บทที่ 5
สรุปผลงานวิจัยและข้อเสนอแนะ

ในบทนี้จะกล่าวถึง สรุปผลงานวิจัยที่ได้ทำการศึกษาครั้งนี้ ซึ่งผลที่ได้เป็นสมการ KdV ที่มีสัมประสิทธิ์เป็นตัวแปร สำหรับพิจารณาการแผ่ขยายของคลื่นน้ำในแม่น้ำลำคลองที่ความลึกระดับต่างๆ และข้อเสนอแนะสำหรับผู้ที่สนใจจะได้นำงานวิจัยชิ้นนี้มาศึกษาต่อไป

5.1 สรุปผลงานวิจัย

ในงานวิจัยชิ้นนี้ ได้ทำการหาสัมประสิทธิ์เฉพาะสำหรับกรณีที่ศึกษา และได้ผลเฉลยที่เป็นสมการ KdV ที่มีสัมประสิทธิ์เป็นตัวแปร เพื่อที่จะใช้สำหรับพิจารณาการแผ่ขยายของคลื่นน้ำในแม่น้ำลำคลองที่ความลึกระดับต่างๆ โดยสมการ KdV ที่มีสัมประสิทธิ์เป็นตัวแปรนี้ ได้จากการแปลงสมการออยเลอร์ที่มีความสอดคล้องกับสมการของกฎทรงมวล ภายใต้เงื่อนไขพื้นผิวอิสระและเงื่อนไขค่าขอบเขตท้องน้ำ ให้เหมาะสมเป็นดังนี้

$$
\begin{aligned}
&(RU-1)u_{\xi}+\varepsilon\sigma(RU+1)u_{\zeta}+\varepsilon SUu_{X}+\varepsilon\sigma(uU)_{Y}\\
&+\varepsilon u\left\{R(u_{\xi}+\varepsilon\sigma u_{\zeta})+\varepsilon Su_{X}+\varepsilon\sigma u_{Y}\right\}\\
&+w(U_{z}+\varepsilon u_{z})+\varepsilon\sigma Wu_{z}+R(p_{\xi}+\varepsilon\sigma p_{\zeta})\\
&+\varepsilon Sp_{X}+\varepsilon\sigma p_{Y}=0 \qquad (5.1)\\
&\varepsilon\{(RU-1)w_{\xi}+\varepsilon\sigma(RU+1)w_{\zeta}+\varepsilon SUw_{X}+\varepsilon\sigma Uw_{Y}\\
&+(\varepsilon\sigma)^{2}uW_{Y}+\varepsilon u[R(w_{\xi}+\varepsilon\sigma w_{\zeta})+\varepsilon Sw_{X}+\varepsilon\sigma w_{Y}]\\
&+\varepsilon\sigma(Ww)_{z}+\varepsilon ww_{z}\}+p_{z}=0 \qquad (5.2)\\
&R(u_{\xi}+\varepsilon\sigma u_{\zeta})+\varepsilon Su_{X}+\varepsilon\sigma u_{Y}+w_{z}=0 \qquad (5.3)
\end{aligned}
$$

ภายใต้เงื่อนไขค่าขอบเขต

$$\left.\begin{aligned}
&p+\varepsilon\eta p_z+\frac{1}{2}(\varepsilon\eta)^2 p_{zz\ldots}\big|_{z=1+H}=\eta \\
&\sigma\Big[(W+\varepsilon\eta W_z\ldots)\big|_{z=1+H}-H_Y\left((U+\varepsilon\eta U_z\ldots)\big|_{z=1+H}\right)\Big]+(w+\varepsilon\eta w_z+\frac{1}{2}(\varepsilon\eta)^2 w_{zz}..)\big|_{z=1+H} \\
&=\Big[R\left(U+\varepsilon\eta U_z\ldots\right)\big|_{z=1+H}-1\Big]\eta_\xi+\varepsilon\sigma\eta_\zeta+\varepsilon\Big\{\Big[(U+\varepsilon\eta U_z\ldots)\big|_{z=1+H}\Big]S\eta_X \\
&+u\Big[R(\eta_\xi+\varepsilon\sigma\eta_\zeta)+\varepsilon S\eta_X+\varepsilon\sigma\eta_Y\Big]\Big\}+\varepsilon\sigma\Big[\left(U+\varepsilon\eta U_z\ldots\right)\big|_{z=1+H}\Big][R\eta_\zeta+\eta_Y]+\varepsilon\sigma u H_Y
\end{aligned}\right\}\text{บน}\quad z=1+H \tag{5.4}$$

และ

$$w=\varepsilon\sigma u B'(Y)\qquad \text{บน}\ \ z=B \tag{5.5}$$

จากนั้นใช้วิธีเพอร์เทอร์เบชันแบบเอกฐาน (Singular Perturbation) โดยใช้การกระจายเชิงเส้นกำกับแบบคู่ที่มีรูปแบบเป็น

$$Q\sim\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}\varepsilon^n\sigma^m Q_{nm},\quad \varepsilon\to 0\,,\sigma\to 0$$

โดยที่ Q แทนแต่ละตัวของ u,w,p และ η ซึ่งเป็นตัวแปรไม่อิสระ และกำหนดให้ ε เป็นขนาดแอมพลิจูดของคลื่น , σ เป็นการค่อยๆ เปลี่ยนความลึก และพิจารณาเฉพาะเทอม $O(1)$ และ $O(\varepsilon)$ เท่านั้น ซึ่งทำให้ได้ผลเฉลยเป็น η_{00} ที่เป็นคลื่นขั้นต้น (Primary Wave) ที่มีรูปแบบเป็นสมการ KdV ที่มีสัมประสิทธิ์เป็นตัวแปรคือ

$$2S\frac{\left(U_0+D\sqrt{D}\right)}{D\sqrt{D}}\eta_{00X}+\frac{3}{(U_0+D\sqrt{D})}\eta_{00}\eta_{00\xi}+\frac{D^5}{3\left(U_0+D\sqrt{D}\right)^3}\eta_{00\xi\xi\xi}=0$$

โดยที่ $D(Y)=1+H(Y)-B(Y)$ เป็นความลึกขณะที่น้ำกำลังไหล เมื่อพิจารณาการแผ่ขยายของคลื่นน้ำที่ความลึกระดับต่างๆ ในสมการ KdV ที่มีสัมประสิทธิ์เป็นตัวแปรดังกล่าวนี้ สรุปได้ว่าเมื่อความลึกเกิดการเปลี่ยนแปลงแบบเพิ่มขึ้น จะส่งผลทำให้ความสูงของคลื่นเพิ่มขึ้นด้วย และในขณะเดียวกันความกว้างของคลื่นจะลดลง ดังนั้นเมื่อต้องการให้ความสูงของคลื่นลดลงเพื่อ

แก้ปัญหาตลิ่งพังที่ก่อให้เกิดความเสียหายต่อบ้านเรือนที่อยู่ริมแม่น้ำหรือริมคลองนั้น สามารถทำได้โดยการทำให้ความลึกของแม่น้ำลำคลองลดลง ก็จะสามารถแก้ปัญหานี้ได้

5.2 ข้อเสนอแนะ

ในงานวิจัยชิ้นนี้ได้ผลเฉลยเป็น η_{00} ที่เป็นคลื่นขั้นต้น (Primary Wave) ที่มีรูปแบบเป็นสมการ KdV ที่มีสัมประสิทธิ์เป็นตัวแปรคือ

$$2S\frac{\left(U_0+D\sqrt{D}\right)}{D\sqrt{D}}\eta_{00X}+\frac{3}{(U_0+D\sqrt{D})}\eta_{00}\eta_{00\xi}+\frac{D^5}{3\left(U_0+D\sqrt{D}\right)^3}\eta_{00\xi\xi\xi}=0$$

ซึ่งการศึกษาครั้งนี้จะติด S ที่เป็นเทอมของความลึก D ไว้ และสำหรับผู้ที่สนใจในส่วนนี้สามารถนำไปศึกษาต่อ โดยอาจจะพิจารณาเทอมเพิ่มขึ้นที่มาจากการกระจายเชิงเส้นกำกับแบบคู่เพื่อหาค่า S ซึ่งอาจจะทำให้สมการ KdV ที่มีรูปแบบใกล้เคียงกับความเป็นจริงมากขึ้น และทำให้เกิดความเหมาะสมกับการนำไปประยุกต์ใช้ต่อไป

อย่างไรก็ตามสมการ KdV ที่มีสัมประสิทธิ์เป็นตัวแปร โดยสัมประสิทธิ์เป็นสัมประสิทธิ์เฉพาะที่ได้จากการศึกษาครั้งนี้ สำหรับความลึกระดับต่างๆ และสามารถพิจารณาการแผ่ขยายของคลื่นน้ำในแม่น้ำลำคลองได้ งานวิจัยชิ้นนี้เป็นตัวอย่างสำหรับการศึกษาสมการคลื่นน้ำที่เป็นสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยไม่เชิงเส้นเท่านั้น ซึ่งผู้วิจัยหวังว่าตัวอย่างนี้จะเป็นตัวอย่างเริ่มต้นที่สามารถพัฒนาไปสู่การประยุกต์ใช้สมการเชิงอนุพันธ์ย่อยไม่เชิงเส้นเพื่อให้เกิดประโยชน์สูงสุดต่อไป