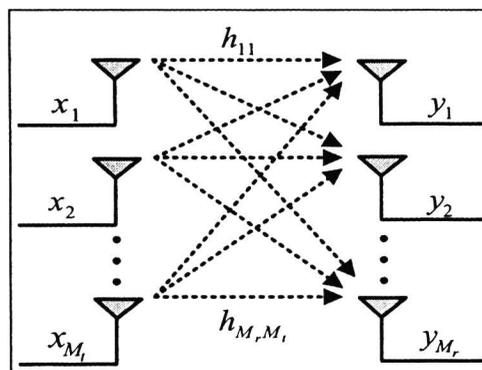


บทที่ 2 ความจุช่องสัญญาณในระบบโมโมที่ใช้การประมวลผลแถวลำดับ

2.1 กล่าวนำ

ในบทนี้กล่าวถึงทฤษฎีความจุช่องสัญญาณ โดยพิจารณาระบบที่มีสายอากาศส่งและรับมากกว่า 1 ต้น ซึ่งเป็นระบบที่เรียกโดยทั่วไปว่าระบบโมโม (MIMO) การที่มีจำนวนสายอากาศมากกว่า 1 ต้น จะสามารถให้อัตราการส่งข้อมูลที่เพิ่มขึ้นโดยการมัลติเพลกซ์ (Multiplexing) หรือพัฒนาคุณลักษณะด้วยไดเวอร์ซิตี (Diversity) ในระบบนี้สายอากาศส่งและรับช่วยในการเพิ่มอัตราขยายไดเวอร์ซิตี การมัลติเพลกซ์จะส่งเสริมในด้านโครงสร้างของอัตราขยายของช่องสัญญาณ ซึ่งจะมีความเป็นอิสระในแต่ละทิศทาง การเดินทางของคลื่น โดยมีผู้ที่เริ่มใช้ระบบนี้ได้แก่ Winters, Foschini, Gans, and Telatar ซึ่งในระบบนี้เราจะตรวจสอบความแตกต่างการใช้สายอากาศหลาย ๆ ต้นเพื่อหาคุณลักษณะที่ดีของระบบ โดยพิจารณาช่องสัญญาณที่เกิดในหลาย ๆ แบบ

ก่อนเข้าสู่เนื้อหาของบทนี้ ขอทำความเข้าใจเรื่องการประมวลผลแถวลำดับว่าเป็นการประมวลผลตามวิธีปกติของระบบโมโม ซึ่งไม่ต้องเขียนบอกว่าเป็นการประมวลผลแถวลำดับก็จะได้ความหมายที่เข้าใจตรงกันว่าเป็นการพิจารณาแถวลำดับไม่ใช่เชิงมุม ดังนั้นเพื่อความกะทัดรัด การอ้างอิงในบทนี้จึงไม่ใช่คำว่า การประมวลผลแถวลำดับต่อท้ายระบบโมโม



รูปที่ 2-1 การรับส่งข้อมูลในระบบโมโม

2.2 ระบบโมโม่ที่เป็นแถบความถี่แคบ (NARROWBAND MIMO MODEL)

ในหัวข้อนี้จะพิจารณาช่องสัญญาณระบบโมโม่ที่เป็นแถบแคบ ใช้กับการสื่อสารจากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่ง ซึ่งมี M_t คือ จำนวนสายอากาศส่ง และ M_r คือ จำนวนสายอากาศรับ แสดงดังรูปที่ 2-1 ระบบนี้สามารถเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_{M_r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & \cdots & h_{1M_t} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{M_r 1} & \cdots & h_{M_r M_t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_{M_t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ \vdots \\ n_{M_r} \end{bmatrix} \quad (2-1)$$

หรือทั่วไปเขียนเป็น $\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n}$ เมื่อ \mathbf{n} คือ เวกเตอร์สัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นที่ภาครับ ส่วน \mathbf{H} คือ เมตริกซ์ช่องสัญญาณที่เกิดขึ้นในแต่ละองค์ประกอบ สมมติให้ช่องสัญญาณมีแถบความถี่ B และสัญญาณรบกวนแบบเกาส์มีค่าเฉลี่ยศูนย์ สัมพันธ์กับเมตริกซ์ $\sigma^2 \mathbf{I}_{M_r}$ โดย $\sigma^2 \triangleq \mathbf{E}[n_i^2] = \frac{N_0}{2}$ และมีกำลังคงที่ P โดยสมมติให้กำลังสัญญาณรบกวน σ^2 และ $P/\sigma^2 = \rho$ คือ อัตราส่วนสัญญาณที่รับได้ต่อสัญญาณรบกวน จะต้องเป็นไปตาม

$$\sum_{i=1}^{M_t} \mathbf{E}[x_i x_i^*] = \rho \quad (2-2)$$

* แสดงถึงการส่งยุคเชิงซ้อน

2.3 การแยกช่องสัญญาณแบบขนานในระบบโมโม่

เมื่อมีจำนวนสายอากาศส่งและรับมากกว่า 1 ต้น การทำงานในลักษณะนี้เรียกว่า การมัลติเพล็กซ์อัตราขยาย สามารถแยกช่องสัญญาณได้เป็นค่าคงที่ แทนด้วย R โดยจะมีความเป็นอิสระของข้อมูลและช่องสัญญาณ ซึ่งเมื่อเราใช้สายอากาศส่งและรับมากกว่า 1 ต้น แล้วจะให้อัตราเร็วของข้อมูลที่เพิ่มขึ้นด้วย พิจารณาระบบโมโม่ที่มี \mathbf{H} คือ ช่องสัญญาณ

M_t คือ สายอากาศส่ง

M_r คือ สายอากาศรับ

R_H คือ ลำดับชั้นของช่องสัญญาณ ($R_H \leq \min(M_t, M_r)$)

เราสามารถแยกช่องสัญญาณ \mathbf{H} โดยการวิเคราะห์ค่าเฉพาะตัวจาก

$$\mathbf{H} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^H \quad (2-3)$$

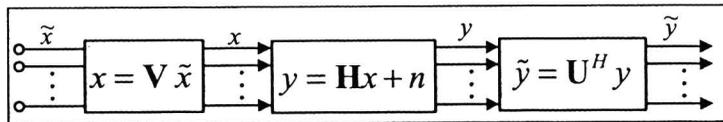
โดย \mathbf{U} คือ เมทริกซ์ยูนิแทรีขนาด $M_t \times M_t$

\mathbf{V} คือ เมทริกซ์ยูนิแทรีขนาด $M_r \times M_r$

$\mathbf{\Sigma}$ คือ เมทริกซ์เฉียง (Diagonal Matrix) ที่สมาชิกไม่มีค่าติดลบขนาด $M_r \times M_t$

และ \mathbf{H} คือ การทรานสโพสคอนจูเกต

จากสมการ (2-3) เป็นวิธีการของเอสวีดี (Singular Value Decomposition: SVD) เมื่อ $\text{diag}(\mathbf{A})$ เป็นเวกเตอร์ที่ประกอบด้วยค่าในแกนทแยงมุมของเมทริกซ์ \mathbf{A} และ $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$ คือค่าไอเกน (Eigen values) λ_i จะได้ว่า $\mathbf{\Sigma} = \text{diag}(\sqrt{\lambda_1}, \sqrt{\lambda_2}, \dots, \sqrt{\lambda_m}, 0, \dots, 0)$



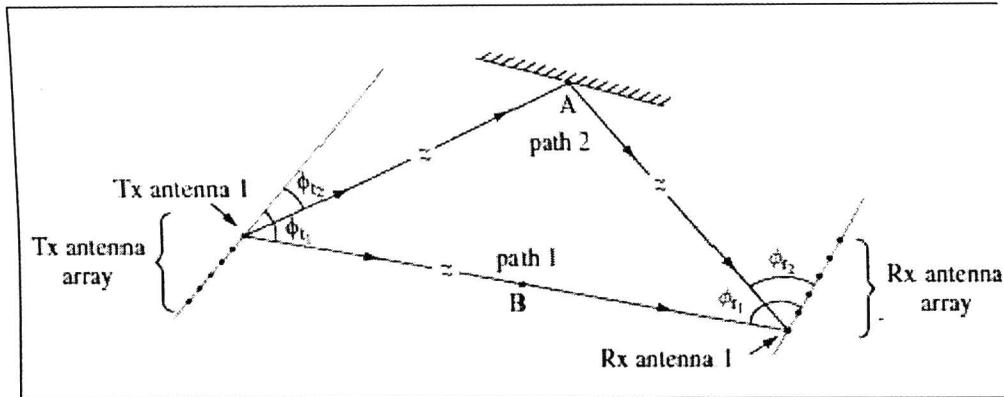
รูปที่ 2-2 การเข้ารหัสที่ภาคส่งและและสัญญาณที่รับได้

จากรูปที่ 2-2 สามารถพิจารณาได้ว่า

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{y}} &= \mathbf{U}^H(\mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n}) = \mathbf{U}^H(\mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^H\mathbf{x} + \mathbf{n}) \\ &= \mathbf{U}^H(\mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^H\mathbf{V}\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{n}) \\ &= \mathbf{U}^H\mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^H\mathbf{V}\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{U}^H\mathbf{n} \\ \therefore \tilde{\mathbf{y}} &= \mathbf{\Sigma}\tilde{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{n}} \end{aligned} \quad (2-4)$$

ช่องสัญญาณที่เกิดขึ้นในลักษณะนี้เรียกว่า การประมวลผลช่องสัญญาณโดเมนแถวลำดับ (Array

Processing)



รูปที่ 2-3 แสดงการเดินทางของคลื่นในแต่ละทิศทางของระบบไม่โม

จากรูปที่ 2-3 แสดงการเดินทางของคลื่นในแต่ละทิศทาง เมื่อมีการรับรู้สถานะช่องสัญญาณ โดยมีอัตราการผลิตตอนที่เกิดขึ้นในแต่ละทิศทาง แทนด้วย a_i มุมส่ง แทนด้วย $\phi_{ti} (\Omega_{ti} = \cos \phi_{ti})$ และมุมรับ แทนด้วย $\phi_{ri} (\Omega_{ri} = \cos \phi_{ri})$ ดังนั้นช่องสัญญาณ หาได้จาก

$$\mathbf{H} = \sum_i a_i^b \mathbf{e}_r(\Omega_{ri}) \mathbf{e}_t(\Omega_{ti})^H \quad (2-5)$$

โดย
$$a_i^b = a_i \sqrt{M_t M_r} \exp\left(\frac{-j2\pi d_i}{\lambda_c}\right) \quad (2-6)$$

6)

$$\mathbf{e}_t(\Omega_{ti}) = \frac{1}{\sqrt{M_t}} \begin{bmatrix} 1 \\ \exp[-j(2\pi\Delta_t\Omega_{ti})] \\ \vdots \\ \exp[-j(M_t - 1)(2\pi\Delta_t\Omega_{ti})] \end{bmatrix} \quad (2-7)$$

$$\mathbf{e}_r(\Omega_{ri}) = \frac{1}{\sqrt{M_r}} \begin{bmatrix} 1 \\ \exp[-j(2\pi\Delta_r\Omega_{ri})] \\ \vdots \\ \exp[-j(M_r - 1)(2\pi\Delta_r\Omega_{ri})] \end{bmatrix} \quad (2-8)$$

โดยที่

d_i คือ ระยะทางระหว่างภาคส่งๆ ไปยังภาครับในแต่ละทิศการเดินทางของคลื่น ส่วน $\mathbf{e}_t(\Omega_{ti})$ และ $\mathbf{e}_r(\Omega_{ri})$ คือ เวกเตอร์ใช้แทนการกระจายตัวในแต่ละทิศทาง Ω λ_c คือ ความยาวคลื่นของความถี่กลาง

Δ_t และ Δ_r คือ ระยะห่างระหว่างสายอากาศที่อัลแมดไลซ์

2.4 ความจุช่องสัญญาณในระบบโมโม (MIMO CHANNEL CAPACITY)

หัวข้อนี้เสนอความจุช่องสัญญาณโดยทฤษฎีของ Shannon ซึ่งจะให้อัตราการส่งข้อมูลสูงสุด ภายใต้ช่องสัญญาณที่มีความน่าจะเป็นในการเกิดความผิดพลาดน้อย ความจุช่องสัญญาณเทียบกับปริมาณที่สูญเสียอธิบายโดยอัตราเร็วการส่งข้อมูล ได้จากการส่งผ่านช่องสัญญาณซึ่งมีความน่าจะเป็นในการเกิดความผิดพลาดไม่เป็นศูนย์ ความจุช่องสัญญาณอยู่ภายใต้การรับรู้สถานะช่องสัญญาณ รวมถึงอัตราขยายช่องสัญญาณทั้งภาคส่งและภาครับ ในส่วนแรกจะอธิบายถึงความจุช่องสัญญาณที่ไม่มีการเปลี่ยนแปลงภายใต้ความแตกต่างในการสมมติช่องสัญญาณที่รับรู้ได้

2.4.1 ช่องสัญญาณไม่มีการเปลี่ยนแปลง (Static channel)

ความจุช่องสัญญาณในระบบโมโมสามารถกระจายได้จากสูตรของช่องสัญญาณในระบบที่มีสายอากาศส่งและรับภาคละ 1 ต้น โดยกำหนดให้มีการรับรู้สถานะช่องสัญญาณที่ภาครับ ช่องสัญญาณที่ไม่มีการเปลี่ยนแปลงนี้สามารถรับได้ที่ระยะใกล้ ๆ ภายใต้การสมมติความจุช่องสัญญาณในเทอมของข้อมูลร่วมกันระหว่างช่องสัญญาณที่ส่งจากภาคส่งไปยังภาครับ ขณะที่

$$C = \max_{p(x)} I(X; Y) = \max_{p(x)} [H(Y) - H(Y|X)] \quad (2-9)$$

สำหรับ $H(Y)$ และ $H(Y|X)$ อยู่ภายใต้ y โดยที่ $H(Y|X) = H(n)$ เป็นสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นโดยสัญญาณรบกวน n นี้ มีความเป็นอิสระจากอินพุตที่ส่งเข้ามา

กำหนดความสัมพันธ์ของเมตริกซ์ R_x อยู่บนอินพุตเวกเตอร์ x และ R_y อยู่บนเอาต์พุตเวกเตอร์ y จะได้

$$R_y = E[yy^H] = HR_xH^H + I_{M_r} \quad (2-10)$$

เมื่อ
$$I(X;Y) = B \log_2 \det [\mathbf{I}_{M_r} + \mathbf{H}R_x\mathbf{H}^H] \quad (2-11)$$

ดังนั้นความจุช่องสัญญาณหาได้จาก การแทน (2-11) ลงใน (2-9) จะได้

$$C = \max_{R_x: \text{Tr}(R_x)=\rho} B \log_2 \det [\mathbf{I}_{M_r} + \mathbf{H}R_x\mathbf{H}^H] \quad (2-12)$$

โดย $\text{Tr}(R_x)$ มีค่าเท่ากับอัตราส่วนสัญญาณที่รับได้ต่อสัญญาณรบกวน

1. การรับรู้สถานะช่องสัญญาณที่ภาคส่งโดยวิธีวอเตอร์ฟิวลิงค์ (Channel known at transmitter: Water filling)

เมื่อไม่มีการเปลี่ยนแปลงช่องสัญญาณ มีการรับรู้สถานะช่องสัญญาณทั้งภาครับและภาคส่ง โดยเฉพาะความจุช่องสัญญาณมีค่าเท่ากับการรวมกันในแต่ละช่องสัญญาณ แทน (2-3) ลงใน (2-12) จะได้

$$C = \max_{\rho_i: \sum_i \rho_i \leq \rho} \sum_{i=1}^{R_H} B \log_2 (1 + \sigma_i^2 \rho_i) \quad (2-13)$$

โดย R_H คือ จำนวนค่าเฉพาะตัวที่ไม่ใช่ศูนย์

ในสมการ (2-13) แสดงให้เห็นในเทอมของการจัดสรร P_i ในแต่ละช่องสัญญาณ จะได้

$$C = \max_{P_i: \sum_i P_i \leq P} \sum_{i=1}^{R_H} B \log_2 \left(1 + \frac{\sigma_i^2 P_i}{\sigma^2}\right) = \max_{P_i: \sum_i P_i \leq P} \sum_{i=1}^{R_H} B \log_2 \left(1 + \frac{P_i \gamma_i}{P}\right) \quad (2-14)$$

เมื่อ $\gamma_i = \sigma_i^2 P / \sigma^2$ คือ อัตราส่วนสัญญาณที่รับได้ต่อสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นในแต่ละช่องสัญญาณ แสดงให้เห็นว่า เมื่อ γ_i มีค่าสูง ๆ ความจุช่องสัญญาณที่รับได้ก็จะสูงตามไปด้วย เมื่อใช้การจัดสรรด้วยวิธีการวอเตอร์ฟิวลิงค์จะได้

$$\frac{P_i}{P} = \begin{cases} \frac{1}{\gamma_0} - \frac{1}{\gamma_i} & \gamma_i \geq \gamma_0 \\ 0 & \gamma_i < \gamma_0 \end{cases} \quad (2-15)$$

และความจุช่องสัญญาณ

$$C = \sum_{i=\gamma_i \geq \gamma_0} B \log_2 \left(\frac{\gamma_i}{\gamma_0} \right) \quad (2-16)$$

2. การไม่รู้สถานะช่องสัญญาณที่ภาคส่ง: การจัดสรรกำลังที่สม่ำเสมอ (Channel unknown at transmitter: uniform power allocation)

เมื่อรู้สถานะช่องสัญญาณที่ภาครับแต่ไม่รู้ที่ภาคส่ง ข้อมูลที่ภาคส่งไม่สามารถจัดสรรข้อมูลได้ โดยให้ความสัมพันธ์เป็นเมตริกซ์ $R_x(\rho/M_t)I_{M_t}$ ภายใต้การสมมติให้สัญญาณอินพุตที่ป้อนเข้าไปมีค่ามากที่สุด จะได้ข้อมูลรวมกัน คือ

$$I(x; y) = B \log_2 \det \left[I_{M_r} + \frac{\rho}{M_t} \mathbf{H}\mathbf{H}^H \right] \quad (2-17)$$

เมื่อใช้ SVD เทคนิคในโปรแกรมเมทแลปหาช่องสัญญาณ \mathbf{H} แล้วจะได้ข้อมูลเป็น

$$I(x; y) = \sum_{i=1}^{R_H} B \log_2 \left(1 + \frac{\gamma_i}{M_t} \right) \quad (2-18)$$

โดยที่ $\gamma_i = \sigma_i^2 \rho = \sigma_i^2 P / \sigma^2$ ข้อมูลที่ใช้ร่วมกันของระบบโมโมใน (2-18) อยู่ภายใต้เมตริกซ์ช่องสัญญาณ \mathbf{H} ซึ่งในทางปฏิบัติจะได้ค่าเฉพาะตัว $\{\sigma_i\}$. ในช่องสัญญาณแบบราบ ภาคส่งสามารถส่งด้วยอัตราเร็วที่เท่ากับค่าเฉลี่ยข้อมูลที่ใช้ร่วมกันและมีความถูกต้องด้วย แต่ช่องสัญญาณคงที่ ภาคส่งไม่สามารถรับรู้สถานะช่องสัญญาณ และไม่รู้อัตราการส่งข้อมูลทำให้ความจุช่องสัญญาณที่ไม่สามารถรับได้ P_{out} ต้องมีความสัมพันธ์กับอัตราเร็วการส่งผ่าน R โดยข้อมูลที่ใช้ร่วมกันต้องมีค่าน้อยกว่า R จะได้ว่า

$$P_{out} = p(\mathbf{H}: B \log_2 \det \left[I_{M_r} + \frac{\rho}{M_t} \mathbf{H}\mathbf{H}^H \right] < R) \quad (2-19)$$



เราสามารถหาการกระจายค่าราคของสมการที่มีลักษณะเฉพาะของ $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$ การกระจายค่านี้ใช้วิธีการของ SVD จากเหตุผลที่ว่าจำนวนสายอากาศที่เพิ่มขึ้นทั้งภาครับและภาคส่งมีผลทำให้ความจุช่องสัญญาณเพิ่มขึ้นตามไปด้วยเป็นแบบจำนวนเชิงเส้น

2.4.2 ช่องสัญญาณที่มีการจางหาย (Fading channel)

หัวข้อนี้สมมติให้อัตราขยายของช่องสัญญาณได้จากช่องสัญญาณราบเรียบ แทนด้วย h_{ij} ในกรณีที่ช่องสัญญาณเป็นแบบคงที่ ความจุช่องสัญญาณจะขึ้นอยู่กับความรู้สถานะช่องสัญญาณทั้งภาครับและภาคส่ง ซึ่งมีความสมบูรณ์แบบมากจึงได้ความจุช่องสัญญาณเท่ากับค่าเฉลี่ยช่องสัญญาณภายใต้การจัดสรรกำลังสูงสุด

1. การรับรู้สถานะช่องสัญญาณที่ภาคส่งโดยวิธีวอเตอร์ฟิวลิงค์ (Channel known at transmitter: water filling)

การรับรู้สถานะช่องสัญญาณที่ภาคส่งจะมีการส่งผ่านในแต่ละช่องสัญญาณโดยค่ากำลังสูงสุดที่จัดสรรและค่าเฉลี่ยความจุช่องสัญญาณนี้เรียกว่าความจุช่องสัญญาณแบบเออร์กอร์ดิก มีค่าเฉลี่ยกำลังคงที่ในแต่ละพอร์ตแทนด้วย \bar{P} ดังนั้นจะได้ความจุช่องสัญญาณ

$$\begin{aligned} C &= E_{\mathbf{H}} \left[\max_{R_x: Tr(R_x)=\rho} B \log_2 \det [\mathbf{I}_{M_r} + \mathbf{H}R_x\mathbf{H}^H] \right] \\ &= E_{\mathbf{H}} \left[\max_{P_i: \sum_i P_i \leq \bar{P}} \sum_i B \log_2 \left(1 + \frac{P_i \gamma_i}{\bar{P}} \right) \right] \end{aligned} \quad (2-20)$$

โดย $\gamma_i = \sigma_i^2 \bar{P} / \sigma^2$

2. เมื่อไม่รู้ช่องสัญญาณที่ภาคส่ง : ความจุช่องสัญญาณแบบเออร์กอร์ดิกและความจุช่องสัญญาณแบบขาดหาย (Channel unknown at transmitter: Ergodic capacity and capacity with outage)

พิจารณาเวลาแปรผันตามช่องสัญญาณ โดยมีการสุ่มใช้ช่องสัญญาณที่เกิดขึ้น มีการรับรู้สถานะข้อมูลที่ภาครับแต่ไม่รู้ที่ภาคส่ง หากความจุช่องสัญญาณได้จาก

$$C = \max_{R_x: Tr(R_x)=\rho} E_{\mathbf{H}} [B \log_2 \det [\mathbf{I}_{M_r} + \mathbf{H}R_x\mathbf{H}^H]] \quad (2-21)$$



โดยความจุช่องสัญญาณจะเพิ่มขึ้นตามจำนวนสายอากาศที่มีค่าน้อยสุดของภาคส่งหรือภาครับ

$$M = \min(M_t, M_r)$$

3. เมื่อไม่รู้ช่องสัญญาณที่ภาคส่งหรือภาครับ (No CSI at transmitter or receiver)

ความจุช่องสัญญาณจะเพิ่มขึ้นเป็นจำนวนเชิงเส้นเช่นเดียวกับเมื่อรับรู้สถานะช่องสัญญาณ แต่จะให้ความจุช่องสัญญาณที่น้อยกว่า แต่อย่างไรก็ตามความจุช่องสัญญาณจะมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับช่องสัญญาณที่เปลี่ยนแปลงไป ซึ่งการหาช่องสัญญาณในแต่ละวิธีจะมีวิธีการที่แตกต่างกันออกไป

2.4.3 ความจุช่องสัญญาณที่เกิดจากการประมวลผลแถวลำดับ

เมื่อไม่มีรับรู้ข้อมูลที่ภาคส่ง ความจุช่องสัญญาณในระบบโมโมที่ใช้การประมวลผลเมนแถวลำดับ แสดงได้ดังนี้

$$C = \log_2 \det \left(I_{M_r} + \frac{P_t}{P_N M_t} \mathbf{H} \mathbf{H}^H \right) \quad (2-22)$$

โดยที่ (2-22) มีหน่วยเป็น บิตต่อวินาทีต่อเฮิรตซ์ เมื่อ I_{M_r} คือ เมทริกซ์เอกลักษณ์ ขนาด $M_r \times M_r$ H คือ ช่องสัญญาณ ขนาด $M_r \times M_t$ \mathbf{H}^H คือ การทรานสโพสคอนจูเกตของเมทริกซ์ช่องสัญญาณ H และ $\frac{P_t}{P_N}$ คือ อัตราส่วนสัญญาณที่รับได้ต่อสัญญาณรบกวน

2.5 กล่าวท้ายบท

สำหรับเนื้อในบทนี้ได้อธิบายถึงช่องสัญญาณระบบโมโมที่เป็นแถบแคบ โดยใช้เทคนิคการประมวลผลแถวลำดับ เทคนิคการประมวลผลแถวลำดับเป็นเทคนิคขั้นพื้นฐานสำหรับการหาความจุช่องสัญญาณในระบบโมโม เพื่อให้ได้ความจุช่องสัญญาณที่มากกว่าเดิมงานวิจัยนี้ได้มีการเปรียบเทียบการประมวลผลเชิงมุมกับการประมวลผลแถวลำดับ สิ่งที่น่าสนใจอีกประการหนึ่งคือวิธีการประมวลผลเชิงมุมที่เสนอนี้ไม่ต้องการข้อมูลจากช่องสัญญาณป้อนกลับมาที่ภาคส่ง ดังนั้นทั้งภาครับและส่งสามารถดำเนินการ

อย่างอิสระและรวดเร็ว โดยบทต่อไปจะเสนอเทคนิคการประมวลผลเชิงมูรวมถึงการประยุกต์ใช้การ
ประมวลผลเชิงมูในทางปฏิบัติ โดยนำบทเลอ์ เมทริกซ์ มาประยุกต์ใช้กับการประมวลผลเชิงมู