บทที่ 5
การปรับเทียบกล้อง(Camera Calibration)

5.1 บทนำ

บทนี้เรากล่าวถึงการเห็นใน 3 มิติซึ่งเป็นการดึงข้อมูล 3 มิติออกจากภาพ 2 มิติ คณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการมองเห็นใน 3มิติและ คณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการปรับเทียบกล้อง (Camera Calibration) ซึ่งจะแบ่งออกเป็น การประมาณค่าเมทริกซ์ M การแก้สมการเพื่อหาค่าเมทริกซ์ M

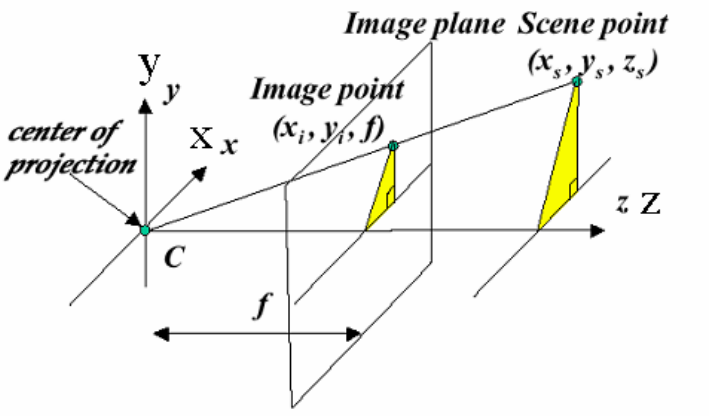
5.2 เรขาคณิตสำหรับการเห็นใน 3 มิติ (Geometry for 3D Vision)

5.2.1 การเกิดภาพในกรณีที่พิกัดโลกซ้อนทับพิกัดกล้อง

ในระบบภาพ 2 มิติส่วนใหญ่ได้มาจากการมองวัตถุ 3 มิติผ่านเลนส์ของตาหรือเลนส์ของกล้องขบวนการเกิดภาพสามารถถูกจำลองได้โดยการใช้ Perspective Transformation รูปที่ 5.1 แสดงแบบจำลองง่ายๆของระบบสร้างภาพ เราแทนแกนระบบพิกัดโลก (World Coordinate System) ด้วยอักษรตัวใหญ่ (X,Y,Z) และแทนแกนของระบบพิกัดของกล้องด้วยอักษรตัวเล็ก(x,y,z) เราสมมติว่าพิกัดของโลกซ้อนทับกับระบบพิกัดของกล้อง แสงจากวัตถุใน 3 มิติส่องผ่านศูนย์ของการโปรเจคชันแล้วโปรเจคลงบนภาพ ให้จุด (x_s, y_s, z_s) แทนจุดพิกัดของวัตถุ 3มิติให้ (x_i, y_i) แทนจุดพิกัดของวัตถุในระนาบของภาพ เราสมมติว่าระนาบของภาพอยู่ f ห่างไปทางขวาของจุดกำเนิดของพิกัดกล้องโดยที่ f ความยาวโฟกัสของเลนส์ โดยการใช้สามเหลี่ยมคล้ายได้ว่า

$$x_i = f\frac{x_s}{z_s} \tag{5.1}$$

$$y_i = f\frac{y_s}{z_s} \tag{5.2}$$



รูปที่ 5.1 แบบจำลองของระบบสร้างภาพ

จากแบบจำลองการสร้างภาพเราสามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างระบบพิกัดโลก (World Coordinate System) กับระบบพิกัดของกล้องด้วยสมการที่ (5.3)

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_s \\ y_s \\ z_s \\ 1 \end{bmatrix} \tag{5.3}$$

โดยที่

$$x_i = \frac{u}{w} \tag{5.4}$$

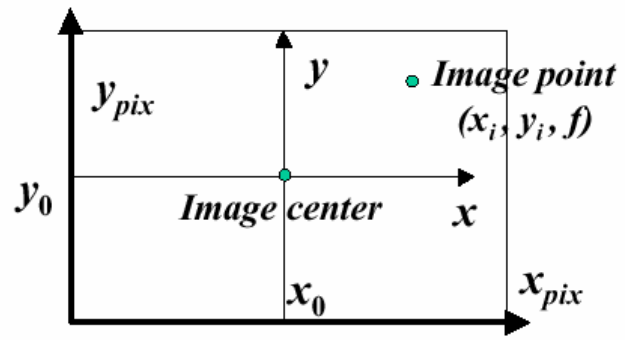
$$y_i = \frac{v}{w} \tag{5.5}$$

5.22 การแปลงจากหน่วยความยาวเป็นพิกเซล

การแปลงหน่วยความยาวไปเป็นพิกเซลเราจะเริ่มจากกำหนดให้พิกัดของภาพมีจุดกำเนิดอยู่ที่มุมล่างซ้ายของภาพดังแสดงในรูป 5.2 การแปลงจากความยาวเป็นพิกเซลเราจำเป็นต้องรู้ค่าการปรับสเกล (Aspect Ratio) ของแต่ละแกนของระบบพิกัดภาพค่าการปรับสเกลเป็นค่าที่ระบุจำนวนพิกเซลต่อหนึ่งหน่วยความยาว ในระบบภาพบางระบบพิกเซลในแถวถัดไปอาจมีการเยื้องกันจำเป็นต้องรู้ค่าที่เรียกว่าพารามิเตอร์ของการเฉือน (Skew parameter) นอกจากนี้ยังจำเป็นต้องรู้จุดหลัก(Principal Point) $U_0 = (x_0,y_0)$ หรือบางครั้งถูกเรียกว่าจุดกึ่งกลางของภาพของขบวนการปรับ โดยที่ k_x คือค่าการปรับสเกลในทิศทาง x, k_y คือค่าการปรับสเกลในทิศทาง y และ s แทนพารามิเตอร์ของการเฉือน เราเขียนในรูปเทียบกล้อง (Camera Calibration Procedure) เป็นจุดตัดระหว่างแกนอ็อบติคกับระนาบภาพพิกัดของจุด (x_i,y_i,f) หาได้จากความสัมพันธ์

$$x_{pix} = k_x x_i + s y_i + x_0 = k_x f \frac{x_s}{z_s} + sf \frac{y_s}{z_s} + x_0 \tag{5.6}$$

$$y_{pix} = k_y y_i + y_0 = k_y f \frac{y_s}{z_s} + y_0 \tag{5.7}$$



รูปที่ 5.2 พิกัดของภาพ

เราสามารถอยู่ในรูปของของเมทริกซ์ได้เป็น

$$\begin{bmatrix} u' \\ v' \\ w' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_x & s & u_0 & 0 \\ 0 & \alpha_y & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_s \\ y_s \\ z_z \\ 1 \end{bmatrix} \tag{5.7}$$

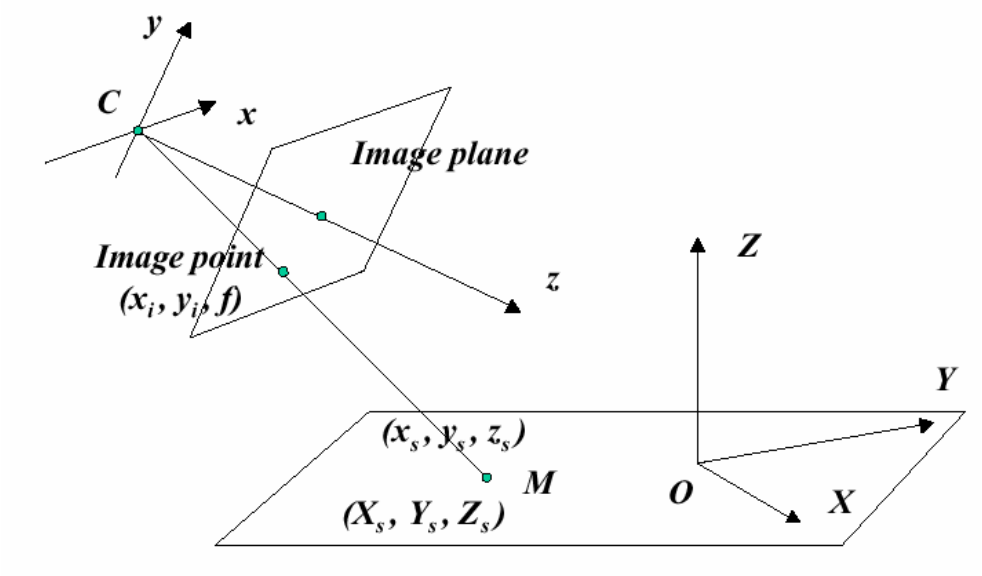
โดยที่ $\alpha_x = k_x x_s$ ซึ่งเป็นค่าความยาวโฟกัสในทิศ x ในหน่วยของพิกเซลและ $\alpha_x = k_x x_s$ ซึ่งเป็นค่าความยาวโฟกัสในทิศ y ในหน่วยของพิกเซล เราสามารถเขียน

$$\begin{bmatrix} \alpha_x & s & u_0 & 0 \\ 0 & \alpha_y & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_x & s & 0 \\ 0 & \alpha_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \kappa[I_3 \mid o_3] \tag{5.8}$$

เมทริกซ์ **K** มีลักษณะเป็นสามเหลี่ยมข้างบน (Upper Triangle) ขนาด 3x3 มีชื่อว่า Calibration Matrix เป็นเมทริกซ์ที่ประกอบพารามิเตอร์ภายใน (Intrinsic Parameter)ที่สำคัญของกล้อง

5.2.3 กรณีที่พิกัดของโลกไม่ซ้อนทับกับพิกัดของกล้อง

ในกรณีที่พิกัดโลกไม่ซ้อนทับกับพิกัดกล้องนั้นเราจะพิจารณาจากรูปที่ 5.3 โดยจะเห็นว่าจุดกึ่งกลางของการโปรเจคชันของกล้องถูกวางไว้ที่ตำแน่งอื่นที่ไม่ใช่ตำแน่งเดียวกันกับตำแหน่งพิกัดโลกทำให้จุดกึ่งกลางของกล้องมีการส่ายและเอียงทำมุมกับแกนอ้างอิง



รูปที่ 5.3 แบบจำลองการเกิดภาพ

ในกรณีนี้เราสามารถหาความสัมพันธ์ของการเกิดภาพจากกล้องสามารถหาได้ง่ายโดยการเปลี่ยนแปลง (Modify) สมการ (5.7) โดยการ ด้วยการคูณด้วยเมทริกซ์การเคลื่อนย้าย (Translation) และ การหมุน (Rotation) ใน 3 มิติ เข้าไปยังสมการที่ (5.7) ซึ่งเราจะได้สมการความสัมพันธ์ของพิกัดโลกกับพิกัดกล้องในกรณีที่พิกัดของโลกไม่ซ้อนทับกับพิกัดของกล้องเป็นไปตามสมการที่ (5.9)

$$\begin{bmatrix} u' \\ v' \\ w' \end{bmatrix} = \mathbf{K}[\mathbf{I}_3 \mid \mathbf{O}_3] \begin{bmatrix} \mathbf{R} & -\mathbf{T} \\ \mathbf{O}_3^T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_s \\ y_s \\ z_z \\ 1 \end{bmatrix} \tag{5.9}$$

โดยที่ **R** แทนเมทริกซ์ที่เป็นผลรวมของการหมุนระบบพิกัด และ **T** แทนเวคเตอร์ที่เป็นผลรวมของการย้ายระบบพิกัด เรากล่าวว่าเมทริกซ์

$$\begin{bmatrix} \mathbf{R} & -\mathbf{T} \\ \mathbf{O}_3^T & 1 \end{bmatrix} \tag{5.10}$$

เราสามารถเขียนสมการ (5.9) ในรูปแบบที่ง่ายได้เป็นดังสมการที่ (5.11) และ **M** คือเมทริกซ์ของ Perspective Transformation

$$\mathbf{x} = \mathbf{M}\,\mathbf{X} \tag{5.11}$$

5.3 การปรับเทียบกล้อง (Camera Calibration)

การปรับเทียบกล้องเป็นการหาประมาณเมทริกซ์ M จากจุดในฉาก 3 มิติที่รู้ตำแหน่งและภาพที่เกิดขึ้นของจุด จากนั้นทำการหาพารามิเตอร์ภายในและพารามิเตอร์ภายนอก พิจารณาการปรับเทียบโดยใช้กล้องตัวเดียว

ในการหาเมทริกซ์ M เราทำการหาจุดในฉากที่เราทราบพิกัด $\mathbf{X} = [x, y, z]^T$ และจุดในภาพ 2 มิติที่สอดคล้องกัน $[u, v]^T$ ซึ่งจะได้สมการที่อยู่ในรูปสมการ (5.11) ดังนี้

$$\begin{bmatrix} \alpha u \\ \alpha v \\ \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} \tag{5.12}$$

$$\begin{bmatrix} \alpha u \\ \alpha v \\ \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11}x + & m_{12}y + & m_{13}z + & m_{14} \\ m_{21}x + & m_{22}y + & m_{23}z + & m_{24} \\ m_{31}x + & m_{32}y + & m_{33}z + & m_{34} \end{bmatrix} \tag{5.13}$$

ทำการนอร์มอลไลซ์ให้สมาชิกที่ 3 เป็น 1 เราจะได้สมการ

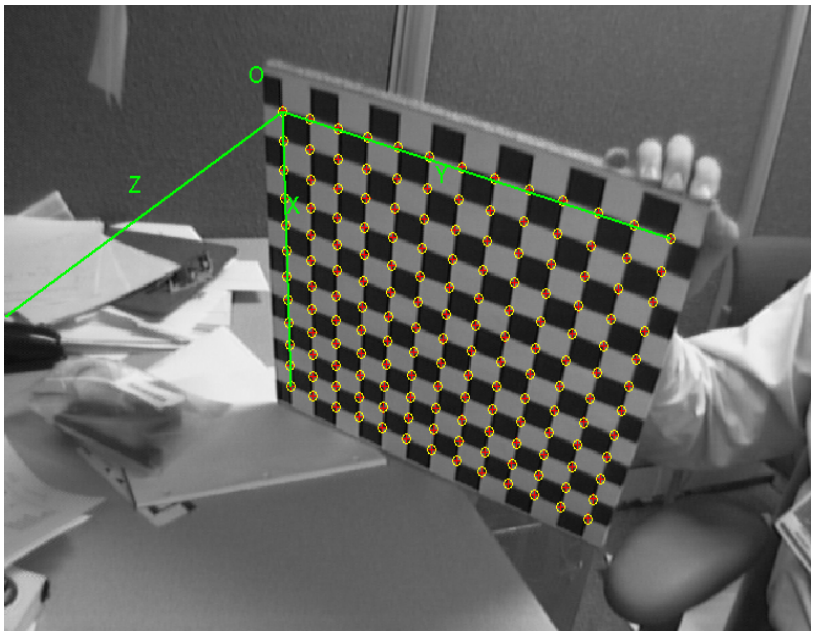
$$u(m_{31}x + m_{32}y + m_{33}z + m_{34}) = m_{11}x + m_{12}y + m_{13}z + m_{14} \tag{5.14}$$

$$v(m_{31}x + m_{32}y + m_{33}z + m_{34}) = m_{11}x + m_{12}y + m_{13}z + m_{14} \tag{5.15}$$

ดังนั้นเราจะได้สมการเชิงเส้น 2 สมการสำหรับจุดในฉาก 3 มิติหนึ่งจุดและจุดในภาพ 2 มิติที่สอดคล้องกัน ทำการเขียนสมการ (5.15) ใหม่ในรูปของเมทริกซ์ได้เป็น

$$\begin{bmatrix} x & y & z & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -ux & -uy & -uz & -u \\ 0 & 0 & 0 & 0 & x & y & z & 1 & -vx & -vy & -vz & -v \\ & & & & & & \vdots & & & & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_{11} \\ m_{12} \\ \vdots \\ m_{34} \end{bmatrix} = 0 \tag{5.16}$$

A M =0



รูปที่ 5.4 ภาพของตารางหมากรุกที่นำมาใช้ในการปรับเทียบกล้อง

จะเห็นว่าเรามีตัวแปรที่ไม่ทราบค่า 11 ตัวแปร แทนที่จะเป็น 12 ตัวแปรเนื่องจากแฟคเตอร์การย่อ/ขยายที่ไม่สามารถทราบค่าได้ ในการแก้สมการโฮโมจีเนียสเราต้องใช้อย่างน้อย 6 จุด ถ้ามีมากกว่า 6 จุดเราจะได้สมการ Over-determined ซึ่งสามารถแก้ได้โดยใช้วิธี Least Square หรือใช้การหา Singular Value Decomposition (SVD) ของ A เมทริกซ์ M คือแถวสุดท้ายของ V เมื่อได้เมทริกซ์ M แล้วขั้นตอนต่อไปทำการแยกพารามิเตอร์ภายใน (Intrinsic Parameter) เนื่องจาก

$$\mathbf{M} = [\mathbf{KR} \mid -\mathbf{KRT}] = [\mathbf{A} \mid \mathbf{B}] \tag{5.17}$$

ดังนั้นเมทริกซ์ย่อย 3x3 แทนด้วย **A** เวคเตอร์คอลัมน์ขวามือสุดแทนด้วย b เวคเตอร์ที่มีพารามิเตอร์ระยะเคลื่อนที่สามารถแยกออกมาได้ง่ายโดย $\mathbf{t} = -\mathbf{A}^{-1}\mathbf{b}$ เวคเตอร์ **t** ให้ข้อมูลที่บอกถึงตำแหน่งกึ่งกลางของ Image Plane

จากนั้นพิจารณา **A** = **KR** โดยที่ **K** เป็นเมทริกซ์สามเหลี่ยมบน(Upper Triangle) และเมทริกซ์ R เป็นเมทริกซ์ออโธกอนอล การแยกเมทริกซ์ **K** และ **R** สามารถทำได้โดยใช้เทคนิค QR Decomposition สำหรับเมทริกซ์ **A**