

บทที่ 3

สัญญาณอลวน (Chaos)

3.1 ทฤษฎีอลวน (Chaos Theory)

เคออส (Chaos) มาจากภาษากรีก แปลว่าความสับสน และเป็นปรากฏการณ์เช่นเดียวกับสัญญาณรบกวนในระบบแบบไม่เป็นเชิงเส้น (nonlinear dynamic system) [9] โดยความหมายในทางวิทยาศาสตร์คือสภาพและกระบวนการที่ไร้เสถียรภาพ (unstable) เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงเพียงเล็กน้อยทำให้เกิดการพัฒนาที่ไม่เป็นเส้นตรง เป็นเส้นคดเคี้ยวกวัดแกว่ง บางครั้งมีการก้าวกระโดดแบบฉับพลันของผลลัพธ์ รูปแบบคุณลักษณะของพฤติกรรมแบบอลวน แสดงให้เห็นว่าเป็นพฤติกรรมแบบไม่เป็นรายคาบในระยะยาว ซึ่งหมายถึงจะไม่เกิดสถานะซ้ำเป็นครั้งที่สอง ดังนั้นการเคลื่อนที่แบบอลวน (Chaotic Motion) ในประเด็นของการปั่นผสมคือ การปั่นผสมของเหลวด้วยความเร็วไม่คงที่แบบไม่เป็นรายคาบ เพื่อให้เกิดรูปแบบที่หลากหลายของการไหลวนในการผสม

ลักษณะระบบที่เป็นแบบอลวน

ระบบที่เป็นแบบอลวนหรือเคออสจะมีลักษณะดังนี้[10]

- มีคุณสมบัติที่ไม่เป็นเชิงเส้น(nonlinearity) โดยมีคุณสมบัติตรงกันข้ามกับคุณสมบัติแบบเชิงเส้น โดย ฟังก์ชัน f จะมีคุณสมบัติเชิงเส้นก็ต่อเมื่อ $f(\alpha+\beta) = \alpha f(x) + \beta f(y)$ เมื่อ α และ β เป็นค่าคงที่ นั่นหมายความว่าระบบที่ไม่เชิงเส้น ผลลัพธ์ของระบบทั้งหมดจะไม่เท่ากับผลรวมของผลลัพธ์ที่เกิดจากระบบย่อยรวมกัน กล่าวคือเคออสจะไม่เกิดในระบบที่เป็นเชิงเส้น แต่ก็ได้หมายความว่าระบบไม่เชิงเส้นจะเกิดเคออสในทุกๆระบบ จะมีช่วงพารามิเตอร์ที่จะทำให้ระบบมีพฤติกรรมแบบอลวนหรือเคออส และในระบบไม่เชิงเส้นบางระบบจะเกิดคุณสมบัติของเคออสตลอดเวลา

- ไม่เกิดแบบสุ่ม สามารถอธิบายได้โดยสมการทางคณิตศาสตร์จึงเรียกกันว่า Deterministic chaos กล่าวคือพฤติกรรมทั้งหลายที่เกิดขึ้นในระบบเคออสเกิดขึ้นภายใต้กฎเกณฑ์ที่แน่นอน ดังนั้นเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นแบบสุ่ม เช่นการทอดลูกเต๋าจึงไม่เป็นเคออส

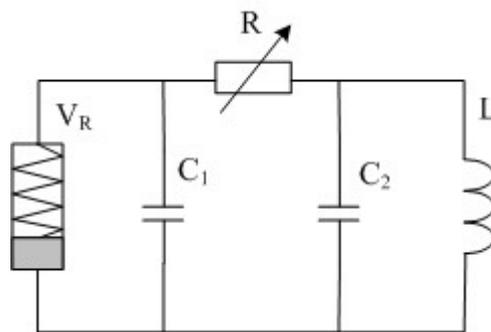
- ไวต่อสภาวะเริ่มต้น (sensitivity to initial conditions) ในภาวะเริ่มต้นของระบบเคออสที่มีค่าต่างกันเพียงเล็กน้อย ทำให้เกิดผลในภายหลังที่มีความแตกต่างกันมาก เนื่องจากในระบบเคออสจะขยายความแตกต่างให้เพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว ที่พบบ่อยจะเป็นการขยายความแตกต่างให้เร็วขึ้นในระดับเลขยกกำลังของเวลา

- ไม่สามารถทำนายล่วงหน้าในระยะยาวได้ (long-term prediction is impossible) เนื่องจากความไวต่อสภาวะเริ่มต้น ทำให้ในระยะยาว ผลการเปลี่ยนแปลงจะไม่สามารถทำนายได้ แต่อย่างไรก็ตามยังเป็นไปได้ในการทำนายผลในระยะสั้น (short-term prediction)

นอกจากนี้ยังมีอีกคุณสมบัติที่น่าสนใจของเคออสคือ การแสดงลักษณะคล้ายตัวเอง (self similarity) หรือเรียกว่า “แฟร็กทัล (fractal)” โดยลักษณะนี้จะปรากฏเมื่อทำการแสดงเส้นทางการเคลื่อนที่ของระบบในปริภูมิเฟส ลักษณะคล้ายตัวเองหมายความว่าไม่ว่าเราจะมองเส้นทางการเคลื่อนที่จากระดับใดก็ตาม มันจะมีลักษณะเดียวกัน แต่คุณสมบัตินี้ไม่ได้เป็นเงื่อนไขที่จำเป็นต่อการเกิดสภาวะอลวนแต่อย่างใดเพียงพบร่วมกันเท่านั้น

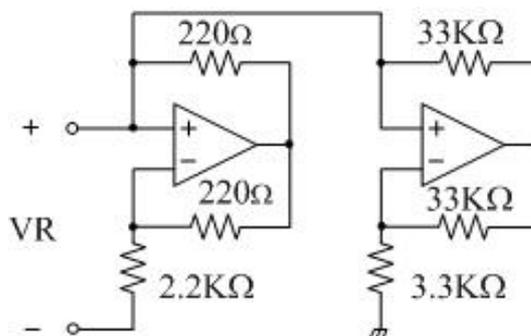
3.2 วงจร Chua

การออกแบบวงจรสร้างสัญญาณที่ใช้ทฤษฎีอลวนเพื่อสร้างสัญญาณแบบอลวนนั้น มีรูปแบบในการสร้างได้หลากหลายทฤษฎี ซึ่ง Chua's Circuit หรือวงจรแบบ chua เป็นวงจรสร้างสัญญาณอลวนแบบหนึ่งพัฒนาขึ้นโดย Leon Chua เป็นวงจรสร้างสัญญาณอลวนที่นิยมใช้งานเนื่องจากเป็นวงจรที่ไม่ซับซ้อน สามารถสร้างและประยุกต์ใช้งานได้ง่าย มีเสถียรภาพ และลักษณะการเคลื่อนที่ของสัญญาณเป็นแบบม้วนที่ซับซ้อน[11] โดยรูปที่ 3.1 แสดงวงจรแบบของ Chua [12] ซึ่งจะเห็นว่าประกอบด้วยอุปกรณ์เพียงเล็กน้อย คือ ตัวต้านทานปรับค่าได้ 1 ตัว(R) ตัวเก็บประจุ 2 ตัว(C_1, C_2) และตัวเหนี่ยวนำหนึ่งตัว (L) ต่อร่วมกับตัวต้านทานแบบไม่เป็นเชิงเส้น V_R (nonlinear resistor) หรือเรียกว่า Chua Diode

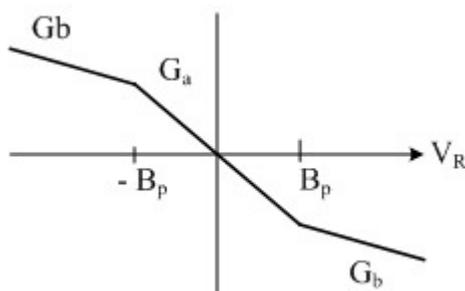


รูปที่ 3.1 วงจร Chua

ตัวต้านทานแบบไม่เป็นเชิงเส้น V_R สามารถแทนด้วยวงจร Op-Amp ดังรูปที่ 3.2 และรูปที่ 3.3 แสดงกราฟคุณลักษณะช่วงความชันของความต้านทานในรูปที่ 3.3



รูปที่ 3.2 วงจร V_R เมื่อแทนด้วยออปแอมป์



รูปที่ 3.3 ช่วงความชันของความต้านทานไม่เป็นเชิงเส้น

วงจรสร้างสัญญาณออสซิลเลชันแบบ Chua สามารถแสดงด้วยสมการแสดงคุณลักษณะคือ

$$\begin{aligned} C_1 \frac{dV_{c1}}{dt} &= \frac{1}{R} (V_{c2} - V_{c1}) - f(V_{c1}) \\ C_2 \frac{dV_{c2}}{dt} &= \frac{1}{R} (V_{c1} - V_{c2}) + i_L \\ L \frac{di_3}{dt} &= -V_{c2} \end{aligned} \quad (3.1)$$

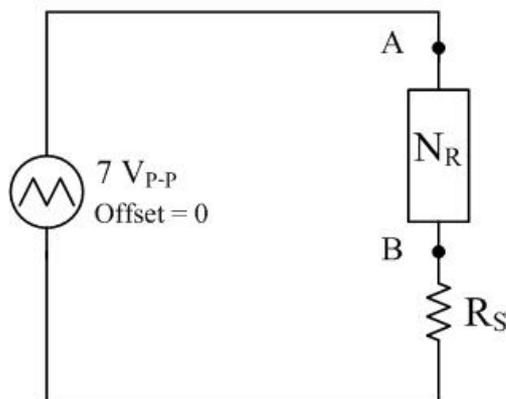
เมื่อ V_{c1} และ V_{c2} คือแรงดันตกคร่อม C_1 และ C_2 i_3 คือกระแสที่ไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำ $f(\cdot)$ คือสมการคุณลักษณะความต้านทานแบบไม่เป็นเชิงเส้น

$$f(v_R) = G_b v_R + \frac{1}{2} (G_a - G_b) (|v_R + B_p| - |v_R - B_p|) \quad (3.2)$$

เมื่อ G_a และ G_b คือ ช่วงความชันภายในและภายนอกตามลำดับ และ B_p เป็นจุดสิ้นสุดช่วงที่เป็นเชิงเส้นดังแสดงในรูป 3.3

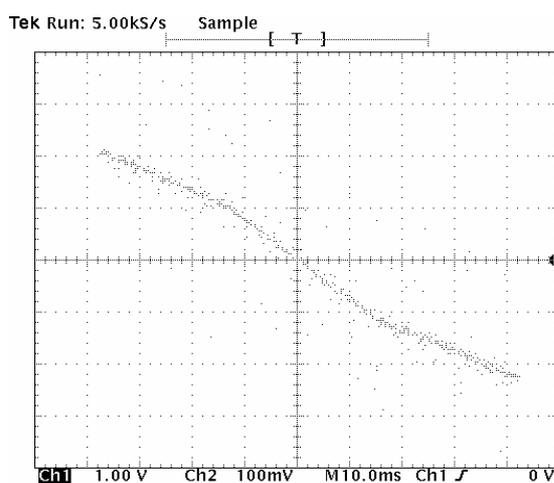
3.2.1 การแสดงคุณสมบัติความต้านทานแบบไม่เป็นเชิงเส้น

คุณสมบัติความต้านทานแบบไม่เป็นเชิงเส้นของวงจร ตัวต้านทานแบบไม่เป็นเชิงเส้น (V_R) สามารถตรวจสอบโดยการต่อความต้านทาน R_S ขนาด 100 โอห์ม และป้อนสัญญาณรูปคลื่นสามเหลี่ยม V_S ที่มีค่า DC offset = 0 และมีค่าแอมพลิจูดเป็น 7 V_{p-p} ความถี่ 30 Hz ให้กับค่าความต้านทานติดลบโดยใช้สโคปวัดที่จุด a เทียบกับจุด b



รูปที่ 3.4 วงจรวัดค่าความต้านทานแบบไม่เป็นเชิงเส้น

ผลการวัดทดสอบที่ได้ จะแสดงกราฟช่วงความต้านทานแบบไม่เป็นเชิงเส้น ของวงจรความต้านทานแบบไม่เป็นเชิงเส้นที่ใช้ในการทดลอง

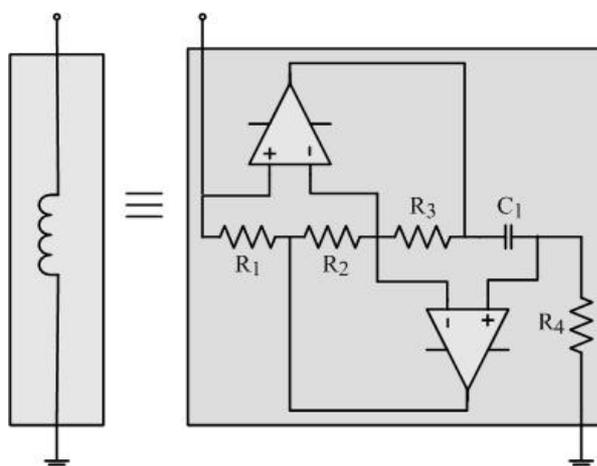


รูปที่ 3.5 ช่วงความต้านทานแบบลบที่วัดได้จากวงจร

3.2.2 ตัวเหนี่ยวนำเสมือน (Inductance Simulation)

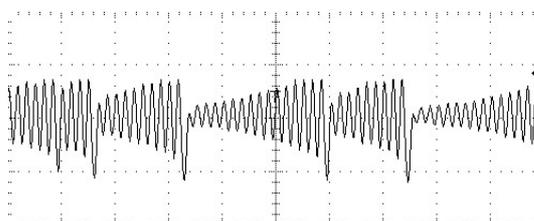
ในการสร้างสัญญาณอลวนด้วยวงจรแบบ Chua นั้นความถี่ของสัญญาณอลวนที่ได้จะขึ้นอยู่กับอุปกรณ์ L และ C หากต้องการสัญญาณที่มีความถี่ต่ำต้องทำการเพิ่มค่าความเหนี่ยวนำของตัวเหนี่ยวนำ หรือค่าตัวเก็บประจุ โดยปกติจะทำการเพิ่มค่าความเหนี่ยวนำของตัวเหนี่ยวนำแต่ละประสบปัญหาขนาดของตัวเหนี่ยวนำ ทำให้สร้างได้ยากและไม่สะดวกในการใช้งาน ปัญหาดังกล่าวสามารถแก้ไขได้โดยใช้การวิธีการที่เรียกว่าการสังเคราะห์ความเหนี่ยวนำ (Synthetic inductor) ซึ่งทำการสร้างความเหนี่ยวนำจากวงจรออปแอมป์แทน ดังแสดงในรูปที่ 3.6 และค่าความเหนี่ยวนำสามารถหาได้จากสมการที่ 3.3 [13]

$$L_{eq} = \frac{R_1 R_3 R_4 C_1}{R_2} \quad (3.3)$$

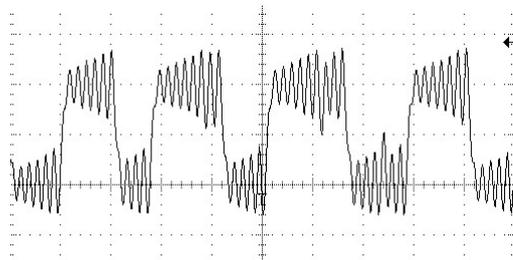


รูปที่ 3.6 วงจรตัวเหนี่ยวนำเสมือน

ลักษณะของสัญญาณอลวนที่ได้จากวงจรแบบ Chua มีสองลักษณะคือแบบซิงเกิลสกรอลล์ (Single Scroll) แสดงในรูปที่ 3.7 และ แบบดับเบิลสกรอลล์ (Double Scroll) ดังแสดงในรูปที่ 3.8 ตามลำดับ โดยรูปแบบของสัญญาณที่ได้จากวงจรขึ้นอยู่กับค่า R ในวงจร



รูปที่ 3.7 สัญญาณอลวนจากวงจร Chua แบบ ซิงเกิลสกรอลล์



รูปที่ 3.8 สัญญาณอลวนจากวงจร Chua แบบ ดับเบิลสกรอร์

3.3 Logistic Map

สมการทางคณิตศาสตร์ที่แสดงพฤติกรรมแบบอลวนที่ง่ายที่สุด สมการหนึ่งคือสมการที่เรียกว่า สมการลอจิสติก (Logistic equation) โดยสมการแมพลอจิสติกนี้เริ่มเป็นที่รู้จักกว้างขวางจากผลงานตีพิมพ์ของนักชีววิทยา Robert May [14] จากแมพลอจิสติกที่สร้างขึ้นโดย Pierre Francois Verhulst เพื่อใช้เป็นแบบจำลองการกระจายปริมาณประชากรมนุษย์ ต่อมาถูกนำไปใช้สำหรับ การเพิ่มปริมาณประชากรของสปีชีส์อื่นๆ ภายใต้สภาวะแวดล้อมจำกัด เช่น อาหาร โรคระบาด และอื่นๆ [15] ซึ่งแสดงให้เห็นการเกิดพฤติกรรมแบบอลวนจากสมการไม่เชิงเส้นแบบง่ายๆ ดังแสดงในสมการที่ 3.4 [16] [17]

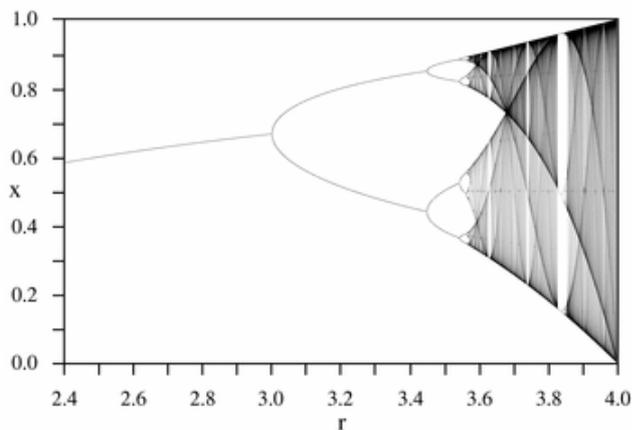
$$x_{n+1} = rx_n(1 - x_n) ; \quad (3.4)$$

โดยที่ x_n มีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 1

หรือเขียนในรูปแบบของฟังก์ชันได้ดังสมการที่ 3.5

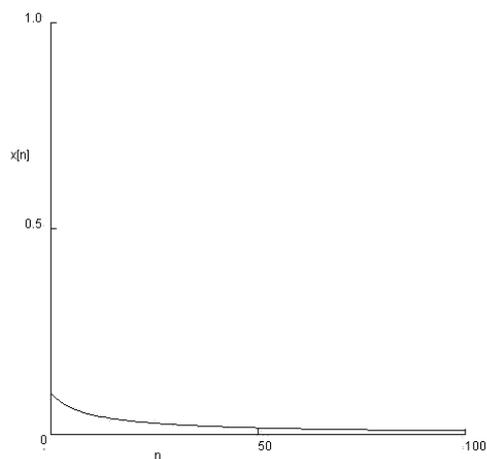
$$f(x) = rx(1 - x) \quad (3.5)$$

โดยพฤติกรรมของระบบจะขึ้นอยู่กับค่าของพารามิเตอร์ r ของระบบและจะเกิดภาวะอลวนเมื่อ r มีค่าอยู่ในช่วง 3.57 ถึง 4 เท่านั้น แต่ยังมีค่า r บางค่าในช่วงดังกล่าวที่มีการแกว่งเป็นคาบ เช่น $r = 3.82$ ซึ่งมีการแกว่งเป็น 3 คาบเป็นต้น รูปที่ 3.9 แสดงแผนผังไบเฟอร์เคชัน (Bifurcation) ของสมการอลวนแบบลอจิสติก

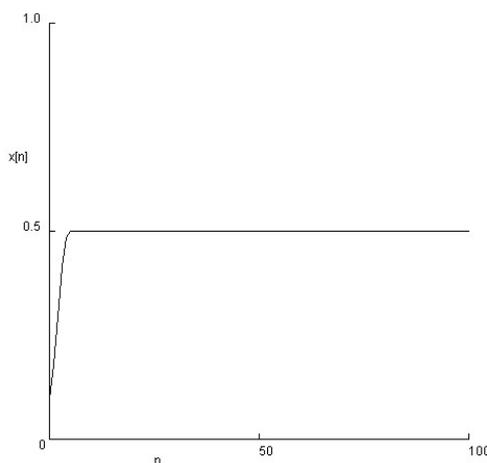


รูปที่ 3.9 แผนผังไบเฟอร์เคชันของสมการลอจิสติกแบบลอจิสติก [15]

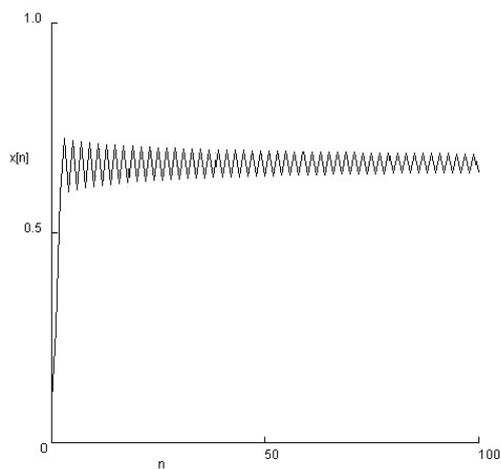
เมื่อทำการแทนค่าพารามิเตอร์ r ในสมการลอจิสติกจะได้ค่าดังแสดงในรูปที่ 3.10 ถึง 3.14 โดยค่าพารามิเตอร์ r ประกอบด้วย 1, 2, 3, 3.57 และ 3.999 ตามลำดับ



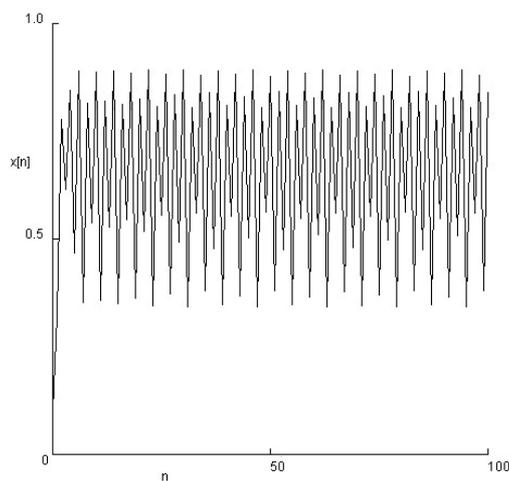
รูปที่ 3.10 กราฟลอจิสติกพารามิเตอร์ $r = 1$



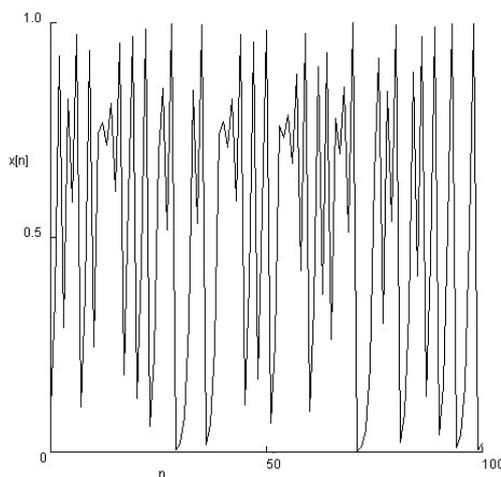
รูปที่ 3.11 กราฟลอจิสติกพารามิเตอร์ $r = 2$



รูปที่ 3.12 กราฟลอจิสติกพารามิเตอร์ $r = 3$

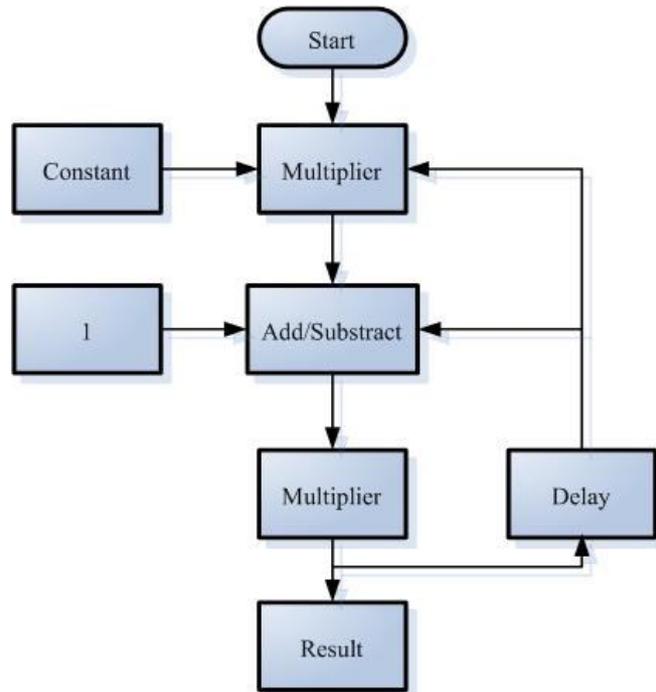


รูปที่ 3.13 กราฟลอจิสติกพารามิเตอร์ $r = 3.57$



รูปที่ 3.14 กราฟลอจิสติกพารามิเตอร์ $r = 3.999$

ในการทดลองนี้ทำการสร้างสัญญาณลอจิสติกด้วยไมโครคอนโทรลเลอร์ PIC เบอร์ 16F876 ซึ่งทำการเขียนโปรแกรมควบคุมการทำงานตามผังกระบวนการ (Flow Chart) ในรูปที่ 3.12



รูปที่ 3.15 ผังกระบวนการทำงานของโปรแกรมสร้างสัญญาณลอจิสติกด้วยไมโครคอนโทรลเลอร์

ทฤษฎีและแนวทางการสร้างวงจรกำเนิดสัญญาณอลวนที่นำเสนอในบทนี้จะนำไปใช้กับการป้อนผลสมดังแสดงวิธีการดำเนินการวิจัยในบทต่อไป