ใบรับรองวิทยานิพนธ์

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต (วิศวกรรมไฟฟ้า)

ปริญญา

วิศวกรรมไฟฟ้า	วิศวกรรมไฟฟ้า
สาขา	**ภาควิชา**

เรื่อง การวางแผนเส้นทางเดินโดยใช้วิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัลและการควบคุมป้อนกลับที่เหมาะที่สุดบริเวณใกล้เคียงสำหรับหุ่นยนต์อุตสาหกรรม

Path Planning using Gauss Pseudospectral Method and Neighboring Optimal Feedback Control for Industrial Robot

นามผู้วิจัย นาย ภาณุพันธ์ มังคลา

ได้พิจารณาเห็นชอบโดย

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก ....

(รองศาสตราจารย์พีระยศ แสนโภชน์, D.Sc.)

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม ....

(อาจารย์จันทนี รุ่งเรืองพิทยากุล, D.Sc.)

หัวหน้าภาควิชา ....

(รองศาสตราจารย์วิชัย สุระพัฒน์,วศ.ม.)

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์รับรองแล้ว

....

(รองศาสตราจารย์กัญจนา ธีระกุล, D.Agr.)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

วันที่ .... **เดือน** .... **พ.ศ.** ....

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

วิทยานิพนธ์

เรื่อง

การวางแผนเส้นทางเดินโดยใช้วิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัล และการควบคุมป้อนกลับที่เหมาะที่สุดบริเวณใกล้เคียงสำหรับหุ่นยนต์อุตสาหกรรม

Path Planning using Gauss Pseudospectral Method and Neighboring Optimal Feedback Control for Industrial Robot

โดย

นายภาณุพันธ์ มังคลา

เสนอ

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
เพื่อความสมบูรณ์แห่งปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต (วิศวกรรมไฟฟ้า)
พ.ศ. 2555

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ภาณุพันธ์ มังคลา 2555: การวางแผนเส้นทางเดินโดยใช้วิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัลและการควบคุมป้อนกลับที่เหมาะที่สุดบริเวณใกล้เคียงสำหรับหุ่นยนต์อุตสาหกรรม ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต (วิศวกรรมไฟฟ้า) สาขาวิศวกรรมไฟฟ้า ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก: รองศาสตราจารย์พีระยศ แสนโภชน์, D.Sc. 96 หน้า

งานวิทยานิพนธ์นี้ได้นำเสนอการวางแผนเส้นทางเดินสำหรับหุ่นยนต์อุตสาหกรรมโดยมีวัตถุประสงค์เพื่อหาเส้นทางเดินที่เหมาะที่สุดในการย้ายแขนของหุ่นยนต์ระหว่างจุดสองจุดด้วยฟังก์ชันวัตถุประสงค์ 2 ประเภท คือเวลาน้อยที่สุด และพลังงานที่น้อยที่สุด ซึ่งอยู่ภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุมและอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุม

งานวิทยานิพนธ์นี้ใช้วิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัลเพื่อแก้ปัญหาการควบคุมที่เหมาะที่สุดแบบไม่เป็นเชิงเส้นด้วยวิธีทางตรงโดยทำการดิสครีไทเซชั่นของปัญหาการควบคุมที่เหมาะที่สุดแบบต่อเนื่องไปเป็นการแก้ปัญหาของโปรแกรมที่ไม่เป็นเชิงเส้น ซึ่งจะใช้การประมาณแบบครอบคลุมเชิงพหุนามไปยังสมการเชิงพลวัตโดยการจัดวางที่จุดเลอจองค์เกาส์ ประสิทธิภาพของวิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัลแสดงได้จากการจำลองการวางแผนเส้นทางเดินที่เหมาะที่สุดของหุ่นยนต์อุตสาหกรรม และนำไปประยุกต์ใช้กับการควบคุมป้อนกลับที่เหมาะที่สุดบริเวณใกล้เคียง

__________________ ________________________________ ___ / ___ / ___

ลายมือชื่อนิสิต ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

Panupun Mungkala 2012: Path Planning using Gauss Pseudospectral Method and Neighboring Optimal Feedback Control for Industrial Robot. Master of Engineering (Electrical Engineering), Major Field: Electrical Engineering, Department of Electrical Engineering. Thesis Advisor: Associate Professor Peerayot Sanposh, D.Sc. 96 pages.

This thesis proposes a path planning method for industrial robots. The objective is to find the path planning to move a robotic arm between two points, with two types of objective functions: time and energy minimization, under control input and control input rate constraints.

This thesis uses Gauss Pseudospectral Method (GPM) for solving nonlinear optimal control problems. This method is a direct method, and discretizes a continuous optimal control problem into a nonlinear program (NLP). Furthermore, it is based on global polynomial approximations to dynamic equations at a set of Legendre-Gauss collocation points (LG points). The effectiveness of this approach has been demonstrated by simulating path planning optimization of an industrial robot and applied to Neighboring Optimal Feedback Control.

____________________________ ____________________________ ___ / ___ / ___

Student's signature Thesis Advisor's signature

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.พีระยศ แสนโภชน์ ประธานกรรมการที่ปรึกษา ที่ได้ให้คำปรึกษาที่เป็นประโยชน์ในงานวิจัยนี้ รวมไปถึงอบรมสั่งสอน และให้กำลังใจ

ขอบพระคุณอาจารย์ จันทนี รุ่งเรืองพิทยากุล กรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วมที่ได้ให้คำแนะนำที่เป็นประโยชน์ในงานวิจัยนี้

ขอบคุณห้องปฏิบัติการวิจัยทางด้านแมคคาทรอนิกส์ หุ่นยนต์ และการควบคุมชาญฉลาด (IMARC) ที่เป็นสถานที่ทำงานวิจัย

ขอบพระคุณ บิดา มารดา และคุณยาย ที่คอยให้กำลังใจมาโดยตลอดจนประสบความสำเร็จในการศึกษา

ภาณุพันธ์ มังคลา

เมษายน 2555

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

สารบัญ

	หน้า
สารบัญ	(1)
สารบัญตาราง	(2)
สารบัญภาพ	(3)
คำนำ	1
วัตถุประสงค์	2
การตรวจเอกสาร	3
อุปกรณ์และวิธีการ	24
อุปกรณ์	24
วิธีการ	24
ผลและวิจารณ์	34
ผล	34
วิจารณ์	56
สรุปและข้อเสนอแนะ	57
สรุป	57
ข้อเสนอแนะ	57
เอกสารและสิ่งอ้างอิง	58
ภาคผนวก	60
ภาคผนวก ก การเขียนฟังก์ชันโปรแกรม Matlab	61
ภาคผนวก ข เอกสารตีพิมพ์ในการประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้า ครั้งที่ 34	78
ภาคผนวก ค เอกสารตีพิมพ์ในการประชุมทางวิชาการของมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ครั้งที่ 50	85
ประวัติการศึกษา และการทำงาน	96

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

สารบัญตาราง

ตารางที่ **หน้า**

ตารางที่		หน้า
1	ผลการแก้ปัญหาการวางแผนเส้นทางเดินที่เหมาะที่สุดของหุ่นยนต์สการา ที่มีฟังก์ชันจุดประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม ที่ N = 50, 60, 80 และ 110	34
2	ผลการแก้ปัญหาการวางแผนเส้นทางเดินที่เหมาะที่สุดของหุ่นยนต์สการา ที่มีฟังก์ชันจุดประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม และอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุม ที่ N = 50, 60, 80 และ 110	
	ผลการแก้ปัญหาการวางแผนเส้นทางเดินที่เหมาะที่สุดของหุ่นยนต์สการา	37
3	ที่มีฟังก์ชันจุดประสงค์แบบเวลาน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม ที่ N = 50, 60, 80 และ 110 ผลการแก้ปัญหาการวางแผนเส้นทางเดินที่เหมาะที่สุดของหุ่นยนต์สการา	49
4	ที่มีฟังก์ชันจุดประสงค์แบบเวลาน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม และอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุม ที่ N = 50, 60, 80 และ 110	52

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

สารบัญภาพ

ภาพที่		หน้า
1	หุ่นยนต์สการารุ่น IBM 7545	24
2	สกีเมติกของหุ่นยนต์สการารุ่น IBM 7545	25
3	แผนภาพการควบคุมป้อนกลับที่เหมาะที่สุดบริเวณใกล้เคียงแบบไม่เอกฐาน	32
4	แผนภาพการควบคุมป้อนกลับที่เหมาะที่สุดบริเวณใกล้เคียงแบบเอกฐาน	32
5	ฟังชันก์จุดประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม เมื่อทำการเพิ่มค่า N = 10 ถึง 500	35
6	เส้นทางเดินที่เหมาะที่สุดสำหรับการย้ายแขนของหุ่นยนต์สการาที่มีฟังชันก์จุดประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุมที่ N = 50	35
7	สัญญาณควบคุมที่เหมาะที่สุดสำหรับการย้ายแขนของหุ่นยนต์สการาที่มีฟังก์ชันจุดประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม ที่ N = 50	36
8	ฟังชันก์จุดประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม และอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุม เมื่อทำการเพิ่มค่า N = 10 ถึง 500	37
9	เส้นทางเดินที่เหมาะที่สุดสำหรับการย้ายแขนของหุ่นยนต์สการาที่มีฟังชันก์จุดประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม และอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุม ที่ N = 50	38
10	สัญญาณควบคุมที่เหมาะที่สุดสำหรับการย้ายแขนของหุ่นยนต์สการาที่มีฟังชันก์จุดประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม และอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุม ที่ N = 50	38
11	การควบคุมป้อนกลับสำหรับหุ่นยนต์สการาที่มีฟังชันก์จุดประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม ที่ N = 50	39
12	ความแตกต่างของ $\theta_1(t)$ระหว่างเส้นทางเดินที่เหมาะที่สุดและการควบคุมป้อนกลับบริเวณใกล้เคียงที่มีฟังชันก์จุดประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม ที่ N = 50	40

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพที่		หน้า
13	ความแตกต่างของ $\theta_2(t)$ ระหว่างเส้นทางเดินที่เหมาะที่สุดและการควบคุมป้อนกลับบริเวณใกล้เคียงที่มีฟังชันก์จุดประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม ที่ N = 50	40
14	การควบคุมป้อนกลับสำหรับหุ่นยนต์สการาที่มีฟังชันก์จุดประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม และอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุม ที่ N = 50	41
15	ความแตกต่างของ $\theta_1(t)$ ระหว่างเส้นทางเดินที่เหมาะที่สุดและการควบคุมป้อนกลับบริเวณใกล้เคียงที่มีฟังชันก์จุดประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม และอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุม ที่ N = 50	42
16	ความแตกต่างของ $\theta_2(t)$ ระหว่างเส้นทางเดินที่เหมาะที่สุดและการควบคุมป้อนกลับบริเวณใกล้เคียงที่มีฟังชันก์จุดประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม และอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุม ที่ N = 50	42
17	การควบคุมป้อนกลับสำหรับหุ่นยนต์สการาที่มีค่าความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์โดยมีฟังชันก์จุดประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม ที่ N = 50	43
18	ความแตกต่างของ $\theta_1(t)$ ระหว่างเส้นทางเดินที่เหมาะที่สุดและการควบคุมป้อนกลับบริเวณใกล้เคียงที่มีค่าความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์ โดยมีฟังชันก์จุดประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม ที่ N = 50	44
19	ความแตกต่างของ $\theta_2(t)$ ระหว่างเส้นทางเดินที่เหมาะที่สุดและการควบคุมป้อนกลับบริเวณใกล้เคียงที่มีค่าความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์ โดยมีฟังชันก์จุดประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม ที่ N = 50	44

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพที่ **หน้า**

20 ความแตกต่างของ $\theta_1(t)$ ระหว่างการควบคุมวงเปิดและการควบคุมป้อนกลับบริเวณใกล้เคียงที่มีค่าความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์ โดยมีฟังชันก์จุดประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม ที่ N = 50 45

21 ความแตกต่างของ $\theta_2(t)$ ระหว่างการควบคุมวงเปิดและการควบคุมป้อนกลับบริเวณใกล้เคียงที่มีค่าความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์ โดยมีฟังชันก์จุดประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม ที่ N = 50 45

22 การควบคุมป้อนกลับสำหรับหุ่นยนต์สการาที่มีค่าความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์โดยมีฟังชันก์จุดประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุมและอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุม ที่ N = 50 46

23 ความแตกต่างของ $\theta_1(t)$ ระหว่างเส้นทางเดินที่เหมาะที่สุดและการควบคุมป้อนกลับบริเวณใกล้เคียงที่มีค่าความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์ โดยมีฟังชันก์จุดประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม และอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุม ที่ N = 50 47

24 ความแตกต่างของ $\theta_2(t)$ ระหว่างเส้นทางเดินที่เหมาะที่สุดและการควบคุมป้อนกลับบริเวณใกล้เคียงที่มีค่าความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์ โดยมีฟังชันก์จุดประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม และอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุม ที่ N = 50 47

25 ความแตกต่างของ $\theta_1(t)$ ระหว่างการควบคุมวงเปิดและการควบคุมป้อนกลับบริเวณใกล้เคียงที่มีค่าความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์ โดยมีฟังชันก์จุดประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม และอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุม ที่ N = 50 48

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพที่		หน้า
26	ความแตกต่างของ $\theta_2(t)$ ระหว่างการควบคุมวงเปิดและการควบคุมป้อนกลับบริเวณใกล้เคียงที่มีค่าความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์ โดยมีฟังชันก์จุดประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม และอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุม ที่ N = 50	48
27	ฟังชันก์จุดประสงค์แบบเวลาน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม เมื่อทำการเพิ่มค่า N = 10 ถึง 500	50
28	เส้นทางเดินที่เหมาะที่สุดสำหรับการย้ายแขนของหุ่นยนต์สการาที่มีฟังชันก์จุดประสงค์แบบเวลาน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม ที่ N = 50	50
29	สัญญาณควบคุมที่เหมาะที่สุดสำหรับการย้ายแขนของหุ่นยนต์สการาที่มีฟังก์ชันจุดประสงค์แบบเวลาน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม ที่ N = 50	51
30	ฟังชันก์จุดประสงค์แบบเวลาน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม และอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุม เมื่อทำการเพิ่มค่า N = 10 ถึง 500	52
31	เส้นทางเดินที่เหมาะที่สุดสำหรับการย้ายแขนของหุ่นยนต์สการาที่มีฟังชันก์จุดประสงค์แบบเวลาน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม และอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุม ที่ N = 50	53
32	สัญญาณควบคุมที่เหมาะที่สุดสำหรับการย้ายแขนของหุ่นยนต์สการาที่มีฟังชันก์จุดประสงค์แบบเวลาน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม และอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุม ที่ N = 50	53
33	การควบคุมป้อนกลับสำหรับหุ่นยนต์สการาที่มีฟังชันก์จุดประสงค์แบบเวลาน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม ที่ N = 50	54
34	การควบคุมป้อนกลับสำหรับหุ่นยนต์สการาที่มีฟังชันก์จุดประสงค์แบบเวลาน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม และอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุม ที่ N = 50	55

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

การวางแผนเส้นทางเดินโดยใช้วิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัลและการควบคุมป้อนกลับที่เหมาะที่สุดบริเวณใกล้เคียงสำหรับหุ่นยนต์อุตสาหกรรม

Path Planning using Gauss Pseudospectral Method and Neighboring Optimal Feedback Control for Industrial Robot

คำนำ

วิทยานิพนธ์นี้ได้นำเสนอวิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัล (Gauss Pseudospectral Method) สำหรับการแก้ปัญหาการควบคุมที่เหมาะที่สุดแบบไม่เป็นเชิงเส้นด้วยวิธีทางตรงโดยทำการดิสครีไทเซชั่น (discretization) ของปัญหาการควบคุมที่เหมาะที่สุดแบบต่อเนื่องไปเป็นการแก้ปัญหาของโปรแกรมที่ไม่เป็นเชิงเส้น ซึ่งจะใช้การประมาณเชิงพหุนามแบบครอบคลุม (global polynomial approximations) ไปยังสมการเชิงพลวัต โดยการจัดวางที่จุดเลอจองค์เกาส์ (legendre-gauss collocation points) โดยจะนำไปประยุกต์ใช้สำหรับการวางแผนเส้นทางเดินที่เหมาะสมที่สุดของหุ่นยนต์อุตสาหกรรม โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อหาเส้นทางเดินที่เหมาะที่สุดในการย้ายแขนของหุ่นยนต์ระหว่างจุดสองจุดด้วยฟังก์ชันวัตถุประสงค์ 2 ประเภท คือเวลาน้อยที่สุด และพลังงานที่น้อยที่สุด ซึ่งอยู่ภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุมและอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุม และนำไปประยุกต์ใช้กับการควบคุมป้อนกลับที่เหมาะที่สุดบริเวณใกล้เคียง (Neighboring Optimal Feedback Control) เพื่อหากฎการป้อนกลับที่เหมาะที่สุดสำหรับการควบคุมการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์อุตสาหกรรม

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

วัตถุประสงค์

งานวิจัยนี้เป็นการศึกษาการวางแผนเส้นทางเดินสำหรับหุ่นยนต์อุตสาหกรรมโดยใช้วิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัลเพื่อแก้ปัญหาการควบคุมที่เหมาะที่สุด โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อหาเส้นทางเดินที่เหมาะที่สุดในการย้ายแขนของหุ่นยนต์ระหว่างจุดสองจุดด้วยฟังก์ชันวัตถุประสงค์ 2 ประเภท คือเวลาน้อยที่สุด และพลังงานที่น้อยที่สุดซึ่งอยู่ภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุมและอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุม และนำไปประยุกต์ใช้กับการควบคุมป้อนกลับที่เหมาะที่สุดบริเวณใกล้เคียง (Neighboring Optimal Feedback Control) โดยได้ทำการศึกษา ดังนี้

1. เพื่อศึกษาวิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัล (Gauss Pseudospectral Method) เพื่อแก้ปัญหาการควบคุมที่เหมาะที่สุดสำหรับการวางแผนเส้นทางเดินสำหรับหุ่นยนต์อุตสาหกรรม โดยมีฟังก์ชันวัตถุประสงค์ 2 ประเภท คือเวลาน้อยที่สุด (time minimization) และพลังงานที่น้อยที่สุด (energy minimization) ซึ่งอยู่ภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุมและอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุม

2. เพื่อศึกษาการควบคุมป้อนกลับที่เหมาะที่สุดบริเวณใกล้เคียง (Neighboring Optimal Feedback Control) แบบไม่เอกฐาน (Non-Singular) และแบบเอกฐาน (Singular)

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

การตรวจเอกสาร

หุ่นยนต์มีบทบาทสำคัญในอุตสาหกรรมการผลิต ซึ่งมีหน้าที่ในการลำเลียงชิ้นงานระหว่างจุดต่างๆ ของสายการผลิต ดังนั้นการวางแผนเส้นทางเดินของหุ่นยนต์ด้วยเวลาน้อยที่สุด จะส่งผลให้ลดเวลาในการลำเลียงชิ้นงาน และเป็นการเพิ่มผลผลิตให้กับอุตสาหกรรมได้อีกด้วย

ปัญหาการควบคุมที่เหมาะที่สุดสามารถใช้กำหนดเส้นทางเดินที่เหมาะสม และสัญญาณควบคุมที่เหมาะสม ซึ่งมีฟังก์ชันจุดประสงค์ภายใต้เงื่อนไขบังคับเชิงพลวัต เงื่อนไขขอบเขต และเงื่อนไขบังคับอสมการเชิงวิถี โดยทั่วไปปัญหาการควบคุมที่เหมาะที่สุดจะใช้แคลคูลัสของการแปรผัน (Calculus of Variations) และหลักการมากที่สุดของพรอนทริยากิน (Pontryagin’s Maximum Principle) เพื่อใช้กำหนดเงื่อนไขจำเป็นอันดับหนึ่ง (First Order Necessary Conditions) ซึ่งมีความยุ่งยากในการวิเคราะห์และซับซ้อนในการแก้ปัญหา ดังนั้นจึงได้พัฒนาเทคนิคเชิงตัวเลข (Numerical techniques) เพื่อแก้ปัญหาการควบคุมที่เหมาะที่สุด (Benson, 2004)

วิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัล (Gauss Pseudospectral Method) เป็นเทคนิคเชิงตัวเลขสำหรับการแก้ปัญหาการควบคุมที่เหมาะที่สุด ซึ่งได้นำมาใช้อย่างกว้างขวางเพื่อแก้ปัญหาที่หลากหลาย เช่น ปัญหาที่เกิดขึ้นในการสร้างแนววิถีของอากาศยานไร้นักบิน การนำวิถีของจรวด การควบคุมแขนหุ่นยนต์ การลดการสั่นสะเทือน การนำวิถีของดวงจันทร์ การควบคุมสนามแม่เหล็ก การแกว่งขึ้นและรักษาเสถียรภาพของลูกตุ้มกลับหัว และการถ่ายโอนวงโคจร เป็นต้น

การแก้ปัญหาการควบคุมที่เหมาะที่สุด จะใช้การประมาณค่าทางคณิตศาสตร์ 3 สมการ คือ ฟังก์ชันจุดประสงค์ สมการเชิงอนุพันธ์ของระบบควบคุม และเงื่อนไขบังคับ โดยควรจะต้องมีการประมาณค่าที่มีประสิทธิภาพทั้ง 3 สมการ ซึ่งความต้องการเหล่านี้ทำให้วิธีซูโดสเปคตรัลได้ถูกพัฒนามาเพื่อให้มีประสิทธิภาพ และมีความแม่นยำสูงสำหรับการประมาณค่าสเตท (state) และสัญญาณควบคุม (control)

วิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัลคือการประมาณค่าฟังก์ชันต่อเนื่อง โดยการเลือกควอดราเจอร์โหนด (quadrature node) และพหุนามเชิงตั้งฉาก (orthogonal polynomial) ซึ่งโดยทั่วไปจะใช้พหุนามเลอจองต์ (Legendre polynomial) ในทางคณิตศาสตร์ควอดราเจอร์โหนดสามารถที่จะบรรลุความแม่นยำสูงโดยมีจำนวนเพียงไม่กี่จุด

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

วิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัล (Gauss Pseudospectral Method) ถูกพัฒนาในปี ค.ศ. 2004 โดยความพยายามของ Benson เพื่อการประมาณค่าสเตท และสัญญาณควบคุม โดยใช้พหุนามลากรางจ์ และการจัดวางที่จุดเลอจองค์เกาส์ (Legendre-Gauss collocation points) วิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัลได้รับความนิยมอย่างแพร่หลายในการแก้ปัญหาการควบคุมที่เหมาะสมที่สุดด้วยระเบียบวิธีเชิงตัวเลข ซึ่งในการแก้ปัญหาเชิงตัวเลขนั้นจะแบ่งเป็นวิธีทางตรง (direct method) และวิธีทางอ้อม (indirect method)

ในปี ค.ศ. 2004 Benson ได้ทำการพิสูจน์พบว่าวิธีทั้งวิธีทางตรง และวิธีทางอ้อมให้ผลเทียบเท่ากัน ซึ่งวิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัลในงานวิจัยนี้จะใช้วิธีทางตรงสำหรับการแก้ปัญหาเชิงตัวเลข โดยทำการดิสครีไทเซชั่นของปัญหาการควบคุมที่เหมาะที่สุดแบบต่อเนื่องไปเป็นการแก้ปัญหาของโปรแกรมที่ไม่เป็นเชิงเส้น เพื่อหาค่าของสเตท และสัญญาณควบคุม

วิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัลบางงานวิจัยอาจเรียกว่าวิธีการจัดวางเชิงตั้งฉาก (Orthogonal Collocation Methods) ซึ่งแบ่งเป็นวิธีการจัดวางแบบครอบคลุม (global collocation method) และวิธีการจัดวางแบบเฉพาะที่ (local collocation method)

ในปี ค.ศ. 2008 Huntington ได้ทำการเปรียบเทียบวิธีทั้งสองแบบแล้วพบว่าวิธีการจัดวางแบบครอบคลุมให้ผลลัพธ์ที่มีความแม่นยำ และมีประสิทธิภาพมากกว่าวิธีการจัดวางแบบเฉพาะที่ ดังนั้นวิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัลในงานวิจัยนี้จึงได้เลือกใช้วิธีการจัดวางแบบครอบคลุม โดยใช้การประมาณเชิงพหุนามแบบครอบคลุม (global polynomial approximations) และการจัดวางที่จุดเลอจองค์เกาส์ไปยังสมการเชิงพลวัต ซึ่งจะอยู่ในรูปแบบสมการพีชคณิตเชิงอนุพันธ์ โดยจุดสำหรับการจัดวาง และการประมาณเชิงพหุนามมีที่มาจากวิธีเกาส์ควอดราเจอร์ (Gauss Quadrature)ในระเบียบวิธีเชิงตัวเลข (Richard and Faires, 2000)

มีงานวิจัยหลายงานที่ได้นำวิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัลไปใช้ในการแก้ปัญหาการควบคุมที่เหมาะที่สุด เช่น การจำลองแนววิถีที่เหมาะที่สุดของจรวดขนส่งอวกาศ (Benson, 2004) การกำหนดค่าที่เหมาะที่สุดในการเคลื่อนไหวของยานอวกาศ (Geoffrey, 2007) การกำหนดค่าที่เหมาะที่สุดในการจัดทำเชื้อเพลิงน้อยที่สุดสำหรับยานอวกาศ (Geoffrey *et al.*, 2007) การหาสภาวะที่เหมาะที่สุดสำหรับการควบคุมเครื่องปฏิกรณ์เคมี (Cuthrell and Biegler, 1989) และเนื่องจากงานวิจัยที่นำวิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัลไปใช้นั้น ส่วนมากจะเป็นงานวิจัยทางด้านวิศวกรรมเคมี และวิศวกรรมการบินและอวกาศ ดังนั้นเพื่อให้มีการประยุกต์ใช้วิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัลที่หลากหลาย

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

เพิ่มมากขึ้น บทความนี้จึงได้นำวิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัลไปประยุกต์ใช้กับหุ่นยนต์อุตสาหกรรมเพื่อหาเส้นทางเดินที่เหมาะที่สุดในการย้ายแขนของหุ่นยนต์ระหว่างจุดสองจุดโดยใช้เวลาน้อยที่สุดร่วมกับการควบคุมป้อนกลับที่เหมาะที่สุดบริเวณใกล้เคียง (Neighboring Optimal Feedback Control) เพื่อหากฎการป้อนกลับที่เหมาะที่สุดสำหรับการควบคุมการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์อุตสาหกรรมภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม และอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุม

การวางแผนเส้นทางเดิน

การวางแผนเส้นทางเดินนั้นสามารถจัดรูปแบบให้อยู่ในรูปของปัญหาการควบคุมที่เหมาะที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับ ดังนี้

1. ปัญหาการควบคุมที่เหมาะที่สุดแบบต่อเนื่อง (Benson, 2004)

พิจารณารูปแบบทั่วไปของปัญหาการควบคุมที่เหมาะที่สุด โดยกำหนดให้สเตท คือ $x(t) \in \mathbb{R}^n$ และสัญญาณควบคุมคือ $u(t) \in \mathbb{R}^m$ บนช่วงเวลา $t \in [t_0, t_f]$ ซึ่งต้องการให้ฟังก์ชันจุดประสงค์ (objective function)

$$J(x,u) = \phi(x(t_0), t_0, x(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} L(x(t), u(t), t)dt \qquad (1)$$

มีค่าน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับเชิงพลวัต (dynamic constraints)

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t), \qquad (2)$$

เงื่อนไขขอบเขต (boundary conditions)

$$\psi(x(t_0), t_0, x(t_f), t_f) = 0, \qquad (3)$$

และเงื่อนไขบังคับอสมการเชิงวีถี (inequality path constraints)

$$c(x(t), u(t), t) \leq 0 \qquad (4)$$

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ปัญหาการควบคุมเหมาะที่สุดแบบต่อเนื่องในสมการที่ (1) ถึง (4) จะเรียกว่าปัญหาโบลซาแบบต่อเนื่อง (Continuous Bolza Problem)

2. วิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัล (Gauss Pseudospectral Method) (Benson, 2004)

ปัญหาความต่อเนื่องแบบโบลซา (Continuous Bolza Problem) สามารถพิจารณาตามปัญหาการควบคุมเหมาะที่สุด โดยกำหนดให้สเตท (state) คือ $x(\tau) \in \mathbb{R}^n$ สัญญาณควบคุม (control) คือ $u(\tau) \in \mathbb{R}^m$ บนช่วงเวลาเริ่มต้น (initial time) t_0 และเวลาสุดท้าย (final time) t_f ซึ่งต้องการให้ฟังก์ชันจุดประสงค์ (objective function)

$$J(x,u) = \phi(x(-1), t_0, x(1), t_f) + \frac{t_f - t_0}{2}\int_{-1}^{1} L(x(\tau), u(\tau), \tau; t_0, t_f)\,d\tau \tag{5}$$

มีค่าน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับเชิงพลวัต (dynamic constraints)

$$\dot{x}(\tau) = \frac{t_f - t_0}{2} f(x(\tau), u(\tau), \tau; t_0, t_f) \tag{6}$$

เงื่อนไขขอบเขต (boundary conditions)

$$\psi(x(-1), t_0, x(1), t_f) = 0 \tag{7}$$

และเงื่อนไขบังคับอสมการเชิงวีถี (inequality path constraints)

$$c(x(\tau), u(\tau), \tau; t_0, t_f) \leq 0 \tag{8}$$

วิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัลจะทำการดิสครีไทเซชั่นของปัญหาโบลซาแบบต่อเนื่องจากสมการที่ (1) ถึง (4) ไปเป็นการแก้ปัญหาของโปรแกรมที่ไม่เป็นเชิงเส้น ซึ่งจะใช้เทคนิคเชิงตัวเลข เพื่อแปลงช่วงเวลาจาก $t \in [t_0, t_f]$ ไปยัง $\tau \in [-1, 1]$ โดยการแปลงสัมพรรค (affine transformation) ดังนี้

$$\tau = \frac{2t}{t_f - t_0} - \frac{t_f + t_0}{t_f - t_0} \tag{9}$$

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

งานวิจัยนี้ได้เลือกการจัดวางที่จุดเลอจองค์เกาส์ คือ $\tau_1, ..., \tau_N$ ซึ่งกำหนดได้จากค่ารากของพหุนามเลอจองค์ลำดับที่ N ดังนี้

$$P_N(\tau) = \frac{1}{2^N N!} \frac{d^N}{d\tau^N}[(\tau^2 - 1)^N] \tag{10}$$

โดยสอดคล้องกับค่าน้ำหนักเกาส์ (Gauss weights) ซึ่งสามารถคำนวณได้ตามสมการดังนี้

$$w_k = \frac{2}{(1 - \tau_k^2)[\dot{P}_N(\tau_k)]^2}, \ (k = 1, ..., N) \tag{11}$$

เนื่องจากวิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัลจะใช้การจัดวางที่จุดเลอจองค์เกาส์ ดังนั้นจำนวนจุดของการดิสครีไทเซชั่น จะเท่ากับผลรวมของจุดเลอจองค์เกาส์ $(\tau_1, ..., \tau_N)$, $\tau_0 = -1$ และ $\tau_{N+1} = 1$ ตามลำดับ กำหนดได้ดังนี้

$$M = N + 2 \tag{12}$$

เมื่อ M คือจำนวนจุดของการดิสครีไทเซชั่น, N คือจำนวนจุดเลอจองค์เกาส์

วิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัลจะใช้พื้นฐานการประมาณค่าในช่วงเชิงพหุนามแบบครอบคลุมสำหรับการประมาณสเตท $x(\tau)$ และสัญญาณควบคุม $u(\tau)$ ซึ่งอยู่ภายในช่วง $\tau \in [-1, 1]$ การประมาณสเตท $x(\tau)$ จะใช้การประมาณในช่วงเชิงพหุนามลากรานจ์ $N + 1$ ช่วง กำหนดดังนี้

$$x(\tau) \approx X(\tau) = \sum_{i=0}^{N} X(\tau_i)\mathcal{L}_i(\tau) \tag{13}$$

เมื่อ $\mathcal{L}_i(\tau), i = 0, ..., N$ เป็นพหุนามลากรานจ์อันดับ N ซึ่งกำหนดดังนี้

$$\mathcal{L}_i(\tau) = \prod_{j=0, j\neq i}^{N} \frac{\tau - \tau_j}{\tau_i - \tau_j} \tag{14}$$

การประมาณสัญญาณควบคุม $u(\tau)$ จะใช้การประมาณในช่วงเชิงพหุนามลากรานจ์ N ช่วงกำหนดดังนี้

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

$$u(\tau) \approx U(\tau) = \sum_{i=1}^{N} U(\tau_i)\mathcal{L}_i^*(\tau) \tag{15}$$

เมื่อ $\mathcal{L}_i^*(\tau), i = 1, ..., N$ เป็นพหุนามลากรานจ์อันดับ $N-1$ ซึ่งกำหนดดังนี้

$$\mathcal{L}_i^*(\tau) = \prod_{j=1, j\neq i}^{N} \frac{\tau - \tau_j}{\tau_i - \tau_j} \tag{16}$$

จากสมการที่ (14) และ (16) จะมีคุณสมบัติดังนี้

$$\mathcal{L}_i(\tau_j) = \begin{cases} 1 & , i = j \\ 0 & , i \neq j \end{cases} \tag{17}$$

$$\mathcal{L}_i^*(\tau_j) = \begin{cases} 1 & , i = j \\ 0 & , i \neq j \end{cases} \tag{18}$$

เมื่อทำการหาอนุพันธ์ในสมการที่ (13) จะได้

$$\dot{x}(\tau) \approx \dot{X}(\tau) = \sum_{i=0}^{N} x(\tau_i)\dot{\mathcal{L}}_i(\tau) \tag{19}$$

โดยที่อนุพันธ์ของพหุนามลากรานจ์ $\mathcal{L}_i(\tau)$ ที่จุดเลอจองค์เกาส์ คือ $\dot{\mathcal{L}}_i(\tau_k), (k = 1, ..., N)$ ซึ่งสามารถแสดงให้อยู่ในรูปแบบเมทริกซ์ประมาณเชิงอนุพันธ์ (differential approximation matrix) นั่นคือ $D \in \mathbb{R}^{N\times(N+1)}$ กำหนดได้ดังนี้

$$D_{ki} = \dot{\mathcal{L}}_i(\tau_k) = \begin{cases} \dfrac{(1+\tau_k)\dot{P}_N(\tau_k) + P_N(\tau_k)}{(\tau_k - \tau_i)[(1+\tau_i)\dot{P}_N(\tau_i) + P_N(\tau_i)]} & , i \neq k \\ \dfrac{(1+\tau_i)\ddot{P}_N(\tau_i) + 2\dot{P}_N(\tau_i)}{2[(1+\tau_i)\dot{P}_N(\tau_i) + P_N(\tau_i)]} & , i = k \end{cases} \tag{20}$$

เมื่อ $k = 1, ..., N$ และ $i = 0, ..., N$ ดังนั้นเงื่อนไขบังคับเชิงพลวัตในสมการที่ (2) จะสามารถกำหนดอยู่ในรูปแบบเงื่อนไขบังคับเชิงพีชคณิตได้ดังนี้

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

$$\sum_{i=0}^{N} D_{ki}X_i - \frac{t_f - t_0}{2} f(X_k, U_k, \tau_k; t_0, t_f) = 0 \quad (21)$$

เมื่อ $X_k \equiv X(\tau_k) \in \mathbb{R}^n$ และ $U_k \equiv U(\tau_k) \in \mathbb{R}^m, (k = 1, .., N)$

จะเห็นว่าเงื่อนไขบังคับเชิงพลวัต คือการจัดวางที่จุดเลอจองค์เกาส์ และไม่ได้อยู่ที่จุดขอบเขต ตัวแปรที่เพิ่มเติมในการดิสครีไทเซชั่น คือ $X_0 \equiv X(-1)$ และ X_f หาได้โดยการกำหนดในเทอมของ $X_k, (k = 0, .., N)$ และ $U_k, (k = 1, .., N)$ จากวิธีเกาส์ควอดราเจอร์สามารถกำหนดได้ดังนี้

$$X_f = X_0 + \frac{t_f - t_0}{2} \sum_{k=1}^{N} w_k f(X_k, U_k, \tau_k; t_0, t_f) \quad (22)$$

และฟังก์ชันจุดประสงค์ในสมการที่ (1) จะประมาณโดยใช้วิธีเกาส์ควอดราเจอร์ได้ดังนี้

$$J = \phi(X_0, t_0, X_f, t_f) + \frac{t_f - t_0}{2} \sum_{k=1}^{N} w_k L(X_k, U_k, \tau_k; t_0, t_f) \quad (23)$$

ส่วนเงื่อนไขขอบเขตในสมการที่ (3) จะสามารถกำหนดได้ดังนี้

$$\psi(X_0, t_0, X_f, t_f) = 0 \quad (24)$$

และเงื่อนไขบังคับอสมการเชิงวิถีจากสมการที่ (4) จะสามารถกำหนด โดยการจัดวางที่จุดเลอจองค์เกาส์ได้ดังนี้

$$c(X_k, U_k, \tau_k; t_0, t_f) \leq 0, \ (k = 1, .., N) \quad (25)$$

ฟังก์ชันจุดประสงค์ในสมการที่ (23) และเงื่อนไขบังคับเชิงพีชคณิตในสมการที่ (21), (22), (24) และ (25) จะใช้กำหนดไปยังการแก้ปัญหาของโปรแกรมที่ไม่เป็นเชิงเส้น ซึ่งจะเป็นวิธีการแก้ด้วยการประมาณของปัญหาโบลซาแบบต่อเนื่อง

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

3. การควบคุมที่เหมาะที่สุดสำหรับการควบคุมที่มีเงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุมและอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุม

จากปัญหาการควบคุมที่เหมาะที่สุดสำหรับการควบคุมที่มีเงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุมและอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุมดังสมการที่ (1) ถึง (4) เมื่อกำหนดสเตทใหม่คือ $x_e(t) = (x(t), u(t))$ และสัญญาณควบคุมใหม่คือ $u_e(t) = \dot{u}(t)$ ดังนั้นจะได้ปัญหาการควบคุมที่เหมาะที่สุดแบบโบลซา ดังนี้

$$J(x_e, u_e) = \phi(x_e(t_0), t_0, x_e(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} L(x_e(t), u_e(t), t)dt \tag{26}$$

มีค่าน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับเชิงพลวัต (dynamic constraints)

$$\dot{x_e}(t) = f(x_e(t), u_e(t), t), \tag{27}$$

เงื่อนไขขอบเขต (boundary conditions)

$$\psi(x_e(t_0), t_0, x_e(t_f), t_f) = 0, \tag{28}$$

และเงื่อนไขบังคับอสมการเชิงวิถี (inequality path constraints)

$$c(x_e(t), u_e(t), t) \leq 0 \tag{29}$$

จากนั้นจะทำการแก้ปัญหาการควบคุมที่เหมาะที่สุดโดยใช้วิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัล ซึ่งฟังก์ชันจุดประสงค์ในสมการที่ (26) จะประมาณโดยใช้วิธีเกาส์ควอดราเจอร์ได้ดังนี้

$$J = \phi(X_{e_0}, t_0, X_{e_f}, t_f) + \frac{t_f - t_0}{2} \sum_{k=1}^{N} w_k L(X_{e_k}, U_{e_k}, \tau_k; t_0, t_f) \tag{30}$$

เงื่อนไขบังคับเชิงพลวัตในสมการที่ (27) จะสามารถกำหนดอยู่ในรูปแบบเงื่อนไขบังคับเชิงพีชคณิตได้ดังนี้

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

$$\sum_{i=0}^{N} D_{e_{ki}} X_{e_i} - \frac{t_f - t_0}{2} f(X_{e_k}, U_{e_k}, \tau_k; t_0, t_f) = 0 \tag{31}$$

เมื่อ $X_{e_k} \equiv X_e(\tau_k) \in \mathbb{R}^n$ และ $U_{e_k} \equiv U_e(\tau_k) \in \mathbb{R}^m, (k = 1, .., N)$

จะพบว่าเงื่อนไขบังคับเชิงพลวัต คือการจัดวางที่จุดเลอจองค์เกาส์ และไม่ได้อยู่ที่จุดขอบเขต ตัวแปรที่เพิ่มเติมในการดิสครีไทเซชั่น คือ $X_{e_0} \equiv X(-1)$ และ X_{e_f} หาได้โดยการกำหนดในเทอมของ $X_{e_k}, (k = 0, .., N)$ และ $U_{e_k}, (k = 1, .., N)$ จากวิธีเกาส์ควอดราเจอร์สามารถกำหนดได้ดังนี้

$$X_{e_f} = X_{e_0} + \frac{t_f - t_0}{2} \sum_{k=1}^{N} w_k f(X_{e_k}, U_{e_k}, \tau_k; t_0, t_f) \tag{32}$$

ส่วนเงื่อนไขขอบเขตในสมการที่ (28) สามารถกำหนดได้ดังนี้

$$\psi(X_{e_0}, t_0, X_{e_f}, t_f) = 0 \tag{33}$$

และเงื่อนไขบังคับอสมการเชิงวิถีจากสมการที่ (29) สามารถกำหนดได้ดังนี้

$$c(X_{e_k}, U_{e_k}, \tau_k; t_0, t_f) \leq 0,\ (k = 1, .., N) \tag{34}$$

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

การควบคุมป้อนกลับที่เหมาะที่สุด

1. การควบคุมป้อนกลับที่เหมาะที่สุดของระบบเชิงเส้น (Bryson and Ho, 1975)

การควบคุมป้อนกลับที่เหมาะที่สุดสำหรับระบบพลวัตเชิงเส้นจะต้องการให้ดรรชนีสมรรถนะแบบกำลังสอง (Quadratic performance index)

$$J(x,u) = \frac{1}{2}x^T(t_f)S_f x(t_f) + \frac{1}{2}\int_{t_0}^{t_f}(x^TQx + u^TRu)dt \tag{35}$$

มีค่าน้อยที่สุด บนช่วงเวลา $t \in [t_0, t_f]$ โดยที่ S_f และ Q เป็นเมทริกซ์สมมาตรที่เป็นกึ่งบวกแน่นอน มีมิติ $n \times n$ และ R เป็นเมทริกซ์สมมาตรที่เป็นบวกแน่นอน มีมิติ $m \times m$ ภายใต้สมการสเตทเชิงเส้น

$$\dot{x} = Ax + Bu \tag{36}$$

ในการแก้ปัญหาสามารถใช้สมการที่ (36) ร่วมกับสมการออยเลอร์-ลากรางจ์ (Euler-Lagrange Equation)

$$\dot{\lambda} = -\left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)^T, \quad \lambda(t_f) = S_f x(t_f) \tag{37}$$

$$\left(\frac{\partial H}{\partial u}\right)^T = 0 \tag{38}$$

เมื่อ H คือฟังก์ชันฮามิลโทเนียน (Hamiltonian Function) กำหนดดังนี้

$$H(x,u,\lambda) = \frac{1}{2}x^TQx + \frac{1}{2}u^TRu + \lambda^T(Ax + Bu) \tag{39}$$

เมื่อแก้สมการที่ (37) และ (38) จะได้ปัญหาค่าขอบเขตระหว่างจุดสองจุดเชิงเส้น ดังนี้

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & -BR^{-1}B^T \\ -Q & A^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \lambda \end{bmatrix} \tag{40}$$

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

เมื่อ $$x(t_0) = x_0 \tag{41}$$

และ $$\lambda(t_f) = S_f x(t_f) \tag{42}$$

วิธีการแก้ปัญหาสำหรับ $\lambda(t)$ ในปัญหานี้สามารถเขียนได้เป็น

$$\lambda(t) = S(t)x(t) \tag{43}$$

โดยรูปแบบของการแก้ปัญหาจะแสดงในตำรา Applied Optimal Control (Bryson and Ho, 1975) ซึ่งจะใช้เมทริกซ์การเปลี่ยนแปลง (transition matrix) โดยการแทนสมการที่ (43) ไปยังสมการที่ (40) จะสามารถเขียนได้ตามสมการดังนี้

$$(\dot{S} + SA + A^T S - SBR^{-1}B^T S + Q)x = 0 \tag{44}$$

$$\dot{S} + SA + A^T S - SBR^{-1}B^T S + Q = 0 \tag{45}$$

ซึ่งสมการที่ (45) เรียกว่าสมการริคคาติ (Riccati Equation) และจะต้องแก้ไปพร้อมกับเงื่อนไขขอบเขตที่เวลาสุดท้าย t_f

$$S(t_f) = S_f \tag{46}$$

เมื่อ $S(t)$ สามารถหาได้จากการอินทิเกรตแบบเวลาย้อนกลับ (backward in time) และกฎการควบคุมป้อนกลับแบบต่อเนื่องสำหรับปัญหาการควบคุมขอบเขตสามารถกำหนดได้ดังนี้

$$u(t) = -R^{-1}B^T S(t)x(t) \tag{47}$$

2. เส้นทางสุดขีดบริเวณใกล้เคียงที่ระบุเวลาสุดท้าย (Bryson and Ho, 1975)

ในส่วนนี้จะกล่าวถึงแนววิถีสุดขีด (extremal trajectory) ของสเตท $x^o(t)$ สัญญาณควบคุม $u^o(t)$ และสเตทร่วม $\lambda^o(t)$ ที่สอดคล้องกับเงื่อนไขจำเป็นอันดับที่หนึ่ง (first-order necessary condition) สำหรับปัญหาที่ระบุเวลาสุดท้ายตายตัว (fixed final time) กำหนดดังนี้

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

$$\dot{x} = \left(\frac{\partial H}{\partial \lambda}\right)^T = f(x(t), u(t), t), \tag{48}$$

$$\dot{\lambda} = -\left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)^T, \tag{49}$$

$$0 = \left(\frac{\partial H}{\partial u}\right)^T, \tag{50}$$

และเงื่อนไขขอบเขตเวลา $t = t_0$ และ $t = t_f$ คือ

$$x(t_0) = x_0, \tag{51}$$

$$\lambda(t_f) = \frac{\partial \phi^T(t_f)}{\partial x}, \tag{52}$$

$$H(x, u, t) \mid_{t=t_f} = -\frac{\partial \phi(t_f)}{\partial t} \tag{53}$$

เมื่อดรรชนีสมรรถนะ (performance index) คือ

$$J(x, u) = \phi(x(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} L(x(t), u(t), t)dt \tag{54}$$

และฟังก์ชันฮามิลโทเนียน คือ

$$H(x, u, \lambda, t) = L(x, u, t) + \lambda^T f(x, u, t) \tag{55}$$

พิจารณาเพอร์เทอร์เบชัน (perturbation) ที่เกิดจากผลต่างระหว่างแนววิถี (x, u, λ) และแนววิถีที่เหมาะที่สุด (x^o, u^o, λ^o) ซึ่งจะทำให้เกิดเพอร์เทอร์เบชัน คือ $\delta x(t)$, $\delta u(t)$, และ $\delta\lambda(t)$ โดยเงื่อนไขจากสมการที่ (48) ถึง (52) สามารถทำให้เป็นเชิงเส้น (linearization) ได้ดังนี้

$$\delta\dot{x}(t) = \frac{\partial f}{\partial x}\delta x + \frac{\partial f}{\partial u}\delta u, \tag{56}$$

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

$$\delta\dot{\lambda}(t) = -\frac{\partial^2 H}{\partial x^2}\delta x - \frac{\partial f}{\partial x}\delta\lambda - \frac{\partial^2 H}{\partial u \partial x}\delta u, \tag{57}$$

$$0 = \frac{\partial^2 H}{\partial x \partial u}\delta x + \left(\frac{\partial f}{\partial u}\right)^T \delta\lambda + \frac{\partial^2 H}{\partial u^2}\delta u, \tag{58}$$

$$\delta\lambda(t_f) = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}\delta x\Big|_{t=t_f} \tag{59}$$

โดยที่เมทริกซ์ข้างล่างหาที่ $(x, u, \lambda) = (x^o, u^o, \lambda^o)$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix}_{(n\times n)}, \quad \frac{\partial f}{\partial u} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u_1} & \frac{\partial f_1}{\partial u_2} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial u_m} \\ \frac{\partial f_2}{\partial u_1} & \frac{\partial f_2}{\partial u_2} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial u_m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial u_1} & \frac{\partial f_n}{\partial u_2} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial u_m} \end{bmatrix}_{(n\times m)}$$

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 H}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 H}{\partial x_1 \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 H}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \frac{\partial^2 H}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 H}{\partial x_2^2} & \cdots & \frac{\partial^2 H}{\partial x_2 \partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 H}{\partial x_n \partial x_1} & \frac{\partial^2 H}{\partial x_n \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 H}{\partial x_n^2} \end{bmatrix}_{(n\times n)}$$

$$\frac{\partial^2 H}{\partial u^2} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 H}{\partial u_1^2} & \frac{\partial^2 H}{\partial u_2 \partial u_1} & \cdots & \frac{\partial^2 H}{\partial u_n \partial u_1} \\ \frac{\partial^2 H}{\partial u_1 \partial u_2} & \frac{\partial^2 H}{\partial u_2^2} & \cdots & \frac{\partial^2 H}{\partial u_n \partial u_2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 H}{\partial u_1 \partial u_m} & \frac{\partial^2 H}{\partial u_2 \partial u_m} & \cdots & \frac{\partial^2 H}{\partial u_m^2} \end{bmatrix}_{(m\times m)}$$

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

$$\frac{\partial^2 H}{\partial u \partial x} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 H}{\partial u_1 \partial x_1} & \frac{\partial^2 H}{\partial u_2 \partial x_1} & \cdots & \frac{\partial^2 H}{\partial u_m \partial x_1} \\ \frac{\partial^2 H}{\partial u_1 \partial x_2} & \frac{\partial^2 H}{\partial u_2 \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 H}{\partial u_m \partial x_2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 H}{\partial u_1 \partial x_n} & \frac{\partial^2 H}{\partial u_2 \partial x_n} & \cdots & \frac{\partial^2 H}{\partial u_m \partial x_n} \end{bmatrix}_{(n \times m)}$$

และ

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x \partial u} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 H}{\partial x_1 \partial u_1} & \frac{\partial^2 H}{\partial x_2 \partial u_1} & \cdots & \frac{\partial^2 H}{\partial x_n \partial u_1} \\ \frac{\partial^2 H}{\partial x_1 \partial u_2} & \frac{\partial^2 H}{\partial x_2 \partial u_2} & \cdots & \frac{\partial^2 H}{\partial x_n \partial u_2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 H}{\partial x_1 \partial u_m} & \frac{\partial^2 H}{\partial x_2 \partial u_m} & \cdots & \frac{\partial^2 H}{\partial x_n \partial u_m} \end{bmatrix}_{(m \times n)}$$

เมื่อกำหนดให้ดรรชนีสมรรถนะแต่งเติม (augmented performance index) คือ

$$J_a(x, u, \lambda) = \phi(x(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} L_a(x(t), \dot{x}(t), u(t), \lambda(t), t)dt \qquad (60)$$

โดยที่ L_a กำหนดดังนี้

$$L_a(x, \dot{x}, u, \lambda, t) = L(x, u, t) + \lambda^T (f(x, u, t) - \dot{x}) \qquad (61)$$

และดรรชนีสมรรถนะสุดขีด (extremal performance index) คือ

$$J_a(x^o, u^o, \lambda^o) = J(x^o, u^o, \lambda^o) \qquad (62)$$

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

กำหนดให้ $\delta x(t) = h_x(t) \in R^n$ และ $\delta u(t) = h_u(t) \in R^m$ คือตัวแปรที่เพิ่มขึ้นจากแนววิถีที่เหมาะที่สุด ดังนั้นผลต่างของดรรชนีสมรรถนะจะสามารถกำหนดได้ดังนี้

$$\Delta J_a(h_x, h_u) = J_a(x^o + h_x, u^o + h_u, \lambda^o) - J_a(x^o, u^o, \lambda^o) \tag{63}$$

กระจายโดยใช้อนุกรมเทย์เลอร์ ซึ่งจะอยู่ในรูปแบบดังนี้

$$\Delta J_a(h_x, h_u) = \delta J_a(h_x, h_u) + \delta^2 J_a(h_x, h_u) + H.O.T. \tag{64}$$

โดยที่ δJ_a คือการแปรผันอันดับที่หนึ่ง (first variation) ซึ่งมีค่าเป็นศูนย์ที่ตำแหน่งค่าสุดขีด, $\delta^2 J_a$ คือการแปรผันอันดับที่สอง (second variation) และ $H.O.T.$ คือพจน์อันดับที่สูงกว่า (high order term) ซึ่งมีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับ $\delta^2 J_a$ ดังนั้นผลต่างของดรรชนีสมรรถนะจะเหลือพจน์ของ $\delta^2 J_a$ ซึ่งจะอยู่ในรูปแบบดังนี้

$$\Delta J_a \approx \delta^2 J_a = \frac{1}{2}\delta x^T \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}\delta x \mid_{t=t_f} + \frac{1}{2}\int_{t_0}^{t_f} \left[\begin{array}{cc} \delta x^T & \delta u^T \end{array} \right] \bar{H} \left[\begin{array}{c} \delta x \\ \delta u \end{array} \right] dt \tag{65}$$

เมื่อ $\bar{H}$ คือเมทริกซ์เฮสเซี่ยน (Hessian matrix) มีรูปแบบดังนี้

$$\bar{H} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial^2 H}{\partial x^2} & \dfrac{\partial^2 H}{\partial x \partial u} \\ \dfrac{\partial^2 H}{\partial u \partial x} & \dfrac{\partial^2 H}{\partial u^2} \end{bmatrix} \tag{66}$$

ภายใต้เงื่อนไขบังคับเชิงพลวัต

$$\delta \dot{x}(t) = \frac{\partial f}{\partial x}\delta x + \frac{\partial f}{\partial u}\delta u, \tag{67}$$

และมีค่าเริ่มต้นคือ $\delta x(t_0)$

ดังนั้นต้องการหา $\delta u(t)$ ที่ทำให้ $\delta^2 J$ มีค่าน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขในสมการที่ (67) ซึ่งปัญหานี้อยู่ในรูปแบบกำลังสองเชิงเส้น (linear-quadratic type) และเกี่ยวข้องกับปัญหาค่าขอบเขต

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ระหว่างจุดสองจุด (two-point boundary-value problem) ซึ่งสามารถหาได้จากเงื่อนไขจำเป็น (necessary conditions) สำหรับการหาค่าที่เหมาะที่สุดที่มีการกำหนดฟังก์ชันฮามิลโทเนียนของเพอร์เทอร์เบชัน $(\delta x, \delta u, \delta \lambda)$ ไว้ดังนี้

$$H^{[1]} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \delta x^T & \delta u^T \end{bmatrix} \bar{H} \begin{bmatrix} \delta x \\ \delta u \end{bmatrix} + \delta \lambda^T \left(\frac{\partial f}{\partial x} \delta x + \frac{\partial f}{\partial u} \delta u \right) \tag{68}$$

ถ้า $\frac{\partial^2 H}{\partial u^2}$ เป็นนอนซิงกูลาร์ (Non-Singular) หรือสามารถหาอินเวอร์สได้สำหรับ $t_0 \leq t \leq t_f$ ดังนั้นสมการที่ (58) สมการแก้ให้อยู่ในรูป $\delta u(t)$ ในเทอมของ δx และ $\delta \lambda$ ได้ดังนี้

$$\delta u(t) = -\left(\frac{\partial^2 H}{\partial u^2} \right)^{-1} \left(\frac{\partial^2 H}{\partial x \partial u} \delta x + \left(\frac{\partial f}{\partial u} \right)^T \delta \lambda \right) \tag{69}$$

แทนสมการที่ (69) ลงในสมการที่ (56) และ (57) จะได้

$$\delta \dot{x} = A(t) \delta x + B(t) \delta \lambda \tag{70}$$

$$\delta \dot{\lambda} = -C(t) \delta x - A^T(t) \delta \lambda \tag{71}$$

เมื่อ

$$A(t) = \frac{\partial f}{\partial x} - \frac{\partial f}{\partial u} \left(\frac{\partial^2 H}{\partial u^2} \right)^{-1} \frac{\partial^2 H}{\partial x \partial u}$$

$$B(t) = \frac{\partial f}{\partial u} \left(\frac{\partial^2 H}{\partial u^2} \right)^{-1} \left(\frac{\partial f}{\partial u} \right)^T$$

$$C(t) = \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 H}{\partial u \partial x} \left(\frac{\partial^2 H}{\partial u^2} \right)^{-1} \frac{\partial^2 H}{\partial x \partial u}$$

โดยหาที่ $(x, u, \lambda) = (x^o, u^o, \lambda^o)$

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

3. การกำหนดเส้นทางสุดขีดบริเวณใกล้เคียง (Bryson and Ho, 1975)

ในส่วนนี้จะกล่าวถึงกฎการป้อนกลับที่เหมาะสมที่สุดบริเวณใกล้เคียง (Neighboring optimum feedback law) โดยใช้วิธีสวีป (sweep method) สำหรับปัญหากำลังสองเชิงเส้น (linear quadratic problem) ซึ่งจะแก้ปัญหาสมการที่ (71) ในรูปแบบดังนี้

$$\delta\lambda(t) = \bar{S}(t)\delta x(t) \tag{72}$$

เมื่อ $\bar{S}(t)$ เป็นเมทริกซ์สมมาตร (symmetric metric) ที่กำหนดด้วย

$$\bar{S}(t_f) = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \mid_{t=t_f} \tag{73}$$

แทนสมการที่ (72) ลงในสมการที่ (70) และ (71) จะได้สมการสมการริคคาติที่แปรเปลี่ยนตามเวลา (time-varying riccati equation) สำหรับช่วงเวลา $t_0 \leq t \leq t_f$ คือ

$$\dot{\bar{S}} = -\bar{S}A - A^T\bar{S} + \bar{S}B\bar{S} - C \tag{74}$$

วิธีการแก้ $\bar{S}(t)$ สามารถแก้โดยใช้การอินทิเกรตย้อนกลับในสมการที่ (74) ที่มีเงื่อนไขขอบเขต $\bar{S}(t_f) = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \mid_{t=t_f}$ และค่า $\bar{S}(t)$ จะถูกเก็บค่าไว้สำหรับใช้ในการคำนวณหากฎการป้อนกลับเชิงเส้นแบบต่อเนื่อง (continuous linear feedback law) ตามสมการดังนี้

$$\delta u(t) = -\left(\frac{\partial^2 H}{\partial u^2}\right)^{-1}\left(\frac{\partial^2 H}{\partial x \partial u} + \left(\frac{\partial f}{\partial u}\right)^T \bar{S}\right)\delta x \tag{75}$$

โดยที่กฎการป้อนกลับเชิงเส้นแบบต่อเนื่อง (continuous linear feedback law) ก็คือกฎการควบคุมป้อนกลับที่เหมาะที่สุดบริเวณใกล้เคียงแบบไม่เอกฐาน (Non-Singular Neighboring Optimal Feedback Control) นั่นเอง

4. การควบคุมป้อนกลับบริเวณใกล้เคียงแบบเอกฐาน (Singular Neighboring Optimal Feedback Control) (Gros et al., 2007)

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

จากการควบคุมป้อนกลับบริเวณใกล้เคียงสำหรับปัญหาแบบเอกฐาน (Non-Singular Neighboring Optimal Feedback Control) ซึ่งกำหนดดังนี้

$$\delta u = -K\delta x \tag{76}$$

$$K = -\left(\frac{\partial^2 H}{\partial u^2}\right)^{-1}\left(\frac{\partial^2 H}{\partial x \partial u} + \left(\frac{\partial f}{\partial u}\right)^T \bar{S}\right) \tag{77}$$

$$\dot{\bar{S}} = -\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} - \bar{S}\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right) - \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^T \bar{S} - \left(\frac{\partial^2 H}{\partial u \partial x}\right) K + \bar{S}\left(\frac{\partial f}{\partial u}\right) K \tag{78}$$

ฟังก์ชันฮามิลโทเนียนของเพอร์เทอร์เบชัน $(\delta x, \delta u, \delta\lambda)$ กำหนดดังนี้

$$H = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} \delta x^T & \delta u^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dfrac{\partial^2 H}{\partial x^2} & \dfrac{\partial^2 H}{\partial x \partial u} \\ \dfrac{\partial^2 H}{\partial u \partial x} & \dfrac{\partial^2 H}{\partial u^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta x \\ \delta u \end{bmatrix} + \delta\lambda^T\left(\frac{\partial f}{\partial x}\delta x + \frac{\partial f}{\partial u}\delta u\right) \tag{79}$$

จากเงื่อนไขในสมการที่ (58) เขียนได้ว่า

$$\delta H_u = \delta\lambda^T \frac{\partial f}{\partial u} + \delta x^T \frac{\partial^2 H}{\partial x \partial u} + \delta u^T \frac{\partial^2 H}{\partial u^2} \tag{80}$$

หรือ

$$\delta H_u = \delta\lambda^T F_u + \delta x^T H_{xu} + \delta u^T H_{uu} \tag{81}$$

เนื่องจาก $\frac{\partial^2 H}{\partial u^2} = 0$ ดังนั้นจะได้

$$\delta H_u = \delta\lambda^T F_u + \delta x^T H_{xu} \tag{82}$$

หาอนุพันธ์ของ δH_u จะได้

$$\frac{d}{dt}\delta H_u = \delta\dot{\lambda}^T F_u + \delta\lambda^T \frac{d}{dt} F_u + \delta\dot{x}^T H_{xu} + \delta x^T \frac{d}{dt} H_{xu} \tag{83}$$

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

จากนั้นจะทำให้เป็นเชิงเส้นได้ดังนี้

$$\delta \dot{H}_u^T = A_1 \delta\lambda + B_1 \delta x + C_1 \delta u \tag{84}$$

เมื่อ $A_1 = \dot{A}_0 - A_{k-1}F_x^T, B_1 = \dot{B}_0 - B_0 F_x - A_0 H_{xx}, C_1 = B_0 F_u - A_0 H_{xu}$
โดยที่ $A_0 = F_u^T, B_0 = H_{ux}$ และ $C_0 = H_{uu}$
จากสมการที่ (115) สามารถกำหนดได้ว่า

$$\delta H_u^T = A_0 \delta\lambda + B_0 \delta x + C_0 \delta u \tag{85}$$

สามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบอนุพันธ์ทั่วไปได้ดังนี้

$$\frac{d^k}{dt^k}\delta H_u^T = A_k \delta\lambda + B_k \delta x + C_k \delta u$$

โดยที่ $A_k = A_{k-1} - A_{k-1}F_x^T$

$B_k = B_{k-1} - B_{k-1}F_x - A_{k-1}H_{xx}$

$C_k = B_{k-1}F_u - A_{k-1}H_{xu}$

การหาอนุพันธ์สิ้นสุดที่ $k = \sigma$ เมื่อ C_σ สามารถหาเมทริกซ์ผกผันได้ จะได้

$$K = C_\sigma^{-1}(A_\sigma S + B_\sigma) \tag{86}$$

เมื่อนำสมการที่ (86) แทนในสมการที่ (76) จะได้กฎการควบคุมป้อนกลับบริเวณใกล้เคียงแบบเอกฐาน (Singular Neighboring Optimal Feedback Control)

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

สมการเชิงพลวัตของหุ่นยนต์อุตสาหกรรม (Spong et al., 2006)

สมการเชิงพลวัตของ n-link โดยทั่วไปจะพิจารณาจากสมการ Euler-Lagrange ดังนี้

$$M(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q})\dot{q} + g(q) + D\dot{q} = \tau \tag{87}$$

เมื่อ τ คือ $n \times 1$ เวกเตอร์ของแรงบิดที่ป้อนให้แขนหุ่นยนต์ (Input torque vector)

$M(q)$ คือ $n \times n$ เมทริกซ์ของโมเมนต์ความเฉื่อย (Inertia matrix)

$C(q,\dot{q})$ คือ $n \times n$ เวกเตอร์คอริออลิส (Coriolis vector)

$g(q)$ คือ $n \times 1$ เวกเตอร์ของแรงที่เกิดจากแรงโน้มถ่วงของโลก (Generalized gravitational force vector)

D คือ $n \times n$ เมทริกซ์ทแยงของสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน (Diagonal matrix of viscous joint friction coefficients)

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์สองแกน สามารถแสดงได้ตามสมการดังนี้

$$M(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau \tag{88}$$

$$M(q) = \begin{bmatrix} p_1 + 2p_3cos(q_2) & p_2 + p_3cos(q_2) \\ p_2 + p_3cos(q_2) & p_2 \end{bmatrix} \tag{89}$$

$$C(q,\dot{q}) = \begin{bmatrix} -p_3\dot{q_2}sin(q_2) & -p_3(\dot{q_1} + \dot{q_2})sin(q_2) \\ p_3\dot{q_1}sin(q_2) & 0 \end{bmatrix} \tag{90}$$

$$g(q) = \begin{bmatrix} p_4gcos(q_1) + p_5gcos(q_1 + q_2) \\ p_5gcos(q_1 + q_2) \end{bmatrix} \tag{91}$$

$$\tau = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} \tag{92}$$

เมื่อ q_1 คือมุมของแกนที่ 1, q_2 คือมุมระหว่างแกนที่ 1 กับแกนที่ 2, u_{θ_1} คือแรงบิดสำหรับการขับเคลื่อนแกนที่ 1, u_{θ_2} คือแรงบิดสำหรับการขับเคลื่อนแกนที่ 2 และค่าพารามิเตอร์สำหรับหุ่นยนต์สองแกน กำหนดดังนี้

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

$$p_1 = m_1 L_{C1}^2 + m_2 L_1^2 + I_1 \tag{93}$$

$$p_2 = m_2 L_{C2}^2 + I_2 \tag{94}$$

$$p_3 = m_2 L_1 L_{C2} \tag{95}$$

$$p_4 = m_1 L_{C1} + m_2 L_1 \tag{96}$$

$$p_5 = m_2 L_{C2} \tag{97}$$

โดยที่ m_1, m_2 คือมวลของแกนที่ 1 และแกนที่ 2 ตามลำดับ

I_1, I_2 คือความเฉื่อยของแกนที่ 1 และแกนที่ 2 ตามลำดับ

L_1, L_2 คือความยาวของแกนที่ 1 และแกนที่ 2 ตามลำดับ

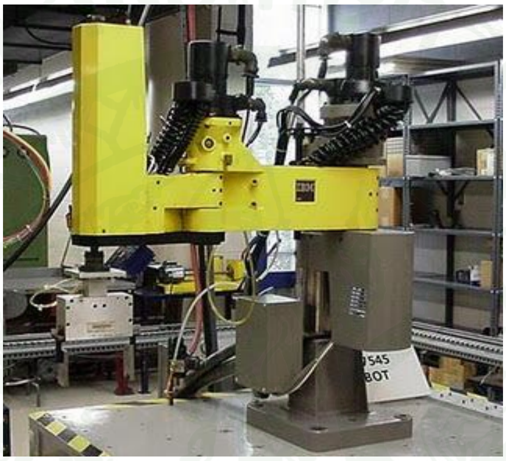
L_{C1}, L_{C2} คือความยาวจากศูนย์กลางของแกนที่ 1 และแกนที่ 2 ตามลำดับ

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

อุปกรณ์และวิธีการ

อุปกรณ์

สำหรับการทดลองในวิทยานิพนธ์นี้จะประกอบไปด้วยซอฟท์แวร์ คือ โปรแกรม MATLAB 2010 GPOPS และแบบจำลองหุ่นยนต์สการารุ่น IBM 7545 ดังภาพที่ 1

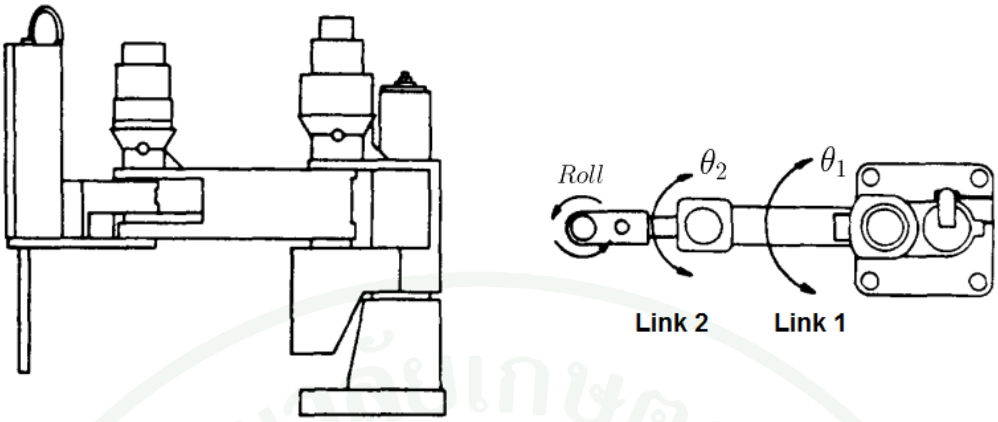


ภาพที่ 1 หุ่นยนต์สการารุ่น IBM 7545

วิธีการ

วิทยานิพนธ์นี้ได้ทำการวางแผนเส้นทางเดินที่เหมาะที่สุดของหุ่นยนต์สการาโดยมีวัตถุประสงค์เพื่อหาเส้นทางเดินที่เหมาะที่สุดในการย้ายแขนของหุ่นยนต์ระหว่างจุดสองจุดด้วยฟังก์ชันวัตถุประสงค์ 2 ประเภท คือเวลาที่น้อยที่สุด และพลังงานที่น้อยที่สุด ซึ่งอยู่ภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุมและอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุม โดยใช้แบบจำลองของหุ่นยนต์สการารุ่น IBM 7545 โดยมีสี่องศาอิสระ ซึ่งในการกำหนดเส้นทางเดินจะพิจารณาที่สองแกน ดังภาพที่ 2

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์



ภาพที่ 2 สกีเมติกของหุ่นยนต์สการารุ่น IBM 7545

ที่มา: Sadegh and Guglielmo (1992)

1. การวางแผนเส้นทางเดินสำหรับหุ่นยนต์สการา

ในการออกแบบปัญหาการควบคุมเหมาะที่สุด จะพิจารณาตำแหน่งสำหรับการเคลื่อนที่ของแกนที่ 1 และแกนที่ 2 โดยทำการออกแบบฟังก์ชันวัตถุประสงค์ 2 ประเภท คือเวลาน้อยที่สุด และพลังงานที่น้อยที่สุด

ฟังก์ชันวัตถุประสงค์แบบเวลาน้อยที่สุด กำหนดดังนี้

$$J = t_f \tag{98}$$

และฟังก์ชันวัตถุประสงค์แบบพลังงานที่น้อยที่สุด กำหนดดังนี้

$$J = \int_{t_0}^{t_f} [u_1^2(t) + u_2^2(t)]dt \tag{99}$$

โดยที่ $t_0 = 0$ และ $t_f = 10$

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

สมการเชิงพลวัตแบบไม่เป็นเชิงเส้นหรับการเคลื่อนที่สองแกนของหุ่นยนต์สการารุ่น IBM 7545 กำหนดดังนี้

$$\begin{bmatrix} p_1 + 2p_3cos(\theta_2) & p_2 + p_3cos(\theta_2) \\ p_2 + p_3cos(\theta_2) & p_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p_4 & 0 \\ 0 & p_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} -p_3sin(\theta_2)(2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_2^{\,2}) \\ p_3\dot{\theta}_1^{\,2}sin(\theta_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{\theta_1} \\ u_{\theta_2} \end{bmatrix} \quad (100)$$

โดยที่ θ_1 คือมุมของแกนที่ 1, θ_2 คือมุมระหว่างแกนที่ 1 กับแกนที่ 2, u_{θ_1} คือแรงบิดสำหรับการขับเคลื่อนแกนที่ 1, u_{θ_2} คือแรงบิดสำหรับการขับเคลื่อนแกนที่ 2 และค่าพารามิเตอร์สำหรับหุ่นยนต์สการารุ่น IBM 7545 กำหนดดังนี้

P = [P(1) P(2) P(3) P(4) P(5)] = [0.45 0.22 0.08 1.80 1.40] (101)

ส่วนเงื่อนไขขอบเขตเริ่มต้นและสุดท้าย กำหนดดังนี้

แกนที่ 1: $\theta_1(t_0) = 0,\ \theta_1(t_f) = \dfrac{3\pi}{4},\ \dot{\theta}_1(t_0) = \dot{\theta}_1(t_f) = 0,\ |\theta_1(t)| \leq \pi$

แกนที่ 2: $\theta_2(t_0) = \dfrac{\pi}{3},\ \theta_2(t_f) = \dfrac{\pi}{3},\ \dot{\theta}_2(t_0) = \dot{\theta}_2(t_f) = 0,\ |\theta_2(t)| \leq \pi$

การกำหนดเงื่อนไขบังคับจะพิจารณา 2 ประเภท คือ

เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม

แกนที่ 1: $|u_{\theta_1}(t)| \leq 1$

แกนที่ 2: $|u_{\theta_2}(t)| \leq 1$

และเงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม และอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุม

แกนที่ 1: $|u_{\theta_1}(t)| \leq 1,\ |\dot{u}_{\theta_1}(t)| \leq 1$

แกนที่ 2: $|u_{\theta_2}(t)| \leq 1, |\dot{u}_{\theta_2}(t)| \leq 1$

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

2. ปัญหาการควบคุมที่เหมาะที่สุดสำหรับการควบคุมที่มีเงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม

จากสมการเชิงพลวัตแบบไม่เป็นเชิงเส้นหรับการเคลื่อนที่สองแกนของหุ่นยนต์สการารุ่น IBM 7545 จะกำหนดให้ $x_1 = \theta_1, x_2 = \dot{\theta_1}, x_3 = \theta_2$ และ $x_4 = \dot{\theta_2}$ โดยสามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบปริภูมิสเตทได้ดังนี้

$$\dot{x_1} = x_2 \tag{102}$$

$$\dot{x_2} = p_2 I_1 - (p_2 + p_3 cos(x_3)) I_2 \tag{103}$$

$$\dot{x_3} = x_4 \tag{104}$$

$$\dot{x_4} = (-p_2 - p_3 cos(x_3)) I_1 + (p_1 + 2p_3 cos(x_3)) I_2 \tag{105}$$

โดยที่ $I_1 = u_1 + (2x_2x_4 + x_4^2)p_3 sin(x_3) - x_2 p_4$ และ $I_2 = u_2 - x_1^2 p_3 sin(x_3) - x_4 p_5$

ดังนั้นจะได้ปัญหาการควบคุมที่เหมาะที่สุดแบบโบลซา โดยให้สเตท คือ $x(t)$ สัญญาณควบคุมคือ $u(t)$ และอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุมคือ $\dot{u}(t)$ บนช่วงเวลา $t \in [t_0, t_f]$ ซึ่งต้องการให้ฟังก์ชันจุดประสงค์ (objective function)

$$J(x, u, \dot{u}) = \phi(x(t_0), t_0, x(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} L(x(t), u(t), \dot{u}(t), t) dt \tag{106}$$

มีค่าน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับเชิงพลวัต (dynamic constraints)

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t), \tag{107}$$

เงื่อนไขขอบเขต (boundary conditions)

$$\psi(x(t_0), t_0, x(t_f), t_f) = 0, \tag{108}$$

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

และเงื่อนไขบังคับอสมการเชิงวีถี (inequality path constraints)

$$c(x(t), u(t), \dot{u}(t), t) \leq 0 \tag{109}$$

จากนั้นจะทำการแก้ปัญหาการควบคุมที่เหมาะที่สุดโดยใช้วิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัล ซึ่งฟังก์ชันจุดประสงค์ในสมการที่ (106) จะประมาณโดยใช้วิธีเกาส์ควอดราเจอร์ได้ดังนี้

$$J = \phi(X_0, t_0, X_f, t_f) + \frac{t_f - t_0}{2} \sum_{k=1}^{N} w_k L(X_k, U_k, \tau_k; t_0, t_f) \tag{110}$$

เงื่อนไขบังคับเชิงพลวัตในสมการที่ (107) จะสามารถกำหนดอยู่ในรูปแบบเงื่อนไขบังคับเชิงพีชคณิตได้ดังนี้

$$\sum_{i=0}^{N} D_{ki} X_i - \frac{t_f - t_0}{2} f(X_k, U_k, \tau_k; t_0, t_f) = 0 \tag{111}$$

เมื่อ $X_k \equiv X(\tau_k) \in \mathbb{R}^n$ และ $U_k \equiv U(\tau_k) \in \mathbb{R}^m, (k = 1, .., N)$

จะพบว่าเงื่อนไขบังคับเชิงพลวัต คือการจัดวางที่จุดเลอจองค์เกาส์ และไม่ได้อยู่ที่จุดขอบเขต ตัวแปรที่เพิ่มเติมในการดิสครีไทเซชั่น คือ $X_0 \equiv X(-1)$ และ X_f หาได้โดยการกำหนดในเทอมของ $X_k, (k = 0, .., N)$ และ $U_k, (k = 1, .., N)$ จากวิธีเกาส์ควอดราเจอร์สามารถกำหนดได้ดังนี้

$$X_f = X_0 + \frac{t_f - t_0}{2} \sum_{k=1}^{N} w_k f(X_k, U_k, \tau_k; t_0, t_f) \tag{112}$$

ส่วนเงื่อนไขขอบเขตในสมการที่ (108) สามารถกำหนดได้ดังนี้

$$\psi(X_0, t_0, X_f, t_f) = 0 \tag{113}$$

และเงื่อนไขบังคับอสมการเชิงวีถีจากสมการที่ (109) สามารถกำหนดได้ดังนี้

$$c(X_k, U_k, \tau_k; t_0, t_f) \leq 0, \ (k = 1, .., N) \tag{114}$$

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

โดยที่ฟังก์ชันจุดประสงค์ในสมการที่ (110) และเงื่อนไขบังคับเชิงพีชคณิตในสมการที่ (111), (113) และ (114) จะใช้กำหนดไปยังการแก้ปัญหาของโปรแกรมที่ไม่เป็นเชิงเส้นโดยใช้โปรแกรม Matlab และ GPOPS

3. การออกแบบปัญหาการควบคุมที่เหมาะที่สุดสำหรับการควบคุมที่มีเงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุมและอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุม

จากสมการเชิงพลวัตแบบไม่เป็นเชิงเส้นหรับการเคลื่อนที่สองแกนของหุ่นยนต์สการารุ่น IBM 7545 จะกำหนดให้ $x_1 = \theta_1, x_2 = \dot{\theta_1}, x_3 = u_1, x_4 = \theta_2, x_5 = \dot{\theta_2}$ และ $x_6 = u_2$ โดยสามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบปริภูมิสเตทได้ดังนี้

$$\dot{x_1} = x_2 \tag{115}$$

$$\dot{x_2} = p_2 I_1 - (p_2 + p_3 cos(x_4)) I_2 \tag{116}$$

$$\dot{x_3} = \dot{u}_1 \tag{117}$$

$$\dot{x_4} = x_5 \tag{118}$$

$$\dot{x_5} = (-p_2 - p_3 cos(x_4)) I_1 + (p_1 + 2p_3 cos(x_4)) I_2 \tag{119}$$

$$\dot{x_6} = \dot{u}_2 \tag{120}$$

โดยที่ $I_1 = x_3 + (2x_2x_5 + x_5^2)p_3 sin(x_4) - x_2 p_4$ และ $I_2 = x_6 - x_1^2 p_3 sin(x_4) - x_5 p_5$

จากปัญหาการควบคุมที่เหมาะที่สุดแบบโบลซาดังสมการที่ (1) ถึง (4) เมื่อกำหนดสเตทใหม่คือ $x_e(t) = (x(t), u(t))$ และสัญญาณควบคุมใหม่คือ $u_e(t) = \dot{u}(t)$ ดังนั้นจะได้ปัญหาการควบคุมที่เหมาะที่สุดแบบโบลซา ดังนี้

$$J(x_e, u_e) = \phi(x_e(t_0), t_0, x_e(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} L(x_e(t), u_e(t), t) dt \tag{121}$$

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

มีค่าน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับเชิงพลวัต (dynamic constraints)

$$\dot{x_e}(t) = f(x_e(t), u_e(t), t), \tag{122}$$

เงื่อนไขขอบเขต (boundary conditions)

$$\psi(x_e(t_0), t_0, x_e(t_f), t_f) = 0, \tag{123}$$

และเงื่อนไขบังคับอสมการเชิงวิถี (inequality path constraints)

$$c(x_e(t), u_e(t), t) \leq 0 \tag{124}$$

จากนั้นจะทำการแก้ปัญหาการควบคุมที่เหมาะที่สุดโดยใช้วิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัล ซึ่งฟังก์ชันจุดประสงค์ในสมการที่ (121) จะประมาณโดยใช้วิธีเกาส์ควอดราเจอร์ได้ดังนี้

$$J = \phi(X_{e_0}, t_0, X_{e_f}, t_f) + \frac{t_f - t_0}{2} \sum_{k=1}^{N} w_k L(X_{e_k}, U_{e_k}, \tau_k; t_0, t_f) \tag{125}$$

เงื่อนไขบังคับเชิงพลวัตในสมการที่ (122) จะสามารถกำหนดอยู่ในรูปแบบเงื่อนไขบังคับเชิงพีชคณิตได้ดังนี้

$$\sum_{i=0}^{N} D_{e_{ki}} X_{e_i} - \frac{t_f - t_0}{2} f(X_{e_k}, U_{e_k}, \tau_k; t_0, t_f) = 0 \tag{126}$$

เมื่อ $X_{e_k} \equiv X_e(\tau_k) \in \mathbb{R}^n$ และ $U_{e_k} \equiv U_e(\tau_k) \in \mathbb{R}^m, (k = 1, .., N)$

จะพบว่าเงื่อนไขบังคับเชิงพลวัต คือการจัดวางที่จุดเลอจองค์เกาส์ และไม่ได้อยู่ที่จุดขอบเขต ตัวแปรที่เพิ่มเติมในการดิสครีไทเซชั่น คือ $X_{e_0} \equiv X(-1)$ และ X_{e_f} หาได้โดยการกำหนดในเทอมของ $X_{e_k}, (k = 0, .., N)$ และ $U_{e_k}, (k = 1, .., N)$ จากวิธีเกาส์ควอดราเจอร์สามารถกำหนดได้ดังนี้

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

$$X_{e_f} = X_{e_0} + \frac{t_f - t_0}{2} \sum_{k=1}^{N} w_k f(X_{e_k}, U_{e_k}, \tau_k; t_0, t_f) \tag{127}$$

ส่วนเงื่อนไขขอบเขตในสมการที่ (123) สามารถกำหนดได้ดังนี้

$$\psi(X_{e_0}, t_0, X_{e_f}, t_f) = 0 \tag{128}$$

และเงื่อนไขบังคับอสมการเชิงวิถีจากสมการที่ (124) สามารถกำหนดได้ดังนี้

$$c(X_{e_k}, U_{e_k}, \tau_k; t_0, t_f) \leq 0, \ (k = 1, .., N) \tag{129}$$

โดยที่ฟังก์ชันจุดประสงค์ในสมการที่ (125) และเงื่อนไขบังคับเชิงพีชคณิตในสมการที่ (126), (128) และ (129) จะใช้กำหนดไปยังการแก้ปัญหาของโปรแกรมที่ไม่เป็นเชิงเส้นโดยใช้โปรแกรม Matlab และ GPOPS

4. การควบคุมป้อนกลับบริเวณใกล้เคียง

การควบคุมป้อนกลับเป็นหลักการพื้นฐานที่ใช้ในการควบคุมระบบเชิงพลวัต เพราะสัญญาณจากเซนเซอร์จะถูกนำไปหักล้างจากสัญญาณอ้างอิง เพื่อที่จะสร้างสัญญาณความคลาดเคลื่อน ซึ่งจะนำไปป้อนสู่ตัวควบคุม และตัวควบคุมจะสร้างสัญญาณควบคุมป้อนเข้าสู่ระบบเชิงพลวัต หลังจากนั้นจะนำสัญญาณขาออกของระบบเชิงพลวัตมาป้อนสู่ระบบป้อนกลับต่อไปเช่นนี้เรื่อยๆ และสามารถรับประกันสมรรถนะได้มากขึ้นแม้กับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่มีตัวแปรที่มีความไม่แน่นอนอยู่ด้วย

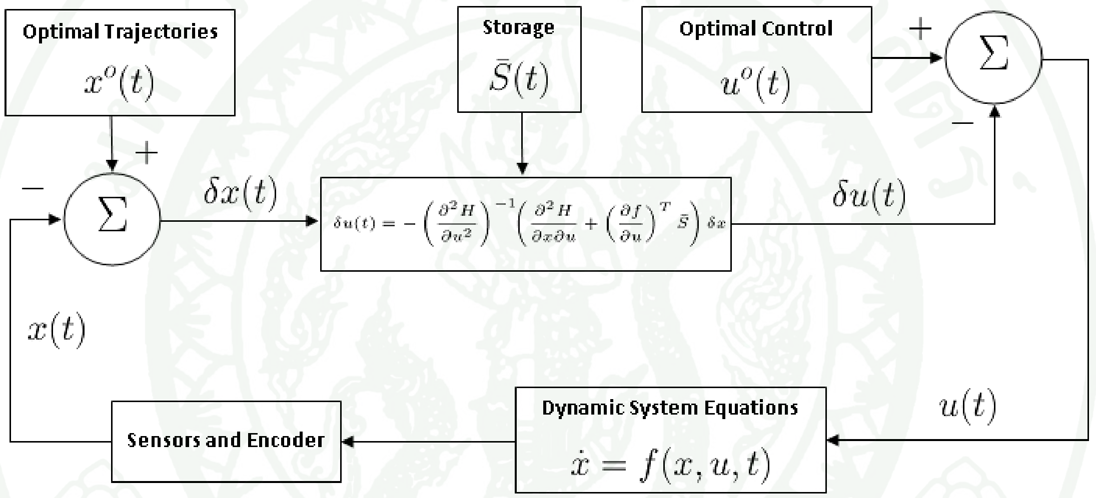
วิทยานิพนธ์นี้แบ่งการควบคุมป้อนกลับบริเวณใกล้เคียง 2 แบบ คือการควบคุมป้อนกลับบริเวณใกล้เคียงแบบไม่เอกฐาน (Non-Singular Neighboring Feedback Control) และการควบคุมป้อนกลับบริเวณใกล้เคียงแบบเอกฐาน (Singular Neighboring Feedback Control) ซึ่งมีฟังก์ชันวัตถุประสงค์ 2 ประเภท คือเวลาน้อยที่สุด และพลังงานที่น้อยที่สุด

ในส่วนของการควบคุมป้อนกลับบริเวณใกล้เคียงพบว่าปัญหาการควบคุมด้วยเวลาน้อยที่สุดทำให้ $\dfrac{\partial^2 H}{\partial u^2} = 0$ ซึ่งไม่สามารถหากฎการป้อนกลับให้เป็นไปตามสมการที่ (75) ได้ ดังนั้นจึง

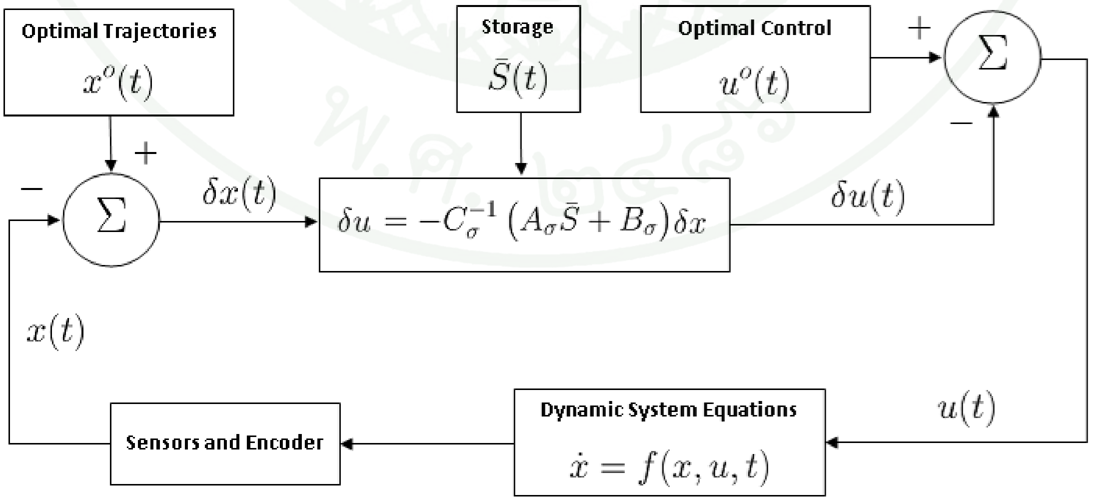
ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ต้องใช้การควบคุมป้อนกลับบริเวณใกล้เคียงแบบเอกฐาน (Singular Neighboring Feedback Control)

ดังนั้นจึงสรุปได้ว่าปัญหาการควบคุมที่เหมาะที่สุดที่มีฟังก์ชันวัตถุประสงค์แบบพลังงานที่น้อยที่สุดจะใช้การควบคุมป้อนกลับบริเวณใกล้เคียงแบบไม่เอกฐาน (Non-Singular Neighboring Feedback Control) ดังภาพที่ 3 และปัญหาการควบคุมที่เหมาะที่สุดที่มีฟังก์ชันวัตถุประสงค์แบบเวลาน้อยที่สุดจะใช้การควบคุมป้อนกลับบริเวณใกล้เคียงแบบเอกฐาน (Singular Neighboring Feedback Control) ดังภาพที่ 4



ภาพที่ 3 แผนภาพการควบคุมป้อนกลับที่เหมาะที่สุดบริเวณใกล้เคียงแบบไม่เอกฐาน



ภาพที่ 4 แผนภาพการควบคุมป้อนกลับที่เหมาะที่สุดบริเวณใกล้เคียงแบบเอกฐาน

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

สถานที่ทำการวิจัย

ห้องปฏิบัติการวิจัยทางด้านแมคคาทรอนิกส์ หุ่นยนต์ และการควบคุมชาญฉลาด (IMARC Laboratory) ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ และศูนย์ฝึกอบรมระบบอุตสาหกรรมอัตโนมัติ (IATC) คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ระยะเวลาทำการวิจัย

การวิจัยเริ่มตั้งแต่เดือนกันยายน 2554 ถึงเดือนมีนาคม 2555

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ผลและวิจารณ์

ผล

1. การวางแผนเส้นทางเดินสำหรับหุ่นยนต์สการาโดยใช้วิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัลที่มีฟังก์ชันก์จุดประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุด และการควบคุมป้อนกลับบริเวณใกล้เคียงแบบไม่เอกฐาน

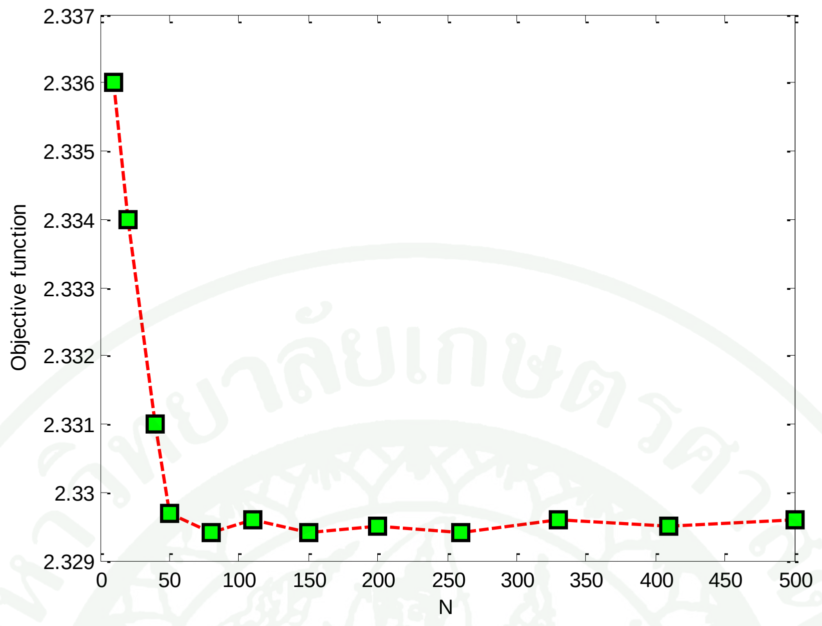
1.1 การวางแผนเส้นทางเดินสำหรับหุ่นยนต์สการาที่มีฟังชันก์จุดประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม

จากการแก้ปัญหาโดยใช้วิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัลที่มีฟังชันก์จุดประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม ซึ่งได้กำหนดจำนวนจุดเลอจองค์เกาส์ที่ N = 50, 60, 80 และ 110 ตามลำดับ ดังตารางที่ 1 ซึ่งจากผลการแก้ปัญหาพบว่าวิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัลให้ผลที่มีประสิทธิภาพ มีความแม่นยำสูง และมีสัญญาณควบคุมที่ราบเรียบ โดยจะแสดงผลการจำลองการวางแผนเส้นทางเดินในการย้ายแขนของหุ่นยนต์สการาระหว่างจุดสองจุด ดังภาพที่ 6 และภาพที่ 7 ตามลำดับ จากนั้นได้ทำการเพิ่มค่า N ให้สูงขึ้นพบว่าค่าฟังก์ชันจุดประสงค์มีการเปลี่ยนแปลงน้อยมากดังภาพที่ 5

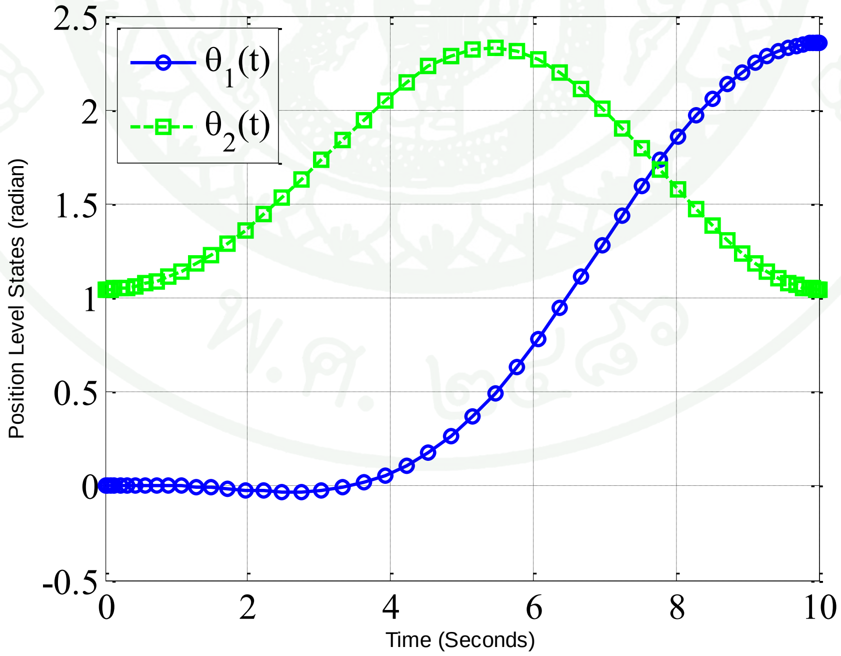
ตารางที่ 1 ผลการแก้ปัญหาการวางแผนเส้นทางเดินสำหรับหุ่นยนต์สการาที่มีฟังชันก์จุดประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม

จำนวนจุดของการดิสครีไทเซชั่น $N+2$	ฟังก์ชันจุดประสงค์ $J=\int_{t_0}^{t_f}[u_1^2(t)+u_2^2(t)]dt$	ค่าความขัดแย้งของเงื่อนไขขอบเขต
52	2.3296	7.5×10^{-8}
62	2.3292	7.2×10^{-8}
82	2.3296	7.6×10^{-8}
112	2.3294	7.5×10^{-8}

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

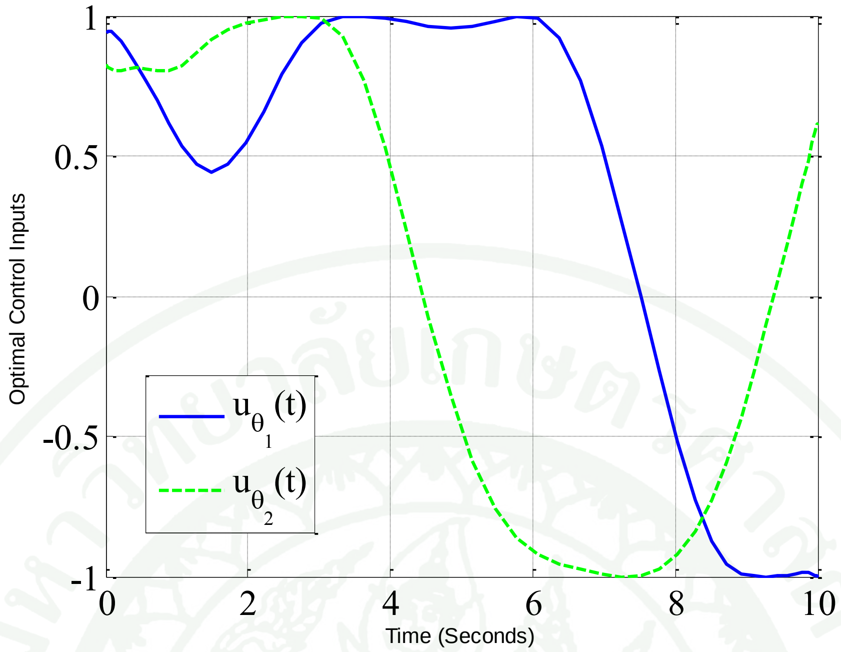


ภาพที่ 5 ฟังชันก์จุดประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม เมื่อทำการเพิ่มค่า N = 10 ถึง 500



ภาพที่ 6 เส้นทางเดินที่เหมาะที่สุดสำหรับการย้ายแขนของหุ่นยนต์สการาที่มีฟังชันก์จุดประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม ที่ N = 50

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์



ภาพที่ 7 สัญญาณควบคุมที่เหมาะที่สุดสำหรับการย้ายแขนของหุ่นยนต์สการาที่มีฟังก์ชัจุดประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม ที่ N = 50

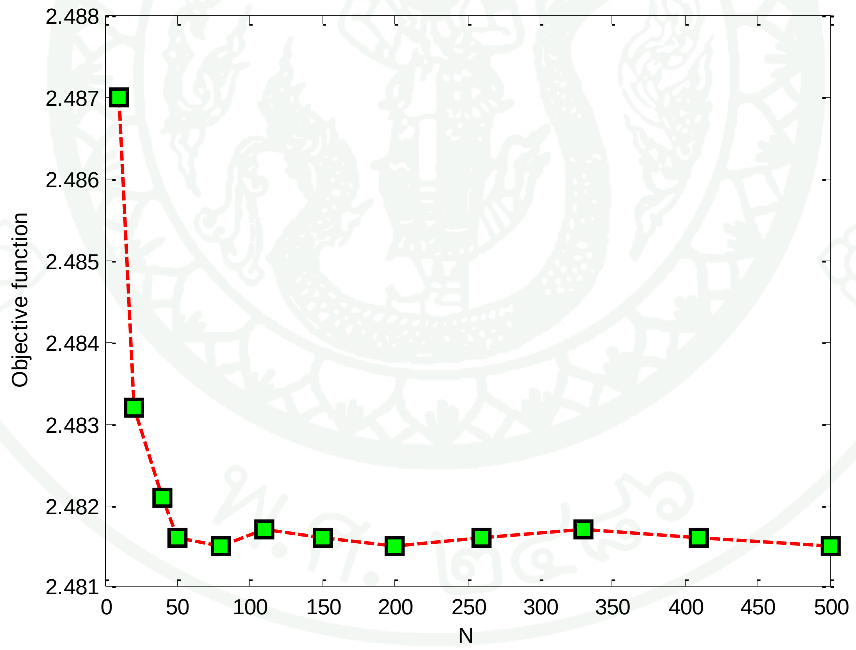
1.2 การวางแผนเส้นทางเดินสำหรับหุ่นยนต์สการาที่มีฟังชันก์จุดประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม และอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุม

จากการแก้ปัญหาโดยใช้วิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัลที่มีฟังชันก์จุดประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม และอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุม ซึ่งได้กำหนดจำนวนจุดเลอจองค์เกาส์ที่ N = 50, 60, 80 และ 110 ตามลำดับ ดังตารางที่ 2 ซึ่งจากผลการแก้ปัญหาพบว่าวิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัลให้ผลที่มีประสิทธิภาพ มีความแม่นยำสูง และมีสัญญาณควบคุมที่ราบเรียบ โดยจะแสดงผลการจำลองการวางแผนเส้นทางเดินในการย้ายแขนของหุ่นยนต์สการาระหว่างจุดสองจุด ดังภาพที่ 9 และภาพที่ 10 ตามลำดับ จากนั้นได้ทำการเพิ่มค่า N ให้สูงขึ้นพบว่าค่าฟังก์ชันจุดประสงค์มีการเปลี่ยนแปลงน้อยมากดังภาพที่ 8

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

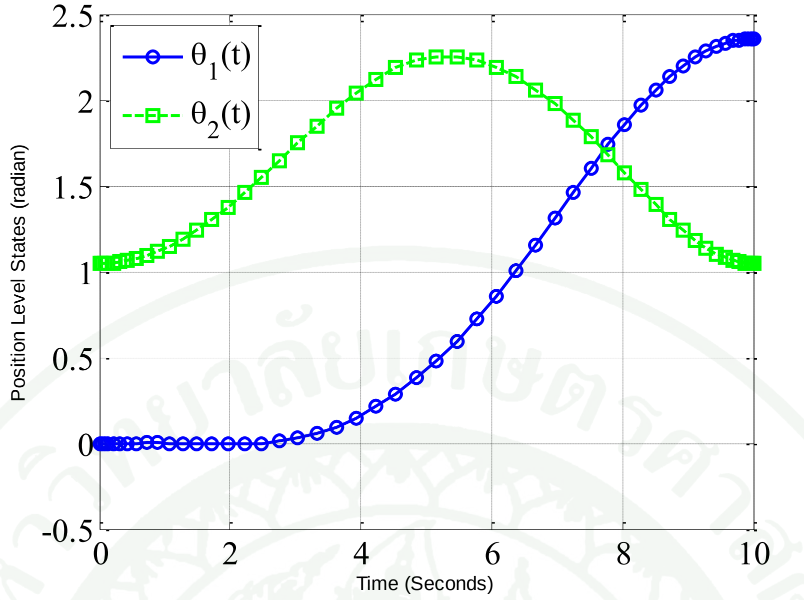
ตารางที่ 2 ผลการแก้ปัญหาการวางแผนเส้นทางเดินสำหรับหุ่นยนต์สการาที่มีฟังชันก์จุดประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม และอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุม

จำนวนจุดของการดิสครีไทเซชั่น $N+2$	ฟังก์ชันจุดประสงค์ $J = \int_{t_0}^{t_f} [u_1^2(t) + u_2^2(t)]dt$	ค่าความขัดแย้งของเงื่อนไขขอบเขต
52	2.4816	6.9×10^{-8}
62	2.4815	7.1×10^{-8}
82	2.4817	6.2×10^{-8}
112	2.4816	7.8×10^{-8}

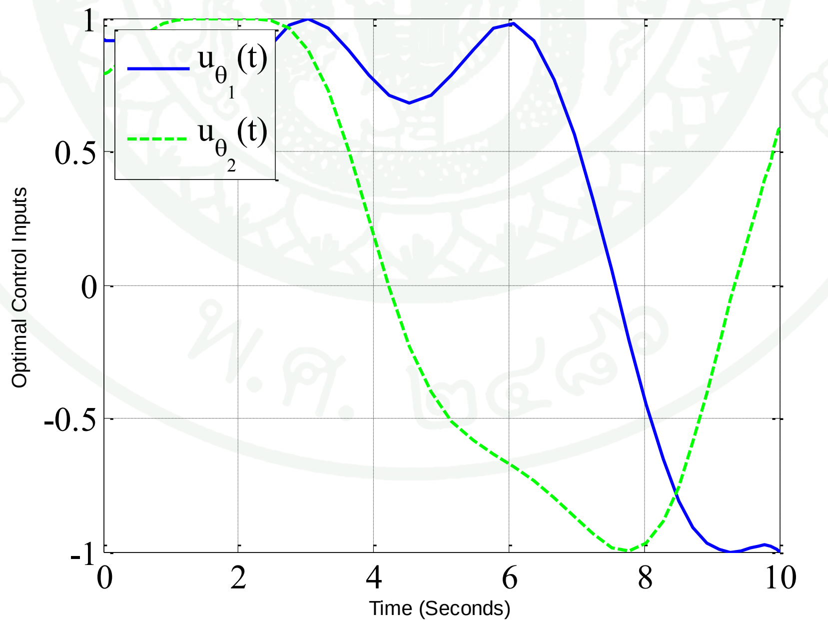


ภาพที่ 8 ฟังชันก์จุดประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม และอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุม เมื่อทำการเพิ่มค่า N = 10 ถึง 500

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์



ภาพที่ 9 เส้นทางเดินที่เหมาะที่สุดสำหรับการย้ายแขนของหุ่นยนต์สการาที่มีฟังชันก์จุดประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม และอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุม ที่ N = 50

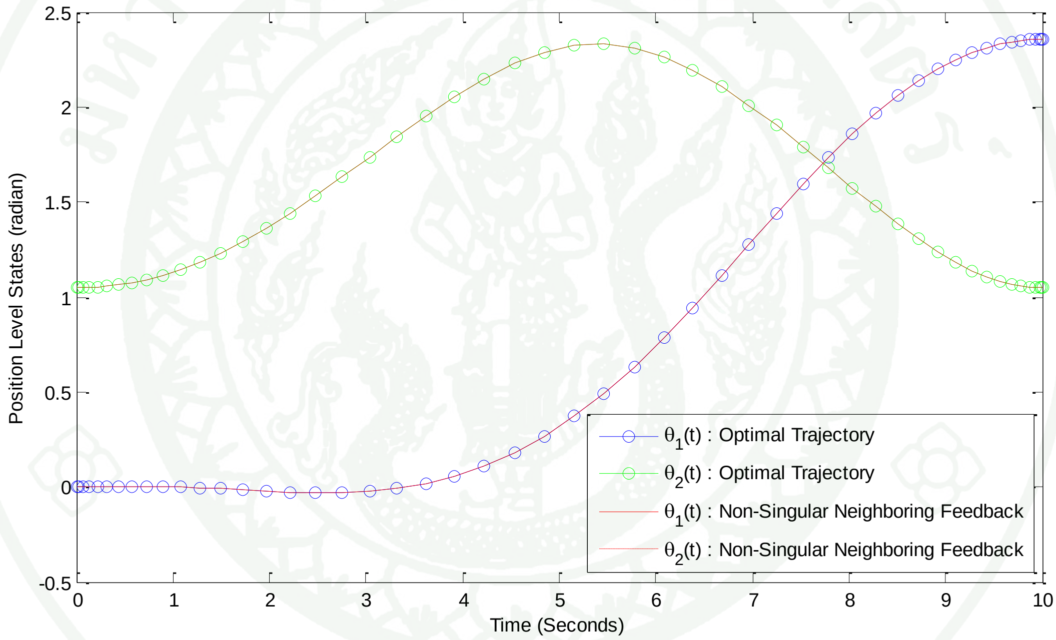


ภาพที่ 10 สัญญาณควบคุมที่เหมาะที่สุดสำหรับการย้ายแขนของหุ่นยนต์สการาที่มีฟังชันก์จุดประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม และอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุม ที่ N = 50

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

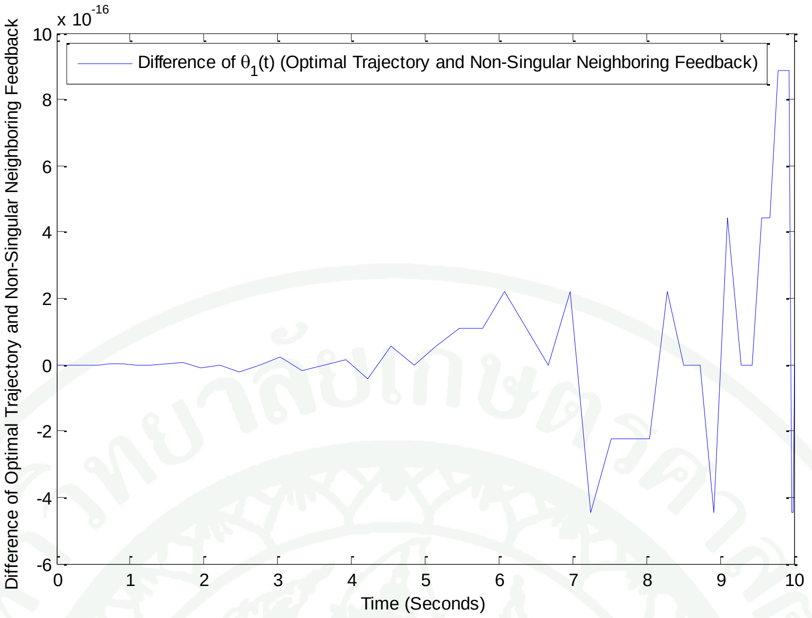
1.3 การควบคุมป้อนกลับสำหรับหุ่นยนต์สการาที่มีฟังชันก์จุดประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม

สำหรับปัญหาการควบคุมที่เหมาะที่สุดที่มีฟังก์ชันวัตถุประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม จะใช้การควบคุมป้อนกลับบริเวณใกล้เคียงแบบไม่เอกฐาน (Non-Singular Neighboring Feedback Control) ซึ่งพบว่าค่าสเตทมีการลู่เข้าดังภาพที่ 11 และผลต่างของสเตทระหว่างเส้นทางเดินที่เหมาะที่สุดและการควบคุมป้อนกลับบริเวณใกล้เคียงดังภาพที่ 12 และ 13

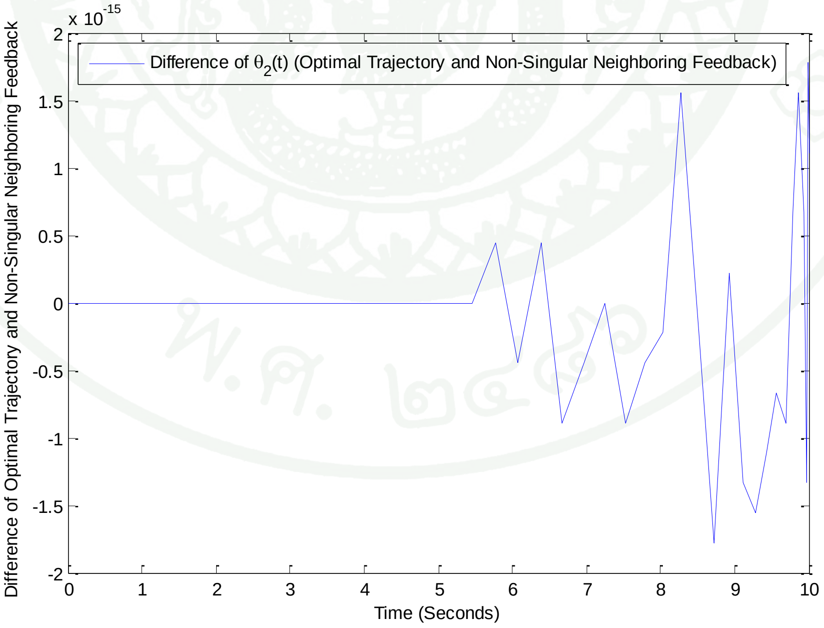


ภาพที่ 11 การควบคุมป้อนกลับสำหรับหุ่นยนต์สการาที่มีฟังชันก์จุดประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม ที่ N = 50

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์



ภาพที่ 12 ผลต่างของ $\theta_1(t)$ ระหว่างเส้นทางเดินที่เหมาะที่สุดและการควบคุมป้อนกลับบริเวณใกล้เคียงที่มีฟังชันก์จุดประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม ที่ N = 50 (ผลต่างสูงสุด = 8.87×10^{-16})

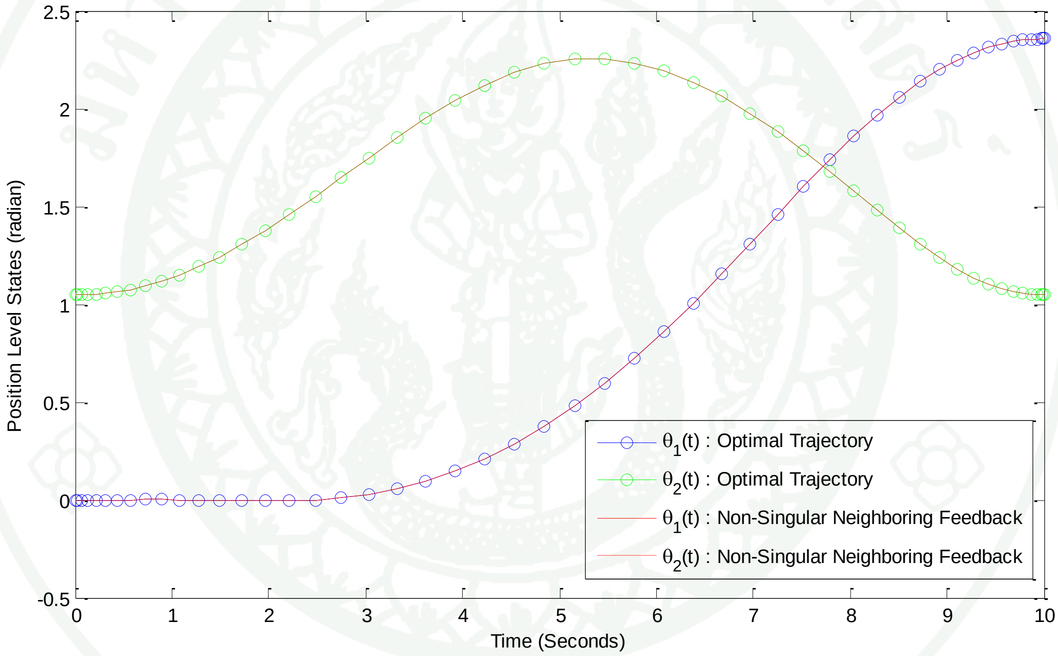


ภาพที่ 13 ผลต่างของ $\theta_2(t)$ ระหว่างเส้นทางเดินที่เหมาะที่สุดและการควบคุมป้อนกลับบริเวณใกล้เคียงที่มีฟังชันก์จุดประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม ที่ N = 50 (ผลต่างสูงสุด = 1.74×10^{-15})

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

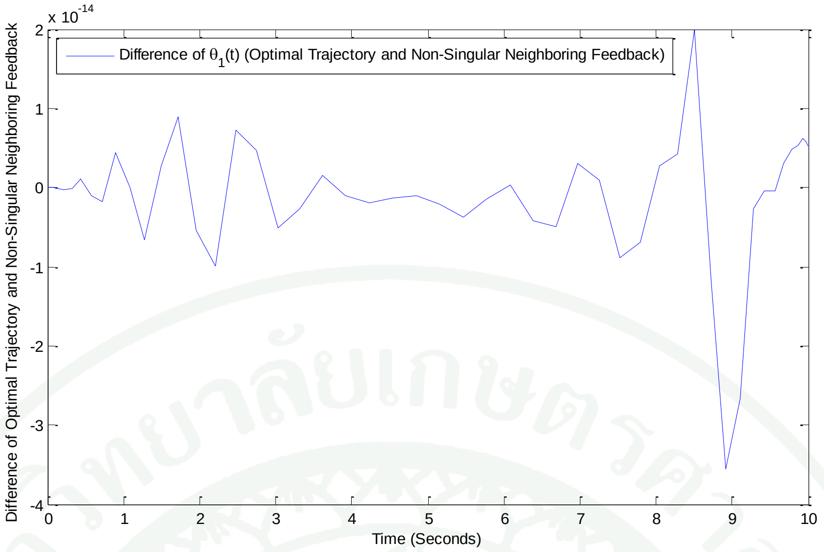
1.4 การควบคุมป้อนกลับสำหรับหุ่นยนต์สการาที่มีฟังชันก์จุดประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม และอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุม

สำหรับปัญหาการควบคุมที่เหมาะที่สุดที่มีฟังก์ชันวัตถุประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม และอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุม จะใช้การควบคุมป้อนกลับบริเวณใกล้เคียงแบบไม่เอกฐาน (Non-Singular Neighboring Feedback Control) ซึ่งพบว่าค่าสเตตมีการลู่เข้า ดังภาพที่ 14 และผลต่างของสเตทระหว่างเส้นทางเดินที่เหมาะที่สุดและการควบคุมป้อนกลับบริเวณใกล้เคียงดังภาพที่ 15 และ 16

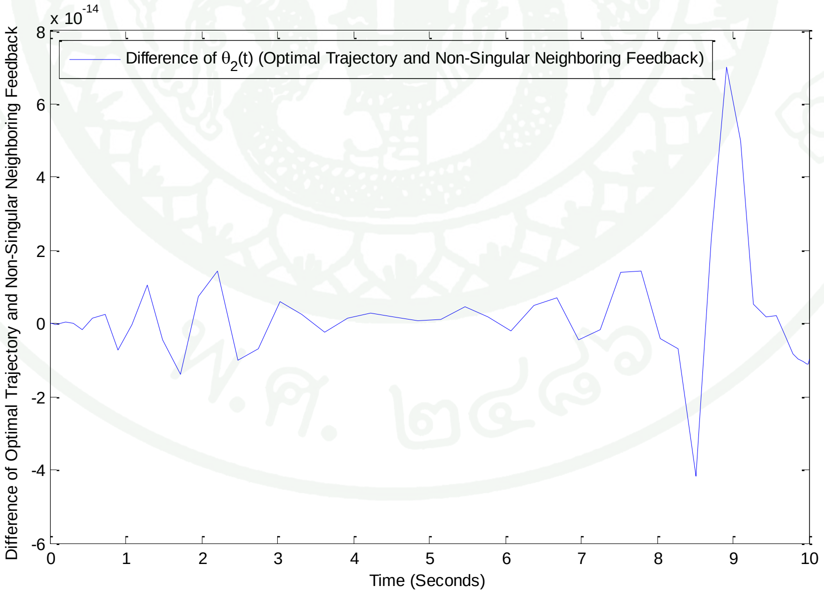


ภาพที่ 14 การควบคุมป้อนกลับสำหรับหุ่นยนต์สการาที่มีฟังชันก์จุดประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม และอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุม ที่ N = 50

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์



ภาพที่ 15 ผลต่างของ $\theta_1(t)$ ระหว่างเส้นทางเดินที่เหมาะที่สุดและการควบคุมป้อนกลับบริเวณใกล้เคียงที่มีฟังชันก์จุดประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม และอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุม ที่ N = 50 (ผลต่างสูงสุด = 3.47×10^{-14})

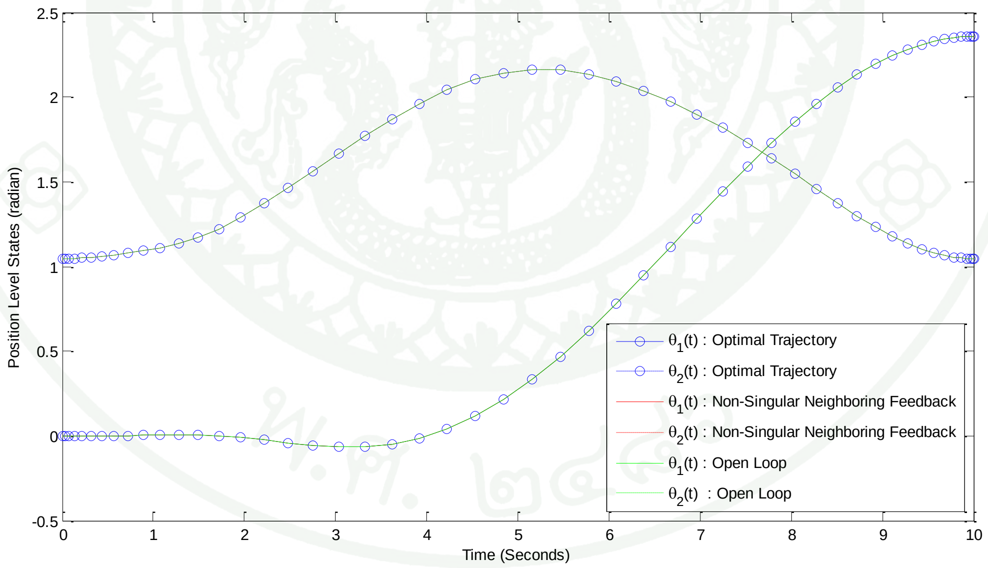


ภาพที่ 16 ผลต่างของ $\theta_2(t)$ ระหว่างเส้นทางเดินที่เหมาะที่สุดและการควบคุมป้อนกลับบริเวณใกล้เคียงที่มีฟังชันก์จุดประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม และอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุม ที่ N = 50 (ผลต่างสูงสุด = 6.84×10^{-14})

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

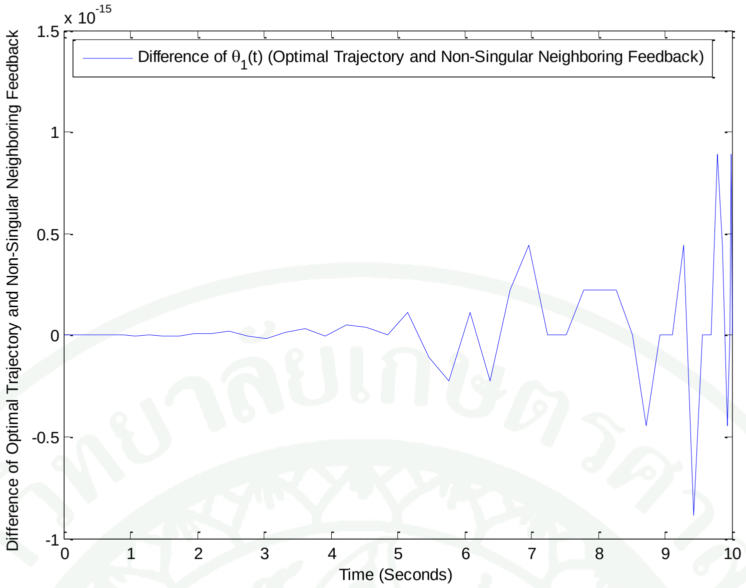
1.5 การควบคุมป้อนกลับสำหรับหุ่นยนต์สการาที่มีค่าความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์โดยมีฟังชันก์จุดประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม

ในการการควบคุมป้อนกลับสำหรับหุ่นยนต์สการาที่มีค่าความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์โดยมีฟังชันก์จุดประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม ได้ทำการออกแบบค่าความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์ โดยการเพิ่มค่าพารามิเตอร์จาก P = [P(1) P(2) P(3) P(4) P(5)] = [0.45 0.22 0.08 1.80 1.40] เป็น 10% ของ P(1) 15% ของ P(2) 20% ของ P(3) 15% ของ P(4) และ 10% ของ P(5) ตามลำดับ ดังนั้นค่าความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์คือ P = [0.4950 0.2943 0.1790 1.8743 1.4495] และจะใช้การควบคุมป้อนกลับบริเวณใกล้เคียงแบบไม่เอกฐาน (Non-Singular Neighboring Feedback Control) ซึ่งพบว่าค่าสเตตมีการลู่เข้าดังภาพที่ 17 และผลต่างของสเตทระหว่างเส้นทางเดินที่เหมาะที่สุดและการควบคุมป้อนกลับบริเวณใกล้เคียงดังภาพที่ 18 และ 19 ส่วนผลต่างระหว่างการควบคุมวงเปิดและการควบคุมป้อนกลับบริเวณใกล้เคียงที่มีค่าความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์แสดงดังภาพที่ 20 และ 21

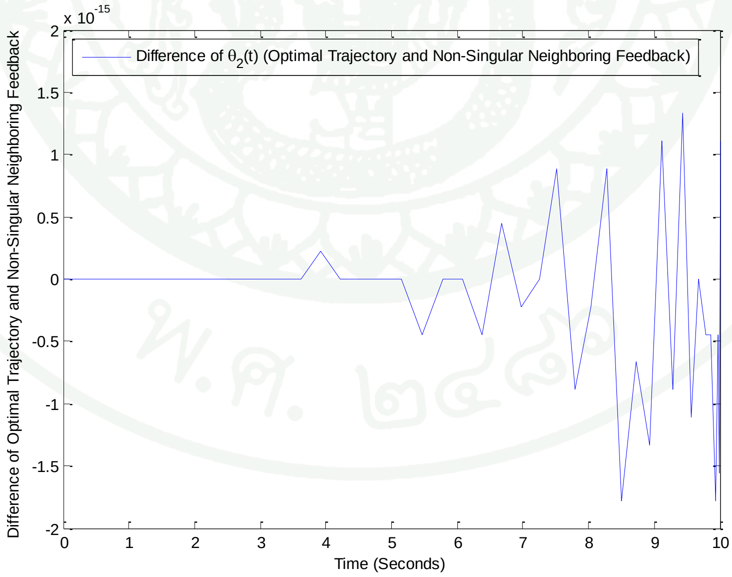


ภาพที่ 17 การควบคุมป้อนกลับสำหรับหุ่นยนต์สการาที่มีค่าความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์โดยมีฟังชันก์จุดประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุมที่ N = 50

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

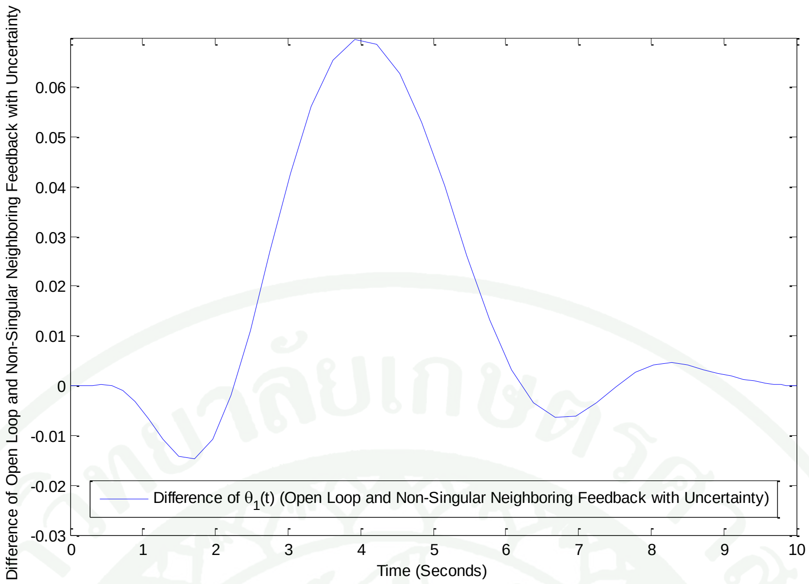


ภาพที่ 18 ผลต่างของ $\theta_1(t)$ ระหว่างเส้นทางเดินที่เหมาะที่สุดและการควบคุมป้อนกลับบริเวณใกล้เคียงที่มีค่าความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์ โดยมีฟังชันก์จุดประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม ที่ N = 50 (ผลต่างสูงสุด = 0.78×10^{-15})

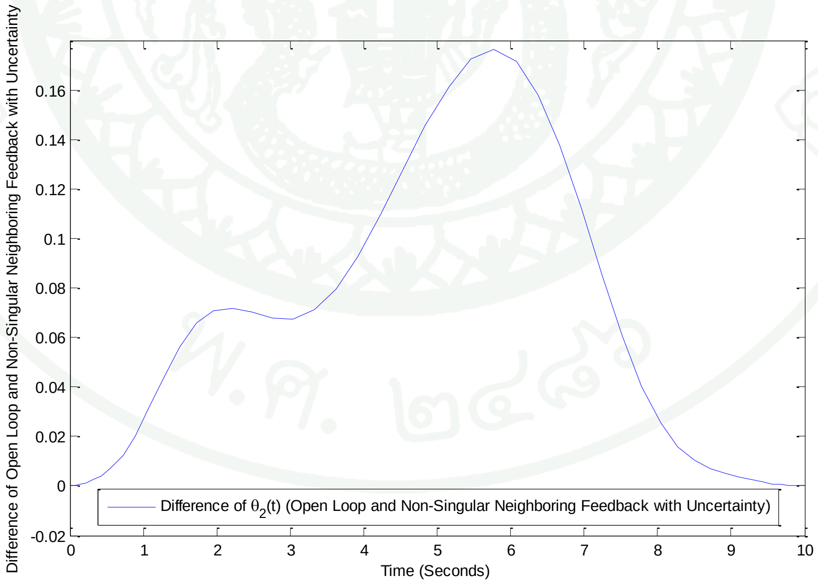


ภาพที่ 19 ผลต่างของ $\theta_2(t)$ ระหว่างเส้นทางเดินที่เหมาะที่สุดและการควบคุมป้อนกลับบริเวณใกล้เคียงที่มีค่าความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์ โดยมีฟังชันก์จุดประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม ที่ N = 50 (ผลต่างสูงสุด = 1.76×10^{-15})

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์



ภาพที่ 20 ผลต่างของ $\theta_1(t)$ ระหว่างการควบคุมวงเปิดและการควบคุมป้อนกลับบริเวณใกล้เคียงที่มีค่าความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์ โดยมีฟังชันก์จุดประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม ที่ N = 50 (ผลต่างสูงสุด = 0.069)

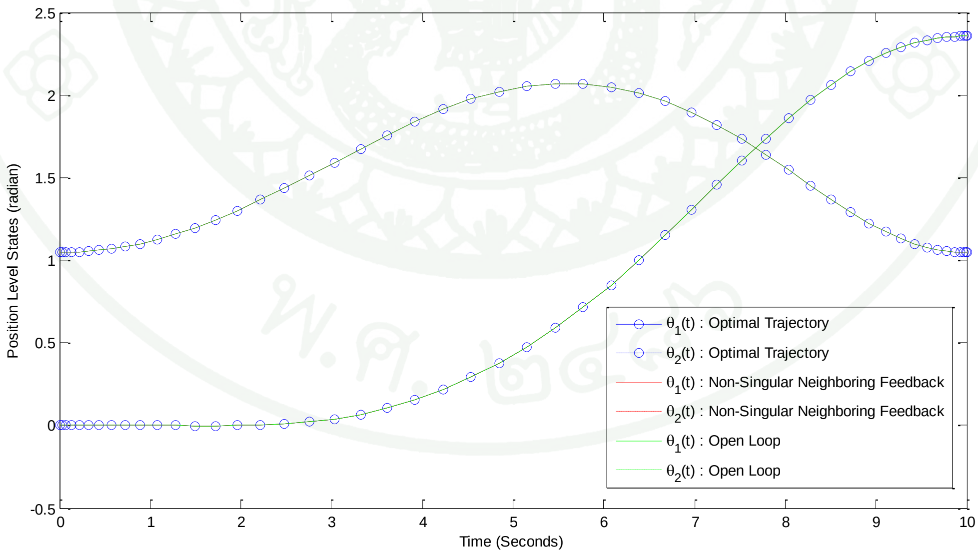


ภาพที่ 21 ผลต่างของ $\theta_2(t)$ ระหว่างการควบคุมวงเปิดและการควบคุมป้อนกลับบริเวณใกล้เคียงที่มีค่าความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์ โดยมีฟังชันก์จุดประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม ที่ N = 50 (ผลต่างสูงสุด = 0.177)

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

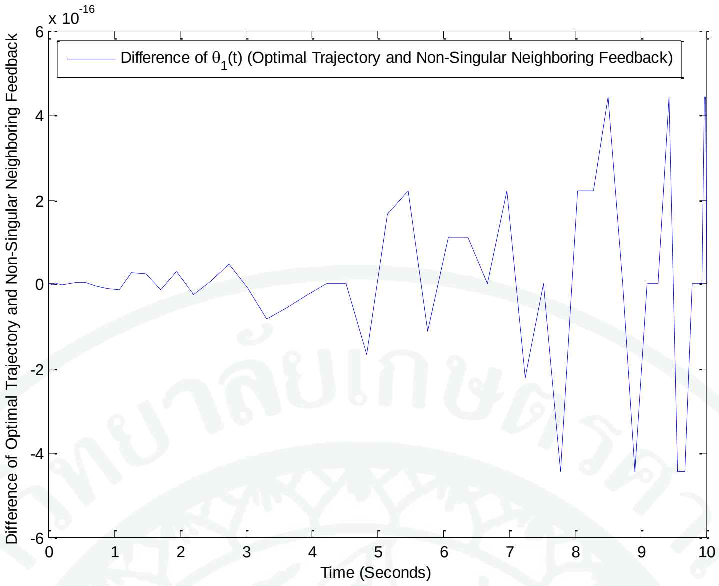
1.6 การควบคุมป้อนกลับสำหรับหุ่นยนต์สการาที่มีค่าความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์โดยมีฟังชันก์จุดประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม และอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุม

ในการการควบคุมป้อนกลับสำหรับหุ่นยนต์สการาที่มีค่าความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์โดยมีฟังชันก์จุดประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม และอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุม ได้ทำการออกแบบค่าความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์โดยการเพิ่มค่าพารามิเตอร์จาก P = [P(1) P(2) P(3) P(4) P(5)] = [0.45 0.22 0.08 1.80 1.40] เป็น 10% ของ P(1) 15% ของ P(2) 20% ของ P(3) 15% ของ P(4) และ 10% ของ P(5) ตามลำดับ ดังนั้นค่าความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์คือ P = [0.4950 0.2943 0.1790 1.8743 1.4495] และจะใช้การควบคุมป้อนกลับบริเวณใกล้เคียงแบบไม่เอกฐาน (Non-Singular Neighboring Feedback Control) ซึ่งพบว่าค่าสเตตมีการลู่เข้า ดังภาพที่ 22 และผลต่างของสเตทระหว่างเส้นทางเดินที่เหมาะที่สุดและการควบคุมป้อนกลับบริเวณใกล้เคียงดังภาพที่ 23 และ 24 ส่วนผลต่างระหว่างการควบคุมวงเปิดและการควบคุมป้อนกลับบริเวณใกล้เคียงที่มีค่าความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์แสดงดังภาพที่ 25 และ 26

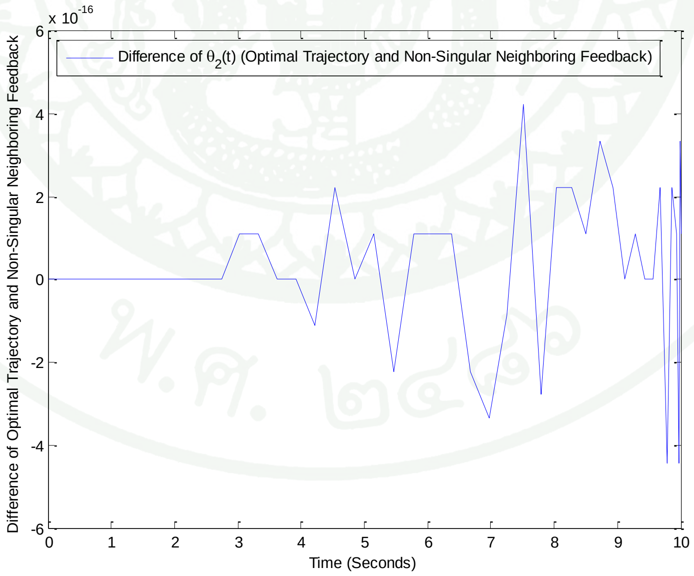


ภาพที่ 22 การควบคุมป้อนกลับสำหรับหุ่นยนต์สการาที่มีค่าความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์โดยมีฟังชันก์จุดประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม และอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุม ที่ N = 50

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

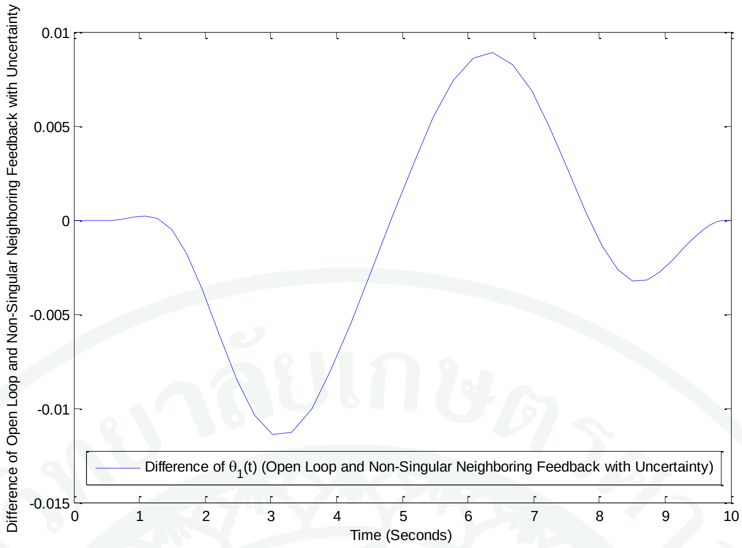


ภาพที่ 23 ผลต่างของ $\theta_1(t)$ ระหว่างเส้นทางเดินที่เหมาะที่สุดและการควบคุมป้อนกลับบริเวณใกล้เคียงที่มีค่าความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์ โดยมีฟังชันก์จุดประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม และอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุม ที่ N = 50 (ผลต่างสูงสุด = 4.37×10^{-15})

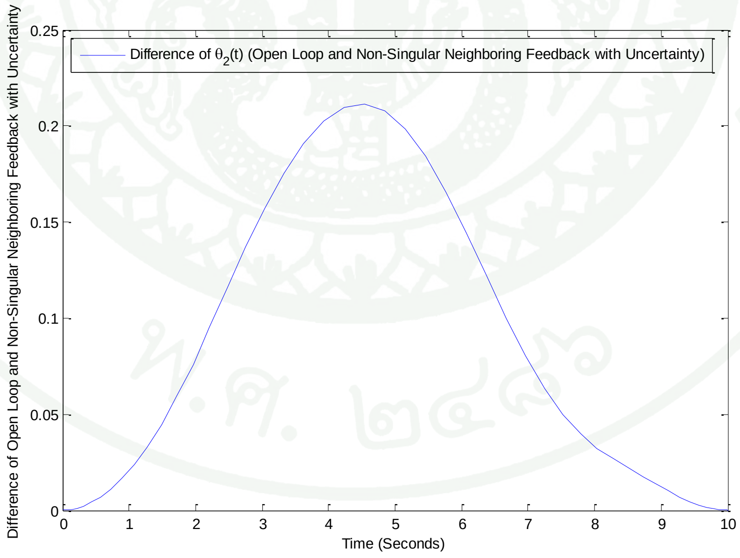


ภาพที่ 24 ผลต่างของ $\theta_2(t)$ ระหว่างเส้นทางเดินที่เหมาะที่สุดและการควบคุมป้อนกลับบริเวณใกล้เคียงที่มีค่าความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์ โดยมีฟังชันก์จุดประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม และอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุม ที่ N = 50 (ผลต่างสูงสุด = 4.27×10^{-16})

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์



ภาพที่ 25 ผลต่างของ $\theta_1(t)$ ระหว่างการควบคุมวงเปิดและการควบคุมป้อนกลับบริเวณใกล้เคียงที่มีค่าความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์โดยมีฟังชันก์จุดประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม และอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุม ที่ N = 50 (ผลต่างสูงสุด = 0.011)



ภาพที่ 26 ผลต่างของ $\theta_2(t)$ ระหว่างการควบคุมวงเปิดและการควบคุมป้อนกลับบริเวณใกล้เคียงที่มีค่าความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์โดยมีฟังชันก์จุดประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม และอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุม ที่ N = 50 (ผลต่างสูงสุด = 0.216)

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

2. การวางแผนเส้นทางเดินสำหรับหุ่นยนต์สการาโดยใช้วิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัลที่มีฟังชันก์จุดประสงค์แบบเวลาสุดท้าย และการควบคุมป้อนกลับบริเวณใกล้เคียงแบบเอกฐาน

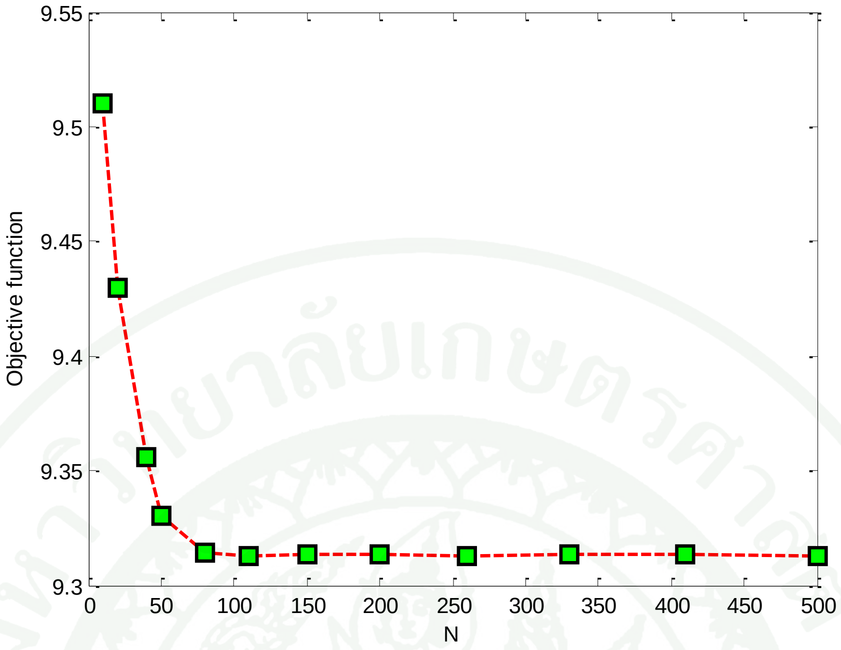
2.1 การวางแผนเส้นทางเดินสำหรับหุ่นยนต์สการาที่มีฟังชันก์จุดประสงค์แบบเวลาน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม

จากการแก้ปัญหาโดยใช้วิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัลที่มีฟังชันก์จุดประสงค์แบบเวลาน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม ซึ่งได้กำหนดจำนวนจุดเลอจองค์เกาส์ที่ N = 50, 60, 80 และ 110 ตามลำดับ ดังตารางที่ 3 ซึ่งจากผลการแก้ปัญหาพบว่าวิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัลให้ผลที่มีประสิทธิภาพ มีความแม่นยำสูง และมีสัญญาณควบคุมที่ราบเรียบ โดยจะแสดงผลการจำลองการวางแผนเส้นทางเดินในการย้ายแขนของหุ่นยนต์สการาระหว่างจุดสองจุด ดังภาพที่ 28 และภาพที่ 29 ตามลำดับ จากนั้นได้ทำการเพิ่มค่า N ให้สูงขึ้นพบว่าค่าฟังก์ชันจุดประสงค์มีการเปลี่ยนแปลงน้อยมากดังภาพที่ 27

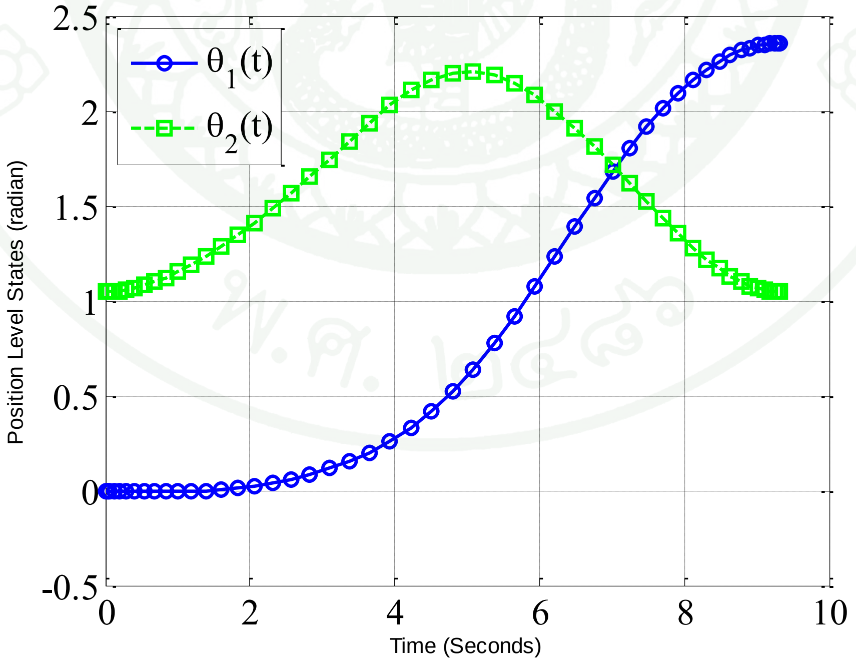
ตารางที่ 3 ผลการแก้ปัญหาการวางแผนเส้นทางเดินสำหรับหุ่นยนต์สการาที่มีฟังชันก์จุดประสงค์แบบเวลาน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม

จำนวนจุดของการดิสครีไทเซชั่น $N+2$	ฟังก์ชันจุดประสงค์ $J = t_f$ (วินาที)	ค่าความขัดแย้งของเงื่อนไขขอบเขต
52	9.3136	4.5×10^{-13}
62	9.3115	1.1×10^{-12}
82	9.3117	4.3×10^{-13}
112	9.3116	2.4×10^{-12}

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

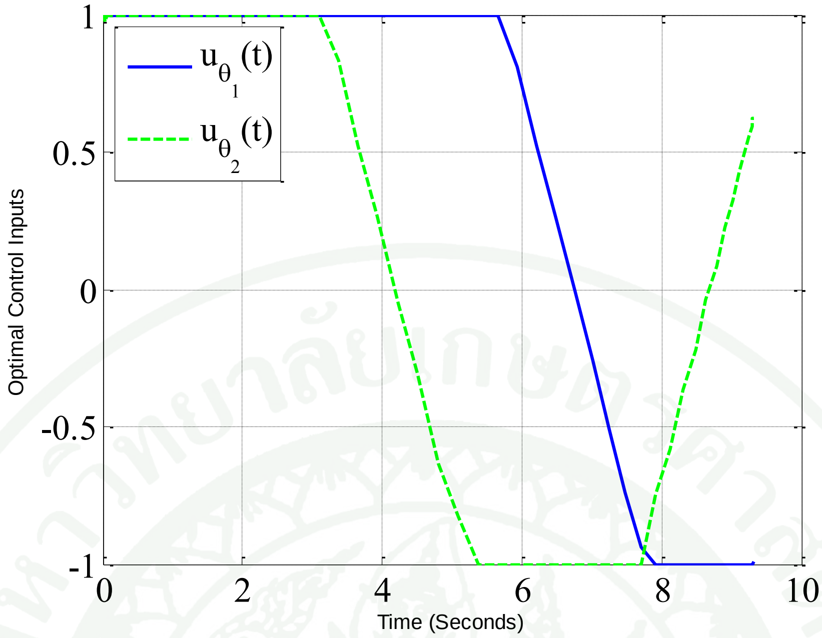


ภาพที่ 27 ฟังชันก์จุดประสงค์แบบเวลาน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม เมื่อทำการเพิ่มค่า N = 10 ถึง 500



ภาพที่ 28 เส้นทางเดินที่เหมาะที่สุดสำหรับการย้ายแขนของหุ่นยนต์สการาที่มีฟังชันก์จุดประสงค์แบบเวลาน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม ที่ N = 50

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์



ภาพที่ 29 สัญญาณควบคุมที่เหมาะที่สุดสำหรับการย้ายแขนของหุ่นยนต์สการาที่มีฟังก์ชัจุดประสงค์แบบเวลาน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม ที่ N = 50

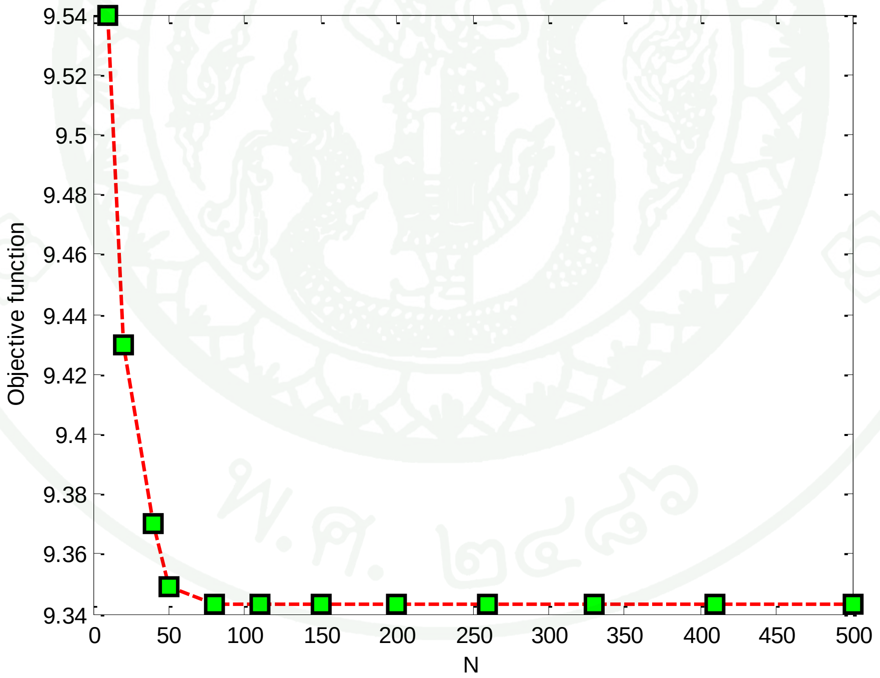
2.2 การวางแผนเส้นทางเดินสำหรับหุ่นยนต์สการาที่มีฟังชันก์จุดประสงค์แบบเวลาน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม และอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุม

จากการแก้ปัญหาโดยใช้วิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัลที่มีฟังชันก์จุดประสงค์แบบเวลาน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุมและอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุม ซึ่งได้กำหนดจำนวนจุดเลอจองค์เกาส์ที่ N = 50, 60, 80 และ 110 ตามลำดับ ดังตารางที่ 4 ซึ่งจากผลการแก้ปัญหาพบว่าวิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัลให้ผลที่มีประสิทธิภาพ มีความแม่นยำสูง และมีสัญญาณควบคุมที่ราบเรียบ โดยจะแสดงผลการจำลองการวางแผนเส้นทางเดินในการย้ายแขนของหุ่นยนต์สการาระหว่างจุดสองจุด ดังภาพที่ 31 และภาพที่ 32 ตามลำดับ จากนั้นได้ทำการเพิ่มค่า N ให้สูงขึ้นพบว่าค่าฟังก์ชันจุดประสงค์มีการเปลี่ยนแปลงน้อยมาก ดังภาพที่ 30

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

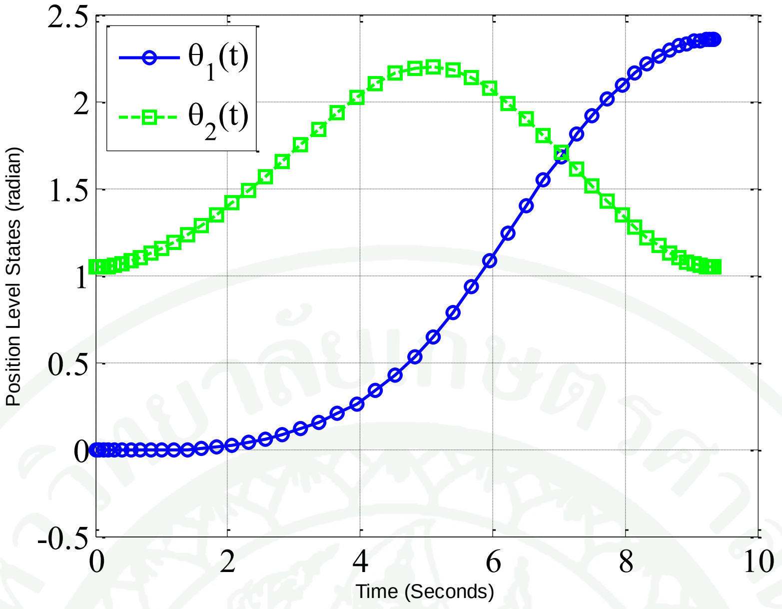
ตารางที่ 4 ผลการแก้ปัญหาการวางแผนเส้นทางเดินสำหรับหุ่นยนต์สการาที่มีฟังชันก์จุดประสงค์แบบเวลาน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม และอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุม

จำนวนจุดของการดิสครีไทเซชั่น $N+2$	ฟังก์ชันจุดประสงค์ $J = t_f$ (วินาที)	ค่าความขัดแย้งของเงื่อนไขขอบเขต
52	9.3437	4.4×10^{-6}
62	9.3432	9.1×10^{-6}
82	9.3431	7.0×10^{-6}
112	9.3432	1.1×10^{-6}

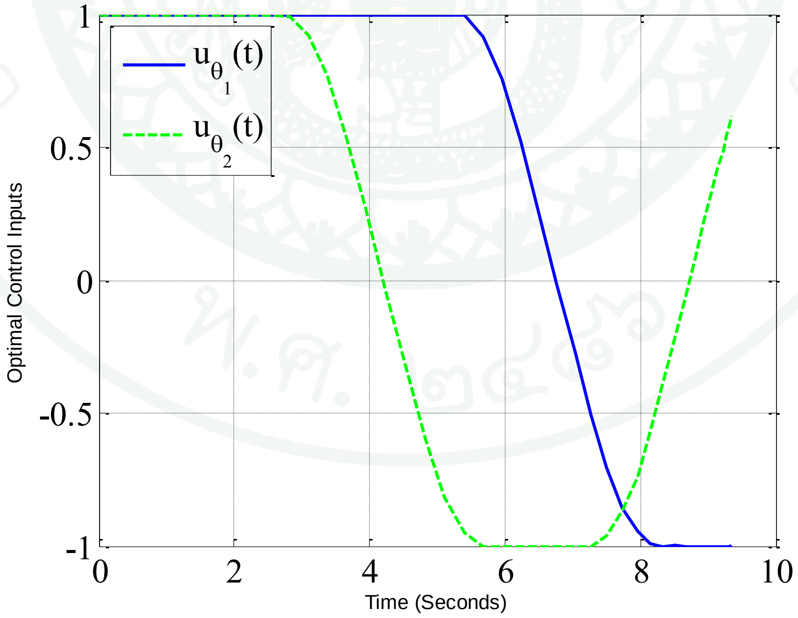


ภาพที่ 30 ฟังชันก์จุดประสงค์แบบเวลาน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม และอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุม เมื่อทำการเพิ่มค่า N = 10 ถึง 500

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์



ภาพที่ 31 เส้นทางเดินที่เหมาะที่สุดสำหรับการย้ายแขนของหุ่นยนต์สการาที่มีฟังชันก์จุดประสงค์แบบเวลาน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม และอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุม ที่ N = 50

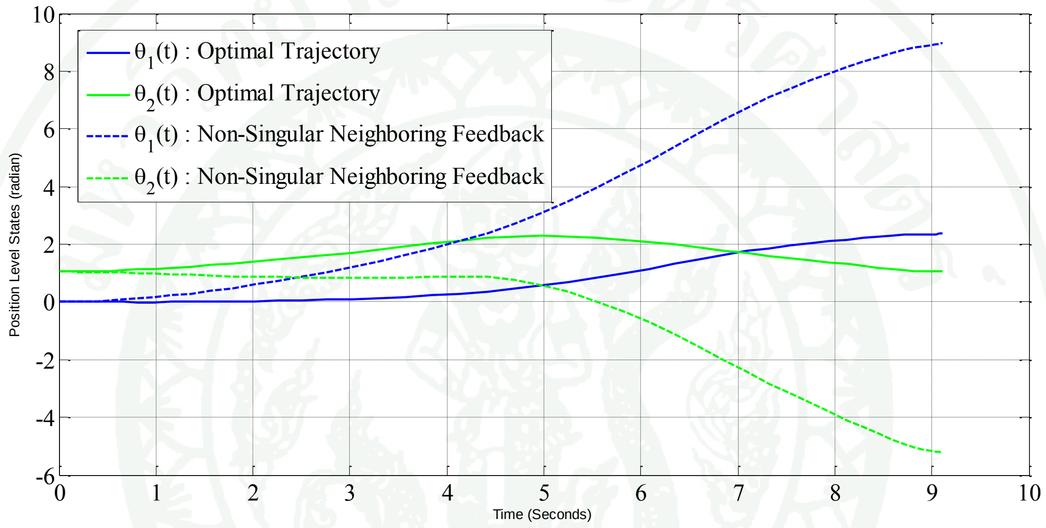


ภาพที่ 32 สัญญาณควบคุมที่เหมาะที่สุดสำหรับการย้ายแขนของหุ่นยนต์สการาที่มีฟังชันก์จุดประสงค์แบบเวลาน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม และอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุม ที่ N = 50

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

2.3 การควบคุมป้อนกลับสำหรับหุ่นยนต์สการาที่มีฟังชันก์จุดประสงค์แบบเวลาน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม

สำหรับปัญหาการควบคุมที่เหมาะที่สุดที่มีฟังก์ชันวัตถุประสงค์แบบเวลาน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม จะใช้การควบคุมป้อนกลับบริเวณใกล้เคียงแบบเอกฐาน (Singular Neighboring Feedback Control) ซึ่งพบว่าค่าสเตตมีการลู่ออก ดังภาพที่ 33

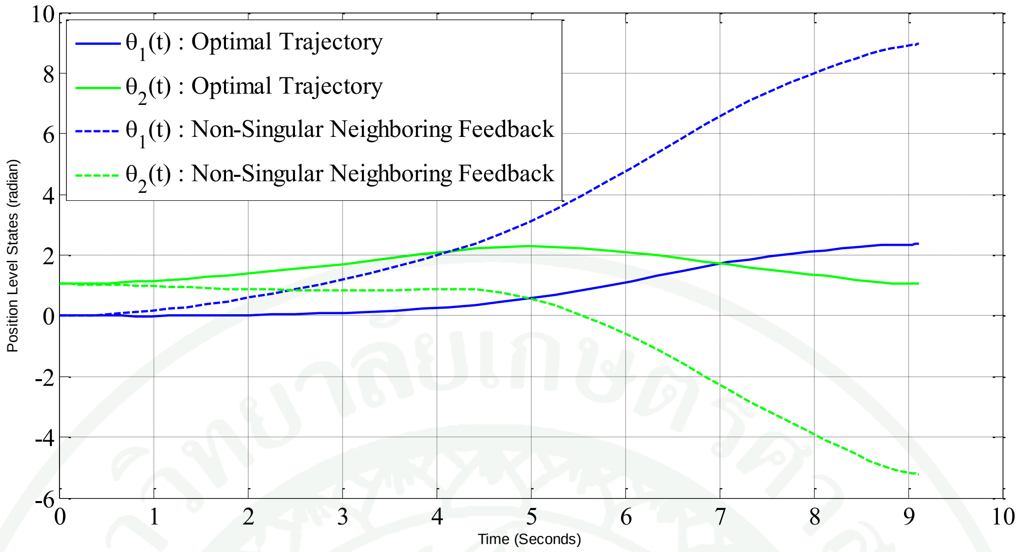


ภาพที่ 33 การควบคุมป้อนกลับสำหรับหุ่นยนต์สการาที่มีฟังชันก์จุดประสงค์แบบเวลาน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม ที่ N = 50

2.4 การควบคุมป้อนกลับสำหรับหุ่นยนต์สการาที่มีฟังชันก์จุดประสงค์แบบเวลาน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม และอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุม

สำหรับปัญหาการควบคุมที่เหมาะที่สุดที่มีฟังก์ชันวัตถุประสงค์แบบเวลาน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม และอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุม จะใช้การควบคุมป้อนกลับบริเวณใกล้เคียงแบบเอกฐาน (Singular Neighboring Feedback Control) ซึ่งพบว่าค่าสเตตมีการลู่ออก ดังภาพที่ 34

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์



ภาพที่ 34 การควบคุมป้อนกลับสำหรับหุ่นยนต์สการาที่มีฟังชันก์จุดประสงค์แบบเวลาน้อยที่สุด ภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม และอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุม ที่ N = 50

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

วิจารณ์

จากการแก้ปัญหาการควบคุมที่เหมาะที่สุดโดยใช้วิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัลเพื่อจำลองการหาเส้นทางเดินที่เหมาะที่สุดสำหรับหุ่นยนต์สการารุ่น IBM 7545 ซึ่งได้กำหนดฟังก์ชันจุดประสงค์ 2 ประเภท คือ เวลาน้อยที่สุด และพลังงานที่น้อยที่สุด

สำหรับฟังก์ชันจุดประสงค์แบบเวลาน้อยที่สุด พบว่าเมื่อกำหนดเงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม และอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุมทำให้ค่าสเตท และสัญญาณควบคุมมีความราบเรียบมากยิ่งขึ้น

สำหรับฟังก์ชันจุดประสงค์แบบพลังงานที่น้อยที่สุด พบว่าเมื่อกำหนดเงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม และอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุมทำให้สัญญาณควบคุมมีการเปลี่ยนแปลงแบบสวิงเล็กน้อย

ในส่วนของการควบคุมป้อนกลับบริเวณใกล้เคียงสำหรับฟังก์ชันจุดประสงค์แบบพลังงานที่น้อยที่สุดจะใช้การควบคุมป้อนกลับบริเวณใกล้เคียงแบบไม่เอกฐาน ซึ่งจากผลการจำลองพบว่าค่าสเตตมีการลู่เข้า และสำหรับฟังก์ชันจุดประสงค์แบบเวลาน้อยที่สุดจะใช้การควบคุมป้อนกลับบริเวณใกล้เคียงแบบเอกฐาน ซึ่งจากผลการจำลองพบว่าค่าสเตตมีการลู่ออก

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

สรุปและข้อเสนอแนะ

สรุป

จากผลการจำลองการหาเส้นทางเดินที่เหมาะที่สุด โดยใช้วิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัลสำหรับหุ่นยนต์สการารุ่น IBM 7545 ซึ่งได้กำหนดฟังก์ชันจุดประสงค์ 2 ประเภท คือ เวลาน้อยที่สุด และพลังงานที่น้อยที่สุด สรุปได้ว่าสำหรับฟังก์ชันจุดประสงค์แบบเวลาน้อยที่สุด พบว่าเมื่อกำหนดเงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม และอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุมทำให้ค่าสเตท และสัญญาณควบคุม มีความราบเรียบมากยิ่งขึ้น ส่วนฟังก์ชันจุดประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุดพบว่าเมื่อกำหนดเงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม และอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุมทำให้สัญญาณควบคุมมีการเปลี่ยนแปลงแบบสวิงเล็กน้อย และในส่วนของการควบคุมป้อนกลับบริเวณใกล้เคียงสำหรับฟังก์ชันจุดประสงค์แบบพลังงานที่น้อยที่สุดจะใช้การควบคุมป้อนกลับบริเวณใกล้เคียงแบบไม่เอกฐาน ซึ่งจากผลการจำลองพบว่าค่าสเตทมีการลู่เข้า ส่วนฟังก์ชันจุดประสงค์แบบเวลาน้อยที่สุดจะใช้การควบคุมป้อนกลับบริเวณใกล้เคียงแบบเอกฐาน ซึ่งจากผลการจำลองพบว่าค่าสเตทมีการลู่ออก

ข้อเสนอแนะ

ในส่วนของการควบคุมป้อนกลับบริเวณใกล้เคียงแบบเอกฐาน จากผลการจำลองไม่เป็นที่น่าพอใจนัก เนื่องจากผลการจำลองพบว่าค่าสเตตมีการลู่ออก ซึ่งวิทยานิพนธ์นี้ยังต้องพัฒนาและแก้ปัญหาดังกล่าว ดังนั้นข้อเสนอแนะนี้จึงเหมาะสำหรับผู้ที่สนใจงานวิจัยทางด้านการควบคุมที่เหมาะที่สุด และการควบคุมป้อนกลับบริเวณใกล้เคียงที่จะพัฒนางานวิจัยทางด้านนี้ต่อไป

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

เอกสารและสิ่งอ้างอิง

Benson, D. 2004. **A Gauss Pseudospectral Transcription for Optimal Control.** Ph.D. Thesis, Massachusetts Institute of Technology.

Geoffrey, T.H. 2007. **Advancement and Analysis of a Gauss Pseudospectral Transcription for Optimal Control.** Ph.D. Thesis, Massachusetts Institute of Technology.

Geoffrey, T.H. 2008. **Comparison of Global and Local Collocation Methods for Optimal Control.** Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 31, No. 2.

Benson, D., T.H. Geoffrey, T.P. Thorvaldsen and A.V. Rao. 2006. **Direct Trajectory Optimization and Costate Estimation via an Orthogonal Collocation Method.** Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 29, No. 6.

Geoffrey, T.H., D. Benson and A.V. Rao. 2007. **Optimal Configuration of Tetrahedral Spacecraft Formations**. The Journal of the Astronautical Sciences, Vol. 55, No 2.

.

Geoffrey, T.H. and A.V. Rao. 2008. **Optimal Reconfiguration of Spacecraft Formations Using the Gauss Pseudospectral Method.** Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 31, No. 3.

Cuthrell, J.E. and L.T. Biegler. 1989. **Simultaneous Optimization and Solution Methods for Batch Reactor Control Profiles.** Computers and Chemical Engineering, Vol. 13, No. 1/2.

Richard, L.B. and J.D. Faires. 2000. **Numerical Analysis.** Seventh Edition, Brooks Cole.

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

Bryson, A.E. and Y.C. Ho. 1975. **Applied Optimal Control.** Hemisphere Publishing Corporation, New York.

Spong, M.W., S. Hutchinson and M. Vidyasagar. 2006. **Robot Modeling and Control**. John Wiley & Sons, Inc.

Sadegh, N. and K. Guglielmo. 1992. **Design and Implementation of Adaptive and Repetitive Controllers for Mechanical Manipulators**. IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol. 8, No. 3.

Gros, S., B. Srinivasan and D. Bonvin. 2003. **Neighboring Extremal Controllers for Singular Problems**. Laboratory Aotomatic Ecole Polytechnique.

Veeraklaew, T. 1999. **Extensions of Optimization Theory and New Computational Approaches for Higher-order Dynamic Systems.** Ph.D. Thesis, University of Delaware.

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ภาคผนวก

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ภาคผนวก ก

การเขียนฟังก์ชันโปรแกรม Matlab

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

การเขียนฟังก์ชันโปรแกรม Matlab

1. ฟังก์ชันโปรแกรม Matlab สำหรับการแก้ปัญหาการวางแผนเส้นทางเดินที่เหมาะที่สุดของหุ่นยนต์สการาที่มีเงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม

1.1 ฟังก์ชันจุดประสงค์แบบเวลาน้อยที่สุด

```
function [Mayer,Lagrange] = robotArmCost(sol);
t0 = sol.initial.time;
x0 = sol.initial.state;
tf = sol.terminal.time;
xf = sol.terminal.state;
t  = sol.time;
x  = sol.state;
u  = sol.control;
p  = sol.parameter;
Mayer = tf;
Lagrange = zeros(size(t));
```

1.2 ฟังก์ชันจุดประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุด

```
function [Mayer,Lagrange] = robotArmCost(sol);
t0 = sol.initial.time;
x0 = sol.initial.state;
tf = sol.terminal.time;
xf = sol.terminal.state;
t  = sol.time;
x  = sol.state;
u  = sol.control;
p  = sol.parameter;
Mayer = u(1).^2+u(2).^2;
```

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

```
Lagrange = zeros(size(t));
```

1.3 เงื่อนไขเชิงพลวัตของหุ่นยนต์สการา

```
function dae=robotArmDae(sol);
t = sol.time;
x = sol.state;
u = sol.control;
p = sol.parameter;
Theta = [0.45 0.22 0.08 1.8 1.4];
I1 = u(:,1)+(2*x(:,2).*x(:,4)+x(:,4).^2).*(Theta(3)*sin(x(:,3)))-(x(:,2)*Theta(4));
I2 = u(:,2)- (x(:,1).^2).*(Theta(3)*sin(x(:,3)))- x(:,4)*Theta(5);
x1dot = x(:,2);
x2dot = Theta(2)*I1-(Theta(2)+Theta(3)*cos(x(:,3))).*I2;
x3dot = x(:,4);
x4dot = (-Theta(2)-Theta(3)*cos(x(:,3))).*I1+(Theta(1)+2*Theta(3)*cos(x(:,3))).*I2
dae = [x1dot x2dot x3dot x4dot];
```

1.4 กำหนดเงื่อนไขขอบเขต

```
t0 = 0;
x10 = 0;
x1f = 3*pi/4;
x1min = -pi;
x1max =  pi;
x20 = 0;
x2f = 0;
x2min = -50;
x2max =  50;
x30 = pi/3;
x3f = pi/3;
```

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

```
x3min = -pi;
x3max =  pi;
x40 = 0;
x4f = 0;
x4min = -50;
x4max =  50;
u1min = -1;
u1max =  1;
u2min = -1;
u2max =  1;
tfMin = 1;
tfMax= 20;
iphase = 1;
limits(iphase).intervals = 1;
limits(iphase).nodesperint = 10;
limits(iphase).time.min    = [t0 tfMin];
limits(iphase).time.max    = [t0 tfMax];
limits(iphase).state.min(1,:) = [x10 x1min x1f];
limits(iphase).state.max(1,:) = [x10 x1max x1f];
limits(iphase).state.min(2,:) = [x20 x2min x2f];
limits(iphase).state.max(2,:) = [x20 x2max x2f];
limits(iphase).state.min(3,:) = [x30 x3min x3f];
limits(iphase).state.max(3,:) = [x30 x3max x3f];
limits(iphase).state.min(4,:) = [x40 x4min x4f];
limits(iphase).state.max(4,:) = [x40 x4max x4f];
limits(iphase).control.min(1,:) = u1min;
limits(iphase).control.max(1,:) = u1max;
limits(iphase).control.min(2,:) = u2min;
limits(iphase).control.max(2,:) = u2max;
limits(iphase).parameter.min = [];
limits(iphase).parameter.max = [];
```

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

```
limits(iphase).duration.min  = [];
limits(iphase).duration.max  = [];
limits(iphase).path.min      = [];
limits(iphase).path.max      = [];
limits(iphase).event.min     = [];
limits(iphase).event.max     = [];
guess(iphase).time           = [0; 1];
guess(iphase).state(:,1)     = [x10; x10];
guess(iphase).state(:,2)     = [x20; x20];
guess(iphase).state(:,3)     = [x30; x30];
guess(iphase).state(:,4)     = [x40; x40];
guess(iphase).control(:,1)   = [0; 0];
guess(iphase).control(:,2)   = [0; 0];
guess(iphase).parameter      = [];
setup.name = 'Robot-Arm-Rotation';
setup.method = 'gauss';
setup.limits = limits;
setup.guess = guess;
setup.funcs.cost = 'robotArmCost';
setup.funcs.dae  = 'robotArmDae';
setup.linkages = [];
setup.derivatives = 'automatic';
setup.autoscale = 'off';
setup.solver = 'snopt';
setup.mesh.grid = 'global';
setup.mesh.tolerance = 1e-4;
setup.mesh.iteration = 5;
setup.mesh.on = 'yes';
setup.mesh.guess = 'yes';
setup.mesh.nodelimit = 200;
output = gpops(setup);
```

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

```
solution = output.solution;
```

2. ฟังก์ชันโปรแกรม Matlab สำหรับการแก้ปัญหาการวางแผนเส้นทางเดินที่เหมาะที่สุดของหุ่นยนต์สการาที่มีเงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม และอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุม

2.1 ฟังก์ชันจุดประสงค์แบบเวลาน้อยที่สุด

```
function [Mayer,Lagrange] = robotArmCost(sol);
t0 = sol.initial.time;
x0 = sol.initial.state;
tf = sol.terminal.time;
xf = sol.terminal.state;
t  = sol.time;
x  = sol.state;
u  = sol.control;
p  = sol.parameter;
Mayer = tf;
Lagrange = zeros(size(t));
```

2.2 ฟังก์ชันจุดประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุด

```
function [Mayer,Lagrange] = robotArmCost(sol);
t0 = sol.initial.time;
x0 = sol.initial.state;
tf = sol.terminal.time;
xf = sol.terminal.state;
t  = sol.time;
x  = sol.state;
u  = sol.control;
p  = sol.parameter;
```

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

```
Mayer = x(3).^2+x(6).^2;
Lagrange = zeros(size(t));
```

2.3 เงื่อนไขเชิงพลวัตของหุ่นยนต์สการา

```
function dae=robotArmDae(sol);
t = sol.time;
x = sol.state;
u = sol.control;
p = sol.parameter;
P = [0.45 0.22 0.08 1.8 1.4];
I1 = x(:,3)+(2*x(:,2).*x(:,5)+x(:,5).^2).*(P(3)*sin(x(:,4)))-(x(:,2)*P(4));
I2 = x(:,6)- (x(:,1).^2).*(P(3)*sin(x(:,4)))- x(:,5)*P(5);
x1dot = x(:,2);
x2dot = P(2)*I1-(P(2)+P(3)*cos(x(:,4))).*I2;
x3dot = u(:,1);
x4dot = x(:,5);
x5dot = (-P(2)-P(3)*cos(x(:,4))).*I1+(P(1)+2*P(3)*cos(x(:,4))).*I2;
x6dot = u(:,2);
dae = [x1dot x2dot x3dot x4dot x5dot x6dot];
```

2.4 กำหนดเงื่อนไขขอบเขต

```
t0 = 0;
x10 = 0;
x1f = 3*pi/4;
x1min = -pi;
x1max =  pi;
x20 = 0;
x2f = 0;
x2min = -50;
```

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

```
x2max =  50;
x3min = -1;
x3max =  1;
x40 = pi/3;
x4f = pi/3;
x4min = -pi;
x4max =  pi;
x50 = 0;
x5f = 0;
x5min = -50;
x5max =  50;
x6min = -1;
x6max =  1;
u1min = -1;
u1max =  1;
u2min = -1;
u2max =  1;
t0 = 0;
tfMin = 0.1;
tfMax= 10;
iphase = 1;
limits(iphase).intervals = 1;
limits(iphase).nodesperint = 10;
limits(iphase).time.min    = [t0 tfMin];
limits(iphase).time.max    = [t0 tfMax];
limits(iphase).state.min(1,:) = [x10 x1min x1f];
limits(iphase).state.max(1,:) = [x10 x1max x1f];
limits(iphase).state.min(2,:) = [x20 x2min x2f];
limits(iphase).state.max(2,:) = [x20 x2max x2f];
limits(iphase).state.min(3,:) = x3min;
limits(iphase).state.max(3,:) = x3max;
```

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

```
limits(iphase).state.min(4,:) = [x40 x4min x4f];
limits(iphase).state.max(4,:) = [x40 x4max x4f];
limits(iphase).state.min(5,:) = [x50 x5min x5f];
limits(iphase).state.max(5,:) = [x50 x5max x5f];
limits(iphase).state.min(6,:) = x6min;
limits(iphase).state.max(6,:) = x6max;
limits(iphase).control.min(1,:) = u1min;
limits(iphase).control.max(1,:) = u1max;
limits(iphase).control.min(2,:) = u2min;
limits(iphase).control.max(2,:) = u2max;
limits(iphase).parameter.min = [];
limits(iphase).parameter.max = [];
limits(iphase).duration.min  = [];
limits(iphase).duration.max  = [];
limits(iphase).path.min      = [];
limits(iphase).path.max      = [];
limits(iphase).event.min     = [];
limits(iphase).event.max     = [];
guess(iphase).time           = [0; 1];
guess(iphase).state(:,1)     = [x10; x10];
guess(iphase).state(:,2)     = [x20; x20];
guess(iphase).state(:,3)     = [0; 0];
guess(iphase).state(:,4)     = [x40; x40];
guess(iphase).state(:,5)     = [x50; x50];
guess(iphase).state(:,6)     = [0; 0];
guess(iphase).control(:,1)   = [0; 0];
guess(iphase).control(:,2)   = [0; 0];
guess(iphase).parameter      = [];
setup.name = 'Robot-Arm-Rotation';
setup.method = 'gauss';
setup.limits = limits;
```

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

```
setup.guess = guess;
setup.funcs.cost = 'robotArmCost';
setup.funcs.dae  = 'robotArmDae';
setup.linkages = [];
setup.derivatives = 'automatic';
setup.autoscale = 'off';
setup.solver = 'snopt';
setup.mesh.grid = 'global';
setup.mesh.tolerance = 1e-4;
setup.mesh.iteration = 5;
setup.mesh.on = 'yes';
setup.mesh.guess = 'yes';
setup.mesh.nodelimit = 200;
output = gpops(setup);
solution = output.solution;
```

3. การควบคุมป้อนกลับบริเวณใกล้เคียง

3.1 สมการเชิงพลวัตของหุ่นยนต์สการาสำหรับปัญหาการควบคุมที่เหมาะที่สุดที่มีเงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม

```
syms x1 x2 x3 x4;
syms u1 u2;
syms lambda1 lambda2 lambda3 lambda4;
x =[x1;x2;x3;x4];
u =[u1;u2];
lambda = [lambda1 lambda2 lambda3 lambda4];
P = [0.45 0.22 0.08 1.8 1.4];
I1 = u1 + (2*x2.*x4 + x4.^2).*(P(3)*sin(x3)) - (x2*P(4));
I2 = u2 - (x1.^2).*(P(3)*sin(x3)) - x4*P(5);
x1dot = x2;
```

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

```
x2dot = P(2)*I1 - (P(2) + P(3)*cos(x3)).*I2;
x3dot = x4;
x4dot = (-P(2) - P(3)*cos(x3)).*I1 + (P(1)+2*P(3)*cos(x3)).*I2;
f = [x1dot;x2dot;x3dot;x4dot];
dfdx = jacobian(f,x);
dfdu = jacobian(f,u);
```

3.2 สมการเชิงพลวัตของหุ่นยนต์สการาสำหรับปัญหาการควบคุมที่เหมาะที่สุดที่มีเงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุม และอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุม

```
syms x1 x2 x3 x4 x5 x6;
syms u1 u2;
syms lambda1 lambda2 lambda3 lambda4 lambda5 lambda6;
x =[x1;x2;x3;x4;x5;x6];
u =[u1;u2];
lambda = [lambda1 lambda2 lambda3 lambda4 lambda5 lambda6];
P = [0.45 0.22 0.08 1.8 1.4];
I1 = x3+(2*x2.*x5+x5.^2).*(P(3)*sin(x4))-(x2*P(4));
I2 = x6- (x1.^2).*(P(3)*sin(x4))- x5*P(5);
x1dot = x2;
x2dot = P(2)*I1-(P(2)+P(3)*cos(x4)).*I2;
x3dot = u1;
x4dot = x5;
x5dot = (-P(2)-P(3)*cos(x4)).*I1+(P(1)+2*P(3)*cos(x4)).*I2;
x6dot = u2;
f = [x1dot x2dot x3dot x4dot x5dot x6dot];
```

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

3.3 ฟังก์ชันฮามิลโทเนียนสำหรับปัญหาการควบคุมที่เหมาะที่สุดที่มีฟังก์ชันจุดประสงค์แบบพลังงานน้อยที่สุด และการกำหนดค่าสำหรับการควบคุมป้อนกลับบริเวณใกล้เคียงแบบไม่เอกฐาน

```
H = u1^2+u2^2 + lambda*f;
dHdx = jacobian(H,x);
dHdu = jacobian(H,u);
d2Hd2x = jacobian(dHdx,x);
d2Hd2u = jacobian(dHdu,u);
d2Hdxdu = jacobian(dHdu,x);
d2Hdudx = jacobian(dHdx,u);
A = (dfdx) - (dfdu)*(inv(d2Hd2u))*(d2Hdxdu)
B = (dfdu)*(inv(d2Hd2u))*(transpose(dfdu))
C = (d2Hd2x) - (d2Hdudx)*(inv(d2Hd2u))*(d2Hdxdu)
M1 = inv(d2Hd2u)
M2 = d2Hdxdu
M3 = transpose(dfdu)
```

3.4 ฟังก์ชันฮามิลโทเนียนสำหรับปัญหาการควบคุมที่เหมาะที่สุดที่มีฟังก์ชันจุดประสงค์แบบเวลาน้อยที่สุด และการกำหนดค่าสำหรับการควบคุมป้อนกลับบริเวณใกล้เคียงแบบเอกฐาน

```
H = 1 + lambda*f;
dHdx = jacobian(H,x);
dHdu = jacobian(H,u);
d2Hd2x = jacobian(dHdx,x);
d2Hd2u = jacobian(dHdu,u);
d2Hdxdu = jacobian(dHdu,x);
d2Hdudx = jacobian(dHdx,u);
A0 = transpose(dfdu);
B0 = d2Hdxdu;
C0 = d2Hd2u;
```

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

```
A1 = A0 - A0*transpose(dfdx);
B1 = B0 + B0*dfdx - A0*d2Hd2x;
C1 = B0*dfdu - A0*d2Hdudx;
A2 = A1 - A1*transpose(dfdx);
B2 = B1 + B1*dfdx - A1*d2Hd2x;
C2 = B1*dfdu - A1*d2Hdudx;
Hxx = d2Hd2x
Hxu = d2Hdudx
Fx = dfdx
Fu = dfdu
M1 = inv(C2)
M2 = A2
M3 = B2
```

3.5 ฟังก์ชันลากรางจ์

```
function xx=lagrange(t,x,tt)
m=length(t);
n=length(x);
if m~=n, error('m and n must have the same number of elements');
end
s=0;
for i=1:n
time = ones(1,length(tt));
for j=1:n
if j~=i,
time = time.*(tt-t(j))/(t(i)-t(j));
end
end
s = s+time*x(i);
end
```

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

3.6 สมการริคคาติ

```
functiondSdt = Riccati(t, S, A, B, C)
S = reshape(S, size(A));
dSdt = -A'*S - S*A + S*B*S - C;
dSdt = dSdt(:);
```

3.7 การควบคุมป้อนกลับบริเวณใกล้เคียง

```
x = solution.state(1:52,1);
t = solution.time(1:52,1);
xi=lagrange(t,x,ti);
x1 = (xi)';
x = solution.state(1:52,2);
t = solution.time(1:52,1);
xi=lagrange(t,x,ti);
x2 = (xi)';
x = solution.state(1:52,3);
t = solution.time(1:52,1);
xi=lagrange(t,x,ti);
x3 = (xi)';
x = solution.state(1:52,4);
t = solution.time(1:52,1);
xi=lagrange(t,x,ti);
x4 = (xi)'
x = solution.control(1:52,1);
t = solution.time(1:52,1);
xi=lagrange(t,x,ti);
u1 = (xi)';
x = solution.control(1:52,2);
t = solution.time(1:52,1);
```

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

```
xi=lagrange(t,x,ti);
u2 = (xi)';
x = solution.costate(1:52,1);
t = solution.time(1:52,1);
xi=lagrange(t,x,ti);
lambda1 = (xi)';
x = solution.costate(1:52,2);
t = solution.time(1:52,1);
xi=lagrange(t,x,ti);
lambda2 = (xi)';
x = solution.costate(1:52,3);
t = solution.time(1:52,1);
xi=lagrange(t,x,ti);
lambda3 = (xi)';
x = solution.costate(1:52,4);
t = solution.time(1:52,1);
xi=lagrange(t,x,ti);
lambda4 = (xi)';
X = [x1 x2 x3 x4];
U = [u1 u2];
lambda = [lambda1 lambda2 lambda3 lambda4];
Time = solution.time(1:52,1);
A = cell(length(Time),1);
B = cell(length(Time),1);
C = cell(length(Time),1);
M1 = cell(length(Time),1);
M2 = cell(length(Time),1);
M3 = cell(length(Time),1);
for j=1:length(Time)
x1 = X(j,1);
x2 = X(j,2);
```

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

```
x3 = X(j,3);
x4 = X(j,4);
lambda1 = lambda(j,1);
lambda2 = lambda(j,2);
lambda3 = lambda(j,3);
lambda4 = lambda(j,4);
u1 = U(j,1);
u2 = U(j,2);
A{j} = (dfdx) - (dfdu)*(inv(d2Hd2u))*(d2Hdxdu)
B{j} = (dfdu)*(inv(d2Hd2u))*(transpose(dfdu))
C{j} = (d2Hd2x) - (d2Hdudx)*(inv(d2Hd2u))*(d2Hdxdu)
M1{j} = inv(d2Hd2u)
M2{j} = d2Hdxdu
M3{j} = transpose(dfdu)
end
Sf = zeros(4,4);
S = cell(length(Time),1);
for i = 1:length(Time)
Timei = Time;
Ai = A{i};
Bi = B{i};
Ci = C{i};
[t Si] = ode45(@Riccati, Timei, Sf, [], Ai, Bi, Ci);
Si = Si(2,:);
for j = 1:1:length(A{i})
for k = 1:1:length(A{i})
S{i}(j,k) = Si(1,k+(j-1)*length(A{i}));
end
end
end
K = cell(length(Time),1);
```

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

```
for j=1:length(Time)
K{j} = -M1{j}*[M2{j} + M3{j}*S{j}];
end
global U
[T,Y] = ode45(@scaradynamic1,[Time(1:52,1)'],[0 0 pi/3 0],U);
global X
global Y
global K
for i = 1:52
uc(i,1:2)=[K{i,1}*[X(i,1:4)-Y(i,1:4)]']';
end
Uc = U-uc;
Global Uc
[T,Yc] = ode45(@scaradynamic2,[Time(1:52,1)'],[0 0 pi/3 0],Uc);
```

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ภาคผนวก ข

เอกสารตีพิมพ์ในการประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้าครั้งที่ 34

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

เอกสารตีพิมพ์ในการประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้าครั้งที่ 34

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

สารบัญ

CM031 การวิเคราะห์การประวิงเวลาของอัลกอริทึมการแก้ปัญหาการชน สำหรับช่องสัญญาณสื่อสารที่มีค่าเวลาแพร่กระจายยาว 765
กมลาสน์ วรรณคง[1] ลัญฉกร วุฒิสิทธิกุลกิจ[1] นรรัตน์ วัฒนมงคล[1] และ พิสิฐ วนิชชานันท์[2]
[1]จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
[2]มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ

CM032 Analysis of Recovery Time in Multi-layer Network Recovery for Multicast Traffic 769
Jumpon Sukwattananukit and Chaiyachet Saivichit
Chulalongkorn University

CM033 การจัดสรรช่องสัญญาณสำหรับเครือข่ายแลนไร้สายที่มีความหนาแน่นสูง 773
ศุภฤกษ์ มานิตพรสุทธ์
มหาวิทยาลัยหอการค้าไทย

CM034 Study on Indoor Positioning with RSS, TOA and Fingerprinting Techniques Using UWB Signal 777
Jirapat Sangthong[1] Kobkarn Thepsupornkul[2] Pichaya Supanakoon[2] and Sathaporn Promwong[2]
[1]Mahanakorn University of Technology
[2]King Mongkuts Institute of Technology Ladkrabang

สาขาระบบควบคุมและการวัดคุม (CT)

CT001 วิธีเซตแอกทีฟสำหรับการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่ประยุกต์ใช้กับหอกลั่น 781
วิมลรัตน์ เอมอิ่ม และ เดวิด บรรเจิดพงศ์ชัย
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

CT002 การวางแผนเส้นทางเดินด้วยเวลาน้อยที่สุดสำหรับหุ่นยนต์สการาโดยใช้วิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัล 785
ภาณุพันธ์ มังคลา และ พีระยศ แสนโภชน์
มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

CT003 การควบคุมตำแหน่งแบบคงทนของแขนหุ่นยนต์ก้านเดียวที่มีค่าความไม่แน่นอน เชิงพารามิเตอร์โดยใช้ทฤษฎีป้อนกลับเชิงปริมาณ 789
ชวลิต นฤมิตบวรกุล และพีระยศ แสนโภชน์
มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

CT004 Reducing Control Input for Robust Linear Control Using Class-gamma Stability Analysis Theorem 793
Pinit Ngamsom
Rangsit University

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

CT002

การวางแผนเส้นทางเดินด้วยเวลาน้อยที่สุดสำหรับหุ่นยนต์สการาโดยใช้วิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัล

Minimum-Time Path Planning for SCARA Robot using Gauss Pseudospectral Method

ภาณุพันธ์ มังคลา[1] และ พีระยศ แสนโภชน์[2]

[1,2]ห้องปฏิบัติการวิจัยทางด้านแมคคาทรอนิกส์ หุ่นยนต์ และการควบคุมชาญฉลาด

ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

50 ถนนงามวงศ์วาน แขวงลาดยาว เขตจตุจักร กรุงเทพฯ 10903

โทรศัพท์: 0-2942-8555 ต่อ 1502-4 โทรสาร: 0-2942-8555 ต่อ 1550 E-mail: [1]g5214502915@ku.ac.th, [2]peerayot.s@ku.ac.th

บทคัดย่อ

งายวิจัยนี้ได้นำเสนอวิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัลสำหรับการแก้ปัญหาการควบคุมที่เหมาะที่สุดแบบไม่เป็นเชิงเส้นด้วยวิธีทางตรงโดยทำการดิสครีไทเซชั่นของปัญหาการควบคุมที่เหมาะที่สุดแบบต่อเนื่องไปเป็นการแก้ปัญหาของโปรแกรมที่ไม่เป็นเชิงเส้น ซึ่งจะใช้การประมาณแบบครอบคลุมเชิงพหุนามไปยังสมการเชิงพลวัต โดยการจัดวางที่จุดเลอจองค์เกาส์ การประยุกต์ใช้และประสิทธิภาพของวิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัลแสดงได้จากการจำลองการวางแผนเส้นทางเดินที่เหมาะที่สุดของหุ่นยนต์สการา โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อหาเส้นทางเดินที่เหมาะที่สุดในการย้ายแขนของหุ่นยนต์ระหว่างจุดสองจุดด้วยเวลาน้อยที่สุด

คำสำคัญ: การวางแผนเส้นทางเดินด้วยเวลาน้อยที่สุดสำหรับหุ่นยนต์สการา วิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัล

Abstract

This research proposes the Gauss pseudospectral method (GPM) for solving nonlinear optimal control problems. This method is a direct method for discretizing a continuous optimal control problem into a nonlinear program (NLP). Furthermore, it is based on using global polynomial approximations to the dynamic equations at a set of Legendre-Gauss collocation points (LG points). The application and effectiveness of this approach has been demonstrated by simulating path planning optimization of a SCARA robot. The objective is to find the minimum-time path planning to move a robotic arm between two points in minimum time.

Keywords: minimum-time path planning for SCARA robot, Gauss pseudospectral method (GPM)

1. บทนำ

วิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัลได้รับความนิยมอย่างแพร่หลายในการแก้ปัญหาการควบคุมที่เหมาะที่สุดด้วยระเบียบวิธีเชิงตัวเลข ซึ่งในการแก้ปัญหาเชิงตัวเลขนั้นจะแบ่งเป็นวิธีทางตรง (direct method) และวิธีทางอ้อม (indirect method) โดยวิธีทั้งสองแบบได้ทำการพิสูจน์โดย David Benson [1] พบว่าให้ผลเทียบเท่ากัน ซึ่งวิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัลในงานวิจัยนี้จะใช้วิธีทางตรงสำหรับการแก้ปัญหาเชิงตัวเลข โดยทำการดิสครีไทเซชั่นของปัญหาการควบคุมที่เหมาะสมที่สุดแบบต่อเนื่องไปเป็นการแก้ปัญหาของโปรแกรมที่ไม่เป็นเชิงเส้น เพื่อหาค่าของสเตท (state) และสัญญาณควบคุม (control)

วิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัลบางงานวิจัยอาจเรียกว่าวิธีการจัดวางเชิงตั้งฉาก (Orthogonal Collocation Methods) ซึ่งแบ่งเป็นวิธีการจัดวางแบบครอบคลุม และวิธีการจัดวางแบบเฉพาะที่ โดยวิธีทั้งสองแบบได้ทำการเปรียบเทียบ [3] แล้วพบว่าวิธีการจัดวางแบบครอบคลุมให้ผลลัพธ์ที่มีความแม่นยำ และมีประสิทธิภาพมากกว่าวิธีการจัดวางแบบเฉพาะที่ ดังนั้นวิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัลในงานวิจัยนี้จึงได้เลือกใช้วิธีการจัดวางแบบครอบคลุม โดยใช้การประมาณแบบครอบคลุมเชิงพหุนาม และการจัดวางที่จุดเลอจองค์เกาส์ (Legendre-Gauss points) ไปยังสมการเชิงพลวัต ซึ่งจะอยู่ในรูปแบบสมการพีชคณิตเชิงอนุพันธ์ โดยจุดสำหรับการจัดวางและการประมาณเชิงพหุนามมีที่มาจากวิธีเกาส์ควอดราเจอร์ (Gauss Quadrature) [9] ในระเบียบวิธีเชิงตัวเลข

มีงานวิจัยหลายงานที่ได้นำวิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัลไปใช้ในการแก้ปัญหาการควบคุมที่เหมาะที่สุด เช่น การจำลองแนววิถีที่เหมาะที่สุดของจรวดขนส่งอวกาศ [1] การกำหนดค่าที่เหมาะที่สุดในการเคลื่อนไหวของยานอวกาศ [2] การกำหนดค่าที่เหมาะที่สุดในการจัดทำเชื้อเพลิงน้อยที่สุดสำหรับยานอวกาศ [5-6] การหาสภาวะที่เหมาะที่สุดสำหรับการควบคุมเครื่องปฏิกรณ์เคมี [7] และเนื่องจากงานวิจัยที่นำวิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัลไปใช้นั้น ส่วนมากจะเป็นงานวิจัยทางด้านวิศวกรรมเคมีและวิศวกรรมการบินและอวกาศ ดังนั้นเพื่อให้มีการประยุกต์ใช้วิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัลที่หลากหลายเพิ่มมากขึ้น บทความนี้จึงได้นำวิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัลไปประยุกต์ใช้กับหุ่นยนต์สการา [8] เพื่อหาเส้นทางเดินที่เหมาะที่สุดในการย้ายแขนของหุ่นยนต์ระหว่างจุดสองจุดโดยใช้เวลาน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขจำกัดของมุม และแรงสำหรับการขับเคลื่อน

2. ปัญหาการควบคุมที่เหมาะที่สุดแบบต่อเนื่อง

พิจารณารูปแบบทั่วไปของปัญหาการควบคุมที่เหมาะที่สุด กำหนดให้สเตท (state) คือ $x(t) \in \mathbb{R}^n$ และสัญญาณควบคุม (control)

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

คือ $u(t) \in \mathbb{R}^m$ บนช่วงเวลา $t \in [t_0, t_f]$ โดยต้องการให้ฟังก์ชันจุดประสงค์ (objective function) มีค่าน้อยที่สุด ดังนี้

$$J = \phi(x(t_0), t_0, x(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} L(x(t), u(t), t)dt \quad (1)$$

ภายใต้เงื่อนไขบังคับเชิงพลวัต (dynamic constraints)

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t) \quad (2)$$

เงื่อนไขขอบเขต (boundary conditions)

$$\psi(x(t_0), t_0, x(t_f), t_f) = 0 \quad (3)$$

และเงื่อนไขบังคับอสมการเชิงวิถี (inequality path constraints)

$$c(x(t), u(t), t) \leq 0 \quad (4)$$

ปัญหาการควบคุมเหมาะที่สุดแบบต่อเนื่องในสมการที่ (1) ถึง (4) จะเรียกว่าปัญหาโบลซาแบบต่อเนื่อง (Continuous Bolza Problem)

3. วิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัล [1-4]

วิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัลจะทำการดิสครีไทเซชั่นของปัญหาโบลซาแบบต่อเนื่องจากสมการที่ (1) ถึง (4) ไปเป็นการแก้ปัญหาของโปรแกรมที่ไม่เป็นเชิงเส้น ซึ่งจะใช้เทคนิคเชิงตัวเลข เพื่อแปลงช่วงเวลาจาก $t \in [t_0, t_f]$ ไปยัง $\tau \in [-1, 1]$ โดยการแปลงสัมพรรค (affine Transformation) ดังนี้

$$\tau = \frac{2t}{t_f - t_0} - \frac{t_f + t_0}{t_f - t_0} \quad (5)$$

งานวิจัยนี้ได้เลือกการจัดวางที่จุดเลอจองค์เกาส์ คือ $\tau_1, ..., \tau_N$ ซึ่งกำหนดได้จากค่ารากของพหุนามเลอจองค์ลำดับที่ N ดังนี้

$$P_N(\tau) = \frac{1}{2^N N!} \frac{d^N}{d\tau^N}[(\tau^2 - 1)^N] \quad (6)$$

โดยสอดคล้องกับค่าน้ำหนักเกาส์ (Gauss weights) ซึ่งสามารถคำนวณได้ตามสมการดังนี้

$$w_k = \frac{2}{(1 - \tau_k^2)[\dot{P}_N(\tau_k)]^2}, \ (k = 1, ..., N) \quad (7)$$

เนื่องจากวิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัลจะใช้การจัดวางที่จุดเลอจองค์เกาส์ ดังนั้นจำนวนจุดของการดิสครีไทเซชั่น จะเท่ากับผลรวมของจุดเลอจองค์เกาส์ $(\tau_1, ..., \tau_N)$, $\tau_0 = -1$ และ $\tau_{N+1} = 1$ ตามลำดับ กำหนดได้ดังนี้

$$M = N + 2 \quad (8)$$

เมื่อ M คือจำนวนจุดของการดิสครีไทเซชั่น, N คือจำนวนจุดเลอจองค์เกาส์

วิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัลจะใช้พื้นฐานการประมาณค่าในช่วงเชิงพหุนามแบบครอบคลุมสำหรับการประมาณสเตท $x(\tau)$ และสัญญาณควบคุม $u(\tau)$ ซึ่งอยู่ภายในช่วง $\tau \in [-1, 1]$ การประมาณสเตท $x(\tau)$ จะใช้การประมาณในช่วงเชิงพหุนามลากรานจ์ $N + 1$ ช่วง กำหนดดังนี้

$$x(\tau) \approx X(\tau) = \sum_{i=0}^{N} X(\tau_i)\mathcal{L}_i(\tau) \quad (9)$$

เมื่อ $\mathcal{L}_i(\tau), (i = 0, ..., N)$ กำหนดดังนี้

$$\mathcal{L}_i(\tau) = \prod_{j=0, j\neq i}^{N} \frac{\tau - \tau_j}{\tau_i - \tau_j} \quad (10)$$

การประมาณสัญญาณควบคุม $u(\tau)$ จะใช้การประมาณในช่วงเชิงพหุนามลากรานจ์ N ช่วง กำหนดดังนี้

$$u(\tau) \approx U(\tau) = \sum_{i=1}^{N} U(\tau_i)\mathcal{L}_i^*(\tau) \quad (11)$$

เมื่อ $\mathcal{L}_i^*(\tau), (i = 1, ..., N)$ กำหนดดังนี้

$$\mathcal{L}_i^*(\tau) = \prod_{j=1, j\neq i}^{N} \frac{\tau - \tau_j}{\tau_i - \tau_j} \quad (12)$$

จากสมการที่ (10) และ (12) จะมีคุณสมบัติดังนี้

$$\mathcal{L}_i(\tau_j) = \begin{cases} 1 & , i = j \\ 0 & , i \neq j \end{cases} \quad (13)$$

$$\mathcal{L}_i^*(\tau_j) = \begin{cases} 1 & , i = j \\ 0 & , i \neq j \end{cases} \quad (14)$$

เมื่อทำการดิฟเฟอเรนเชียลในสมการที่ (9) จะได้

$$\dot{x}(\tau) \approx \dot{X}(\tau) = \sum_{i=0}^{N} x(\tau_i)\dot{\mathcal{L}}_i(\tau) \quad (15)$$

โดยที่อนุพันธ์ของพหุนามลากรานจ์ $\mathcal{L}_i(\tau)$ ที่จุดเลอจองค์เกาส์ คือ $\dot{\mathcal{L}}_i(\tau_k), (k = 1, ..., N)$ ซึ่งสามารถแสดงให้อยู่ในรูปแบบเมทริกซ์ประมาณเชิงอนุพันธ์ (differential approximation matrix) นั่นคือ $D \in \mathbb{R}^{N\times(N+1)}$ กำหนดได้ดังนี้

$$D_{ki} = \dot{\mathcal{L}}_i(\tau_k) = \begin{cases} \dfrac{(1+\tau_k)\dot{P}_N(\tau_k) + P_N(\tau_k)}{(\tau_k - \tau_i)[(1+\tau_i)\dot{P}_N(\tau_i) + P_N(\tau_i)]} & , i \neq k \\ \dfrac{(1+\tau_i)\ddot{P}_N(\tau_i) + 2\dot{P}_N(\tau_i)}{2[(1+\tau_i)\dot{P}_N(\tau_i) + P_N(\tau_i)]} & , i = k \end{cases} \quad (16)$$

เมื่อ $k = 1, ..., N$ และ $i = 0, ..., N$ ดังนั้นเงื่อนไขบังคับเชิงพลวัตในสมการที่ (2) จะสามารถกำหนดอยู่ในรูปแบบเงื่อนไขบังคับเชิงพีชคณิตได้ดังนี้

$$\sum_{i=0}^{N} D_{ki}X_i - \frac{t_f - t_0}{2} f(X_k, U_k, \tau_k; t_0, t_f) = 0 \quad (17)$$

เมื่อ $X_k \equiv X(\tau_k) \in \mathbb{R}^n$ และ $U_k \equiv U(\tau_k) \in \mathbb{R}^m, (k = 1, .., N)$

จะเห็นว่าเงื่อนไขบังคับเชิงพลวัต คือการจัดวางที่จุดเลอจองค์เกาส์ และไม่ได้อยู่ที่จุดขอบเขต ตัวแปรที่เพิ่มเติมในการดิสครีไทเซชั่น คือ $X_0 \equiv X(-1)$ และ X_f หาได้โดยการกำหนดในเทอมของ

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

$X_k, (k = 0, .., N)$ และ $U_k, (k = 1, .., N)$ จากวิธีเกาส์ควอดราเจอร์สามารถกำหนดได้ดังนี้

$$X_f = X_0 + \frac{t_f - t_0}{2} \sum_{k=1}^{N} w_k f(X_k, U_k, \tau_k; t_0, t_f) \quad (18)$$

และฟังก์ชันจุดประสงค์ในสมการที่ (1) จะประมาณโดยใช้วิธีเกาส์ควอดราเจอร์ได้ดังนี้

$$J = \phi(X_0, t_0, X_f, t_f) + \frac{t_f - t_0}{2} \sum_{k=1}^{N} w_k L(X_k, U_k, \tau_k; t_0, t_f) \quad (19)$$

ส่วนเงื่อนไขขอบเขตในสมการที่ (3) จะสามารถกำหนดได้ดังนี้

$$\psi(X_0, t_0, X_f, t_f) = 0 \quad (20)$$

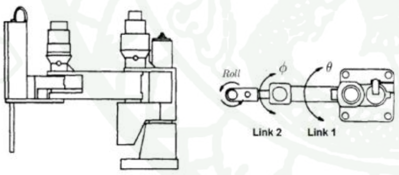
และเงื่อนไขบังคับอสมการเชิงวิถีจากสมการที่ (4) จะสามารถกำหนดโดยการจัดวางที่จุดเลอจองค์เกาส์ได้ดังนี้

$$c(X_k, U_k, \tau_k; t_0, t_f) \leq 0, \ (k = 1, .., N) \quad (21)$$

ฟังก์ชันจุดประสงค์ในสมการที่ (19) และเงื่อนไขบังคับเชิงพีชคณิตในสมการที่ (17), (18), (20) และ (21) จะใช้กำหนดไปยังการแก้ปัญหาของโปรแกรมที่ไม่เป็นเชิงเส้น ซึ่งจะเป็นวิธีการแก้ด้วยการประมาณของปัญหาโบลซาแบบต่อเนื่อง

4. การวางแผนเส้นทางเดินด้วยเวลาน้อยที่สุดสำหรับหุ่นยนต์สการา

งานวิจัยนี้จะทำการวางแผนเส้นทางเดินที่เหมาะที่สุดของหุ่นยนต์สการา ซึ่งมีวัตถุประสงค์เพื่อหาเส้นทางเดินที่เหมาะที่สุดในการย้ายแขนของหุ่นยนต์ระหว่างจุดสองจุดด้วยเวลาน้อยที่สุด โดยใช้แบบจำลองของหุ่นยนต์สการารุ่น IBM 7545 [8] โดยมีสี่องศาอิสระ ซึ่งในการกำหนดเส้นทางเดินจะพิจารณาที่สองแกน ดังรูปที่ 1



รูปที่ 1 หุ่นยนต์สการารุ่น IBM 7545 [8]

ในการออกแบบปัญหาการควบคุมเหมาะที่สุด จะพิจารณาตำแหน่งสำหรับการเคลื่อนที่ของแกนที่ 1 และแกนที่ 2 โดยทำการออกแบบเพื่อให้ฟังก์ชันจุดประสงค์

$$J = t_f \quad (22)$$

มีค่าน้อยที่สุด ซึ่งสมการเชิงพลวัตแบบไม่เป็นเชิงเส้นหรับการเคลื่อนที่สองแกนของหุ่นยนต์สการารุ่น IBM 7545 คือ

$$\begin{bmatrix} p_1 + 2p_3cos(\phi) & p_2 + p_3cos(\phi) \\ p_2 + p_3cos(\phi) & p_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p_4 & 0 \\ 0 & p_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -p_3sin(\phi)(2\dot{\theta}\dot{\phi} + \dot{\phi}^2) \\ p_3\dot{\theta}^2 sin(\phi) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_\theta \\ u_\phi \end{bmatrix} \quad (23)$$

โดยที่ θ คือมุมของแกนที่ 1, ϕ คือมุมระหว่างแกนที่ 1 กับแกนที่ 2, u_θ คือแรงสำหรับการขับเคลื่อนแกนที่ 1, u_ϕ คือแรงสำหรับการขับเคลื่อนแกนที่ 2 และค่าพารามิเตอร์สำหรับหุ่นยนต์สการารุ่น IBM 7545 [8] กำหนดดังนี้

$$P = \begin{bmatrix} p_1 & p_2 & p_3 & p_4 & p_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.45 & 0.22 & 0.08 & 1.80 & 1.40 \end{bmatrix}$$

ส่วนเงื่อนไขขอบเขตเริ่มต้นและสุดท้าย กำหนดดังนี้

แกนที่ 1: $\theta(t_0) = 0, \ \theta(t_f) = \frac{2\pi}{3}, \ \dot{\theta}(t_0) = \dot{\theta}(t_f) = 0$

แกนที่ 2: $\phi(t_0) = \frac{\pi}{4}, \ \phi(t_f) = \frac{\pi}{4}, \ \dot{\phi}(t_0) = \dot{\phi}(t_f) = 0$ (24)

เงื่อนไขจำกัดของมุม และแรงสำหรับการขับเคลื่อน กำหนดดังนี้

แกนที่ 1: $|\theta(t)| \leq \pi, \ |u_\theta(t)| \leq 1$

แกนที่ 2: $|\phi(t)| \leq \pi, \ |u_\phi(t)| \leq 1$ (25)

จากปัญหาการควบคุมโดยใช้เวลาน้อยที่สุดของหุ่นยนต์สการาดังสมการที่ (22) ถึง (25) จะสามารถทำการแก้ปัญหาของโปรแกรมที่ไม่เป็นเชิง เส้น และทำการจำลองการวางแผนเส้นทางเดินที่เหมาะที่สุดของหุ่นยนต์สการาโดยใช้โปรแกรม MATLAB และ GPOPS

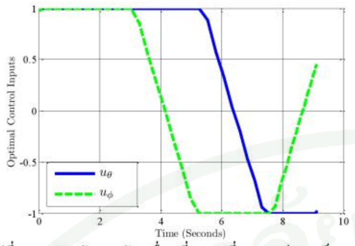
5. ผลการจำลอง

จากการแก้ปัญหาของโปรแกรมที่ไม่เป็นเชิงเส้น โดยใช้วิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัลด้วยการจัดวางที่จุดเลอจองค์เกาส์ จะทำการทดลองโดยกำหนดจำนวนจุดเลอจองค์เกาส์ที่ N = 40, 60, 80 และ 100 ตามลำดับ ดังตารางที่ 1 ซึ่งจากผลการแก้ปัญหาพบว่าวิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัลให้ผลที่มีประสิทธิภาพ และมีความแม่นยำสูง โดยผลจากจำลองการวางแผนเส้นทางเดินที่เหมาะที่สุดในการย้ายแขนของหุ่นยนต์ระหว่างจุดสองจุดด้วยเวลาน้อยที่สุดที่กำหนดจำนวนจุดเลอจองค์เกาส์เป็น N = 60 จะแสดงดังรูปที่ 2 และรูปที่ 3 ตามลำดับ

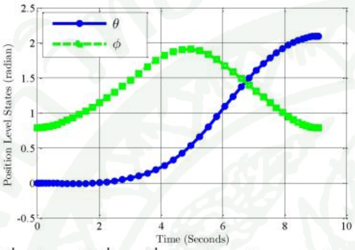
ตารางที่ 1 ผลการแก้ปัญหาการวางแผนเส้นทางเดินที่เหมาะที่สุดของหุ่นยนต์สการา โดยใช้วิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัล

จำนวนจุดของการดิสครีไทเซชั่น $N+2$	ฟังก์ชันจุดประสงค์ $J = t_f$ (วินาที)	ค่าความขัดแย้งของเงื่อนไขจำกัด
42	9.1096	6.8×10^{-8}
62	9.1080	3.3×10^{-9}
82	9.1082	1.6×10^{-8}
102	9.1083	2.8×10^{-8}

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์



รูปที่ 2 แรงสำหรับการขับเคลื่อนที่เหมาะที่สุดของหุ่นยนต์สการา ระหว่างจุดสองจุดด้วยเวลา 9.1080 วินาที ที่ N = 60



รูปที่ 3 เส้นทางเดินที่เหมาะที่สุดสำหรับการย้ายแขนของหุ่นยนต์สการา ระหว่างจุดสองจุดด้วยเวลา 9.1080 วินาที ที่ N = 60

6. สรุปผลการวิจัย

จากการนำวิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัลมาประยุกต์ใช้ในการวางแผนเส้นทางเดินด้วยเวลาน้อยที่สุดสำหรับหุ่นยนต์สการารุ่น IBM 7545 ซึ่งได้นำวิธีเกาส์ควอดราเจอร์ในระเบียบวิธีเชิงตัวเลขมาใช้กำหนดจุดสำหรับการจัดวาง และการประมาณเชิงพหุนามแบบครอบคลุม พบว่าค่าสเตท และสัญญาณควบคุม มีการลู่เข้าแบบเอ็กโพแนนเชียล ซึ่งเหมาะสำหรับปัญหาที่มีสมการเชิงพลวัตแบบไม่เป็นเชิงเส้น ที่ต้องการความราบเรียบของสเตทและสัญญาณควบคุม เช่น การเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์ ซึ่งในงานวิจัยที่จะพัฒนาต่อไปเป็นการนำผลจากการจำลองในครั้งนี้มาประยุกต์ใช้ร่วมกับการควบคุมป้อนกลับที่เหมาะที่สุดบริเวณใกล้เคียง (neighboring optimal feedback control) สำหรับการควบคุมหุ่นยนต์สการาจริงในห้องปฏิบัติการต่อไป

7. กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณสำนักงานกองทุนสนับสนุนการวิจัย เลขที่ทุน IUG5280005 ที่ส่งเสริมการทำโครงการวิจัยในครั้งนี้

เอกสารอ้างอิง

[1] David Benson, "A Gauss Pseudospectral Transcription for Optimal Control," *MIT Ph.D. Thesis, Department of Aeronautics and Astronautics*, November 2004.

[2] Geoffrey Todd Huntington,"Advancement and Analysis of a Gauss Pseudospectral Transcription for Optimal Control," *MIT Ph.D. Thesis, Department of Aeronautics and Astronautics*, June 2007.

[3] Geoffrey T. Huntington, "Comparison of Global and Local Collocation Methods for Optimal Control," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 31, No. 2, March–April 2008.

[4] David A. Benson, Geoffrey T. Huntington, Tom P. Thorvaldsen, and Anil V. Rao, "Direct Trajectory Optimization and Costate Estimation via an Orthogonal Collocation Method," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 29, No. 6, November – December 2006.

[5] Geoffrey T. Huntington, David Benson, and Anil V. Rao, "Optimal Configuration of Tetrahedral Spacecraft Formations," *The Journal of the Astronautical Sciences*, Vol. 55, No 2, April – June 2007

[6] Geoffrey T. Huntington and Anil V. Rao, "Optimal Reconfiguration of Spacecraft Formations Using the Gauss Pseudospectral Method," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 31, No. 3, May– June 2008.

[7] Cuthrell J.E. and Biegler L.T., "Simultaneous Optimization and Solution Methods for Batch Reactor Control Profiles," *Computers and Chemical Engineering*, Vol. 13, Nos. 1/2, 1989.

[8] Nader Sadegh and Kennon Guglielmo, "Design and Implementation of Adaptive and Repetitive Controllers for Mechanical Manipulators," *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 8, No. 3, June 1992.

[9] Richard L. Burden, J. Douglas Faires, "Numerical Analysis," Seventh Edition, Brooks Cole, 2000.

ภาณุพันธ์ มังคลา สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรี จากภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า ม. เกษตรศาสตร์ ในปี พ.ศ. 2551 ปัจจุบันกำลังศึกษาต่อระดับปริญญาโท สาขาวิศวกรรมไฟฟ้า มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ งานวิจัยที่สนใจคือ Automation และ Motion Control

พีระยศ แสนโภชน์ สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรี จากภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า ม.เกษตรศาสตร์ ในปี พ.ศ. 2538 ระดับปริญญาโท ทางด้าน Electrical Engineering จาก University of Michigan ในปี พ.ศ. 2540 ระดับปริญญาโท และเอก ทางด้าน System Science and Mathematics จาก Washington University ในปี พ.ศ. 2542 และ พ.ศ. 2544 ตามลำดับ ปัจจุบันรับราชการที่ ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า ม.เกษตรศาสตร์ สาขาที่เชี่ยวชาญ คือ Optimal Control, Process Control

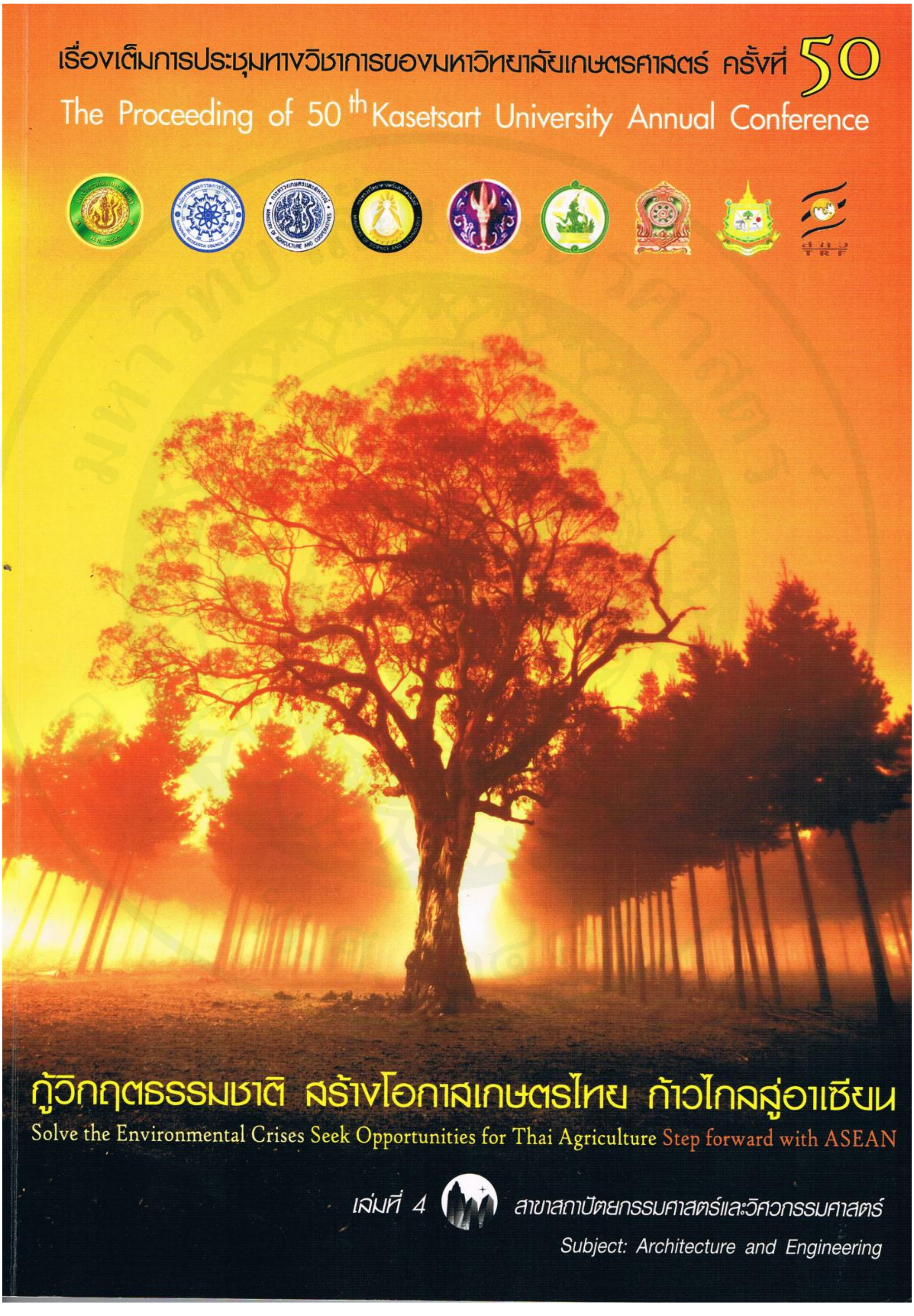
ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ภาคผนวก ค

เอกสารตีพิมพ์ในการประชุมทางวิชาการของมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ครั้งที่ 50

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

เอกสารตีพิมพ์ในการประชุมทางวิชาการของมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ครั้งที่ 50



ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

25. สถ.วศ.42/O168 การศึกษาผลของอุณหภูมิและแรงดันเบรกดาวน์ต่อค่าแฟกเตอร์กำลังสูญเสียไดอิเล็กตริกของน้ำมันหม้อแปลงที่ความถี่ต่างๆ.................................... 198
A Study of the Effect of Temperature and Breakdown Voltage to Dissipation Factor of Transformer Oil at Various Frequencies
โดย ธวัชชัย สอนสนาม ศุภกิตติ์ โชติโก และบุญเหนือ พึ่งศิริ

26. สถ.วศ.47/O181 การใช้งานสัญญาณอนาล็อกร่วมกับฟาวน์เดชันฟิลด์บัสบนตัวควบคุมพีแอลซี.. 207
Cooperation between Analog and Foundation Fieldbus Signal Based on PLC
โดย เกษมศักดิ์ คุณพิชิตชัย ไสว พงศ์สวัสดิ์ และธีรวัฒน์ เทพมณี

27. สถ.วศ.50/O186 วงจรจัดการสัญญาณเชิงเส้นอย่างง่ายสำหรับเซนเซอร์ความต้านทานเชิงเดี่ยว.. 215
Simple Linearization Circuit for Single Resistive Sensors
โดย วัชรินทร์ นอกกระโทก ประสิทธิ์ จุลเสรีวงศ์ และอัมพวัน จุลเสรีวงศ์

28. สถ.วศ.52/O189 การระบุเอกลักษณ์ชุดอุปกรณ์การวัดเชิงมุมโดยวิธีการหาค่าเหมาะที่สุดด้วยการเคลื่อนที่กลุ่มอนุภาคแบบผสมและควบคุมโดยพีไอดีแบบแบ่งช่วงย่อย.... 224
System Identification for Rotary Assembly Using Hybrid Particle Swarm Optimization and Control by Small Zone PID
โดย รพีพงศ์ รัตนวรหิรัญกุล จิตสราญ สีกู่กา และศราวุฒิ สุพรรณราช

29. สถ.วศ.53/O202 การวางแผนเส้นทางเดินด้วยเวลาน้อยที่สุดสำหรับหุ่นยนต์สการาโดยใช้วิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัลภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุมและอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุม.. 232
Minimum-Time Path Planning for SCARA Robot Using Gauss Pseudospectral Method under Control Input and Control Input Rate Constraints
โดย ภาณุพันธ์ มังคลา และพีระยศ แสนโภชน์

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

การวางแผนเส้นทางเดินด้วยเวลาน้อยที่สุดสำหรับหุ่นยนต์สการาโดยใช้วิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัลภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุมและอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุม

Minimum-Time Path Planning for SCARA Robot using Gauss Pseudospectral Method under Control Input and Control Input Rate Constraints

ภาณุพันธ์ มังคลา[1] และ พีระยศ แสนโภชน์[1]

Panupun Mungkala[1] and Peerayot Sanposh[1]

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้ได้นำเสนอการวางแผนเส้นทางเดินสำหรับหุ่นยนต์สการาโดยใช้วิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัลเพื่อแก้ปัญหาการควบคุมที่เหมาะที่สุดแบบไม่เป็นเชิงเส้นด้วยวิธีทางตรงโดยทำการดิสครีไทเซชั่นของปัญหาการควบคุมที่เหมาะที่สุดแบบต่อเนื่องไปเป็นการแก้ปัญหาของโปรแกรมที่ไม่เป็นเชิงเส้น ซึ่งจะใช้การประมาณแบบครอบคลุมเชิงพหุนามไปยังสมการเชิงพลวัต โดยการจัดวางที่จุดเลอจองค์เกาส์ ประสิทธิภาพของวิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัลแสดงได้จากการจำลองการวางแผนเส้นทางเดินที่เหมาะที่สุดของหุ่นยนต์สการา โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อหาเส้นทางเดินที่เหมาะที่สุดในการย้ายแขนของหุ่นยนต์ระหว่างจุดสองจุดด้วยเวลาน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุมและอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุม

ABSTRACT

This research proposes the path planning for SCARA robot using Gauss pseudospectral method (GPM) for solving nonlinear optimal control problems. This method is a direct method for discretizing a continuous optimal control problem into a nonlinear program (NLP). Furthermore, it is based on using global polynomial approximations to the dynamic equations at a set of Legendre-Gauss collocation points (LG points). The effectiveness of this approach has been demonstrated by simulating path planning optimization of a SCARA robot. The objective is to find the minimum-time path planning to move a robotic arm between two points in minimum time under control input and control input rate constraints.

Key Words: minimum-time path planning for SCARA robot, gauss pseudospectral method under control input and control input rate Constraints

e-mail address: [1]panupun_ku@hotmail.com

[1] ห้องปฏิบัติการวิจัยทางด้านแมคคาทรอนิกส์ หุ่นยนต์ และการควบคุมชาญฉลาด ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ เลขที่ 50 ถนนงามวงศ์วาน แขวงลาดยาว เขตจตุจักร กรุงเทพฯ 10903

[1] Intelligent Mechatronics Robotic and Control Research (IMARC) Laboratory, Department of Electrical Engineering, Faculty of Engineering, Kasetsart University, 50 Ngam Wong Wan Rd, Ladyaow, Chatuchak, Bangkok 10903.

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

คำนำ

หุ่นยนต์สการามีบทบาทสำคัญในอุตสาหกรรมการผลิต ซึ่งมีหน้าที่ในการลำเลียงชิ้นงานระหว่างจุดต่างๆ ของสายการผลิต ดังนั้นการวางแผนเส้นทางเดินของหุ่นยนต์ด้วยเวลาน้อยที่สุด จะส่งผลให้ลดเวลาในการลำเลียงชิ้นงาน และเป็นการเพิ่มผลผลิตให้กับอุตสาหกรรมได้อีกด้วย

วิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัลถูกพัฒนาในปี ค.ศ. 2004 โดยความพยายามของ Benson เพื่อการประมาณค่าสเตท และสัญญาณควบคุม โดยใช้พหุนามลากรางจ์ และการจัดวางที่จุดเลอจองค์เกาส์ (Legendre-Gauss collocation points) วิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัลได้รับความนิยมอย่างแพร่หลายสำหรับการแก้ปัญหาการควบคุมที่เหมาะที่สุดด้วยระเบียบวิธีเชิงตัวเลข ซึ่งวิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัล โดยทำการดิสครีไทเซชั่นของปัญหาการควบคุมที่เหมาะที่สุดแบบต่อเนื่องไปเป็นการแก้ปัญหาของโปรแกรมที่ไม่เป็นเชิงเส้น เพื่อหาค่าของสเตท (state) และสัญญาณควบคุม (control) วิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัลบางงานวิจัยอาจเรียกว่าวิธีการจัดวางเชิงตั้งฉาก (Orthogonal Collocation Methods) ซึ่งแบ่งเป็นวิธีการจัดวางแบบครอบคลุม และวิธีการจัดวางแบบเฉพาะที่ ซึ่งในปี ค.ศ. 2008 Huntington ได้พบว่าวิธีการจัดวางแบบครอบคลุมให้ผลลัพธ์ที่มีความแม่นยำ และมีประสิทธิภาพมากกว่าวิธีการจัดวางแบบเฉพาะที่ ดังนั้นงานวิจัยนี้จึงได้เลือกใช้วิธีการจัดวางแบบครอบคลุม โดยใช้การประมาณเชิงพหุนามแบบครอบคลุม และการจัดวางที่จุดเลอจองค์เกาส์ไปยังสมการเชิงพลวัต ซึ่งจะอยู่ในรูปแบบสมการพีชคณิตเชิงอนุพันธ์ โดยจุดสำหรับการจัดวาง และการประมาณเชิงพหุนามมีที่มาจากวิธีเกาส์ควอดราเจอร์ (Gauss Quadrature) ในระเบียบวิธีเชิงตัวเลข (Richard and Faires, 2000) มีงานวิจัยหลายงานได้นำวิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัลไปใช้ในการแก้ปัญหาการควบคุมที่เหมาะที่สุด เช่น การจำลองแนววิถีที่เหมาะที่สุดของจรวดขนส่งอวกาศ (Benson, 2004) การจัดทำเชื้อเพลิงน้อยที่สุดสำหรับยานอวกาศ (Geoffrey, 2007) การหาสภาวะที่เหมาะที่สุดสำหรับการควบคุมเครื่องปฏิกรณ์เคมี (Cuthrell and Biegler, 1989) และเนื่องจากงานวิจัยที่นำวิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัลไปใช้นั้นส่วนมากจะเป็นงานวิจัยทางด้านวิศวกรรมเคมี และวิศวกรรมการบินและอวกาศ ดังนั้นเพื่อให้มีการประยุกต์ใช้ที่หลากหลายมากขึ้น จึงได้นำวิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัลไปใช้สำหรับการวางแผนเส้นทางเดินที่เหมาะที่สุดในการย้ายแขนของหุ่นยนต์ ซึ่งในงานวิจัยที่ผ่านมาได้นำวิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัลไปใช้สำหรับการวางแผนเส้นทางเดินด้วยเวลาน้อยที่สุดสำหรับหุ่นยนต์สการา (ภาณุพันธ์ และ พีระยศ, 2554) และในงานวิจัยนี้ได้เพิ่มเงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุมและอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุม โดยทำการกำหนดสเตทใหม่ และสัญญาณควบคุมใหม่ไปยังปัญหาการควบคุมที่เหมาะที่สุดแบบโบลซา จากนั้นจึงทำการแก้ปัญหาการควบคุมที่เหมาะที่สุดโดยใช้วิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัล

อุปกรณ์และวิธีการ

ปัญหาการควบคุมที่เหมาะที่สุดแบบต่อเนื่อง (Benson, 2004)

พิจารณารูปแบบทั่วไปของปัญหาการควบคุมที่เหมาะที่สุด โดยกำหนดให้สเตท คือ $x(t) \in \mathbb{R}^n$ และสัญญาณควบคุมคือ $u(t) \in \mathbb{R}^m$ บนช่วงเวลา $t \in [t_0, t_f]$ ซึ่งต้องการให้ฟังก์ชันจุดประสงค์ (objective function)

$$J(x, u) = \phi(x(t_0), t_0, x(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} L(x(t), u(t), t)dt \qquad (1)$$

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

มีค่าน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับเชิงพลวัต (dynamic constraints) เงื่อนไขขอบเขต (boundary conditions) และเงื่อนไขบังคับอสมการเชิงวิถี (inequality path constraints) ตามลำดับ ดังนี้

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t), \tag{2}$$

$$\psi(x(t_0), t_0, x(t_f), t_f) = 0, \tag{3}$$

$$c(x(t), u(t), t) \leq 0 \tag{4}$$

ปัญหาการควบคุมเหมาะที่สุดแบบต่อเนื่องในสมการที่ (1) ถึง (4) จะเรียกว่าปัญหาโบลซาแบบต่อเนื่อง

วิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัล (Gauss Pseudospectral Method) (Benson, 2004)

วิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัลจะทำการดิสครีไทเซชั่นของปัญหาโบลซาแบบต่อเนื่องจากสมการที่ (1) ถึง (4) ไปเป็นการแก้ปัญหาของโปรแกรมที่ไม่เป็นเชิงเส้น ซึ่งจะใช้เทคนิคเชิงตัวเลข เพื่อแปลงช่วงเวลาจาก $t \in [t_0, t_f]$ ไปยัง $\tau \in [-1, 1]$ โดยการแปลงสัมพรรค (affine transformation) ดังนี้

$$\tau = \frac{2t}{t_f - t_0} - \frac{t_f + t_0}{t_f - t_0} \tag{5}$$

งานวิจัยนี้ได้เลือกการจัดวางที่จุดเลอจองค์เกาส์ คือ $\tau_1, ..., \tau_N$ ซึ่งกำหนดได้จากค่ารากของพหุนามเลอจองค์ลำดับที่ N ดังนี้

$$P_N(\tau) = \frac{1}{2^N N!} \frac{d^N}{d\tau^N}[(\tau^2 - 1)^N] \tag{6}$$

โดยสอดคล้องกับค่าน้ำหนักเกาส์ (Gauss weights) ซึ่งสามารถคำนวณได้ตามสมการดังนี้

$$w_k = \frac{2}{(1 - \tau_k^2)[\dot{P}_N(\tau_k)]^2}, \quad (k = 1, ..., N) \tag{7}$$

เนื่องจากวิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัลจะใช้การจัดวางที่จุดเลอจองค์เกาส์ ดังนั้นจำนวนจุดของการดิสครีไทเซชั่น จะเท่ากับผลรวมของจุดเลอจองค์เกาส์ $(\tau_1, ..., \tau_N)$, $\tau_0 = -1$ และ $\tau_{N+1} = 1$ ตามลำดับ กำหนดได้ดังนี้

$$M = N + 2 \tag{8}$$

เมื่อ M คือจำนวนจุดของการดิสครีไทเซชั่น, N คือจำนวนจุดเลอจองค์เกาส์

วิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัลจะใช้พื้นฐานการประมาณค่าในช่วงเชิงพหุนามแบบครอบคลุมสำหรับการประมาณสเตท $x(\tau)$ และสัญญาณควบคุม $u(\tau)$ ซึ่งอยู่ภายในช่วง $\tau \in [-1, 1]$ การประมาณสเตท $x(\tau)$ จะใช้การประมาณในช่วงเชิงพหุนามลากรานจ์ $N + 1$ ช่วง กำหนดดังนี้

$$x(\tau) \approx X(\tau) = \sum_{i=0}^{N} X(\tau_i)\mathcal{L}_i(\tau) \tag{9}$$

เมื่อ $\mathcal{L}_i(\tau), i = 0, ..., N$ เป็นพหุนามลากรานจ์อันดับ N ซึ่งกำหนดดังนี้

$$\mathcal{L}_i(\tau) = \prod_{j=0, j\neq i}^{N} \frac{\tau - \tau_j}{\tau_i - \tau_j} \tag{10}$$

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

การประมาณสัญญาณควบคุม $u(\tau)$ จะใช้การประมาณในช่วงเชิงพหุนามลากรานจ์ N ช่วง ดังนี้

$$u(\tau) \approx U(\tau) = \sum_{i=1}^{N} U(\tau_i)\mathcal{L}_i^*(\tau) \tag{11}$$

เมื่อ $\mathcal{L}_i^*(\tau), i = 1, ..., N$ เป็นพหุนามลากรานจ์อันดับ $N-1$ ซึ่งกำหนดดังนี้

$$\mathcal{L}_i^*(\tau) = \prod_{j=1, j\neq i}^{N} \frac{\tau - \tau_j}{\tau_i - \tau_j} \tag{12}$$

จากสมการที่ (10) และ (12) จะมีคุณสมบัติดังนี้

$$\mathcal{L}_i(\tau_j) = \begin{cases} 1 & , i = j \\ 0 & , i \neq j \end{cases} \tag{13}$$

$$\mathcal{L}_i^*(\tau_j) = \begin{cases} 1 & , i = j \\ 0 & , i \neq j \end{cases} \tag{14}$$

เมื่อทำการหาอนุพันธ์ในสมการที่ (9) จะได้

$$\dot{x}(\tau) \approx \dot{X}(\tau) = \sum_{i=0}^{N} x(\tau_i)\dot{\mathcal{L}}_i(\tau) \tag{15}$$

โดยที่อนุพันธ์ของพหุนามลากรานจ์ $\mathcal{L}_i(\tau)$ ที่จุดเลอจองค์เกาส์ คือ $\dot{\mathcal{L}}_i(\tau_k), (k = 1, ..., N)$ ซึ่งสามารถแสดงให้อยู่ในรูปแบบเมทริกซ์ประมาณเชิงอนุพันธ์ (differential approximation matrix) นั่นคือ $D \in \mathbb{R}^{N\times N+1}$ ดังนี้

$$D_{ki} = \dot{\mathcal{L}}_i(\tau_k) = \begin{cases} \dfrac{(1+\tau_k)\dot{P}_N(\tau_k) + P_N(\tau_k)}{(\tau_k - \tau_i)[(1+\tau_i)\dot{P}_N(\tau_i) + P_N(\tau_i)]} & , i \neq k \\ \dfrac{(1+\tau_i)\ddot{P}_N(\tau_i) + 2\dot{P}_N(\tau_i)}{2[(1+\tau_i)\dot{P}_N(\tau_i) + P_N(\tau_i)]} & , i = k \end{cases} \tag{16}$$

เมื่อ $k = 1, ..., N$ และ $i = 0, ..., N$ ดังนั้นเงื่อนไขบังคับเชิงพลวัตในสมการที่ (2) จะสามารถกำหนดอยู่ในรูปแบบเงื่อนไขบังคับเชิงพีชคณิตได้ดังนี้

$$\sum_{i=0}^{N} D_{ki}X_i - \frac{t_f - t_0}{2} f(X_k, U_k, \tau_k; t_0, t_f) = 0 \tag{17}$$

เมื่อ $X_k \equiv X(\tau_k) \in \mathbb{R}^n$ และ $U_k \equiv U(\tau_k) \in \mathbb{R}^m, (k = 1, ..., N)$

จะเห็นว่าเงื่อนไขบังคับเชิงพลวัต คือการจัดวางที่จุดเลอจองค์เกาส์ และไม่ได้อยู่ที่จุดขอบเขต ตัวแปรที่เพิ่มเติมในการดิสครีไทเซชั่น คือ $X_0 \equiv X(-1)$ และ X_f หาได้โดยการกำหนดในเทอมของ $X_k, (k = 0, ..., N)$ และ $U_k, (k = 1, ..., N)$ จากวิธีเกาส์ควอดราเจอร์สามารถกำหนดได้ดังนี้

$$X_f = X_0 + \frac{t_f - t_0}{2} \sum_{k=1}^{N} w_k f(X_k, U_k, \tau_k; t_0, t_f) \tag{18}$$

และฟังก์ชันจุดประสงค์ในสมการที่ (1) จะประมาณโดยใช้วิธีเกาส์ควอดราเจอร์ได้ดังนี้

$$J = \phi(X_0, t_0, X_f, t_f) + \frac{t_f - t_0}{2} \sum_{k=1}^{N} w_k L(X_k, U_k, \tau_k; t_0, t_f) \tag{19}$$

ส่วนเงื่อนไขขอบเขตในสมการที่ (3) และเงื่อนไขบังคับอสมการเชิงวิถีจากสมการที่ (4) สามารถกำหนดได้ดังนี้

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

$$\psi(X_0, t_0, X_f, t_f) = 0 \tag{20}$$

$$c(X_k, U_k, \tau_k; t_0, t_f) \leq 0, \ (k = 1, .., N) \tag{21}$$

ฟังก์ชันจุดประสงค์ในสมการที่ (19) และเงื่อนไขบังคับเชิงพีชคณิตในสมการที่ (17), (18), (20) และ (21) จะใช้กำหนดไปยังการแก้ปัญหาของโปรแกรมที่ไม่เป็นเชิงเส้น

ปัญหาการควบคุมที่เหมาะที่สุดสำหรับการควบคุมที่มีเงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุมและอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุม

กำหนดให้สเตท คือ $x(t)$ สัญญาณควบคุมคือ $u(t)$ และอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุม $\dot{u}(t)$ บนช่วงเวลา $t \in [t_0, t_f]$ ซึ่งต้องการให้ฟังก์ชันจุดประสงค์ (objective function)

$$J(x, u, \dot{u}) = \phi(x(t_0), t_0, x(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} L(x(t), u(t), \dot{u}(t), t)dt \tag{22}$$

มีค่าน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับเชิงพลวัต (dynamic constraints) เงื่อนไขขอบเขต (boundary conditions) และเงื่อนไขบังคับอสมการเชิงวิถี (inequality path constraints) ตามลำดับ ดังนี้

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t), \tag{23}$$

$$\psi(x(t_0), t_0, x(t_f), t_f) = 0, \tag{24}$$

$$c(x(t), u(t), \dot{u}(t), t) \leq 0 \tag{25}$$

จากปัญหาการควบคุมที่เหมาะที่สุดสำหรับการควบคุมที่มีเงื่อนไขบังคับของสัญญาณควบคุมและอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุมดังสมการที่ (22) ถึง (25) เมื่อกำหนดสเตทใหม่คือ $x_e(t) = (x(t), u(t))$ และสัญญาณควบคุมใหม่คือ $u_e(t) = \dot{u}(t)$ ดังนั้นจะได้ปัญหาการควบคุมที่เหมาะที่สุดแบบโบลซา ดังนี้

$$J(x_e, u_e) = \phi(x_e(t_0), t_0, x_e(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} L(x_e(t), u_e(t), t)dt \tag{26}$$

มีค่าน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับเชิงพลวัต (dynamic constraints) เงื่อนไขขอบเขต (boundary conditions) และเงื่อนไขบังคับอสมการเชิงวิถี (inequality path constraints) ตามลำดับ ดังนี้

$$\dot{x}_e(t) = f(x_e(t), u_e(t), t), \tag{27}$$

$$\psi(x_e(t_0), t_0, x_e(t_f), t_f) = 0, \tag{28}$$

$$c(x_e(t), u_e(t), t) \leq 0 \tag{29}$$

จากนั้นจะทำการแก้ปัญหาการควบคุมที่เหมาะที่สุดโดยใช้วิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัล

การวางแผนเส้นทางเดินด้วยเวลาน้อยที่สุดสำหรับหุ่นยนต์สการา

งานวิจัยนี้จะทำการวางแผนเส้นทางเดินที่เหมาะที่สุดของหุ่นยนต์สการา ซึ่งมีวัตถุประสงค์เพื่อหาเส้นทางเดินที่เหมาะที่สุดในการย้ายแขนของหุ่นยนต์ระหว่างจุดสองจุดด้วยเวลาน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับ

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ของสัญญาณควบคุมและอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณควบคุม โดยใช้แบบจำลองของหุ่นยนต์สการารุ่น IBM 7545 โดยมีสี่องศาอิสระ ซึ่งในการกำหนดเส้นทางเดินจะพิจารณาที่สองแกน ดังภาพที่ 1

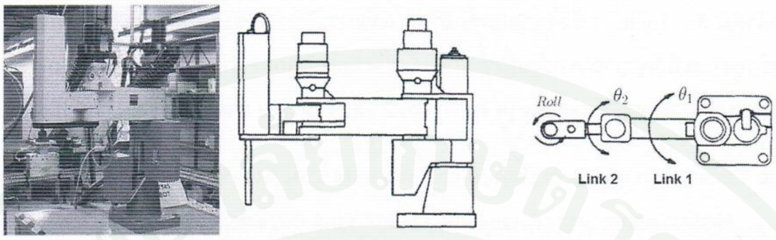


Figure 1 IBM 7545 SCARA robot

ที่มา: Sadegh and Guglielmo (1992)

ในการออกแบบปัญหาการควบคุมเหมาะที่สุด จะพิจารณาตำแหน่งสำหรับการเคลื่อนที่ของแกนที่ 1 และแกนที่ 2 โดยทำการออกแบบเพื่อให้ฟังก์ชันจุดประสงค์

$$J = t_f$$

มีค่าน้อยที่สุด ซึ่งสมการเชิงพลวัตแบบไม่เป็นเชิงเส้นหรับการเคลื่อนที่สองแกนของหุ่นยนต์สการารุ่น IBM 7545 คือ

$$\begin{bmatrix} p_1 + 2p_3cos(\theta_2) & p_2 + p_3cos(\theta_2) \\ p_2 + p_3cos(\theta_2) & p_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta_1} \\ \ddot{\theta_2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p_4 & 0 \\ 0 & p_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta_1} \\ \dot{\theta_2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -p_3sin(\theta_2)(2\dot{\theta_1}\dot{\theta_2} + \dot{\theta_2}^2) \\ p_3\dot{\theta_1}^2 sin(\theta_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{\theta_1} \\ u_{\theta_2} \end{bmatrix}$$

โดยที่ θ_1 คือมุมของแกนที่ 1, θ_2 คือมุมระหว่างแกนที่ 1 กับแกนที่ 2, u_{θ_1} คือแรงบิดสำหรับการขับเคลื่อนแกนที่ 1, u_{θ_2} คือแรงบิดสำหรับการขับเคลื่อนแกนที่ 2 และค่าพารามิเตอร์สำหรับหุ่นยนต์สการารุ่น IBM 7545 กำหนดดังนี้

$$P = [\ p_1\ \ p_2\ \ p_3\ \ p_4\ \ p_5\ ] = [\ 0.45\ \ 0.22\ \ 0.08\ \ 1.80\ \ 1.40\ ]$$

ส่วนเงื่อนไขขอบเขตเริ่มต้นและสุดท้าย กำหนดดังนี้

แกนที่ 1: $\theta_1(t_0) = 0,\ \theta_1(t_f) = \frac{3\pi}{4},\ \dot{\theta_1}(t_0) = \dot{\theta_1}(t_f) = 0$

แกนที่ 2: $\theta_2(t_0) = \frac{\pi}{3},\ \theta_2(t_f) = \frac{\pi}{3},\ \dot{\theta_2}(t_0) = \dot{\theta_2}(t_f) = 0$

เงื่อนไขบังคับของมุม แรงบิดสำหรับการขับเคลื่อน และอัตราแรงบิดสำหรับการขับเคลื่อน กำหนดดังนี้

แกนที่ 1: $|\theta_1(t)| \le \pi,\ |u_{\theta_1}(t)| \le 1,\ |\dot{u}_{\theta_1}(t)| \le 1$

แกนที่ 2: $|\theta_2(t)| \le \pi,\ |u_{\theta_2}(t)| \le 1,\ |\dot{u}_{\theta_2}(t)| \le 1$

จากปัญหาการควบคุมโดยใช้เวลาน้อยที่สุดของหุ่นยนต์สการาภายใต้เงื่อนไขบังคับของแรงบิดสำหรับการขับเคลื่อน และอัตราแรงบิดสำหรับการขับเคลื่อน จะสามารถทำการแก้ปัญหาของโปรแกรมที่ไม่เป็นเชิงเส้น และทำการจำลองการวางแผนเส้นทางเดินที่เหมาะที่สุดของหุ่นยนต์สการาโดยใช้โปรแกรม MATLAB และ GPOPS

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ผลและวิจารณ์ผลการทดลอง

จากการแก้ปัญหาโดยใช้วิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัลภายใต้เงื่อนไขบังคับของแรงบิดสำหรับการขับเคลื่อนและอัตราแรงบิดสำหรับการขับเคลื่อน ซึ่งได้กำหนดจำนวนจุดเลอจองค์เกาส์ที่ N = 50, 60, 80 และ 110 ตามลำดับ ดัง Table 1 ซึ่งจากผลการแก้ปัญหาพบว่าวิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัลให้ผลที่มีประสิทธิภาพ มีความแม่นยำสูง และมีสัญญาณควบคุมที่ราบเรียบ โดยจะแสดงผลการจำลองการวางแผนเส้นทางเดินในการย้ายแขนของหุ่นยนต์สการาระหว่างจุดสองจุด ดัง Figure 2 และ Figure 3 ตามลำดับ

Table 1 Simulation results of path planning for IBM 7545 SCARA robot using Gauss Pseudospectral Method under control input and control input rate constraints.

Number of Discretization $N+2$	Objective Function $J = t_f$ (second)	Constraint Violation
52	9.3437	4.4×10^{-6}
62	9.3432	9.1×10^{-6}
82	9.3421	7.0×10^{-6}
112	9.3432	1.1×10^{-6}

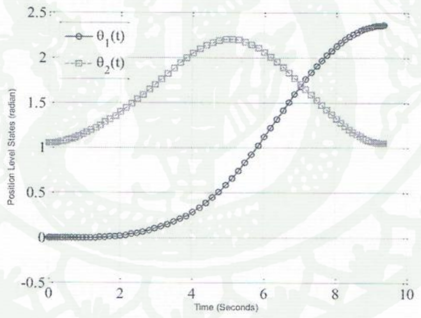


Figure 2 Optimal states of minimum-time path planning to move a SCARA robot arm between two points at 9.3421 second and N = 80

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

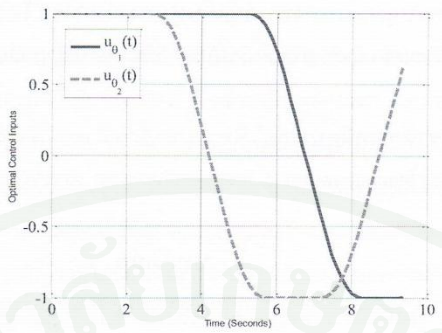


Figure 3 Optimal control input of minimum-time path planning to move a SCARA robot arm between two pointsat 9.3421 second and N = 80

สรุป

จากการนำวิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัลมาประยุกต์ใช้ในการวางแผนเส้นทางเดินด้วยเวลาน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับของแรงบิดสำหรับการขับเคลื่อน และอัตราแรงบิดสำหรับการขับเคลื่อนสำหรับหุ่นยนต์สการารุ่น IBM 7545 พบว่าค่าสเตท และสัญญาณควบคุมมีความราบเรียบ ซึ่งเหมาะสำหรับปัญหาที่มีสมการเชิงพลวัตแบบไม่เป็นเชิงเส้นที่ต้องการความราบเรียบของสเตทและสัญญาณควบคุม เช่น การเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์ ซึ่งในงานวิจัยที่จะพัฒนาต่อไปจะนำผลจากการจำลองในครั้งนี้มาประยุกต์ใช้ร่วมกับการควบคุมป้อนกลับสำหรับการควบคุมหุ่นยนต์สการาจริงในห้องปฏิบัติการต่อไป

กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณสำนักงานกองทุนสนับสนุนการวิจัย เลขที่ทุน IUG5280005 ที่ส่งเสริมการทำโครงการวิจัยนี้

เอกสารอ้างอิง

ภาณุพันธ์ มังคลา และพีระยศ แสนโภชน์. 2554. การวางแผนเส้นทางเดินด้วยเวลาน้อยที่สุดสำหรับหุ่นยนต์สการาโดยโดยใช้วิธีเกาส์ซูโดสเปคตรัล, น. 785-788. **การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้า ครั้งที่** 34. โรงแรมแอมบาสเดอร์ซิตี้จอมเทียน, จ.ชลบุรี.

Benson, D. 2004. **A Gauss Pseudospectral Transcription for Optimal Control**. Ph.D. Thesis, Massachusetts Institute of Technology.

Cuthrell, J.E. and L.T. Biegler. 1989. **Simultaneous Optimization and Solution Methods for Batch Reactor Control Profiles.** Computers and Chemical Engineering, Vol. 13, Nos. 1/2.

Geoffrey, T. Huntington. 2007. **Advancement and Analysis of a Gauss Pseudospectral Transcription for Optimal Control**. Ph.D. Thesis, Massachusetts Institute of Technology.

Richard, L.B. and J.D. Faires. 2000. **Numerical Analysis**. Seventh Edition, Brooks Cole.

Sadegh, N. and K. Guglielmo. 1992. **Design and Implementation of Adaptive and Repetitive Controllers for Mechanical Manipulators**. IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol.8, No. 3.

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ประวัติการศึกษาและการทำงาน

ชื่อ –นามสกุล	นาย ภาณุพันธ์ มังคลา
วัน เดือน ปี ที่เกิด	23 กันยายน 2529
สถานที่เกิด	อำเภอเมือง จังหวัดปราจีนบุรี
ประวัติการศึกษา	วศ.บ. (วิศวกรรมไฟฟ้า) มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
ตำแหน่งหน้าที่การงานปัจจุบัน	H/W Automation Tester Engineer
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	HGST, a Western Digital company.
ทุนการศึกษาที่ได้รับ	สำนักงานกองทุนสนับสนุนการวิจัย เลขที่ทุน IUG5280005

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์