิ่มมูลค่าให้กับผลิตภัณฑ์ต่างๆได้ด้วย เนื่องจากช่วยลดต้นทุนในเรื่องของการทดสอบและเวลานั่นเอง และหากมองในแง่ของประโยชน์ที่ได้จากการพัฒนาศักยภาพของผู้ที่มีความสนใจในงานทางด้านการวิเคราะห์โดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แล้ว แน่ใจว่าการวิเคราะห์ปัญหาใดๆที่ใช้โปรแกรมสำเร็จเป็นเพียงก้าวแรกในการพัฒนาศักยภาพของผู้ที่มีความสนใจในงานทางด้านนี้ แต่ก็จะต้องก่อให้เกิดผลประโยชน์อย่างยิ่ง ในแง่ของสร้างแรงบันดาลใจ เพื่อพัฒนาคิดค้นหรือปรับปรุงเครื่องมือต่างๆขึ้นมาเพื่อตอบ โจทย์ปัญหาที่มีความเฉพาะสำหรับปัญหาต่างๆ ซึ่งหากมีพื้นฐานที่ดีหรือเข้าใจในระเบียบวิธีต่างๆที่ได้จากการศึกษาและรวมถึงการใช้งานจากโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำเร็จเหล่านั้น ก็ไม่ยากในการที่จะต่อยอดหรือปรับปรุงพัฒนา โปรแกรมคอมพิวเตอร์เหล่านั้นขึ้นมาใช้เอง เช่น จากที่เคยเป็นผู้ใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์สำเร็จ ก็อาจกลายมาเป็นผู้ประดิษฐ์โปรแกรมคอมพิวเตอร์เองที่มีความเหมาะสมและสอดคล้องกับลักษณะของปัญหาที่มีความเฉพาะเจาะจงยิ่งขึ้น สามารถลดความจำเป็นในการที่ต้องพึ่งพิงโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่นำเข้ามาจากต่างประเทศ และประหยัดงบประมาณในการจัดซื้อโปรแกรมต่างๆเหล่านั้น ซึ่งเป็นที่ทราบกันดีว่าโปรแกรมคอมพิวเตอร์ทางด้านนี้มีมูลค่าสูงมาก

ด้วยปัจจัยทั้งหลายข้างต้นจึงสามารถกล่าวได้ว่าการวิเคราะห์โดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์นั้นจะมีความแม่นยำมากน้อยเพียงใด ขึ้นอยู่กับหลายปัจจัยแต่สิ่งสำคัญที่สุดเหนือสิ่งอื่นใด ก็คือความรู้ความเข้าใจที่ลึกซึ้งเพียงพอต่อระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์นั่นเอง

วิธีการ

การวิเคราะห์ความเสียหายของการชนมีขั้นตอนดำเนินการดังต่อไปนี้



ภาพที่ 13 ขั้นตอนการวิเคราะห์ความเสียหายจากการชนและทดสอบปั้มน้ำแบบกั้นหอย

1. การกำหนดข้อมูลเริ่มต้นในการออกแบบใบพัดกั้นหอย

ในงานวิจัยนี้ ได้กำหนดข้อมูลเริ่มต้นในการออกแบบใบพัดกั้นหอยแบบหยุดนิ่งและแบบเคลื่อนที่ไว้ดังต่อไปนี้

สมการพีชคณิตของใบพัดกั้นหอยแบบหยุดนิ่ง (Fixed scroll)

เส้นเวียนโค้งภายใน

$$x = \alpha (\cos \lambda + (\lambda + \pi - \beta) \sin \lambda)$$

$$y = \alpha (\sin \lambda - (\lambda + \pi - \beta) \cos \lambda)$$

โดยที่ $3\pi \leq \lambda \leq 6\pi$

เส้นเวียนโค้งภายนอก

$$x = \alpha (\cos \lambda + (\lambda - \pi) \sin \lambda)$$

$$y = \alpha (\sin \lambda - (\lambda - \pi) \cos \lambda)$$

โดยที่ $5\pi \leq \lambda \leq 8\pi$

สมการพีชคณิตของใบพัดกั้นหอยแบบเคลื่อนที่ (Orbiting Scroll)

เส้นเวียนโค้งภายใน

$$x = \alpha (\cos \lambda + (\lambda - \beta) \sin \lambda) + \gamma \cos \theta$$

$$y = \alpha (\sin \lambda - (\lambda - \beta) \cos \lambda) + \gamma \sin \theta$$

โดยที่ $4\pi \leq \lambda \leq 7\pi$

เส้นเวียนโค้งภายนอก

$$x = \alpha (\cos \lambda + \lambda \sin \lambda) + \gamma \cos \theta$$

$$y = \alpha (\sin \lambda - \lambda \cos \lambda) + \gamma \sin \theta$$

โดยที่ $4\pi \leq \lambda \leq 7\pi$

1.1 ค่าสัมประสิทธิ์กั้นหอย (Scroll Coefficient, α) เท่ากับ 1.5 มิลลิเมตร

1.2 ค่าความแตกต่างของมุมเริ่มต้นการโค้ง (Discrepancy of Starting Rolls Angle, β) เท่ากับ 0.3π เรเดียน

1.3 ตำแหน่งมุม (Position Angle, λ)

1.3.1 ไขพัดกันหอยแบบหยุดนิ่ง (Fixed scroll)

เส้นเวียนโค้งภายใน

$$3\pi \leq \lambda \leq 6\pi \text{ เรเดียน}$$

เส้นเวียนโค้งภายนอก

$$5\pi \leq \lambda \leq 8\pi \text{ เรเดียน}$$

1.3.2 ไขพัดกันหอยแบบเคลื่อนที่ (Orbiting Scroll)

เส้นเวียนโค้งภายใน

$$4\pi \leq \lambda \leq 7\pi \text{ เรเดียน}$$

เส้นเวียนโค้งภายนอก

$$4\pi \leq \lambda \leq 7\pi \text{ เรเดียน}$$

1.4 มุมเพล่าขับ (Crank shaft Angle, θ) เท่ากับ 0 ถึง 2π เรเดียน

2. การคำนวณหาค่าพิกัดเส้นเวียนกันหอย

คำนวณหาค่าพิกัดเส้นเวียนกันหอยได้โดยการป้อนคำสั่งการคำนวณในรูปแบบของสมการพิกัดเส้นเวียนกันหอยลงในโปรแกรมสำเร็จ MATLAB ที่ค่าสัมประสิทธิ์กันหอย (α) เท่ากับ 1.5 มิลลิเมตร และค่าความแตกต่างของมุมเริ่มต้นการโค้ง (β) เท่ากับ 0.3π เรเดียน โดยเปลี่ยนค่ามุมข้อเหวี่ยง (θ) ทีละ 0.1π เรเดียน จาก 0 ถึง 2π เรเดียน ซึ่งรายละเอียดของการคำนวณหาค่าพิกัดเส้นเวียนกันหอยสามารถศึกษาได้ในภาคผนวก ข

3. การคำนวณหารัศมีการหมุนของไขพัดกันหอย

ในการคำนวณหารัศมีการหมุนของไขพัดกันหอยนั้น จะคำนวณจากครึ่งหนึ่งของผลต่างระหว่างจุดไกลสุดกับจุดใกล้สุดจากจุด (0,0) ของไขพัดกันหอยแบบเคลื่อนที่ ซึ่งในงานวิจัยนี้รัศมีการหมุนของไขพัดกันหอยแบบเคลื่อนที่มีค่าเท่ากับ 3.295 มิลลิเมตร ซึ่งสามารถศึกษารายละเอียดได้ในภาคผนวก ข

4. การออกแบบและสร้างแบบจำลองใบพัดกังหันหอยและชิ้นส่วนประกอบต่างๆ

นำค่าพิกัดเส้นเวียนกันหอยที่คำนวณได้จากโปรแกรมสำเร็จ Matlab มาออกแบบและสร้างแบบจำลองใน โปรแกรมสำเร็จ SolidWorks ซึ่งรายละเอียดและขนาดของปั๊มน้ำแบบกังหันหอยได้แสดงไว้ใน ภาคผนวก ก

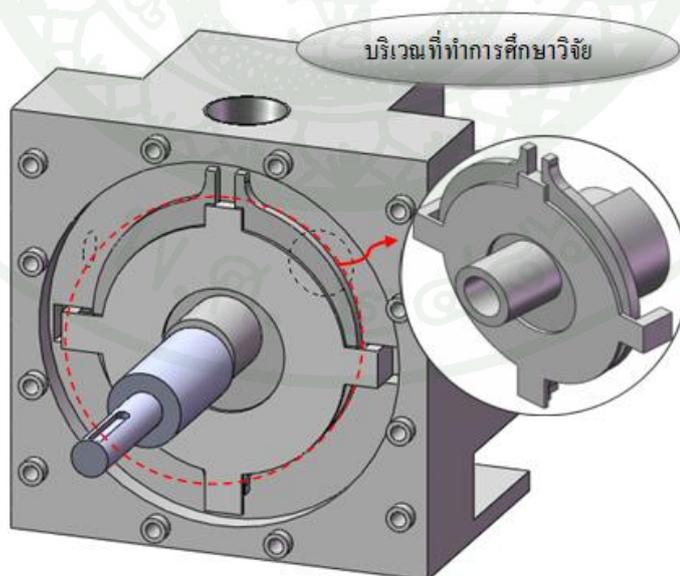
5. การวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

หลังจากได้ทำการสร้างแบบจำลองใน โปรแกรมสำเร็จ SolidWorks ออกแบบชิ้นส่วนประกอบต่างๆของปั๊มแบบกังหันหอยเรียบร้อยแล้ว ในการวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์นั้นจะใช้โปรแกรมสำเร็จ ABAQUS เป็นเครื่องมือในการวิเคราะห์ ทั้งนี้ โปรแกรมสำเร็จ ABAQUS สามารถวิเคราะห์เป็นหาได้ตั้งแต่ปัญหาเชิงเส้น (linear problem) ปัญหาทางด้านพลศาสตร์ (dynamic problem) และปัญหาไม่เชิงเส้น (non linear problem) จนถึงปัญหาที่มีความซับซ้อน ซึ่งผลที่ได้มีความแม่นยำสูง โดย โปรแกรมสำเร็จ ABAQUS แบ่งออกเป็น 3 ส่วนหลักๆคือ ABAQUS/Standard, ABAQUS/Explicit และ ABAQUS/CAE ซึ่งแต่ละส่วนเหมาะสำหรับงานแต่ละประเภท โดยในส่วนของงานวิจัยนี้ ใช้ ABAQUS/Explicit ในการวิเคราะห์ปัญหาการชนแบบพลศาสตร์ไม่เชิงเส้น (non-linear impact dynamic problem)

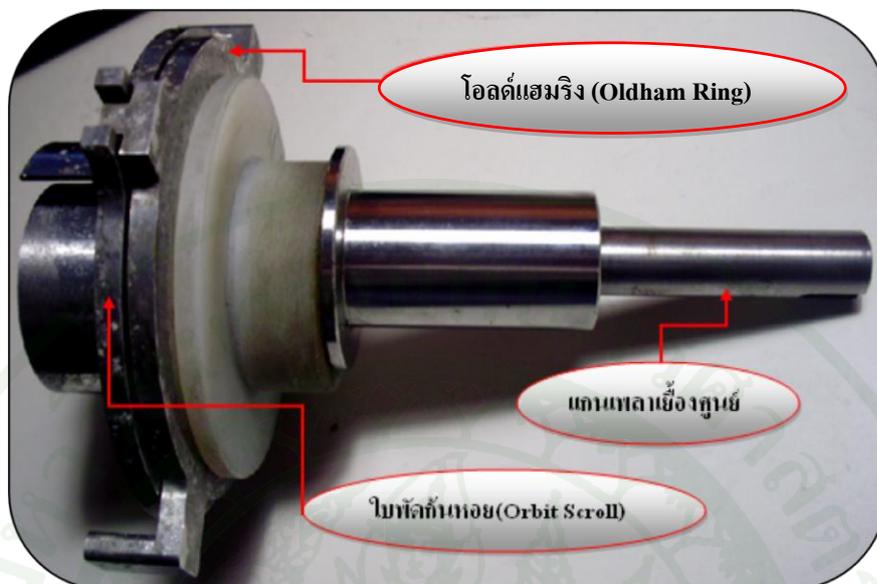
6. ลักษณะของปัญหาและตัวแปรที่พิจารณาในการวิจัย

ลักษณะของปัญหาของปั๊มแบบกังหันหอยนี้ เป็นลักษณะของการชนแบบสัมผัสระหว่างใบพัดกังหันหอยและอุปกรณ์ป้องกันการหมุนรอบแกนของใบพัดกังหันหอยหรือที่เรียกว่า โอลด์แฮมริง (Oldham Ring) โดยโอลด์แฮมริง (Oldham Ring) นี้จะมีลักษณะของการเคลื่อนตัวที่สัมพันธ์กับการหมุนของใบพัดกังหันหอยที่มีรูปแบบของการเคลื่อนที่เป็นแบบการกระจัดเชิงวงกลม ดังภาพที่ 18 ถึงภาพที่ 19 ซึ่งแสดงกราฟความสัมพันธ์ของขนาดของการกระจัดของการเคลื่อนที่ระหว่างตัวโอลด์แฮมริงและใบพัดกังหันหอยแบบเคลื่อนที่ โดยมีรัศมีของวงกลมที่เคลื่อนที่นี้เท่ากับรัศมีการเอียงศูนย์ของแกนเพลลาขับ (crank shaft) แต่ตัว โอลด์แฮมริง (Oldham Ring) จะเคลื่อนที่ในแนวแกน x เท่านั้น โดยความกว้างของระยะในการเคลื่อนที่สูงสุดจะเท่ากับระยะของเส้นผ่าศูนย์กลางของวงกลมที่ใบพัดกังหันหอยเคลื่อนที่นั่นเอง

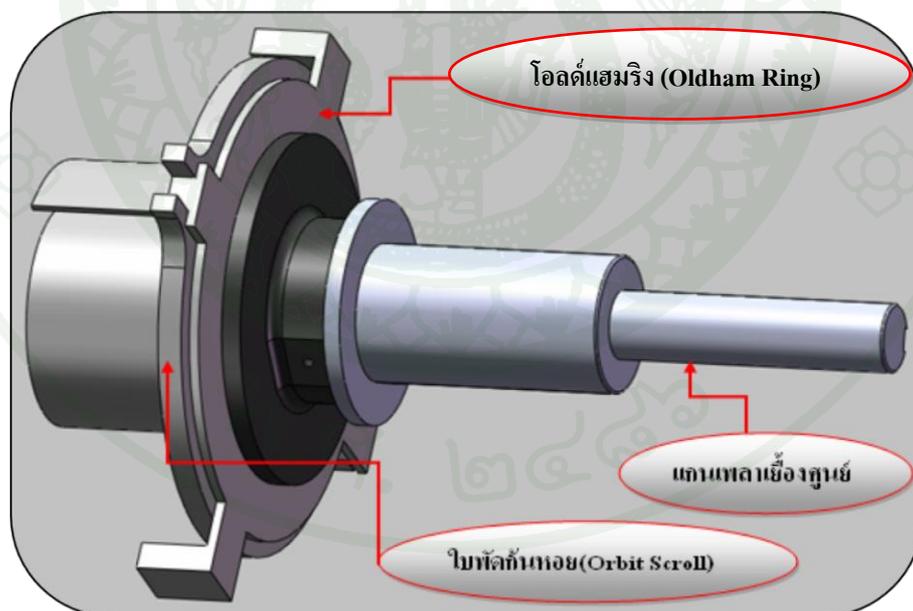
ทั้งนี้ตัวแปรที่พิจารณาในงานวิจัยนี้ จะพิจารณามุ่งเน้นถึงผลของการเคลื่อนที่ที่สัมพันธ์กันระหว่างใบพัดกันหอยและตัวโอลด์แฮมริง (Oldham Ring) ซึ่งเป็นการเคลื่อนที่สัมพันธ์กันระหว่างการเคลื่อนที่แบบเชิงมุมของใบพัดและการเคลื่อนที่เชิงเส้นของตัว โอลด์แฮมริง (Oldham Ring) โดยภาพที่ 14 แสดงชิ้นส่วนที่เกี่ยวข้องกันที่ต้องทำการวิเคราะห์โดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ส่วนภาพที่ 15 แสดงชิ้นส่วนจริงของปั๊มแบบกันหอยที่ได้ก๊อปปี้ขึ้นรูปซึ่งชิ้นส่วนหลักที่แสดงเป็นชิ้นส่วนที่เป็นปัญหาต้องทำการวิจัย และภาพที่ 16 แสดงแบบจำลองชิ้นส่วนของปั๊มแบบกันหอยเช่นเดียวกับภาพที่ 15 ที่ประกอบไปด้วย โอลด์แฮมริง และใบพัดแบบเคลื่อนที่รวมทั้งแกนเพลลาขับ โดยชิ้นส่วนเหล่านี้จะต้องนำไปวิเคราะห์ใน โปรแกรมทางไฟไนต์เอลิเมนต์ ซึ่งชิ้นส่วนดังกล่าวมีการเคลื่อนที่แบบสัมพันธ์กันดังได้กล่าวไปแล้ว โดยหลักการของการเคลื่อนที่นั้นก็มีลักษณะเป็นการเคลื่อนที่กลับไปกลับมาตามแนวแกน x ของโอลด์แฮมริง (Oldham Ring) ในร่องที่ได้ออกแบบไว้เพื่อสวมเข้ากับตัวเรือนของใบพัดกันหอยอีกครั้งหนึ่ง ดังภาพที่ 17 แสดงความสัมพันธ์การเคลื่อนที่ของใบพัดกันหอยแบบเคลื่อนที่และตัวโอลด์แฮมริงที่มุมแกนเพลลา θ ต่างๆกัน หมุนตามเข็มนาฬิกา ซึ่งสามารถดูรายละเอียดของส่วนประกอบต่างๆของปั๊มแบบกันหอยได้จาก ภาคผนวก ค ทั้งนี้ในแต่ละรอบของการเคลื่อนที่ของใบพัดกันหอยแบบเคลื่อนที่นั้นจะมีตำแหน่งเริ่มต้นที่แกนเพลลาทำมุม $\theta = 0^\circ$ ซึ่งแกนเพลลาเอียงศูนย์จะวางตัวในแนว $\theta = 90^\circ$ เทียบกับแกน x ของวงกลมหนึ่งหน่วยหรือพูดง่าย ๆ ว่าแกนเพลลาเอียงศูนย์นั้นวางตัวอยู่ในแนวแกน y นั่นเอง และจะเคลื่อนที่ที่ติดตามเข็มนาฬิกาโดยจะเพิ่มทีละ $\theta = 0.1\pi$ ทิศตามเข็มนาฬิกาจนครบรอบวัฏจักรที่ $\theta = 2\pi$



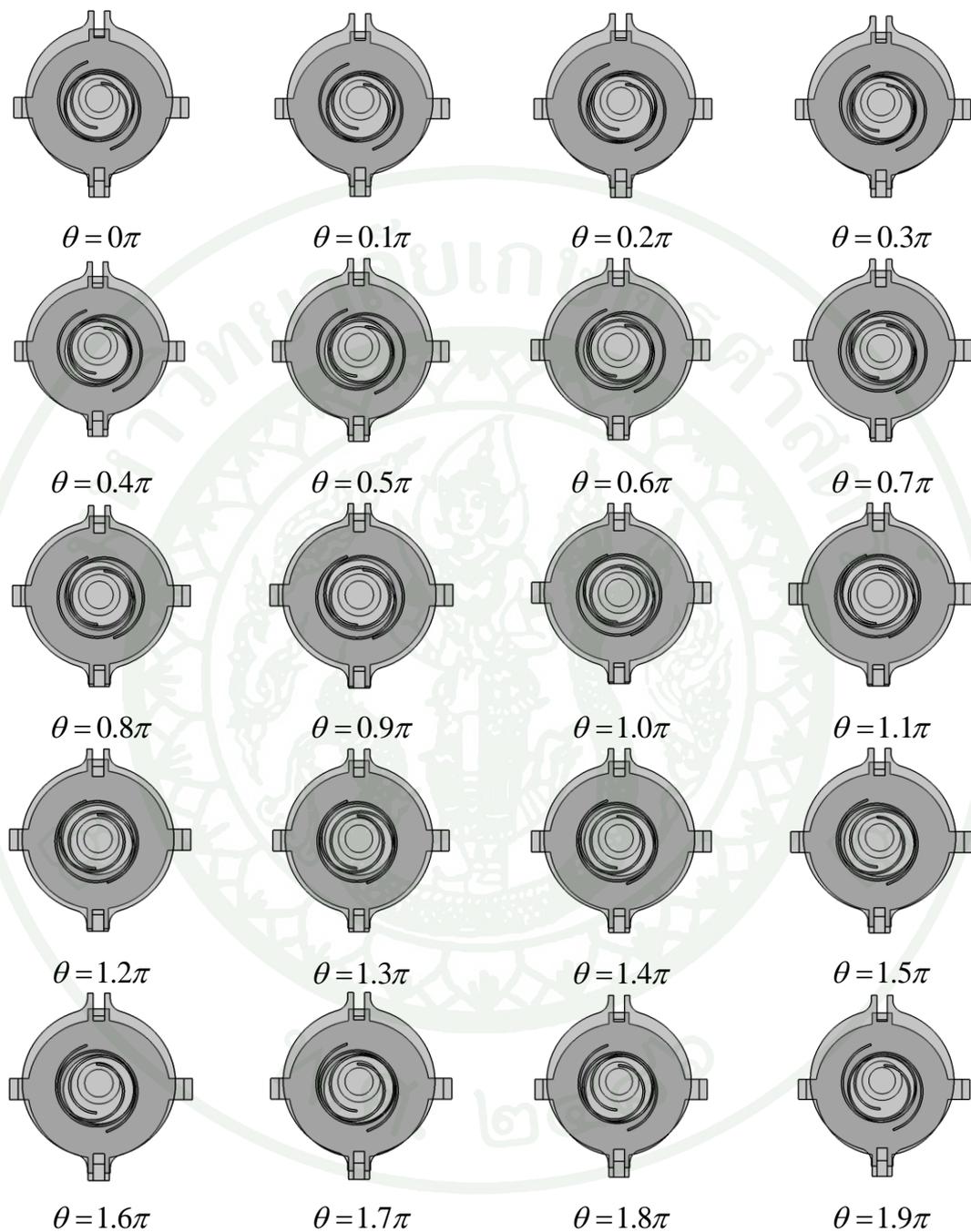
ภาพที่ 14 แสดงชิ้นส่วนที่ทำการวิเคราะห์โดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์



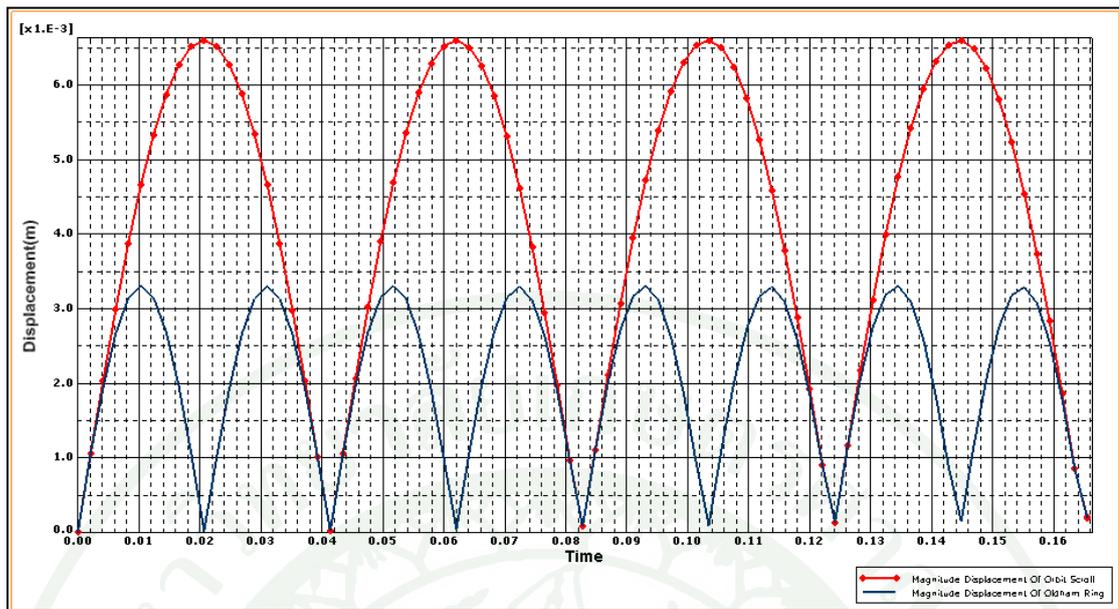
ภาพที่ 15 แสดงชิ้นส่วนจริงของปั๊มแบบก้นหอยที่เป็นปัญหาต้องการวิเคราะห์



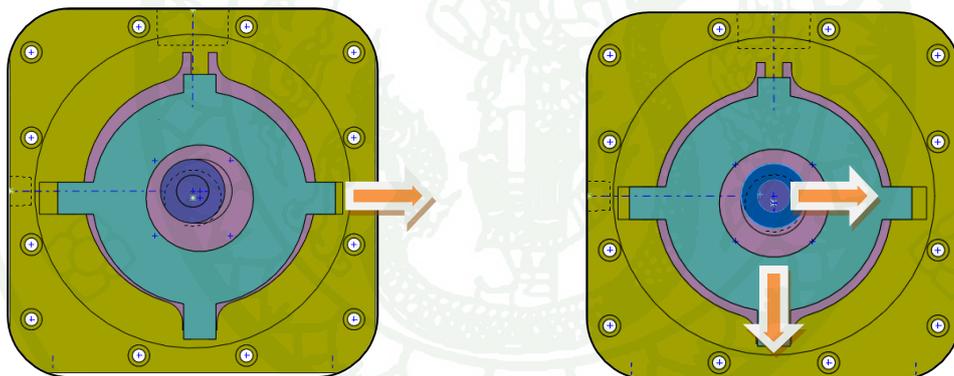
ภาพที่ 16 แสดงแบบจำลองชิ้นส่วนของปั๊มแบบก้นหอยที่เป็นปัญหาต้องการวิเคราะห์



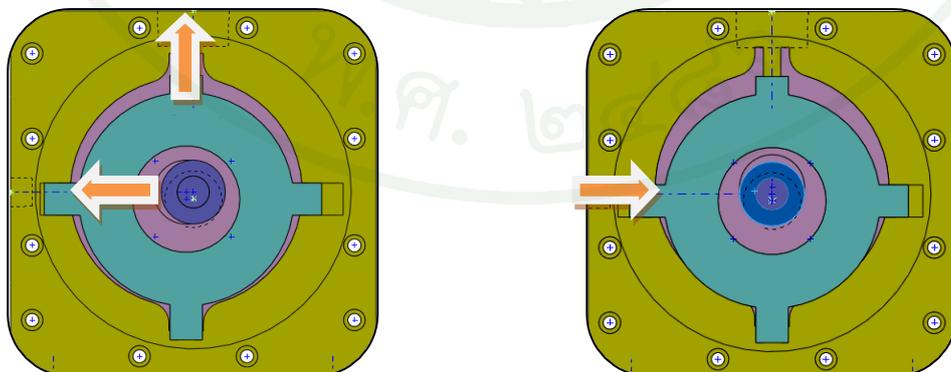
ภาพที่ 17 แสดงความสัมพันธ์การเคลื่อนที่ของใบพัดก้นหอยแบบเคลื่อนที่และตัวโอลด์แฮมริง ที่มุม แกนเพลลา θ ต่างๆกัน หมุนตามเข็มนาฬิกา



ภาพที่ 18 แสดงกราฟขนาดของการกระจัดในการเคลื่อนที่ของใบพัดกันหอยและตัวโอลด์แฮมริง



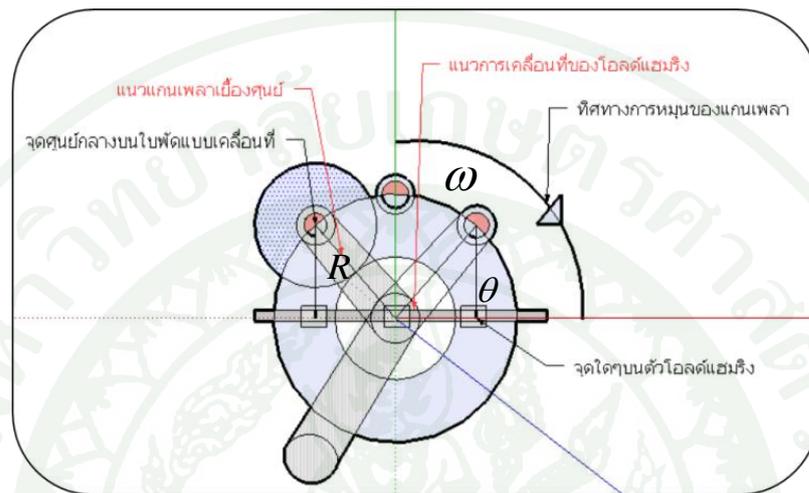
ตำแหน่งโอลด์แฮมริงที่มุมเฟลา $\theta = 90^\circ, 0\pi$ ตำแหน่งโอลด์แฮมริงที่มุมเฟลา $\theta = 0^\circ, 0.5\pi$



ตำแหน่งโอลด์แฮมริงที่มุมเฟลา $\theta = -270^\circ, 1\pi$ ตำแหน่งโอลด์แฮมริงที่มุมเฟลา $\theta = -180^\circ, 1.5\pi$

ภาพที่ 19 แสดงลักษณะการเคลื่อนที่กลับไป-มา (reciprocate) ของโอลด์แฮมริงในแนวแกน x

หากพิจารณารูปแบบความสัมพันธ์ของการเคลื่อนที่ของใบพัดก้นหอยแบบเคลื่อนที่กับตัวโอดด์แฮมริง (Oldham ring) นั้นดังภาพที่ 18 ถึงภาพที่ 19 สามารถพิจารณาจากรูปแบบของการเคลื่อนที่ดังกล่าวในรูปอย่างง่ายดังภาพที่ 20 ซึ่งแสดงลักษณะกลไกที่มีการเคลื่อนที่สัมผัสระหว่างกันของตำแหน่งของใบพัดแบบก้นหอยและตำแหน่งของตัวโอดด์แฮมริง



ภาพที่ 20 แสดงลักษณะการเคลื่อนที่แบบสัมผัสของ โอดด์แฮมริงและ ใบพัดก้นหอยอย่างง่าย

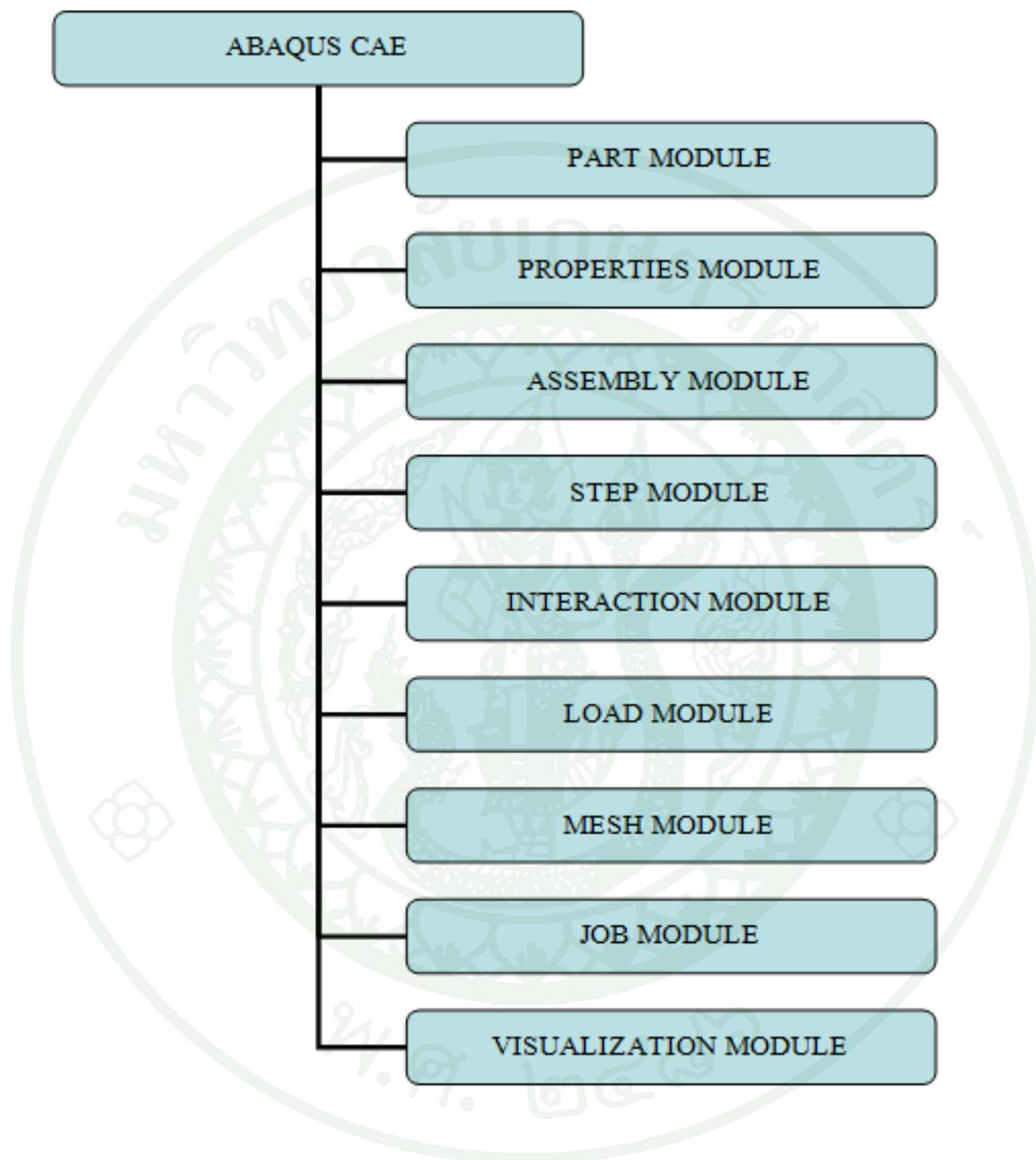
สมการพิกัดของตำแหน่งในการเคลื่อนที่ของใบพัดก้นหอยแบบเคลื่อนที่ (Orbit Scroll) เนื่องจากใบพัดก้นหอยแบบเคลื่อนที่ (Orbit Scroll) จะมีลักษณะของการเคลื่อนที่เป็นแบบวงกลมมีขนาดรัศมีเท่ากับขนาดของรัศมีเชิงศูนย์กลางของแกนเพลลาขับ (R) ผู้วิจัยจึงได้สร้างสมการของพิกัดการเคลื่อนที่ดังนี้

$$\left. \begin{aligned} x(t) &= R \cos(\omega t), x(\theta) = R \cos \theta \\ y(t) &= R \sin(\omega t), y(\theta) = R \sin \theta \end{aligned} \right\} R = \alpha(\pi - \beta) \quad \text{โดยที่ } 0 \leq \theta \leq 2\pi$$

สมการพิกัดของตำแหน่งในการเคลื่อนที่ของโอดด์แฮมริง (Oldham Ring) ในกรณีของการเคลื่อนที่ของโอดด์แฮมริงนั้นจะเคลื่อนที่ในลักษณะของการสัมผัสกับการเคลื่อนที่ของใบพัดก้นหอยแบบเคลื่อนที่ โดยลักษณะของการเคลื่อนที่ของโอดด์แฮมริงเป็นแบบซิมเปิลฮาร์โมนิก (Simple Harmonic) โดยจะมีการกระจัด (displacement) ของการเคลื่อนที่เฉพาะในแนวแกน x เท่านั้น โดยผู้วิจัยได้สร้างสมการพิกัดของตำแหน่งในการเคลื่อนที่ของโอดด์แฮมริง ดังนี้

$$x(t) = R \cos(\omega t), x(\theta) = R \cos \theta \quad \text{โดยที่ } 0 \leq \theta \leq 2\pi$$

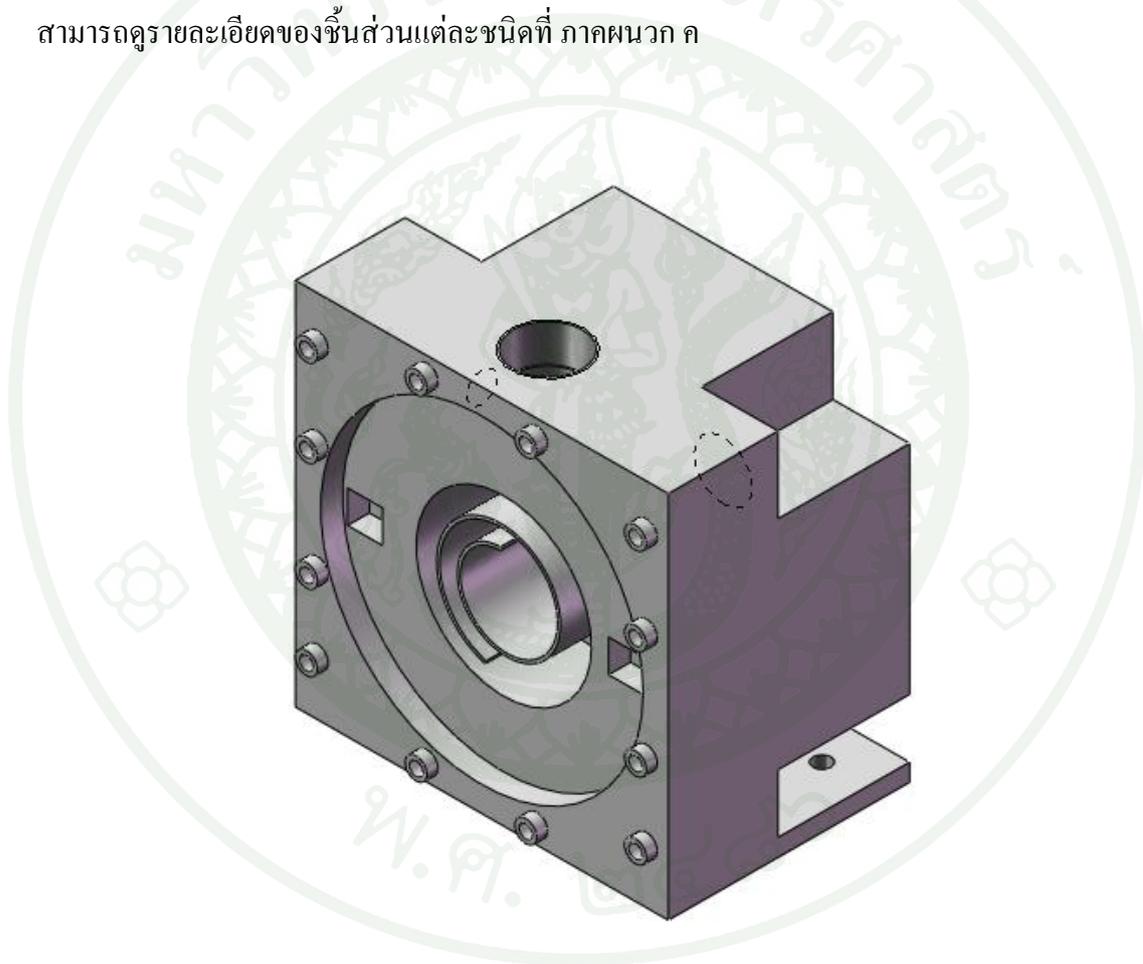
7. ลำดับขั้นตอนในการวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเมนต์โดยโปรแกรมสำเร็จ ABAQUS มีดังนี้



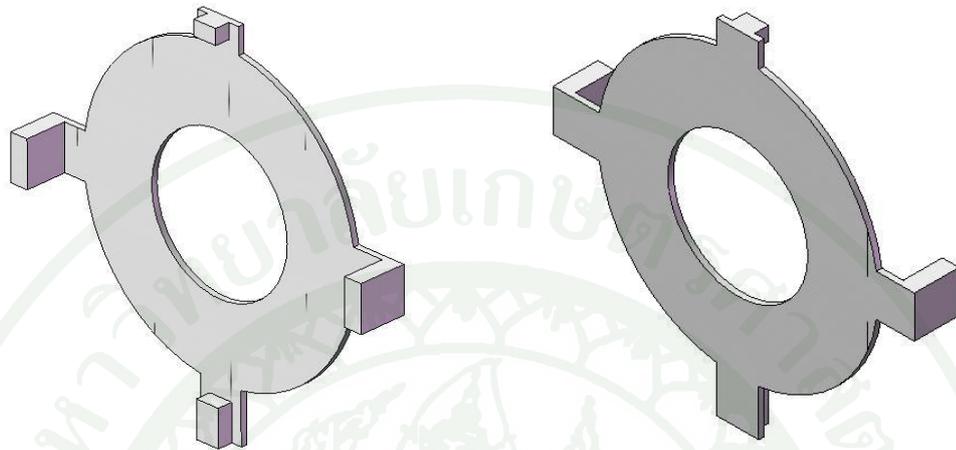
ภาพที่ 21 แสดงลำดับขั้นตอนในการวิเคราะห์ปัญหาด้วย ABAQUS CAE

7.1 PART Module

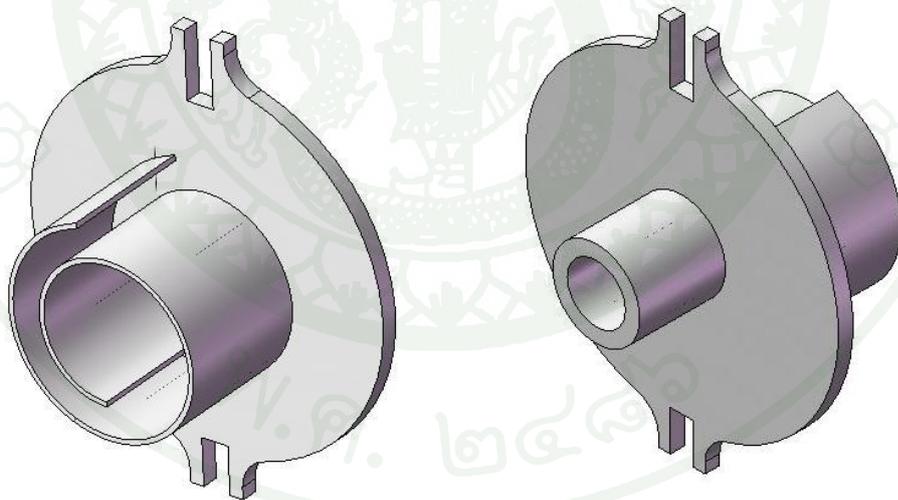
PART Module เป็นส่วนพื้นที่การทำงานของโปรแกรมย่อยที่ใช้ในการสร้างแบบจำลองทางคอมพิวเตอร์หรือที่เรียกว่า CAD โดยสามารถสร้างแบบจำลองในตัวโปรแกรม ABAQUS เองหรือสามารถนำแบบจำลองที่ได้สร้างจากตัวโปรแกรม CAD อื่นๆเข้ามาใน PART Module ก็ได้ โดยในงานวิจัยนี้สร้างแบบจำลองของตัวปั๊มทั้งหมดจากโปรแกรม Solid Work 2010 แล้วจึงนำแบบจำลองดังกล่าวเข้า (import file) ไปวิเคราะห์ใน ABAQUS ต่อไป ทั้งนี้ชิ้นส่วนทั้งหมดที่เกี่ยวข้องที่ต้องใช้ในการวิเคราะห์ ประกอบด้วยชิ้นส่วนดัง ภาพที่ 22 ถึงภาพที่ 26 และสามารถดูรายละเอียดของชิ้นส่วนแต่ละชนิดที่ ภาคผนวก ก



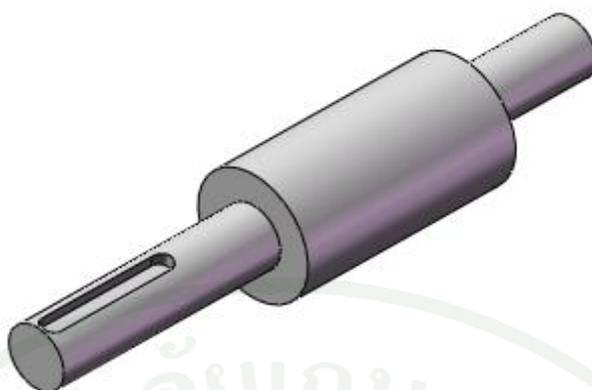
ภาพที่ 22 แสดงใบพัดหุคหนึ่งแบบก๊อนหอย (fixed scroll) และตัวเรือนปั๊ม (casing)



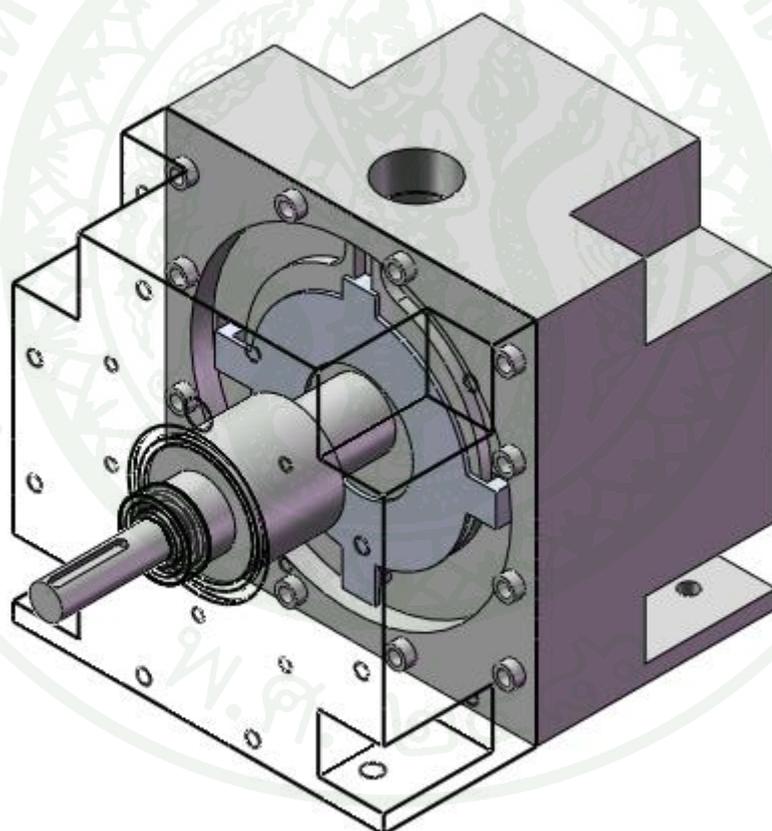
ภาพที่ 23 แสดงตัวโอลด์แฮมริง (Oldham Ring)



ภาพที่ 24 แสดงใบพัดกั้นหอยแบบเคลื่อนที่ (orbit scroll)



ภาพที่ 25 แสดงเพลาขับ (shaft) ของปั้มน้ำแบบก้านหอย



ภาพที่ 26 แสดงการประกอบชิ้นส่วนต่างเป็นปั้มน้ำแบบก้านหอย

โดยรายละเอียดเกี่ยวกับขนาดของชิ้นส่วนต่างๆของปั้มน้ำแบบก้านหอยรวมถึงชิ้นส่วนทั้งหมดสามารถดูได้จาก ภาคผนวก ค

7.2 PROPERTIES Module

PROPERTIES Module เป็นส่วนพื้นที่การทำงานของโปรแกรมที่ใช้ในการกำหนดคุณสมบัติต่างๆของวัสดุให้กับแบบจำลองหลังจากที่สร้างแบบจำลองขึ้นใน PART Module เรียบร้อยแล้ว ทั้งนี้คุณสมบัติของวัสดุที่จำเป็นจะต้องถูกกำหนดให้กับโปรแกรมด้วย โดยคุณสมบัติต่างๆจะต้องมีความสอดคล้องกับพฤติกรรมตามความเป็นจริงที่จะมีโอกาสเกิดขึ้นได้ เช่นในกรณีที่ต้องการดูพฤติกรรมที่เกิดขึ้นในการวิเคราะห์ผลของความเสียหายที่เป็นลักษณะของการเสียรูปอย่างถาวร คุณสมบัติที่มีความจำเป็นจะต้องถูกกำหนดให้สอดคล้องกับพฤติกรรมที่ต้องการดังกล่าว นั้น ก็จะเป็นคุณสมบัติที่เกี่ยวข้องกับค่า plastic property และค่าเปอร์เซ็นต์ของการยืดตัว (elongation at break) เป็นต้น และรวมทั้งคุณสมบัติพื้นฐานต่างๆของวัสดุ เช่น ค่าโมดูลัสของความยืดหยุ่น (modulus of elasticity) ค่าความหนาแน่น (mass density) ค่าอื่นๆ โดยในงานวิจัยในชิ้นส่วนต่างๆของปั๊มที่ทำการวิเคราะห์ จะใช้วัสดุที่ผลิตมาจากโลหะเจืออะลูมิเนียม 7075 ซึ่งมีคุณสมบัติต่างๆดังตารางที่ 1 ถึงตารางที่ 4 และสามารถดูรายละเอียดของคุณสมบัติที่ใช้ในการกำหนดให้กับแบบจำลองในการวิเคราะห์ได้ใน ภาคผนวก ก

ตารางที่ 1 คุณสมบัติทางกายภาพของวัสดุโลหะเจืออะลูมิเนียม 7075

Physical Properties	Metric	English	Comments ^a
Density	2.81 ^b	0.102 ^c	AA; Typical

หมายเหตุ ^a Comment: AA = อ้างอิงข้อมูลจาก Aluminum Association, Inc. และ ไม่ใช่ออกแบบ

^b หน่วย g/cc

^c หน่วย lb/in³

ที่มา: Automation Creation, Inc. (1996)

ตารางที่ 2 คุณสมบัติทางกลของวัสดุโลหะอะลูมิเนียม 7075

Mechanical Properties	Metric	English	Comments ^a
Hardness, Brinell	150	150	AA; Typical; 500 g load; 10 mm ball
Hardness, Knoop	191	191	Converted from Brinell Hardness Value
Hardness, Rockwell A	53.5	53.5	Converted from Brinell Hardness Value
Hardness, Rockwell B	87	87	Converted from Brinell Hardness Value
Hardness, Vickers	175	175	Converted from Brinell Hardness Value
Ultimate Tensile Strength	0.572 ^b	83 ^d	AA; Typical
Tensile Yield Strength	0.503 ^b	73 ^d	AA; Typical
Elongation at Break	11 ^f	11 ^f	AA; Typical; 1/16 in. (1.6 mm Thickness)
Elongation at Break	11 ^f	11 ^f	AA; Typical; 1/2 in. (12.7 mm Thickness)
Modulus of Elasticity	71.7 ^b	10400 ^d	AA; Typical; Average of tension and compression. Compression modulus is about 2% greater than tensile modulus.
Poisson's Ratio	0.33	0.33	
Fatigue Strength	0.159 ^b	23 ^d	AA; 500,000,000 cycles completely reversed stress; RR Moore machine/specimen

หมายเหตุ ^a Comment: AA = อ้างอิงข้อมูลจาก Aluminum Association, Inc. และ ไม่ใช่ออกแบบ

^b หน่วย GPa

^c หน่วย MPa-m^{1/2}

^d หน่วย ksi

^e หน่วย ksi-in^{1/2}

^f หน่วย %

ที่มา: Automation Creation, Inc. (1996)

ตารางที่ 2 (ต่อ)

Mechanical Properties	Metric	English	Comments ^a
Fracture Toughness	20 ^c	18.2 ^e	K(IC) in S-L Direction
Fracture Toughness	25 ^c	22.8 ^e	K(IC) in T-L Direction
Fracture Toughness	29 ^c	26.4 ^e	K(IC) in L-T Direction
Machinability	70 ^f	70 ^f	0-100 Scale of Aluminum Alloys
Shear Modulus	26.9 ^b	3900 ^d	
Shear Strength	0.331 ^b	48 ^d	AA; Typical

หมายเหตุ ^a Comment: AA = อ้างอิงข้อมูลจาก Aluminum Association, Inc. และ ไม่ใช่รูปแบบ

^b หน่วย GPa

^c หน่วย MPa-m^{1/2}

^d หน่วย ksi

^e หน่วย ksi-in^{1/2}

^f หน่วย %

ที่มา: Automation Creation, Inc. (1996)

ตารางที่ 3 คุณสมบัติทางไฟฟ้าของวัสดุโลหะอะลูมิเนียม 7075

Electrical Properties	Metric	English	Comments ^a
Electrical Resistivity	5.15E-6 ^b	5.15E-6 ^b	AA; Typical at 68°F

หมายเหตุ ^a Comment: AA = อ้างอิงข้อมูลจาก Aluminum Association, Inc. และ ไม่ใช่รูปแบบ

^b หน่วย ohm-cm

ที่มา: Automation Creation, Inc. (1996)

ตารางที่ 4 คุณสมบัติทางความร้อนของวัสดุโลหะอะลูมิเนียม 7075

Thermal Properties	Metric	English	Comments ^a
CTE, linear 250°C	25.2 ^b	14 ^f	Average over the range 20-300°C
Heat Capacity	0.96 ^c	0.299 ^g	
Thermal Conductivity	130 ^d	900 ^h	AA; Typical at 77°F
Melting Point	477 - 635 ^e	890 - 1175 ⁱ	AA; Typical range based on typical composition for wrought products 1/4 inch thickness or greater. Homogenization may raise eutectic melting temperature 20-40°F but usually does not eliminate eutectic melting.
Solidus	477 ^e	890 ⁱ	AA; Typical
Liquidus	635 ^e	1175 ⁱ	AA; Typical

หมายเหตุ^a Comment: AA = อ้างอิงข้อมูลจาก Aluminum Association, Inc. และ ไม่ใช่ออกแบบ

^b หน่วย $\mu\text{m}/\text{m}^{\circ}\text{C}$

^c หน่วย $\text{J}/\text{g}^{\circ}\text{C}$

^d หน่วย $\text{W}/\text{m}\cdot\text{K}$

^e หน่วย $^{\circ}\text{C}$

^f หน่วย $\mu\text{in}/\text{in}^{\circ}\text{F}$

^g หน่วย $\text{BTU}/\text{lb}^{\circ}\text{F}$

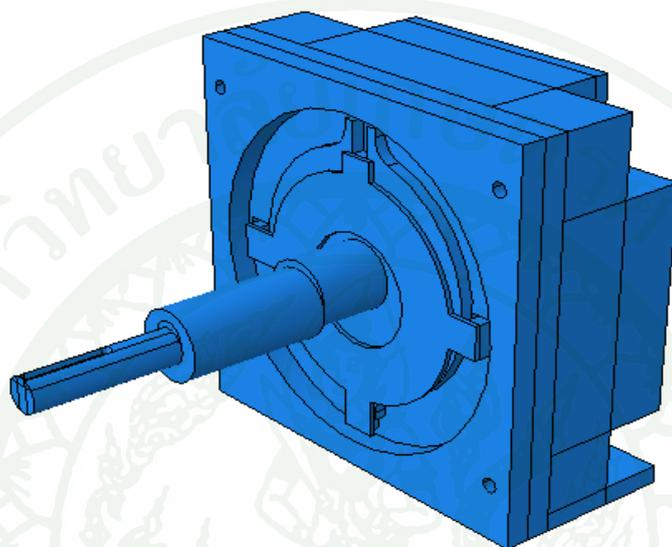
^h หน่วย $\text{BTU}\cdot\text{in}/\text{hr}\cdot\text{ft}^2\cdot^{\circ}\text{F}$

ⁱ หน่วย $^{\circ}\text{F}$

ที่มา: Automation Creation, Inc. (1996)

7.3 ASSEMBLY Module

ASSEMBLY Module เป็นส่วนที่ใช้ในการประกอบชิ้นส่วนต่างๆให้เป็นแบบจำลองที่สมบูรณ์ตามแบบที่ได้ออกแบบเอาไว้ ดัง ภาพที่ 27 แสดงแบบจำลองปั๊มแบบก้นหอย



ภาพที่ 27 การประกอบชิ้นส่วนต่างๆให้เป็นแบบจำลองปั๊มแบบก้นหอย

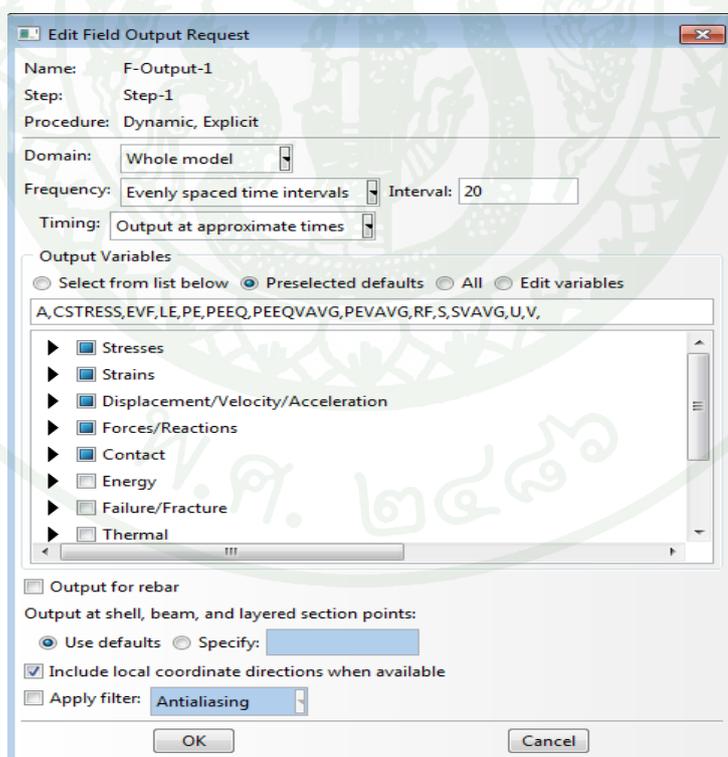
ซึ่งใน ASSEMBLY Module การที่จะทำการวิเคราะห์ชิ้นส่วนต่าง ๆ นั้น การประกอบชิ้นส่วนต่างๆก็มีความสำคัญและส่งผลต่อการวิเคราะห์เป็นอย่างยิ่ง เช่น หากเกิดการประกอบชิ้นส่วนที่ทำการวิเคราะห์นั้นเหลื่อมล้ำกัน (overlap parts) ก็จะส่งผลให้ลักษณะของการวิเคราะห์จะยิ่งมีความซับซ้อนมากขึ้นและอาจให้ผลลัพธ์ที่ไม่สอดคล้องตามความเป็นจริง ดังนั้นในหัวข้อการวิจัยนี้มีจุดประสงค์เพื่อทำการวิเคราะห์ผลของความเสียหายที่เกิดขึ้นในระหว่างการเคลื่อนที่ของใบพัดแบบก้นหอยและตัวโอลด์แฮมริง (Oldham Ring) โดยการจำลองแบบในการวิเคราะห์นั้นจะสร้างแบบจำลองเฉพาะชิ้นส่วนที่เกี่ยวข้องและสัมพันธ์กันกับการเคลื่อนที่ของใบพัดก้นหอยและตัวโอลด์แฮมริง (Oldham Ring) เท่านั้น

ขั้นตอนการ Assembly Parts นั้นทางผู้วิจัยได้ดำเนินการใน โปรแกรม Solid Works ซึ่งมีความสามารถในการสร้างและประกอบ แบบจำลอง (assembly parts) ต่างๆได้ดี

7.4 STEP Module

STEP Module เป็นขั้นตอนของการกำหนดขั้นตอนในการวิเคราะห์ และการระบุผลลัพธ์ที่ต้องการ ในส่วนของขั้นตอนและรูปแบบในการวิเคราะห์ของหัวข้อวิจัยนี้ จะเป็นการวิเคราะห์แบบพลศาสตร์ของการชนเชิงสัมผัส (contact/impact dynamics) และเลือกกระบวนการในแก้ปัญหาเชิงตัวเลขโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เป็นแบบชัดแจ้ง (explicit algorithm) ทั้งนี้เป็นการแก้ปัญหาในลักษณะที่การแก้ระบบสมการรวมที่มีสมการย่อยเป็นจำนวนมากนั้นจะไม่ขึ้นต่อกันและกัน (uncoupled equations) หากใช้กระบวนการแก้ปัญหาแบบปริยาย (implicit - algorithm) ก็ต้องใช้เวลาในการคำนวณมาก เพราะขั้นตอนในการแก้ระบบสมการรวมนั้น สมการย่อยต่างๆในระบบสมการรวมเกี่ยวข้องกับสัมพันธ์กัน (coupled equations)

ในส่วนของผลลัพธ์ที่ระบุนั้นจะต้องสอดคล้องกับ ปัญหาที่ทำการวิเคราะห์ด้วย เช่น ปัญหาแบบการชนแบบพลศาสตร์ ตัวโปรแกรมก็จะมีตัวเลือกของผลลัพธ์ที่สอดคล้องกับปัญหาการชนแบบพลศาสตร์ มาให้เลือก ดังตัวอย่าง ภาพที่ 28 ซึ่งจะขึ้นอยู่กับผลลัพธ์ที่ต้องการทราบ



ภาพที่ 28 แสดงตัวอย่างการระบุค่าของผลลัพธ์ที่ต้องการ

และขั้นตอน STEP Module นี้ก็เป็นอีกขั้นตอนหนึ่งในการกำหนดเวลาทั้งหมดที่จะทำการวิเคราะห์ปัญหานั้นในหัวข้อวิจัยนี้ใช้ได้คำนวณเวลาในการวิเคราะห์ดังนี้

ตัวแปรที่เกี่ยวข้องในการคำนวณ

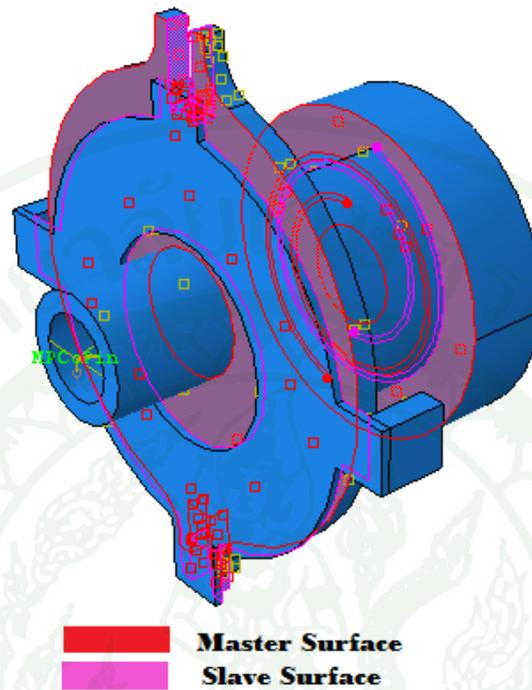
1. ความเร็วรอบของเพลลาขับใบพัด
ซึ่งได้มาจากมอเตอร์เป็นต้นกำลัง ที่ 1450 รอบ/นาที
 2. คิดเป็น $\frac{1450}{60} = 24.16$ รอบ/วินาที
 3. คิดเป็นความเร็วในหน่วย rad/sec $24.16 \times 2\pi = 151.80$ $\frac{rad}{sec}$
 4. ดังนั้นใน 1 วินาที การเคลื่อนตัวของเพลลาเป็น 24.16 รอบ
 5. ในการวิเคราะห์นี้จะดูที่ 4 รอบของการเคลื่อนที่ $\frac{4}{24.16} \approx 0.165$ วินาที
- ดังนั้นจึงกำหนดเวลาในการวิเคราะห์ของแบบจำลองที่ 0.165 วินาที

สาเหตุที่ทำการวิเคราะห์เพียงแค่ 4 รอบของการเคลื่อนที่เนื่องจากต้องการทราบตำแหน่งของค่าต่างๆ เช่น ค่าความเค้นสูงสุด ค่าแรงปฏิกิริยาสูงสุด ค่าการเคลื่อนตัว เหล่านี้ในแต่ละรอบก็จะเกิดขึ้นไม่เปลี่ยนตำแหน่งหากคิดเทียบกับมุมของการเคลื่อนที่ของแกนเพลลาขับ รวมถึงหากทำการวิเคราะห์หลายๆรอบก็จะส่งผลต่อเวลาในการคำนวณวิเคราะห์ด้วย ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับประสิทธิภาพและความสามารถของเครื่องคอมพิวเตอร์ด้วย

7.5 INTERACTION Module

INTERACTION Module เป็นส่วนที่ใช้ในการกำหนดลักษณะของกระบวนการที่เกิดขึ้นตามลักษณะความเป็นจริงที่เป็นไปได้ โดยจะเป็นการกำหนดลักษณะของความสัมพันธ์ของชิ้นส่วนต่างๆในแบบจำลอง ในรูปแบบของชิ้นส่วนที่มีความเกี่ยวเนื่องกันให้กับโปรแกรม เช่น การกำหนดลักษณะความสัมพันธ์ของการกระทำระหว่างกัน (interaction) ของชิ้นงาน โดยในหัวข้อวิจัยนี้เป็นการกำหนดลักษณะการกระทำระหว่างกันของชิ้นงานที่เป็นแบบพลศาสตร์เชิงสัมผัสระหว่างพื้นผิวกับพื้นผิว (surface-to-surface contact, explicit dynamic) นั้นหมายความว่าต้องกำหนดให้พื้นผิวของใบพัดที่เข้าชนตัวตัวโอดด์แฮมริง (Oldham Ring) เป็นพื้นผิวหลัก (master surface) และกำหนดพื้นผิวของตัวโอดด์แฮมริง (Oldham Ring) ที่สัมผัสกับพื้นผิวหลัก กำหนดให้

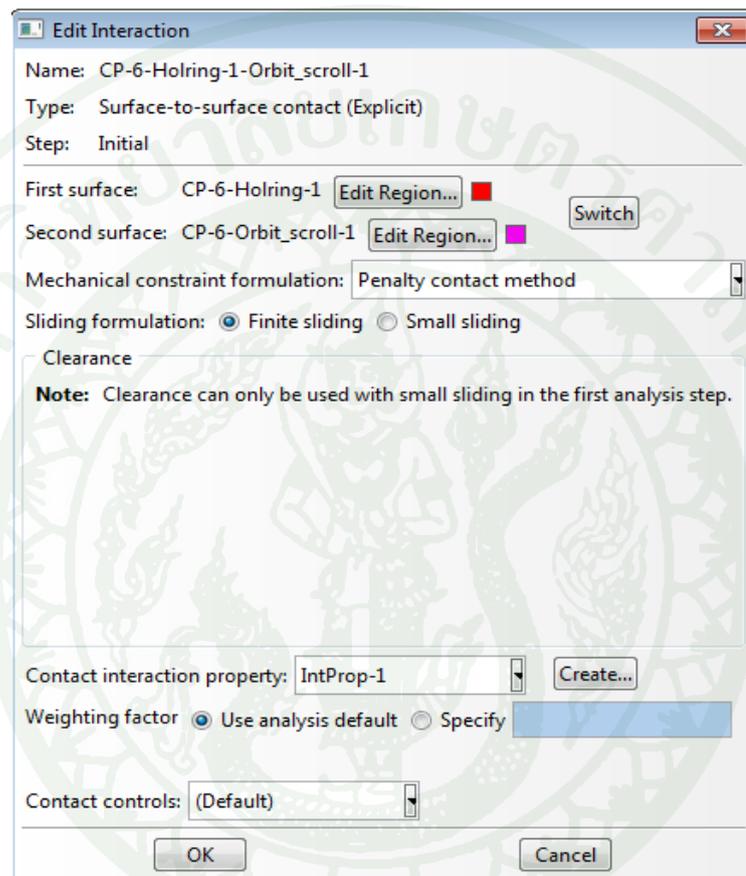
เป็นพื้นผิวรอง (slave surface) รวมทั้งพื้นผิวอื่นๆที่จะใช้ในการวิเคราะห์ก็จะกำหนดในลักษณะเดียวกันกับกระบวนการข้างต้นดังภาพที่ 29 แสดงตัวอย่างการระบุพื้นผิวที่มีการกระทำระหว่างกัน



ภาพที่ 29 แสดงตัวอย่างการระบุพื้นผิวที่มีการกระทำระหว่างกัน

ทั้งนี้ในโปรแกรม ABAQUS มีความสามารถในการค้นหาพื้นผิวหลักและพื้นผิวรองได้โดยอัตโนมัติซึ่งจะต้องมีการกำหนดเงื่อนไขของกระบวนการในการค้นหาคู่ของพื้นผิวที่มีการกระทำระหว่างกัน (finding contact pairs algorithm) โดยอัตโนมัติด้วย ในที่นี้ กำหนดให้การค้นหาคู่พื้นผิวที่มีการกระทำระหว่างกันนั้น โดยมีเงื่อนไขคือ ระยะระหว่างพื้นผิวคู่กันไม่เกิน 0.0045 เมตร และรวมไปจนถึงถ้าหากพื้นผิวทั้งคู่มีมุมระหว่างกันไม่เกิน 20 องศา ก็ให้ถือว่าเป็นคู่ของพื้นผิวที่มีการกระทำระหว่างกันได้ ทั้งนี้ผลที่ได้จากกระบวนการดังกล่าวจะได้ผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมดตามเงื่อนไขที่ระบุ แต่ในการวิเคราะห์นั้น จะเลือกเฉพาะคู่พื้นผิวที่จะทำการวิเคราะห์เท่านั้น เนื่องจากเหตุผลของเวลาในการประมวลผล และความสามารถของอุปกรณ์ประมวลผลด้วย ยังมีจำนวนเอลิเมนต์มากๆ รวมถึงปัญหาที่ซับซ้อนอาจจะกินเวลาในการประมวลผลหลายสิบชั่วโมง หรือมากกว่านั้น

หลังจากมีการระบุคู่พื้นผิวที่มีการกระทำระหว่างกันเรียบร้อยแล้ว ในที่นี้เป็นการกระทำแบบการชนเชิงสัมผัส ซึ่งจะต้องมีการกำหนดรูปแบบของสูตรในการคำนวณให้กับตัวโปรแกรมดังภาพที่ 30 โดยในการวิจัยนี้ใช้คุณสมบัติ penalty contact method ในการคำนวณวิเคราะห์



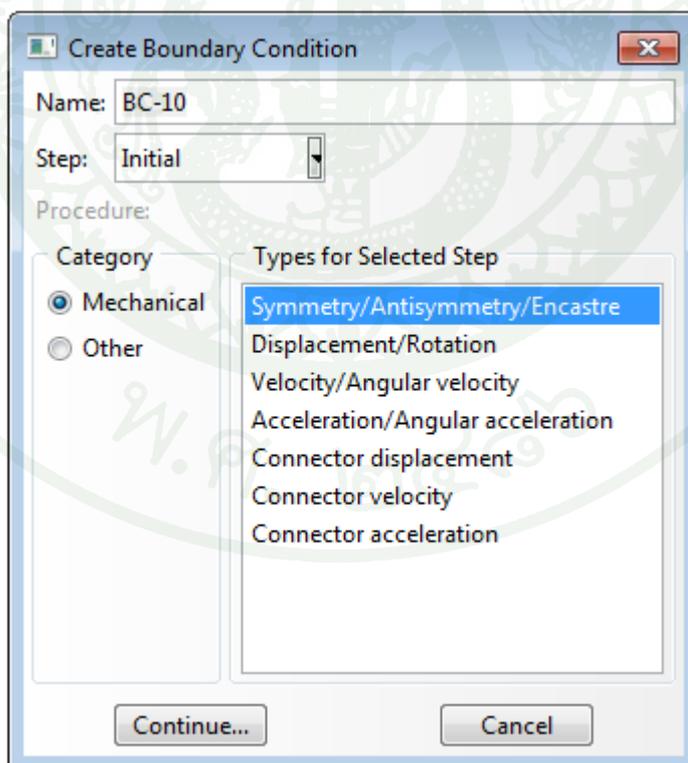
ภาพที่ 30 แสดงตัวอย่างการระบุพื้นผิวและสูตรที่ใช้ในการวิเคราะห์

รายละเอียดในการกำหนดพื้นผิวต่างๆ ให้เป็นคู่สัมผัสในการวิเคราะห์สามารถดูได้จากภาคผนวก ก

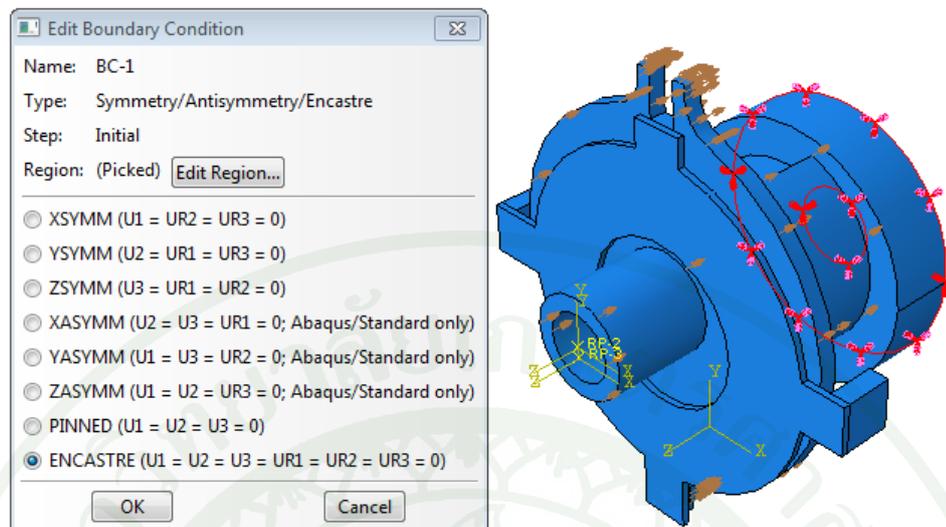
7.6 LOAD Module

LOAD Module เป็นส่วนของโปรแกรม ABAQUS ที่ใช้ในการกำหนดรูปแบบของภาระโหลดที่เกิดระหว่างชิ้นส่วนต่างๆ ที่มีการกระทำระหว่างกันรวมทั้งการกำหนดเงื่อนไข

ขอบเขต (boundary condition) ของปัญหาที่วิเคราะห์ให้กับ โปรแกรมด้วย โดยการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตนั้นจะเป็นการกำหนดจากลำดับขั้นของความเสรี (degree of freedom) ของชิ้นส่วนที่ทำการวิเคราะห์ โดยในหัวข้อวิจัยนี้มีการกำหนดภาวะไหลเป็นลักษณะของความเชิงเร็วรวมตามความเร็วรอบของแกนเพลานในแต่ละขั้นตอนของการวิเคราะห์ ทั้งนี้ในการกำหนดการเคลื่อนที่ให้กับใบพัดของปั๊มจะเป็นการกำหนดความเร็วเริ่มต้นและความเร็วที่ใช้ในการทำงานจริงที่มีการชนเชิงสัมผัสระหว่างกันกับ โอลด์แฮมริง ซึ่งมีค่าความเร็วเชิงมุมของแกนเพลาท่ากับ 151.80rad/sec และในขั้นตอนของการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตนั้น โปรแกรม ABAQUS มีรูปแบบของการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตหลายๆอย่างด้วยกัน ขึ้นอยู่กับแต่ละปัญหาที่ทำการวิเคราะห์ ในงานวิจัยนี้เลือกการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตโดยการจำกัดค่าการเคลื่อนตัวและค่าของความเร็วในแต่ละความอิสระ (degree of freedom) ของตัวแปรต่างๆของชิ้นส่วนเช่น กำหนดให้ค่าความอิสระของค่าการเคลื่อนที่มีค่าเป็นศูนย์ที่ตำแหน่งของฐานของใบพัดหยุดนิ่งเพื่อไม่ให้เกิดการเคลื่อนตัวบริเวณตรงตำแหน่งดังกล่าว ทั้งนี้เนื่องจากบริเวณที่ฐานของใบพัดหยุดนิ่งนั้นมีความสมมาตรกันดังนั้นจึงเลือกการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตเป็น Symmetry/Antisymmetry/Encaste ดังภาพที่ 31 แสดงตัวอย่างการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตของปัญหาที่ใช้ในการวิเคราะห์



ภาพที่ 31 แสดงตัวอย่างการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตของปัญหาที่ใช้ในการวิเคราะห์



ภาพที่ 32 แสดงตัวอย่างการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตในการวิเคราะห์

โดยในแต่ละเงื่อนไขขอบเขตที่เลือกนั้นยังสามารถให้ระบุถึงการเลือกการจำกัดค่าความอิสระของชิ้นส่วน (degree of freedom) ต่างๆ ได้อีก ดังภาพที่ 32 แสดงตัวอย่างการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตในการวิเคราะห์ในกรณีที่เลือกเงื่อนไขขอบเขต (boundary condition) เป็น Symmetry/Antisymmetry/Encastre ก็จะมีลักษณะของการจำกัดความอิสระของชิ้นส่วนที่เลือกเป็นดังนี้

XSYMM Symmetry about a plane $X = \text{constant}$ ($U1 = UR2 = UR3 = 0$).

YSYMM Symmetry about a plane $Y = \text{constant}$ ($U2 = UR1 = UR3 = 0$).

ZSYMM Symmetry about a plane $Z = \text{constant}$ ($U3 = UR1 = UR2 = 0$).

XASYMM Antisymmetry about a plane with $X = \text{constant}$ ($U2 = U3 = UR1 = 0$).

YASYMM Antisymmetry about a plane with $Y = \text{constant}$ ($U1 = U3 = UR2 = 0$).

ZASYMM Antisymmetry about a plane with $Z = \text{constant}$ ($U1 = U2 = UR3 = 0$).

PINNED Pinned ($U1 = U2 = U3 = 0$).

ENCASTRE Fully built-in ($U1 = U2 = U3 = UR1 = UR2 = UR3 = 0$).

โดยที่

$U1$ = ค่าการเคลื่อนตัวตามแนวแกน 1(X)

U_2 = ค่าการเคลื่อนตัวตามแนวแกน 2(Y)

U_3 = ค่าการเคลื่อนตัวตามแนวแกน 3(Z)

UR_1 = ค่าการเคลื่อนตัวที่หมุนรอบแกน 1(X)

UR_2 = ค่าการเคลื่อนตัวที่หมุนรอบแกน 2(Y)

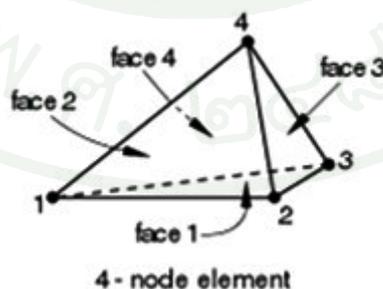
UR_3 = ค่าการเคลื่อนตัวที่หมุนรอบแกน 3(Z)

ส่วนของขั้นตอนในการกำหนดค่าต่างๆทั้งหมดของโปรแกรม เช่น การกำหนดเงื่อนไขขอบเขต เงื่อนไขบังคับต่างๆ สามารถดูได้จาก ภาคผนวก ก.

7.7 MESH Module

MESH Module เป็นส่วนของโปรแกรมที่ใช้ในการแบ่งปัญหาที่มีโดเมนต่อเนื่องที่ทำการวิเคราะห์แบ่งออกเป็นชิ้นย่อยๆหรือที่เรียกว่า เอลิเมนต์ ซึ่งชนิดและคุณสมบัติของเอลิเมนต์รวมทั้งรูปแบบของเอลิเมนต์สำหรับปัญหาทางด้านของเชิงแบบพลศาสตร์สามมิติต่างๆมีดังนี้

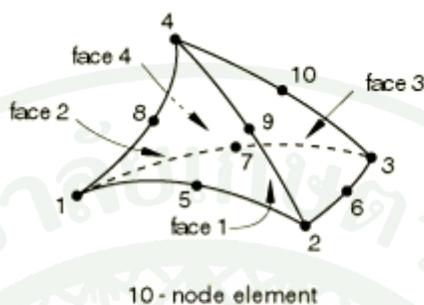
7.7.1 เอลิเมนต์ทรงสี่หน้าแบบสี่จุดต่อ (4-node tetrahedral) ถือว่าเป็นเอลิเมนต์พื้นฐานที่นิยมใช้ในแบบจำลองใน 3 มิติ เนื่องจากสามารถจำลองปัญหาที่มีรูปร่างที่ไม่เป็นเรขาคณิต (non-geometry) ได้ง่ายกว่าเอลิเมนต์ชนิดอื่นๆ แต่ข้อเสียของเอลิเมนต์แบบนี้คือ มีความแม่นยำ (accuracy) ในการประมาณค่าน้อยกว่าเอลิเมนต์ชนิดอื่นเนื่องจากใช้ฟังก์ชันประมาณภายในเป็นแบบเส้นตรง ดังภาพที่ 33 แสดงเอลิเมนต์ทรงสี่หน้าแบบ 4 จุดต่อ



ภาพที่ 33 เอลิเมนต์ทรงสี่หน้าแบบ 4 จุดต่อ

ที่มา: ABAQUS 6.9 Documentation

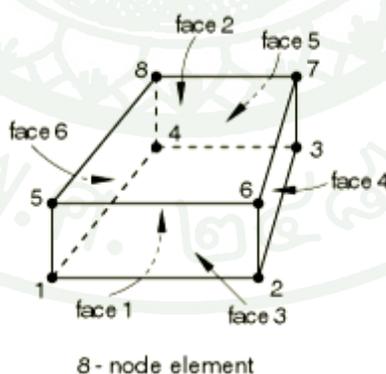
7.7.2 เอลิเมนต์ทรงสี่หน้าแบบ 10 จุดต่อ (10-node tetrahedral) จะมีความแม่นยำในการประมาณค่าที่สูงกว่าแบบ 4 จุดต่อ เนื่องจากใช้ฟังก์ชันประมาณภายในเอลิเมนต์แบบกำลังสอง (quadratic) ในการประมาณค่าดังภาพที่ 34 แสดงเอลิเมนต์ทรงสี่หน้าแบบ 10 จุดต่อ



ภาพที่ 34 เอลิเมนต์ทรงสี่หน้าแบบ 10 จุดต่อ

ที่มา: ABAQUS 6.9 Documentation

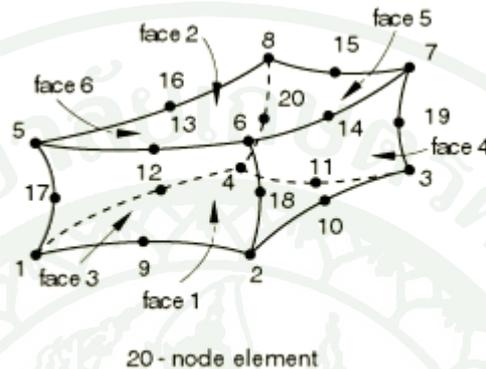
7.7.3 เอลิเมนต์ทรงหกหน้าแบบ 8 จุดต่อ (8-node hexahedral or brick element) เป็นเอลิเมนต์ที่ใช้ฟังก์ชันประมาณภายในเอลิเมนต์แบบเส้นตรงในการประมาณค่า มีความแม่นยำกว่าเอลิเมนต์แบบทรงสี่หน้า แต่ใช้เวลาในการประมวลผลมากกว่า เหมาะสำหรับงานที่ต้องการความแม่นยำสูงดังภาพที่ 35 แสดงเอลิเมนต์ทรงหกหน้าแบบ 8 จุดต่อ



ภาพที่ 35 เอลิเมนต์ทรงหกหน้าแบบ 8 จุดต่อ

ที่มา: ABAQUS 6.9 Documentation

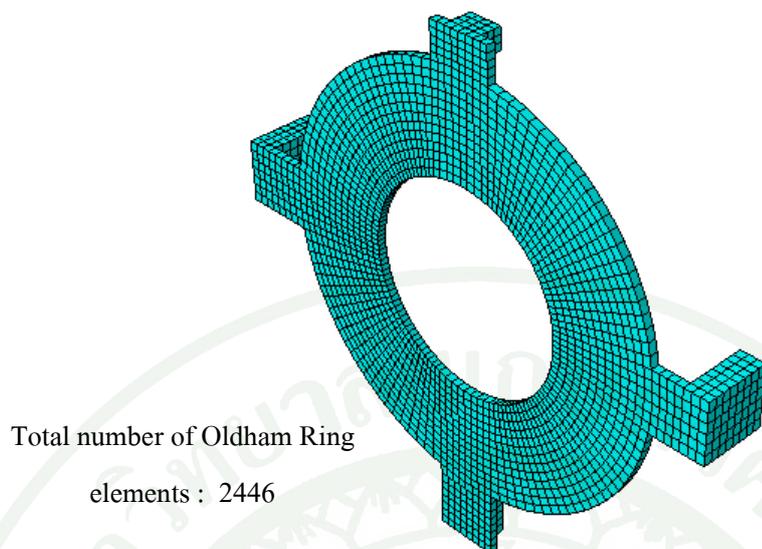
7.7.4 เอลิเมนต์ทรงหกหน้าแบบ 20 จุดต่อ (20-node hexahedral or brick element) เป็นเอลิเมนต์ที่พัฒนาความแม่นยำให้สูงขึ้นจากเอลิเมนต์ทรงหกหน้าแบบ 8 จุดต่อ โดยใช้ฟังก์ชันกำลังสองในการประมาณค่าฟังก์ชันประมาณภายในเอลิเมนต์ ดังภาพที่ 36 แสดงเอลิเมนต์ทรงหกหน้าแบบ 20 จุดต่อ



ภาพที่ 36 เอลิเมนต์ทรงหกหน้าแบบ 20 จุดต่อ

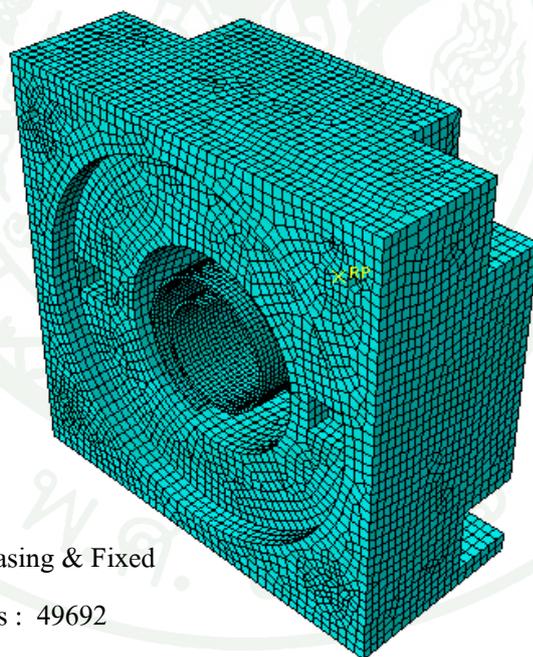
ที่มา: ABAQUS 6.9 Documentation

นอกจากเอลิเมนต์ที่กล่าวมาข้างต้น ก็ยังมีเอลิเมนต์อื่นๆ อีกหลายๆลักษณะ หลักการในการเลือกใช้เอลิเมนต์แบบใดนั้นคือ ต้องเลือกให้เหมาะสมกับปัญหาที่จะทำการวิเคราะห์ เช่น ถ้าแบบจำลองค่อนข้างซับซ้อน ไม่เป็นรูปทรงเรขาคณิต เอลิเมนต์ที่ควรเลือกใช้คือ เอลิเมนต์ทรงสี่หน้า เพราะเอลิเมนต์ทรงสี่หน้าสามารถจำลองปัญหาที่มีความซับซ้อนได้ดีกว่าเอลิเมนต์แบบทรงหกหน้า ขณะเดียวกันถ้าต้องการความแม่นยำสูงก็ต้องเลือกเอลิเมนต์ที่มีจำนวนจุดต่อมากขึ้นอย่าง เอลิเมนต์ทรงหกหน้า ทั้งนี้ก็ต้องพิจารณาถึงเวลาที่ต้องใช้ในการคำนวณปัญหานั้นด้วย ในการวิจัยนี้เลือกใช้เอลิเมนต์แบบเอลิเมนต์ทรงหกหน้าแบบ 8 จุดต่อ (hexahedral element) มีการประมาณค่าภายในเอลิเมนต์ (element interpolation) เป็นแบบเส้นตรงรูปแบบ C3D8R: An 8-node linear brick, reduced integration, hourglass control. เนื่องจากเอลิเมนต์ดังกล่าวนี้มีความเหมาะสมทั้งในเรื่องของค่าของความแม่นยำในการประมาณค่าของผลเฉลยรวมทั้งความเหมาะสมในแง่ของเวลาที่จะต้องนำไปสำหรับการคำนวณหาผลเฉลยด้วยดังแสดงตาม ภาพที่ 37 ถึงภาพที่ 41 แสดงส่วนประกอบต่างๆของป้มที่ได้ทำการแบ่งเป็นเอลิเมนต์ย่อยๆ



Total number of Oldham Ring
elements : 2446

ภาพที่ 37 แสดงการแบ่ง โอลด์แฮมริงเป็นเอลิเมนต์ย่อยๆ



Total number of Casing & Fixed
Scroll elements : 49692

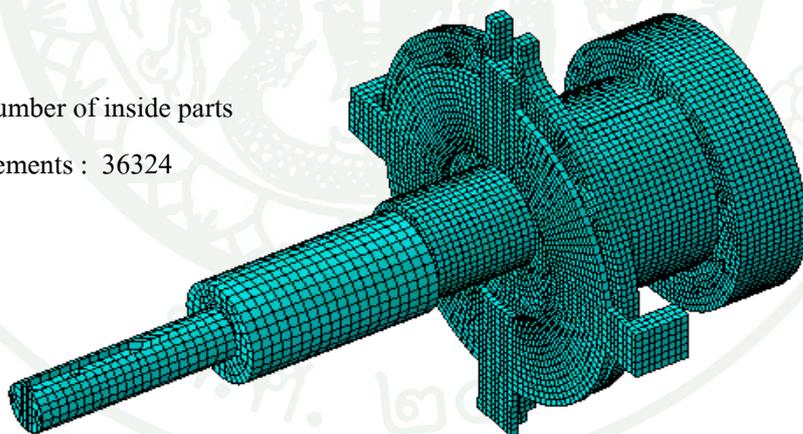
ภาพที่ 38 แสดงการแบ่งใบพัดหุคหนึ่งและฐานของบี้มเป็นเอลิเมนต์ย่อยๆ



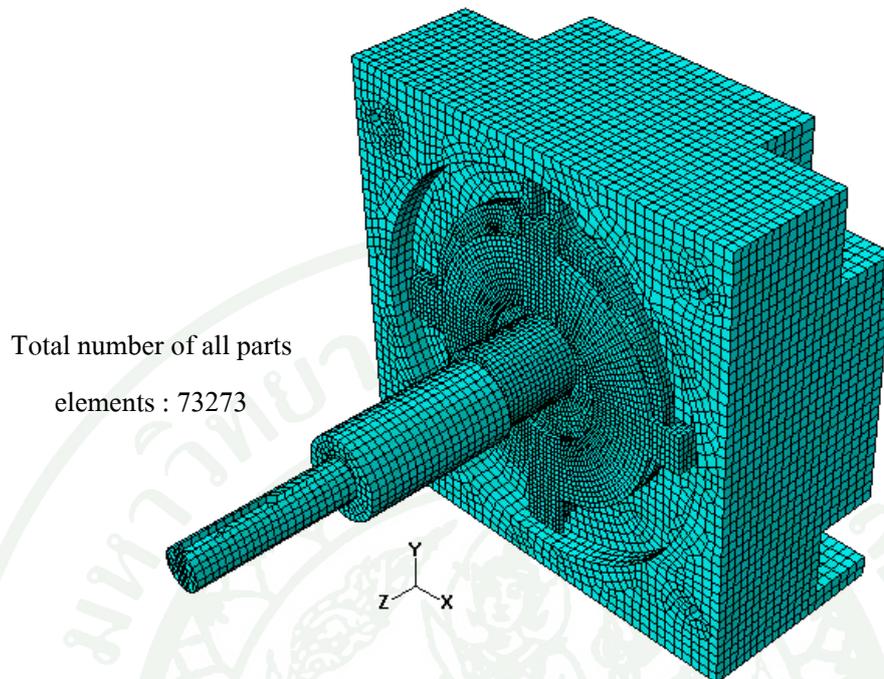
Total number of Orbit Scroll
elements : 12521

ภาพที่ 39 แสดงการแบ่งไบพัตเคลื่อนที่ของปั๊มเป็นเอลิเมนต์ย่อยๆ

Total number of inside parts
elements : 36324



ภาพที่ 40 แสดงการแบ่งเพลลาของปั๊มเป็นเอลิเมนต์ย่อยๆ



ภาพที่ 41 แสดงภาพส่วนประกอบของปั๊มที่แบ่งเป็นเอลิเมนต์ย่อยๆ

7.8 JOB Module

JOB Module เป็นส่วนของโปรแกรมที่เมื่อเสร็จสิ้นการตั้งค่าต่างๆแล้ว ส่วนนี้ก็จะป็นเครื่องมือในการกำหนดให้เครื่องคอมพิวเตอร์ทำการคำนวณวิเคราะห์ปัญหาตามที่ได้กำหนดค่าของกระบวนการวิเคราะห์ต่างๆเอาไว้ ซึ่ง JOB Module สามารถกำหนดคุณสมบัติของเครื่องคอมพิวเตอร์ให้คำนวณแบบขนานกัน (parallel) สำหรับเครื่องคอมพิวเตอร์แบบ multiple processor และสามารถกำหนดค่าเปอร์เซ็นต์ให้กับการทำงานของหน่วยความจำ (analysis memory) ได้อีกด้วย

ทั้งนี้ในบางกรณีพื้นที่การทำงานในส่วนนี้ตามปกติแล้ว โปรแกรมจะตั้งค่าเริ่มต้นให้กับการทำงานที่มีความเหมาะสมอยู่แล้ว ทั้งในส่วนของคุณสมบัติในการประมวลผลและทรัพยากรของหน่วยความจำที่โปรแกรมต้องใช้ในการประมวลผล และในกรณีที่หากผู้ใช้งานไม่มั่นใจว่าได้กำหนดค่าต่างๆให้กับโปรแกรมไปแล้วมีความถูกต้องตามกระบวนการและข้อกำหนดเงื่อนไขต่างๆของ โปรแกรม โดยในส่วนนี้สามารถที่จะทำการตรวจสอบข้อมูลก่อนทำการวิเคราะห์จริงๆได้ โดยการใช Data check เพื่อยืนยันว่าได้ป้อนค่าต่างๆให้กับตัวโปรแกรมถูกต้องตามหลักหรือไม่

Job: AdjustOverclode4 Status: Terminated

Step	Increment	Att	Severe Discon Iter	Equil Iter	Total Iter	Total Time/Freq	Step Time/LPF	Time/LPI Inc
1	1302					0.000213006	0.000213006	1.64405e-C
1	2648					0.000434299	0.000434299	1.64412e-C
1	3996					0.000655946	0.000655946	1.64415e-C
1	5347					0.000878097	0.000878097	1.64411e-C
1	6705					0.00110136	0.00110136	1.64414e-C
1	8061					0.00132425	0.00132425	1.64415e-C
1	9410					0.001546	0.001546	1.64411e-C
1	10765					0.00176873	0.00176873	1.64413e-C
1	12062					0.00198193	0.00198193	1.64415e-C
1	13324					0.00218938	0.00218938	1.64414e-C
1	14648					0.00240701	0.00240701	1.64413e-C
1	15927					0.00261725	0.00261725	1.64414e-C
1	17274					0.00283867	0.00283867	1.64415e-C
1	18624					0.00306058	0.00306058	1.64414e-C
1	19973					0.00328233	0.00328233	1.64413e-C

Search Text
Text to find: Match case

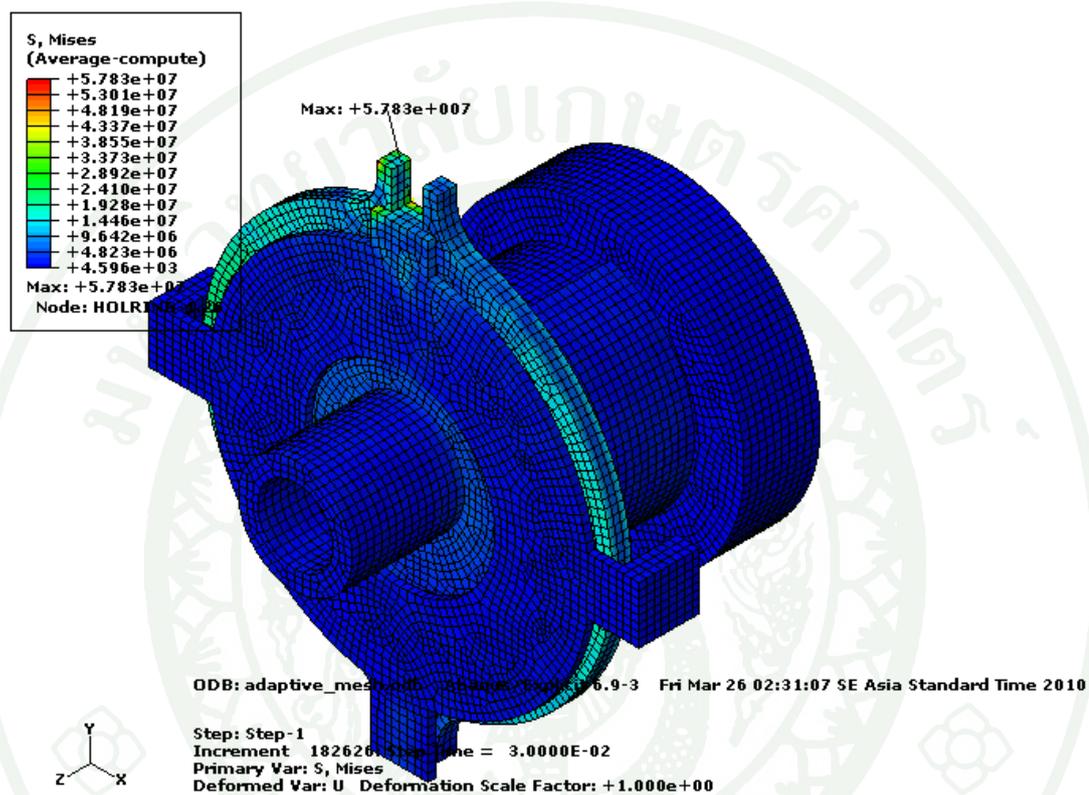
ภาพที่ 42 แสดงตัวอย่างของลำดับขั้นตอนของกระบวนการวิเคราะห์

รวมทั้งในระหว่างการวิเคราะห์นั้น สามารถดูความก้าวหน้า (monitor) ของกระบวนการวิเคราะห์แต่ละขั้นตอนของช่วงเวลา (step time) ได้ดังภาพที่ 42 แสดงตัวอย่างของลำดับขั้นตอนของกระบวนการวิเคราะห์ในขณะที่มีการประมวลผล และสามารถยกเลิกการประมวลผลการวิเคราะห์ได้ตลอดเวลาหากเห็นว่าผลลัพธ์ที่ได้ไม่มีแนวโน้มไม่ถูกต้องสอดคล้องกับความเป็นจริงที่เกิดขึ้น เพื่อให้สามารถกลับไปตรวจสอบการกำหนดค่าต่างๆใหม่อีกครั้ง โดยไม่ต้องรอนกว่าประมวลผลการวิเคราะห์จนแล้วเสร็จ

7.9 VISUALIZATION Module

VISUALIZATION Module เป็นส่วนแสดงผลของผลลัพธ์ของการวิเคราะห์ซึ่งได้กำหนดล่วงหน้าในขั้นตอนของ STEP Module แล้วเช่น ความเค้นในรูปแบบต่างๆ ระยะเวลาตัว แรงปฏิกิริยาแต่ละเอลิเมนต์ ฯ ดังนั้นในส่วนของ VISUALIZATION Module จะทำหน้าที่ในการแปลงผลลัพธ์ในผลของการวิเคราะห์ที่ได้ซึ่งจะอยู่ในรูปแบบของชุดตัวเลขให้เป็นเจดสีต่างๆเพื่อให้ง่าย

ต่อการทำความเข้าใจ และสามารถแสดงในรูปแบบของกราฟฟิกส์ (graphics visualization) แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าต่างๆ ดังภาพที่ 43 แสดงตัวอย่างของผลที่เกิดขึ้นบนชิ้นงานที่ทำการวิเคราะห์ซึ่งสามารถแสดงเป็นภาพเคลื่อนไหวของผลลัพธ์ที่ได้รวมทั้งหมดของแบบจำลองเพื่อให้เห็นภาพรวมทั้งหมดของผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นตลอดช่วงเวลาของการวิเคราะห์



ภาพที่ 43 แสดงตัวอย่างของผลที่เกิดขึ้นบนชิ้นงานที่ทำการวิเคราะห์

ผลและวิจารณ์

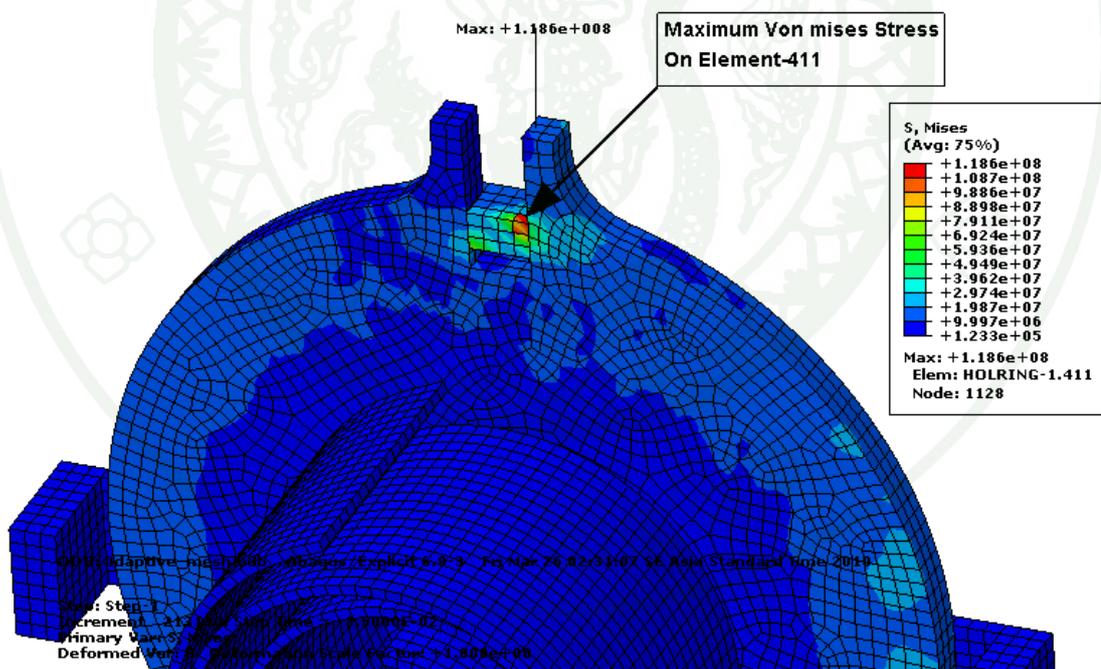
ผล

จากการวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์โดยใช้โปรแกรม ABAQUS ซึ่งเป็นโปรแกรมที่ได้รับความนิยมในงานทางด้านไฟไนต์เอลิเมนต์ ซึ่งมีความสามารถในการวิเคราะห์ปัญหาที่ซับซ้อนได้ดีและให้ผลของการวิเคราะห์ที่มีความแม่นยำสูง ทั้งนี้ในหัวข้อวิจัยนี้ได้ทำการสร้างแบบจำลองในโปรแกรม Solid Works ซึ่งเป็นโปรแกรม CAD ชนิดหนึ่งแล้วหลังจากนั้นก็ใช้ ABAQUS เป็นโปรแกรมในการวิเคราะห์ปัญหา โดยหลังจากได้กำหนดค่าต่างๆที่สัมพันธ์กับปัญหาในการวิเคราะห์แล้ว ในที่นี้หมายถึง ปัญหาทางด้านการชนเชิงสัมผัสแบบพลศาสตร์ในระหว่างการเคลื่อนที่ของใบพัดและตัวโอดด์แฮมริง (Oldham Ring) ของปั๊มแบบก้นหอยภายในช่วงเวลาของการหมุนครบ 4 รอบของวัฏจักร ซึ่งสามารถแบ่งลักษณะผลลัพธ์ของการวิเคราะห์ออกเป็น 4 ลักษณะคือ

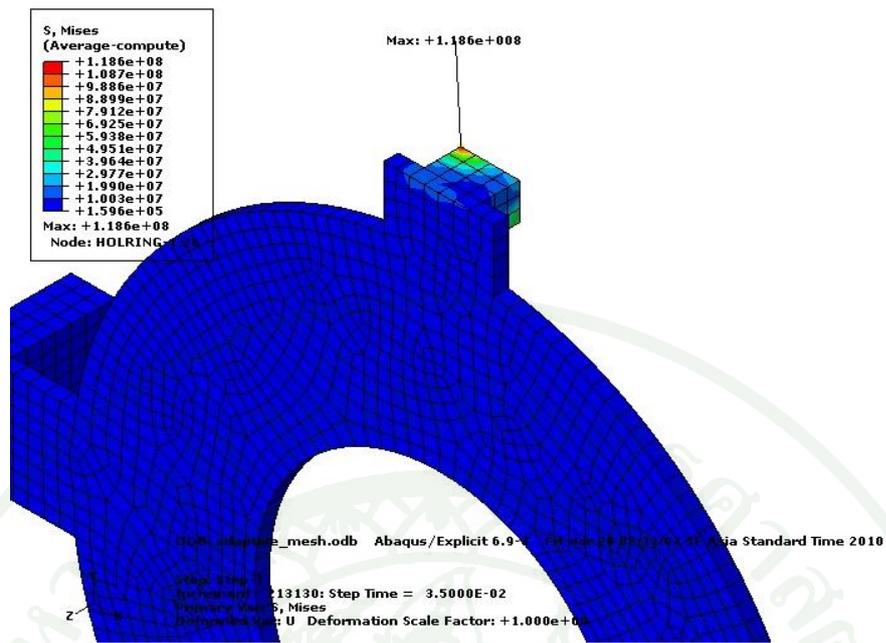
1. ผลของความเค้นสูงสุด (von mises stress) ที่เกิดขึ้นระหว่างการเคลื่อนที่เชิงสัมผัสแบบพลศาสตร์ตลอดช่วงเวลาของการเคลื่อนที่ครบรอบวัฏจักรมีหน่วยเป็น เมกпасกาล(MPa)
2. ระยะยวบตัวสูงสุด(maximum plastic deformation) ที่เกิดขึ้นระหว่างการเคลื่อนที่เชิงสัมผัสแบบพลศาสตร์ตลอดช่วงเวลาของการเคลื่อนที่ครบรอบวัฏจักรมีหน่วยเป็น มิลลิเมตร(mm)
3. ความดันสูงสุด ณ จุดสัมผัส (maximum contact pressure) ที่เกิดขึ้นระหว่างการเคลื่อนที่เชิงสัมผัสแบบพลศาสตร์ตลอดช่วงเวลาของการเคลื่อนที่ครบรอบวัฏจักรมีหน่วยเป็นเมกпасกาล (MPa)
4. เปรียบเทียบผลการวิเคราะห์ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์กับผลการทดสอบจริงในห้องปฏิบัติการ

1. ผลของความเค้นสูงสุด (von mises stress)

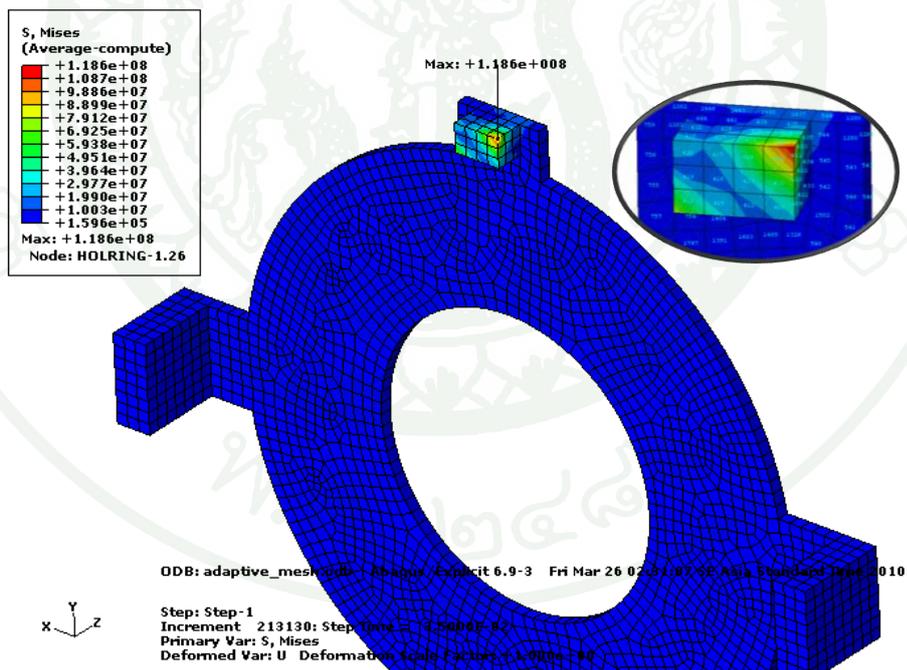
จากผลลัพธ์ของการวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ตลอดช่วงเวลาของการเคลื่อนที่ครบรอบวัฏจักร โดยมีมุมของแกนเพลาริมต้นที่ $\theta = 90^\circ$ เทียบกับแกน x หมุนตามเข็มนาฬิกา จะพบว่าค่าความเค้นสูงสุดที่เกิดขึ้นบนตัวโอดด์แฮมริงและไบพดกั้นหอยแบบเคลื่อนที่นั้นเกิดขึ้นที่ตำแหน่งมุมแกนเพลาคับที่ $\theta = 126^\circ$ สำหรับวงกลมหนึ่งหน่วยหรือที่ $\theta = 1.8\pi$ เรเดียน สำหรับมุมที่แกนเพลาคือเคลื่อนที่ไปได้ นับจากจุดเริ่มต้นที่ $\theta = 90^\circ$ สำหรับวงกลมหนึ่งหน่วยทิศตามเข็มนาฬิกาและค่าความเค้นและพบว่าค่าความเค้นสะสมที่เกิดขึ้นมีแนวโน้มสูงขึ้นส่งผลให้เกิดค่าความเค้นบนตัวโอดด์แฮมริงเพิ่มสูงขึ้นเรื่อยๆจนที่มุมแกนเพลาคือ $\theta = 72^\circ$ ชิ้นส่วนโอดด์แฮมริงเกิดการเสียรูปแบบถาวร (plastic deformation) เกิดขึ้นมีค่าเป็น 0.444 มิลลิเมตรและจะมีค่าการเสียรูปสูงสุดที่ $\theta = 126^\circ$ โดยมีค่าการเสียรูปแบบถาวรที่ 1.566 มิลลิเมตร ซึ่งเป็นค่าการเสียรูปมากที่สุดตลอดช่วงของการวิเคราะห์ โดยผลการคำนวณโดยละเอียดดังตารางภาคผนวก ข5 และในภาพที่ 44 ถึงภาพที่ 48 แสดงตัวอย่างผลที่ได้จากการวิเคราะห์



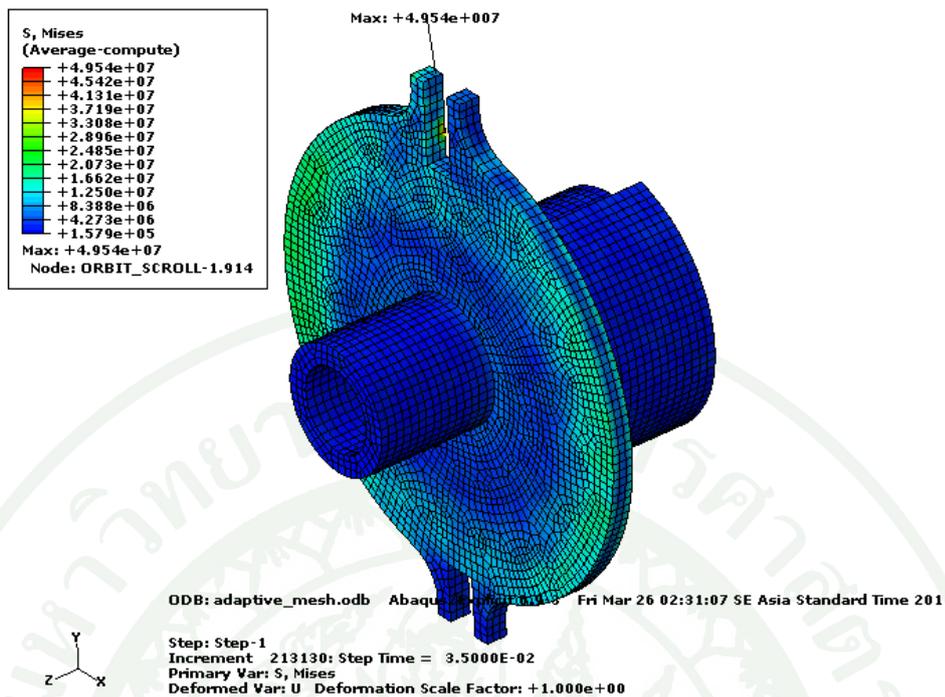
ภาพที่ 44 แสดงผลที่เกิดขึ้นบนชิ้นงานที่ทำกรวิเคราะห์



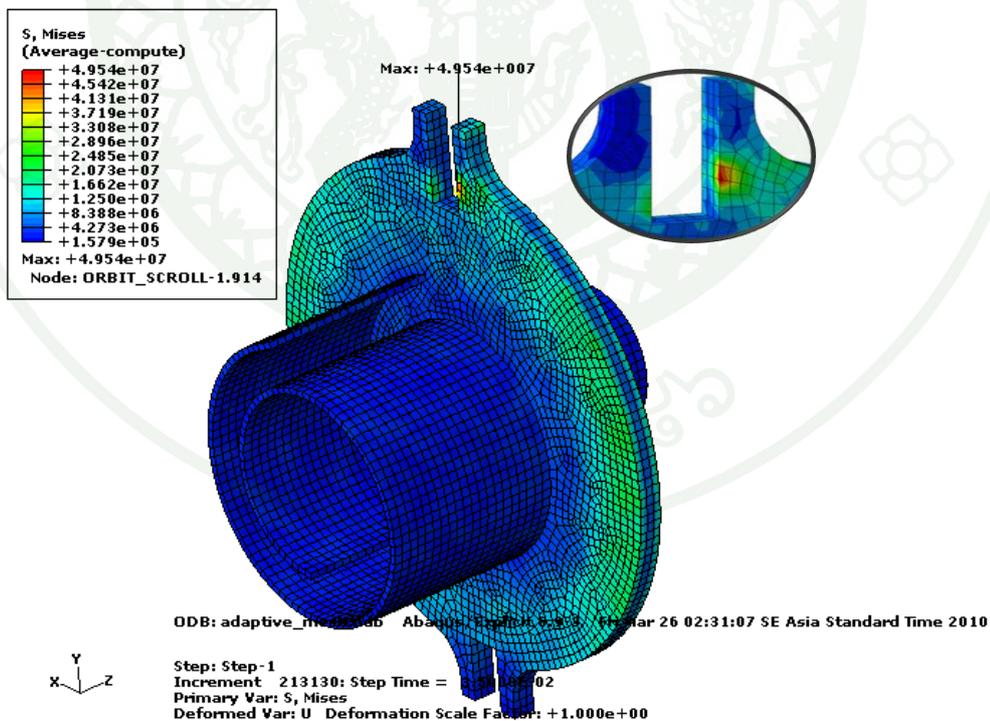
ภาพที่ 45 แสดงผลที่เกิดขึ้นบน โอลด์แฮมริง (Oldham ring) ด้านหลัง



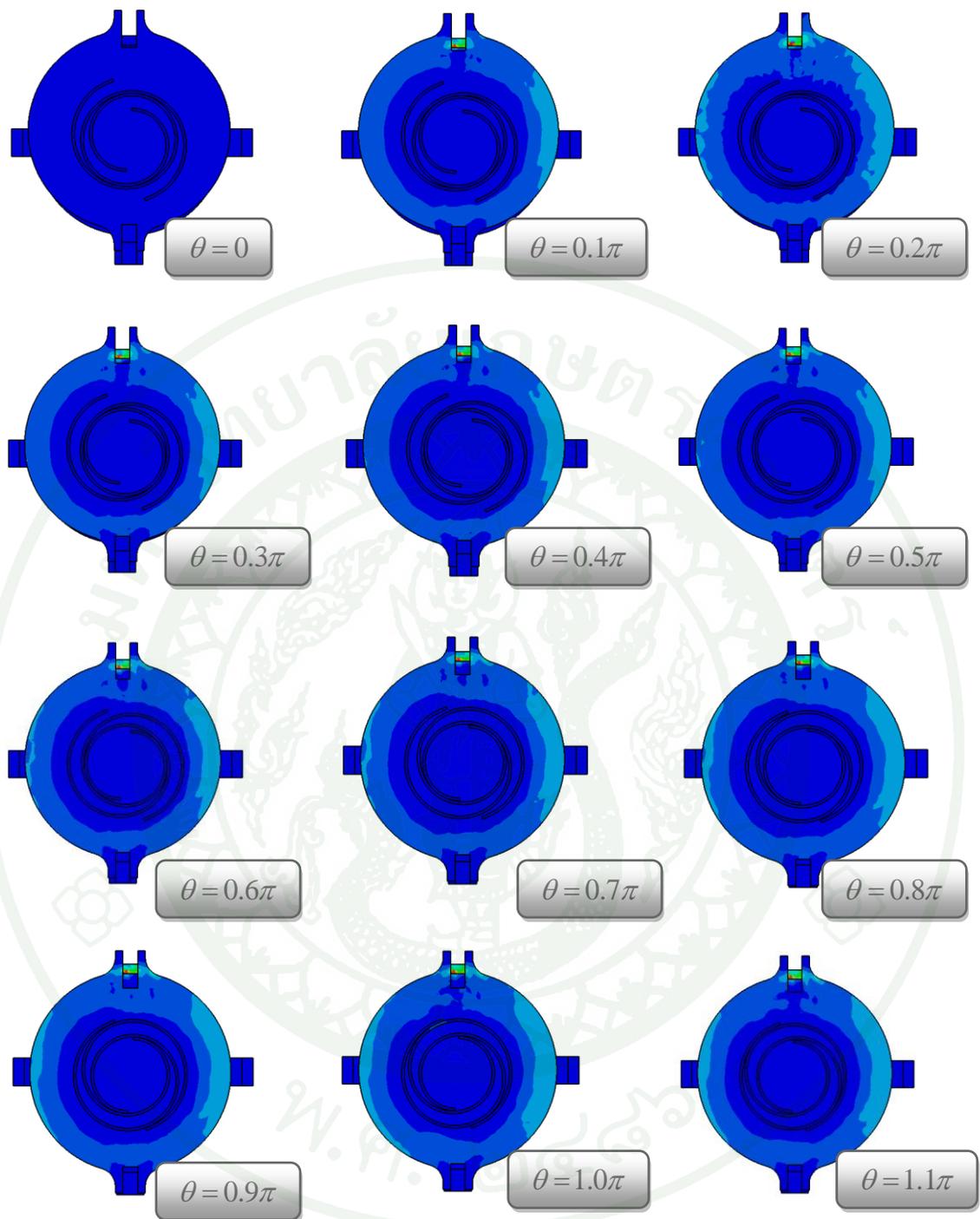
ภาพที่ 46 แสดงผลที่เกิดขึ้นบน โอลด์แฮมริง (Oldham ring) ด้านหน้า



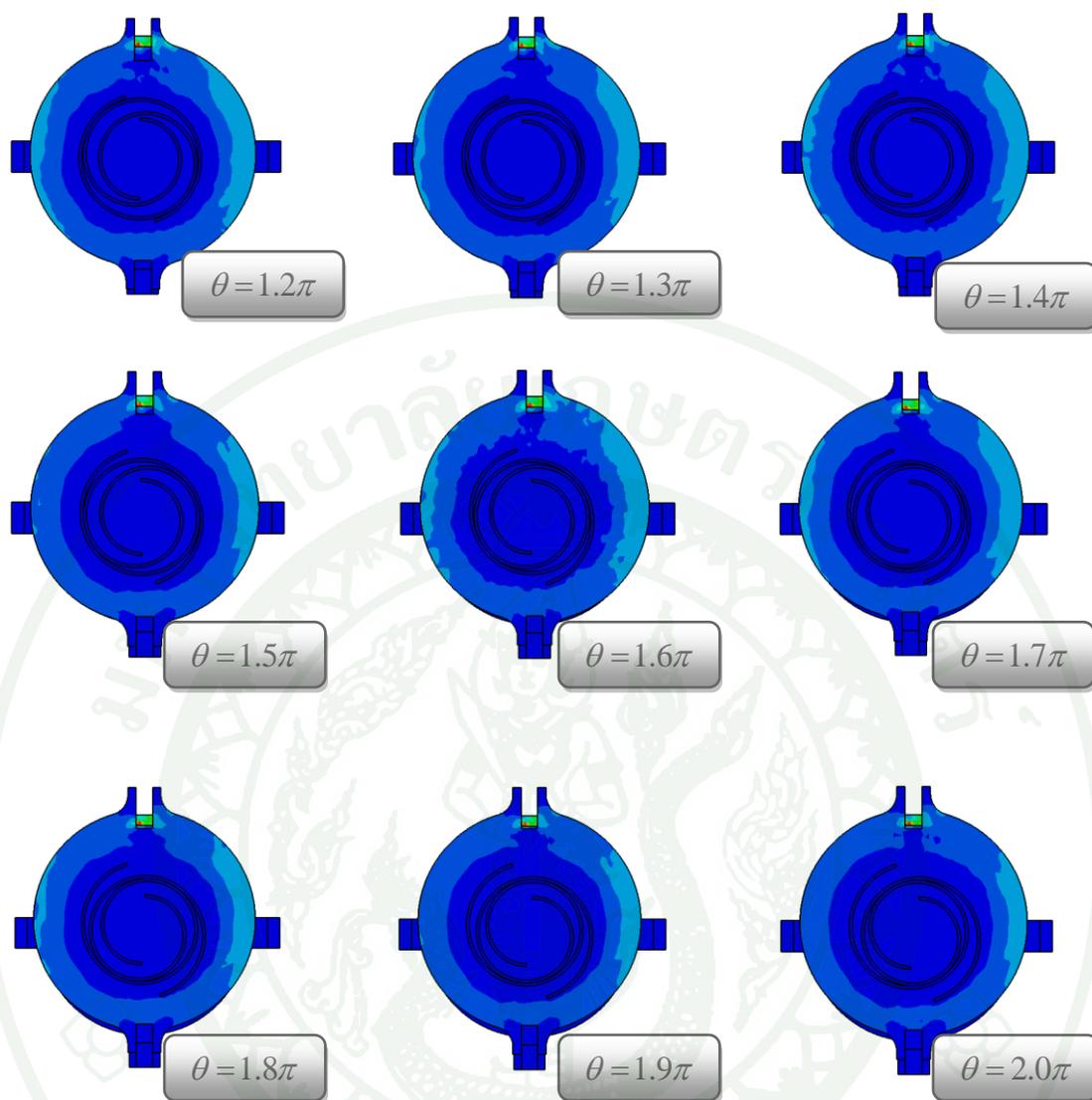
ภาพที่ 47 แสดงผลที่เกิดขึ้นบนใบพัดกันหอยแบบเคลื่อนที่ (Orbit scroll) ด้านหลัง



ภาพที่ 48 แสดงผลค่าความเค้นที่เกิดขึ้นบนใบพัดกันหอยแบบเคลื่อนที่ (Orbit scroll) ด้านหน้า

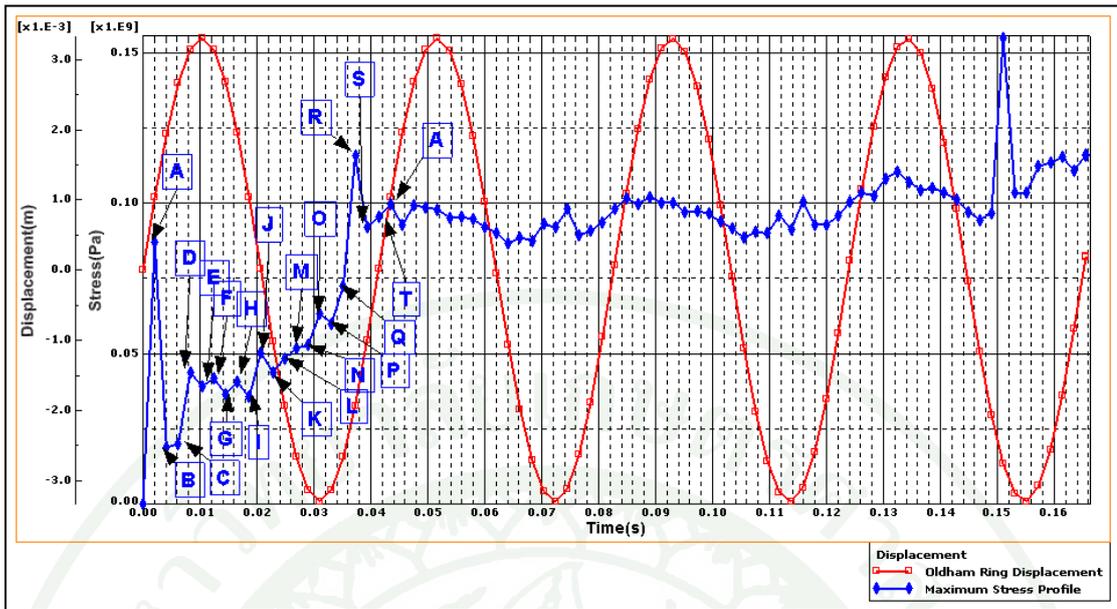


ภาพที่ 49 แสดงผลค่าความเค้นที่เกิดขึ้นบนใบพัดกั้นหอยแบบเคลื่อนที่และ โอลด์แฮมริง

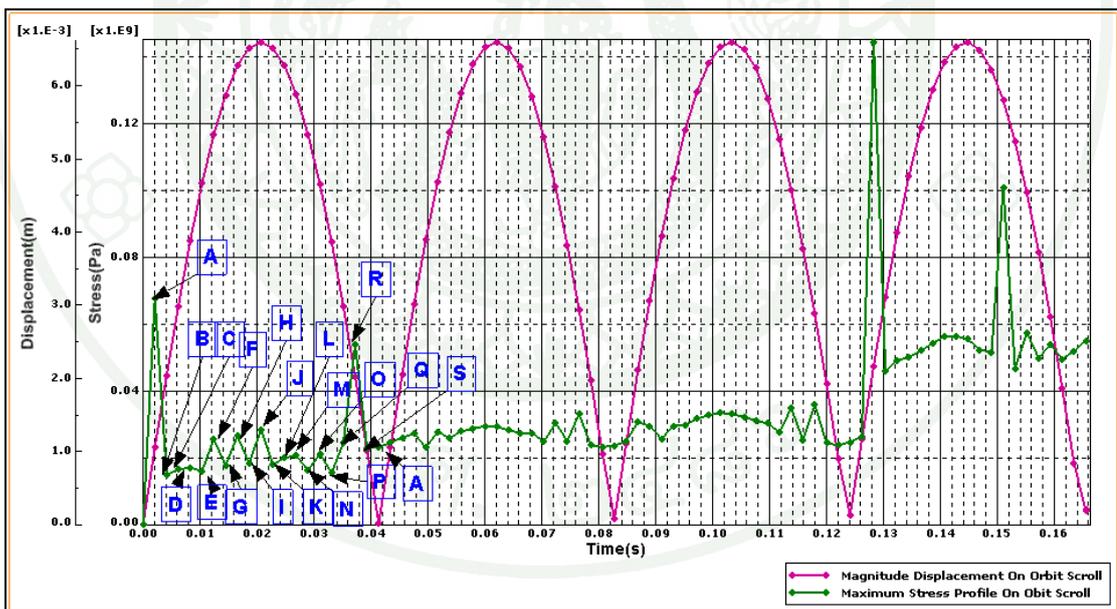


ภาพที่ 50 แสดงผลค่าความเค้นที่เกิดขึ้นบนใบพัดกันหอยแบบเคลื่อนที่และโอดส์แฮมริง(ต่อ)

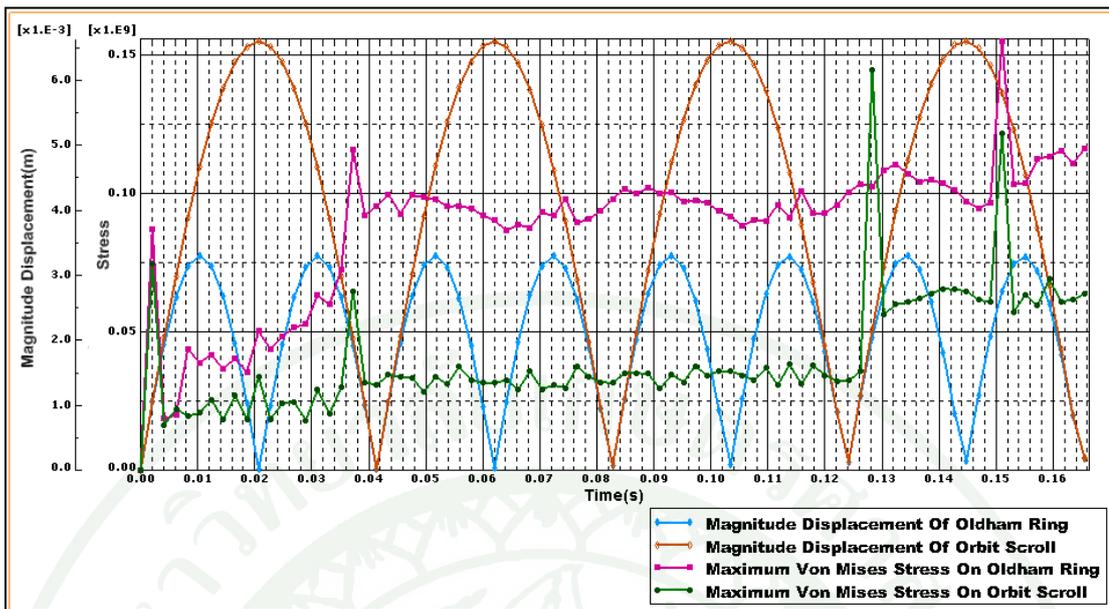
หากพิจารณาโดยละเอียดในแต่ละมุมที่เพิ่มขึ้นของแกนเพลลาจากภาพที่ 49 ถึงภาพที่ 50 ซึ่งแสดงค่าความเค้นที่เกิดขึ้นบนใบพัดกันหอยแบบเคลื่อนที่และโอดส์แฮมริงสามารถแสดงเป็นกราฟความสัมพันธ์ของค่าความเค้นในแต่ละมุมมองของการเคลื่อนที่ที่เพิ่มขึ้นดังภาพที่ 51 ถึงภาพที่ 53 และแสดงเป็นตารางโดยละเอียดดังตารางที่ 5 ถึงตารางที่ 24 ซึ่งจะอธิบายค่าความเค้นบริเวณของจุด A-T ดังแสดงในภาพที่ 51 และภาพที่ 52



ภาพที่ 51 แสดงผลของค่าความเค้นสูงสุดของตัวโอดด์แฮมริง ตลอดช่วงของการเคลื่อนที่
ครบ 4 รอบวัฏจักร



ภาพที่ 52 แสดงผลของค่าความเค้นสูงสุดของใบพัดกันหอยแบบเคลื่อนที่ตลอดช่วงของการ
เคลื่อนที่ครบ 4 รอบวัฏจักร

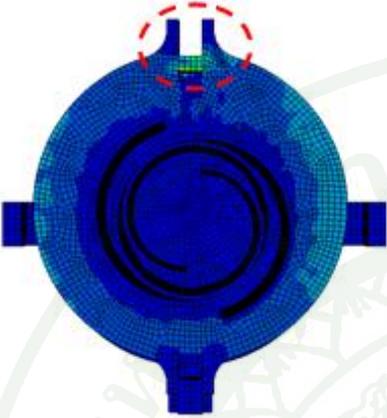
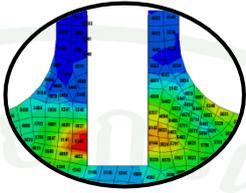
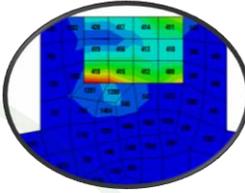


ภาพที่ 53 แสดงผลของค่าความเค้นสูงสุดของใบพัดกันหอยแบบเคลื่อนที่และตัวโอลด์แฮมริง ตลอดช่วงของการเคลื่อนที่ครบ 4 รอบวัฏจักร

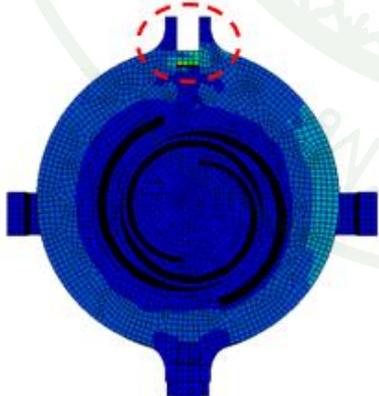
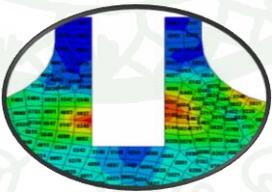
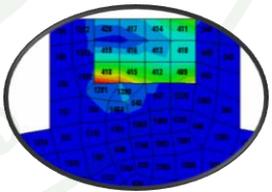
ตารางที่ 5 แสดงค่าความเค้นบริเวณจุด A บนกราฟของภาพที่ 51 และภาพที่ 52

มุมมองเสาที่เพิ่มของแกนเพลลาที่ $\theta = 0.0\pi \angle clockwise$	ภาพขยาย	
	Orbit Scroll	Oldham ring
	ความเค้นสูงสุด (Maximum Von mises Stress)	
	Element No.:5345 Stress: 3.09E+07 Node:14266	Element No.:418 Stress: 9.55E+07 Node:1117
ตำแหน่งแกนเพลลา (θ)	$\theta = 90^0 \angle clockwise$	$\theta = 90^0 \angle clockwise$
รอบที่ (No. Cycle):	1	1

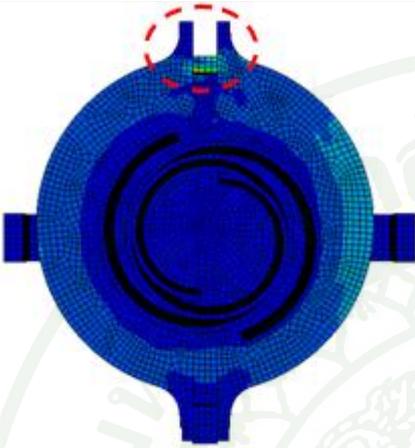
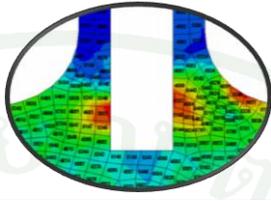
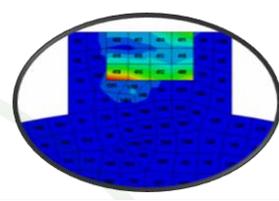
ตารางที่ 6 แสดงค่าความเค้นบริเวณจุด B บนกราฟของภาพที่ 51 และภาพที่ 52

มุมมองเสาที่เพิ่มของแกนเพลลาที่ $\theta = 0.1\pi \text{ } \curvearrowright \text{clockwise}$	ภาพขยาย	
	Orbit Scroll	Oldham ring
		
	ความเค้นสูงสุด (Maximum Von mises Stress)	
	Element No.:5345 Stress: 7.48E+07 Node:14266	Element No.:418 Stress: 8.70E+07 Node:1117
ตำแหน่งแกนเพลลา (θ)	$\theta = 72^\circ \text{ } \curvearrowright \text{clockwise}$	$\theta = 72^\circ \text{ } \curvearrowright \text{clockwise}$
รอบที่ (No. Cycle):	1	1

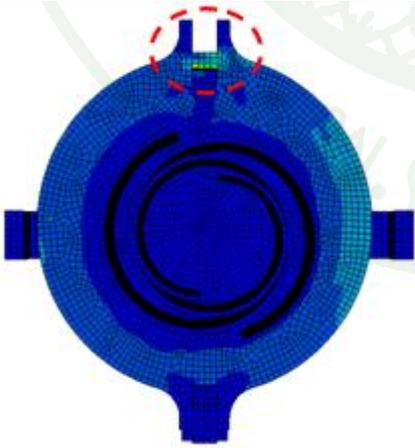
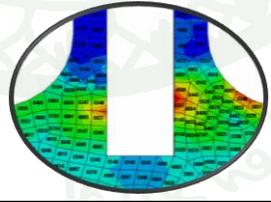
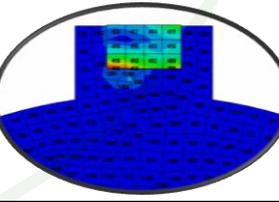
ตารางที่ 7 แสดงค่าความเค้นบริเวณจุด C บนกราฟของภาพที่ 51 และภาพที่ 52

มุมมองเสาที่เพิ่มของแกนเพลลาที่ $\theta = 0.2\pi \text{ } \curvearrowright \text{clockwise}$	ภาพขยาย	
	Orbit Scroll	Oldham ring
		
	ความเค้นสูงสุด (Maximum Von mises Stress)	
	Element No.:5345 Stress: 1.64E+07 Node:14266	Element No.:418 Stress: 1.88E+07 Node:1117
ตำแหน่งแกนเพลลา (θ)	$\theta = 54^\circ \text{ } \curvearrowright \text{clockwise}$	$\theta = 54^\circ \text{ } \curvearrowright \text{clockwise}$
รอบที่ (No. Cycle):	1	1

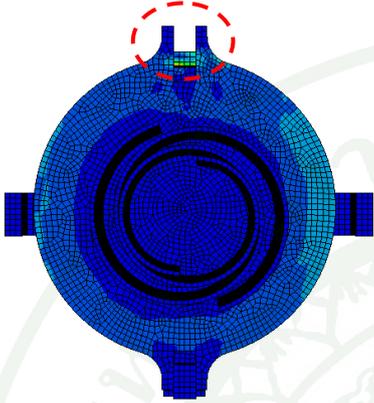
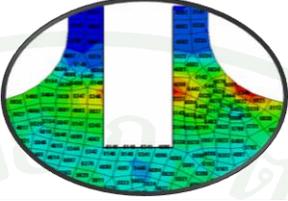
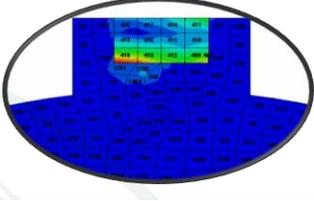
ตารางที่ 8 แสดงค่าความเค้นบริเวณจุด D บนกราฟของภาพที่ 51 และภาพที่ 52

มุมมองสามมิติเพิ่มเติมของแกนเพลลาที่ $\theta = 0.3\pi \text{ \textless clockwise}$	ภาพขยาย	
	Orbit Scroll	Oldham ring
		
	ความเค้นสูงสุด (Maximum Von mises Stress)	
	Element No.:5037 Stress: 2.23E+07 Node:14353	Element No.:418 Stress: 2.00E+07 Node:1117
ตำแหน่งแกนเพลลา (θ)	$\theta = 36^\circ \text{ \textless clockwise}$	$\theta = 36^\circ \text{ \textless clockwise}$
รอบที่ (No. Cycle):	1	1

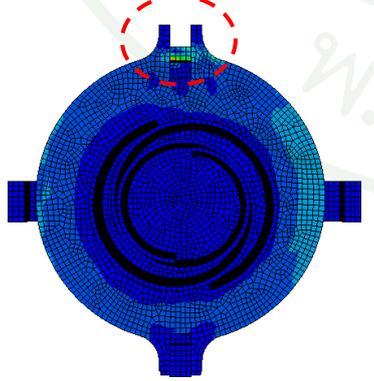
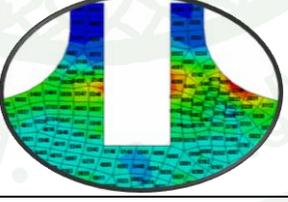
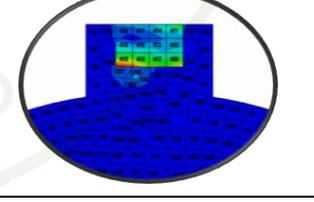
ตารางที่ 9 แสดงค่าความเค้นบริเวณจุด E บนกราฟของภาพที่ 51 และภาพที่ 52

มุมมองสามมิติเพิ่มเติมของแกนเพลลาที่ $\theta = 0.4\pi \text{ \textless clockwise}$	ภาพขยาย	
	Orbit Scroll	Oldham ring
		
	ความเค้นสูงสุด (Maximum Von mises Stress)	
	Element No.:5346 Stress: 1.97E+07 Node:7550	Element No.:418 Stress: 4.39E+07 Node:1117
ตำแหน่งแกนเพลลา (θ)	$\theta = 18^\circ \text{ \textless clockwise}$	$\theta = 18^\circ \text{ \textless clockwise}$
รอบที่ (No. Cycle):	1	1

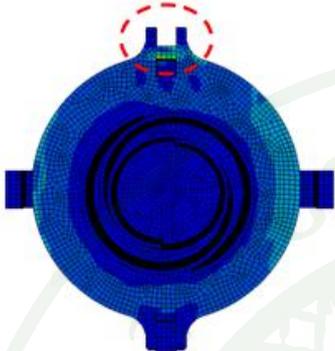
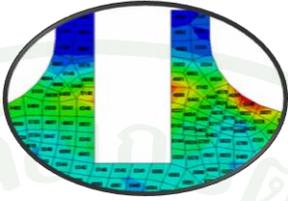
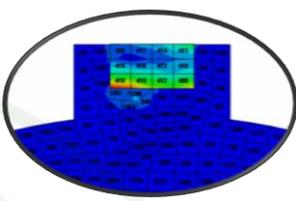
ตารางที่ 10 แสดงค่าความเค้นบริเวณจุด F บนกราฟของภาพที่ 51 และภาพที่ 52

มุมมองเสาที่เพิ่มของแกนเพลลาที่ $\theta = 0.5\pi \text{ \<clockwise}$	ภาพขยาย	
	Orbit Scroll	Oldham ring
		
	ความเค้นสูงสุด (Maximum Von mises Stress)	
	Element No.:5346 Stress: 2.08E+07 Node:14354	Element No.:418 Stress: 3.90E+07 Node:1117
ตำแหน่งแกนเพลลา (θ)	$\theta = 360^0 \text{ \<clockwise}$	$\theta = 360^0 \text{ \<clockwise}$
รอบที่ (No. Cycle):	1	1

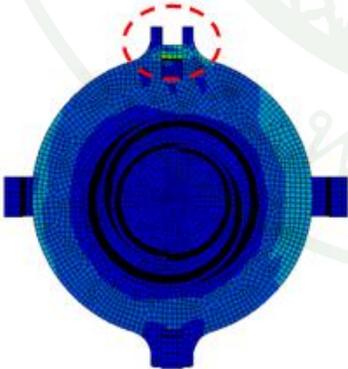
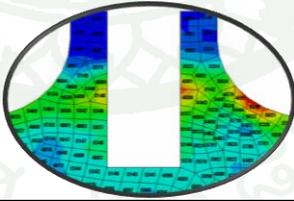
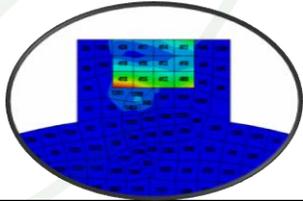
ตารางที่ 11 แสดงค่าความเค้นบริเวณจุด G บนกราฟของภาพที่ 51 และภาพที่ 52

มุมมองเสาที่เพิ่มของแกนเพลลาที่ $\theta = 0.6\pi \text{ \<clockwise}$	ภาพขยาย	
	Orbit Scroll	Oldham ring
		
	ความเค้นสูงสุด (Maximum Von mises Stress)	
	Element No.:4580 Stress: 2.56E+07 Node:14191	Element No.:418 Stress: 3.66E+07 Node:1117
ตำแหน่งแกนเพลลา (θ)	$\theta = -342^0 \text{ \<clockwise}$	$\theta = -342^0 \text{ \<clockwise}$
รอบที่ (No. Cycle):	1	1

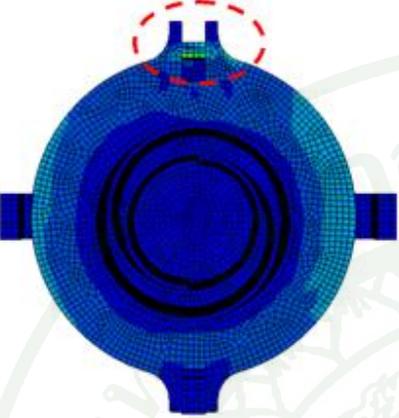
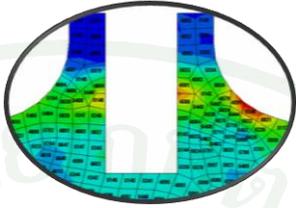
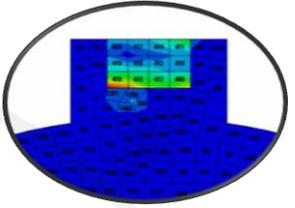
ตารางที่ 12 แสดงค่าความเค้นบริเวณจุด H บนกราฟของภาพที่ 51 และภาพที่ 52

มุมมองสามมิติที่เพิ่มของแกนเพลลาที่ $\theta = 0.7\pi \text{ } \text{↺clockwise}$	ภาพขยาย	
	Orbit Scroll	Oldham ring
		
	ความเค้นสูงสุด (Maximum Von mises Stress)	
	Element No.: 4580 Stress: 1.84E+07 Node: 14348	Element No.:418 Stress: 3.66E+07 Node:1117
ตำแหน่งแกนเพลลา (θ)	$\theta = -324^\circ \text{ } \text{↺clockwise}$	$\theta = -324^\circ \text{ } \text{↺clockwise}$
รอบที่ (No. Cycle):	1	1

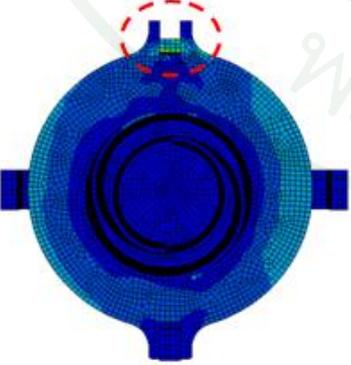
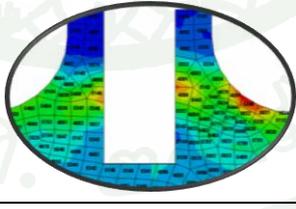
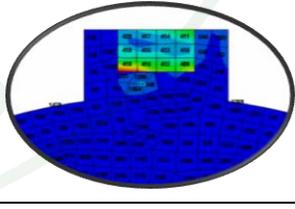
ตารางที่ 13 แสดงค่าความเค้นบริเวณจุด I บนกราฟของภาพที่ 51 และภาพที่ 52

มุมมองสามมิติที่เพิ่มของแกนเพลลาที่ $\theta = 0.8\pi \text{ } \text{↺clockwise}$	ภาพขยาย	
	Orbit Scroll	Oldham ring
		
	ความเค้นสูงสุด (Maximum Von mises Stress)	
	Element No.:4580 Stress: 2.70E+07 Node:14348	Element No.:418 Stress: 4.06E+07 Node:1117
ตำแหน่งแกนเพลลา (θ)	$\theta = -306^\circ \text{ } \text{↺clockwise}$	$\theta = -306^\circ \text{ } \text{↺clockwise}$
รอบที่ (No. Cycle):	1	1

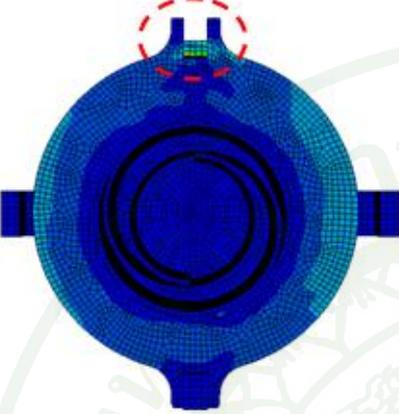
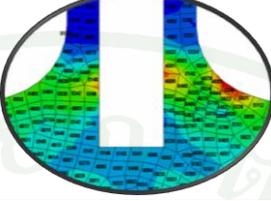
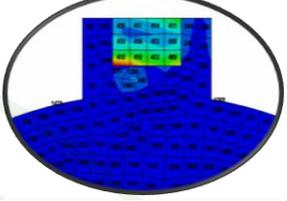
ตารางที่ 14 แสดงค่าความเค้นบริเวณจุด J บนกราฟของภาพที่ 51 และภาพที่ 52

มุมมองเสาที่เพิ่มของแกนเพลลาที่ $\theta = 0.9\pi \text{ \textless clockwise}$	ภาพขยาย	
	Orbit Scroll	Oldham ring
		
	ความเค้นสูงสุด (Maximum Von mises Stress)	
	Element No.:5148 Stress: 1.85E+07 Node:14354	Element No.:418 Stress: 3.55E+07 Node:1117
ตำแหน่งแกนเพลลา (θ)	$\theta = -288^\circ \text{ \textless clockwise}$	$\theta = -288^\circ \text{ \textless clockwise}$
รอบที่ (No. Cycle):	1	1

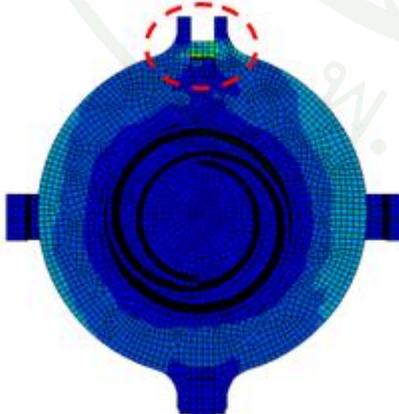
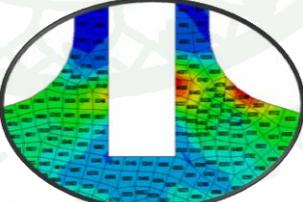
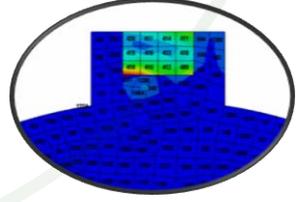
ตารางที่ 15 แสดงค่าความเค้นบริเวณจุด K บนกราฟของภาพที่ 51 และภาพที่ 52

มุมมองเสาที่เพิ่มของแกนเพลลาที่ $\theta = 1.0\pi \text{ \textless clockwise}$	ภาพขยาย	
	Orbit Scroll	Oldham ring
		
	ความเค้นสูงสุด (Maximum Von mises Stress)	
	Element No.:5148 Stress: 5.03E+07 Node:14354	Element No.:418 Stress: 3.40E+07 Node:4960
ตำแหน่งแกนเพลลา (θ)	$\theta = -270^\circ \text{ \textless clockwise}$	$\theta = -270^\circ \text{ \textless clockwise}$
รอบที่ (No. Cycle):	1	1

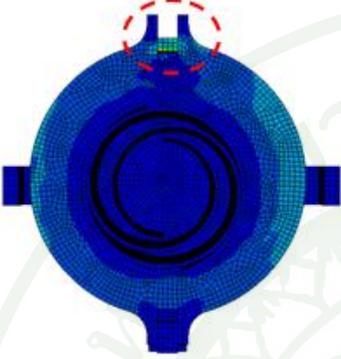
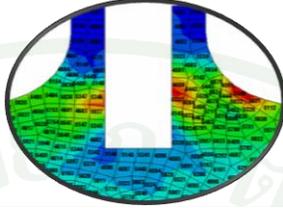
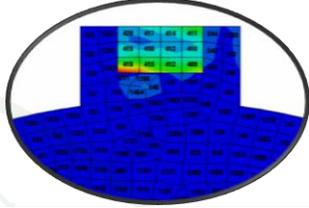
ตารางที่ 16 แสดงค่าความเค้นบริเวณจุด L บนกราฟของภาพที่ 51 และภาพที่ 52

มุมมองสามมิติที่เพิ่มของแกนเพลลาที่ $\theta = 1.1\pi \text{ } \text{\textless} \text{clockwise}$	ภาพขยาย	
	Orbit Scroll	Oldham ring
		
	ความเค้นสูงสุด (Maximum Von mises Stress)	
	Element No.:4580 Stress: 1.85E+07 Node:14348	Element No.:418 Stress: 4.38E+07 Node:4960
ตำแหน่งแกนเพลลา (θ)	$\theta = -252^\circ \text{ } \text{\textless} \text{clockwise}$	$\theta = -252^\circ \text{ } \text{\textless} \text{clockwise}$
รอบที่ (No. Cycle):	1	1

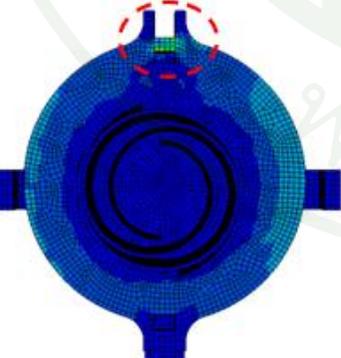
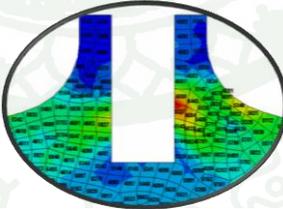
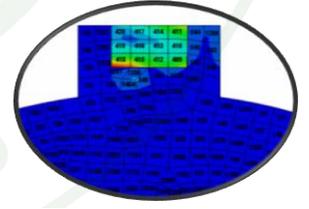
ตารางที่ 17 แสดงค่าความเค้นบริเวณจุด M บนกราฟของภาพที่ 51 และภาพที่ 52

มุมมองสามมิติที่เพิ่มของแกนเพลลาที่ $\theta = 1.2\pi \text{ } \text{\textless} \text{clockwise}$	ภาพขยาย	
	Orbit Scroll	Oldham ring
		
	ความเค้นสูงสุด (Maximum Von mises Stress)	
	Element No.:4580 Stress: 2.43E+07 Node:14348	Element No.:418 Stress: 4.84E+07 Node:4960
ตำแหน่งแกนเพลลา (θ)	$\theta = -234^\circ \text{ } \text{\textless} \text{clockwise}$	$\theta = -234^\circ \text{ } \text{\textless} \text{clockwise}$
รอบที่ (No. Cycle):	1	1

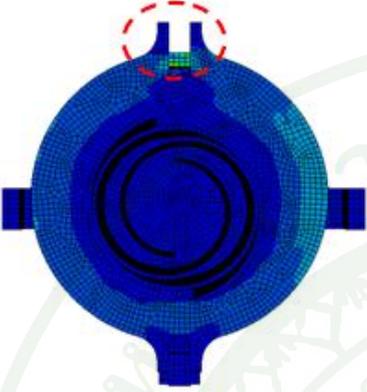
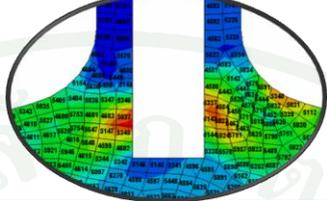
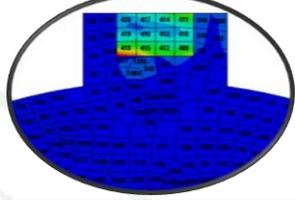
ตารางที่ 18 แสดงค่าความเค้นบริเวณจุด N บนกราฟของภาพที่ 51 และภาพที่ 52

มุมมองสามมิติที่เพิ่มของแกนเพลลาที่ $\theta = 1.3\pi \text{ \&clockwise}$	ภาพขยาย	
	Orbit Scroll	Oldham ring
		
	ความเค้นสูงสุด (Maximum Von mises Stress)	
	Element No.:5346 Stress: 2.49E+07 Node:7550	Element No.:418 Stress: 5.17E+07 Node:4960
ตำแหน่งแกนเพลลา (θ)	$\theta = -216^\circ \text{ \&clockwise}$	$\theta = -216^\circ \text{ \&clockwise}$
รอบที่ (No. Cycle):	1	1

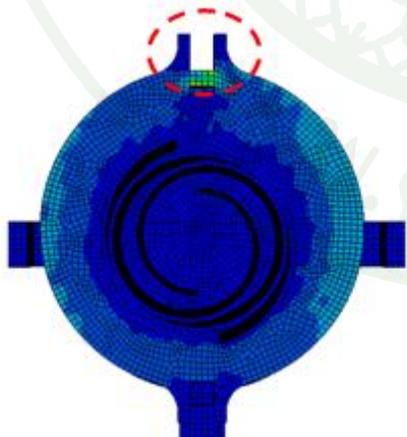
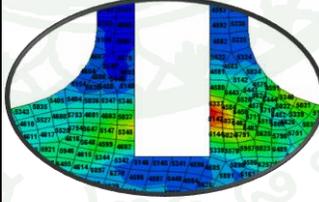
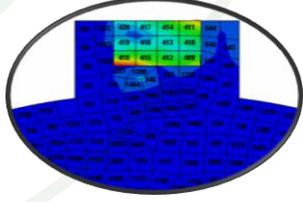
ตารางที่ 19 แสดงค่าความเค้นบริเวณจุด O บนกราฟของภาพที่ 51 และภาพที่ 52

มุมมองสามมิติที่เพิ่มของแกนเพลลาที่ $\theta = 1.4\pi \text{ \&clockwise}$	ภาพขยาย	
	Orbit Scroll	Oldham ring
		
	ความเค้นสูงสุด (Maximum Von mises Stress)	
	Element No.:4580 Stress: 1.82E+07 Node:7387	Element No.:418 Stress: 5.28E+07 Node:4960
ตำแหน่งแกนเพลลา (θ)	$\theta = -198^\circ \text{ \&clockwise}$	$\theta = -198^\circ \text{ \&clockwise}$
รอบที่ (No. Cycle):	1	1

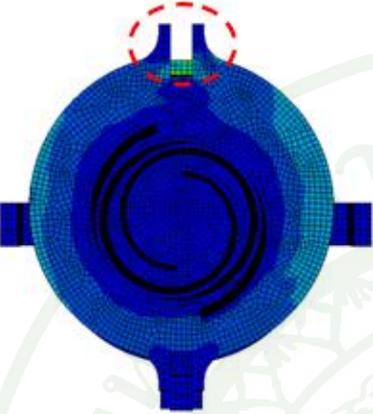
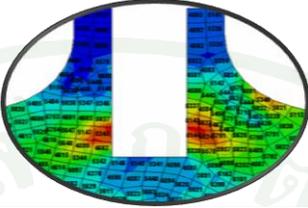
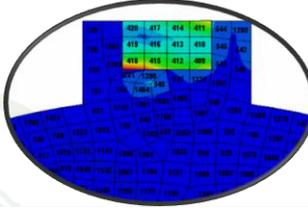
ตารางที่ 20 แสดงค่าความเค้นบริเวณจุด P บนกราฟของภาพที่ 51 และภาพที่ 52

มุมมองสามมิติที่เพิ่มของแกนเพลลาที่ $\theta = 1.5\pi$ <i>clockwise</i>	ภาพขยาย	
	Orbit Scroll	Oldham ring
		
	ความเค้นสูงสุด (Maximum Von mises Stress)	
	Element No.:5037 Stress: 2.91E+07 Node:14353	Element No.:418 Stress: 1.82E+07 Node:1117
ตำแหน่งแกนเพลลา (θ)	$\theta = -180^\circ$ <i>clockwise</i>	$\theta = -180^\circ$ <i>clockwise</i>
รอบที่ (No. Cycle):	1	1

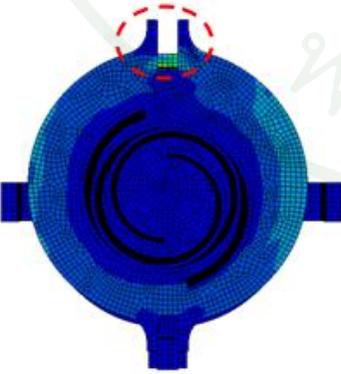
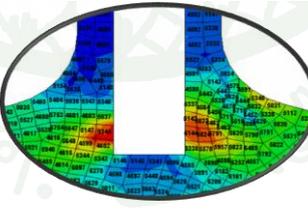
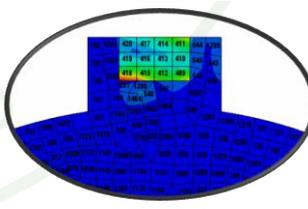
ตารางที่ 21 แสดงค่าความเค้นบริเวณจุด Q บนกราฟของภาพที่ 51 และภาพที่ 52

มุมมองสามมิติที่เพิ่มของแกนเพลลาที่ $\theta = 1.6\pi$ <i>clockwise</i>	ภาพขยาย	
	Orbit Scroll	Oldham ring
		
	ความเค้นสูงสุด (Maximum Von mises Stress)	
	Element No.:5143 Stress: 2.05E+07 Node:11655	Element No.:418 Stress: 6.00E+07 Node:1117
ตำแหน่งแกนเพลลา (θ)	$\theta = 162^\circ$ <i>clockwise</i>	$\theta = 162^\circ$ <i>clockwise</i>
รอบที่ (No. Cycle):	1	1

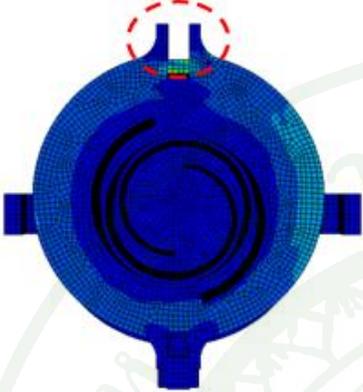
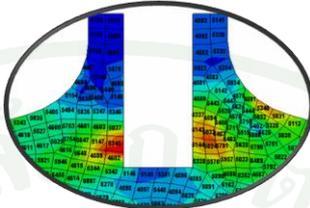
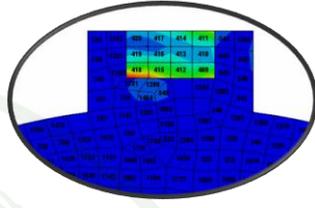
ตารางที่ 22 แสดงค่าความเค้นบริเวณจุด R บนกราฟของภาพที่ 51 และภาพที่ 52

มุมมองเสาที่เพิ่มของแกนเพลลาที่ $\theta = 1.7\pi \text{ \<clockwise}$	ภาพขยาย	
	Orbit Scroll	Oldham ring
		
	ความเค้นสูงสุด (Maximum Von mises Stress)	
	Element No.:5345 Stress: 3.00E+07 Node:14266	Element No.:418 Stress: 7.26E+07 Node:4960
ตำแหน่งแกนเพลลา (θ)	$\theta = 144^\circ \text{ \<clockwise}$	$\theta = 144^\circ \text{ \<clockwise}$
รอบที่ (No. Cycle):	1	1

ตารางที่ 23 แสดงค่าความเค้นบริเวณจุด S บนกราฟของภาพที่ 51 และภาพที่ 52

มุมมองเสาที่เพิ่มของแกนเพลลาที่ $\theta = 1.8\pi \text{ \<clockwise}$	ภาพขยาย	
	Orbit Scroll	Oldham ring
		
	ความเค้นสูงสุด (Maximum Von mises Stress)	
	Element No.:5345 Stress: 6.47E+07 Node:14266	Element No.:418 Stress: 1.16E+08 Node:4960
ตำแหน่งแกนเพลลา (θ)	$\theta = 126^\circ \text{ \<clockwise}$	$\theta = 126^\circ \text{ \<clockwise}$
รอบที่ (No. Cycle):	1	1

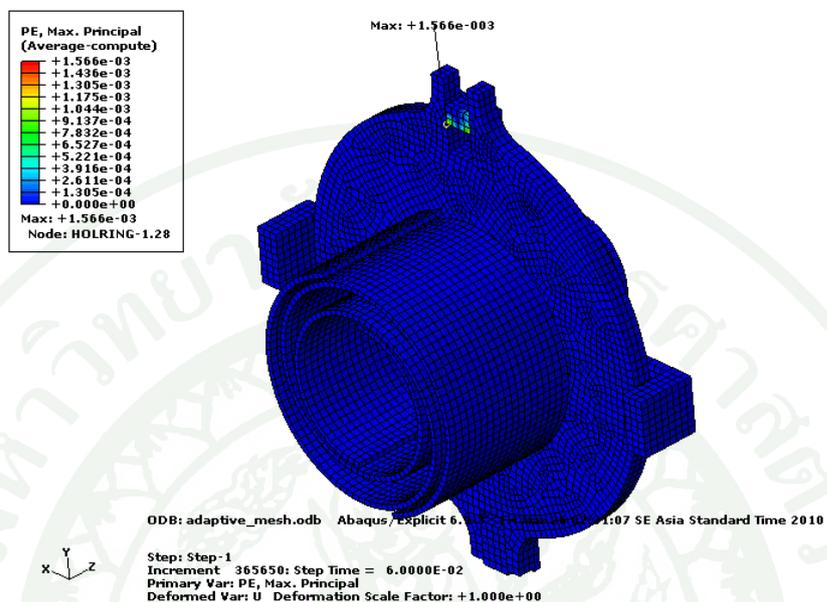
ตารางที่ 24 แสดงค่าความเค้นบริเวณจุด T บนกราฟของภาพที่ 51 และภาพที่ 52

มุมมองสามมิติของแกนเพลลาที่ $\theta = 1.9\pi \text{ } \angle \text{clockwise}$	ภาพขยาย	
	Orbit Scroll	Oldham ring
		
	ความเค้นสูงสุด (Maximum Von mises Stress)	
	Element No.:5345 Stress: 3.19E+07 Node:14266	Element No.:418 Stress: 9.21E+07 Node:1117
ตำแหน่งแกนเพลลา (θ)	$\theta = 108^\circ \text{ } \angle \text{clockwise}$	$\theta = 108^\circ \text{ } \angle \text{clockwise}$
รอบที่ (No. Cycle):	1	1

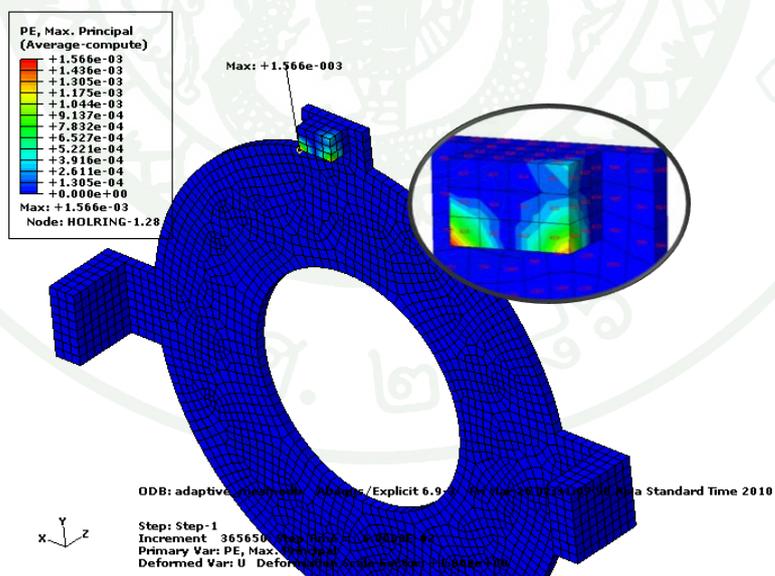
2. ระยะเวลาขยับตัวสูงสุด (maximum deformation)

ระยะเวลาขยับตัวแบบถาวรสูงสุดนั้นจะพิจารณาจากค่าความเค้นสูงสุด (maximum stress) ที่เกิดขึ้นกับชิ้นงานว่าค่าดังกล่าวนั้นเกินกว่าค่าความเค้นคราก (yield stress) หรือไม่ โดยในงานวิจัยนี้พบว่าค่าความเค้นสูงสุดที่ผู้วิจัยเลือก Capture จากตัวโปรแกรม Abaqus นั้นยังมีความละเอียดไม่มากนักที่จะ Capture จุดดังกล่าวได้ซึ่งในความเป็นจริงค่าความเค้นสูงสุดที่เกินกว่าค่าความเค้นครากนั้นอาจเกิดขึ้นในช่วงของ Step time increment ที่เพิ่มขึ้น แต่ทั้งนี้ถ้าหากจะพิจารณาที่ผลของค่าความเค้นสูงสุดที่เกินกว่าค่าความเค้นครากบนชิ้นงานที่ทำการวิเคราะห์แล้วนั้นก็สามารรถที่จะพิจารณาได้จากค่า Plastic Strain/Plastic deformation นั้นเอง ซึ่งก็หมายความว่าวัสดุมีการขยับตัวหรือยึดตัวเกิดขึ้นอย่างถาวร ซึ่งจะต้องพิจารณาที่ค่าความเครียดที่เกิดขึ้นในช่วงดังกล่าว โดยในงานวิจัยนี้พบว่าชิ้นส่วน โอลด์แฮมริง (Oldham ring) เกิดการขยับตัวถาวรเนื่องจากการชนแบบสัมผัสกันที่บริเวณผิวหน้าของพื้นที่สัมผัสระหว่างใบพัดเคลื่อนที่และชิ้นส่วน โอลด์แฮมริง โดยระยะเวลาขยับตัวสูงสุดนั้นมีค่าเท่ากับ 1.566 มิลลิเมตรเกิดขึ้นในช่วงมุมของแกนเพลลาตั้งแต่ $\theta = 144^\circ$ ถึง $\theta = 126^\circ$ อันเป็นผลจากความเค้นสะสมที่เกิดขึ้นในช่วงของ Step time increment ในระหว่างช่วงมุมดังกล่าว ดังภาพที่ 54 ถึงภาพที่ 55 แสดงตำแหน่งของการขยับตัวแบบถาวรสูงสุดบน โอลด์แฮมริงตลอด

ช่วงเวลาของการเคลื่อนที่ซึ่งแสดงตำแหน่ง โดยละเอียดดังตารางที่ 25 ถึงตารางที่ 27 และดูผลการคำนวณโดยละเอียดในตาราง ภาคผนวก ข6

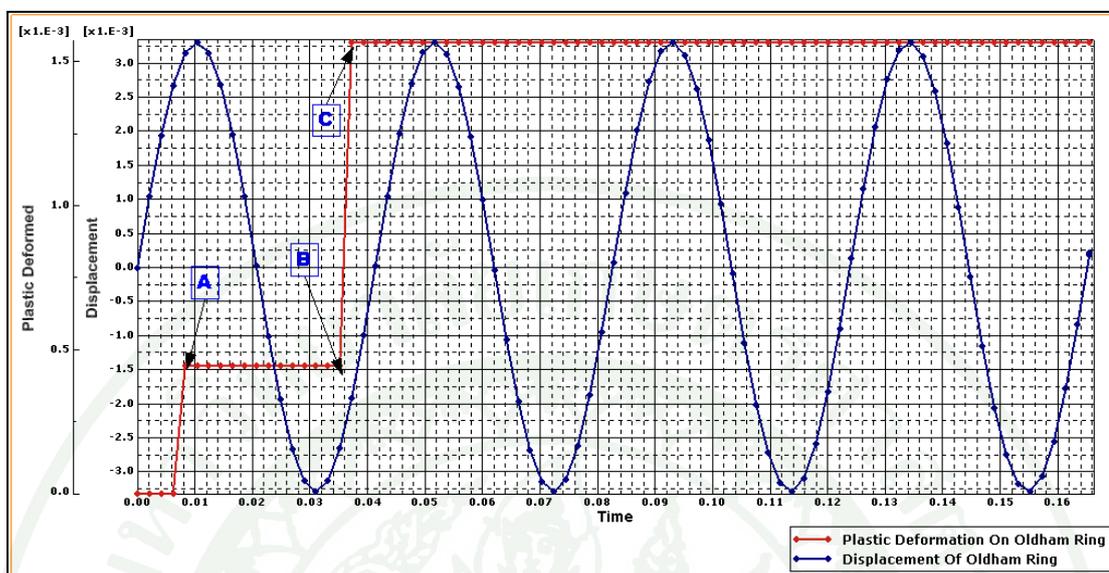


ภาพที่ 54 แสดงตำแหน่งของการยุบตัวสูงสุดบน โอลด์แฮมริงตลอดช่วงเวลาของการเคลื่อนที่

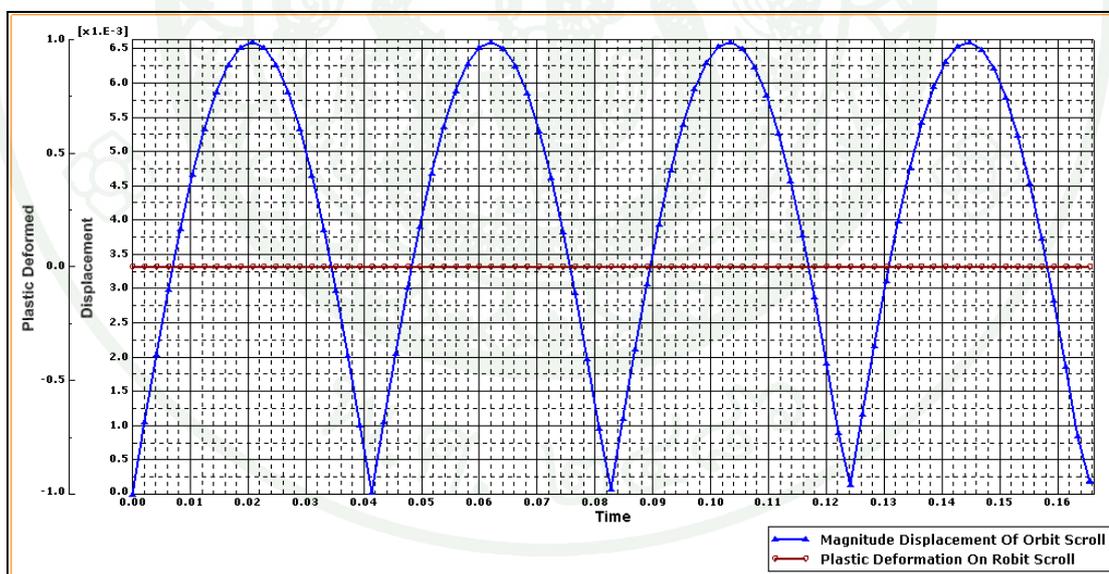


ภาพที่ 55 แสดงบริเวณของการยุบตัวสูงสุดบน โอลด์แฮมริงตลอดช่วงเวลาของการเคลื่อนที่

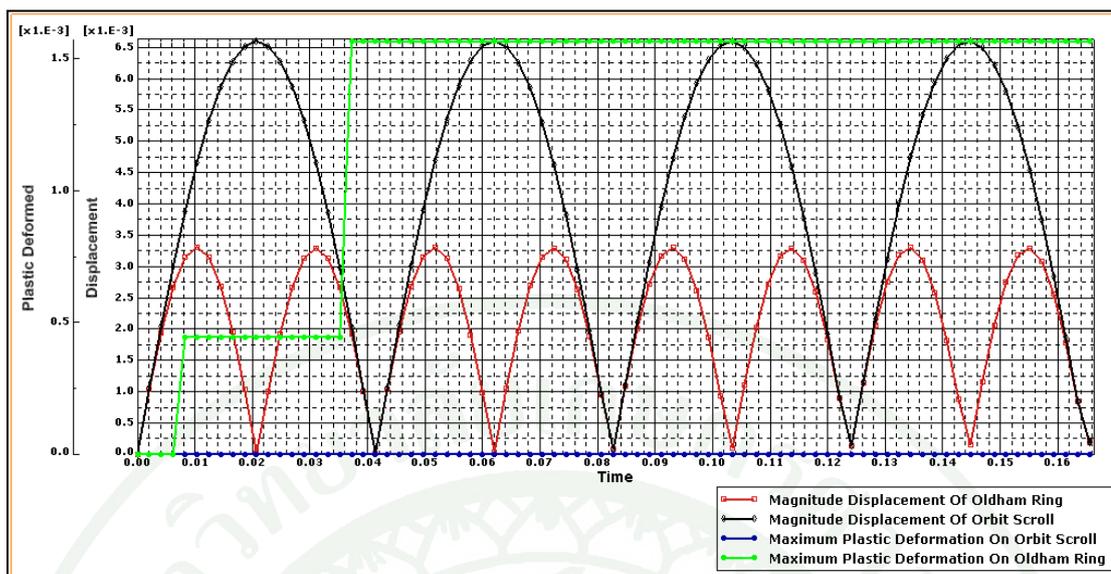
Maximum Plastic Deformation Profile



ภาพที่ 56 แสดงค่า Plastic Deformation ที่เกิดขึ้นบนตัว โอลด์แฮมริงตลอดวัฏจักรการเคลื่อนที่



ภาพที่ 57 แสดงค่า Plastic Deformation ที่เกิดขึ้นบนใบพัดกั้นหอยตลอดวัฏจักรการเคลื่อนที่

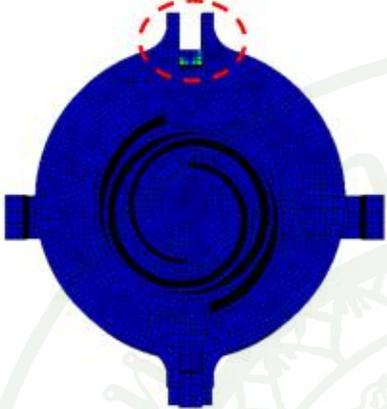
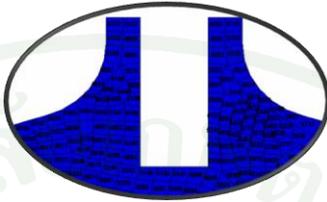
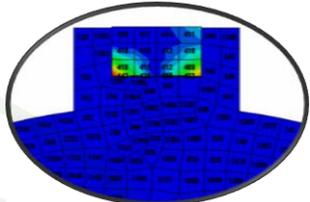


ภาพที่ 58 แสดงค่า Plastic Deformation ที่เกิดขึ้นบนตัวโอล์ดแฮมริงและใบพัดตลอดวัฏจักรการเคลื่อนที่

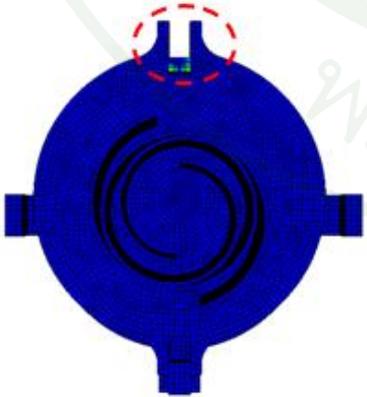
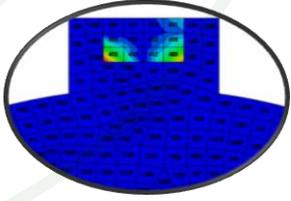
ตารางที่ 25 แสดงค่า Plastic Deformation บริเวณจุด A บนกราฟของภาพที่ 56

มุมมองเสาที่เพิ่มของแกนเพลลาที่ $\theta = 0.4\pi \text{ \<clockwise}$	ภาพขยาย	
	Orbit Scroll	Oldham ring
	(Maximum Plastic Deformation)	
	Element No.:- Plastic Deformed:- Node:-	Element No.:411 Plastic Deformed:4.440E-4 Node:26
ตำแหน่งแกนเพลลา (θ)	$\theta = 18^0 \text{ \<clockwise}$	$\theta = 18^0 \text{ \<clockwise}$
รอบที่ (No. Cycle):	1	1

ตารางที่ 26 แสดงค่า Plastic Deformation บริเวณจุด B บนกราฟของภาพที่ 56

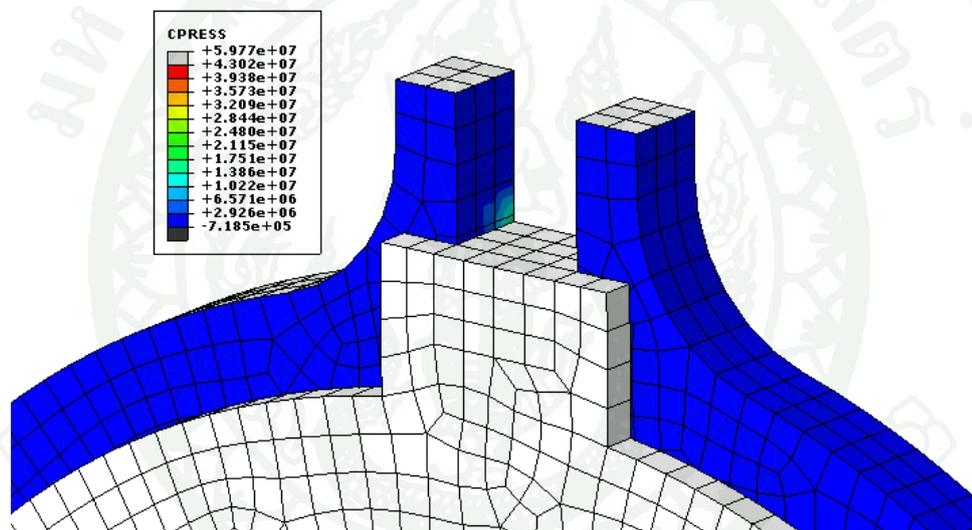
มุมมองสามมิติที่เพิ่มของแกนเพลลาที่ $\theta = 1.7\pi \text{ \textless clockwise}$	ภาพขยาย	
	Orbit Scroll	Oldham ring
		
	(Maximum Plastic Deformation)	
	Element No.:- Plastic Deformed:- Node:-	Element No.:411 Plastic Deformed:4.444E-4 Node:26
ตำแหน่งแกนเพลลา (θ)	$\theta = 144^\circ \text{ \textless clockwise}$	$\theta = 144^\circ \text{ \textless clockwise}$
รอบที่ (No. Cycle):	1	1

ตารางที่ 27 แสดงค่า Plastic Deformation บริเวณจุด C บนกราฟของภาพที่ 56

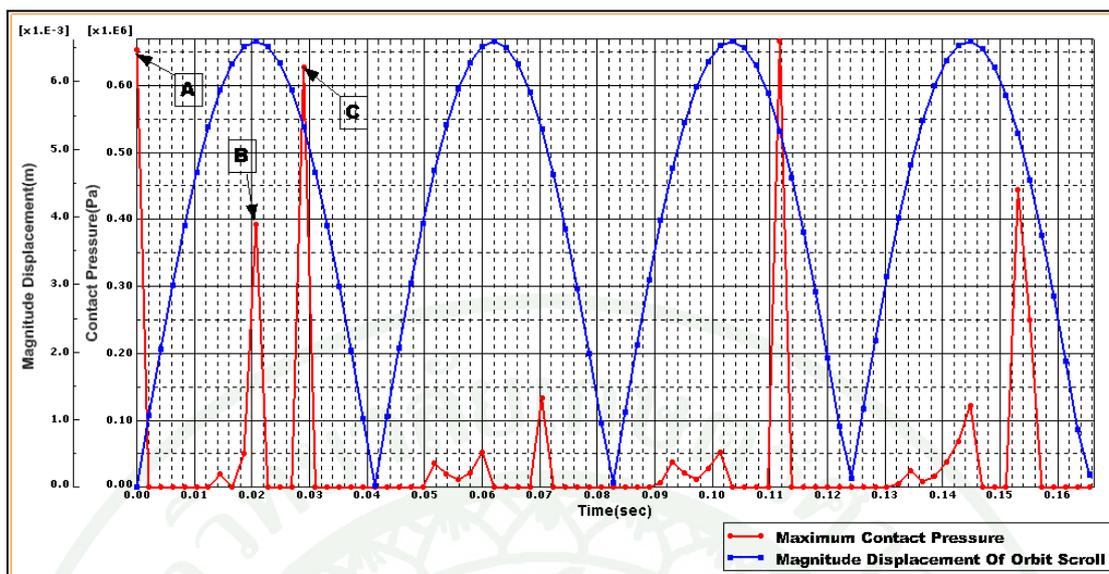
มุมมองสามมิติที่เพิ่มของแกนเพลลาที่ $\theta = 1.8\pi \text{ \textless clockwise}$	ภาพขยาย	
	Orbit Scroll	Oldham ring
		
	(Maximum Plastic Deformation)	
	Element No.:- Plastic Deformed:- Node:-	Element No.:418 Plastic Deformed:1.566E-03 Node:28
ตำแหน่งแกนเพลลา (θ)	$\theta = 126^\circ \text{ \textless clockwise}$	$\theta = 126^\circ \text{ \textless clockwise}$
รอบที่ (No. Cycle):	1	1

3. ความดันสูงสุด ณ จุดสัมผัส (maximum contact pressure stress at contact surface)

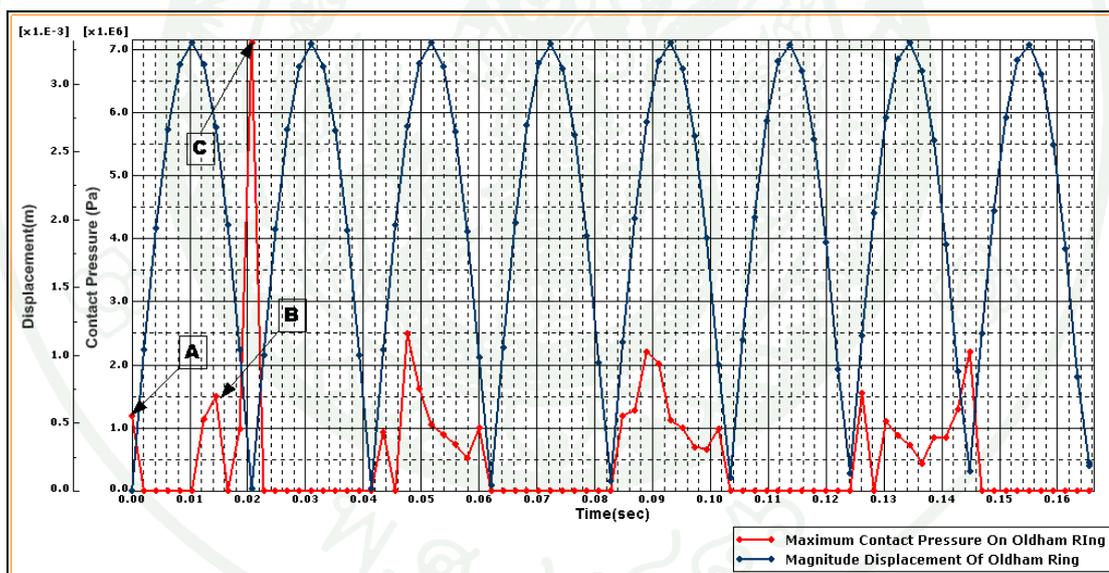
บริเวณที่เกิดการชนเชิงสัมผัสแบบพลศาสตร์ระหว่างพื้นผิวสัมผัสของ โอลด์แฮมริงและพื้นผิวสัมผัสของใบพัดกันหอยแบบเคลื่อนที่นั้นจะเกิดขึ้นเนื่องจากแรงสัมผัสที่กระทำระหว่างพื้นผิวทั้งสองต่อพื้นที่ผิวที่ตั้งฉากกับแนวแรงดังกล่าวของการบริเวณที่มีการสัมผัส ซึ่งผลที่เกิดขึ้นปรากฏว่าตำแหน่งที่เกิดค่าความดันบริเวณสัมผัสสูงสุดที่สุดคือที่ เริ่มจากตำแหน่งมุมแกนเพลลาบที่ $\theta = 90^\circ$ ถึง $\theta = -270^\circ$ ตลอดวัฏจักรของการเคลื่อนที่ ดัง ภาพที่ 59 ถึงภาพที่ 62 ซึ่งสามารถดูรายละเอียดของตำแหน่งได้ดังตารางที่ 28 ถึงตารางที่ 30 และผลการคำนวณดังตารางภาคผนวก ข4 ซึ่งค่าดังกล่าวนี้เป็นส่วนหนึ่งที่มีผลทำให้เกิดการเสีรูปอย่างถาวรของ โอลด์แฮมริง



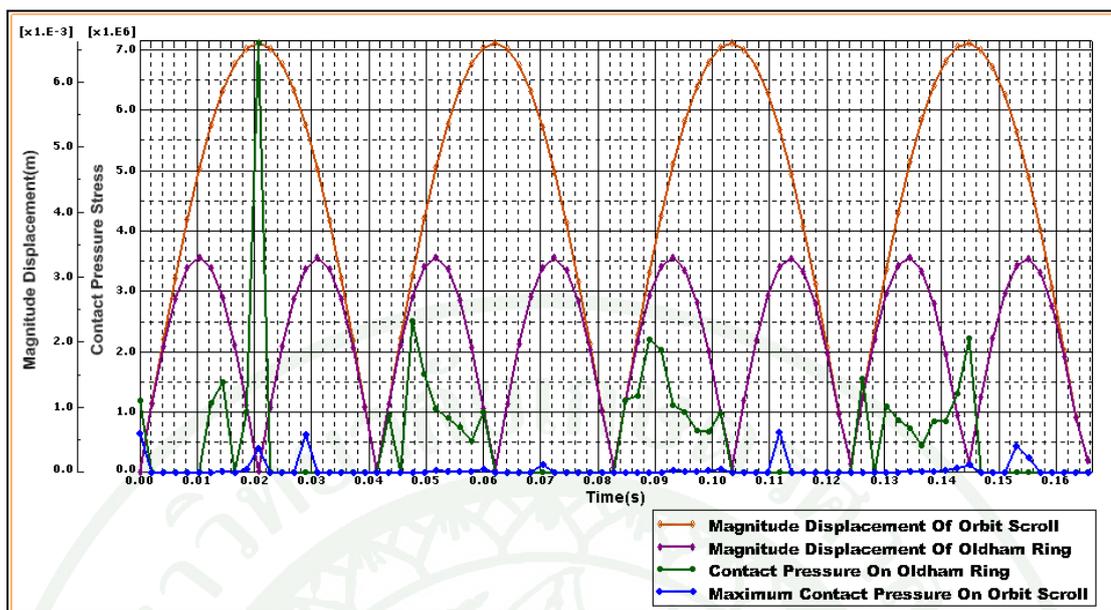
ภาพที่ 59 ตัวอย่างตำแหน่งของความดันเนื่องจากการชนแบบสัมผัสบนชิ้นส่วน โอลด์แฮมริง (Oldham ring) และใบพัดเคลื่อนที่ในแต่ละมุมมองของการเคลื่อนที่ของแกนเพลลาบ



ภาพที่ 60 แสดงค่า Maximum Contact Pressure ที่เกิดขึ้นบนใบพัดกันหอยตลอดช่วงการเคลื่อนที่



ภาพที่ 61 แสดงค่า Maximum Contact Pressure ที่เกิดขึ้นบนตัวโอดล์แฮมริงตลอดช่วงการเคลื่อนที่ 4 รอบวัฏจักร

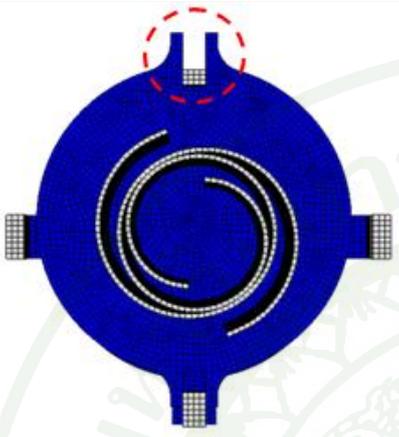
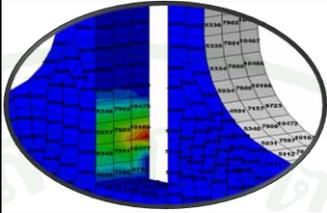
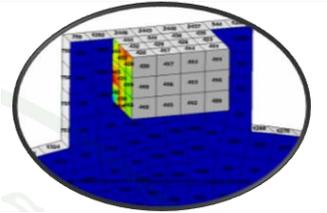


ภาพที่ 62 กราฟเปรียบเทียบค่า Maximum contact pressure ที่เกิดขึ้นบนใบพัดกันหอยแบบเคลื่อนที่และตัวโอดด์แฮมริงตลอดวัฏจักรการเคลื่อนที่

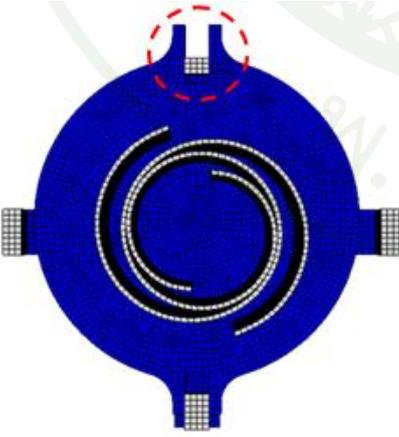
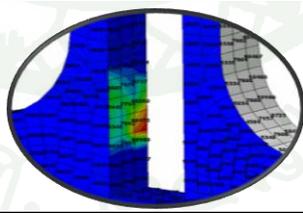
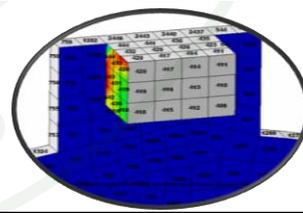
ตารางที่ 28 แสดงค่า contact pressure บริเวณจุด A บนกราฟของภาพที่ 60 และ ภาพที่ 61

มุมมองเสาที่เพิ่มของแกนเพลลาที่ $\theta = 0.0\pi \angle clockwise$	ภาพขยาย	
	Orbit Scroll	Oldham ring
	(Maximum Pressure Stress)	
	Element No.:10309 Stress: 6.53E+05 Node:37	Element No.:433 Stress: 1.19E+06 Node:29
ตำแหน่งแกนเพลลา (θ)	$\theta = 90^0 \angle clockwise$	$\theta = 90^0 \angle clockwise$
รอบที่ (No. Cycle):	1	1

ตารางที่ 29 แสดงค่า contact pressure บริเวณจุด B บนกราฟของภาพที่ 60 และ ภาพที่ 61

มุมมองสามมิติของแกนเพลลาที่ $\theta = 0.9\pi \text{ \textless clockwise}$	ภาพขยาย	
	Orbit Scroll	Oldham ring
		
	(Maximum Pressure Stress)	
	Element No.:4581 Stress: 5.05E+04 Node:911	Element No.:442 Stress: 9.91E+05 Node:239
ตำแหน่งแกนเพลลา (θ)	$\theta = -288^0 \text{ \textless clockwise}$	$\theta = -288^0 \text{ \textless clockwise}$
รอบที่ (No. Cycle):	1	1

ตารางที่ 30 แสดงค่า contact pressure บริเวณจุด C บนกราฟของภาพที่ 60 และ ภาพที่ 61

มุมมองสามมิติของแกนเพลลาที่ $\theta = 1.0\pi \text{ \textless clockwise}$	ภาพขยาย	
	Orbit Scroll	Oldham ring
		
	(Maximum Pressure Stress)	
	Element No.:4580 Stress: 3.93E+05 Node:912	Element No.:411 Stress: 7.11E+06 Node:249
ตำแหน่งแกนเพลลา (θ)	$\theta = -270^0 \text{ \textless clockwise}$	$\theta = -270^0 \text{ \textless clockwise}$
รอบที่ (No. Cycle):	1	1

4. เปรียบเทียบผลการวิเคราะห์กับผลการทดสอบจริง

ก่อนทำการทดสอบเพื่อเปรียบเทียบผลที่เกิดขึ้นจากการวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์กับผลที่เกิดขึ้นจริงจากการทดสอบ โดยชิ้นส่วนต่างๆของปั๊มแบบก้านหอยดังภาพที่ 64 ได้ประกอบเข้ากันแล้วเสร็จตามในภาพที่ 65 และภาพที่ 66 เป็นอุปกรณ์ในการทดสอบ โดยการทดสอบจะเริ่มจากความเร็วรอบน้อยๆและค่อยๆเพิ่มขึ้นเพื่อสังเกตการเปลี่ยนแปลงต่างๆที่เกิดขึ้น โดยจากการทดสอบในแต่ละความเร็วรอบนั้นจะทำการวัดค่าของความเร็วรอบโดยใช้เครื่องมือวัดความเร็วรอบดิจิตอลแทค โคมิเตอร์ (Digital Tachometer) ชนิดแสงดัง ภาพที่ 63 แสดงภาพเครื่องมือวัดความเร็วรอบดิจิตอลแทค โคมิเตอร์



ภาพที่ 63 แสดงภาพเครื่องมือวัดความเร็วรอบดิจิตอลแทค โคมิเตอร์



ภาพใบพัดกั้นหอยแบบเคลื่อนที่(ด้านหลัง)



ภาพใบพัดกั้นหอยแบบเคลื่อนที่(ด้านหน้า)

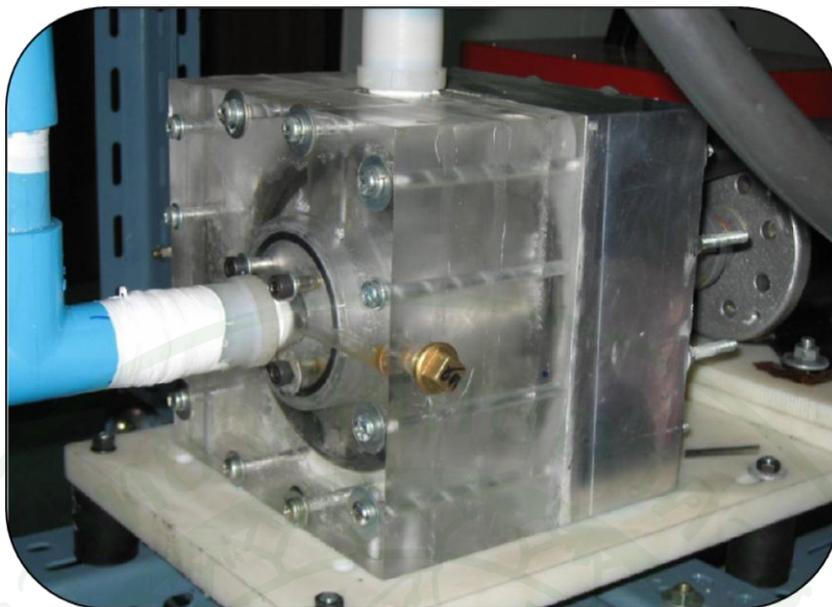


ภาพใบพัดกั้นหอยแบบหยุดนิ่ง

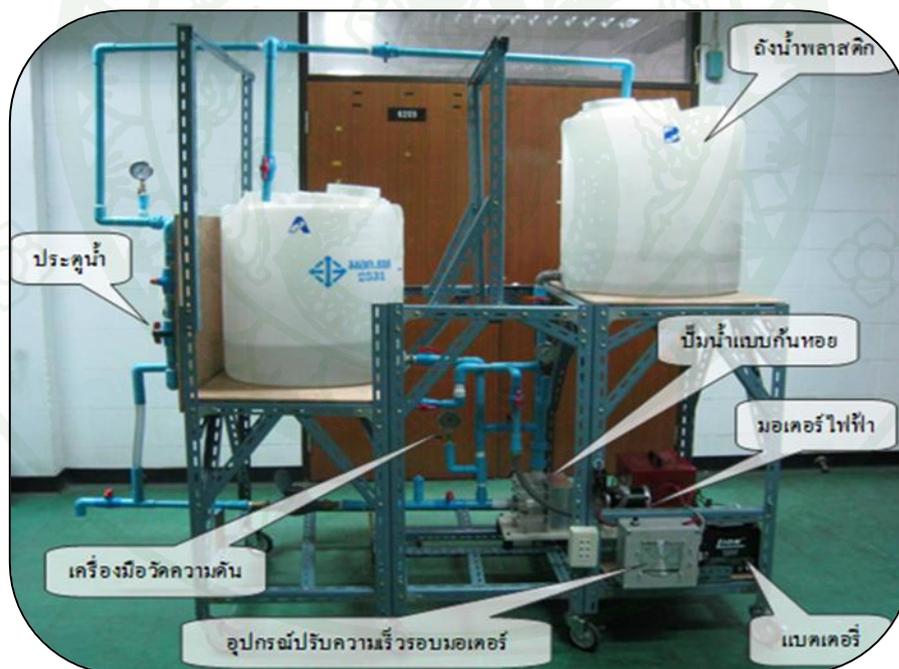


ภาพชิ้นส่วนต่างๆของปั๊มแบบกั้นหอย

ภาพที่ 64 แสดงภาพส่วนประกอบของปั๊มแบบกั้นหอยหลังจากกัจัดขึ้นรูปก่อนทำการทดสอบ



ภาพที่ 65 แสดงภาพการประกอบปั๊มแบบกั้นหอยหลังจากกั้ดขึ้นรูปก่อนทำการทดสอบ



ภาพที่ 66 แสดงภาพปั้มน้ำแบบกั้นหอยและอุปกรณ์ในการทดสอบ

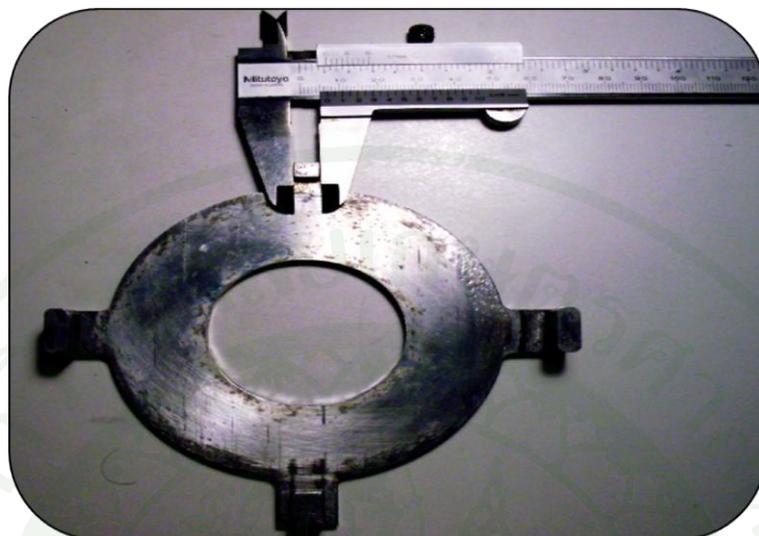
หลังจากได้ผลจากการวิเคราะห์โดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แล้ว เมื่อนำผลที่ได้ไปเปรียบเทียบกับผลจากการทำการทดสอบปั้มน้ำแบบกั้นหอย ซึ่งเมื่อได้ทำการทดสอบปั้มน้ำแบบกั้นหอยได้ระยะเวลาหนึ่ง พบว่าเกิดเสียงดังคล้ายโลหะกระทบกันภายในตัวปั้ม จึงมีการตรวจสอบ

ด้วยวิธีการสังเกตจากภายนอกตัวเรือนปั๊มด้านที่เป็นอะคริลิกใสดังภาพที่ 65 เมื่อมองผ่านเข้าไปด้านในแล้วพบว่าบริเวณสลักโอดด์แฮมริง (Oldham ring) มีการสึกหรอ อันเนื่องมาจากการเสียดสีกันระหว่างตัวโอดด์แฮมริงนี้กับร่องของใบพัดกันหอยแบบเคลื่อนที่ ทำให้บริเวณสลักของตัวโอดด์แฮมริงมีขนาดเล็กลง และเกิดเสียงโลหะทั้งสองชนิดนี้กระทบกันขึ้นในขณะที่ปั๊มทำงาน ซึ่งอาจส่งผลกระทบต่อลักษณะการหมุนและเกิดความเสียหายต่อใบพัดกันหอยได้ หลังจากที่มีการถอดชิ้นส่วนต่างๆของปั๊มมาทำการตรวจสอบความเสียหายที่เกิดขึ้น ผลปรากฏว่าตัวโอดด์แฮมริงเกิดการเสียหายบริเวณและตำแหน่งดังภาพที่ 69 ถึงภาพที่ 72 และได้ทำการวัดด้วยเวอร์เนียคาลิเปอร์ Mitutoyo ดังภาพภาพที่ 67 แสดงเวอร์เนียคาลิเปอร์ Mitutoyo ที่ใช้ในการวัดค่าการยุบตัว

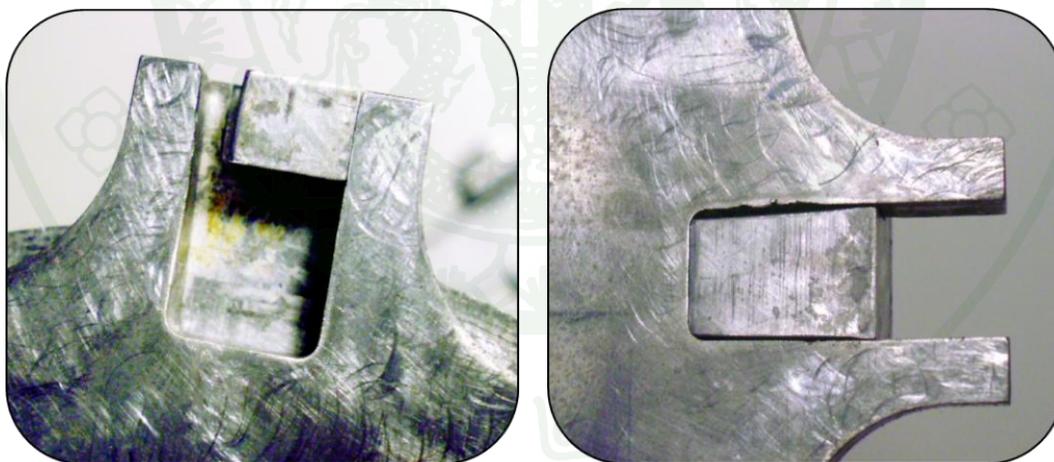
ผลปรากฏว่าตัวโอดด์แฮมริงเสียรูปจากเดิมมีขนาดหน้ากว้าง 8.00 มิลลิเมตรหลังจากทดสอบคงเหลือหน้ากว้างขนาด 6.02 มิลลิเมตร เกิดการเสียรูปไปประมาณ 1.98 มิลลิเมตรและเมื่อเปรียบที่ผลที่ได้จากการวิเคราะห์ซึ่งจะให้ค่าเสียรูปอย่างถาวรเท่ากับ 1.56 มิลลิเมตร โดยค่าดังกล่าวใกล้เคียงกันมาก



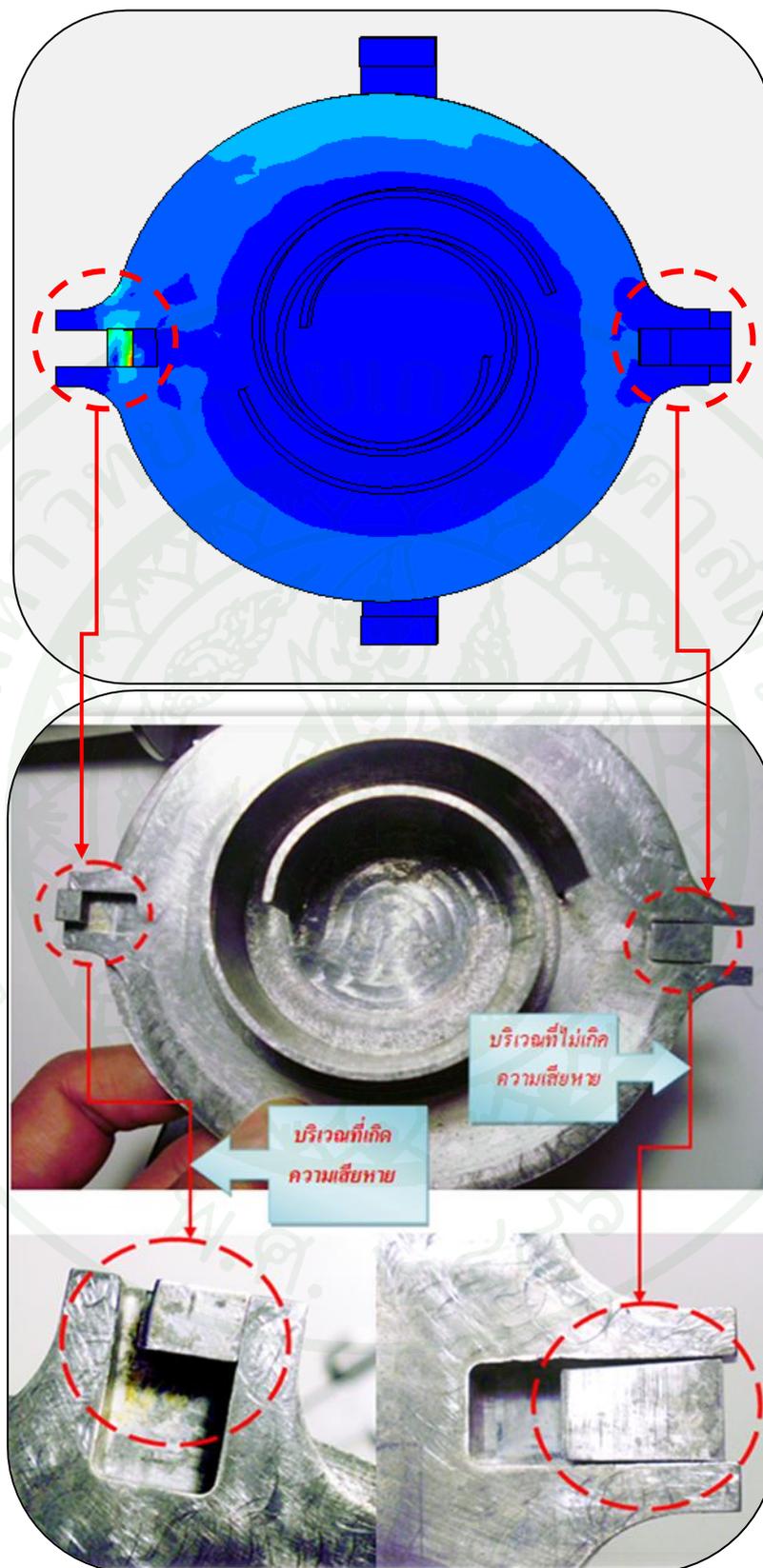
ภาพที่ 67 แสดงเวอร์เนียคาลิเปอร์ Mitutoyo ที่ใช้ในการวัดค่าการยุบตัว



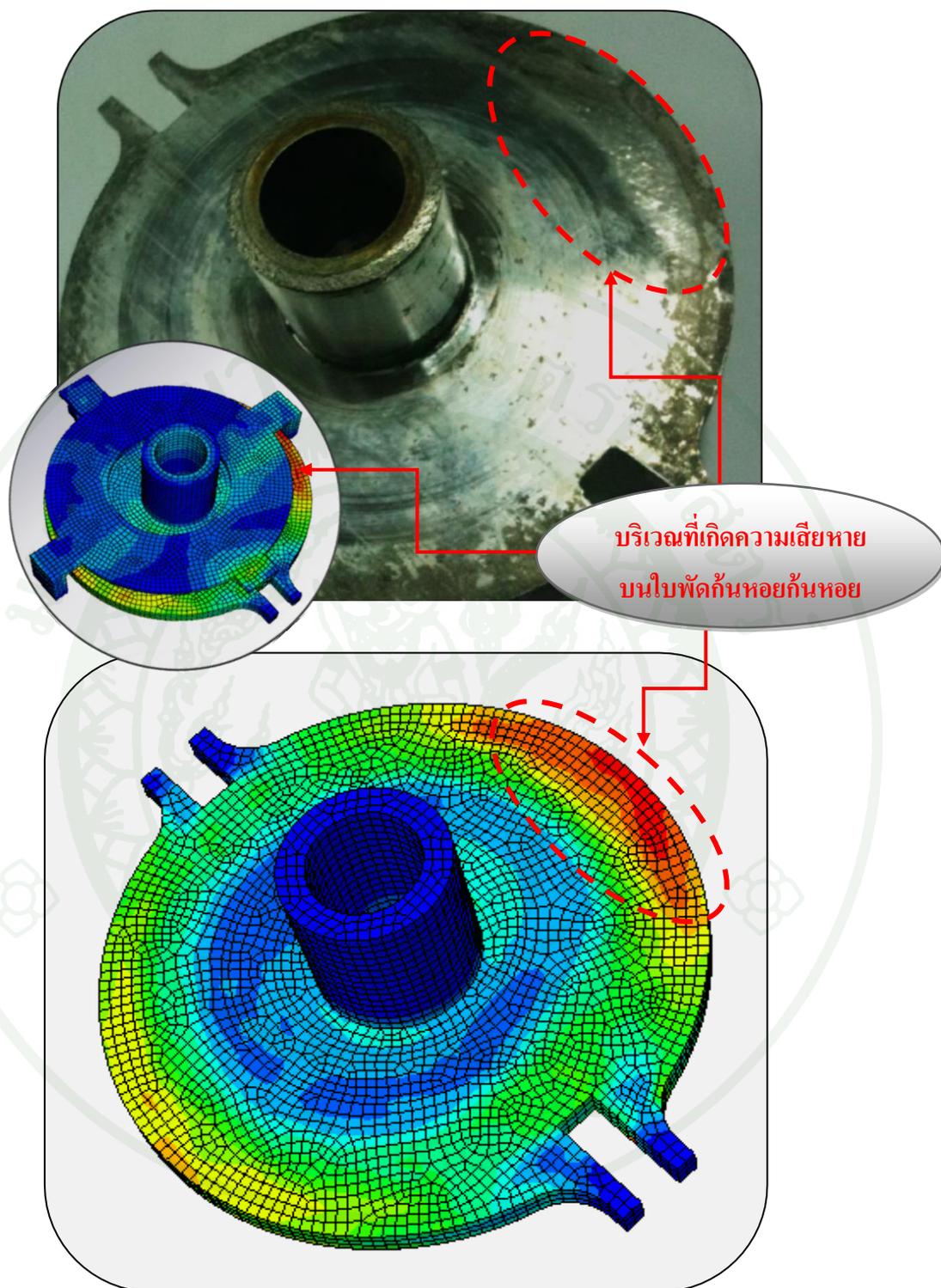
ภาพที่ 68 แสดงการวัดระยะที่เกิดความเสียหายของ โอลด์แฮมริง (Oldham ring) หลังทดสอบ



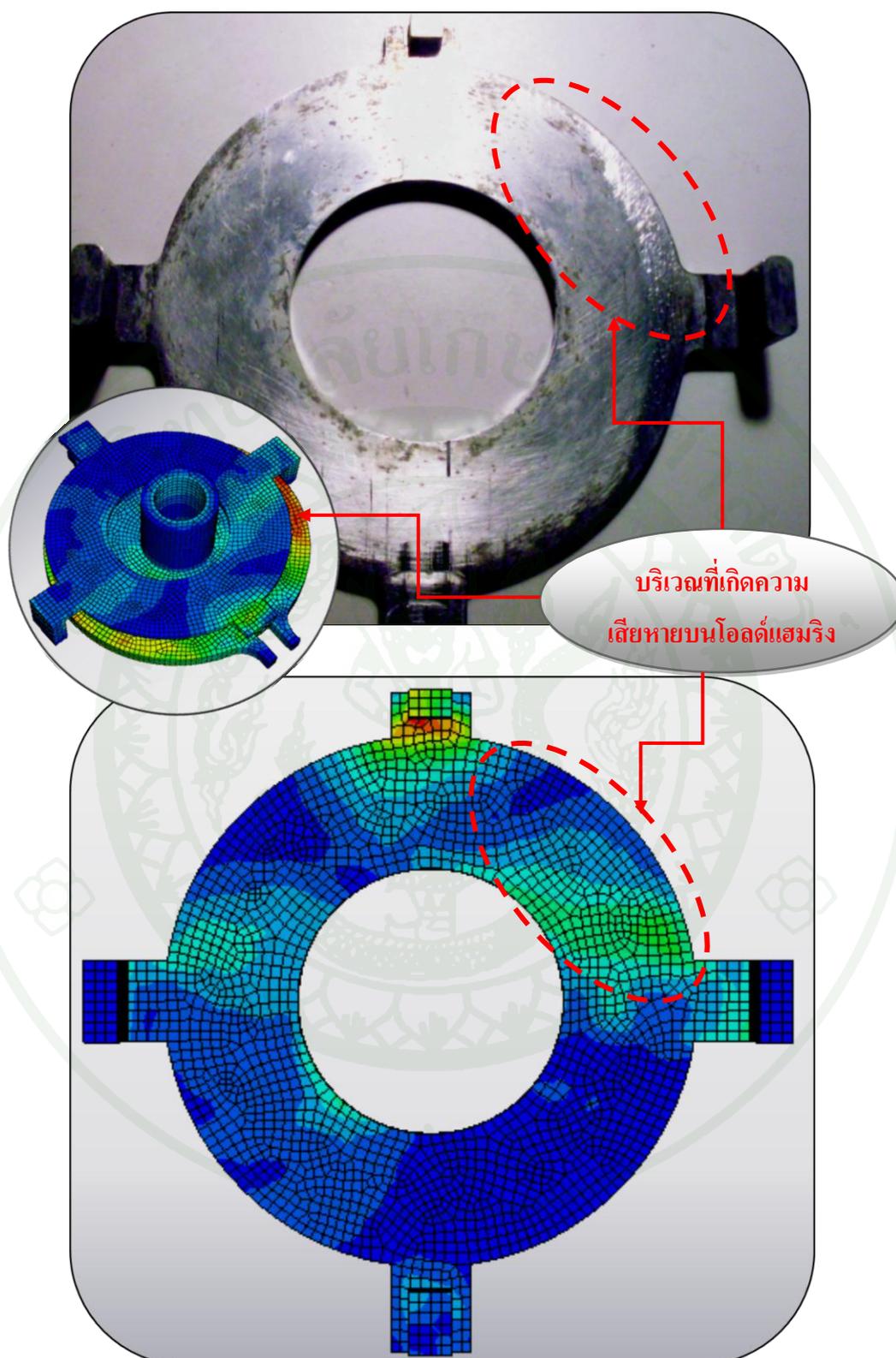
ภาพที่ 69 แสดงตำแหน่งที่เกิดความเสียหายของ โอลด์แฮมริง (Oldham ring) ด้านบนและล่าง



ภาพที่ 70 ผลการเปรียบเทียบตำแหน่งความเสียหายของโอดด์แฮมริง (Oldham ring) หลังทดสอบ



ภาพที่ 71 ผลการเปรียบเทียบตำแหน่งความเสียหายของใบพัดกันหอยแบบเคลื่อนที่ส่วนที่สัมผัสกับตัวโอดด์แฮมริง (Oldham ring) หลังทำการทดสอบ



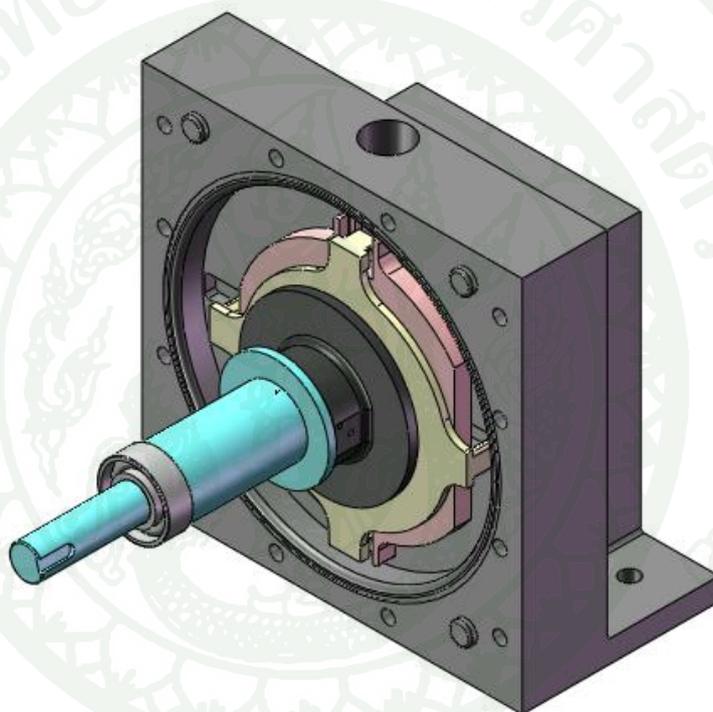
ภาพที่ 72 ผลการเปรียบเทียบตำแหน่งความเสียหายของโอดด์แฮมริง (Oldham ring) ส่วนที่สัมผัสกับด้านหลังของใบพัดแบบเคลื่อนที่ หลังทำการทดสอบ

วิจารณ์

เมื่อพิจารณาถึงผลที่เกิดขึ้นหลังจากทำการวิเคราะห์โดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เปรียบเทียบกับผลจากการทดสอบบีบกันหอยผลปรากฏว่าบริเวณและตำแหน่งของความเสียหายที่เกิดขึ้นในทั้งสองกรณีมีความสอดคล้องกัน โดยหากพิจารณาที่ค่าความเค้นที่ไม่เกินค่าความเค้นคราก (yield stress) พฤติกรรมของวัสดุอยู่ในรูปช่วงของความยืดหยุ่น (Elastic) แต่หากเลยช่วงดังกล่าวจนถึงจุดที่วัสดุมีพฤติกรรมแบบพลาสติกแต่ไม่เกินจุดแตกหัก (ultimate point) ในกรณีดังกล่าวนี้การวิเคราะห์โดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์จะต้องกำหนดค่าของพฤติกรรมต่างๆ ให้กับตัวโปรแกรมเพื่อใช้ในการคำนวณจึงให้ผลที่ได้จากการวิเคราะห์สอดคล้องกับผลของการทดสอบจริง แต่ในกรณีที่ทำการทดลองนั้น การวัดค่าต่างๆ ในระหว่างดำเนินการทดลองในห้องปฏิบัติการนั้น ทำได้ยุ่งยากมากหรือแทบจะไม่สามารถวัดค่าต่างๆ ได้เลยเช่น ค่าความเค้น แรงกระแทก หรือค่าอื่นๆ ในกรณีที่มีการประกอบชุดบีบกันหอยแล้วเสร็จ นั่นก็หมายความว่าค่าต่างๆ ที่ต้องการวัดเพื่อเปรียบเทียบกับผลการวิเคราะห์จากชิ้นส่วนที่มีการเคลื่อนที่ของบีบไม่สามารถวัดได้เลย เพียงแต่สามารถวัดค่าและดูผลที่เกิดขึ้นได้หลังจากทำการทดสอบแล้ว ดังนั้นแสดงว่าในการทดสอบบีบในแต่ละครั้งนั้นจำนวนรอบของบีบจะไม่ใช่เป็นการทดสอบที่ 4 รอบของวัฏจักรการเคลื่อนที่แน่นอน แต่จากการจำลองจำนวนรอบของวัฏจักรในการวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์นั้นมีความจำเป็นที่จะต้องทำการจำลองให้บีบมีการเคลื่อนที่ครบรอบวัฏจักรเพียง 4 รอบเท่านั้นเนื่องด้วยเหตุผลที่ได้กล่าวไว้แล้วข้างต้น โดยอาศัยข้อมูลจากการออกแบบเพื่อกำหนดเงื่อนไขและคุณสมบัติต่างๆ ของปัญหาให้กับโปรแกรมเพื่อทำการวิเคราะห์ เช่น กำหนดความเร็วรอบจากชุดส่งกำลังเพื่อกำหนดหาความเร็วเชิงมุมในการเคลื่อนตัวของใบพัด ทั้งนี้ผลที่ได้นั้นจะให้ผลการวิเคราะห์ความเสียหายเพียง 4 รอบวัฏจักรของการเคลื่อนที่ของบีบเท่านั้น แต่ทั้งนี้จะพบว่าจะถึงแม้จะทำการจำลองโดยเพิ่มระยะเวลาในการจำลองในการวิเคราะห์มากขึ้นเช่นจาก 4 รอบให้เป็น 7 รอบวัฏจักรผลที่ได้จากการวิเคราะห์ก็ให้ผลออกมาไม่แตกต่างกันมากนักในแง่ของทั้งตำแหน่งและค่าความเค้นและค่าการยุบตัว

ดังนั้น สรุปได้ว่าทำการวิเคราะห์โดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ในงานวิจัยนี้สามารถนำไปใช้ประกอบการปรับปรุงในการออกแบบบีบกันหอยให้มีสมรรถนะดีขึ้นได้ แต่มีข้อเสียตรงที่ไม่สามารถบอกได้ว่าหากทดสอบบีบเป็นเวลานานๆ หรือหลายรอบแล้วค่าการยุบตัวหรือค่าการสึกหรอที่เกิดขึ้นมีค่าเท่าใด สาเหตุที่เป็นอย่างนี้เพราะว่ามีหลายปัจจัยที่ไม่สามารถบอกได้ถึงขนาดนั้น โดยปัจจัยหลักคือ ชิดจำกัดของเครื่องคอมพิวเตอร์ที่ต้องใช้เวลาในการประมวลผลในการวิเคราะห์ที่ยาวนานมาก และยังมีปัญหามีความซับซ้อนยิ่งส่งผลให้การวิเคราะห์กินเวลาที่ยาวนาน

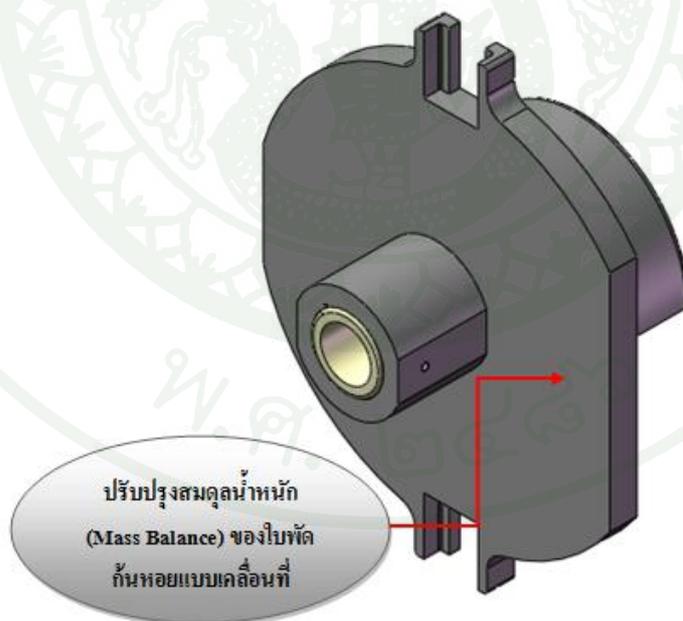
เนื่องด้วยข้อจำกัดดังกล่าว เราสามารถนำผลที่ได้จากการวิเคราะห์เพียง 4 รอบวัฏจักรก็เพียงพอที่จะนำไปประกอบในการปรับปรุงการออกแบบโดยสามารถบ่งชี้ได้ว่าควรปรับปรุงชิ้นส่วนไหนของปั๊ม บริเวณใด และอย่างไรได้ เพื่อใช้เป็นข้อมูลประกอบในการออกแบบปรับปรุงปั๊มน้ำแบบกั้นหอยในรุ่นต่อไปดังภาพที่ 73 แสดงชุดปั๊มแบบกั้นหอยที่ทำการปรับปรุงใหม่โดยอาศัยข้อมูลจากการวิเคราะห์ประกอบเพื่อใช้ในการออกแบบ และในภาพที่ 74 ถึงภาพที่ 75 แสดงตำแหน่งของ โอลด์แฮมริงและใบพัดกั้นหอยแบบเคลื่อนที่ ที่ทำการปรับปรุงแก้ไขหลังทำการวิเคราะห์



ภาพที่ 73 แสดงชุดปั๊มแบบกั้นหอยที่ทำการปรับปรุงใหม่หลังทำการวิเคราะห์



ภาพที่ 74 แสดงตำแหน่งของโอดด์แอมริง ที่ปรับปรุงแก้ไขหลังทำการวิเคราะห์



ภาพที่ 75 แสดงใบพัดกันหอยแบบเคลื่อนที่ที่ได้ปรับปรุงแก้ไขหลังทำการวิเคราะห์

สรุปและข้อเสนอแนะ

สรุป

จากผลที่ได้จากการวิเคราะห์มีความเป็นไปได้สูงที่ชิ้นส่วนของปั๊มคือ โอลด์แฮมริง (Oldham ring) เกิดการเสียดสีอย่างถาวร โดยเกิดจากการชนเชิงสัมผัสขณะมีการเคลื่อนที่แบบสัมผัสกับใบพัดกั้นหอยแบบเคลื่อนที่ ส่งผลให้ผิวหน้าของคู่สัมผัสระหว่างโอลด์แฮมริงและใบพัดเกิดการสึกหรอ และเมื่อเปรียบเทียบกับผลจากการทดสอบจากของจริง ผลที่ได้มีความสอดคล้องเป็นอย่างมาก โดยเห็นได้ชัดเจนว่า โอลด์แฮมริงมีความเสียหายเกิดขึ้น โดยมีขนาดเล็กน้อยจากเดิมที่ได้ออกแบบไว้เป็นอย่างมาก และจากการสังเกตระหว่างทำการทดลองพบว่าไม่สามารถเพิ่มความเร็วยรอบของตัวปั๊มให้สูงเกินกว่า 700 รอบต่อนาทีได้ เนื่องจากเกิดการชนกันอย่างรุนแรง หากเพิ่มความเร็วยรอบมากกว่าค่าดังกล่าว และสาเหตุดังกล่าวนี้เองจึงจะต้องมีการปรับปรุงตัวโอลด์แฮมริงใหม่โดยจะต้องออกแบบใหม่อีกครั้งและหากนำผลจากการวิเคราะห์โดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์มาประกอบร่วมในการออกแบบ สามารถนำไปเป็นแนวทางในการออกแบบได้ว่า ตัวโอลด์แฮมริงนั้นควรต้องลดผิวสัมผัสตรงบริเวณส่วนที่ประกบติดกับส่วนด้านหลังของใบพัดกั้นหอยเพื่อลดแรงที่เกิดจากการสัมผัสหรือที่เรียกว่าลดแรงเสียดทาน โดยออกแบบเป็นลักษณะดังภาพที่ 73 ถึงภาพที่ 75 และบริเวณที่เกิดการสึกหรออันเนื่องมาจากการชนแบบสัมผัสให้ออกแบบส่วนที่มีการสึกหรอให้มีความแข็งและลื่นมากขึ้น เช่นนำไปชุบแข็งบริเวณผิวสัมผัสระหว่างโอลด์แฮมริงและใบพัดแบบเคลื่อนที่ดังกล่าว

ข้อเสนอแนะ

1. ในงานวิจัยนี้มุ่งเน้นไปที่การนำผลการวิเคราะห์ที่ได้เปรียบเทียบกับทดสอบจริง ซึ่งผลที่ได้มีความสอดคล้องกันเป็นอย่างมาก ดังนั้นในการปรับปรุงการออกแบบปั๊มแบบกั้นหอยในรุ่นต่อไปควรจะต้องนำผลการวิเคราะห์ใช้ประกอบร่วมกับการออกแบบพัฒนาด้วย
2. ในการใช้โปรแกรม ABAQUS ในการวิเคราะห์ควรจะต้องใช้ประกอบกับคอมพิวเตอร์ที่มีสมรรถนะสูงพอสมควร เนื่องจากในงานวิจัยนี้มีขีดจำกัดในเรื่องดังกล่าวจึงสามารถจำลองการเคลื่อนที่ของปั๊มได้เพียง 4 รอบวัฏจักรเท่านั้น แต่หากมีความเป็นไปได้ที่สามารถจำลองได้หลายๆ รอบวัฏจักรก็จะส่งผลดีในเรื่องของความแม่นยำของผลการเปรียบเทียบ

3. การวิเคราะห์ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เป็นวิธีค่อนข้างใหม่ที่กำลังได้รับความนิยมในปัจจุบัน หากมีทุนปัจจัยในการทำการทดลองและทดสอบปัญหาต่างๆเพื่อเปรียบเทียบผลกับการวิเคราะห์แล้วคาดว่าพัฒนาในเรื่องการนำ CAE ไปใช้ในเชิงอุตสาหกรรมจริงๆนั้น คงมีโอกาสเป็นไปได้สูง

4. โปรแกรมการวิเคราะห์ทางด้านไฟไนต์เอลิเมนต์นั้นมีให้เลือกใช้หลากหลาย แต่สิ่งสำคัญเหนืออื่นใด คือมีข้อแม้ว่าการทำความเข้าใจกับระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์นั้นมีความสำคัญอย่างยิ่งกว่าการนำโปรแกรมไปใช้ โดยมีความรู้ความเข้าใจยังไม่เพียงพอ ซึ่งจะไม่ก่อให้เกิดประโยชน์ใดกับผู้ใช้ และหากคำนึงถึงในเชิงพาณิชย์แล้วมูลค่าของโปรแกรมทางด้านนี้ค่อนข้างสูง ดังนั้นผู้ใช้จึงควรมุ่งเน้นศึกษาทำความเข้าใจกับระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ให้รอบด้าน ถึงจะได้รับผลประโยชน์อันคุ้มค่าต่อการลงทุน

5. จากการทำการทดสอบปั๊มแบบกันหอยพบว่าสาเหตุหลักของการชนเชิงสัมผัสระหว่างโอลด์แฮมริงและไบพัดกันหอยแบบเคลื่อนที่นั้น ส่วนใหญ่เกิดจากความไม่สมดุล (unbalance) ของแรงที่เนื่องจากการหมุนของไบพัดของปั๊ม ทั้งนี้การแก้ปัญหาดังกล่าวนี้ควรทำการวิเคราะห์ความสมดุลของมวล (mass balance) เพื่อทำการปรับปรุงแก้ไขให้ปั๊มสามารถทำงานได้ถึงขีดความสามารถที่ได้ออกแบบไว้

6. สาเหตุของการชนเชิงสัมผัสอีกประการหนึ่ง คือ เรื่องของการสั่น (vibration) อันเนื่องมาจากเกิดการชนเชิงสัมผัสและประกอบกับเหตุผลในข้อที่ 5 ซึ่งเป็นเหตุผลที่ทำให้ปั๊มไม่สามารถเพิ่มความเร็วยุโรปได้ถึงจุดที่ได้ออกแบบเอาไว้ เนื่องจากในขณะที่ทำการทดสอบผลปรากฏว่า ปั๊มเกิดการสั่น (vibration) และเกิดการชนกระแทกกันของชิ้นส่วนโอลด์แฮมริงและไบพัดเคลื่อนที่ จึงไม่สามารถเพิ่มความเร็วยุโรปได้ตามที่ได้ออกแบบเอาไว้

7. จากการวิเคราะห์ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ด้วยโปรแกรม (ABAQUS) พบว่ายังมีแรงเสียดทานเกิดขึ้นบริเวณผิวสัมผัสระหว่างส่วนที่ประกบด้านหน้าและด้านหลังของโอลด์แฮมริงของและไบพัดเคลื่อนที่ตามลำดับ ซึ่งเป็นแรงเสียดทานที่ทำให้เกิดแรงต้านการเคลื่อนที่ของไบพัดกันหอยแบบเคลื่อนที่ ดังนั้นบริเวณดังกล่าวควรปรับปรุงให้มีการลดพื้นที่สัมผัส (contacted area) ให้น้อยลงแต่ยังคงทำหน้าที่ได้ดังเดิม

เอกสารและสิ่งอ้างอิง

เดช พุทธเจริญทอง.2541. การวิเคราะห์ด้วยไฟไนต์เอลิเมนต์ . ศูนย์สื่อสารกรุงเทพ, กรุงเทพฯ.

ธนา ภู่อีกรัตน์. 2548. การวิเคราะห์ความเสียหายของใบพัดกันหอยของปั๊มแบบกันหอยโดยวิธีสมาชิกจำกัด. วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

ปราโมทย์ เดชะอำไพ.2537. ไฟไนต์เอลิเมนต์ในงานวิศวกรรม. สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ.

B. Chaudhary, K.J. Bathe, **A solution method for static and dynamic analysis of three-dimensional contact problems with friction**, Comput. Struct. 2 (1986) 855–873.

Eduardo Bittencourt, Guillermo J. Creus, **Finite element analysis of three-dimensional contact and impact in large deformation problems**, Comput. Struct. 69 (1998) 219–234.

Francisco Armero, Eva Petocz, **Formulation and analysis of conserving algorithms for frictionless dynamic contact/impact problem**, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 158 (1998) 269–300.

G.Belforte, T. Raparelli, A. Manuello Bertetto.1995. **Stress field and contact force analysis in a low friction seal**. Contact Mechanics Computational Techniques. Computational Mechanics Publications.America

J.C. Simo and F. Armero. **Geometrically non-linear enhanced strain mixed method and the method of incompatible modes**. International Journal for Numerical Methods in Engineering,33:1413-1449,1992

Kritmaitree, P. 2002. **Study of Volumetric Scroll Pump for the Cold Moderator System**. Ph.D. Thesis, Utsunomiya University.

- K.Mao, T. Bell, Y. Sun.1995. **Modelling of layered engineering surface contacts.** Contact Mechanics Computational Techniques. Computational Mechanics Publications.America
- L. Paoli, M. Schatzman. 1995.**Dynamical impact problem with loss of energy: numerical study for large times.** Contact Mechanics Computational Techniques. Computational Mechanics Publications.America
- L. Demkowicz, A. Bajer, **Conservative discretization of contact/impact problems for nearly rigid bodies, *Comput. Methods Appl.Mech. Engrg.* 190 (2001) 1903–1924.**
- O.C. Zienkiewicz & R.L. Taylor. **The finite element method for solid and structural mechanics.** Elsevier Butterworth-Heinemann,Oxford,6th edition, 2005.
- R.L. aylor, P. Papadopoulos, **On a finite element method for dynamic contact/impact problems,** *Int. J. Numer. Methods Engrg.*36 (1993) 2123–2140.
- T.J.R. Hughes, R.L. Taylor, J.L. Sackman, A. Curnier, W. Kanoknulchai, **A finite element method for a class of contact-impact problems,** *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 8 (1976) 249–276.
- U. Nackenhorst. 1995. **An adaptive finite element method to analyse contact problems.** Contact Mechanics Computational Techniques. Computational Mechanics Publications.America



ภาคผนวก



1. การวิเคราะห์เทนเซอร์ (Tensor Analysis)

1.1 ปริภูมิมิติ N (Spaces of N dimensions)

ในปริภูมิสามมิติ จุดเป็นเซตของตัวเลขสามตัวเรียกว่า พิกัด (coordinates) ซึ่งกำหนดโดยระบบพิกัดที่บ่งไว้เฉพาะ หรือกรอบของการอ้างอิง เช่น (x, y, z) , (ρ, ϕ, z) , (r, θ, ϕ) เป็นพิกัดของจุดในระบบพิกัดฉาก ทรงกระบอกและทรงกลม ตามลำดับ จุดในปริภูมิ N ก็เช่นเดียวกัน คือเซตของตัวเลข N ตัวแทนด้วย (x^1, x^2, \dots, x^N) เมื่อ $1, 2, \dots, N$ เป็น ครรชนีบน (superscript) ไม่ใช่ดัชนีกำลังซึ่งเราจะเน้นถึงประโยชน์ของการใช้สัญลักษณ์นี้ โดยความจริงที่ว่าเราไม่สามารถมองเห็นจุดในปริภูมิที่มีมิติมากกว่าสามนั้นไม่ได้เป็นปัญหาใดๆ กับการมีจุดอยู่

1.2 การแปลงพิกัด (Coordinate Transformation)

ให้ (x^1, x^2, \dots, x^N) และ $(\bar{x}^1, \bar{x}^2, \dots, \bar{x}^N)$ เป็นพิกัดของจุดในกรอบของการอ้างอิงสองกรอบที่แตกต่างกัน สมมติว่ามีความสัมพันธ์ซึ่งเป็นอิสระต่อกันในตัวเองระหว่างพิกัดของระบบทั้งสองระบบอยู่ N ความสัมพันธ์และอยู่ในรูป

$$\begin{aligned} \bar{x}^1 &= \bar{x}^1(x^1, x^2, \dots, x^N) \\ \bar{x}^2 &= \bar{x}^2(x^1, x^2, \dots, x^N) \\ &\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \\ &\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \\ &\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \\ \bar{x}^N &= \bar{x}^N(x^1, x^2, \dots, x^N) \end{aligned} \tag{1}$$

ซึ่งสามารถเขียนอย่างย่อโดย

$$\bar{x}^k = \bar{x}^k(x^1, x^2, \dots, x^k) \quad \text{เมื่อ } k = 1, 2, \dots, N \tag{2}$$

โดยที่เราสมมติให้ฟังก์ชันที่เกี่ยวข้องนั้นเป็นค่าเดียวต่อเนื่องและมีอนุพันธ์ต่อเนื่องด้วย ในทางกลับกันสำหรับเซตของพิกัด $(\bar{x}^1, \bar{x}^2, \dots, \bar{x}^N)$ แต่ละเซตจะมีเซต (x^1, x^2, \dots, x^N) ที่สอดคล้องกันเพียงเซตเดียวเท่านั้น ซึ่งกำหนดให้โดย

$$x^k = x^k(\bar{x}^1, \bar{x}^2, \dots, \bar{x}^k) \quad \text{เมื่อ } k=1, 2, \dots, N \quad (3)$$

ความสัมพันธ์ (2) หรือ (3) นิยามการแปลงของพิกัดจากกรอบของการอ้างอิงถึงหนึ่งไปยังอีกกรอบหนึ่ง

1.3 เวกเตอร์คอนทราเวเรียนต์และโคเวเรียนต์ (Contravariant and covariant vector)

ถ้า N ปริมาณ A^1, A^2, \dots, A^N ในระบบพิกัด (x^1, x^2, \dots, x^N) สัมพันธ์กับ N ปริมาณอื่น $\bar{A}^1, \bar{A}^2, \dots, \bar{A}^N$ ในระบบพิกัดอื่น $(\bar{x}^1, \bar{x}^2, \dots, \bar{x}^N)$ ด้วยสมการการแปลง

$$\bar{A}^p = \sum_{q=1}^N \frac{\partial \bar{x}^p}{\partial x^q} A^q \quad p=1, 2, \dots, N$$

ซึ่งนิยามเขียนดังนี้

$$\bar{A}^p = \frac{\partial \bar{x}^p}{\partial x^q} A^q$$

เราเรียกว่าส่วนประกอบของเวกเตอร์คอนทราเวเรียนต์ หรือเทนเซอร์คอนทราเวเรียนต์ของลำดับชั้นที่หนึ่ง หรือลำดับที่หนึ่ง (contravariant vector or contravariant tensor of the first rank or first order)

ถ้าปริมาณ N ปริมาณ A_1, A_2, \dots, A_N ในระบบพิกัด (x^1, x^2, \dots, x^N) สัมพันธ์กับ N ปริมาณอื่น $\bar{A}_1, \bar{A}_2, \dots, \bar{A}_N$ ในระบบพิกัดอื่น $(\bar{x}^1, \bar{x}^2, \dots, \bar{x}^N)$ ด้วยสมการการแปลง

$$\bar{A}_p = \sum_{q=1}^N \frac{\partial x^q}{\partial \bar{x}^p} A_q \quad p=1, 2, \dots, N$$

หรือ

$$\bar{A}_p = \frac{\partial x^q}{\partial \bar{x}^p} A_q$$

เราเรียกว่าส่วนประกอบของเวกเตอร์โคเวเรียนต์หรือ เทนเซอร์โคเวเรียนต์ของลำดับชั้นที่หนึ่ง หรือลำดับที่หนึ่ง

สังเกตว่าครรชนินบนถูกใช้เพื่อบ่งบอกส่วนประกอบคอนทราเวเรียนต์ ในขณะที่ครรชนินล่างใช้เพื่อบ่งบอกส่วนประกอบโคเวเรียนต์ ข้อยกเว้นเกิดขึ้นในระบบพิกัด คือแทนที่เราจะพูดถึง เทนเซอร์ซึ่งมีส่วนประกอบเป็น A^p หรือ A_p เราสามารถใช้เพียงแต่เทนเซอร์ A^p หรือ A_p ถ้าไม่เกิดความสับสนเกิดขึ้น

1.4 คอนทราเวเรียนต์ โคเวเรียนต์และเทนเซอร์รวม (Contravariant, Covariant - and mixed tensor)

ถ้า N^2 ปริมาณ A^{qs} ในระบบพิกัด (x^1, x^2, \dots, x^N) สัมพันธ์กับ N^2 ปริมาณอื่น \bar{A}^{pr} ในระบบพิกัดอื่น $(\bar{x}^1, \bar{x}^2, \dots, \bar{x}^N)$ โดยสมการการแปลง

$$\bar{A}^{pr} = \sum_{s=1}^N \sum_{q=1}^N \frac{\partial \bar{x}^p}{\partial x^q} \frac{\partial \bar{x}^r}{\partial x^s} A^{qs} \quad p, r = 1, 2, \dots, N$$

หรือ

$$\bar{A}^{pr} = \frac{\partial \bar{x}^p}{\partial x^q} \frac{\partial \bar{x}^r}{\partial x^s} A^{qs}$$

โดยสัญนิยม ปริมาณเหล่านี้เรียกว่า ส่วนประกอบคอนทราเวเรียนต์ของเทนเซอร์ของลำดับชั้นที่สอง หรือลำดับสอง (contravariant components of a tensor of the second rank or rank two)

ปริมาณ N^2 ของ A_{qs} เรียกว่าส่วนประกอบโคเวเรียนต์ของเทนเซอร์ของลำดับชั้นที่สอง หรือลำดับสอง (covariant component of a tensor of the second rank) ถ้า

$$\bar{A}_{pr} = \frac{\partial x^q}{\partial \bar{x}^p} \frac{\partial x^s}{\partial \bar{x}^r} A_{qs}$$

ทำนองเดียวกัน N^2 ของ A_s^q เรียกว่า ส่วนประกอบของเทนเซอร์รวมของค่าลำดับชั้นที่สอง (components of a mixed tensor of the second rank)

ถ้า

$$\bar{A}_r^p = \frac{\partial \bar{x}^p}{\partial x^q} \frac{\partial x^s}{\partial \bar{x}^r} A_s^q$$

1.5 เดลตาโครเนกเคอร์ (The Kronecker Delta)

เขียนในรูป

$$\delta_k^j = \begin{cases} 0 & \text{if } j \neq k \\ 1 & \text{if } j = k \end{cases}$$

ดังที่เห็นในสัญลักษณ์ที่ใช้เป็นเทนเซอร์ผสมของค่าลำดับชั้นที่สอง

1.6 สเกลาร์หรืออินแวเรียนต์ (Scalars or Invariants)

สมมติให้ ϕ เป็นฟังก์ชันของพิกัด x^k และให้ $\bar{\phi}$ แทนค่าเชิงฟังก์ชันภายใต้การแปลงไปยังเซตใหม่ของพิกัด \bar{x}^k แล้ว ϕ เรียกว่าสเกลาร์ หรือ อินแวเรียนต์ (scalar or invariant) เมื่อเทียบกับการแปลงพิกัด ถ้า $\phi = \bar{\phi}$ สเกลาร์หรืออินแวเรียนต์ เรียกว่า เทนเซอร์ของค่าลำดับชั้นศูนย์ (tensor of rank zero) ด้วย

1.7 สนามเทนเซอร์ (Tensor fields)

ถ้าแต่ละจุดของบริเวณในปริภูมิ มิติ N มีเทนเซอร์ที่กำหนดแน่นอนสอดคล้องกันแล้ว เราพูดว่าสนามเทนเซอร์ได้ถูกนิยามแล้ว ที่เป็นสนามเวกเตอร์หรือสเกลาร์ ขึ้นอยู่กับว่าเทนเซอร์เป็นค่าลำดับชั้นที่หนึ่งหรือศูนย์ ควรจะสังเกตด้วยว่าเทนเซอร์หรือสนามเทนเซอร์ ไม่ใช่เป็นเพียงแค่เซตของส่วนประกอบในระบบพิกัดเฉพาะ แต่เป็นเซตที่เป็นไปได้ทั้งหมดภายใต้การแปลงพิกัดใดๆ

1.8 การดำเนินการพื้นฐานเกี่ยวกับเทนเซอร์ (Fundamental operation with tensor)

1.8.1 การบวก (addition) ผลบวกของเทนเซอร์หรือมากกว่าของค่าลำดับชั้นเดียวกัน และชนิดเดียวกัน (นั่นคือจำนวนครรชนีหรือคอนทราแวเรียนต์ และจำนวนครรชนีโคแวเรียนต์เท่ากัน) เป็นเทนเซอร์ของค่าลำดับชั้นเดียวกันและชนิดเดียวกันด้วย

ดังนั้น ถ้า A_q^{mp} และ B_q^{mp} เป็นเทนเซอร์แล้ว $C_q^{mp} = A_q^{mp} + B_q^{mp}$ เป็นเทนเซอร์
ด้วย การบวกเทนเซอร์มีคุณสมบัติของการสลับที่และการจับกลุ่ม

1.8.2 การลบ (subtraction) ผลต่างของสองเทนเซอร์ที่มีค่าลำดับชั้นเหมือนกันและ
ชนิดเดียวกันด้วย ดังนั้น ถ้า A_q^{mp} และ B_q^{mp} เป็นเทนเซอร์แล้ว $D_q^{mp} = A_q^{mp} - B_q^{mp}$ เป็นเทนเซอร์
ด้วย

1.8.3 การคูณภายนอก (outer multiplication) ผลคูณของสองเทนเซอร์เป็นเทนเซอร์
ของค่าลำดับชั้น เท่ากับผลบวกของค่าลำดับชั้นที่กำหนดให้ของทั้งสองเทนเซอร์ ผลคูณนี้เกี่ยวข้องกับ
การคูณธรรมดาของส่วนประกอบของเทนเซอร์เรียกว่า ผลคูณภายนอก (outerproduct) เช่น
 $A_q^{pr} B_s^m = C_{qs}^{prm}$ เป็นผลคูณด้านนอกของ A_q^{pr} กับ B_s^m อย่างไรก็ตาม จงสังเกตว่าไม่ใช่เทนเซอร์
ทุกๆ เทนเซอร์สามารถเขียนเป็นผลคูณของสองเทนเซอร์ของค่าลำดับชั้นที่ต่ำกว่าได้ ด้วยเหตุนี้ การ
หารเทนเซอร์จึงไม่สามารถที่จะทำได้เสมอไป

1.8.4 การคูณภายใน (inner multiplication) โดยวิธีการคูณด้านนอกของสองเทน
เซอร์ด้วยการย่อ เราได้เทนเซอร์ใหม่เรียกว่า ผลคูณภายใน (inner product) ของเทนเซอร์ที่
กำหนดให้ วิธีการนี้เรียกว่าการคูณภายใน (inner multiplication) เช่น การกำหนดให้เทนเซอร์ A_q^{mp}
และ B_{st}^r แล้วผลคูณภายนอกคือ $A_q^{mp} B_{st}^r$ ให้ $q = r$ เราได้ผลคูณภายใน $A_r^{mp} B_{st}^r$ ให้ $q = r$ และ
 $p = s$ ได้ผลคูณภายในอีกผลคูณหนึ่งคือ $A_r^{mp} B_{pt}^r$ ผลคูณภายในและภายนอกของเทนเซอร์สลับที่
ได้

1.8.5 กฎผลหาร (quotient law) สมมติว่าปริมาณ X ไม่ทราบว่าเป็นเทนเซอร์หรือไม่
ถ้าผลคูณภายในของ X กับเทนเซอร์ไม่เจาะจง เป็นเทนเซอร์แล้ว X เป็นเทนเซอร์ด้วย สิ่งนี้
เรียกว่า กฎผลหาร (quotient law)

2. ทฤษฎีความยืดหยุ่น

2.1 ความเค้น (Stress)

ความเค้น (Stress) ตามความเป็นจริงความเค้นหมายถึง แรงต้านทานภายในเนื้อวัสดุที่มี
ต่อแรงภายนอกที่มากระทำต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่ แต่เนื่องจากความไม่เหมาะสมทางปฏิบัติ และ
ความยากในการวัดหาค่านี้ เราจึงมักจะพูดถึงความเค้นในรูปของแรงภายนอกที่มากระทำต่อหนึ่ง

หน่วยพื้นที่ ด้วยเหตุผลที่ว่า แรงกระทำภายนอกมีความสมดุลกับแรงต้านทานภายใน การหาค่าความเค้นสามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้คือ

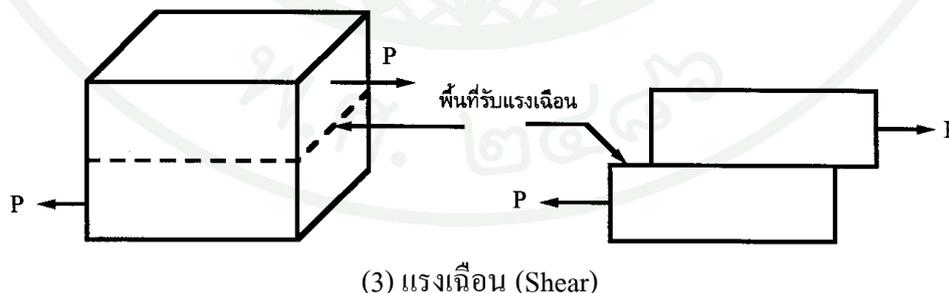
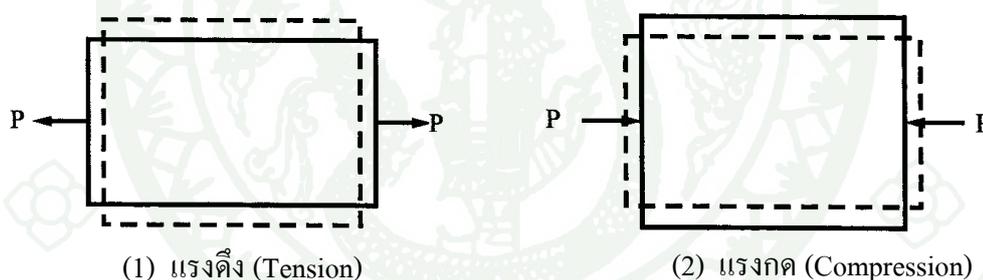
$$\sigma = \frac{P}{A}$$

เมื่อ σ = ความเค้น (Stress) มีหน่วยเป็นปาสกาล (Pa, 1 Pa = 1N/m²) หรือ kgf/mm²
หรือ psi (lbf/in²)

P = แรงภายนอกที่มากระทำ มีหน่วยเป็น N หรือ kgf หรือ lbf

A = พื้นที่ภาคตัดขวางที่แรงกระทำ : m² หรือ mm² หรือ in²

2.1.1 ความเค้นแรงดึง (Tensile Stress) เกิดขึ้นเมื่อมีแรงดึงมากระทำตั้งฉากกับพื้นที่ภาคตัดขวาง โดยพยายามจะแยกเนื้อวัสดุให้แยกขาดออกจากกันดังภาพผนวกที่ ก1- (1)



ภาพผนวกที่ ก1 แสดงลักษณะของแรงกระทำชนิดต่าง ๆ

ที่มา: เศษ พุทธเจริญทอง (2541)

2.1.2 ความเค้นแรงอัด (Compressive Stress) เกิดขึ้นเมื่อมีแรงกดมากระทำตั้งฉากกับพื้นที่ภาคตัดขวาง เพื่อพยายามอัดให้วัสดุมีขนาดสั้นลง ดังรูปที่ ภาพผนวกที่ ก1- (2)

2.1.3 ความเค้นแรงเฉือน (Shear Stress) ใช้สัญลักษณ์ τ เกิดขึ้นเมื่อมีแรงมากระทำให้ทิศทางขนานกับพื้นที่ภาคตัดขวาง เพื่อให้วัสดุเคลื่อนผ่านจากกันดัง ภาพผนวกที่ ก1- (3) มีค่าเท่ากับแรงเฉือน (Shear Force) หารด้วยพื้นที่ภาคตัดขวาง A ซึ่งขนานกับทิศทางของแรงเฉือน ในทางปฏิบัติความเค้นที่เกิดขึ้นจะมีทั้ง 3 แบบนี้พร้อม ๆ กัน

2.2 ความเครียดและการเปลี่ยนรูป (Strain and Deformation)

คือ การเปลี่ยนแปลงรูปร่างของวัสดุ (Deformation) เมื่อมีแรงภายนอกมากระทำ (เกิดความเค้น) การเปลี่ยนรูปของวัสดุนี้เป็นผลมาจากการเคลื่อนที่ภายในเนื้อวัสดุ ซึ่งลักษณะของมันสามารถแบ่งเป็น 2 ชนิดใหญ่ ๆ คือ

2.2.1 การเปลี่ยนรูปแบบยืดหยุ่นหรือความเครียดแบบคืนรูป (Elastic Deformation or Elastic Strain) เป็นการเปลี่ยนรูปในลักษณะที่เมื่อปลดแรงกระทำ อะตอมซึ่งเคลื่อนไปหาเนื่องจากผลของความเค้นจะเคลื่อนกลับเข้าตำแหน่งเดิม ทำให้วัสดุคงรูปร่างเดิมไว้ได้ ตัวอย่างได้แก่ พวงยางยืด, สปริง ถ้าเราดึงมันแล้วปล่อยมันจะกลับไปมีขนาดเท่าเดิม

2.2.2 การเปลี่ยนรูปแบบพลาสติกหรือความเครียดแบบคงรูป (Plastic Deformation or Plastic Strain) เป็นการเปลี่ยนรูปที่ถึงแม้ว่าจะปลดแรงกระทำนั้นออกแล้ววัสดุก็ยังคงรูปร่างตามที่ถูกเปลี่ยนไปนั้น โดยอะตอมที่เคลื่อนที่ไปแล้วจะไม่กลับไปตำแหน่งเดิม

วัสดุทุกชนิดจะมีพฤติกรรมเปลี่ยนรูปทั้งสองชนิดนี้ขึ้นอยู่กับแรงที่มากระทำ หรือความเค้นว่ามีมากน้อยเพียงใด หากไม่เกินพิกัดการคืนรูป (Elastic Limit) แล้ว วัสดุนั้นก็จะมีพฤติกรรมคืนรูปแบบยืดหยุ่น (Elastic Behavior) แต่ถ้าความเค้นเกินกว่าพิกัดการคืนรูปแล้ววัสดุก็จะเกิดการเปลี่ยนรูปแบบถาวรหรือแบบพลาสติก (Plastic Deformation) นอกจากความเครียดทั้ง 2 ชนิดนี้แล้ว ยังมีความเครียดอีกประเภทหนึ่งซึ่งพบในวัสดุประเภทโพลีเมอร์ เช่น พลาสติก เรียกว่าความเครียดกึ่งยืดหยุ่นจะมีลักษณะที่เมื่อปราศจากแรงกระทำวัสดุจะมีการคืนรูป แต่จะไม่กลับไปจนมีลักษณะเหมือนเดิม การวัดและคำนวณหาค่าความเครียดมีอยู่ 2 ลักษณะคือ

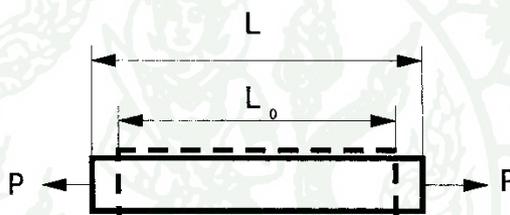
(ก) แบบเส้นตรง ความเครียดที่วัดได้จะเรียกว่า ความเครียดเชิงเส้น (Linear Strain) จะใช้ได้เมื่อแรงที่กระทำทำให้ลักษณะเป็นแรงดึงหรือแรงกด ภาพผนวกที่ ก2 ค่าของความเครียดจะเท่ากับความยาวที่เปลี่ยนไปต่อความยาวเดิม ดังสมการ

$$e = \frac{\Delta L}{L_0}$$

เมื่อ e = ความเครียดเชิงเส้น

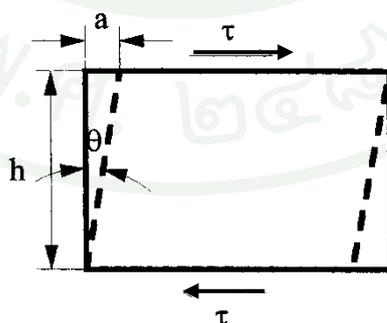
ΔL = ความยาวที่เปลี่ยนไป ($L - L_0$)

L_0 = ความยาวเดิมของวัสดุที่สนใจ หรือ Gage Length



ภาพผนวกที่ ก2 ความเครียดเชิงเส้น (Linear Strain)

ที่มา: เศษ พุทธเจริญทอง (2541)



ภาพผนวกที่ ก3 ความเครียดเฉือน (Shear Strain)

ที่มา: เศษ พุทธเจริญทอง (2541)

(ข) แบบเฉือน เรียกว่า ความเครียดเฉือน (Shear Strain) ใช้นิยามที่แรงที่กระทำมีลักษณะเป็นแรงเฉือน (τ) ดังรูป ค่าของความเครียดจะเท่ากับระยะที่เคลื่อนที่ไปต่อระยะห่างระหว่างระนาบ ดังสมการ

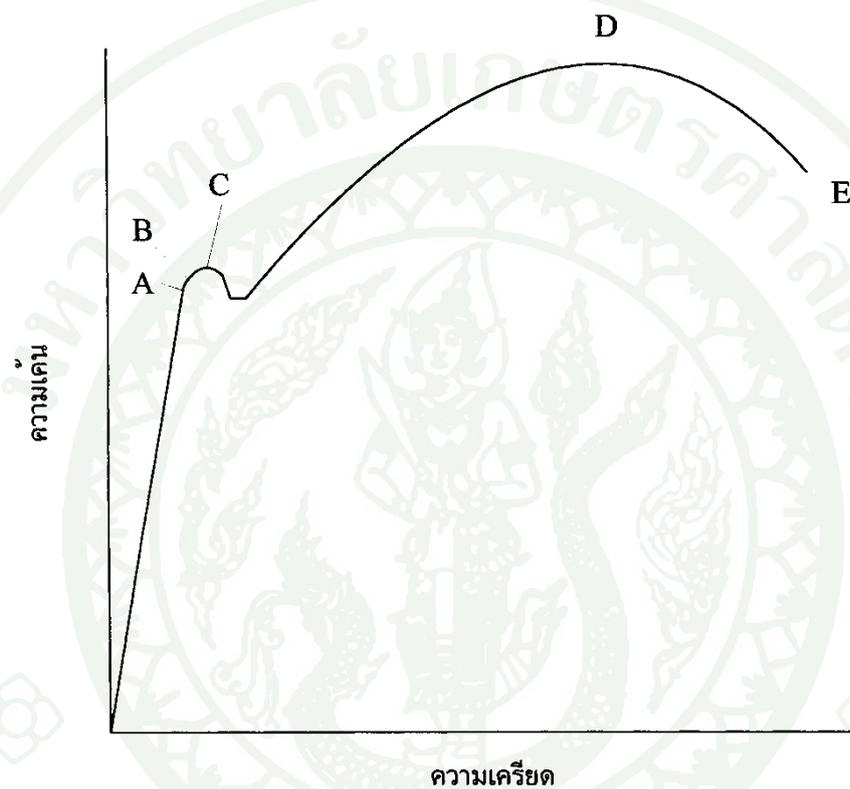
$$\gamma = \frac{a}{h}$$

เมื่อ γ = $\tan \theta \approx \theta$ (Radian ในกรณีที่มุมเล็ก)
 a = ระยะที่เคลื่อนที่ไป (Displacement)
 h = ระยะห่างระหว่างระนาบ
 θ = มุมที่เปลี่ยนไป

จะเห็นว่าค่าของความเครียดทั้งสองแบบไม่มีหน่วย เพราะตัวตั้งและตัวหารมีหน่วยเป็นความยาวอยู่แล้ว

2.3 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียด (Stress-Strain Relationship)

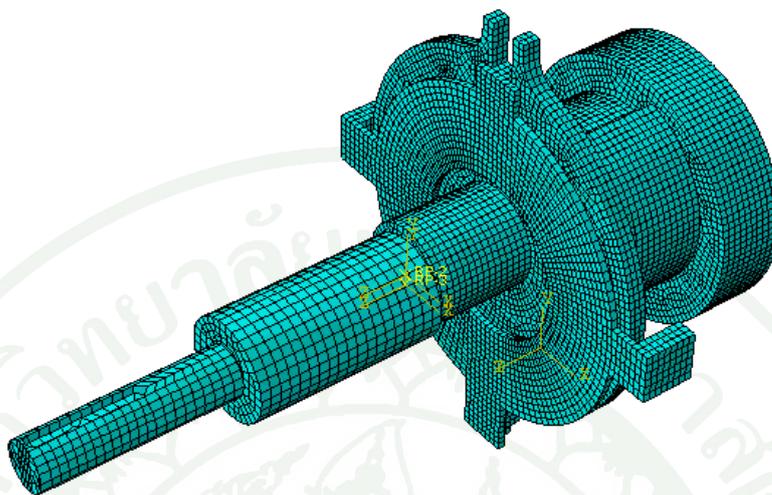
ในการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียด ในที่นี้เราจะใช้เส้นโค้งความเค้น-ความเครียด (Stress-Strain Curve) ซึ่งได้จากการทดสอบแรงดึง (Tensile Test) เป็นหลัก โดยจะพลอตค่าของความเค้นในแกนตั้งและความเครียดในแกนนอน ภาพผนวกที่ ก4 การทดสอบแรงดึง นอกจากจะให้ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น-ความเครียดแล้ว ยังจะแสดงความสามารถในการรับแรงดึงของวัสดุ ความเปราะ เหนียวของวัสดุ (Brittleness and Ductility) และบางครั้งอาจใช้บอกความสามารถในการขึ้นรูปของวัสดุ (Formability) ได้อีกด้วย



ภาพผนวกที่ ก4 เส้นโค้งความเค้น-ความเครียด (Stress-Strain Curve) แบบมีจุดคราก (Yield Point)

ที่มา: เดช พุทธเจริญทอง (2541)

3. FEM model and boundary condition



ภาพผนวกที่ ก5 แสดงจำนวนและขนาดของปัญหาในการวิเคราะห์

3.1 Problem Size

จำนวนของเอลิเมนต์ทั้งหมดของทุกชิ้นส่วน (No. of elements)	73273	เอลิเมนต์
จำนวนของจุดต่อทั้งหมด (Number of nodes)	93513	จุดต่อ
จำนวนตัวแปรทั้งหมด (Total No. of variables)	280971	ตัวแปร
(degrees of freedom plus any lagrange multiplier variables)		

3.2 คุณสมบัติของวัสดุที่ใช้ในการวิเคราะห์ (Property of material)

วัสดุที่ใช้ในงานวิจัยนี้ใช้ Aluminium Alloy 7075 สำหรับทุกชิ้นส่วนในการทำการวิเคราะห์โดยคุณสมบัติต่างๆดังในตารางที่ 1 ถึงตารางที่ 4 โดยเลือกใช้คุณสมบัติดังนี้

$$\text{Mass density} = 2800 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{Young ' Modulus} = 71 \times 10^9$$

$$\text{Poisson 's Ratio} = 0.33$$

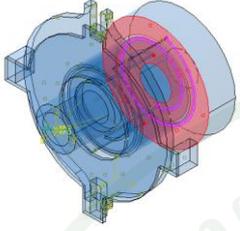
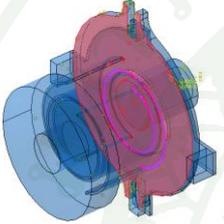
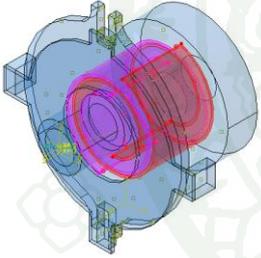
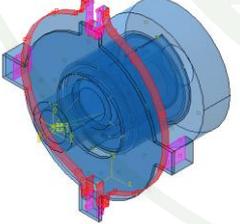
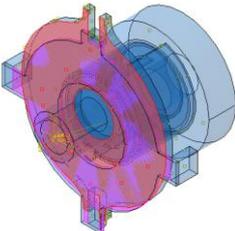
$$\text{Yield Stress} = 500 \times 10^6, 572 \times 10^6$$

$$\text{Plastic Strain} = 0, 0.15$$

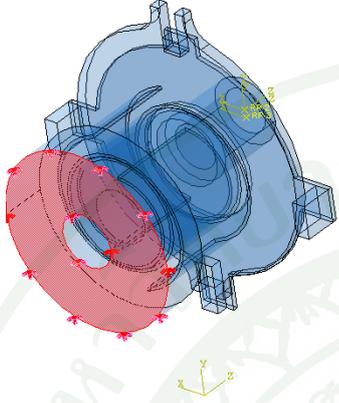
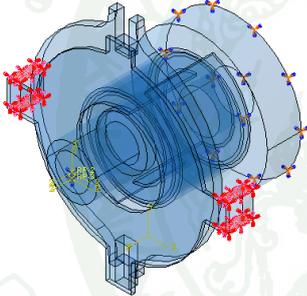
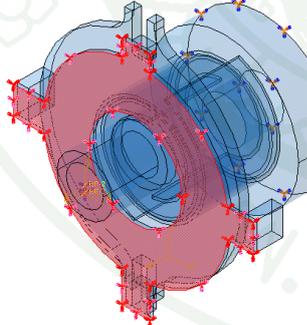
$$\text{Friction Coefficient} = 0.3$$

3.3 การกำหนดภาระและการกำหนดเงื่อนไข (Load and Boundary conditions)

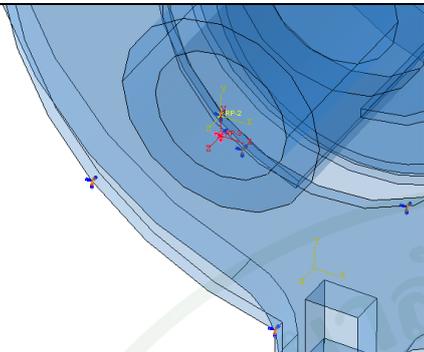
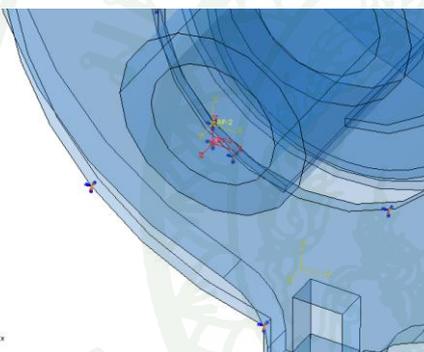
3.3.1 คู่สัมผัสที่เกี่ยวข้องในการทำการวิเคราะห์ (Contact pair interaction)

	<p>1. คู่สัมผัสระหว่างบริเวณพื้นผิวส่วนปลายของใบพัดกันหอยแบบเคลื่อนที่ (Orbit scroll) กับบริเวณพื้นผิวของฐานรองใบพัดกันหอยแบบหยุดนิ่ง (Fixed scroll) ซึ่งบริเวณดังกล่าวนี้มีผลกระทบต่อผลลัพธ์ของการวิเคราะห์ด้วยหากเปรียบเทียบกับกรทดลอง</p>
	<p>2. คู่สัมผัสระหว่างบริเวณพื้นผิวส่วนปลายของใบพัดกันหอยแบบหยุดนิ่ง (Fixed scroll) กับบริเวณพื้นผิวของฐานรองใบพัดกันหอยแบบเคลื่อนที่ (Orbit scroll) ซึ่งบริเวณดังกล่าวนี้มีผลกระทบต่อผลลัพธ์ของการวิเคราะห์ด้วยหากเปรียบเทียบกับกรทดลอง เช่นเดียวกับกรณี 2.1</p>
	<p>3. คู่สัมผัสระหว่างบริเวณพื้นผิวภายนอกของใบพัดกันหอยแบบหยุดนิ่ง (Fixed scroll) กับบริเวณพื้นผิวภายในของใบพัดกันหอยแบบเคลื่อนที่ (Orbit scroll) โดยบริเวณผิวสัมผัสทั้งคู่จะเกิดแรงเนื่องจากการสัมผัสกันตลอดช่วงเวลาของการเคลื่อนที่</p>
	<p>4. คู่สัมผัสระหว่างพื้นผิวด้านข้างของโอลด์แฮมริง (Oldham ring) กับพื้นผิวด้านข้างของใบพัดกันหอยแบบเคลื่อนที่ (Orbit scroll) ซึ่งเป็นหัวข้อวิจัยที่ใช้ในการศึกษาความเสียหายที่เกิดขึ้นระหว่างบริเวณผิวสัมผัสทั้งคู่</p>
	<p>5. คู่สัมผัสระหว่างพื้นผิวของโอลด์แฮมริง (Oldham ring) ด้านหน้าที่ประกบเข้ากับด้านหลังของใบพัดกันหอยแบบเคลื่อนที่ (Orbit scroll) ซึ่งหัวข้อวิจัยนี้จะศึกษาความเสียหายที่เกิดขึ้นระหว่างบริเวณผิวสัมผัสทั้งคู่ด้วย</p>

3.3.2 การกำหนดภาระสถิตและการกำหนดเงื่อนไขบังคับ (Static Load and Constraints)

	<p>1. การกำหนดเงื่อนไขบังคับโดยกำหนดให้บริเวณฐานของใบพัดกันหอยแบบหยุดนิ่ง (Fixed scroll) ซึ่งเป็นตำแหน่งที่มีการยึดติดเข้ากับตัวเรือนปั๊ม (Casing) นั้น มีเงื่อนไขบังคับเป็นดังนี้</p> <p>1.1 กำหนดไม่ให้เกิดการเคลื่อนที่ของบริเวณดังกล่าวในแนวแกน x, y, z</p> <p>1.2 กำหนดไม่ให้เกิดการเคลื่อนที่แบบหมุนของบริเวณดังกล่าวรอบแกน x, y, z (กำหนดให้ทุก Degree of freedom มีค่าเป็นศูนย์)</p> <p>$(U1 = U2 = U3 = UR1 = UR2 = UR3 = 0)$</p>
	<p>2. เนื่องจากการเคลื่อนที่ของโพลด์แฮมริงในความเป็นจริงนั้นมีการเคลื่อนที่แบบเชิงเส้นเฉพาะในแนวแกน x เท่านั้น ดังนั้นจึงจำกัดการเคลื่อนที่ทุกลำดับชั้นความเสรี (Degree of freedom) ในส่วนอื่นๆ ดังนี้</p> <p>$(U2 = U3 = UR1 = UR2 = UR3 = 0)$</p>
	<p>3. บริเวณด้านหลังของโพลด์แฮมริงกำหนดไม่ให้เกิดการเคลื่อนที่ถอยหลังในแนวแกน z เนื่องจากมีตัวป้องกันการเคลื่อนที่ถอยหลังของโพลด์แฮมริงจำกัดไว้ ดังนั้นจึงจำกัดการเคลื่อนที่ในลำดับชั้นความเสรี (Degree of freedom) ในส่วนดังกล่าวดังนี้</p> <p>$(U3 = UR1 = UR2 = UR3 = 0)$</p>
<p>$U1$ = ค่าการเคลื่อนที่ตามแนวแกน 1(X) $U2$ = ค่าการเคลื่อนที่ตามแนวแกน 2(Y) $U3$ = ค่าการเคลื่อนที่ตามแนวแกน 3(Z)</p> <p>$UR1$ = ค่าการเคลื่อนที่ที่หมุนรอบแกน 1(X) $UR2$ = ค่าการเคลื่อนที่ที่หมุนรอบแกน 2(Y) $UR3$ = ค่าการเคลื่อนที่ที่หมุนรอบแกน 3(Z)</p>	

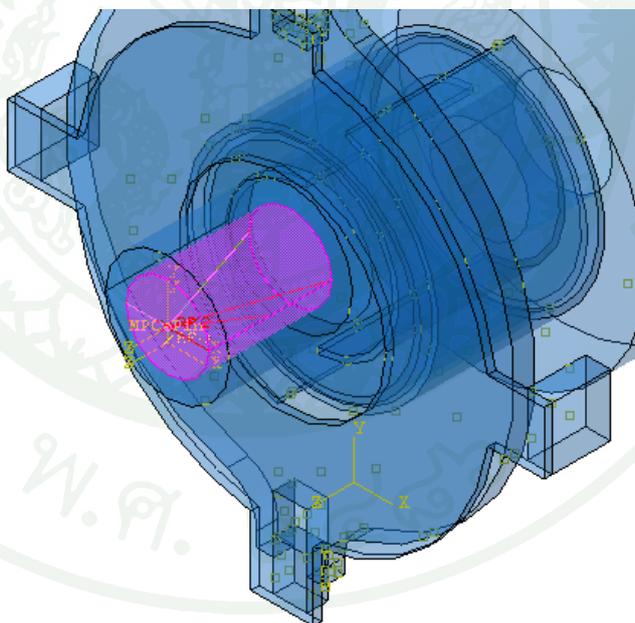
Boundary condition (ต่อ)

	<p>4. การกำหนดให้ไบพัดกั้นหอยแบบเคลื่อนที่มีการเคลื่อนที่แบบ Translation and Rotation รอบแกนหมุนของเพลลาจะเป็นการกำหนดความเร็วเชิงมุมในการเคลื่อนที่ให้กับจุดอ้างอิงบนตัวไบพัดเสมือนกำหนดให้ไบพัดมีลักษณะเป็นจุดแล้วเคลื่อนที่รอบจุดหมุนของแกนเพลลาซึ่งจะกำหนดเป็นจุดอ้างอิงอีกจุดหนึ่ง มีวิธีการดังหัวข้อที่ 5.</p>
	<p>5. การกำหนดให้มีการเคลื่อนที่รอบจุดหมุนของแกนเพลลาจะกำหนดให้มีการเคลื่อนที่ได้เฉพาะแกน x, y เท่านั้น ดังนั้นจึงจำกัดการเคลื่อนที่ในลำดับชั้นความเสรี (Degree of freedom) ในส่วนของจุดอ้างอิงดังกล่าว ดังนี้ ($U3 = UR1 = UR2 = UR3 = 0$) และเชื่อมต่อไปยังจุดอ้างอิงบนแกนเพลลาที่จำกัดการเคลื่อนที่ในลำดับชั้นความเสรี (Degree of freedom) ในส่วนของจุดอ้างอิงดังกล่าวดังนี้ ($U1 = U2 = U3 = UR1 = UR2 = 0$) และกำหนดให้ความเร็วรอบแกนเพลลา ($UR3 = 151.80 \text{ rad / s}$)</p>
<p>U1 = ค่าการเคลื่อนที่ตามแนวแกน 1(X) U2 = ค่าการเคลื่อนที่ตามแนวแกน 2(Y) U3 = ค่าการเคลื่อนที่ตามแนวแกน 3(Z)</p>	<p>UR1 = ค่าการเคลื่อนที่ที่หมุนรอบแกน 1(X) UR2 = ค่าการเคลื่อนที่ที่หมุนรอบแกน 2(Y) UR3 = ค่าการเคลื่อนที่ที่หมุนรอบแกน 3(Z)</p>

3.4 การกำหนดภาวะแบบพลศาสตร์และการกำหนดเงื่อนไขบังคับ

(Dynamic Load and Dynamic Constraints)

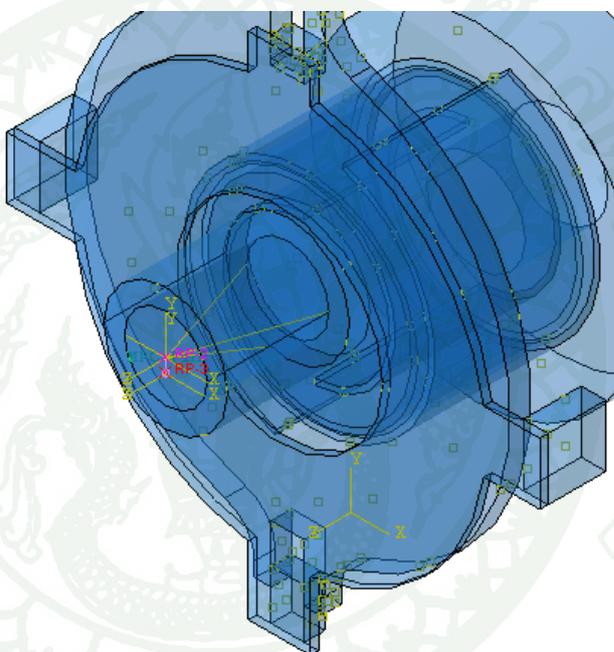
การกำหนดภาวะแบบพลศาสตร์ให้กับใบพัดกั้นหอยแบบเคลื่อนที่นั้นจะอ้างอิงจากจุดอ้างอิง (reference point) ซึ่งทำหน้าที่เหมือนกับเป็นตัวแทนของร่องเพลลาที่ใช้ในการสวมเพลลาเข้ากับตัวใบพัดนั่นเอง ดังนั้นจุดอ้างอิงนี้จะต้องถูกกำหนดขึ้นและกำหนดให้มันมีความสัมพันธ์กับผนังของร่องสำหรับสวมเพลลา (บริเวณสีชมพู) เสมือนว่าเป็นชิ้นเดียวกัน ยกตัวอย่างเช่น หากจับจุดอ้างอิง (reference point) หมุนรอบแกน z ไป $\theta = 90^\circ$ ก็จะทำให้ตัวใบพัดกั้นหอยแบบเคลื่อนที่หมุนไปเท่ากับขนาดของมุมที่จุดอ้างอิงหมุนไป ซึ่งนั่นก็คือ $\theta = 90^\circ$ นั่นเอง และในความเป็นจริง การเคลื่อนที่ของใบพัดนั้นจะเคลื่อนที่แบบการกระจัดเชิงหมุน (Translation and Rotation) ตามการหมุนของแกนเพลลา โดยมีการกระจัดในแนวแกน x, y เท่านั้น ดังนั้นจึงจำกัดการเคลื่อนที่ในลำดับขั้นความเสรี (Degree of freedom) ในส่วนของจุดอ้างอิงดังกล่าวดังนี้เป็น

$$(U3 = UR1 = UR2 = UR3 = 0)$$


ภาพผนวกที่ 6 การกำหนดเงื่อนไขบังคับและภาวะให้กับแบบจำลอง

ในส่วนของการกำหนดภาวะแบบพลศาสตร์ (dynamic loads) ในงานวิจัยนี้จำเป็นต้องกำหนดความเร็วเชิงมุมให้กับแกนเพลลา โดยจะต้องสร้างจุดอ้างอิงจุดอ้างอิง (reference point RP-3) ซึ่งทำหน้าที่เหมือนกับเป็นตัวแทนของแกนเพลลาและกำหนดให้มีภาวะความเร็วเชิงมุมเท่ากับ

151.80 rad/s โดยจุดอ้างอิงดังกล่าวนี้กำหนดให้มีความสัมพันธ์กับจุดอ้างอิงบนตัวใบพัดแบบเคลื่อนที่ (RP-2) เป็นแบบยึดแน่นซึ่งจำกัดค่าความเร็วของการเคลื่อนตัวทุกลำดับชั้นของความเร็วของการเคลื่อนตัว ($U1=U2=U3=UR1=UR2=UR3=0$) โดยทั้งสองจุดมีระยะห่างเท่ากับระยะเยื้องศูนย์กลางของแกนเพลลาซึ่งมีค่าเท่ากับ 3.30 mm . และกำหนดให้จุดอ้างอิงบนแกนเพลลา (RP-3) มีการเคลื่อนที่แบบหมุนรอบแกน z เพียงอย่างเดียว โดยจำกัดการเคลื่อนที่ในลำดับชั้นความเร็ว (Degree of freedom) ในส่วนของจุดอ้างอิงดังกล่าวดังนี้เป็น ($U1=U2=U3=UR1=UR2=0$)



ภาพผนวกที่ ก7 การกำหนดเงื่อนไขบังคับและภาระให้กับแบบจำลอง



1. ตัวอย่างการคำนวณพิกัดเส้นเวียนก้นหอย

ในการคำนวณนี้ได้ยกตัวอย่างการคำนวณพิกัดเส้นเวียนก้นหอยที่ค่าสัมประสิทธิ์ก้นหอย (α) เท่ากับ 1.5 มิลลิเมตร ค่าความแตกต่างของมุมเริ่มต้นการโค้ง (β) เท่ากับ 0.3π เรเดียน และมุมข้อเหวี่ยง (θ) เท่ากับ π เรเดียน ซึ่งสามารถเขียนคำสั่งการคำนวณได้ดังต่อไปนี้

1.1 คำสั่งการคำนวณหาค่าพิกัดเส้นเวียนโค้งภายใน (Inner scroll) และเส้นเวียนโค้งภายนอก (Outer scroll) ของใบพัดก้นหอยแบบหยุดนิ่ง (Fixed Scroll)

```
%% Fixed scroll – inner 3pi<lamda<6pi – outer 5pi<lamda<8pi
```

```
'Fixed scroll at beta = 0.3pi'
```

```
alpha=1.5;
```

```
beta=0.3*pi;
```

```
setaa=1*pi;
```

```
'Inner scroll'
```

```
for lamda=3*pi:0.1*pi:6*pi;
```

```
    x=alpha*(cos(lamda)+(lamda+pi-beta)*sin(lamda));
```

```
    y=alpha*(sin(lamda)-(lamda+pi-beta)*cos(lamda));
```

```
    fprintf(' %10.2f   %10.2f \n',x,y)
```

```
end
```

```
'Outer scroll'
```

```
for lamda=5*pi:0.1*pi:8*pi;
```

```
    x2=alpha*(cos(lamda)+(lamda-pi)*sin(lamda));
```

```
    y2=alpha*(sin(lamda)-(lamda-pi)*cos(lamda));
```

```
    fprintf(' %10.2f   %10.2f \n',x2,y2)
```

```
end
```

1.2 คำสั่งการคำนวณหาค่าพิกัดเส้นเวียนโค้งภายใน (Inner scroll) และเส้นเวียนโค้งภายนอก (Outer scroll) ของใบพัดก้านหอยแบบเคลื่อนที่ (Orbiting Scroll)

```
%% Orbiting scroll – inner  $4\pi < \lambda < 7\pi$  – outer  $4\pi < \lambda < 7\pi$ 

'Orbiting scroll at beta = 0.3pi'
alpha=1.5;
beta=0.3*pi;
setaa=1*pi;

'Inner scroll'
for lamda=4*pi:0.1*pi:7*pi;
    x=alpha*(cos(lamda)+(lamda-beta)*sin(lamda))+alpha*(pi-beta)*cos(setaa);
    y=alpha*(sin(lamda)-(lamda-beta)*cos(lamda))+alpha*(pi-beta)*sin(setaa);
    fprintf(' %10.2f   %10.2f \n',x,y)
end

'Outer scroll'
for lamda=4*pi:0.1*pi:7*pi;
    x2=alpha*(cos(lamda)+(lamda)*sin(lamda))+alpha*(pi-beta)*cos(setaa);
    y2=alpha*(sin(lamda)-(lamda)*cos(lamda))+alpha*(pi-beta)*sin(setaa);
    fprintf(' %10.2f   %10.2f \n',x2,y2)
end
```

จากคำสั่งการคำนวณหาค่าพิกัดเส้นเวียนโค้งภายในและเส้นเวียนโค้งภายนอกของใบพัดก้านหอยแบบหยุดนิ่งและแบบเคลื่อนที่ จะได้ผลการคำนวณโดยใช้โปรแกรมสำเร็จ MATLAB ดังแสดงในตารางผนวกที่ ข1 และตารางผนวกที่ ข2 ตามลำดับ

ตารางผนวกที่ ข1 ผลการคำนวณหาค่าพิกัดเส้นเวียนโค้งภายในและเส้นเวียนโค้งภายนอกของ
ใบพัดกั้นหอยแบบหยุดนิ่ง

ค่าพิกัดเส้นเวียนโค้งภายใน		ค่าพิกัดเส้นเวียนโค้งภายนอก	
x	y	x	y
-1.50	17.44	-1.50	18.85
-6.96	16.57	-7.40	17.91
-12.02	13.99	-12.85	15.13
-16.13	9.87	-17.28	10.70
-18.84	4.54	-20.18	4.98
-19.79	-1.50	-21.21	-1.50
-18.81	-7.69	-20.15	-8.13
-15.89	-13.40	-17.04	-14.23
-11.25	-18.04	-12.08	-19.18
-5.27	-21.08	-5.71	-22.42
1.50	-22.15	1.50	-23.56
8.42	-21.05	8.85	-22.39
14.79	-17.80	15.62	-18.94
19.94	-12.64	21.09	-13.47
23.32	-6.00	24.66	-6.44
24.50	1.50	25.92	1.50
23.29	9.14	24.63	9.58
19.71	16.17	20.85	17.00
14.02	21.85	14.85	22.99

ตารางผนวกที่ ข1 (ต่อ)

ค่าพิกัดเส้นเวียนโค้งภายใน		ค่าพิกัดเส้นเวียนโค้งภายนอก	
x	y	x	y
6.73	25.56	7.17	26.91
-1.50	26.86	-1.50	28.27
-9.87	25.53	-10.31	26.88
-17.56	21.61	-18.39	22.76
-23.76	15.41	-24.90	16.24
-27.80	7.46	-29.15	7.89
-29.22	-1.50	-30.63	-1.50
-27.77	-10.60	-29.12	-11.04
-23.52	-18.94	-24.66	-19.77
-16.79	-25.66	-17.62	-26.81
-8.18	-30.04	-8.62	-31.39
1.50	-31.57	1.50	-32.99

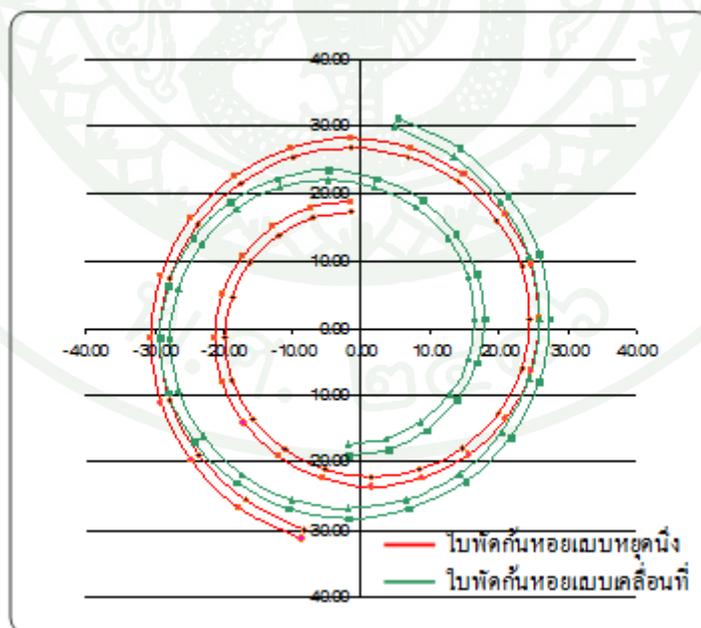
ตารางผนวกที่ ข2 ผลการคำนวณหาค่าพิกัดเส้นเวียนโค้งภายในและเส้นเวียนโค้งภายนอกของ
ใบพัดกั้นหอยแบบเคลื่อนที่

ค่าพิกัดเส้นเวียนโค้งภายใน		ค่าพิกัดเส้นเวียนโค้งภายนอก	
x	y	x	y
-1.80	-17.44	-1.50	-18.85
3.66	-16.57	-7.40	-17.91
8.72	-13.99	-12.85	-15.13
12.83	-9.87	-17.28	-10.70
15.54	-4.54	-20.18	-4.98
16.49	1.50	-21.21	1.50
15.51	7.69	-20.15	8.13
12.59	13.40	-17.04	14.23
7.95	18.04	-12.08	19.18
1.97	21.08	-5.71	22.42
-4.80	22.15	1.50	23.56
-11.72	21.05	8.85	22.39
-18.08	17.80	15.62	18.94
-23.24	12.64	21.09	13.47
-26.62	6.00	24.66	6.44
-27.80	-1.50	25.92	-1.50
-26.59	-9.14	24.63	-9.58
-23.00	-16.17	20.85	-17.00
-17.32	-21.85	14.85	-22.99
-10.03	-25.56	-1.50	-26.91
-1.80	-26.86	-10.31	-28.27
6.57	-25.53	-18.39	-26.88
14.26	-21.61	15.09	-22.76
20.46	-15.41	21.60	-16.24

ตารางผนวกที่ ข2 (ต่อ)

ค่าพิกัดเส้นเวียนโค้งภายใน		ค่าพิกัดเส้นเวียนโค้งภายนอก	
x	y	x	y
24.50	-7.46	25.85	-7.89
25.92	1.50	27.33	1.50
24.47	10.60	25.82	11.04
20.22	18.94	21.36	19.77
13.49	25.66	14.32	26.81
4.89	30.04	5.32	31.39
-4.80	31.57	-4.80	32.99

จากข้อมูลในตารางผนวกที่ ข1 และ ข2 สามารถนำมาวาดเส้นเวียนโค้งภายในและภายนอกของใบพัดกังหันหอย ได้ดังภาพผนวกที่ ข1



ภาพผนวกที่ ข1 เส้นเวียนโค้งภายในและภายนอกของใบพัดกังหันหอยที่มีมุมข้อเหวี่ยง π เรเดียน

2. ตัวอย่างการคำนวณหาตรีศมีการหมุนของใบพัดกังหันแบบเคลื่อนที่

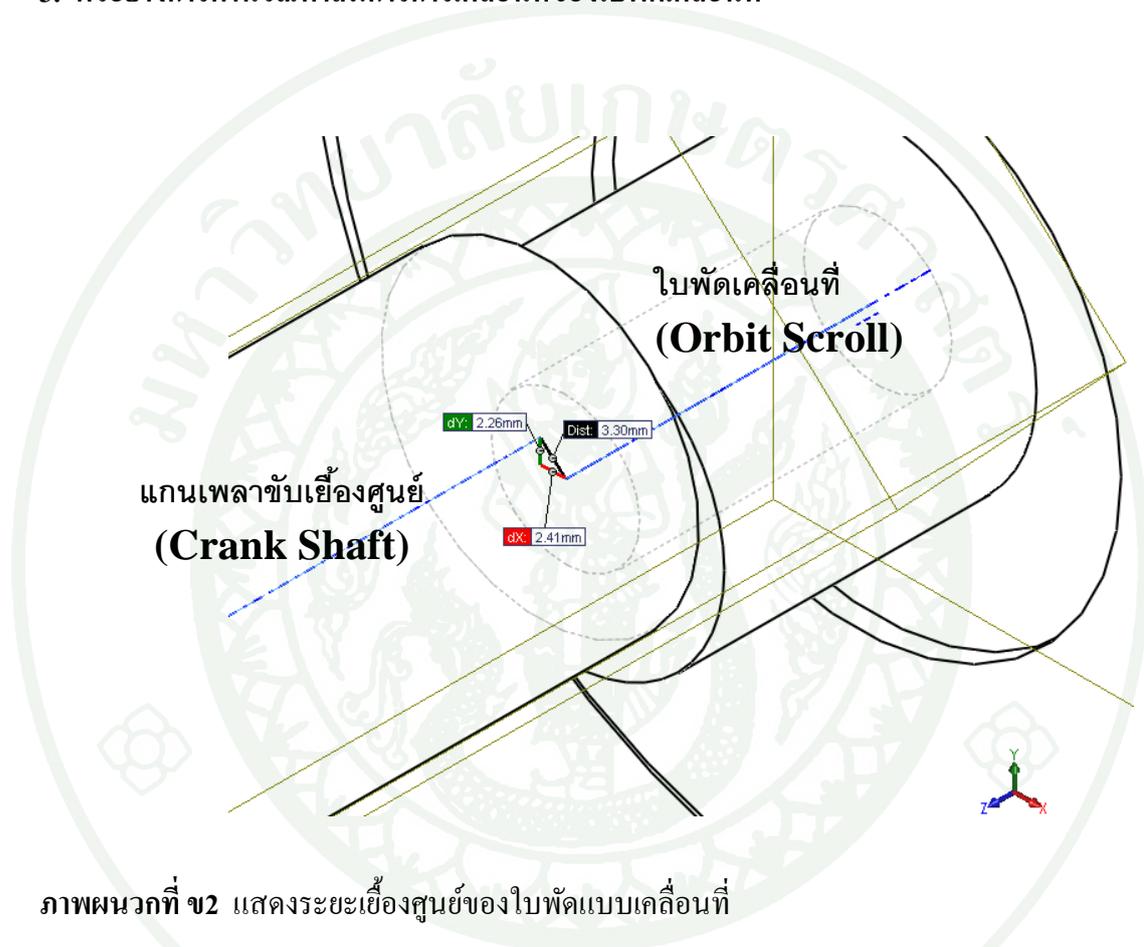
ในการคำนวณหาตรีศมีการหมุนของใบพัดกังหันแบบเคลื่อนที่นั้น สามารถคำนวณได้จาก ครึ่งหนึ่งของผลต่างระหว่างจุดไกลสุด ($\theta = 0.4 \pi$) กับจุดใกล้สุด ($\theta = 1.4 \pi$) จากจุด (0,0) ของ ใบพัดกังหันแบบเคลื่อนที่ ดังแสดงในตารางผนวกที่ ข3

ตารางผนวกที่ ข3 การคำนวณหาจุดที่มีระยะไกลสุดและระยะใกล้สุดจากจุด (0,0)

มุมข้อเหวี่ยง	พิกัดฉากอ้างอิง		ระยะห่างจากจุด (0,0)
	x	y	
0.0pi	11.92	31.39	33.58
0.1pi	11.76	32.41	34.48
0.2pi	11.29	33.33	35.19
0.3pi	10.56	34.06	35.66
0.4pi	9.64	34.52	35.84
0.5pi	8.62	34.69	35.74
0.6pi	7.60	34.52	35.35
0.7pi	6.68	34.06	34.71
0.8pi	5.95	33.33	33.86
0.9pi	5.48	32.41	32.87
1.0pi	5.32	31.39	31.84
1.1pi	5.48	30.37	30.86
1.2pi	5.95	29.45	30.05
1.3pi	6.68	28.72	29.49
1.4pi	7.60	28.25	29.25
1.5pi	8.62	28.09	29.38
1.6pi	9.64	28.25	29.85
1.7pi	10.56	28.72	30.60
1.8pi	11.29	29.45	31.54
1.9pi	11.76	30.37	32.57
2.0pi	11.92	31.39	33.58

จากตารางผนวกที่ ข3 สามารถคำนวณหาระยะจุดไกลสุดและจุดใกล้สุดจากจุด (0,0) ของใบพัดกันหอยแบบเคลื่อนที่ ได้เป็น 35.84 และ 29.25 มิลลิเมตร ตามลำดับ ดังนั้นรัศมีการหมุนของใบพัดกันหอยมีค่าเท่ากับ $\frac{35.84 - 29.25}{2} = 3.295 \cong 3.30$ มิลลิเมตร

3. ตัวอย่างการคำนวณหาสมการการเคลื่อนที่ของใบพัดเคลื่อนที่



ลักษณะการเคลื่อนที่ของใบพัดกันหอยแบบเคลื่อนที่นั้นจะเป็นลักษณะของการเคลื่อนที่แบบการกระจัดแบบวงกลม (translation and rotation) โดยมีจุดศูนย์กลางของการหมุนอยู่ที่แกนของเพลลาขับซึ่งมีระยะเยื้องศูนย์ (eccentricity) รัศมี 3.30 มิลลิเมตร ดังนั้นสามารถสร้างความสัมพันธ์ในรูปสมการการเคลื่อนที่ของใบพัดกันหอยแบบเคลื่อนที่ที่รอบแกนหมุนของเพลลาขับได้ดังนี้

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$

โดยที่ h, k คือจุดศูนย์กลางของแกนเพลลาขับและ r คือค่ารัศมีการเยื้องศูนย์

ตารางผนวกที่ ข4 ผลการคำนวณหาค่าความดันเนื่องจากการชนเชิงสัมผัสสูงสุดในแต่ละรอบของการเคลื่อนที่เพลลาขับ

ค่าความดันสัมผัสสูงสุดในแต่ละรอบของการเคลื่อนที่ของเพลลาขับ				
Maximum Contact pressure (Pa)				
เวลา (sec)	มุมการเคลื่อนที่ (Degree)	มุมการเคลื่อนที่ (radian)	โอล์ดแฮมริง (Oldham Ring)	ไบพัดกั้นหอย (Orbit Scroll)
0	90	0	1.19E+06	6.53E+05
0.002069	72	0.1π	0.00E+00	0.00E+00
0.004138	54	0.2π	0.00E+00	0.00E+00
0.006207	36	0.3π	0.00E+00	0.00E+00
0.008276	18	0.4π	0.00E+00	0.00E+00
0.010345	360	0.5π	0.00E+00	0.00E+00
0.012414	-342	0.6π	1.15E+06	0.00E+00
0.014483	-324	0.7π	1.50E+06	1.93E+04
0.016552	-306	0.8π	0.00E+00	0.00E+00
0.018621	-288	0.9π	9.91E+05	5.05E+04
0.02069	-270	1.0π	7.11E+06	3.93E+05
0.022759	-252	1.1π	0.00E+00	0.00E+00
0.024828	-234	1.2π	0.00E+00	0.00E+00
0.026897	-216	1.3π	0.00E+00	0.00E+00
0.028966	-198	1.4π	0.00E+00	6.28E+05
0.031035	-180	1.5π	0.00E+00	0.00E+00
0.033104	162	1.6π	0.00E+00	0.00E+00
0.035173	144	1.7π	0.00E+00	0.00E+00
0.037241	126	1.8π	0.00E+00	0.00E+00
0.039311	108	1.9π	0.00E+00	0.00E+00
0.041379	90	2.0π , 0	1.19E+06	0.00E+00
0.043449	72	0.1π	0.00E+00	0.00E+00

ตารางผนวกที่ ข4 (ต่อ)

ค่าความดันสัมผัสสูงสุดในแต่ละรอบของการเคลื่อนที่ของเฟลาจับ				
Maximum Contact pressure (Pa)				
เวลา (sec)	มุมการเคลื่อนที่ (Degree)	มุมการเคลื่อนที่ (radian)	โอลด์แฮมริง (Oldham Ring)	ไบพัดกันหอย (Orbit Scroll)
0.045517	54	0.2π	0.00E+00	0.00E+00
0.047586	36	0.3π	9.42E+05	0.00E+00
0.049655	18	0.4π	0.00E+00	0.00E+00
0.051724	360	0.5π	2.50E+06	3.60E+04
0.053793	-342	0.6π	1.63E+06	2.02E+04
0.055862	-324	0.7π	1.06E+06	1.12E+04
0.057931	-306	0.8π	8.96E+05	2.22E+04
0.06	-288	0.9π	7.44E+05	5.26E+04
0.062069	-270	1.0π	5.22E+05	0.00E+00
0.064138	-252	1.1π	9.96E+05	0.00E+00
0.066207	-234	1.2π	0.00E+00	0.00E+00
0.068276	-216	1.3π	0.00E+00	0.00E+00
0.070345	-198	1.4π	0.00E+00	1.33E+05
0.072414	-180	1.5π	0.00E+00	0.00E+00
0.074483	162	1.6π	0.00E+00	0.00E+00
0.076552	144	1.7π	0.00E+00	0.00E+00
0.078621	126	1.8π	0.00E+00	0.00E+00
0.08069	108	1.9π	0.00E+00	0.00E+00
0.082759	90	$2.0 \pi, 0$	0.00E+00	0.00E+00
0.084828	72	0.1π	0.00E+00	0.00E+00
0.086897	54	0.2π	0.00E+00	0.00E+00
0.088966	36	0.3π	1.20E+06	0.00E+00

ตารางผนวกที่ ข4 (ต่อ)

ค่าความดันสัมผัสสูงสุดในแต่ละรอบของการเคลื่อนที่ของเฟลาจับ				
Maximum Contact pressure (Pa)				
เวลา (sec)	มุมการเคลื่อนที่ (Degree)	มุมการเคลื่อนที่ (radian)	โอลด์แฮมริง (Oldham Ring)	ไบพัดกันหอย (Orbit Scroll)
0.091035	18	0.4π	1.27E+06	6.96E+03
0.093104	360	0.5π	2.21E+06	3.86E+04
0.095173	-342	0.6π	2.02E+06	2.09E+04
0.097242	-324	0.7π	1.12E+06	1.21E+04
0.099311	-306	0.8π	9.98E+05	2.89E+04
0.10138	-288	0.9π	7.00E+05	5.25E+04
0.103449	-270	1.0π	6.67E+05	0.00E+00
0.105518	-252	1.1π	9.90E+05	0.00E+00
0.107586	-234	1.2π	0.00E+00	0.00E+00
0.109656	-216	1.3π	0.00E+00	0.00E+00
0.111724	-198	1.4π	0.00E+00	6.66E+05
0.113793	-180	1.5π	0.00E+00	0.00E+00
0.115862	162	1.6π	0.00E+00	0.00E+00
0.117931	144	1.7π	0.00E+00	0.00E+00
0.12	126	1.8π	0.00E+00	0.00E+00
0.122069	108	1.9π	0.00E+00	0.00E+00
0.124138	90	$2.0 \pi, 0$	0.00E+00	0.00E+00
0.126207	72	0.1π	0.00E+00	0.00E+00
0.128276	54	0.2π	0.00E+00	0.00E+00
0.130345	36	0.3π	1.56E+06	0.00E+00
0.132414	18	0.4π	0.00E+00	5.73E+03
0.134483	360	0.5π	1.10E+06	2.52E+04

ตารางผนวกที่ ข4 (ต่อ)

ค่าความดันสัมผัสสูงสุดในแต่ละรอบของการเคลื่อนที่ของเฟลาจับ				
Maximum Contact pressure (Pa)				
เวลา (sec)	มุมการเคลื่อนที่ (Degree)	มุมการเคลื่อนที่ (radian)	โอลด์แฮมริง (Oldham Ring)	ไบพัดกันหอย (Orbit Scroll)
0.136552	-342	0.6π	8.76E+05	8.37E+03
0.138621	-324	0.7π	7.29E+05	1.65E+04
0.14069	-306	0.8π	4.43E+05	3.78E+04
0.142759	-288	0.9π	8.56E+05	6.93E+04
0.144828	-270	1.0π	8.57E+05	1.23E+05
0.146897	-252	1.1π	1.30E+06	0.00E+00
0.148966	-234	1.2π	2.21E+06	0.00E+00
0.151035	-216	1.3π	0.00E+00	0.00E+00
0.153104	-198	1.4π	0.00E+00	4.44E+05
0.155173	-180	1.5π	0.00E+00	2.50E+05
0.157242	162	1.6π	0.00E+00	0.00E+00
0.159311	144	1.7π	0.00E+00	0.00E+00
0.16138	126	1.8π	0.00E+00	0.00E+00
0.163449	108	1.9π	0.00E+00	0.00E+00
0.165518	90	2.0π , 0	0.00E+00	0.00E+00
0.165552	72	0.1π	0.00E+00	0.00E+00

ตารางผนวกที่ ข5 ผลการคำนวณหาค่าความเค้นสูงสุดในแต่ละรอบของการเคลื่อนที่

ค่าความเค้นสูงสุดในแต่ละรอบของการเคลื่อนที่ของเพลลาจับ				
Maximum Von mises Stress (Pa)				
เวลา (sec)	มุมการเคลื่อนที่ (Degree)	มุมการเคลื่อนที่ (radian)	โอดด์แฮมริง (Oldham Ring)	ใบพัดกั้นหอย (Orbit Scroll)
0	90	0	0	0
0.002069	72	0.1π	8.70E+07	7.48E+07
0.004138	54	0.2π	1.88E+07	1.64E+07
0.006207	36	0.3π	2.00E+07	2.23E+07
0.008276	18	0.4π	4.39E+07	1.97E+07
0.010345	360	0.5π	3.90E+07	2.08E+07
0.012414	-342	0.6π	4.18E+07	2.56E+07
0.014483	-324	0.7π	3.66E+07	1.84E+07
0.016552	-306	0.8π	4.06E+07	2.70E+07
0.018621	-288	0.9π	3.55E+07	1.85E+07
0.02069	-270	1.0π	5.03E+07	3.40E+07
0.022759	-252	1.1π	4.38E+07	1.85E+07
0.024828	-234	1.2π	4.84E+07	2.43E+07
0.026897	-216	1.3π	5.17E+07	2.49E+07
0.028966	-198	1.4π	5.28E+07	1.82E+07
0.031035	-180	1.5π	6.33E+07	2.91E+07
0.033104	162	1.6π	6.00E+07	2.05E+07
0.035173	144	1.7π	7.26E+07	3.00E+07
0.037241	126	1.8π	1.16E+08	6.47E+07
0.039311	108	1.9π	9.21E+07	3.19E+07
0.041379	90	$2.0 \pi, 0$	9.55E+07	3.09E+07
0.043449	72	0.1π	9.97E+07	3.46E+07

ตารางผนวกที่ ข5 (ต่อ)

ค่าความเค้นสูงสุดในแต่ละรอบของการเคลื่อนที่ของเฟลาจับ				
Maximum Von mises Stress (Pa)				
เวลา (sec)	มุมการเคลื่อนที่ (Degree)	มุมการเคลื่อนที่ (radian)	โอลด์แฮมริง (Oldham Ring)	ไบพัดกันหอย (Orbit Scroll)
0.045517	54	0.2π	9.27E+07	3.37E+07
0.047586	36	0.3π	9.94E+07	3.34E+07
0.049655	18	0.4π	9.86E+07	2.85E+07
0.051724	360	0.5π	9.79E+07	3.38E+07
0.053793	-342	0.6π	9.53E+07	3.12E+07
0.055862	-324	0.7π	9.56E+07	3.75E+07
0.057931	-306	0.8π	9.46E+07	3.28E+07
0.06	-288	0.9π	9.21E+07	3.16E+07
0.062069	-270	1.0π	9.02E+07	3.18E+07
0.064138	-252	1.1π	8.65E+07	3.26E+07
0.066207	-234	1.2π	8.86E+07	2.93E+07
0.068276	-216	1.3π	8.76E+07	3.59E+07
0.070345	-198	1.4π	9.32E+07	2.94E+07
0.072414	-180	1.5π	9.19E+07	3.08E+07
0.074483	162	1.6π	9.81E+07	2.99E+07
0.076552	144	1.7π	8.94E+07	3.76E+07
0.078621	126	1.8π	9.08E+07	3.39E+07
0.08069	108	1.9π	9.37E+07	3.19E+07
0.082759	90	$2.0 \pi, 0$	9.81E+07	3.17E+07
0.084828	72	0.1π	1.02E+08	3.51E+07
0.086897	54	0.2π	9.98E+07	3.52E+07
0.088966	36	0.3π	1.02E+08	3.50E+07

ตารางผนวกที่ ข5 (ต่อ)

ค่าความเค้นสูงสุดในแต่ละรอบของการเคลื่อนที่ของเพลาจับ				
Maximum Von mises Stress (Pa)				
เวลา (sec)	มุมการเคลื่อนที่ (Degree)	มุมการเคลื่อนที่ (radian)	โอลด์แฮมริง (Oldham Ring)	ใบพัดก้นหอย (Orbit Scroll)
0.091035	18	0.4π	1.00E+08	2.96E+07
0.093104	360	0.5π	1.00E+08	3.45E+07
0.095173	-342	0.6π	9.69E+07	3.20E+07
0.097242	-324	0.7π	9.76E+07	3.78E+07
0.099311	-306	0.8π	9.65E+07	3.43E+07
0.10138	-288	0.9π	9.38E+07	3.59E+07
0.103449	-270	1.0π	9.16E+07	3.58E+07
0.105518	-252	1.1π	8.85E+07	3.44E+07
0.107586	-234	1.2π	9.04E+07	3.26E+07
0.109656	-216	1.3π	9.00E+07	3.70E+07
0.111724	-198	1.4π	9.60E+07	3.09E+07
0.113793	-180	1.5π	9.13E+07	3.83E+07
0.115862	162	1.6π	1.01E+08	3.12E+07
0.117931	144	1.7π	9.28E+07	3.79E+07
0.12	126	1.8π	9.29E+07	3.45E+07
0.122069	108	1.9π	9.58E+07	3.24E+07
0.124138	90	$2.0 \pi, 0$	1.01E+08	3.24E+07
0.126207	72	0.1π	1.03E+08	3.58E+07
0.128276	54	0.2π	1.03E+08	1.44E+08
0.130345	36	0.3π	1.08E+08	5.63E+07
0.132414	18	0.4π	1.11E+08	6.00E+07
0.134483	360	0.5π	1.07E+08	6.07E+07

ตารางผนวกที่ ข5 (ต่อ)

ค่าความเค้นสูงสุดในแต่ละรอบของการเคลื่อนที่ของเฟลาจับ				
Maximum Von mises Stress (Pa)				
เวลา (sec)	มุมการเคลื่อนที่ (Degree)	มุมการเคลื่อนที่ (radian)	โอลด์แฮมริง (Oldham Ring)	ไบพัตกันหอย (Orbit Scroll)
0.136552	-342	0.6π	1.04E+08	6.22E+07
0.138621	-324	0.7π	1.05E+08	6.39E+07
0.14069	-306	0.8π	1.04E+08	6.55E+07
0.142759	-288	0.9π	1.01E+08	6.54E+07
0.144828	-270	1.0π	9.72E+07	6.47E+07
0.146897	-252	1.1π	9.45E+07	6.16E+07
0.148966	-234	1.2π	9.68E+07	6.09E+07
0.151035	-216	1.3π	1.55E+08	1.21E+08
0.153104	-198	1.4π	1.03E+08	5.73E+07
0.155173	-180	1.5π	1.04E+08	6.36E+07
0.157242	162	1.6π	1.12E+08	5.94E+07
0.159311	144	1.7π	1.13E+08	6.90E+07
0.16138	126	1.8π	1.15E+08	6.10E+07
0.163449	108	1.9π	1.11E+08	6.16E+07
0.165518	90	2.0π , 0	1.16E+08	6.39E+07
0.165552	72	0.1π	1.16E+08	6.38E+07

ตารางผนวกที่ ข6 ผลการคำนวณหาค่าขยับตัวแบบถาวรสูงสุดในแต่ละรอบของการเคลื่อนที่

ค่าขยับตัวแบบถาวรสูงสุดในแต่ละรอบของการเคลื่อนที่ของเพลลาขับ				
Maximum Plastic Deformation				
เวลา (sec)	มุมการเคลื่อนที่ (Degree)	มุมการเคลื่อนที่ (radian)	โอล์ดแฮมริง (Oldham Ring)	ไบพัตกันหอย (Orbit Scroll)
0	90	0	0.00E+00	0
0.002069	72	0.1π	0.00E+00	0
0.004138	54	0.2π	0.00E+00	0
0.006207	36	0.3π	0.00E+00	0
0.008276	18	0.4π	4.44E-04	0
0.010345	360	0.5π	4.44E-04	0
0.012414	-342	0.6π	4.44E-04	0
0.014483	-324	0.7π	4.44E-04	0
0.016552	-306	0.8π	4.44E-04	0
0.018621	-288	0.9π	4.44E-04	0
0.02069	-270	1.0π	4.44E-04	0
0.022759	-252	1.1π	4.44E-04	0
0.024828	-234	1.2π	4.44E-04	0
0.026897	-216	1.3π	4.44E-04	0
0.028966	-198	1.4π	4.44E-04	0
0.031035	-180	1.5π	4.44E-04	0
0.033104	162	1.6π	4.44E-04	0
0.035173	144	1.7π	4.44E-04	0
0.037241	126	1.8π	1.57E-03	0
0.039311	108	1.9π	1.57E-03	0
0.041379	90	$2.0 \pi, 0$	1.57E-03	0
0.043449	72	0.1π	1.57E-03	0

ตารางผนวกที่ ข6 (ต่อ)

ค่ายุบตัวแบบถาวรสูงสุดในแต่ละรอบของการเคลื่อนที่ของเพลาคับ				
Maximum Plastic Deformation				
เวลา (sec)	มุมการเคลื่อนที่ (Degree)	มุมการเคลื่อนที่ (radian)	โอลด์แฮมริง (Oldham Ring)	ไบพัตกันหอย (Orbit Scroll)
0.045517	54	0.2π	1.57E-03	0
0.047586	36	0.3π	1.57E-03	0
0.049655	18	0.4π	1.57E-03	0
0.051724	360	0.5π	1.57E-03	0
0.053793	-342	0.6π	1.57E-03	0
0.055862	-324	0.7π	1.57E-03	0
0.057931	-306	0.8π	1.57E-03	0
0.06	-288	0.9π	1.57E-03	0
0.062069	-270	1.0π	1.57E-03	0
0.064138	-252	1.1π	1.57E-03	0
0.066207	-234	1.2π	1.57E-03	0
0.068276	-216	1.3π	1.57E-03	0
0.070345	-198	1.4π	1.57E-03	0
0.072414	-180	1.5π	1.57E-03	0
0.074483	162	1.6π	1.57E-03	0
0.076552	144	1.7π	1.57E-03	0
0.078621	126	1.8π	1.57E-03	0
0.08069	108	1.9π	1.57E-03	0
0.082759	90	$2.0 \pi, 0$	1.57E-03	0
0.084828	72	0.1π	1.57E-03	0
0.086897	54	0.2π	1.57E-03	0
0.088966	36	0.3π	1.57E-03	0

ตารางผนวกที่ ข6 (ต่อ)

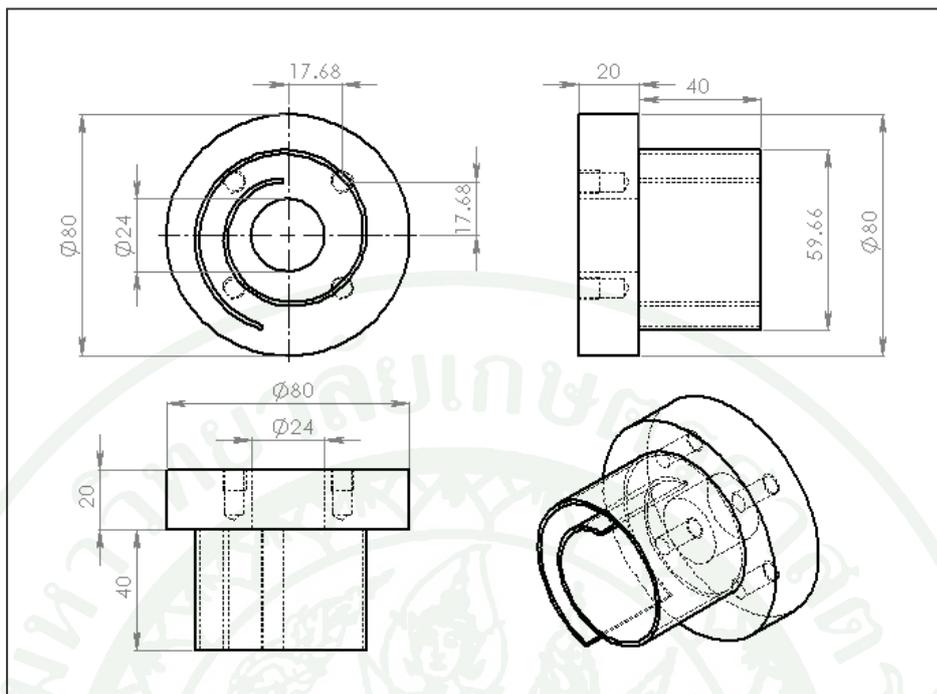
ค่าขยับตัวแบบถาวรสูงสุดในแต่ละรอบของการเคลื่อนที่ของเฟลาขับ				
Maximum Plastic Deformation				
เวลา (sec)	มุมการเคลื่อนที่ (Degree)	มุมการเคลื่อนที่ (radian)	โอลด์แฮมริง (Oldham Ring)	ไบพัตกันหอย (Orbit Scroll)
0.091035	18	0.4π	1.57E-03	0
0.093104	360	0.5π	1.57E-03	0
0.095173	-342	0.6π	1.57E-03	0
0.097242	-324	0.7π	1.57E-03	0
0.099311	-306	0.8π	1.57E-03	0
0.10138	-288	0.9π	1.57E-03	0
0.103449	-270	1.0π	1.57E-03	0
0.105518	-252	1.1π	1.57E-03	0
0.107586	-234	1.2π	1.57E-03	0
0.109656	-216	1.3π	1.57E-03	0
0.111724	-198	1.4π	1.57E-03	0
0.113793	-180	1.5π	1.57E-03	0
0.115862	162	1.6π	1.57E-03	0
0.117931	144	1.7π	1.57E-03	0
0.12	126	1.8π	1.57E-03	0
0.122069	108	1.9π	1.57E-03	0
0.124138	90	$2.0 \pi, 0$	1.57E-03	0
0.126207	72	0.1π	1.57E-03	0
0.128276	54	0.2π	1.57E-03	0
0.130345	36	0.3π	1.57E-03	0
0.132414	18	0.4π	1.57E-03	0
0.134483	360	0.5π	1.57E-03	0

ตารางผนวกที่ ข6 (ต่อ)

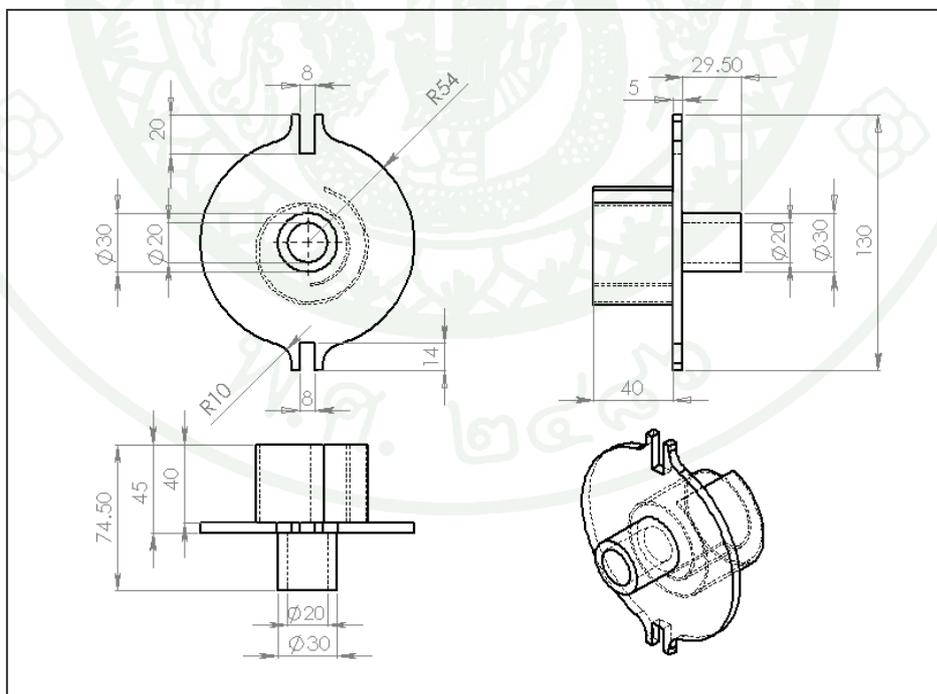
ค่ายุบตัวแบบถาวรสูงสุดในแต่ละรอบของการเคลื่อนที่ของเพลลาขับ				
Maximum Plastic Deformation				
เวลา (sec)	มุมการเคลื่อนที่ (Degree)	มุมการเคลื่อนที่ (radian)	โอลด์แฮมริง (Oldham Ring)	ใบพัดกั้นหอย (Orbit Scroll)
0.136552	-342	0.6π	1.57E-03	0
0.138621	-324	0.7π	1.57E-03	0
0.14069	-306	0.8π	1.57E-03	0
0.142759	-288	0.9π	1.57E-03	0
0.144828	-270	1.0π	1.57E-03	0
0.146897	-252	1.1π	1.57E-03	0
0.148966	-234	1.2π	1.57E-03	0
0.151035	-216	1.3π	1.57E-03	0
0.153104	-198	1.4π	1.57E-03	0
0.155173	-180	1.5π	1.57E-03	0
0.157242	162	1.6π	1.57E-03	0
0.159311	144	1.7π	1.57E-03	0
0.16138	126	1.8π	1.57E-03	0
0.163449	108	1.9π	1.57E-03	0
0.165518	90	2.0π , 0	1.57E-03	0
0.165552	72	0.1π	1.57E-03	0



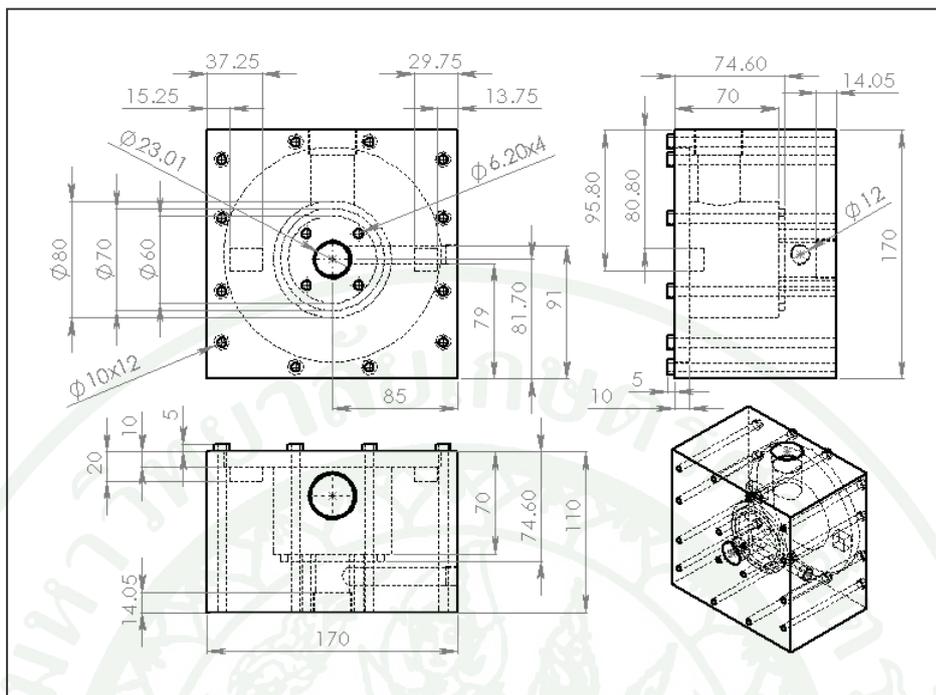
ภาคผนวก ค
รายละเอียดและขนาดของปมน้ำแบบก้นหอย



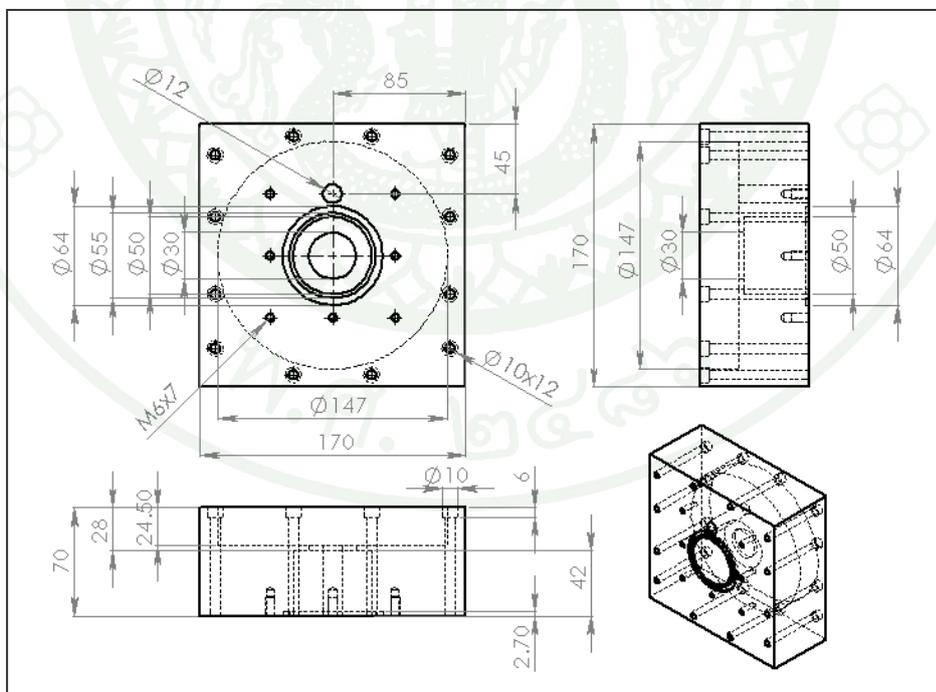
ภาพผนวกที่ ค1 ขนาดใบพัดกั้นหอยแบบหยุดนิ่ง



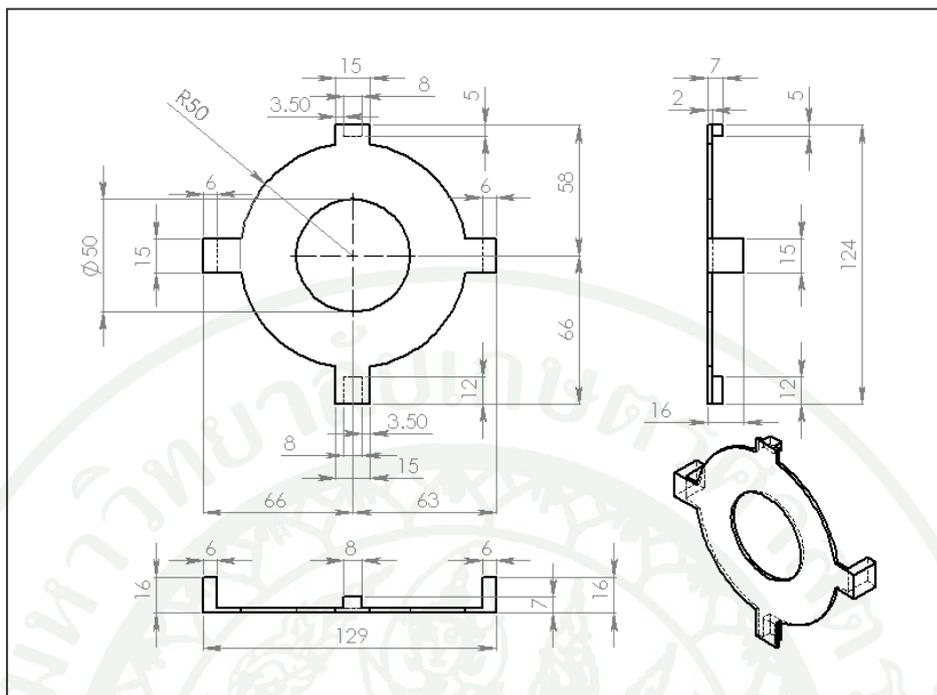
ภาพผนวกที่ ค2 ขนาดใบพัดกั้นหอยแบบเคลื่อนที่



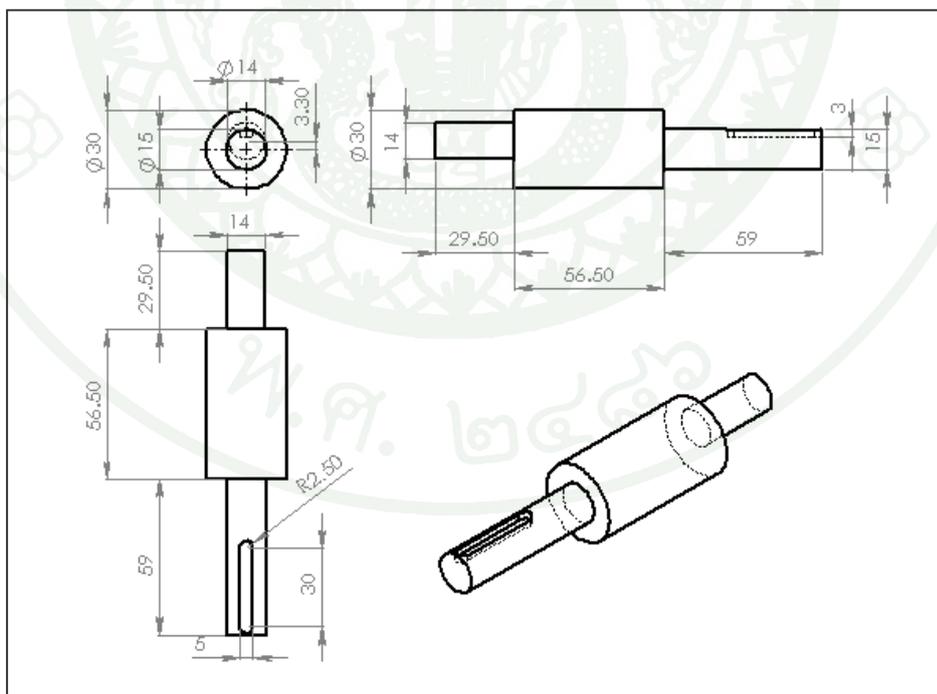
ภาพผนวกที่ ค3 ขนาดตัวเรือนบีบของใบพัดกั้นหอยแบบหยุดนิ่ง



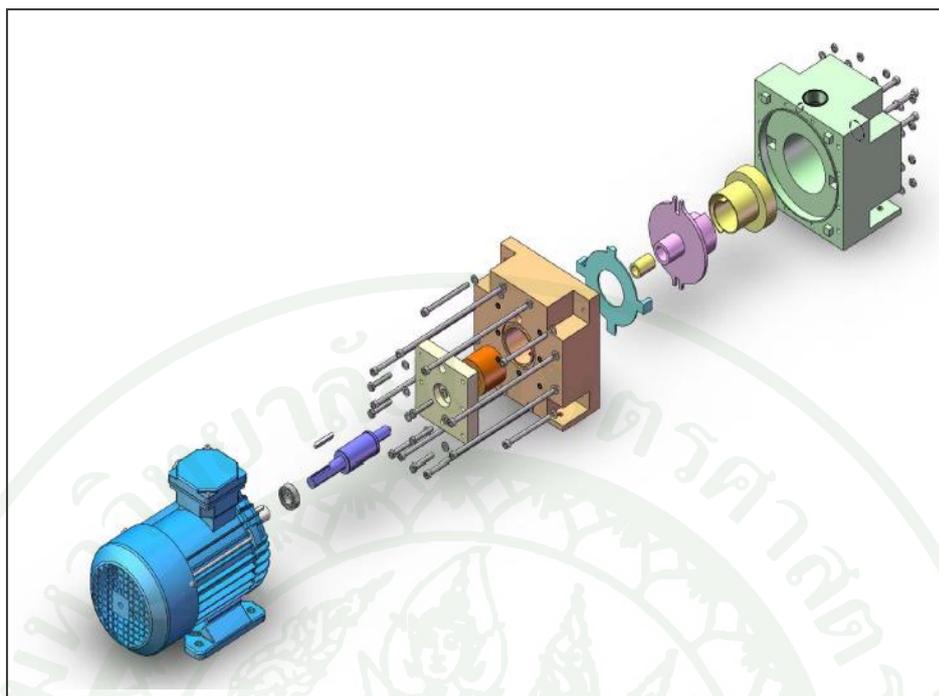
ภาพผนวกที่ ค4 ขนาดตัวเรือนบีบของใบพัดกั้นหอยแบบเคลื่อนที่



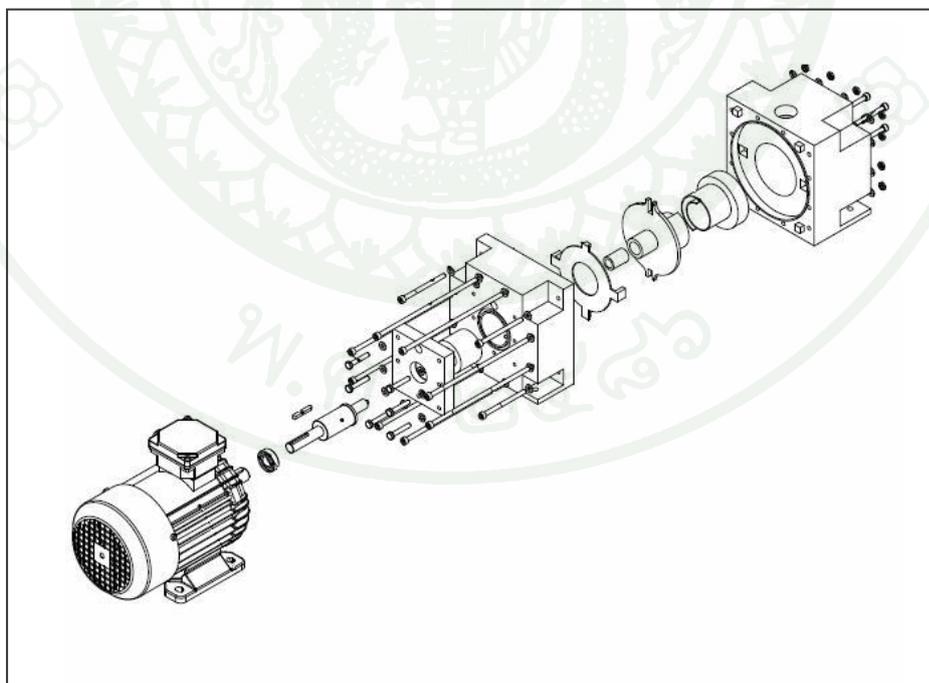
ภาพผนวกที่ ค5 ขนาดโอลด์แฮมริง (Oldham Ring) ของปั้มน้ำแบบก้นหอย



ภาพผนวกที่ ค6 ขนาดเพลาชับ (Shaft) ของปั้มน้ำแบบก้นหอย



ภาพผนวกที่ ค7 ภาพประกอบปั้มน้ำแบบก้นหอย



ภาพผนวกที่ ค8 ภาพประกอบปั้มน้ำแบบก้นหอย

ประวัติการศึกษา และการทำงาน

ชื่อ	นายวีระยุทธ์ สีจิวัฒน์
เกิดวันที่	5 มีนาคม 2524
สถานที่เกิด	จังหวัดนครศรีธรรมราช
ประวัติการศึกษา	วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต (วิศวกรรมเครื่องกล) มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
ตำแหน่งปัจจุบัน	วิศวกร
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	บริษัท RITTA จำกัด
ผลงานดีเด่นและ/หรือรางวัลทางวิชาการ	-
ทุนการศึกษาที่ได้รับ	-