

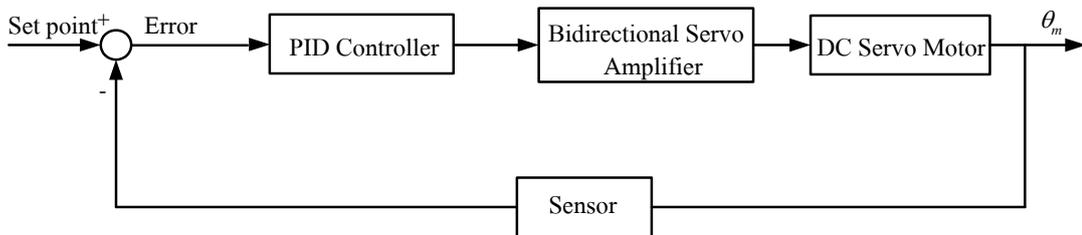
บทที่ 3

ทฤษฎีพื้นฐานสำหรับการออกแบบตัวควบคุม และการประมาณค่าความไม่แน่นอนในการวัด

ในบทนี้จะกล่าวถึงทฤษฎีพื้นฐานสำหรับการออกแบบตัวควบคุมเพื่อนำมาควบคุมพลาเน็ตติซึมอเตอร์ โดยจะแบ่งการอธิบายทฤษฎีพื้นฐานออกเป็นสองส่วน ส่วนแรกจะอธิบายถึงทฤษฎีพื้นฐานสำหรับการออกแบบตัวควบคุมแบบดั้งเดิม และส่วนหลังจะอธิบายถึงทฤษฎีพื้นฐานสำหรับการออกแบบตัวควบคุมแบบคงทน และการประมาณค่าความไม่แน่นอนในการวัด

3.1 ทฤษฎีพื้นฐานสำหรับการออกแบบตัวควบคุมแบบดั้งเดิม

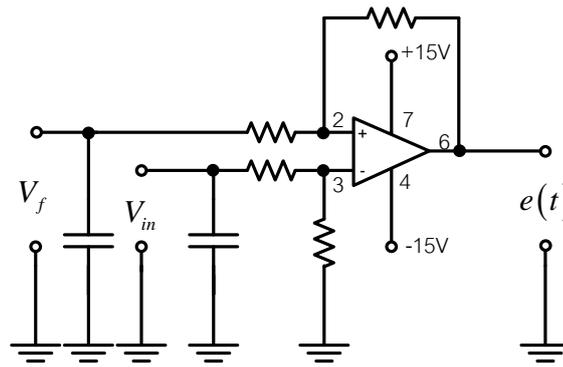
อุปกรณ์ควบคุมอัตโนมัติที่มีตัวควบคุมแบบพีไอดี (PID - Controller) เป็นตัวควบคุมในวงการอุตสาหกรรมยังคงมีใช้กันอย่างแพร่หลาย ในการศึกษาที่เราสามารถที่จะนำเอาออปแอมป์ (Op - Amp) มาสร้างเป็นตัวควบคุมพีไอดีได้ แนวคิดนี้จึงถูกใช้เป็นตัวแบบเพื่อช่วยออกแบบตัวควบคุมแบบดั้งเดิมที่ใช้ในงานวิจัย เพื่อให้ง่ายและลดความซับซ้อน จึงนำเสนออยู่ในรูปบล็อกไดอะแกรม (Block Diagram) ซึ่งโครงสร้างการทำงานจะอธิบายไว้เป็นลำดับตามหัวข้อต่างๆ ตามลำดับก่อนและหลังดังนี้



รูปที่ 3.1 แสดงบล็อกไดอะแกรมการทำงานที่ใช้ในการออกแบบตัวควบคุมแบบดั้งเดิม

3.1.1 ชุดเปรียบเทียบสัญญาณ (Differential)

จากลำดับการทำงานในบล็อกไดอะแกรม ส่วนแรกที่เราพบคือชุดเปรียบเทียบสัญญาณ โดยหัวข้อนี้จะอธิบายถึงโครงสร้างทางอิเล็กทรอนิกส์ของชุดเปรียบเทียบสัญญาณ และการทำงานของชุดเปรียบเทียบสัญญาณ



รูปที่ 3.2 แสดงโครงสร้างทางอิเล็กทรอนิกส์ของชุดเปรียบเทียบสัญญาณ

จากรูปที่ 3.2
$$e(t) = V_{in} - V_f \quad (3.1)$$

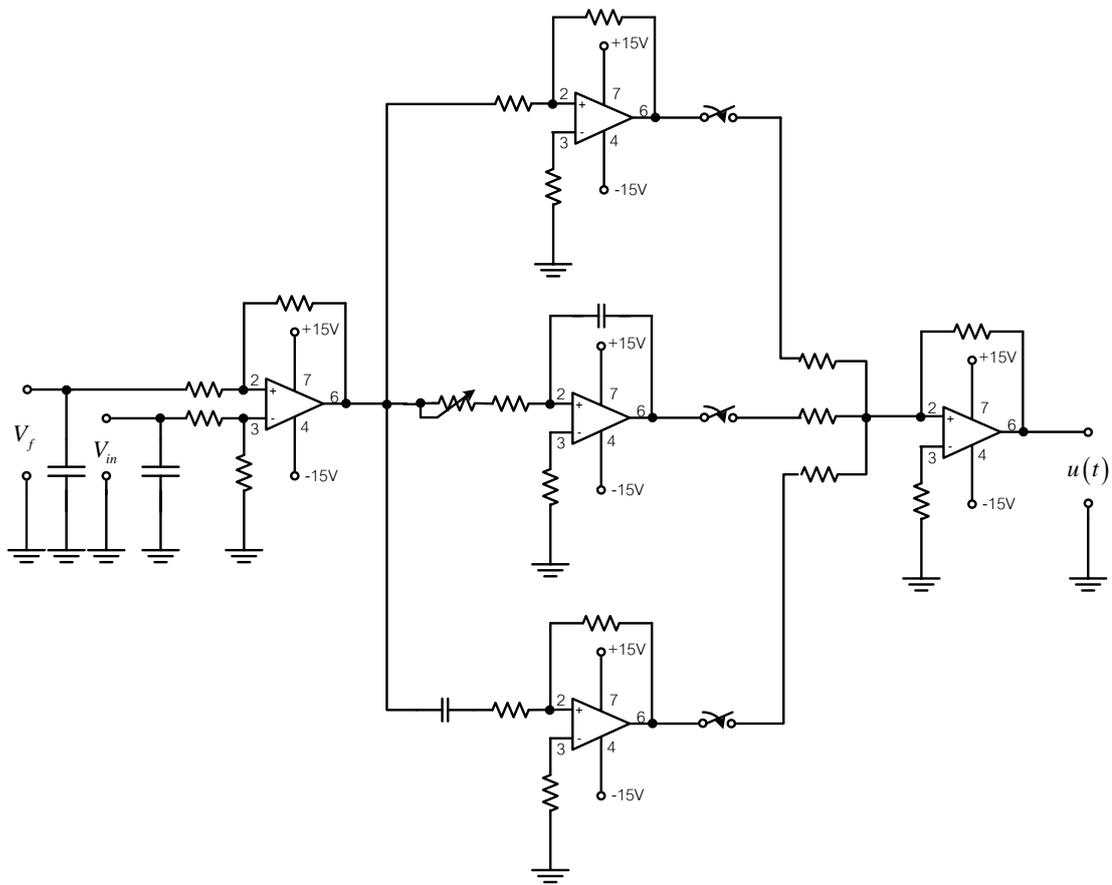
เมื่อ R เท่ากันทุกตัว

3.1.1.1 การทำงานของชุดเปรียบเทียบสัญญาณ

การทำงานของชุดเปรียบเทียบสัญญาณ จะเป็นการเปรียบเทียบสัญญาณเอาต์พุตที่ได้จากดีซีมอเตอร์ ซึ่งสอดคล้องกับตำแหน่งของมอเตอร์กับสัญญาณอินพุตโดยใช้ IC เบอร์ 741 โดยสัญญาณเอาต์พุตของชุดเปรียบเทียบสัญญาณ คือสัญญาณค่าความคลาดเคลื่อนนั่นเอง

3.1.2 ตัวควบคุมแบบพีไอดี (PID – Controller)

ในหัวข้อนี้แสดงโครงสร้างทางอิเล็กทรอนิกส์ของตัวควบคุมแบบพีไอดี และรวมถึงการอธิบายวิธีการทำงานของตัวควบคุมแบบพีไอดี



รูปที่ 3.3 แสดงโครงสร้างทางอิเล็กทรอนิกส์ของตัวควบคุมแบบพีไอดี

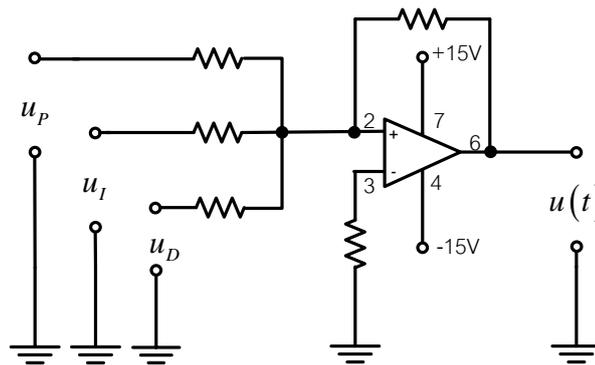
3.1.2.1 การทำงานของตัวควบคุมชนิดพีไอดี

การทำงานของตัวควบคุมชนิดพีไอดี เป็นตัวควบคุมสามารถแยกกล่าวได้เป็น ตัวควบคุมแบบพี (P – Controller) ใช้วงจรอินเวอร์ตติ้งแอมป์ลิไฟ (Inverting Amplifier) ตัวควบคุมแบบไอ (I – Controller) ใช้วงจรอินทิเกรตติ้งแอมป์ลิไฟ (Integrating Amplifier) ตัวควบคุมแบบดี (D – Controller) ใช้วงจรดิฟเฟอเรนชันแอมป์ลิไฟ (Differential Amplifier) ตัวควบคุมชนิดพีไอดีนี้จะมีทรานเฟอร์ฟังก์ชัน (Transfer Function) เป็น $K_p + K_I + K_D$ จากวงจรจะเห็นได้ว่าการปรับค่าตัวควบคุม K_p (Proportional Constant) , K_I (Integration Constant) , K_D (Derivative Constant) การปรับค่าตัวควบคุม K_p, K_I, K_D ที่เหมาะสมจะทำให้พลาตันนั้นเสถียรอยู่ได้ ผลตอบสนองที่ได้จากตัวควบคุมนั้นขึ้นอยู่กับกระบวนการว่าเป็นแบบใดแล้วต้องการควบคุมปรับค่าตัวควบคุม K_p, K_I, K_D อย่างไรจึงจะได้ผลตอบสนองที่ดีที่สุด (ดูจากผลการทดลอง) การจะกล่าวว่าผลการตอบสนองการควบคุมนั้นดีหรือใช้ได้เราดูจากตัวควบคุมพีไอดี การแกว่ง หรือมีโอเวอร์ชูต (Overshoot) ถ้ามีก็ให้น้อยที่สุดและมีค่าใกล้เคียงกับค่าเป้าหมายให้มากที่สุดจึงเรียกว่าเป็นการปรับค่าที่เหมาะสมที่สุด

สรุปได้ว่าพลาเน็ตควบคุมที่ดีจะต้องมีคุณสมบัติ คือพลาเน็ตนั้นจะต้องมีเสถียรภาพ และมีผลตอบสนองที่รวดเร็ว และไม่มีการเกิดออฟเซต (Offset)

3.1.3 ชุดรวมสัญญาณ (Summing)

ในหัวข้อนี้เป็นชุดรวมสัญญาณที่ได้จากตัวควบคุมพีไอดี ซึ่งได้แสดงโครงสร้างทางอิเล็กทรอนิกส์ และการทำงานของชุดรวมสัญญาณ



รูปที่ 3.4 แสดงโครงสร้างทางอิเล็กทรอนิกส์ของชุดรวมสัญญาณ

จากรูปที่ 3.4
$$u(t) = -(u_P + u_I + u_D) \quad (3.2)$$

เมื่อ R ทุกตัวเท่ากัน

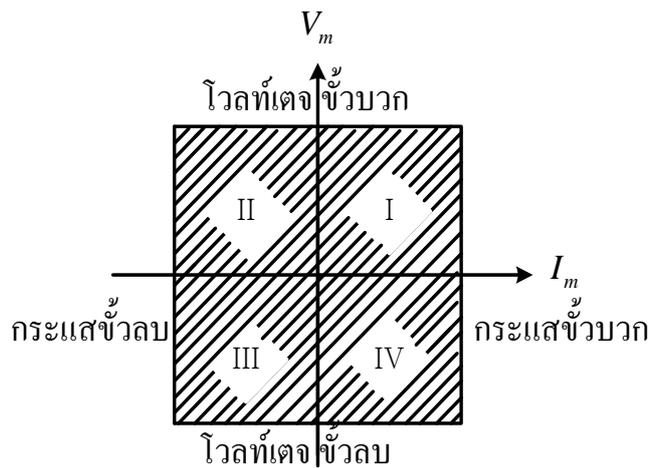
3.1.3.1 การทำงานของชุดรวมสัญญาณ

การทำงานของชุดรวมสัญญาณ เป็นชุดการรวมสัญญาณเอาต์พุตที่มาจากตัวควบคุมพีไอดี เพื่อที่จะนำไปควบคุมชุดดีซีมอเตอร์ ชุดรวมสัญญาณนี้ใช้วงจรรวมแรงดัน (Voltage) โดยใช้ไอซีเบอร์ 741 โดยมีอินพุต 3 ชุด คือมาจากตัวควบคุมพี (P – Element) , ตัวควบคุมไอ (I – Element) , ตัวควบคุมดี (D – Element) นำสัญญาณที่ถูกปรับอัตราขยายต่างกัน ก็จะได้สัญญาณเอาต์พุตออกมานำไปควบคุมชุดดีซีมอเตอร์

3.1.4 ชุดขับ (Driver)

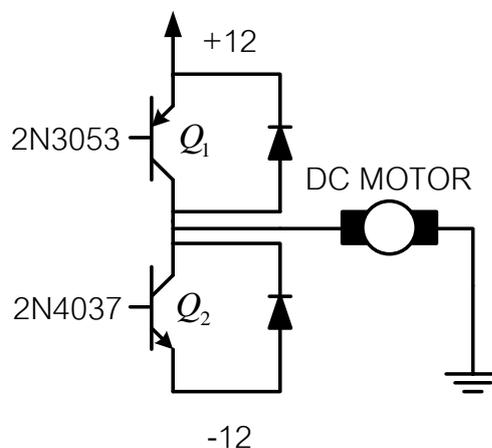
ชุดขับหรือลิเนียร์เซอร์โวแอมป์ลิไฟ โดยปกติจะสร้างขึ้นเพื่อให้เป็นอุปกรณ์ขยายแบบลิเนียร์เช่นเดียวกับออฟแอมป์ หรือดีเฟเพอเรนซ์แอมป์ลิไฟ ที่ใช้ไปกระตุ้นภาคเพาเวอร์ซัพพลาย (Power Supply) ให้ไปขับมอเตอร์ ซึ่งภาคเพาเวอร์ซัพพลายจะมีการป้อนกลับแบบลูปปิด (Closed Loop) เพื่อทำให้ได้พารามิเตอร์ที่ต้องการ เนื่องจากสัญญาณควบคุมที่ออกจากชุดควบคุม

มีสัญญาณที่เป็นทั้งบวกและลบ ดังนั้นจึงเลือกวงจรลิเนียร์แบบไบไดเรกชันแนลเซอร์โวแอมพลิไฟ (Bidirectional Servo Amplifier) เพราะสามารถทำให้มอเตอร์ทำงานได้ทั้งสองทิศทาง และมีลิเนียร์ทรานสเฟอร์ฟังก์ชันตลอดถึงช่วงความเร็วเป็นศูนย์ แอมพลิไฟแบบนี้สามารถบังคับได้เต็มทั้ง 4 ควอเตอร์ ดังรูปที่ 3.5 และสามารถป้อนแรงดัน กระแสทั้งขั้วบวกและลบ ให้กับมอเตอร์ได้



รูปที่ 3.5 แสดงการทำงานของวงจรแอมพลิไฟแบบเต็ม 4 ควอเตอร์

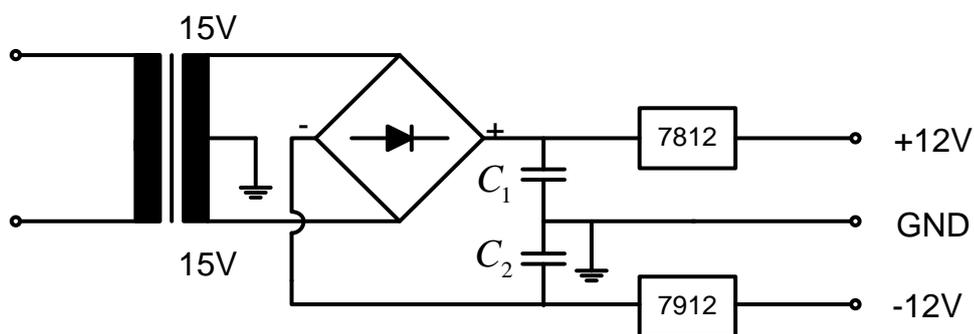
วงจรไบไดเรกชันแนลแอมพลิไฟที่เลือกใช้เป็นแบบไบโพลาร์แอมพลิไฟ โดยจะใช้เพาเวอร์ซัพพลาย ทั้งสองลักษณะสำหรับการทำงานแบบตามเข็มนาฬิกาและทวนเข็มนาฬิกา แรงดันที่ป้อนให้มอเตอร์เท่ากับ ผลต่างระหว่างซัพพลายแรงดันไฟฟ้าและแรงดันไฟฟ้าตกคร่อมคอลเลคเตอร์อิมิตเตอร์ของ Q_1 หรือ Q_2 ในขณะที่ตัวหนึ่งตัวใดนำกระแส ดังแสดงในรูปที่ 3.6



รูปที่ 3.6 แสดงวงจรไบไดเรกชันแนลแอมพลิไฟแบบไบโพลาร์แอมพลิไฟ

3.1.5 ภาคเพาเวอร์ซัพพลาย (Power Supply)

วงจรนี้ทำงานโดยเริ่มต้น ด้วยการใช้อุปกรณ์แปลงไฟฟ้าเพื่อลดระดับแรงดันไฟฟ้ากระแสสลับขนาด 220V ให้เป็น 15V , 0V , -15V จากนั้นเราจะใช้บริดจ์ไดโอด (Bridge Diode) ต่อเข้าไปเพื่อให้ไฟฟ้ากระแสตรงที่ได้มีความเรียบยิ่งขึ้น และอาจเป็นผลให้แรงดันไฟฟ้ากระแสตรงนี้มีค่าสูงกว่า 12V DC ดังนั้นจึงใช้ไอซีเรกกูเลต (IC Regulated) ต่อเข้าไปเพื่อให้ระดับแรงดัน 12V DC และไอซีที่ใช้คือ IC เบอร์ 7812 และ 7912 จากนั้นจะกรองความถี่ด้วยคาปาซิเตอร์อีกครั้งหนึ่ง แล้วเราจะได้เพาเวอร์ซัพพลายกระแสตรงขนาด 12V , 0V , -12V เพื่อป้อนให้ชุดขับ ซึ่งวงจรเพาเวอร์ซัพพลายนี้จะแสดงในรูปที่ 3.7



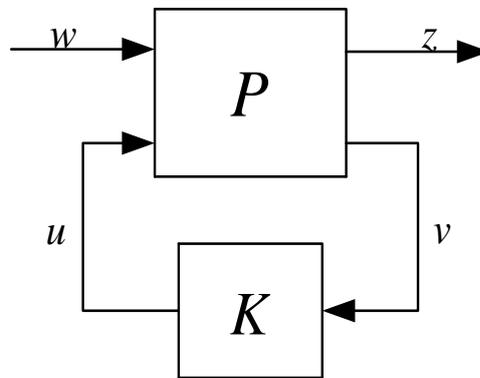
รูปที่ 3.7 แสดงวงจรภาคเพาเวอร์ซัพพลาย

3.1.6 ชุดตรวจจับสัญญาณ (Sensor)

ชุดตรวจจับสัญญาณที่ใช้ในวิทยานิพนธ์นี้ คือโพเทนชิโอมิเตอร์มีลักษณะการทำงานแบบแบ่งแรงดันไฟฟ้า (Voltage Divider) โดยต่อกับเพลลาของคิซิมอเตอร์และโพเทนซิโอมิเตอร์จะถูกใช้เป็นตัวรับรู้สัญญาณเอาต์พุต ซึ่งเป็นระยะทางเชิงมุมแล้วนำสัญญาณป้อนกลับไปเปรียบเทียบตำแหน่งของโหนดกับตำแหน่งอ้างอิงที่ต้องการ ซึ่งผลต่างที่ได้จากการเปรียบเทียบโพเทนซิโอมิเตอร์ จะกำเนิดสัญญาณค่าความผิดพลาดออกมาเป็นแรงดันนำไปขับเคลื่อนมอเตอร์และไปขับโหนดให้อยู่ในตำแหน่งที่ต้องการ

3.2 ทฤษฎีพื้นฐานสำหรับการออกแบบตัวควบคุมคงทน

ในหัวข้อนี้จะอธิบายถึงทฤษฎีพื้นฐานสำหรับการออกแบบตัวควบคุมคงทน ซึ่งจะใช้เป็นตัวควบคุมสำหรับพลาเน็ตการควบคุมคิซิมอเตอร์



รูปที่ 3.8 บล็อกไดอะแกรมทั่วไปของการควบคุมคงทน

จากบล็อกไดอะแกรมทั่วไปของการควบคุมคงทน ดังรูปที่ 3.8 ซึ่งประกอบไปด้วยส่วนของพลาเน็ต P และส่วนตัวควบคุม K ในส่วนของพลาเน็ตจะมีสัญญาณอินพุต 2 อินพุต และสัญญาณเอาต์พุต 2 เอาต์พุต โดยที่มีสัญญาณอินพุต u เป็นสัญญาณควบคุม (Control input) จากตัวควบคุม และสัญญาณอินพุต w เป็นสัญญาณรบกวนต่างๆ (Exogenous input) ที่มีผลต่อระบบควบคุม เช่น สิ่งรบกวนจากภายนอก และสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นจากตัวรับรู้ ในส่วนของสัญญาณเอาต์พุตของพลาเน็ต จะมีสัญญาณเอาต์พุต v เป็นสัญญาณที่วัดได้ (Observed output) จากตัวรับรู้ โดยที่สัญญาณที่วัดได้จากตัวรับรู้นี้จะถูกนำไปใช้เป็นส่วนสัญญาณอินพุตให้แก่ส่วนของตัวควบคุมด้วยสัญญาณเอาต์พุต z เป็นสัญญาณเอาต์พุตที่ถูกควบคุม (Controlled output) หรือบางครั้งเรียกว่าสัญญาณเอาต์พุตคงค่า (Regulated Output)

ดังนั้นสมการฟังก์ชันถ่ายโอนวงรอบปิดระหว่างสัญญาณเอาต์พุต z และสัญญาณอินพุต w มีค่าเป็น

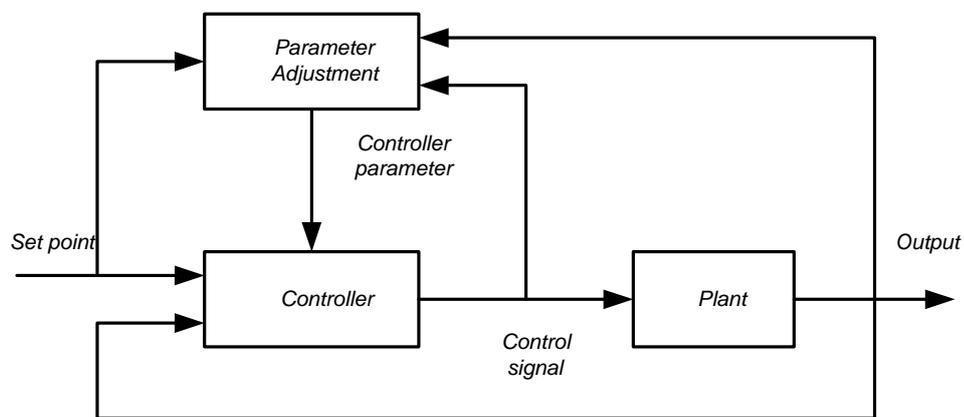
$$T_{zw} = P_{zw} + P_{zu}K(I - P_{yu}K)^{-1}P_{yw} \quad (3.3)$$

โดยที่ $z = T_{zw}w$ สมการฟังก์ชันถ่ายโอนวงรอบปิด ที่ได้เรียกว่าลิเนียร์แฟรคชันนัลทรานส์ฟอร์มเมชัน (Linear Fractional Transformation) ซึ่งเป็นวิธีการหาค่าสมการฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบที่มี 2 ทางเข้าออกดังแสดงในรูปที่ 3.8 ซึ่งวิธีการออกแบบตัวควบคุมจะมุ่งเน้นการแก้ปัญหาด้วยวิธีการควบคุมแบบ H_∞ และทำการแปลงรูปบล็อกไดอะแกรมให้อยู่ในรูปสมการปริภูมิสถานะ

ด้วยเหตุผลนี้ผู้วิจัยจึงพยายามหลีกเลี่ยงและนำเสนอวิธีการควบคุมแนวทางอื่นๆ ที่สามารถลดรูปแบบการควบคุมที่ซับซ้อนลงให้ได้มากที่สุด จึงเลือกวิธีการควบคุมแบบที่ปรับตัวได้มาประยุกต์ใช้และเป็นต้นแบบในการออกแบบตัวควบคุมคงทนชนิดติดตามการควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแสดงไว้ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้แล้วในลำดับต่อไป

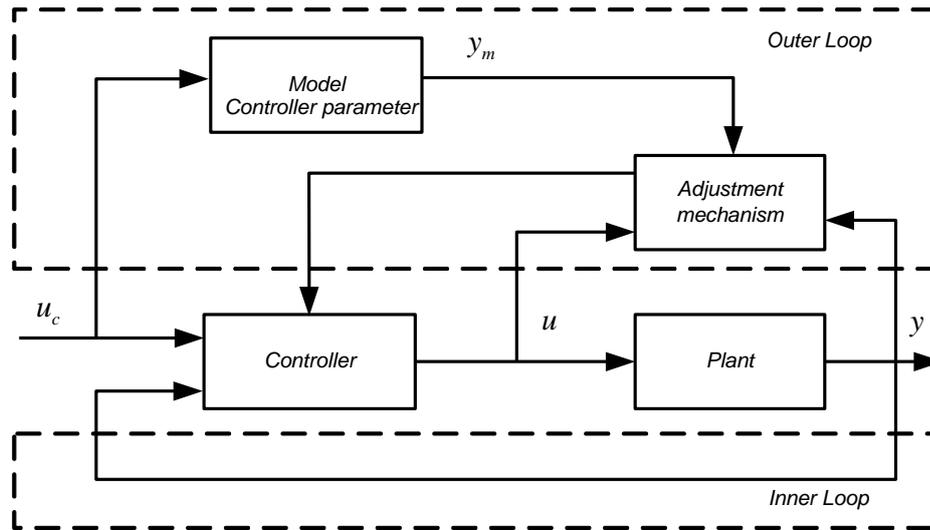
3.2.1 การควบคุมแบบที่ปรับตัวได้

การควบคุมแบบที่ปรับตัวได้คือ การควบคุมที่สามารถปรับค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมได้ เมื่อพารามิเตอร์ของพลานต์มีความไม่แน่นอนซึ่งสามารถแสดงได้ดังบล็อกไดอะแกรมของตัวควบคุมแบบที่ปรับตัวได้ดังรูปที่ 3.9



รูปที่ 3.9 แสดงบล็อกไดอะแกรมของตัวควบคุมแบบที่ปรับตัวได้

จากบล็อกไดอะแกรมดังรูปที่ 3.9 สามารถแยกพิจารณาส่วนประกอบของบล็อกไดอะแกรมได้เป็นสองวงรอบ ซึ่งประกอบด้วยวงรอบใน (Inner Loop) และวงรอบนอก (Outer Loop) ดังแสดงในรูปที่ 3.10



รูปที่ 3.10 บล็อกไดอะแกรมแสดงส่วนต่าง ๆ ของหลักการควบคุมแบบที่ปรับตัวได้

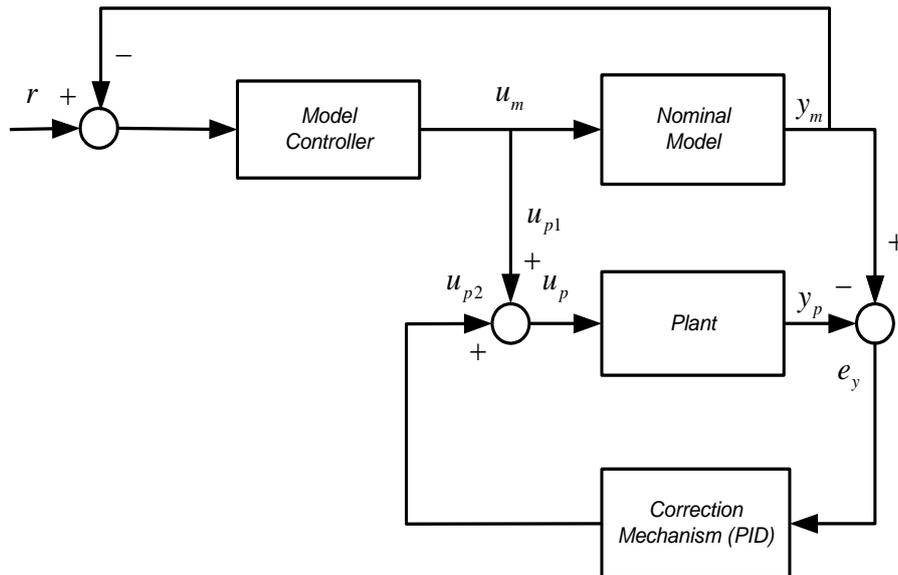
จากบล็อกไดอะแกรมรูปที่ 3.10 จะประกอบด้วยวงรอบในมีหน้าที่เป็นชุดควบคุมแบบป้อนกลับ เพื่อปรับปรุงเสถียรภาพของพลานต์ ซึ่งจะมีสมรรถภาพการควบคุมตามค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุม และวงรอบนอกจะมีหน้าที่รับค่าจากการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ของพลานต์ มาเปรียบเทียบกับค่าของแบบจำลองอ้างอิงที่กำหนดไว้ โดยค่านี้ผู้ออกแบบจะเป็นผู้กำหนดแล้ว นำค่าผลต่างนี้ไปปรับค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมเพื่อให้ส่วนของลูปใน ทำการปรับปรุงเสถียรภาพของระบบตามการเปลี่ยนแปลงของสัญญาณรบกวน หรือการเปลี่ยนแปลงของพลานต์ ซึ่งส่วนของแบบจำลองอ้างอิงนี้ ถือเป็นส่วนที่สำคัญมากของพลานต์ของตัวควบคุมแบบที่ปรับตัวได้

ดังนั้นการควบคุมชนิดที่ปรับตัวได้ เป็นวิธีการควบคุมที่เหมาะสมกับพลานต์ที่มีความไม่แน่นอน พลานต์ที่ต้องการขอบเขตการควบคุมที่กว้าง และมีประสิทธิภาพของการควบคุมเสถียรภาพของพลานต์ได้ดี แม้ว่าพลานต์จะเปลี่ยนแปลงในลักษณะไม่คงตัวและไม่เป็นเชิงเส้น เนื่องจากการควบคุมชนิดปรับตัวได้จะมีการเปรียบเทียบค่าสัญญาณออกของพลานต์ กับแบบจำลองอ้างอิงอย่างต่อเนื่อง แล้วนำค่าผลต่างของการเปรียบเทียบดังกล่าวไปปรับเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมจึงทำให้พลานต์มีเสถียรภาพและมีความยืดหยุ่นสูง

แม้ว่าตัวควบคุมแบบที่ปรับตัวได้จะมีข้อดีดังที่ได้กล่าวมาข้างต้น แต่ข้อเสียของตัวควบคุมแบบที่ปรับตัวได้นี้คือ การออกแบบจำลองอ้างอิงให้เหมาะสมกับกฎการปรับตัวที่เคร่งครัดของการติดตามแบบจำลองแบบที่ปรับตัวได้เป็นสิ่งที่กระทำยากก่อนข้างยาก พลานต์จะมีความซับซ้อนและผลตอบสนองทางพลวัตจะช้ากว่า เมื่อเปรียบเทียบกับพลานต์การควบคุมแบบคงทน

3.2.2 การควบคุมคงทนชนิดติดตามการควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

ในหัวข้อนี้จะอธิบายถึงแนวความคิดในการเลือกใช้แบบจำลองของพลานต์ เป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อ้างอิงโดยตรงเป็นสิ่งที่น่าสนใจ ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้นำเสนอการพัฒนาแนวคิดนี้เป็นการออกแบบตัวควบคุมคงทนชนิดติดตามการควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีโครงสร้างที่แตกต่างไปมาก เมื่อเปรียบเทียบกับโครงสร้างเดิมของการควบคุมชนิดติดตามแบบจำลองที่ปรับตัวได้ โดยค่ากลางที่ได้จากการจำลองของพลานต์ จะทำหน้าที่เป็นแบบจำลองอ้างอิงในพลานต์ ตัวควบคุม แบบจำลอง (Model Controller) คือตัวควบคุมที่ออกแบบมาจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ โดยสามารถเลือกใช้เทคนิคในการออกแบบใดๆ ก็ได้ และมีหน้าที่หลักสองประการคือ เพื่อประกันสัญญาณออก y_m ให้เป็นไปตามข้อกำหนดทางสมรรถนะทั้งหมดที่ตั้งโดยผู้ออกแบบ อีกหน้าที่หนึ่งคือเป็นส่วนในการสร้างสัญญาณเข้าเพื่อใช้ควบคุม พลานต์ และตัวปรับแก้ชนิดพีไอดี (PID Correction Mechanism) จะเป็นตัวสร้างสัญญาณเพิ่มเข้ามาในพลานต์ เพื่อปรับแก้ให้สัญญาณออกของพลานต์จริงยังคงติดตามสัญญาณออกของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาในรูปค่าความผิดพลาดของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์



รูปที่ 3.11 โครงสร้างของการออกแบบตัวควบคุมคงทนชนิดติดตามการควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

จากรูปที่ 3.11 กำหนดให้ $y_p = y_m$ นั่นคือพลานต์ติดตามแบบจำลองอ้างอิงอย่างสมบูรณ์แบบ และทำให้ $e_y = 0$ $u_{p2} = 0$ และ $u_p = u_{p1} = u_m$ ดังนั้นสามารถกล่าวได้ว่า u_{p2} คือสัญญาณการติดตามแบบจำลองที่สมบูรณ์แบบ ในขณะที่ u_{p2} ซึ่งเป็นสัญญาณปรับแก้ที่เพิ่มเข้าจะมีค่าเป็น ศูนย์ เนื่องจากการพิจารณากรณีพลานต์ทางคณิตศาสตร์ เมื่อเปรียบเทียบกับ การควบคุมชนิดติดตามแบบจำลองแบบที่ปรับตัวได้จะพบว่าจุดที่คล้ายคลึงกับ การออกแบบตัวควบคุมคงทนชนิดติดตามการควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ คือสัญญาณเข้าของพลานต์จริงจะประกอบ ด้วยสองสัญญาณคือ ส่วนการติดตามแบบจำลองที่สมบูรณ์แบบ u_{p1} และสัญญาณปรับแก้ที่เพิ่มเข้ามา u_{p2} โดยสัญญาณการติดตามแบบจำลองที่สมบูรณ์แบบ u_{p1} จะเท่ากับสัญญาณเข้าเพื่อควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ u_m และสัญญาณปรับแก้ที่เพิ่มเข้ามา u_{p2} จะถูกสร้างโดย ตัวปรับแก้สัญญาณปรับแก้ดังกล่าวมีหน้าที่ทำให้ สัญญาณออกของพลานต์ y_p ติดตามสัญญาณออกของแบบจำลอง y_m เมื่อพิจารณารวมความไม่แน่นอนเชิงพารามิเตอร์ของพลานต์ด้วย

โดยหลักการแล้วตัวปรับแก้ที่เพิ่มเข้ามาในพลานต์นั้นสามารถออกแบบด้วยเทคนิคใดก็ได้เพื่อประกันการติดตามแบบจำลองที่สมบูรณ์แบบ ดังได้กล่าวไว้จากหลายๆ บทความ [1,2-6] ถึงความยากและความซับซ้อนต่างๆ ของกฎการปรับตัวซึ่งรวมถึงการสร้างจริงที่ต้องใช้เวลา มากของการควบคุมชนิดติดตามแบบจำลองแบบที่ปรับตัวได้ ดังนั้นเพื่อลดขั้นตอนในการ ออกแบบตัวปรับแก้จึงเลือกใช้หลักการควบคุมแบบพีไอดี ซึ่งเป็นเทคนิคที่ง่ายและเป็นที่ยอมรับกันดี มาประยุกต์ใช้ในการออกแบบตัวปรับแก้ โดยตัวปรับแก้ชนิดพีไอดีมีโครงสร้างดังนี้

$$u_{p2} = k_{pa} \left(e_y + \frac{1}{T_{ia}} \int e_y d\tau + T_{da} \frac{de_y}{dt} \right) \quad (3.4)$$

เมื่อ k_{pa} คืออัตราขยายของตัวปรับแก้ชนิดพีไอดี

T_{ia} คือค่าเวลาอินทิกรัลของตัวปรับแก้พีไอดี

T_{da} คือค่าเวลาอนุพันธ์ของตัวปรับแก้พีไอดี

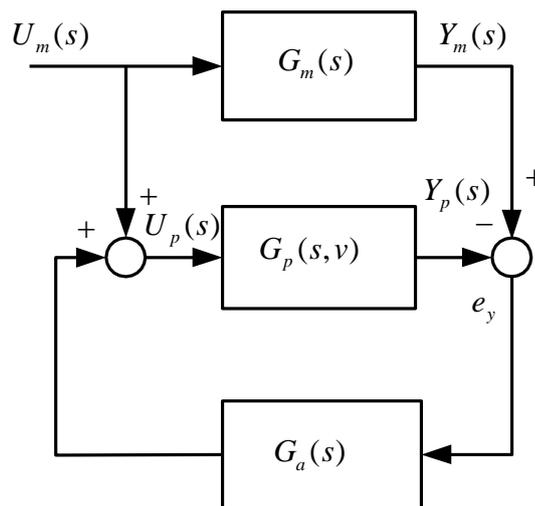
เมื่อเปรียบเทียบกับ การควบคุมชนิดติดตามแบบจำลองแบบที่ปรับตัวได้ จะพบข้อแตกต่างระหว่างการควบคุมดังกล่าวกับ การออกแบบตัวควบคุมคงทนชนิดติดตามการควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ดังนี้

- การเลือกแบบจำลองอ้างอิงสามารถทำได้ง่าย เนื่องจากสามารถใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของพลานต์โดยตรง และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของพลานต์สามารถทดสอบหาได้ง่ายไม่ว่าจะเป็นวิธีทางโดเมนเวลา หรือทางความถี่
- ตัวปรับแก้อาศัยเพียงค่าผิดพลาดระหว่างสัญญาณออกของพลานต์ กับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เท่านั้น

- ตัวปรับแก้ชนิดพีไอคือมีลักษณะเป็นเชิงเส้นและสร้างได้ง่าย
- การสังเคราะห์การควบคุมเพื่อติดตามสัญญาณอ้างอิง และการสังเคราะห์ความคงทนของพลานต์ที่สามารถแยกการพิจารณาออกจากกันได้อย่างเป็นอิสระ นั่นคือสมรรถนะในการติดตาม สัญญาณอ้างอิงซึ่งจะถูกประกัน โดยการออกแบบตัวควบคุมแบบจำลองที่ดีโดยอาศัยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และความคงทนของพลานต์จะถูกประกันโดย ตัวปรับแก้ชนิดพีไอดีที่เหมาะสมเมื่อพิจารณาความไม่แน่นอนของพลานต์

3.2.2.1 เงื่อนไขการติดตามแบบจำลองอย่างสมบูรณ์แบบ

กำหนดให้แบบจำลองอ้างอิง พลานต์ และตัวปรับแก้ชนิดพีไอดี สามารถแทนด้วยฟังก์ชันถ่ายโอน $G_m(s)$, $G_p(s, v)$ และ $G_a(s)$ ตามลำดับดังแสดงในรูปที่ 3.12 โดย v แทนเวกเตอร์พารามิเตอร์ของพลานต์



รูปที่ 3.12 โครงสร้างอย่างง่ายของการออกแบบตัวควบคุมคงทนชนิดติดตามการควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

ทฤษฎีเงื่อนไขการติดตามแบบจำลองอย่างสมบูรณ์แบบ

- สัญญาณออกของพลานต์ $y_p(t)$ จะติดตามสัญญาณออกของแบบจำลอง $y_m(t)$
- เงื่อนไขที่ 1 เมื่อแบบจำลองและพลานต์จะต้องไม่รวม โพลที่อยู่ในระนาบฝั่งขวา และที่อยู่บนแกนจินตภาพ โดยยกเว้นกรณีที่มีจุดออริจิน
- เงื่อนไขที่ 2 พลานต์ควบคุมป้อนกลับซึ่งประกอบด้วยพลานต์และตัวปรับแก้ชนิดพีไอดี ดังกล่าว ซึ่งทำหน้าที่เป็นตัวควบคุมป้อนกลับมี “เสถียรภาพ”
- เงื่อนไขที่ 3 สัญญาณออกของตัวควบคุมแบบจำลองมีขอบเขตเมื่อเข้าสู่อนันต์ หรือ

$$\lim_{t \rightarrow \infty} u_m(t) = k, \quad (3.5)$$

ข้อพิสูจน์ จากรูปที่ 3.12

$$Y_m(s) = G_m(s)U_m(s), \quad (3.6)$$

$$Y_p(s) = G_p(s, v)[U_m(s) + G_a(s)e_y(s)], \quad (3.7)$$

$$e_y(s) = Y_m(s) - Y_p(s) \quad (3.8)$$

ดังนั้นฟังก์ชันการถ่ายโอนของค่าผิดพลาดสัญญาณออก $e_y(s)$ ต่อสัญญาณเข้าของแบบจำลอง $U_m(s)$ คือ

$$\frac{e_y(s)}{U_m(s)} = \frac{G_m(s) - G_p(s, v)}{1 + G_p(s, v)G_a(s)} \quad (3.9)$$

กำหนดให้

$$G_m(s) = \frac{N_m(s)}{D_m(s)} \quad (3.10)$$

$$G_p(s, v) = \frac{N_p(s, v)}{D_p(s, v)} \quad (3.11)$$

$$G_a(s) = \frac{N_a(s)}{D_a(s)} \quad (3.12)$$

และจากเงื่อนไขสามารถแสดงในเทอมของส่วนคือ

$$D_m(s) = s^n D'_m(s), \quad (3.13)$$

$$D_p(s, v) = s^n D'_p(s, v), \quad (3.14)$$

เมื่อ n คือจำนวนเต็มที่มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับศูนย์ โดยในที่นี้กำหนดให้พหุนาม และแบบจำลองมีจำนวนของโพลที่ออร์จินเท่ากัน และ $D'_m(s)$, $D'_p(s)$ คือ โพลีโนเมียลที่เสถียร จากนั้นสมการที่ (3.9) สามารถแสดงในเทอมของโพลีโนเมียลข้างต้นนี้

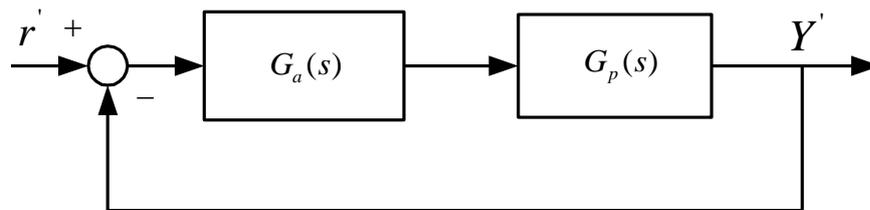
$$\frac{e_y(s)}{U_m(s)} = \frac{D_a(s) [D_p'(s, v)N_m(s) - D_m'(s)N_p(s, v)]}{D_m'(s) [D_p(s, v)D_a(s) + N_p(s, v)N_a(s)]} \quad (3.15)$$

กำหนดพลาตต์ป้อนกลับพลาตต์หนึ่งซึ่งประกอบด้วยพลาตต์ และตัวปรับแก้พีไอดีซึ่งทำหน้าที่เป็นตัวควบคุมป้อนกลับดังแสดงในรูปที่ 3.13 และมีฟังก์ชันถ่ายโอนวงรอบปิดดังนี้

$$\frac{Y'(s)}{r'(s)} = \frac{N_p(s, v)N_a(s)}{D_p(s, v)D_a(s) + N_p(s, v)N_a(s)} \quad (3.16)$$

เนื่องจาก $D_m'(s)$ คือ โพลีโนเมียลที่เสถียร ดังนั้นจากสมการที่ (3.15) และ (3.16) พบว่าค่าความผิดพลาดของสัญญาณออก e_y ในตัวควบคุมคงทนชนิดติดตามการควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ก็มีคุณสมบัติของความเสถียร เช่นเดียวกับพลาตต์ควบคุมป้อนกลับ ซึ่งประกอบด้วยพลาตต์และตัวปรับแก้ชนิดพีไอดีที่เหมือนกันดังแสดงในรูปที่ 3.13 นั่นคือถ้าพลาตต์ควบคุมป้อนกลับดังกล่าวเสถียรและค่าความผิดพลาดของสัญญาณออก e_y ในตัวควบคุมคงทนชนิดติดตามการควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จะได้สมการใหม่คือ

$$\lim_{s \rightarrow 0} s e_y(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{D_a(s) [D_p'(s, v)N_m(s) - D_m'(s)N_p(s, v)]}{D_m'(s) [D_p(s, v)D_a(s) + N_p(s, v)N_a(s)]} s U_m(s) \quad (3.17)$$



รูปที่ 3.13 พลาตต์ควบคุมป้อนกลับ

เมื่อพิจารณาเงื่อนไข สามารถเรียบเรียงสมการที่ (3.17) ได้ใหม่ดังนี้

$$\lim_{s \rightarrow 0} s e_y(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{D_a(s) [D_p'(s, v)N_m(s) - D_m'(s)N_p(s, v)]}{D_m'(s) [D_p(s, v)D_a(s) + N_p(s, v)N_a(s)]} \lim_{s \rightarrow 0} s U_m(s) \quad (3.18)$$

และจากสมการที่ (3.7) เทอมของส่วนของตัวปรับแก้ชนิด พีไอดีคือ

$$u_{p2} = k_{pa} \left(e_y + \frac{1}{T_{ia}} \int_0^1 e_y d\tau + T_{da} \frac{de_y}{dt} \right) \quad \text{นั่นคือ } D_a(s) = T_{ia}(s). \quad (3.19)$$

$$\text{ดังนั้น} \quad \lim_{s \rightarrow 0} s e_y(s) = 0 \quad (3.20)$$

จากเงื่อนไขและสมการที่ (3.15) จะปรากฏขอบเขตที่จำกัดบนค่าความผิดพลาดของสัญญาณออก $e_y(t)$ เมื่อเวลาเข้าสู่อันต์ดังนี้

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s e_y(s) = 0 \quad (3.21)$$

เพราะฉะนั้นคือ ด้วยเงื่อนไขตามทฤษฎีตัวควบคุมคงทนชนิดติดตามการควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ สามารถบรรลุเงื่อนไข การติดตามแบบจำลองที่สมบูรณ์แบบ

จากทฤษฎีพื้นฐานสำหรับการออกแบบตัวควบคุมดั้งเดิม และทฤษฎีพื้นฐานสำหรับการออกแบบตัวควบคุมแบบคงทนจะใช้เป็นพื้นฐานในการออกแบบตัวควบคุมคงทนสำหรับพลานต์ที่มีความไม่แน่นอนในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้

3.3 การประมาณค่าความไม่แน่นอนในการวัด[30]

ความไม่แน่นอนของการวัด คือ ค่าของผลการประมาณที่เจาะจงไปที่คุณสมบัติเฉพาะ ในช่วงที่คาดว่าค่าจริงของสิ่งที่วัดนั้นเป็นอยู่ โดยทั่วไปจะระบุพร้อมด้วยค่าความน่าจะเป็นไปได้ด้วยค่าระดับความมั่นใจ (Confidence Level)

3.3.1 หลักการในการประมาณค่าความไม่แน่นอนในการวัด[30,31-35]

วิธีที่ง่ายที่สุดคือ การนำค่าความไม่แน่นอนย่อยๆ มาบวกกัน โดยตรง อย่างไรก็ตามการบวกกันโดยตรงในลักษณะนี้มีข้อเสียบางประการ ทำให้มีความพยายามที่จะหาวิธีการประมาณค่าความไม่แน่นอนในการวัดที่มีความถูกต้องมากขึ้น โดยวิธีที่เป็นที่ยอมรับมากที่สุดขณะนี้ได้แก่วิธีตามที่กำหนดไว้ใน ISO/TAG 4 “Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement [31]” ซึ่งมีขั้นตอนหลักๆ ในการประมาณค่าความไม่แน่นอนในการวัด ดังนี้

1. หาความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ระหว่างปริมาณเอาต์พุตต่อปริมาณอินพุต ทั้งนี้ความสัมพันธ์ในเชิงปริมาณที่ทำการวัดและความสัมพันธ์ในเชิงตัวเลขที่ได้ จากการวัดแสดงได้ดังนี้

ความสัมพันธ์ในเชิงปริมาณที่ทำการวัด ซึ่งได้มาจากปริมาณที่เกี่ยวข้องต่างๆ

$$Y = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \quad (3.22)$$

โดยที่

Y คือ ค่าปริมาณเอาต์พุต

f คือ ค่าฟังก์ชันความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ระหว่างปริมาณเอาต์พุตต่อปริมาณอินพุต
ในเชิงปริมาณที่ทำการวัดตั้งแต่ $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$

2. ประมาณค่าความไม่แน่นอนมาตรฐานแบบ Type A
3. ประมาณค่าความไม่แน่นอนมาตรฐานแบบ Type B
4. ประมาณค่าความไม่แน่นอนมาตรฐานแบบ Combined
5. ประมาณค่าความไม่แน่นอนแบบ Expanded

3.3.1.1 การประมาณค่าความไม่แน่นอนมาตรฐานแบบ Type A

การประมาณค่าความไม่แน่นอนมาตรฐานแบบ Type A เป็นการนำเอาหลักการทางสถิติมาใช้ โดยการประมาณค่าเป็นการดูถึงความซ้ำค่า ของค่าที่วัดได้จากพลาเน็ตซึ่งเป็นค่าความไม่แน่นอนแบบสุ่ม (Random Uncertainty)

การประมาณค่าความไม่แน่นอนมาตรฐานแบบ Type A มีขั้นตอนโดยสรุปดังนี้

1. หาค่าเฉลี่ยของความสัมพันธ์ระหว่างการวัดปริมาณ โดยที่ปริมาณ x เป็นค่าสังเกตที่เป็นอิสระต่อกันจำนวน n ครั้ง ค่าเฉลี่ยจะประมาณได้จาก

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} \quad (3.23)$$

โดยที่

\bar{X} คือ ค่าเฉลี่ยของผลการวัดจากจำนวน n ครั้ง

n คือ จำนวนครั้งของการวัด

x_i คือ ค่าที่วัดได้ เมื่อ i เป็นจำนวนครั้ง (1, 2, 3, ..., n)

2. การประมาณค่ากระจายของข้อมูลโดยประมาณจากค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน จะได้

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n-1}} \quad (3.24)$$

โดยที่

S คือ ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของการวัด

3. หาค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าเฉลี่ย

ถ้าการวัดที่สภาวะคงที่และการวัดที่มีการดำเนินการแบบต่อเนื่องไปเรื่อยๆ จะทำให้ค่าเฉลี่ยและค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานดังกล่าวเปลี่ยนแปลงไป ซึ่งสามารถประมาณค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าเฉลี่ยได้จาก

$$\sigma(\bar{X}) = \frac{S}{\sqrt{n}} \quad (3.25)$$

เพราะฉะนั้นค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานที่ประมาณได้นี้ เรียกว่า ค่าความไม่แน่นอนมาตรฐานแบบ Type A

$$U_A(x) \equiv \sigma(\bar{X}) \quad (3.26)$$

โดยที่

U_A คือ ค่าความไม่แน่นอนของการวัดแบบ Type A

3.3.1.2 การประมาณค่าความไม่แน่นอนมาตรฐานแบบ Type B

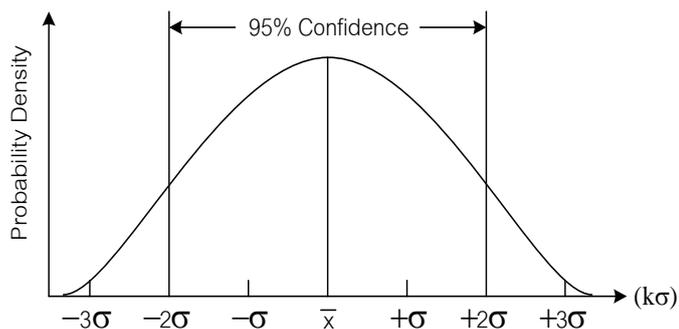
การประมาณค่าความไม่แน่นอนของการวัดแบบ Type B (Type B Standard Uncertainty) เป็นการประมาณค่าโดยการใช้ข้อมูลจากแหล่งต่างๆ เช่น

- ค่าที่ได้จากการสอบเทียบเครื่องมือวัด
- การเลื่อนค่า (Drift) ของเครื่องมือวัด
- ค่าความละเอียดที่อ่านได้ของเครื่องมือวัด (Resolution)
- วิธีการวัด
- สภาวะแวดล้อมในการวัด

ผู้ทำการวัดจะประมาณค่าความไม่แน่นอนในการวัดแบบ Type B โดยพิจารณาจากรูปแบบการกระจายค่าความไม่แน่นอน (The Probability of the Uncertainty) [35] ดังนี้

1. การกระจายความน่าจะเป็นแบบปกติ (Normal Probability Distribution)

ค่าที่ได้จากการวัดใดๆ จะมีการกระจายตัวใกล้เคียงกับค่าเฉลี่ย และจะลดน้อยลงไปเรื่อยๆ ดังรูปที่ 3.14 ซึ่งลักษณะการกระจายตัวคล้ายรูปประฆังคว่ำ เรียกรูปแบบการกระจายนี้เป็น Normal Probability Distribution โดยค่าความไม่แน่นอนของการวัดแบบ Type B จะมีขนาดเท่ากับ Uncertainty / k โดยการพิจารณาค่า k จากตารางที่ 3.1



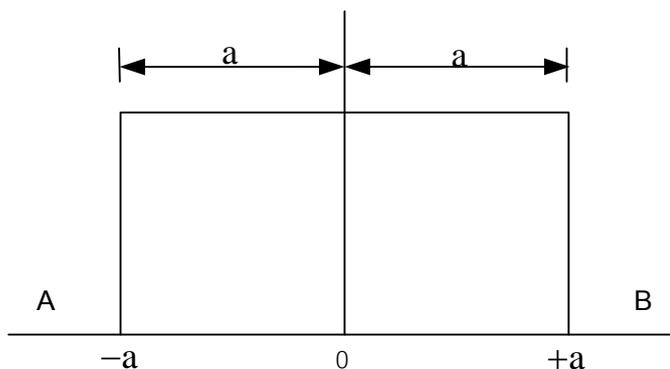
รูปที่ 3.14 การกระจายความน่าจะเป็นแบบปกติ

ตารางที่ 3.1 การเลือกค่าระดับความเชื่อมั่น

ระดับความเชื่อมั่น (Confidence Level)	ค่า k
95%	1.96
ค่าประมาณ 95%	2
99%	2.58
ค่าประมาณ 99%	3

2. การกระจายความน่าจะเป็นแบบสี่เหลี่ยมมุมฉาก (Rectangular Probability Distribution)

ค่าที่ได้จากการวัดใดๆ ที่มีลักษณะเป็นค่าสูงสุดเท่ากันทุกค่า จะเป็นการกระจายความน่าจะเป็นแบบสี่เหลี่ยมมุมฉาก ค่าความไม่แน่นอนของการวัดแบบ Type B จะมีขนาดเท่ากับ $a/\sqrt{3}$ เมื่อ a เป็นครึ่งหนึ่งของค่าการกระจายนั้น ดังรูปที่ 3.15



รูปที่ 3.15 การกระจายความน่าจะเป็นแบบสี่เหลี่ยมมุมฉาก

จากรูปที่ 3.15 สามารถทำคำนวณหาค่าตามการกระจายความน่าจะเป็นแบบสี่เหลี่ยมมุมฉากได้ดังนี้

$$f(x) = \frac{1}{(B-A)}; A < x < B$$

$$\sigma^2 = \int_A^B \left[x - \frac{A+B}{2} \right]^2 \frac{1}{(B-A)} dx = \frac{(B-A)^2}{12}; A = -a; B = +a \quad (3.27)$$

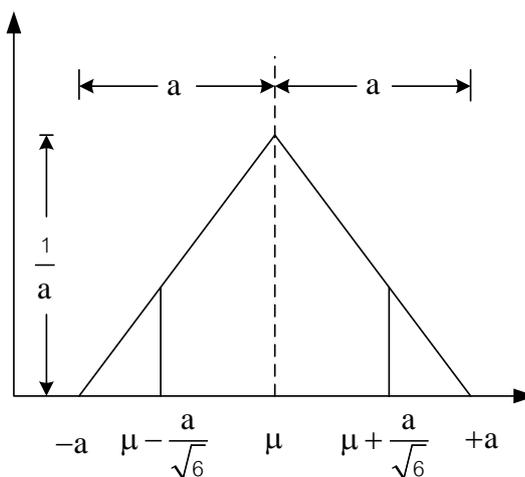
$$\sigma = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

ตารางที่ 3.2 แสดงตัวอย่างการประมาณค่าการกระจายความน่าจะเป็นแบบสี่เหลี่ยมมุมฉาก

ชื่อ	ค่าที่บอก	ค่าครึ่งช่วง	$a/\sqrt{3}$	ตัวย่อ
Accuracy	$\pm 0.05\%$	0.05%	$0.05/\sqrt{3}$	U(A)
Resolution	1 °C	0.5 °C	$0.5/\sqrt{3}$	U(B)
Drift	$\pm 0.01^\circ\text{C}$	0.01 °C	$0.01/\sqrt{3}$	U(D)

3. การกระจายความน่าจะเป็นแบบสามเหลี่ยม (Triangular Probability Distribution)

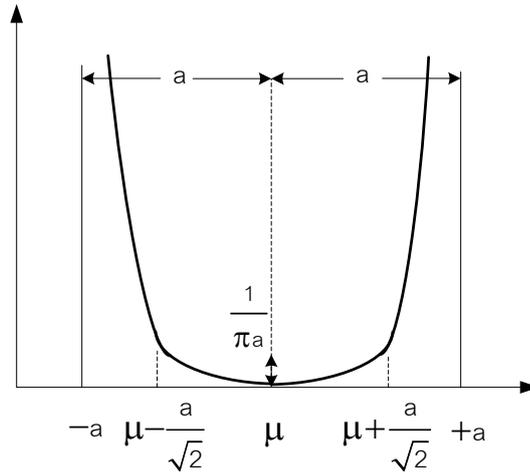
ค่าที่ได้จากการวัดใดๆ ให้ค่าที่มีลักษณะการกระจายความน่าจะเป็นแบบสามเหลี่ยม ก็คือกรณีที่รู้ว่าค่าที่ได้จากการวัดส่วนใหญ่จะอยู่ใกล้เคียงกับค่าเฉลี่ยของการกระจาย ดังรูปที่ 3.16 สามารถคำนวณค่าความไม่แน่นอนแบบนี้ได้คือ $a/\sqrt{6}$ เมื่อ a เป็นครึ่งหนึ่งของค่าการกระจาย



รูปที่ 3.16 การกระจายความน่าจะเป็นแบบสามเหลี่ยม

4. การกระจายความน่าจะเป็นแบบยู (U-Shape Probability Distribution)

ค่าที่ได้จากการวัดใดๆ เกิดความไม่เข้ากัน หรือไม่สอดคล้องกันของตัวส่ง กับตัวรับ ใดๆ (เช่น เครื่องส่งวิทยุ กับตัวรับวิทยุ) ค่าความไม่แน่นอนของการวัดแบบ Type B จะมีขนาดเท่ากับ $a/\sqrt{2}$ เมื่อ a เป็นครึ่งหนึ่งของค่าการกระจายนั้น ดังรูปที่ 3.17



รูปที่ 3.17 การกระจายความน่าจะเป็นแบบยู

3.3.1.3 ความไม่แน่นอนมาตรฐานแบบ Combined

ผลรวมของการประมาณค่าความไม่แน่นอนของการวัดทั้งหมด หรือ Combined Standard Uncertainty เป็นการรวมเอาค่าความไม่แน่นอนของการวัดแบบ Type A และ ค่าความไม่แน่นอนของการวัดแบบ Type B โดยวิธีการรวมค่าความไม่แน่นอนในการวัดที่ได้จากทั้งสองกลุ่ม เพื่อให้ได้ค่าความไม่แน่นอนของการวัดทั้งหมด ได้แสดงเป็นสมการ ดังนี้

$$U_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N C_i^2 u^2(x_i)} \equiv \sqrt{\sum_{i=1}^N u_i^2(y)} \quad (3.28)$$

โดยที่

- C_i คือ Sensitivity Coefficient ซึ่งใช้สำหรับการแปลงอินพุต ที่มีหน่วยต่างๆ จากเอาต์พุต ให้เป็นหน่วยเดียวกัน หรือ ใช้ขยายปริมาณของ อินพุตให้เหมาะสมกับเอาต์พุต
- $u(x_i)$ คือ ความไม่แน่นอนที่เกิดจากปริมาณอินพุตต่างๆ
- $u_i(y)$ คือ ความไม่แน่นอนของเอาต์พุตย่อยๆ แต่ละตัว

3.3.1.4 ค่าความไม่แน่นอนแบบ Expanded

ค่าความไม่แน่นอนของการวัดทั้งหมดที่ประมาณได้มีความเชื่อถือได้ในระดับหนึ่ง แต่ยังไม่มีความมั่นใจมากพอสำหรับเครื่องมือวัดในอุตสาหกรรมที่ต้องการความถูกต้องอย่างสูง จึงควรเลือกค่าความไม่แน่นอนของการวัดที่ระดับความเชื่อมั่น 95% ของค่าความไม่แน่นอนของการวัดทั้งหมดที่ประเมินได้ โดยจะต้องคูณด้วยค่าตัวประกอบครอบคลุม (Coverage Factor) k เพื่อให้เป็นค่าความไม่แน่นอนขยาย (Expanded Uncertainty) หรือที่เรียกสั้นๆ ว่า Uncertainty

$$U = kU_c \quad (3.29)$$

โดยที่

- U คือ ค่าความไม่แน่นอน
- k คือ ตัวประกอบครอบคลุม ซึ่งมีค่าเท่ากับ V_{eff}
- U_c คือ ค่าความไม่แน่นอนของการวัดทั้งหมด

ระดับความเชื่อมั่นในการสอบเทียบ จะสามารถเลือกที่ค่าใดก็ได้ตามระดับความเชื่อมั่นที่เป็นที่ยอมรับ ได้แก่ ความเชื่อมั่นที่ระดับเท่ากับ 95% และโดยปกติจะอนุโลมค่าระดับความเชื่อมั่น 95.45% ว่าเป็น 95% โดยที่ระดับความเชื่อมั่น 95.45% นี้จะสามารถกำหนดตัวคูณเมื่อ Effective Degree of Freedom เท่ากับ ∞ ได้ง่ายๆ ว่าเท่ากับ 2

3.4 ตัวอย่าง การประมาณค่าความไม่แน่นอนในการวัด[30]

การประมาณค่าความไม่แน่นอนในการวัดสำหรับการสอบเทียบความต้านทาน โดยในการสอบเทียบความต้านทานที่ 10 k Ω โดยใช้โวลต์มิเตอร์วัดแรงดันตกคร่อมความต้านทานที่ต้องการวัดและวัดแรงดันตกคร่อมความต้านทานมาตรฐานที่ต่ออนุกรมกันอยู่ ซึ่งจะได้ลักษณะความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์

$$R_x = (R_s + R_d + R_t) V_x / V_s$$

เมื่อ

- R_s คือ ค่าที่ได้จากการสอบเทียบ Standard Resistor
- R_d คือ ค่า Drift ของ Standard Resistor
- R_t คือ ค่าการเปลี่ยนแปลงของค่า Standard Resistor เนื่องจากอุณหภูมิในห้อง
- V_x คือ แรงดันที่วัดได้ตกคร่อมความต้านทาน R_x
- V_s คือ แรงดันที่วัดได้ตกคร่อมความต้านทาน R_s

ข้อมูลที่ได้จากการสอบเทียบและผลการประเมิน

1. ผลการวัดอัตราส่วนของ V_x/V_s จำนวน 5 ครั้ง 10.4, 10.7, 10.6, 10.3, 10.5
2. การประมาณค่าความไม่แน่นอนแบบ Type A

$$\bar{V} = \frac{10.4+10.7+10.6+10.3+10.5}{5} = 10.5$$

$$s(V) = \sqrt{(10.4-10.5)^2 + (10.7-10.5)^2 + (10.6-10.5)^2 + (10.3-10.5)^2 + (10.5-10.5)^2}$$

$$= 0.158$$

$$U_A(V) = s(V) = 0.158/\sqrt{5} = 0.0706$$

3. แหล่งและขนาดของความไม่แน่นอน
 - 3.1 ใบแสดงผลการสอบเทียบ Standard Resistor ระบุค่าความไม่แน่นอนในการวัด 1.5 ที่ 95%(k=2)
 - 3.2 ประมาณค่าความผิดพลาดเนื่องจากการ Drift ของ R_s เท่ากับ 2.0
 - 3.3 ประมาณค่าความผิดพลาดเนื่องจากการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิในห้องเท่ากับ 0.5
 - 3.4 ประมาณค่าความผิดพลาดโวลต์มิเตอร์ในการอ่านค่า V_x เนื่องจาก Linearity และ Resolution เท่ากับ 0.2
 - 3.5 ประมาณค่าความผิดพลาดโวลต์มิเตอร์ในการอ่านค่า V_s เนื่องจาก Linearity และ Resolution เท่ากับ 0.2

ตารางที่ 3.3 การประมาณค่าความไม่แน่นอนในการวัด

สัญลักษณ์ (1)	แหล่งของความไม่แน่นอน (2)	ขนาดของความไม่แน่นอน (3)	Probability Distribution (4)	Divisor (5)	C_i (6)	$U_i(R_x)$ (7)	v_i or v_{eff} (8)
R_s	จากข้อ 3.1	1.5	Normal	2.0	1.0	0.75	∞
R_d	จากข้อ 3.2	2.0	Rectangular	$\sqrt{3}$	1.0	1.155	∞
R_f	จากข้อ 3.3	0.5	Rectangular	$\sqrt{3}$	1.0	0.289	∞
V_s	จากข้อ 3.4	0.2	Rectangular	$\sqrt{3}$	1.0	0.115	∞
V_x	จากข้อ 3.5	0.2	Rectangular	$\sqrt{3}$	1.0	0.115	∞
V	จากข้อ 2	0.071	Normal	1.0	1.0	0.071	4
$u(R_x)$	ความไม่แน่นอนมาตรฐานชนิด Combined		Normal			1.418	>500
U	จากข้อ 3.1		Normal (k=2)			2.836	>500

สรุป ตารางที่ 3.1[30] สำหรับประมาณค่าความไม่แน่นอนในการสอบเทียบดังกล่าวเป็นตารางที่เอกสารของ UKAS M3003 ใช้สำหรับช่วยให้การประมาณค่าทำได้สะดวกขึ้นซึ่งห้องปฏิบัติการสอบเทียบอาจนำไปใช้ดัดแปลงให้เหมาะสมกับลักษณะงานของแต่ละห้องปฏิบัติการ เมื่อดูจากตารางจะเห็นว่าตารางการประมาณค่าดังกล่าวมีช่องทั้งหมด 8 คอลัมน์ ซึ่งใช้ในความหมายต่าง ๆ ดังนี้

- คอลัมน์ที่ 1 ใส่สัญลักษณ์ของแหล่งความไม่แน่นอนย่อย
- คอลัมน์ที่ 2 ใส่รายละเอียดของแหล่งความไม่แน่นอน
- คอลัมน์ที่ 3 ใส่ขนาดของแหล่งความไม่แน่นอนที่ประมาณได้
- คอลัมน์ที่ 4 ใส่ลักษณะการกระจายของข้อมูลจากแหล่งความไม่แน่นอนในคอลัมน์ที่แล้ว การประมาณลักษณะการกระจายในคอลัมน์นี้จะทำให้ได้ตัวหารในคอลัมน์ที่ 5 ถัดไปด้วย
- คอลัมน์ที่ 5 ใส่ขนาดของตัวหารเพื่อจะให้ได้ Standard Uncertainty ของแต่ละตัว
- คอลัมน์ที่ 6 ใส่ค่า Sensitivity Coefficient เพื่อที่จะคูณกับผลหารที่ได้จากคอลัมน์ที่ 3 หารด้วยคอลัมน์ที่ 5 ค่า Sensitivity Coefficient อาจมีหน่วยหรือไม่มีหน่วยก็ได้ โดยปกติมักจะเท่ากับ 1

- คอลัมน์ที่ 7 ใส่ค่าความไม่แน่นอนในการวัดที่คำนวณได้ของแต่ละตัวและคำนวณค่า Root Sum Square :RSS (ทำได้โดยนำแต่ละค่ามายกกำลังสอง นำมาบวกกัน และถอดรากที่สอง) เพื่อใส่ในแถวของความไม่แน่นอนมาตรฐานแบบ Combined
- คอลัมน์ที่ 8 ใส่ค่า Degree of Freedom ของแต่ละตัวในแต่ละแถว และประมาณค่า Effective Degree of Freedom ใส่แถวของความไม่แน่นอนมาตรฐานแบบ Combined

ค่า Effective Degree of Freedom ที่ได้ในคอลัมน์ที่ 8 นี้เมื่อนำไปใช้ร่วมกับ Confidence Level ในตาราง t-distribution [แสดงไว้ในภาคผนวก ก.] จะทำให้ได้ตัวคูณที่เหมาะสม (สำหรับการสอบเทียบโดยทั่วไปค่าตัวคูณนี้มักจะได้ออกมาเท่ากับ 2) นำค่าตัวคูณนี้ไปใส่ในคอลัมน์ที่ 4 แถว ความไม่แน่นอนแบบ Expanded และนำตัวคูณนี้ไปคูณกับค่าความไม่แน่นอนมาตรฐานแบบ Combined ที่ได้ ใส่ในคอลัมน์ที่ 8 ของแถวความไม่แน่นอนแบบ Expanded ผลที่ได้จะเป็นค่า ความไม่แน่นอนที่ต้องการ

ความหมายของค่าความไม่แน่นอนในการวัดในตัวอย่างการสอบเทียบความต้านทานนี้ค่า $\pm 0.03 \Omega$ ที่แสดงไว้ต่อจากค่าเฉลี่ยเป็นการแสดงถึงคุณภาพและความเชื่อถือได้ของการสอบเทียบ Standard Resistor โดยเป็นการแจ้งข้อมูลให้ผู้ใช้ผลการสอบเทียบได้ทราบว่าผู้สอบเทียบประมาณค่าความต้านทานที่วัดได้ที่เท่ากับ $10\,000.11 \Omega$ อย่างไรก็ดี ผู้สอบเทียบไม่ทราบค่าที่ถูกต้องของ Standard Resistor นี้ชัดเจน แต่จากระบบคุณภาพและความสามารถของการสอบเทียบ ผู้สอบเทียบเชื่อว่าเมื่อทำการสอบเทียบ Standard Resistor นี้ซ้ำค่าของ Standard Resistor จะถูกต้องไม่น้อยกว่า 95 ครั้งในการวัด 100 ครั้ง