บทที่ 4
ทฤษฎีเกี่ยวกับวิธีเจนเนติกอัลกอริทึม (NSGA-II)
(Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II)

เนื้อหาในบทนี้จะนำเสนอการหาค่าอัลกอริทึม NSGA-II ซึ่งเป็นอัลกอริทึมที่ดีที่สุดในการหาคำตอบได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยในบทนี้จะเสนอหลักการวิธีอัลกอริทึม แนวคิด ลักษณะการตัดทอนคำตอบอัลกอริทึมและตัวอย่างอัลกอริทึม NSGA-II ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

4.1 แนวคิดอัลกอริทึม NSGA-II

แนวคิดอัลกอริทึม NSGA-II เป็นการค้นหาคำตอบแบบเฟ้นสุ่ม (Stochastic Search) เป็นการหาค่าเหมาะสมที่สุดที่ลักษณะการทำงานในรูปแบบของการค้นหาแบบฮิวริสติกซึ่งมีรากฐานแนวความคิดมาจากทฤษฎีวิวัฒนาการชาร์ล ดาร์วิน โดยอิงจากแนวความคิดการอยู่รอดของผู้ที่แข็งแรงที่สุด (Survival of the Fittest) ในสภาวะแวดล้อมที่เหมือนกัน การทำงานของ GAs นี้จะเป็นไปในลักษณะการค้นหาคำตอบแบบคู่ขนาน (Parallel Search) โดยคำตอบที่ได้จากการหาคำตอบในหนึ่งรุ่น (Generation) จะผ่านการแปลง (Transformation) เพื่อที่จะนำไปสู่การค้นหาคำตอบที่ดีขึ้นในรุ่นต่อไป คำตอบ (Solution) หรือสมาชิกของประชากร (Individual) ที่มีการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นกับภายในประชากรนั้นจะเป็นการสำรวจพื้นที่ในการค้นหา (Search Space) และเป็นการถ่ายทอดคุณสมบัติที่ดี (Fit Characteristics) ของคำตอบที่ค้นพบในรุ่นปัจจุบันไปยังรุ่นต่อไป สมาชิกของประชากรที่ดีจะมีหลายคำตอบ ดังนั้นการค้นหาโดย GAs จะทำให้ได้คำตอบที่ดีที่สุด (Optimal Solution) ซึ่งเป็นสมาชิกของประชากรที่มีลักษณะดีที่สุด (Fittest Individual)

4.2 ขั้นตอนการทำงานของอัลกอริทึม NSGA -II ในการแก้ปัญหาสมดุลสายการประกอบลักษณะตัวยูที่มีสถานีงานแบบขนาน

กำหนดให้ในเจนเนอเรชัน t

P_t แทนประชากรคำตอบ (ประชากรคำตอบรุ่นพ่อแม่)

Q_t แทนประชากรคำตอบใหม่ (ประชากรคำตอบรุ่นลูก)

R_t แทนการรวมกันข่องประชากรคำตอบรุ่นพ่อแม่และประชากรคำตอบรุ่นลูก

1. **การเตรียมข้อมูล** (Data Input)

ในการเตรียมข้อมูลรายละเอียดที่ใช้ในวิธี NSGA-II เพื่อใช้แก้ปัญหาการจัดสมดุลจะใช้จำนวนผลิตภัณฑ์ แผนภาพแสดงความสัมพันธ์ของแต่ละผลิตภัณฑ์ เวลาการทำงาน และเวลาที่ใช้จะใช้เวลาเฉลี่ยในแต่ละขั้นงาน

2. **การสร้างสตริงคำตอบเบื้องต้น** (Representation & Initialization)

สร้างคำตอบเบื้องต้นอย่างสุ่ม จำนวน Popsize ตัว โดยผ่านกระบวนการใส่รหัสคำตอบ (Representation) และการสร้างประชากรคำตอบเบื้องต้น (Initial Population)

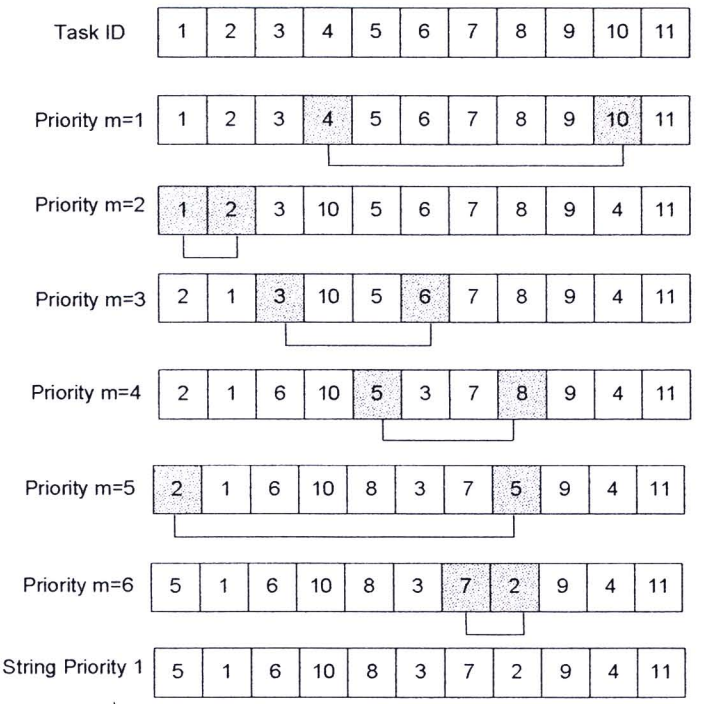
อัลกอริทึม NSGA-II จะทำการสร้างกลุ่มประชากรเบื้องต้น โดยจะกำหนดค่าสิทธิเลือกงานในแต่ละขั้นงานที่จะทำบนสายการประกอบโดยการใส่ตัวเลขตั้งแต่ 1 ถึง m (m คือจำนวนงานทั้งหมด) ลงไปในแต่ละ Bit ของสตริงคำตอบจนครบทุกตัว จนกว่าจะได้ประชากรทั้งหมด ที่ได้มาจากหลักการ Gas ที่เป็นการค้นหาคำตอบที่มาจากการคัดเลือกตามธรรมชาติและกระบวนการคัดเลือกทางพันธุศาสตร์ วิธีการสุ่มค่าสิทธิในการเลือกงาน (Priority) มีวิธีการสร้างดังนี้

- ใส่ค่าสิทธิในการเลือกงาน (Input the Priority Number) โดยเริ่มแรกให้มีค่าเท่ากับ-ขั้นงาน

Task ID	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Priority	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

รูปที่ 4.1 การสร้างค่าสิทธิในการเลือกงาน (Priority) เริ่มต้น

- สุ่มตำแหน่ง 2 จุด เพื่อทำการสลับ จำนวนครั้งในการทำการสลับตำแหน่งเท่ากับจำนวนครึ่งหนึ่งของงานหรือ $m/2 = 11/2 \approx 6$ กำหนดให้ m ขั้นงานทั้งหมด



รูปที่ 4.2 การสร้างค่าสิทธิในการเลือกงาน (Priority)

3. การประเมินค่า (Evaluation)

คำนวณหาค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์ต่างๆ ที่ต้องการ ในที่นี้จะใช้ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ได้แก่ จำนวนสถานีงานที่มีสถานีขนาน จำนวนสถานีงาน ความสมดุลระหว่างสถานีงานและความสมดุลภายในสถานีงานของประชากรคำตอบ

4. การหาค่าที่เหมาะสม (Pareto Based Approach)

การหาค่าที่เหมาะสมที่สุดในงานวิจัยนี้จะใช้เทคนิควิธีเชิงกลุ่มที่ดีที่สุด ที่มีการจัดลำดับแบบ Goldberg (1989) หรือ Non-dominated Sorting ที่เป็นการกำหนดค่าความแข็งแรงให้กำคำตอบที่ได้จากประชากรทั้งหมด โดยจะถูกจัดแบ่งเป็นกลุ่ม กลุ่มที่มีค่าน้อยที่สุดจะเป็นกลุ่มที่ดีที่สุด

5. ความหนาแน่นของประชากร (Density Information)

คำนวณค่าความหนาแน่นให้กับประชากรคำตอบ ด้วยวิธี Crowding Distance

6. การคัดเลือกคำตอบ (Selection)

วิธีการคัดเลือกคำตอบในงานวิจัยนี้จะใช้วิธีการ Tournament Selection ซึ่งเป็นวิธีที่ดัดแปลงมาจากวิธี Roulette Wheel Selection จะเป็นการนำสตริงคำตอบเบื้องต้นมาทำการ

คัดเลือกโดยดูค่าจาก Fitness ของสตริงคำตอบในแต่ละตัว สตริงคำตอบที่มีค่า Fitness มากจะเป็นสตริงที่มีความเข้มแข็งและเป็นสตริงที่จะถูกคัดเลือกไว้ สตริงคำตอบที่ผ่านการคัดเลือกจำนวน Popsize ตัวจะผ่านเข้าสู่ Mating Pool โดยคำตอบที่มีความแข็งแรงมากจะมีอันดับที่น้อยกว่า และคำตอบที่มีความหนาแน่นมากจะมีโอกาสในการถูกเลือกสูง

6.1 การสร้างวงล้อรูเล็ต

วงล้อรูเล็ตเป็นวงกลมที่มีขนาด 1 หน่วยซึ่งถูกแบ่งออกเป็นส่วนๆ ตามจำนวนของประชากร โดยพื้นที่แต่ละส่วนจะมีขนาดเท่ากับความน่าจะเป็นในการถูกเลือกของสตริงคำตอบแต่ละตัว โดยมีวิธีการดังนี้

1. หาค่า Fitness รวมของสตริงคำตอบทั้งหมด Popsize ตัว

$$F = \sum_{i=1}^{popsize} f(x_i) \tag{4.1}$$

โดยที่ $f(x_i)$ คือ ค่า Fitness ของสตริงตัวที่ i

2. หาค่าความน่าจะเป็นในการถูกคัดเลือก (Probability of Selection) ของสตริงคำตอบแต่ละคำตอบแต่ละตัว ตามสมการที่ (4.2)

$$p_i = \frac{f(x_i)}{F} \qquad i = 1, 2, \ldots, popsize \tag{4.2}$$

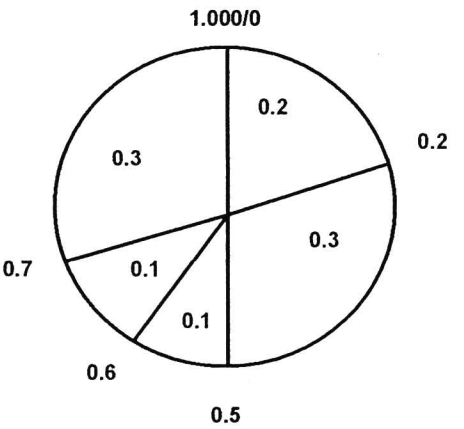
3. หาค่าความน่าจะเป็นในการถูกคัดเลือกสะสม (Cumulative Probability of Selection) ของสตริงคำตอบแต่ละตัว ตามสมการที่ (4.3)

$$q_i = \sum_{j=1}^{i} p_j \tag{4.3}$$

ตัวอย่างของวงล้อรูเล็ตแสดงได้ดังตารางที่ 4.1 และรูปที่ 4.3

ตารางที่ 4.1 ตัวอย่างตารางแสดงการสร้างวงล้อรูเล็ต

String No	แปลง Fitness	*pi*	*qi*
1	2	0.2	0.2
2	3	0.3	0.5
3	1	0.1	0.6
4	1	0.1	0.7
5	3	0.3	1
รวม	10		



รูปที่ 4.3 วงล้อรูเล็ต

6.2 วิธี Tournament Selection

ทำการสุ่มสตริงคำตอบจากวงล้อรูเล็ตมา 2 ตัว แล้วนำค่า Fitness มาเปรียบเทียบกันอีกครั้งหนึ่งซึ่งมีวิธีการเลือกมีดังนี้

1. ทำการสุ่มตัวเลขที่มีค่าระหว่าง 0 ถึง 1 ขึ้นมา 1 ค่า คือ r_1 ถ้า $r_1 < q_i$ ให้เลือกสตริงคำตอบตัวแรก แต่ถ้า $q_{i-1} < r_1 < q_i$ ให้เลือกสตริงคำตอบตัวที่ i มาเป็นสตริงคำตอบตัวแรก ($2 < i < popsize$)

2. สร้างตัวเลขสุ่ม r ซึ่งมีค่าระหว่าง 0 ถึง 1 ขึ้นมาอีก 1 ค่า คือ r_2 ถ้า $r_2 < q_i$ ให้เลือกสตริงคำตอบตัวแรก แต่ถ้า $q_{i-1} < r_2 < q_i$ ให้เลือกสตริงคำตอบตัวที่ i มาเป็นสตริงคำตอบตัวที่สอง ($2 < i < popsize$)

5. นำค่า Fitness ของสตริงคำตอบทั้ง 2 ตัวมาเปรียบเทียบกัน ตัวใดมีค่า Fitness มากกว่าก็ให้เลือกสตริงคำตอบนั้นเข้าสู่ Mating Pool ทำจนกว่าจะได้สตริงคำตอบใน Mating Pool ครบ Popsize ตัว

สตริงคำตอบที่มีค่า Fitness มากจะมีพื้นที่มากจะมีโอกาสที่ตัวเลขสุ่มที่สร้างจะตกอยู่ในตำแหน่งนี้มากกว่าตัวที่มีค่า Fitness น้อย ทำให้สตริงคำตอบที่ถูกเลือกเข้าสู่ Mating Pool ดังตารางที่ 4.2

ตารางที่ 4.2 วิธี Binary Tournament Selection สำหรับการคัดเลือกสตริงคำตอบ

No.	Population 1				Population 2				No_String
	r_1	$q_i > r_1$	String	Fitness	r_2	$q_i > r_2$	String	Fitness	Selected
1	0.7643	0.7	4	3	0.1121	0.2	1	2	**4**
2	0.4623	0.5	2	1	0.9872	1	5	1	**5**
3	0.2971	0.5	2	1	0.3321	0.5	2	1	**2**
4	0.3452	0.5	2	1	0.9872	1	5	1	**5**
5	0.8875	1	5	1	0.2121	0.5	2	1	**2**

7. การครอสโอเวอร์ (Crossover)

ทำการจับคู่สตริงคำตอบและครอสโอเวอร์ด้วยความน่าจะเป็นเท่ากับ P_C

7.1 การจับคู่สตริงคำตอบ

การจับคู่สตริงคำตอบเป็นการจับคู่เพื่อเข้าสู่กระบวนการครอสโอเวอร์ โดยคำตอบที่ไม่ได้ถูกจับคู่ก็จะยังคงสภาพเดิมต่อไป จำนวนสตริงคำตอบที่จะถูกนำมาจับคู่ (N_C) ขึ้นอยู่กับความน่าจะเป็นในการครอสโอเวอร์ (P_C) มีขั้นตอนการจับคู่ดังนี้

1. ทำการสุ่มตัวเลขที่มีค่าระหว่าง 0 ถึง 1 ขึ้นมา 1 ค่า คือ r

2. สตริงคำตอบที่มีตัวเลขสุ่มมีค่าน้อยกว่า P_C จะถูกเลือกไปจับคู่และทำการครอสโอเวอร์

3. ถ้ามีสตริงคำตอบที่มีค่า r น้อยกว่า P_C เป็นจำนวนเลขคี่ให้ทำการปรับจำนวนให้เป็นเลขคู่ โดย ถ้าเป็นจำนวนเลขคี่ซึ่งมีค่าระหว่าง 1 ถึง Popsize ให้ทำการสุ่มตัวเลข 0 หรือ 1 ขึ้นมา 1 ตัว ถ้าสุ่มได้เลข 1 ให้เพิ่มสตริงคำตอบเข้าไปอีก 1 ตัว โดยเป็นเลข 0 ให้ตัดสตริงคำตอบทิ้ง 1 ตัว แต่ถ้าจำนวนสตริงคำตอบที่สุ่มได้มีค่าเท่ากับ 1 ให้ใช้วิธีเพิ่มสตริงเข้าไปอีก 1 ตัวและถ้าสตริงคำตอบที่ได้มีจำนวนเท่ากับ Popsize ซึ่งเป็นจำนวนเลขคี่ ให้ตัดสตริงคำตอบที่ได้ลง 1 ตัว

4. ถ้าไม่มีสตริงคำตอบตัวใดที่มีค่าน้อยกว่า P_C ให้เริ่มทำข้อ 1 และ 3 อีกครั้ง

7.2 การครอสโอเวอร์

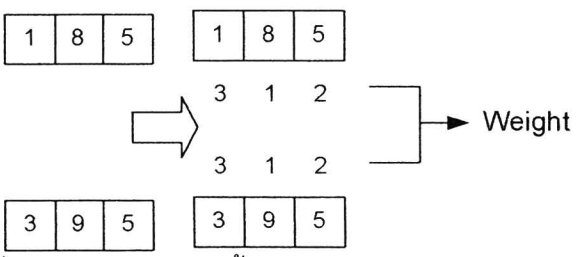
สตริงคำตอบที่เตรียมไว้จะถูกนำมาผ่านกระบวนการครอสโอเวอร์ เป็นการนำ วิธี Weight Mapping Crossover (WMX) เข้ามาช่วยในการครอสโอเวอร์

ขั้นแรกจะทำการเลือกคู่สตริงพ่อแม่ (Parent) ขึ้นมา จากนั้นทำการเลือกตำแหน่งที่จะทำการครอสโอเวอร์อย่างสุ่มที่อยู่ในช่วง [1, m] โดยที่ m คือความยาวของสตริง ขอบเขตของการครอสโอเวอร์อยู่ในช่วงเครื่องหมาย " | "

Parent 1 = [4 2 |1 8 5| 7 11 3 9 6 10]

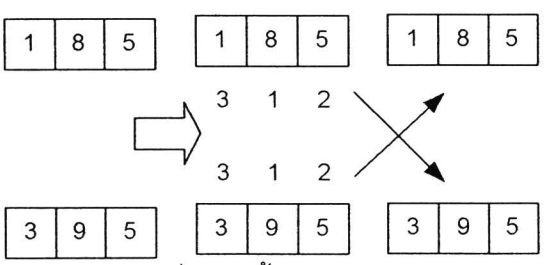
Parent 2 = [10 2 |3 9 5| 4 11 6 1 8 7]

ทำการสลับค่าระหว่างสตริงที่อยู่ในช่วง " | " จากตำแหน่งที่สุ่มในช่วง [3, 5] นำค่าที่อยู่ในช่วง " | " ทั้งพ่อแม่มากำหนดค่าน้ำหนัก (Weight) ของยีน ซึ่งยีนตำแหน่งไหนมีหมายเลขยีนที่สูงสุดจะกำหนดให้มีค่าน้ำหนัก (Weight) เท่ากับ 1 และหมายเลขถัดไปจะมีค่าน้ำหนัก (Weight) เท่ากับ 2



รูปที่ 4.4 การกำหนดค่าน้ำหนักให้แก่สตริงคำตอบพ่อและแม่

ทำการสลับคู่ของค่าน้ำหนัก เพื่อทำการแลกเปลี่ยนโครโมโซมกัน โดยการสลับค่าสตริงพ่อแม่ (Parent) โดยทำการสลับค่าน้ำหนักจะทำการปรับเปลี่ยนค่าในโครโมโซมให้มีค่าตรงตามค่าน้ำหนัก



รูปที่ 4.5 การแลกเปลี่ยนค่าน้ำหนักของสตริงคำตอบของพ่อแม่

สตริงที่ได้จะทำการแทนค่ากลับในช่วงที่ทำการสุ่มมาได้สตริงคำตอบในรุ่นลูก

Parent 1 = [4 2 |1 8 5| 7 11 3 9 6 10]

Parent 2 = [10 2 |3 9 5| 4 11 6 1 8 7]

จะได้

Offspring 1 = [4 2 |1 8 5| 7 11 3 9 6 10]

Offspring 2 = [10 2 |3 9 5| 4 11 6 1 8 7]

7.3 การซ่อมแซมคำตอบ (Repair Method)

สตริงคำตอบที่ได้จากการครอสโอเวอร์จะเป็นสตริงค่าของสิทธิในการเลือกงานจึงทำให้ไม่ต้องมีการซ่อมแซมคำตอบ

8. มิวเตชัน (Mutation)

การมิวเตชันคือวิธีการสลับตำแหน่งของค่าภายในสตริงคำตอบตัวเดียว โดยจะใช้วิธีการแบบ Reciprocal Exchange Mutation ซึ่งสตริงที่ได้จะต้องไม่ขัดกับหลักความสัมพันธ์ตามลำดับก่อนและหลังของงาน แต่เนื่องจากสตริงคำตอบที่ใช้เป็นสตริงคำตอบค่าสิทธิในการเลือกงาน (String Priority) จึงไม่ต้องกังวลเรื่องหลักความสัมพันธ์

โดยจะทำการสุ่มค่า r ซึ่งมีค่าระหว่าง [0,1] ให้กับสตริงคำตอบทุกตัวใน Mating Pool จากนั้นทำการเลือกเฉพาะสตริงที่มีค่า r ที่น้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นในการมิวเตชัน (P_m) เมื่อได้สตริงตัวที่จะทำการมิวเตชันแล้ว ทำการสุ่มตำแหน่งที่จะทำการมิวเตชันมา 2 ตำแหน่ง จากตัวอย่างทำการสุ่มได้เลข 2 และ 7 จากนั้นทำการสลับตำแหน่งของตัวเลขทั้งสอง

8	2	11	4	9	6	5	1	7	10	3

8	5	11	4	9	6	2	1	7	10	3

รูปที่ 4.6 วิธี Reciprocal Exchange Mutation

9. การรวมประชากร (Combination Population)

รวมประชากรคำตอบรุ่นพ่อแม่ที่ได้รับการปรับปรุงคำตอบด้วยฮิวริสติกแบบการค้นหาเฉพาะที่ และประชากรคำตอบรุ่นลูกที่ได้รับการปรับปรุงจากการค้นหาเฉพาะที่เช่นเดียวกัน

10. การเลือกประชากร (Selection Next Population)

คัดเลือกประชากรคำตอบสำหรับเจนเนอเรชันถัดไปจากการรวมประชากรคำตอบโดยใช้หลักการ Non-dominated Sorting และ Crowding Distance ประชากรคำตอบที่มีอันดับหนึ่งจะมีโอกาสได้รับเลือกไปเป็นประชากรคำตอบในเจอเนอเรชันถัดไปสูงเป็นอันดับแรก และมีโอกาสลดหลั่นลงมาตามอันดับที่ ถ้าจำนวนประชากรคำตอบในอันดับใดมีจำนวนน้อยกว่าจำนวน

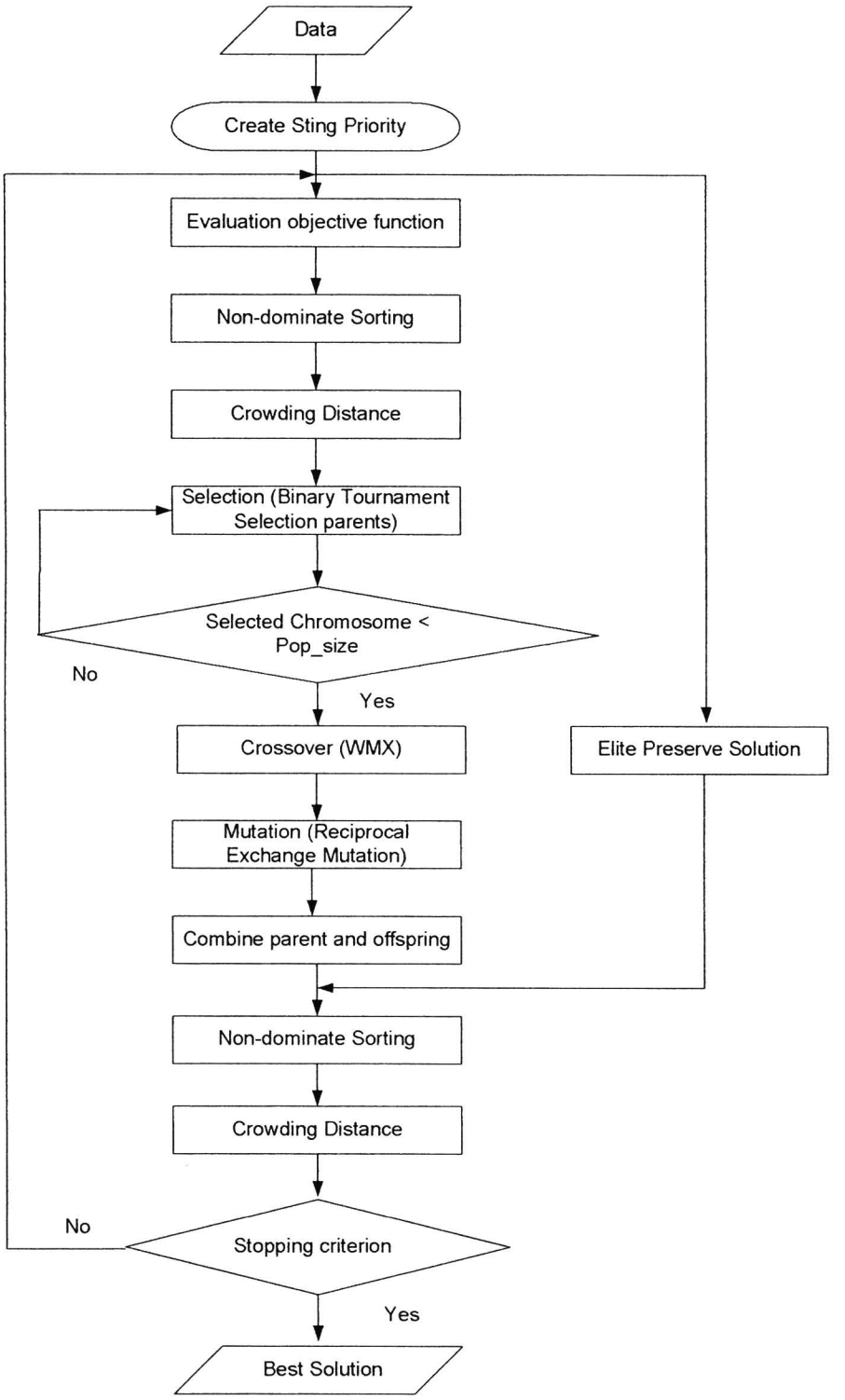
ประชากรคำตอบที่เหลืออยู่ จะคัดเลือกประชากรคำตอบโดยการพิจารณา Crowding Distance ที่มีค่ามาก และดำเนินการในขั้นตอนนี้จนกระทั่งครบจำนวน Popsize ตัว

11. **เทคนิคการเก็บค่าที่ดีที่สุด** (Strategies to Maintain Elitist Solution in the Population)

เมื่อได้กลุ่มคำตอบที่ดีที่สุดตามข้อ 11 แล้วทำการเก็บสตริงคำตอบที่ได้ไว้เพื่อใช้ในการเปรียบเทียบคำตอบที่ได้ทุกเจนเนอเรชันต่อๆ ไป โดยคำตอบที่ได้นี้จะนำไปเปรียบเทียบกับรุ่นพ่อแม่ ด้วย Non-dominated Sorting ในการหาค่าคำตอบที่ดีที่สุด เพื่อทำการเก็บค่าและนำใช้ในรอบต่อไป

12. **สิ้นสุดกระบวนการ** (Stopping Criteria)

เมื่อการคำนวณตามขั้นตอนครบแล้ว ดูว่าครบตามจำนวนเจนเนอเรชันที่กำหนดหรือไม่ ถ้าไม่ครบให้วนใหม่ซ้ำอีกจนกว่าจะครบตามเจนเนอเรชันที่กำหนด เมื่อครบกำหนดแล้วจึงนำคำตอบที่ได้จากการเก็บค่าที่ดีที่สุดมาเป็นคำตอบที่ดีที่สุด



รูปที่ 4.7 ขั้นตอนการทำงานของ Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm II (NSGA-II)

4.3 ตัวอย่างการนำวิธี NSGA-II อัลกอริทึมไปใช้ในการแก้ปัญหาสมดุลสายการประกอบลักษณะตัวยูที่มีสถานีงานแบบขนาน

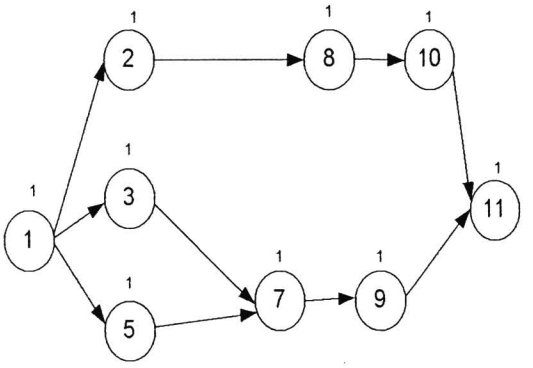
จากที่ได้นำเสนอขั้นตอน NSGA-II มาทั้งหมด สามารถนำมาทดลองใช้แก้ปัญหาตัวอย่าง ซึ่งเป็นสายการประกอบตัวยูที่มีสถานีงานแบบขนานของปัญหา Jackson (1956) มีงานทั้งหมด 11 งาน จำนวนชนิดของผลิตภัณฑ์ 3 ชนิด ได้แก่ A, B และ C มีรอบเวลาในการทำงานในแต่ละสถานีงานเท่ากับ 6 ซึ่งมีความสัมพันธ์ของแต่ละงานดังนี้

4.3.1 การเตรียมข้อมูล (Data Input)

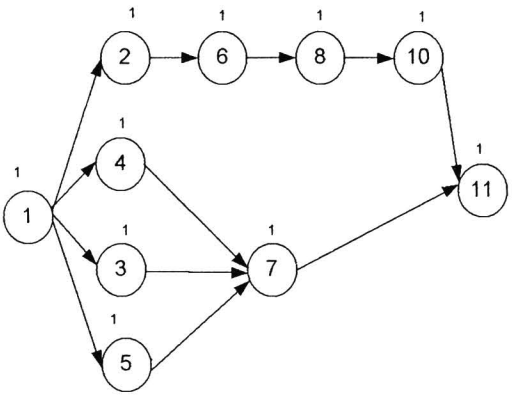
4.3.1.1 พารามิเตอร์ที่เหมาะสมของ NSGA-II ที่ใช้ในตัวอย่าง

1. ประชากรเบื้องต้นที่ใช้ในตัวอย่างมีจำนวน 5 ตัว
2. วิธีการครอสโอเวอร์จะใช้วิธี Weight Mapping Crossover (WMX)
3. ค่าความน่าจะเป็นในการครอสโอเวอร์ที่กำหนดจะมีค่าเท่ากับ 0.7
4. วิธีการมิวเตชันจะใช้วิธี Reciprocal Exchange Mutation
5. ค่าความน่าจะเป็นในการมิวเตชันที่กำหนดจะเท่ากับ 0.3

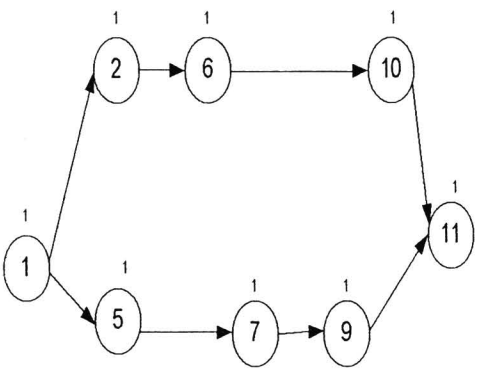
4.3.1.2 การสร้างแผนภาพความสัมพันธ์รวม (Combined Relations Precedence Diagram) แสดงได้ดังรูป 4.8



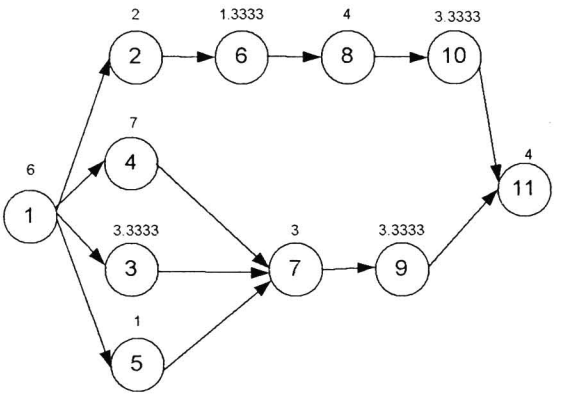
แผนภาพความสัมพันธ์ของผลิตภัณฑ์ A



แผนภาพความสัมพันธ์ของผลิตภัณฑ์ B



แผนภาพความสัมพันธ์ของผลิตภัณฑ์ C



แผนภาพความสัมพันธ์ของผลิตภัณฑ์รวม A, B, C

รูปที่ 4.8 การสร้างแผนภาพความสัมพันธ์รวม (Combined Relations Precedence Diagram) ของปัญหาตัวอย่างขนาด 11 ขั้นงานของ Jackson (1956)

4.3.1.2 การหาเวลาทำงานเฉลี่ยในแต่ละขั้นงาน จากปัญหาตัวอย่างขนาด 11 ขั้นงานของ Jackson (1956) ได้ทำการประยุกต์เวลาการทำงานจากเดิมงานที่ 4 มีเวลาการทำงานของผลิตภัณฑ์ B เท่ากับ 7 และผลิตภัณฑ์ A, C มีค่าเท่ากับ 0 เนื่องจากเวลาการทำงานของผลิตภัณฑ์ B เกินรอบเวลาในการทำงานในแต่ละสถานี (Cycle Time = 6) งานที่ 4 จึงสามารถมีสถานีขนานได้ จึงทำการปรับค่าเวลาการทำงานของผลิตภัณฑ์ในงานที่ 4 จากเดิมที่มีเวลาการทำงานของผลิตภัณฑ์ A เท่ากับ 7 ผลิตภัณฑ์ B เท่ากับ 0 และผลิตภัณฑ์ C เท่ากับ 0 ให้มีเวลาการทำงานของผลิตภัณฑ์ที่สูงที่สุดคือ 7 ทั้งหมด ดังนั้นงานที่ 4 จะมีเวลาการทำงานของผลิตภัณฑ์ A, B และ C เท่ากับ 7 จากนั้นจึงทำการจัดงานลงสถานีงานโดยจะใช้ค่าเฉลี่ยเวลาการ

ทำงานของผลิตภัณฑ์ทั้งหมดจากเวลาที่ได้ทำการปรับแล้ว (Modified Time Model) ดังตาราง สามารถแสดงได้ดังตารางที่ 4.3

ตารางที่ 4.3 เวลาในการผลิตสินค้าชนิด A, B และ C ในแต่ละขั้นงาน

Task	Time Model (Jackson, 1956)			Modified Time Model			สถานีงาน ขนาน	Mean
	A	B	C	A	B	C		
1	6	6	6	6	6	6	-	6.0000
2	2	2	2	2	2	2	-	2.0000
3	5	5	0	5	5	0	-	3.3333
4	***0***	***7***	***0***	***7***	***7***	***7***	***1***	***7***
5	1	1	1	1	1	1	-	1.0000
6	0	2	2	0	2	2	-	1.3333
7	3	3	3	3	3	3	-	3.0000
8	6	6	0	6	6	0	-	4.0000
9	5	0	5	5	0	5	-	3.3333
10	5	5	0	5	5	0	-	3.3333
11	4	4	4	4	4	4	-	4.0000

4.3.1.3 สร้างตาราง Precedence Matrix Font และ Precedence Matrix Back จากแผนภาพความสัมพันธ์รวม รูปที่ 4.8 จะได้ดังตารางที่ 4.4 และ 4.5

ตารางที่ 4.4 ความสัมพันธ์ของขั้นงานในการทำงานข้างหน้า (Precedence Matrix Font)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

ตารางที่ 4.5 ความสัมพันธ์ของขั้นงานในการทำงานข้างหลัง (Precedence Matrix Back)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0

4.3.2 การสร้างสตริงคำตอบเบื้องต้น

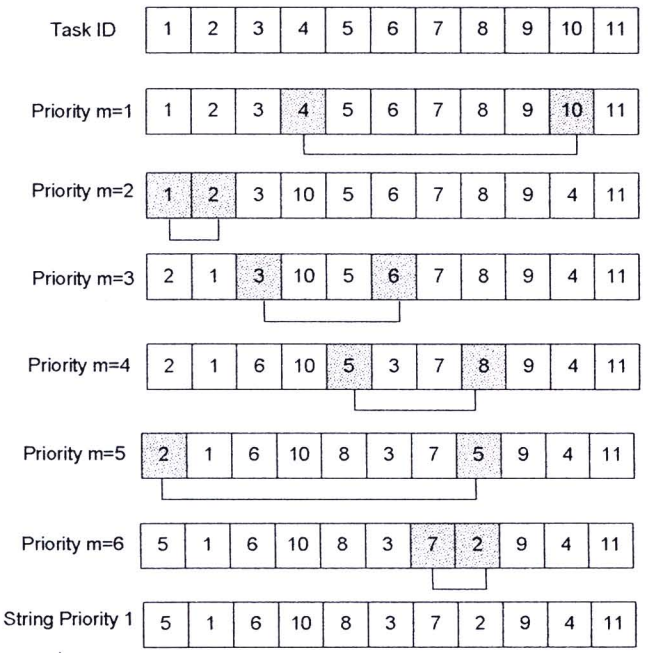
การสร้างสตริงคำตอบเบื้องต้นใช้วิธีสุ่มสตริงคำตอบ โดยการกำหนดค่าสิทธิในการเลือกงาน (Priority) โดยจะมีขั้นตอนวิธีแบบสุ่มดังนี้

- ใส่ค่าสิทธิในการเลือกงาน (Input the priority number) โดยเริ่มแรกให้มีค่าเท่ากับ-ขั้นงาน

Task ID	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Priority	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

รูปที่ 4.9 การสร้างกำหนดค่าสิทธิในการเลือกงาน (Priority) เริ่มต้น

- สุ่มตำแหน่ง 2 จุด เพื่อทำการสลับ จำนวนครั้งในการทำการสลับตำแหน่งเท่ากับจำนวนครึ่งหนึ่งของงานหรือ $m/2 = 11/2 \approx 6$ กำหนดให้ m ขั้นงานทั้งหมด



สำนักงานคณะกรรมการวิจัยแห่งชาติ ห้องสมุดงานวิจัย

รูปที่ 4.10 สตริงกำหนดค่าสิทธิในการเลือกงาน (Priority)

จะได้สตริงคำตอบค่าสิทธิในการเลือกขั้นงานเท่ากับ 5 สตริงคำตอบ ดังนี้

String Priority 1 = [5 1 6 10 8 3 2 7 9 4 11]

String Priority 2 = [10 2 3 9 5 4 11 6 1 8 7]

String Priority 3 = [1 11 3 4 2 6 5 8 10 9 7]

String Priority 4 = [8 2 11 4 9 6 5 1 7 10 3]

String Priority 5 = [4 2 1 8 5 7 11 3 9 6 10]

4.3.3 การสร้างสตริงคำตอบเบื้องต้น

จากสตริงคำตอบค่าสิทธิในการเลือกขั้นงานทั้ง 5 ตัว ยังไม่สามารถนำไปจัดลงสถานีงานได้ ต้องทำการแปลงสตริงคำตอบเป็นลำดับงาน โดยพิจารณาว่ามีขั้นงานใดที่สามารถเลือกทำได้ลงในตำแหน่งข้างหน้างาน (Forward Work) และตำแหน่งข้างหลังงาน (Backward Work) ก่อนโดยไม่ผิดความสัมพันธ์ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

สตริงคำตอบที่ 1: ลำดับงานที่ 1

1. ทำการเลือกงานจากความสัมพันธ์ของขั้นงานในการทำงานข้างหน้า (Precedence Matrix Font) ในตารางที่ 4.4 และความสัมพันธ์ของขั้นงานในการทำงานข้างหลัง (Precedence Matrix Back) ในตารางที่ 4.5 ที่มีผลรวมของคอลัมน์เท่ากับ 0 พบว่าขั้นงานที่ไม่มีงานก่อนหน้าในตารางที่ 4.4 คือขั้นงานที่ 1 และในตารางที่ 4.5 คืองานที่ 11 เป็นขั้นงานทีสามารถเลือกได้

2. ขั้นงานที่สามารถเลือกลงลำดับงานที่ 1 ได้คือขั้นงานที่ 1 และ 11 พิจารณาค่าสิทธิในการเลือกงานจากสตริงคำตอบที่ 1 ตามตำแหน่งของงานที่สามารถเลือกได้ พบว่า ค่าสิทธิในการเลือกงานของขั้นงานที่ 1 และ 11 มีค่าเท่ากับ 5 และ 11 ตามลำดับ ทำการเลือกขั้นงานที่มีสิทธิในการเลือกงานมากที่สุดคือขั้นงานที่ 11

3. ปรับปรุงตารางของขั้นงานในการทำงานข้างหน้า (Precedence Matrix Font) โดยทำการเปลี่ยนเป็น 0 ในแถวที่ 11 ทั้งแถว และให้คอลัมน์ที่ 11 เป็น 1 ทั้งหมด ส่วนในตารางความสัมพันธ์ของขั้นงานในการทำงานข้างหลัง (Precedence Matrix Back) ทำการเปลี่ยนให้คอลัมน์ที่ 11 เป็น 1 ทั้งหมดและในแถวที่ 11 ให้เปลี่ยนเป็น 0 ทั้งแถว

ตารางที่ 4.6 ความสัมพันธ์ของขั้นงานในการทำงานข้างหน้า (Precedence Matrix Font) ทำการปรับปรุงครั้งที่ 1

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	***1***
2	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	***1***
3	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	***1***
4	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	***1***
5	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	***1***
6	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	***1***
7	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	***1***
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	***1***
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***1***
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***1***
11	***0***	***0***	***0***	***0***	***0***	***0***	***0***	***0***	***0***	***0***	***1***

ตารางที่ 4.7 ความสัมพันธ์ของขั้นงานในการทำงานข้างหลัง (Precedence Matrix Back) ทำการปรับปรุงครั้งที่ 1

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***1***
2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***1***
3	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***1***
4	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***1***
5	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	***1***
6	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	***1***
7	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	***1***
8	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	***1***
9	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	***1***
10	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	***1***
11	***0***	***0***	***0***	***0***	***0***	***0***	***0***	***0***	***0***	***0***	***1***

4. จะได้สตริงคำตอบที่ 1 ในลำดับงานที่ 1 คือ 11

สตริงคำตอบที่ 1: ลำดับงานที่ 2

1. ทำการเลือกงานจากความสัมพันธ์ของขั้นงานในการทำงานข้างหน้า (Precedence Matrix Font) ที่ทำการปรับปรุงครั้งที่ 1 ในตารางที่ 4.6 และความสัมพันธ์ของขั้นงานในการทำงานข้างหลัง (Precedence Matrix Back) ในตารางที่ 4.7 ที่มีผลรวมของคอลัมน์เท่ากับ 0 พบว่าขั้นงานที่ไม่มีงานก่อนหน้าในตารางที่ 4.6 คือขั้นงานที่ 1 และในตารางที่ 4.7 คือ งานที่ 9 และ 10 เป็นขั้นงานทีสามารถเลือกได้

2. ขั้นงานที่สามารถเลือกลงลำดับงานที่ 2 ได้คือขั้นงานที่ 1, 9 และ 10 พิจารณาค่าสิทธิในการเลือกงานจากสตริงคำตอบที่ 1 ตามตำแหน่งของงานที่สามารถเลือกได้ พบว่า ค่าสิทธิในการเลือกงานของขั้นงานที่ 1, 9 และ 10 มีค่าเท่ากับ 5, 9 และ 4 ตามลำดับ ทำการเลือกขั้นงานที่มีสิทธิในการเลือกงานมากที่สุดคือขั้นงานที่ 9

3. ปรับปรุงตารางของขั้นงานในการทำงานข้างหน้า (Precedence Matrix Font) โดยทำการเปลี่ยนเป็น 0 ในแถวที่ 9 ทั้งแถว และให้คอลัมน์ที่ 9 เป็น 1 ทั้งหมด ส่วนในตารางความสัมพันธ์ของขั้นงานในการทำงานข้างหลัง (Precedence Matrix Back) ทำการเปลี่ยนให้คอลัมน์ที่ 9 เป็น 1 ทั้งหมดและในแถวที่ 9 ให้เปลี่ยนเป็น 0 ทั้งแถว

ตารางที่ 4.8 ความสัมพันธ์ของขั้นงานในการทำงานข้างหน้า (Precedence Matrix Font) ทำการปรับปรุงครั้งที่ 2

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	0	1	1	1	1	0	0	0	***1***	0	1
2	0	0	0	0	0	1	0	0	***1***	0	1
3	0	0	0	0	0	0	1	0	***1***	0	1
4	0	0	0	0	0	0	1	0	***1***	0	1
5	0	0	0	0	0	0	1	0	***1***	0	1
6	0	0	0	0	0	0	0	1	***1***	0	1
7	0	0	0	0	0	0	0	0	***1***	0	1
8	0	0	0	0	0	0	0	0	***1***	1	1
9	***0***	***0***	***0***	***0***	***0***	***0***	***0***	***0***	***1***	***0***	***0***
10	0	0	0	0	0	0	0	0	***1***	0	1
11	0	0	0	0	0	0	0	0	***1***	0	1

ตารางที่ 4.9 ความสัมพันธ์ของขั้นงานในการทำงานข้างหลัง (Precedence Matrix Back) ทำการปรับปรุงครั้งที่ 2

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	0	0	0	0	0	0	0	0	***1***	0	1
2	1	0	0	0	0	0	0	0	***1***	0	1
3	1	0	0	0	0	0	0	0	***1***	0	1
4	1	0	0	0	0	0	0	0	***1***	0	1
5	1	0	0	0	0	0	0	0	***1***	0	1
6	0	1	0	0	0	0	0	0	***1***	0	1
7	0	0	1	1	1	0	0	0	***1***	0	1
8	0	0	0	0	0	1	0	0	***1***	0	1
9	***0***	***0***	***0***	***0***	***0***	***0***	***0***	***0***	***1***	***0***	***0***
10	0	0	0	0	0	0	0	1	***1***	0	1
11	0	0	0	0	0	0	0	0	***1***	0	1

4. จะได้สตริงคำตอบที่ 1 ในลำดับงานที่ 2 คือ 11, 9

ทำซ้ำขั้นตอนเดิมจนกระทั่งงานทุกงานถูกกำหนดลงในสตริงคำตอบของลำดับขั้นงานโดยสามารถสรุปเป็นตารางการคัดเลือกของลำดับขั้นงานที่ 1 ได้ดังนี้

ตารางที่ 4.10 การคัดเลือกลำดับขั้นงานที่ 1

No	ลำดับขั้นงานข้างหน้า	ลำดับขั้นงานข้างหลัง	Selected
1	1	11	11
2	1	9, 10	9
3	1	7, 10	1
4	2, 3, 4, 5	7, 10	4
5	2, 3	7, 10	5
6	2, 7	7, 10	3
7	2, 7	7, 10	10
8	2, 7	7, 8	8
9	2, 7	6, 7	6
10	2, 7	7	7
11	2	2	2

ลำดับขั้นงานในการทำงานโดยใช้วิธีการข้างต้น จะได้สตริงลำดับงานทั้ง 5 ตัวมีดังนี้

Task Sequence 1 = [11 9 1 4 5 3 10 8 6 7 2]

Task Sequence 2 = [1 4 11 10 8 5 6 3 7 2 9]

Task Sequence 3 = [11 9 10 8 6 2 7 4 3 5 1]

Task Sequence 4 = [1 3 5 4 7 9 11 10 2 6 8]

Task Sequence 5 = [11 9 7 4 10 5 1 8 6 2 3]

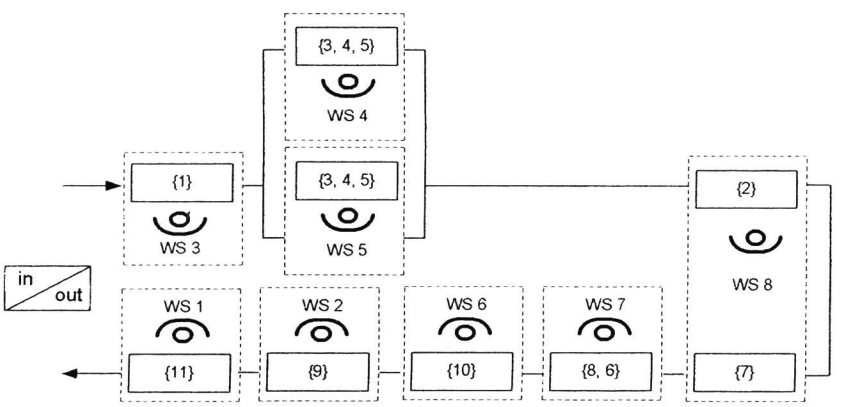
จากลำดับงานที่ 1 จะทำการจัดลงสถานีงาน เพื่อคำนวณหาค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์ โดยมีรอบเวลาในการทำงาน (Cycle Time) เท่ากับ 6 วิธีการจัดสรรงานลงในสถานีงานนั้นจะต้องพิจารณาว่ามีขั้นงานใดที่สามารถมีสถานีงานแบบขนานได้ จากตารางที่ 4.3 พบว่างานที่ 4 สามารถจัดเป็นสถานีงานแบบขนานได้ 1 สถานีเนื่องจากเวลาการทำงานของงานที่ 4 มีเวลาการทำงานเท่ากับ 7 ซึ่งเกินรอบเวลาการทำงานที่กำหนด (Cycle Time) จึงทำการเพิ่มสถานีงานอีก 1 สถานี (สถานีงานแบบขนาน) เมื่อสถานีงานนั้นมีงานที่ 4 ทำงานอยู่ในสถานี (ในที่นี้จะกำหนดให้สถานีการทำงานไม่เกิน 2 สถานีงานเมื่อรวมกับสถานีงานที่เป็นแบบขนาน) และจะมีรอบเวลาการทำงานเท่ากับ 12 โดยจะทำการจัดสรรสถานีงานได้ดังนี้

ตารางที่ 4.11 การคัดเลือกลงสถานีงานของสตริงคำตอบที่ 1

ขั้นงาน	เวลางานเฉลี่ย	เวลาเริ่มการทำงาน	เวลารวม	สถานีงานที่	Cycle Time
11	4	0	4	1	6
9	3.3333	4	7.3333	เกินเวลา	
9	3.3333	0	3.3333	2	6
1	6	3.3333	9.3333	เกินเวลา	
1	6	0	6	3	6
*4**	7	0	7	4	12
5	1	7	8	4	
3	3.3333	8	11.3333	4	
10	3.3333	11.3333	14.6666	เกินเวลา	
10	3.3333	0	3.3333	5	6
8	4	3.3333	7.3333	เกินเวลา	
8	4	0	4	6	6
6	1.3333	4	5.3333	6	
7	3	5.3333	8.3333	เกินเวลา	
7	3	0	3	7	6
2	2	2	5	7	

**เนื่องจากงานที่ 4 สามารถมีสถานีงานขนานได้ 1 สถานีงาน Cycle Time จะเท่ากับ 12*

จากตารางที่ 4.11 จะได้สถานีงานทั้งหมด 8 สถานีงาน (มี 1 สถานีงานเป็นสถานีขนาน) ดังรูปที่ 4.11



รูปที่ 4.11 สายการประกอบตัวยูที่มีสถานีงานขนานของสตริงคำตอบที่ 1

เมื่อจัดขั้นงานลงสถานีงาน จึงทำการคำนวณหาค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์ ในงานวิจัยนี้จะทำการหาค่าวัตถุประสงค์ทั้งหมด 3 วัตถุประสงค์ คือ จำนวนสถานีงานมีจำนวนน้อยที่สุด ความสมดุลระหว่างสถานีงานและความสมดุลภายในสถานีงาน ดังนี้

กำหนดให้

LL คือ จำนวนสถานีงานทั้งหมด (รวมสถานีงานขนานด้วย)

M คือ จำนวนผลิตภัณฑ์

D_m คือ ความต้องการของผลิตภัณฑ์ m

q_m คือ อัตราส่วนของผลิตภัณฑ์ m ในสายการประกอบ

$$q_m = \frac{D_m}{\sum_{m=1}^{M} D_m} \;;0 \le q_m \le 1 \; and \; \sum_{m=1}^{M} q_m = 1$$

s_{km} คือ เวลาว่างงานของผลิตภัณฑ์ m ในสถานีงาน k

IT คือ เวลาว่างงานเฉลี่ยของสายการประกอบ $IT = \sum_{k=1}^{LL}\sum_{m=1}^{M} q_m s_{km}$

S_{km} คือ สัดส่วนของเวลาว่างงานในสถานีงาน k ในผลิตภัณฑ์ m

$$S_{km} = \begin{cases} 0 & if \sum_{m=1}^{M} q_m s_{km} \\ \dfrac{q_m s_{km}}{\sum_{m=1}^{M} q_m s_{km}}, & ortherwise \end{cases}$$

1. จำนวนสถานีงานน้อยที่สุดน้อยที่สุด

$$f_1(X) = Minimum \; N_w \tag{4.4}$$

2. ความสมดุลระหว่างสถานีงาน

$$f_2(X) = Minimum \; B_b = \frac{LL}{LL-1}\sum_{k=1}^{LL}\left[\frac{\sum_{m=1}^{M} q_m s_{km}}{IT} - \frac{1}{LL}\right]^2 \tag{4.5}$$

3. ความสมดุลภายในสถานีงาน

$$f_3(X) = Minimum \; B_w = \frac{M}{LL(M-1)}\sum_{k=1}^{LL}\sum_{m=1}^{M}\left(S_{km} - \frac{1}{M}\right)^2 \tag{4.6}$$

สตริงคำตอบที่ 1 จะมีสถานีงานทั้งหมดเท่ากับ 8

$$f_1(X) = Minimum \; N_w = 8$$

ความสมดุลระหว่างสถานีงานในวัตถุประสงค์ที่ 2 มีวิธีการคำนวณดังนี้

ค่า LL จะมีค่าเท่ากับ $N_w = 8$

กำหนดให้ค่า D_m มีค่าเท่ากับ $D_A = 1,\ D_B = 1,\ D_C = 1$

ค่า q_m มีวิธีการคำนวณดังนี้

ผลิตภัณฑ์ A $\quad q_A = \dfrac{1}{(1+1+1)} = 0.3333$

ผลิตภัณฑ์ B $\quad q_B = \dfrac{1}{(1+1+1)} = 0.3333$

ผลิตภัณฑ์ C $\quad q_C = \dfrac{1}{(1+1+1)} = 0.3333$

ค่า s_{km} เป็นการหาเวลาว่างงานในสถานีงานแต่ละผลิตภัณฑ์สามารถหาได้ดังนี้

ตารางที่ 4.12 ตารางการหาค่า s_{km}

สถานีงาน	งาน	Cycle Time	s_{km}			$q_m s_{km}$			$\sum_{m=1}^{M} q_m s_{km}$
			A	B	C	A	B	C	
1	11	6	2	2	2	0.6666	0.6666	0.6666	1.9998
2	9	6	1	0	1	0.3333	0	0.3333	0.6666
3	1	6	0	0	0	0	0	0	0
4	3, 4, 5	12	0	0	4	0	0	1.3332	1.3332
5	10	6	1	1	0	0.3333	0.3333	0	0.6666
6	8, 6	6	0	0	4	0	0	1.3332	1.3332
7	7, 2	6	1	1	1	0.3333	0.3333	0.3333	0.9999

ค่า $IT = \sum_{k=1}^{LL}\sum_{m=1}^{M} q_m s_{km}$

$= \left[1.9998 + 0.6666 + 0 + 1.3332 + 0.6666 + 1.3332 + 0.9999\right] = 6.9993$

ค่า $\left[\dfrac{\sum_{m=1}^{M} q_m s_{km}}{IT} - \dfrac{1}{LL}\right]^2$ ทุกสถานีงาน

สถานีงานที่ 1 : $\left[\dfrac{1.9998}{6.9993} - \dfrac{1}{8}\right]^2 = 0.0258$

สถานีงานที่ 2 : $\left[\dfrac{0.6666}{6.9993} - \dfrac{1}{8}\right]^2 = 0.0009$

สถานีงานที่ 3 : $\left[\frac{0}{6.9993}-\frac{1}{8}\right]^2 = 0.0156$

สถานีงานที่ 4 : $\left[\frac{1.3332}{6.9993}-\frac{1}{8}\right]^2 = 0.0043$

สถานีงานที่ 5 : $\left[\frac{0.6666}{6.9993}-\frac{1}{8}\right]^2 = 0.0009$

สถานีงานที่ 6 : $\left[\frac{1.3332}{6.9993}-\frac{1}{8}\right]^2 = 0.0043$

สถานีงานที่ 7 : $\left[\frac{0.9999}{6.9993}-\frac{1}{8}\right]^2 = 0.0003$

ดังนั้น $\sum_{k=1}^{LL}\left[\frac{\sum_{m=1}^{M} q_m s_{km}}{IT}-\frac{1}{LL}\right]^2 = 0.0521$

ดังนั้นค่าวัตถุประสงค์ที่ 2 จะมีค่าเท่ากับ

$$B_b = \frac{8}{8-1}\times 0.0521 = 0.0596$$

$$f_2(X) = Minimum\ B_b = 0.0596$$

ความสมดุลภายในสถานีงานในวัตถุประสงค์ที่ 3 มีวิธีการคำนวณดังนี้

ตารางที่ 4.13 ตารางการคำนวณค่า B_w

สถานีงาน	งาน	$\left(S_{km}-\frac{1}{M}\right)^2$			Total
		A	B	C	
1	11	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2	9	0.0278	0.1111	0.0278	0.1667
3	1	0.1111	0.1111	0.1111	0.3333
4	3, 4, 5	0.1111	0.1111	0.4444	0.6667
5	10	0.0278	0.0278	0.1111	0.1667
6	8, 6	0.1111	0.1111	0.4444	0.6667
7	7, 2	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

ดังนั้นค่าวัตถุประสงค์ที่ 3 จะมีค่าเท่ากับ

$$B_w = \frac{3}{8(3-1)} \times (0 + 0.1667 + 0.3333 + 0.6667 + 0.1667 + 0.6667 + 0)$$

$$f_3(X) = Minimum\ B_w = 0.3750$$

จากสตริงลำดับงานที่ 1 จะได้

1. Task Sequence 1 = [11 9 1 4 5 3 10 8 6 7 2]

2. มีจำนวนสถานีงานทั้งหมด 8 สถานีงาน (รวม 1 สถานีงานขนาน) มีลำดับงานขั้นในแต่ละสถานี และเวลาการทำงานดังนี้

ตารางที่ 4.14 สถานีงานในสตริงคำตอบที่ 1

สถานีงาน	งานในสถานี	เวลาในการทำงานในสถานี
1	11	4
2	9	3.3333
3	1	6
4 (มีสถานีงานขนาน)	3, 4, 5	11.3333
5	10	3.3333
6	6, 8	5.3333
7	2, 7	5

3. ความสมดุลระหว่างสถานีงานมีค่าเท่ากับ 0.0596

4. ความสมดุลภายในสถานีงานมีค่าเท่ากับ 0.3750

วัตถุประสงค์ของลำดับขั้นงานที่ได้จากสตริงคำตอบทั้ง 5 ตัวมีดังนี้

ตารางที่ 4.15 ค่าจากการคำนวณวัตถุประสงค์ทั้ง 3 วัตถุประสงค์

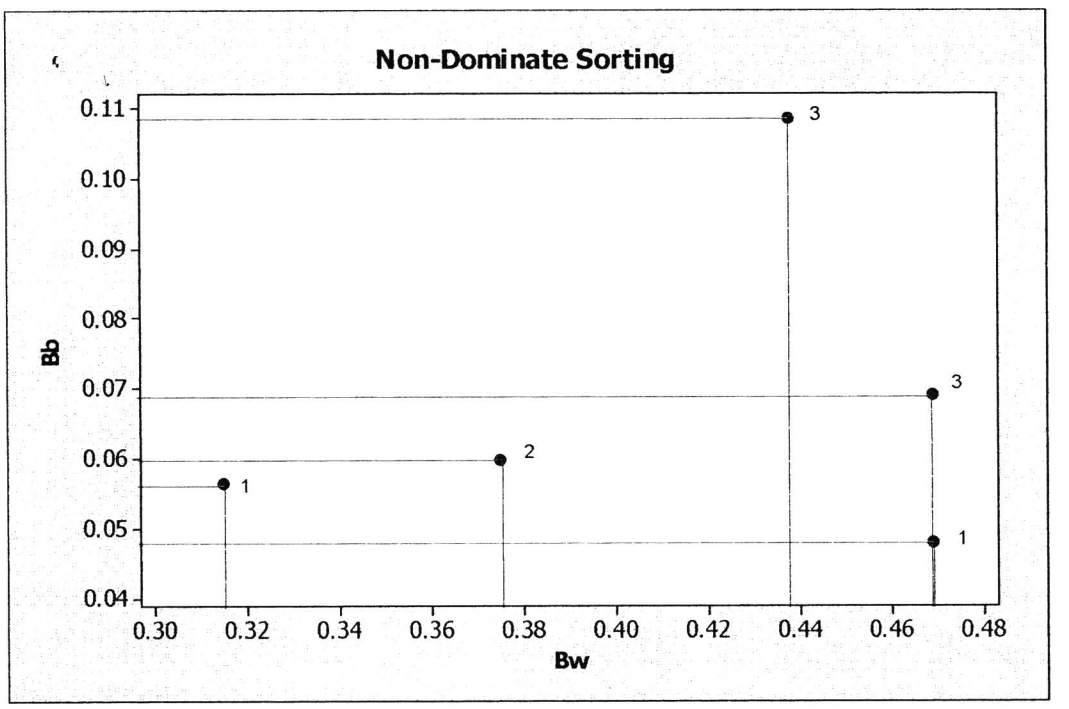
สตริงคำตอบที่	จำนวนสถานีงาน	ความสมดุลระหว่างสถานีงาน	ความสมดุลภายในสถานีงาน
1	8	0.0596	0.3750
2	8	0.0564	0.3150
3	8	0.1084	0.4375
4	8	0.0689	0.4688
5	8	0.0478	0.4688

4.3.4 การประเมินค่า

การกำหนดค่าความแข็งแรง (Fitness Value) ให้กับสตริงคำตอบจะใช้วิธีการจัดอันดับแบบ Goldberg (1989) โดยค่าอันดับที่ได้นี้จะเป็นค่าความแข็งแรงไม่แท้จริง (Dummy Fitness Value) ในขั้นตอนนี้จะได้เส้นขอบเขตกลุ่มคำตอบที่ดี (Frontier) ออกมาหลายกลุ่มตามค่า Dummy Fitness ซึ่งมีการประเมินค่าดังนี้

ขั้นที่ 1 จำนวนสถานีงานของสตริงคำตอบเท่ากันจึงไม่ทำการพิจารณาวัตถุประสงค์นี้

ขั้นที่ 2 พิจารณาค่าความแข็งแรง (Fitness Value) ให้กับสตริงคำตอบที่ได้ทำการเลือกจำนวนสถานีงานที่น้อยที่สุดแล้วจะได้ค่าดังรูปที่ 4.12 และตารางที่ 4.16



รูปที่ 4.12 ค่า Dummy Fitness วิธีการจัดอันดับแบบ Goldberg (1989)

ตารางที่ 4.16 ค่าความแข็งแรงไม่แท้จริง (Dummy Fitness)

สตริงคำตอบที่	ความสมดุลระหว่างสถานีงาน	ความสมดุลภายในสถานีงาน	Dummy Fitness
5	0.0478	0.4688	1
2	0.0564	0.3150	1
1	0.0596	0.3750	2
4	0.0689	0.4688	3
3	0.1084	0.4375	3

การคำนวณหาค่าความหนาแน่นด้วยวิธี Crowding Distance

การคำนวณหาค่า Crowding Distance จะทำการพิจารณาที่ละ Front ดังนั้นในที่นี้จะทำการพิจารณาที่ Front ที่ 1 ก่อน จากตารางที่ 4.17 โดยทำการหาค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์ที่ 2 และ 3 ที่มีค่าสูงสุดและต่ำที่สุดของ Front ที่ 1

ตารางที่ 4.17 การเรียงลำดับค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์ที่ 2 ใน Front ที่ 1

สตริงคำตอบที่	ความสมดุลระหว่างสถานีงาน	ความสมดุลภายในสถานีงาน	Dummy Fitness	i
5	0.0478	0.4688	1	1
2	0.0564	0.3150	1	2

จากตารางที่ 4.17 มีสมาชิกคำตอบมีลำดับที่ 1 ($i = 1$) หรือมีค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์น้อยที่สุด และลำดับที่ 2 ($i = 2$) หรือมีค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์มากที่สุด คำตอบนี้จะถือว่ามีค่า Crowding Distance เท่ากับอนันต์ (Infinity) ในส่วนค่า Crowding Distance ของ Front ที่ 2 ก็เช่นกันมีกำหนดให้มีค่าเป็น อนันต์ (infinity) ส่วนค่า Crowding Distance ของ Front ที่ 3 มีค่าเดียวจึงกำหนดให้มีค่าเป็น อนันต์ (infinity) ดังนั้นค่า Crowding Distance จะมีค่าดังตารางที่ 4.18

ตารางที่ 4.18 ค่า Crowding Distance ของสตริงคำตอบ

สตริงคำตอบที่	ความสมดุลระหว่างสถานีงาน	ความสมดุลภายในสถานีงาน	Dummy Fitness	Crowding Distance
5	0.0478	0.4688	1	Infinity
2	0.0564	0.3150	1	Infinity
1	0.0596	0.3750	2	Infinity
4	0.0689	0.4688	3	Infinity
3	0.1084	0.4375	3	Infinity

4.3.5 การคัดเลือกสตริงคำตอบ

คัดเลือกคำตอบรุ่นพ่อแม่โดยใช้ Binary Tournament Selection จากการหาค่า Fitness Value ที่ได้จากการหา Non-Dominated Sorting Selection ซึ่งเป็นวิธีที่ดัดแปลงมาจากวิธี Roulette Wheel Selection โดยสตริงคำตอบที่ผ่านการคัดเลือกจำนวน Popsize ตัวจะผ่านเข้าสู่ Mating Pool เพื่อรอการจับคู่และการดำเนินงานต่อไป

4.3.5.1 การสร้างวงล้อรูเล็ต

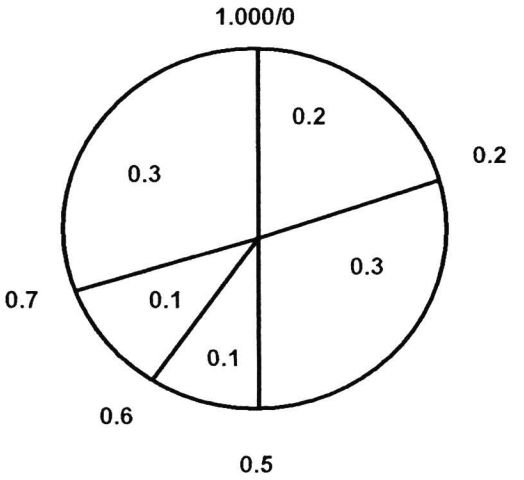
ทำการสลับค่าให้ค่าจากค่า Dummy Fitness จากค่าน้อยเป็นค่ามากและคำนวณหาค่า *pi* และ *qi* ซึ่งค่า *qi* คือค่า *pi* สะสม ดังรูปที่ 4.13 และ ตารางที่ 4.19 - 4.20

ตารางที่ 4.19 การแปลงค่าความแข็งแรงไม่แท้จริง (Dummy Fitness)

String No	Bb	Bw	Fitness Value	แปลง Fitness	Crowding Distance
1	0.0596	0.3750	2	2	infinity
2	0.0564	0.3150	1	3	infinity
3	0.1084	0.4375	3	1	infinity
4	0.0689	0.4688	3	1	infinity
5	0.0478	0.4688	1	3	infinity

ตารางที่ 4.20 การสร้างวงล้อรูเล็ตของปัญหาตัวอย่าง 11 ชั้นงาน

String No	แปลง Fitness	*pi*	*qi*
1	2	0.2	0.2
2	3	0.3	0.5
3	1	0.1	0.6
4	1	0.1	0.7
5	3	0.3	1
รวม	10		



รูปที่ 4.13 วงล้อรูเล็ตของปัญหาตัวอย่าง 11 ขั้นงาน

4.3.5.2 วิธี Tournament Selection

สุ่มเลือกสตริงคำตอบ 2 ตัวจากวงล้อรูเล็ตแล้วนำมาเปรียบเทียบกัน เพื่อคัดเลือกสตริงคำตอบที่มีค่า Fitness มากกว่าเข้าสู่ Mating Pool ผลการคัดเลือกจะได้สตริงทั้ง 5 ตัวคือ สตริงหมายเลข 4 5 2 5 2 ซึ่งจะกลายเป็นสตริงหมายเลข 1 - 5 ในขั้นตอนต่อไป

ตารางที่ 4.21 วิธี Binary Tournament Selection สำหรับการคัดเลือกสตริงคำตอบ

No.	Population 1				Population 2				No_String
	r_1	$q_i > r_1$	String	Fitness	r_2	$q_i > r_2$	String	Fitness	Selected
1	0.7643	0.7	4	3	0.1121	0.2	1	2	**4**
2	0.4623	0.5	2	1	0.9872	1	5	1	**5**
3	0.2971	0.5	2	1	0.3321	0.5	2	1	**2**
4	0.3452	0.5	2	1	0.9872	1	5	1	**5**
5	0.8875	1	5	1	0.2121	0.5	2	1	**2**

ตารางที่ 4.22 สตริงคำตอบที่ถูกเลือกมาทำการค้นหาเฉพาะที่ก่อนทำการคัดเลือก

String No.	String Priority
4	[8 2 11 4 9 6 5 1 7 10 3]
5	[4 2 1 8 5 7 11 3 9 6 10]
2	[10 2 3 9 5 4 11 6 1 8 7]
5	[4 2 1 8 5 7 11 3 9 6 10]
2	[10 2 3 9 5 4 11 6 1 8 7]

4.3.6 การครอสโอเวอร์

ทำการสุ่มเลือกสตริงคำตอบเพื่อทำการครอสโอเวอร์ โดยพิจารณาจากสตริงคำตอบที่มีค่าสุ่ม r น้อยกว่าค่า Pc ซึ่งในที่นี้กำหนดให้ $Pc = 0.7$ ดังนั้นสตริงที่จะถูกครอสโอเวอร์ จึงจะมีประมาณ 70% ของสตริงคำตอบทั้งหมด หรือเท่ากับ $0.7 \times 5 \approx 4$ ตัว การสุ่มเลือกสตริงคำตอบแสดงได้ดังตารางที่ 4.22

ตารางที่ 4.23 สตริงค่าสิทธิในการเลือกงานที่ถูกเลือกทำการครอสโอเวอร์

String No.	String Priority	r_i	$r_i < 0.7$
1	[8 2 11 4 9 6 5 1 7 10 3]	0.8360	-
2	[4 2 1 8 5 7 11 3 9 6 10]	0.5980	Selected
3	[10 2 3 9 5 4 11 6 1 8 7]	0.6570	Selected
4	[4 2 1 8 5 7 11 3 9 6 10]	0.1080	Selected
5	[10 2 3 9 5 4 11 6 1 8 7]	0.6745	Selected

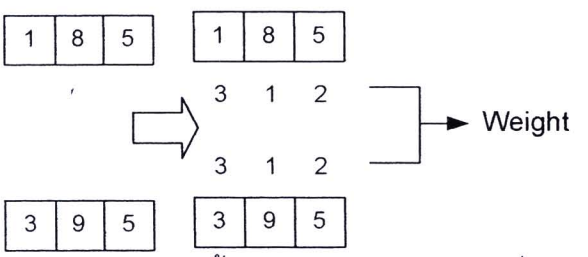
เนื่องจากสตริงที่ถูกสุ่มเลือกไปครอสโอเวอร์มีเพียง 3 ตัวคือสตริงหมายเลข 2, 3, 4 และ 5 เพื่อทำการลดหรือเพิ่มสตริงคำตอบ

สตริงคู่ที่ 1 คือ 2, 3 นำไปครอสโอเวอร์ ด้วยวิธี Weight Mapping Crossover (WMX) โดยสุ่มเลือกตำแหน่งการครอสโอเวอร์ ได้ที่ตำแหน่ง 3 และ 5

Parent 1 = [4 2 |1 8 5| 7 11 3 9 6 10]

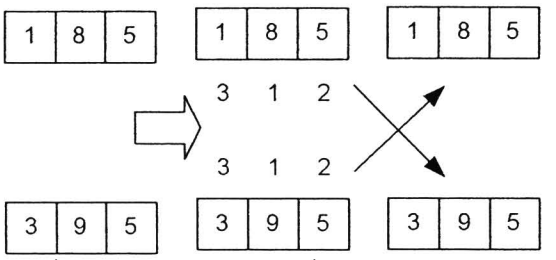
Parent 2 = [10 2 |3 9 5| 4 11 6 1 8 7]

ทำการกำหนดค่าน้ำหนักในช่วง [3, 5] ให้แก่สตริงพ่อแม่ (Parent) ได้ดังรูปที่ 4.14



ก) กำหนดค่าน้ำหนักให้แก่สตริงพ่อแม่คู่ที่ 1

สำนักงานคณะกรรมการวิจัยแห่งชาติ ห้องสมุดงานวิจัย



ข) การสลับค่าน้ำหนักที่กำหนดและทำการเปลี่ยนค่าภายในโครโมโซมในสตริงคำตอบที่ 2, 3

รูปที่ 4.14 การครอสโอเวอร์วิธี WMX ในสตริงคำตอบคู่ที่ 1

จะได้สตริงคำตอบในรุ่นลูก (Offspring) หลังจากการทำครอสโอเวอร์วิธี Weight Mapping Crossover (WMX) คือ

Offspring 1 = [4 2 |1 8 5| 7 11 3 9 6 10]

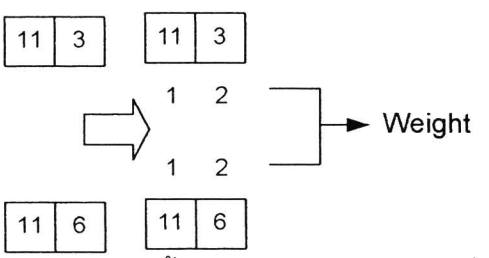
Offspring 2 = [10 2 |3 9 5| 4 11 6 1 8 7]

สตริงคู่ที่ 2 คือ 3, 4 นำไปครอสโอเวอร์ ด้วยวิธี Weight Mapping Crossover (WMX) โดยสุ่มเลือกตำแหน่งการครอสโอเวอร์ ได้ที่ตำแหน่ง 7 และ 8

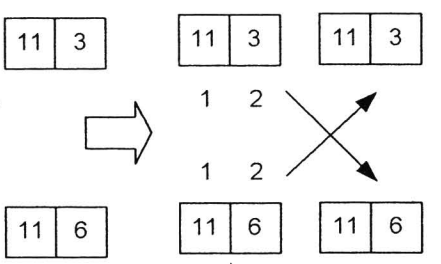
Parent 1 = [4 2 1 8 5 7 |11 3| 9 6 10]

Parent 2 = [10 2 3 9 5 4 |11 6| 1 8 7]

ทำการกำหนดค่าน้ำหนักในช่วง [7, 8] ให้แก่สตริงพ่อแม่ (Parent) ได้ดังรูปที่ 4.15



ก) กำหนดค่าน้ำหนักให้แก่สตริงพ่อแม่คู่ที่ 2



ข) การสลับค่าน้ำหนักที่กำหนดและทำการเปลี่ยนค่าภายในโครโมโซมในสตริงคำตอบที่ 3, 4

รูปที่ 4.15 การครอสโอเวอร์วิธี WMX ในสตริงคำตอบคู่ที่ 2

จะได้สตริงคำตอบในรุ่นลูก(Offspring) หลังจากการทำครอสโอเวอร์วิธี Weight Mapping Crossover (WMX) คือ

Offspring 1 = [4 2 1 8 5 7 |11 3| 9 6 10]

Offspring 2 = [10 2 3 9 5 4 |11 6| 1 8 7]

เนื่องจากสตริงคำตอบที่ได้จากหลังการทำครอสโอเวอร์เป็นสตริงคำตอบค่าสิทธิในการเลือกงานทำให้ไม่ต้องทำการซ่อมแซมคำตอบ สตริงที่ได้จากการทำครอสโอเวอร์จะถูกนำไปทำการมิวเตชัน

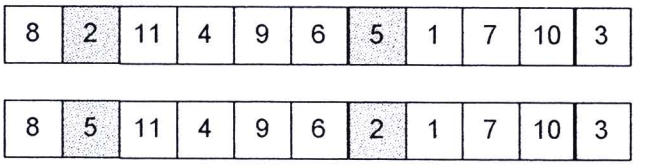
4.3.7 การมิวเตชัน

ในที่นี้กำหนดให้ $Pm = 0.3$ ซึ่งทำให้สามารถคาดเดาได้ว่าน่าจะมีสตริงคำตอบ 30% หรือ $0.3 \times 5 \approx 2$ ตัว ที่จะถูกมิวเตชัน สตริงตัวนี้จะได้มาจากการสุ่มค่า r ให้กับสตริงแต่ละตัว แล้วถ้าตัวใดที่ r น้อยกว่า Pm ก็จะถูกนำไปมิวเตชัน ดังตารางที่ 4.17

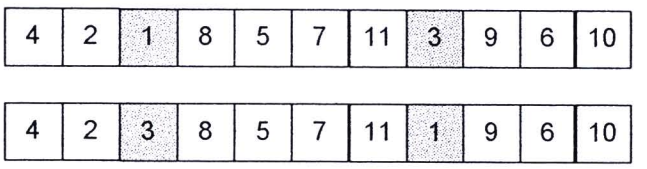
ตารางที่ 4.24 ผลการคัดเลือกสตริงคำตอบเพื่อทำการมิวเตชัน

String No.	String Priority	r_i	$r_i < 0.3$
1	[8 2 11 4 9 6 5 1 7 10 3]	0.289	Selected
2	[4 2 1 8 5 7 11 3 9 6 10]	0.557	-
3	[10 2 3 9 5 4 11 6 1 8 7]	0.821	-
4	[4 2 1 8 5 7 11 3 9 6 10]	0.152	Selected
5	[10 2 3 9 5 4 11 6 1 8 7]	0.957	-

สตริงคำตอบตัวที่ 1 และ 4 เป็นสตริงคำตอบที่ถูกเลือกให้ทำการมิวเตชัน โดยใช้วิธี Reciprocal Exchange Mutation เป็นการสลับตำแหน่งของตัวเลข 2 ตัวภายในสตริงคำตอบ โดยเริ่มจากการทำการสุ่มตัว 2 ตัวที่ไม่ซ้ำกัน ในสตริงที่ 1 สุ่มได้เลข 2 และ 7 จากนั้นทำการสลับตำแหน่งของตัวเลขทั้งสอง และในสตริงที่ 4 สุ่มได้เลข 3 และ 8 จากนั้นทำการสลับตำแหน่งของตัวเลขทั้งสอง



รูปที่ 4.16 วิธี Reciprocal Exchange Mutation ในสตริงคำตอบที่ 1



รูปที่ 4.17 วิธี Reciprocal Exchange Mutation ในสตริงคำตอบที่ 4

จะได้สตริงคำตอบในรุ่นลูกทั้งหมด 5 ตัว หลังการทำมิวเตชันเพื่อนำไปรวมกับสตริงคำตอบเริ่มต้น เพื่อทำการเก็บค่าที่ดีที่สุดของสตริงคำตอบไว้

ตารางที่ 4.25 สตริงคำตอบหลังการทำการมิวเตชัน

String No.	String Priority
1	[8 5 11 4 9 6 2 1 7 10 3]
2	[4 2 1 8 5 7 11 3 9 6 10]
3	[10 2 3 9 5 4 11 6 1 8 7]
4	[4 2 3 8 5 7 11 1 9 6 10]
5	[10 2 3 9 5 4 11 6 1 8 7]

4.3.8 เทคนิคการเก็บค่าที่ดีที่สุด

จากสตริงคำตอบเริ่มต้น (P) และสตริงคำตอบรุ่นลูก (Q) จะนำมาทำการรวมกันและทำการเก็บค่าที่ดีที่สุดเท่ากับจำนวนสตริงคำตอบเริ่มต้น ในที่นี้จะทำการเก็บสตริงคำตอบไว้จำนวนเท่ากับ 5 ตัว

ตารางที่ 4.26 สตริงคำตอบพ่อแม่รวมกับสตริงคำตอบรุ่นลูก

ลักษณะสตริงคำตอบ	String No.	String Priority
สตริงคำตอบเริ่มต้น (P)	1	[5 1 6 10 8 3 2 7 9 4 11]
	2	[10 2 3 9 5 4 11 6 1 8 7]
	3	[1 11 3 4 2 6 5 8 10 9 7]
	4	[8 2 11 4 9 6 5 1 7 10 3]
	5	[4 2 1 8 5 7 11 3 9 6 10]
สตริงคำตอบรุ่นลูก (Q)	6	[8 5 11 4 9 6 2 1 7 10 3]
	7	[4 2 1 8 5 7 11 3 9 6 10]
	8	[10 2 3 9 5 4 11 6 1 8 7]
	9	[4 2 3 8 5 7 11 1 9 6 10]
	10	[10 2 3 9 5 4 11 6 1 8 7]

สตริงคำตอบที่ได้ทำการรวมกันแล้ว จะนำไปคำนวณหาค่าวัตถุประสงค์ทั้ง 3 วัตถุประสงค์จึงต้องการแปลงค่าสตริงคำตอบทั้ง 10 คำตอบ ให้เป็นลำดับของขั้นงานให้เรียบร้อยก่อน ได้ค่าดังตารางที่ 4.27

ตารางที่ 4.27 ลำดับขั้นงานของสตริงคำตอบที่ทำการรวมกัน

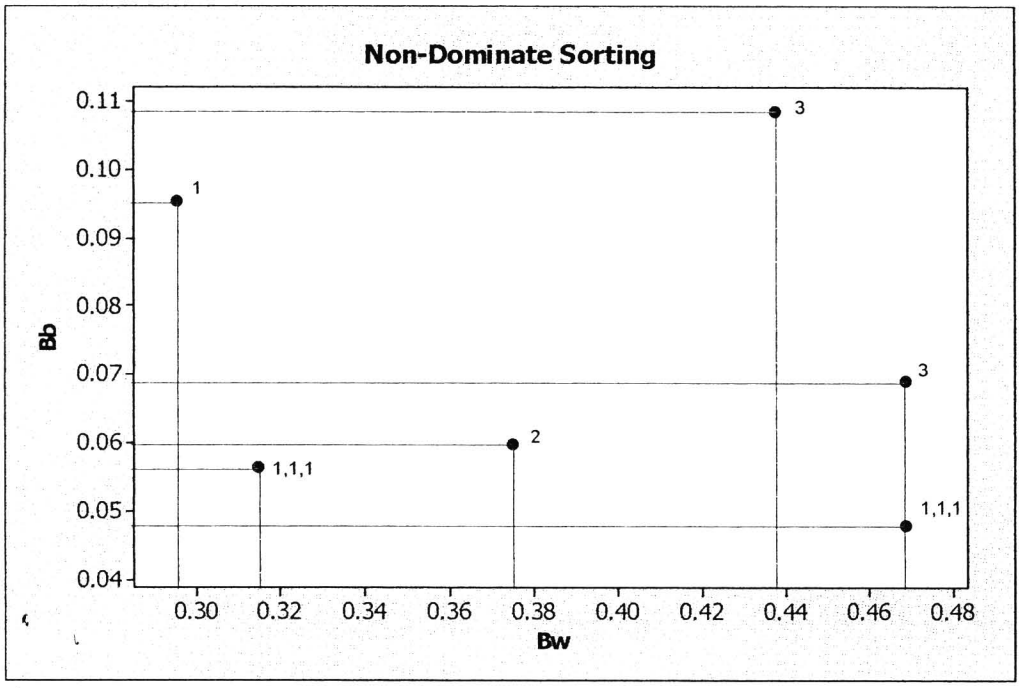
ลักษณะสตริงคำตอบ	String No.	String Priority
สตริงคำตอบเริ่มต้น (P)	1	[11 9 1 4 5 3 10 8 6 7 2]
	2	[1 4 11 10 8 5 6 3 7 2 9]
	3	[11 9 10 8 6 2 7 4 3 5 1]
	4	[1 3 5 4 7 9 11 10 2 6 8]
	5	[11 9 7 4 10 5 1 8 6 2 3]
สตริงคำตอบรุ่นลูก (Q)	6	[1 3 5 2 6 4 11 10 9 7 8]
	7	[11 9 7 4 10 5 1 8 6 2 3]
	8	[1 4 11 10 8 5 6 3 7 2 9]
	9	[11 9 7 4 10 5 1 3 2 6 8]
	10	[1 4 11 10 8 5 6 3 7 2 9]

จากลำดับขั้นงานของสตริงคำตอบที่ทำการรวมกัน จะนำมาคำนวณหาค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์ทั้ง 3 วัตถุประสงค์ ซึ่งจะได้ค่าดังตารางที่ 4.28

ตารางที่ 4.28 ค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์ของสตริงคำตอบที่ทำการรวมกัน

สตริงคำตอบที่	จำนวนสถานีงาน	ความสมดุลระหว่างสถานีงาน	ความสมดุลภายในสถานีงาน
1	8	0.0596	0.3750
2	8	0.0564	0.3150
3	8	0.1084	0.4375
4	8	0.0689	0.4688
5	8	0.0478	0.4688
6	8	0.0952	0.2956
7	8	0.0478	0.4688
8	8	0.0564	0.3150
9	8	0.0478	0.4688
10	8	0.0564	0.3150

คำตอบที่ได้จากฟังก์ชันวัตถุประสงค์จะใช้วิธีการจัดอันดับแบบ Goldberg (1989) เพื่อกำหนดค่าความแข็งแรงไม่แท้จริง (Dummy Fitness Value) และทำการคำนวณ Crowding Distance ได้ดังรูป 4.18 และตารางที่ 4.29



รูปที่ 4.18 กำหนดค่าความแข็งแรงไม่แท้จริง (Dummy Fitness Value) ของสตริงคำตอบรวมกัน

ตารางที่ 4.29 ค่า Crowding Distance ของสตริงคำตอบ

สตริงคำตอบที่	ความสมดุลระหว่างสถานีงาน	ความสมดุลภายในสถานีงาน	Dummy Fitness	Crowding Distance
1	0.0596	0.3750	2	Infinity
2	0.0564	0.3150	1	1.0694
3	0.1084	0.4375	3	Infinity
4	0.0689	0.4688	3	Infinity
5	0.0478	0.4688	1	Infinity
6	0.0952	0.2956	1	Infinity
7	0.0478	0.4688	1	Infinity
8	0.0564	0.3150	1	1.0694
9	0.0478	0.4688	1	Infinity
10	0.0564	0.3150	1	1.0694

ทำการเรียงค่าจากน้อยไปมากของค่า Dummy Fitness และภายใน Front ทำการเรียงค่าจามมากไปน้อยของค่า Crowding Distance ได้ดังตารางที่ 4.30

ตารางที่ 4.30 เรียงค่าจากน้อยไปมากของค่า Dummy Fitness และเรียงค่าจากมากไปน้อยของค่า Crowding Distance

สตริงคำตอบที่	ความสมดุลระหว่างสถานีงาน	ความสมดุลภายในสถานีงาน	Dummy Fitness	Crowding Distance
5	0.0478	0.4688	1	Infinity
7	0.0478	0.4688	1	Infinity
9	0.0478	0.4688	1	Infinity
2	0.0564	0.3150	1	2.0000
8	0.0564	0.3150	1	2.0000
10	0.0564	0.3150	1	2.0000
6	0.0952	0.2956	1	Infinity
1	0.0596	0.3750	2	Infinity
4	0.0689	0.4688	3	Infinity
3	0.1084	0.4375	3	Infinity

การหาค่า Crowding Distance ในตารางที่ 4.30 มีวิธีการหาได้ดังนี้

จากตารางสมาชิกคำตอบที่มีลำดับที่ 1 ใน Dummy Fitness ที่ 1 ($i = 1$) มีสตริงคำตอบที่เท่ากันอยู่ 3 ตัวคือ 5, 7 และ 9 จะมีค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์น้อยที่สุด และลำดับสุดท้าย ใน Dummy Fitness ที่ 1 ($i = 3$) มีสตริงคำตอบคือ 6 จะมีค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์มากที่สุด คำตอบสองคำตอบนี้จะถือว่ามีค่า Crowding Distance เท่ากับอนันต์ (Infinity) ส่วนสมาชิกคำตอบลำดับที่ 2 ที่มีสตริงคำตอบที่มีค่าเท่ากัน 3 ตัวคือ 2, 8 และ 10 จะสามารถหาค่าได้ดังนี้

$$cd_1\left(x_{[2,2]}\right) = \left|\frac{f_2\left(x_{[2+1,2]}\right) - f_2\left(x_{[2-1,2]}\right)}{f_2^{\max} - f_2^{\min}}\right|$$

$$cd_1\left(x_{[2,2]}\right) = \left|\frac{0.0952 - 0.0478}{0.0952 - 0.0478}\right| = 1$$

และ

$$cd_2\left(x_{[2,3]}\right) = \left|\frac{f_3\left(x_{[2+1,3]}\right) - f_3\left(x_{[2-1,3]}\right)}{f_3^{\max} - f_3^{\min}}\right|$$

$$cd_2\left(x_{[2,3]}\right) = \left|\frac{0.2956 - 0.4688}{0.4688 - 0.2956}\right| = 1$$

ลำดับที่ 2 จะมีค่า Crowding Distance เท่ากับ $1 + 1 = 2$

ส่วนค่า Crowding Distance ของ Front ที่ 2 และ Front ที่ 3 กำหนดให้มีค่าเป็นอนันต์ (infinity) ได้เลย

เมื่อจัดเรียงเสร็จแล้ว จะทำการคัดเลือกสตริงคำตอบเพื่อทำการเก็บค่าที่ดีที่สุดของสตริงคำตอบ และพิจารณาทีละ Front จากน้อยไปมาก จากตารางที่ 4.30 จะได้สตริงคำตอบทั้งหมด 7 ตัวที่มีค่าเท่ากับ 1 (Front) แต่สตริงคำตอบที่ได้จัดเก็บต้องมีไม่เกิน 5 ตัว จึงทำการคัดเลือกสตริงคำตอบออกมาเพียง 5 สตริงคำตอบดังนี้ เพื่อทำการเก็บไว้ดำเนิน NSGA-II ในรอบถัดไป

String Priority 5 = [4 2 1 8 5 7 11 3 9 6 10]

String Priority 7 = [4 2 1 8 5 7 11 3 9 6 10]

String Priority 9 = [4 2 3 8 5 7 11 1 9 6 10]

String Priority 2 = [10 2 3 9 5 4 11 6 1 8 7]

String Priority 8 = [10 2 3 9 5 4 11 6 1 8 7]

4.3.9 สตริงคำตอบเบื้องต้นของรอบที่ 2

จะใช้สตริงคำตอบของรอบที่ 1 เป็นสตริงคำตอบเริ่มต้น จะได้สตริงคำตอบค่าสิทธิในการเลือกขั้นงานเท่ากับ 5 สตริงคำตอบ ดังนี้

String Priority 1 = [4 2 1 8 5 7 11 3 9 6 10]

String Priority 2 = [4 2 1 8 5 7 11 3 9 6 10]

String Priority 3 = [4 2 3 8 5 7 11 1 9 6 10]

String Priority 4 = [10 2 3 9 5 4 11 6 1 8 7]

String Priority 5 = [10 2 3 9 5 4 11 6 1 8 7]

4.3.10 การสร้างสตริงคำตอบเบื้องต้น

จากสตริงคำตอบเบื้องต้นทั้ง 5 ตัว ยังไม่สามารถนำไปจัดลงสถานีงานได้ ต้องทำการแปลงสตริงคำตอบเป็นลำดับงาน โดยพิจารณาว่ามีขั้นงานใดที่สามารถเลือกทำได้ลงในตำแหน่งข้างหน้างาน (Forward Work) และตำแหน่งข้างหลังงาน (Backward Work) จากตารางแสดงความสัมพันธ์ในการทำงานแล้วจึงพิจารณาค่าสิทธิในการเลือกงาน ซึ่งขั้นงานที่สามารถถูกเลือกลงตำแหน่งข้างหน้าและข้างหลังงานใดมีค่ามากสุดจะถูกเลือกลงในลำดับขั้นงานก่อน จะได้ลำดับงานทั้ง 5 สตริงคำตอบดังนี้

Task Sequence 1 = [11 9 7 4 10 5 1 8 6 2 3]

Task Sequence 2 = [11 9 7 4 10 5 1 8 6 2 3]

Task Sequence 3 = [11 9 7 4 10 5 1 3 2 6 8]

Task Sequence 4 = [1 4 11 10 8 5 6 3 7 2 9]

Task Sequence 5 = [1 4 11 10 8 5 6 3 7 2 9]

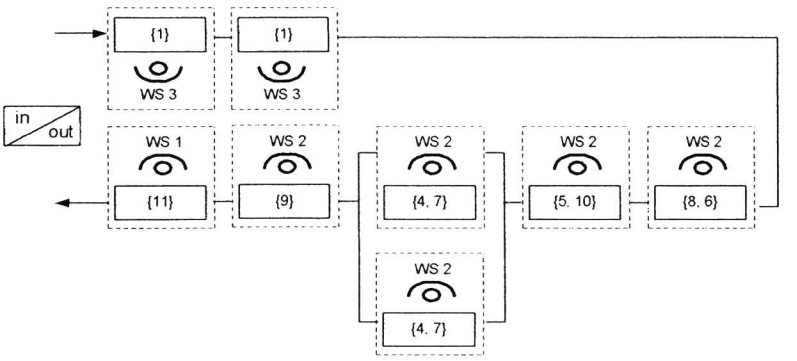
จากลำดับงานที่ 1 จะทำการจัดลงสถานีงาน เพื่อคำนวณหาค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์ โดยมีรอบเวลาในการทำงาน (Cycle Time) เท่ากับ 6 วิธีการจัดสรรงานลงในสถานีงานนั้นจะต้องพิจารณาว่ามีขั้นงานใดที่สามารถมีสถานีงานแบบขนานได้ จากตารางที่ 4.3 พบว่างานที่ 4 สามารถจัดเป็นสถานีงานแบบขนานได้ 1 สถานีเนื่องจากเวลาการทำงานของงานที่ 4 มีเวลาการทำงานเท่ากับ 7 ซึ่งเกินรอบเวลาการทำงานที่กำหนด (Cycle Time) จึงทำการเพิ่มสถานีงานอีก 1 สถานี (สถานีงานแบบขนาน) เมื่อสถานีงานนั้นมีงานที่ 4 ทำงานอยู่ในสถานี (ในที่นี้จะกำหนดให้สถานีการทำงานไม่เกิน 2 สถานีงานเมื่อรวมกับสถานีงานที่เป็นแบบขนาน) และจะมีรอบเวลาการทำงานเท่ากับ 12 โดยจะทำการจัดสรรสถานีงานได้ดังนี้

ตารางที่ 4.31 การคัดเลือกลงสถานีงานของสตริงคำตอบที่ 1

ขั้นงาน	เวลางานเฉลี่ย	เวลาเริ่มการทำงาน	เวลารวม	สถานีงานที่	Cycle Time
11	4	0	4	1	6
9	3.3333	4	7.3333	เกินเวลา	
9	3.3333	0	3.3333	2	6
7	3	3.3333	6.3333	เกินเวลา	
7	3	0	3	3	12
4*	7	3	10	3	
10	3.3333	10	13.3333	เกินเวลา	
10	3.3333	0	3.3333	4	6
5	1	3.3333	4.3333	4	
1	6	4.3333	10	เกินเวลา	
1	6	0	6	5	6
8	4	0	4	6	6
6	1.3333	4	5.3333	6	
2	2	5.3333	7	เกินเวลา	
2	2	0	2	7	6
3	3.3333	2	5.3333	7	

**เนื่องจากงานที่ 4 สามารถมีสถานีงานขนานได้ 1 สถานีงาน Cycle Time จะเท่ากับ 12*

จากตารางที่ 4.31 จะได้สถานีงานทั้งหมด 8 สถานีงาน (มี 1 สถานีงานเป็นสถานีขนาน) ดังรูปที่ 4.19



รูปที่ 4.19 สายการประกอบตัวยูที่มีสถานีงานขนานของสตริงคำตอบที่ 1

เมื่อจัดขั้นงานลงสถานีงาน จึงทำการคำนวณหาค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์ ในงานวิจัยนี้จะทำการหาค่าวัตถุประสงค์ทั้งหมด 3 วัตถุประสงค์ คือ จำนวนสถานีงานมีจำนวนน้อยที่สุด ความสมดุลระหว่างสถานีงานและความสมดุลภายในสถานีงาน ดังตารางที่ 4.32

ตารางที่ 4.32 ค่าจากการคำนวณวัตถุประสงค์ทั้ง 3 วัตถุประสงค์

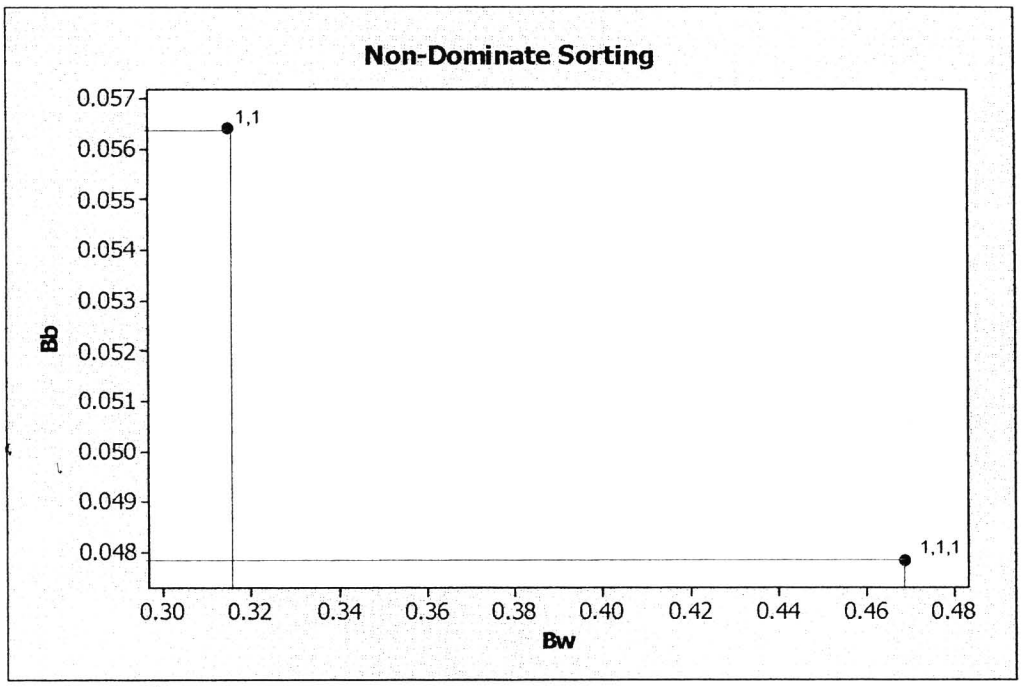
สตริงคำตอบที่	จำนวนสถานีงาน	ความสมดุลระหว่างสถานีงาน	ความสมดุลภายในสถานีงาน
1	8	0.0478	0.4688
2	8	0.0478	0.4688
3	8	0.0478	0.4688
4	8	0.0564	0.3150
5	8	0.0564	0.3150

4.3.11 การประเมินค่า

การกำหนดค่าความแข็งแรง (Fitness Value) ให้กับสตริงคำตอบที่ได้จะใช้วิธีการจัดอันดับแบบ Goldberg (1989) โดยค่าอันดับที่ได้นี้จะเป็นค่าความแข็งแรงไม่แท้จริง (Dummy Fitness Value) ในขั้นตอนนี้จะได้เส้นขอบเขตกลุ่มคำตอบที่ดี (Frontier) ออกมาหลายกลุ่มตามค่า Dummy Fitness ซึ่งมีการประเมินค่าดังนี้

ขั้นที่ 1 จำนวนสถานีงานของสตริงคำตอบเท่ากันจึงไม่ทำการพิจารณาวัตถุประสงค์นี้

ขั้นที่ 2 พิจารณาค่าความแข็งแรง (Fitness Value) ให้กับสตริงคำตอบที่ได้ทำการเลือกจำนวนสถานีงานที่น้อยที่สุดแล้วจะได้ค่าดังรูปที่ 4.20 และตารางที่ 4.33



รูปที่ 4.20 ค่า Dummy Fitness วิธีการจัดอันดับแบบ Goldberg (1989)

ตารางที่ 4.33 ค่า Crowding Distance ของสตริงคำตอบ

สตริงคำตอบที่	ความสมดุลระหว่างสถานีงาน	ความสมดุลภายในสถานีงาน	Dummy Fitness	Crowding Distance
1	0.0478	0.4688	1	infinity
2	0.0478	0.4688	1	infinity
3	0.0478	0.4688	1	infinity
4	0.0564	0.3150	1	infinity
5	0.0564	0.3150	1	infinity

การคำนวณหาค่าความหนาแน่นด้วยวิธี Crowding Distance

การคำนวณหาค่า Crowding Distance จะทำการพิจารณาที่ละ Front ดังนั้นในที่นี้จะทำการพิจารณาที่ Front ที่ 1 ก่อน จากตารางที่ 4.34 โดยทำการหาค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์ที่ 2 และ 3 ที่มีค่าสูงสุดและต่ำที่สุดของ Front ที่ 1

ตารางที่ 4.34 การเรียงลำดับค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์ที่ 2 ใน Front ที่ 1

สตริงคำตอบที่	ความสมดุลระหว่างสถานีงาน	ความสมดุลภายในสถานีงาน	Dummy Fitness	i
1	0.0478	0.4688	1	1
2	0.0478	0.4688	1	1
3	0.0478	0.4688	1	1
4	0.0564	0.3150	1	2
5	0.0564	0.3150	1	2

จากตารางที่ 4.34 มีสมาชิกคำตอบมีลำดับที่ 1 ($i = 1$) หรือมีค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์น้อยที่สุด และลำดับที่ 2 ($i = 2$) หรือมีค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์มากที่สุด คำตอบนี้จะถือว่ามีค่า Crowding Distance เท่ากับอนันต์ (Infinity) ในส่วนค่า Crowding Distance ของ Front ที่ 2 ก็เช่นกันมีกำหนดให้มีค่าเป็น อนันต์ (infinity) ส่วนค่า Crowding Distance ของ Front ที่ 3 มีค่าเดียวจึงกำหนดให้มีค่าเป็น อนันต์ (infinity) ดังนั้นค่า Crowding Distance จะมีค่าดังตารางที่ 4.35

ตารางที่ 4.35 ค่า Crowding Distance ของสตริงคำตอบ

สตริงคำตอบที่	ความสมดุลระหว่างสถานีงาน	ความสมดุลภายในสถานีงาน	Dummy Fitness	Crowding Distance
1	0.0478	0.4688	1	infinity
2	0.0478	0.4688	1	infinity
3	0.0478	0.4688	1	infinity
4	0.0564	0.3150	1	infinity
5	0.0564	0.3150	1	infinity

4.3.12 การคัดเลือกสตริงคำตอบ

คัดเลือกคำตอบรุ่นพ่อแม่โดยใช้ Binary Tournament Selection จากการหาค่า Fitness Value ที่ได้จากการหา Non-Dominated Sorting Selection ซึ่งเป็นวิธีที่ดัดแปลงมาจากวิธี

Roulette Wheel Selection โดยสตริงคำตอบที่ผ่านการคัดเลือกจำนวน Popsize ตัวจะผ่านเข้าสู่ Mating Pool เพื่อรอการจับคู่และการดำเนินงานต่อไป

4.4.12.1 การสร้างวงล้อรูเล็ต

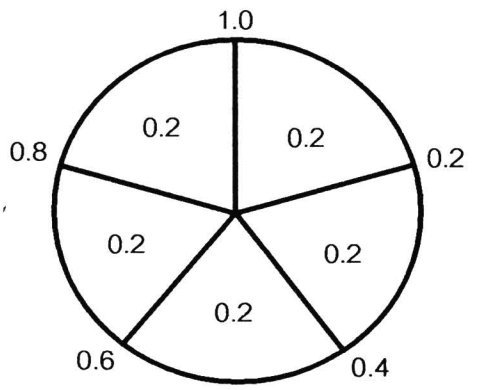
ทำการสลับค่าให้ค่าจากค่า Dummy Fitness จากค่าน้อยเป็นค่ามากและคำนวณหาค่า *pi* และ *qi* ซึ่งค่า *qi* คือค่า *pi* สะสม ดังรูปที่ 4.21 และ ตารางที่ 4.36 - 4.37

ตารางที่ 4.36 การแปลงค่าความแข็งแรงไม่แท้จริง (Dummy Fitness)

String No	Bb	Bw	Fitness Value	แปลง Fitness	Crowding Distance
1	0.0478	0.4688	1	1	infinity
2	0.0478	0.4688	1	1	infinity
3	0.0478	0.4688	1	1	infinity
4	0.0564	0.3150	1	1	infinity
5	0.0564	0.3150	1	1	infinity

ตารางที่ 4.37 การสร้างวงล้อรูเล็ตของปัญหาตัวอย่าง 11 ขั้นงาน

String No	แปลง Fitness	*pi*	*qi*
1	1	0.2	0.2
2	1	0.2	0.4
3	1	0.2	0.6
4	1	0.2	0.8
5	1	0.2	1
รวม	5	1	



รูปที่ 4.21 วงล้อรูเล็ตของปัญหาตัวอย่าง 11 ขั้นงาน

4.3.12.2 วิธี Tournament Selection

สุ่มเลือกสตริงคำตอบ 2 ตัวจากวงล้อรูเล็ตแล้วนำมาเปรียบเทียบกัน เพื่อคัดเลือกสตริงคำตอบที่มีค่า Fitness มากกว่าเข้าสู่ Mating Pool ผลการคัดเลือกจะได้สตริงทั้ง 5 ตัวคือ สตริงหมายเลข 3 3 5 5 5 ซึ่งจะกลายเป็นสตริงหมายเลข 1-5 ตามลำดับเข้าสู่ขั้นตอนต่อไป

ตารางที่ 4.38 วิธี Binary Tournament Selection สำหรับการคัดเลือกสตริงคำตอบ

No.	Population 1				Population 2				No_String
	r_1	$q_i > r_1$	String	Fitness	r_2	$q_i > r_2$	String	Fitness	Selected
1	0.5821	0.6	3	1	0.3443	0.4	2	1	**3**
2	0.7433	0.8	4	1	0.5214	0.6	3	1	**3**
3	0.4123	0.6	3	1	0.8897	1	5	1	**5**
4	0.9231	1	5	1	0.0434	0.2	1	1	**5**
5	05912	0.6	3	1	0.8112	1	5	1	**5**

ตารางที่ 4.39 สตริงคำตอบที่ถูกเลือกมาทำการค้นหาเฉพาะที่ก่อนทำการคัดเลือก

String No.	String Priority
3	[4 2 3 8 5 7 11 1 9 6 10]
3	[4 2 3 8 5 7 11 1 9 6 10]
5	[10 2 3 9 5 4 11 6 1 8 7]
5	[10 2 3 9 5 4 11 6 1 8 7]
5	[10 2 3 9 5 4 11 6 1 8 7]

4.3.13 การครอสโอเวอร์

ทำการสุ่มเลือกสตริงคำตอบเพื่อทำการครอสโอเวอร์ โดยพิจารณาจากสตริงคำตอบที่มีค่าสุ่ม r น้อยกว่าค่า Pc ซึ่งในที่นี้กำหนดให้ $Pc = 0.7$ ดังนั้นสตริงที่จะถูกครอสโอเวอร์ จึงจะมีประมาณ 70% ของสตริงคำตอบทั้งหมด หรือเท่ากับ $0.7 \times 5 \approx 4$ ตัว การสุ่มเลือกสตริงคำตอบแสดงได้ดังตารางที่ 4.40

ตารางที่ 4.40 สตริงค่าสิทธิในการเลือกงานที่ถูกเลือกทำการครอสโอเวอร์

String No.	String Priority	r_i	$r_i < 0.7$
1	[4 2 3 8 5 7 11 1 9 6 10]	0.436	Selected
2	[4 2 3 8 5 7 11 1 9 6 10]	0.387	Selected
3	[10 2 3 9 5 4 11 6 1 8 7]	0.204	Selected
4	[10 2 3 9 5 4 11 6 1 8 7]	0.142	Selected
5	[10 2 3 9 5 4 11 6 1 8 7]	0.884	-

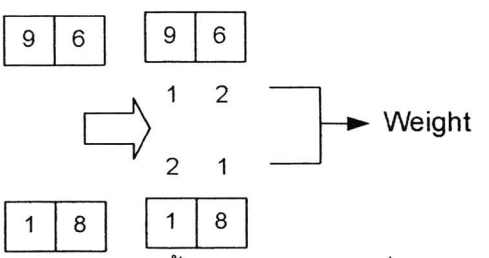
เนื่องจากสตริงที่ถูกสุ่มเลือกไปครอสโอเวอร์มี 4 ตัว ทำการจับคู่เพื่อทำการลดหรือเพิ่มสตริงคำตอบ นำไปครอสโอเวอร์ ด้วยวิธี Weight Mapping Crossover (WMX) โดยสุ่มเลือกตำแหน่งการครอสโอเวอร์

สตริงคู่ที่ 1 คือ 1, 3 นำไปครอสโอเวอร์ ด้วยวิธี Weight Mapping Crossover (WMX) โดยสุ่มเลือกตำแหน่งการครอสโอเวอร์ ได้ที่ตำแหน่ง 9 และ 10

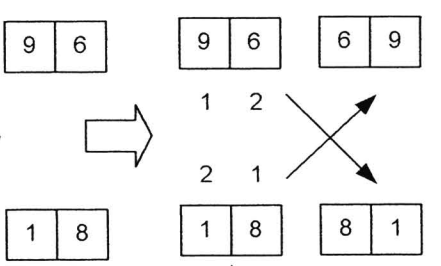
Parent 1 = [4 2 3 8 5 7 11 1 |9 6| 10]

Parent 2 = [10 2 3 9 5 4 11 6 |1 8| 7]

ทำการกำหนดค่าน้ำหนักในช่วง [9, 10] ให้แก่สตริงพ่อแม่ (Parent) ได้ดังรูปที่ 4.22



ก) กำหนดค่าน้ำหนักให้แก่สตริงที่ 1 และ 3



ข) การสลับค่าน้ำหนักที่กำหนดและทำการเปลี่ยนค่าภายในโครโมโซมในสตริงคำตอบที่ 1, 3

รูปที่ 4.22 การครอสโอเวอร์วิธี WMX ในสตริงคำตอบคู่ที่ 1

จะได้สตริงคำตอบในรุ่นลูก (Offspring) หลังจากการทำครอสโอเวอร์วิธี Weight Mapping Crossover (WMX) คือ

Offspring 1 = [4 2 3 8 5 7 11 1 |6 9 | 10]

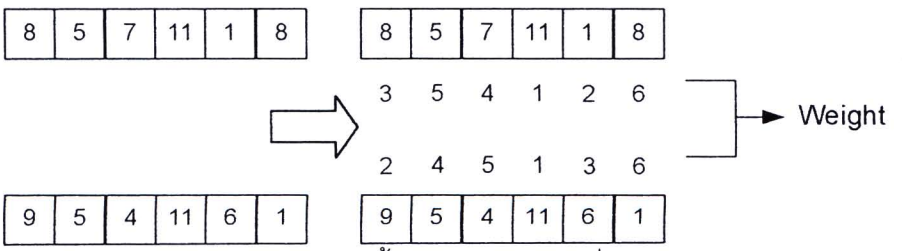
Offspring 2 = [10 2 3 9 5 4 11 6 |8 1| 7]

สตริงคู่ที่ 2 คือ 2, 4 นำไปครอสโอเวอร์ ด้วยวิธี Weight Mapping Crossover (WMX) โดยสุ่มเลือกตำแหน่งการครอสโอเวอร์ ได้ที่ตำแหน่ง 4 และ 9

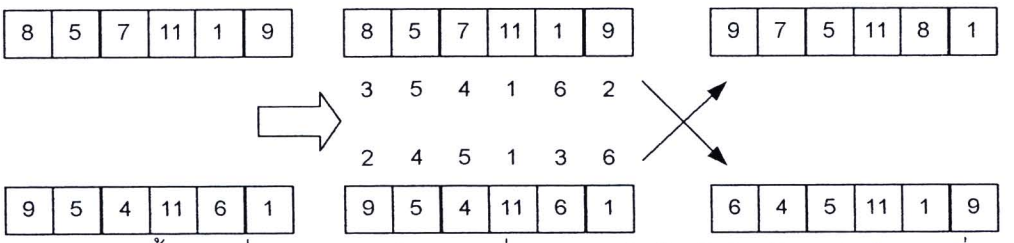
Parent 3 = [4 2 3 |8 5 7 11 1 9 | 6 10]

Parent 4 = [10 2 3 | 9 5 4 11 6 1| 8 7]

ทำการกำหนดค่าน้ำหนักในช่วง [4, 9] ให้แก่สตริงพ่อแม่ (Parent) ได้ดังรูปที่ 4.23



ก) กำหนดค่าน้ำหนักให้แก่สตริงที่ 2 และ 4



ข) การสลับค่าน้ำหนักที่กำหนดและทำการเปลี่ยนค่าภายในโครโมโซมในสตริงคำตอบที่ 2, 4

รูปที่ 4.23 การครอสโอเวอร์วิธี WMX ในสตริงคำตอบคู่ที่ 2

จะได้สตริงคำตอบในรุ่นลูก (Offspring) หลังจากการทำครอสโอเวอร์วิธี Weight Mapping Crossover (WMX) คือ

Offspring 3 = [4 2 3 |9 7 5 11 8 1 | 6 10]

Offspring 4 = [10 2 3 |6 4 5 11 1 9| 8 7]

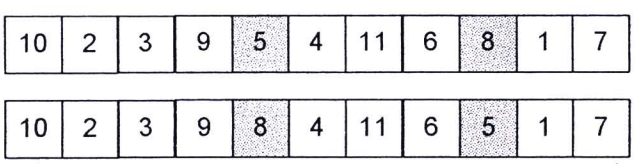
4.3.14 การมิวเตชัน

ในที่นี้กำหนดให้ $Pm = 0.3$ ซึ่งทำให้สามารถคาดเดาได้ว่าน่าจะมีสตริงคำตอบ 30% หรือ $0.3 \times 5 \approx 2$ ตัว ที่จะถูกมิวเตชัน สตริงตัวนี้จะได้มาจากการสุ่มค่า r ให้กับสตริงแต่ละตัว แล้วถ้าตัวใดที่ r น้อยกว่า Pm ก็จะถูกนำไปมิวเตชัน ดังตารางที่ 4.41

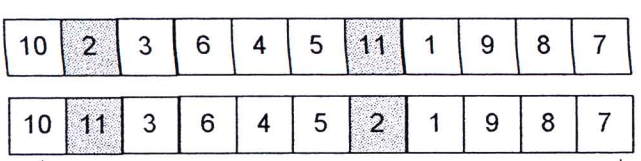
ตารางที่ 4.41 ผลการคัดเลือกสตริงคำตอบเพื่อทำการมิวเตชัน

String No.	String Priority	r_i	$r_i < 0.3$
1	[4 2 3 8 5 7 11 1 6 9 10]	0.489	-
2	[4 2 3 9 7 5 11 8 1 6 10]	0.557	-
3	[10 2 3 9 5 4 11 6 8 1 7]	0.021	Selected
4	[10 2 3 6 4 5 11 1 9 8 7]	0.152	Selected
5	[10 2 3 9 5 4 11 6 1 8 7]	0.957	-

สตริงคำตอบตัวที่ 3 และ 4 เป็นสตริงคำตอบที่ถูกเลือกให้ทำการมิวเตชัน โดยใช้วิธี Reciprocal Exchange Mutation เป็นการสลับตำแหน่งของตัวเลข 2 ตัวภายในสตริงคำตอบ โดยเริ่มจากการทำการสุ่มตัว 2 ตัวที่ไม่ซ้ำกัน จากนั้นทำการสลับตำแหน่งของตัวเลขทั้งสอง



รูปที่ 4.24 วิธี Reciprocal Exchange Mutation สตริงที่ 3



รูปที่ 4.25 วิธี Reciprocal Exchange Mutation สตริงที่ 4

จะได้สตริงคำตอบในรุ่นลูกทั้งหมด 5 ตัว หลังการทำมิวเตชันเพื่อนำไปรวมกับสตริงคำตอบเริ่มต้น เพื่อทำการเก็บค่าที่ดีที่สุดของสตริงคำตอบไว้

ตารางที่ 4.42 สตริงคำตอบหลังการทำการมิวเตชัน

String No.	String Priority
1	[4 2 3 8 5 7 11 1 6 9 10]
2	[4 2 3 9 7 5 11 8 1 6 10]
3	[10 2 3 9 8 4 11 6 5 1 7]
4	[10 11 3 6 4 5 2 1 9 8 7]
5	[10 2 3 9 5 4 11 6 1 8 7]

4.3.15 เทคนิคการเก็บค่าที่ดีที่สุด

จากสตริงคำตอบเริ่มต้น (P) และสตริงคำตอบรุ่นลูก (Q) จะนำมาทำการรวมกันและทำการเก็บค่าที่ดีที่สุดเท่ากับจำนวนสตริงคำตอบเริ่มต้น ในที่นี้จะทำการเก็บสตริงคำตอบไว้จำนวนเท่ากับ 5 ตัว

ตารางที่ 4.43 สตริงคำตอบพ่อแม่รวมกับสตริงคำตอบรุ่นลูก

ลักษณะสตริงคำตอบ	String No.	String Priority
สตริงคำตอบเริ่มต้น (P)	1	[4 2 1 8 5 7 11 3 9 6 10]
	2	[4 2 1 8 5 7 11 3 9 6 10]
	3	[4 2 3 8 5 7 11 1 9 6 10]
	4	[10 2 3 9 5 4 11 6 1 8 7]
	5	[10 2 3 9 5 4 11 6 1 8 7]
สตริงคำตอบรุ่นลูก (Q)	6	[4 2 3 8 5 7 11 1 6 9 10]
	7	[4 2 3 9 7 5 11 8 1 6 10]
	8	[10 2 3 9 8 4 11 6 5 1 7]
	9	[10 11 3 6 4 5 2 1 9 8 7]
	10	[10 2 3 9 5 4 11 6 1 8 7]

สตริงคำตอบที่ได้ทำการรวมกันแล้ว จะนำไปคำนวณหาค่าวัตถุประสงค์ทั้ง 3 วัตถุประสงค์จึงต้องการแปลงค่าสตริงคำตอบทั้ง 10 คำตอบ ให้เป็นลำดับของขั้นงานให้เรียบร้อยก่อน ได้ค่าดังตารางที่ 4.44

ตารางที่ 4.44 ลำดับขั้นงานของสตริงคำตอบที่ทำการรวมกัน

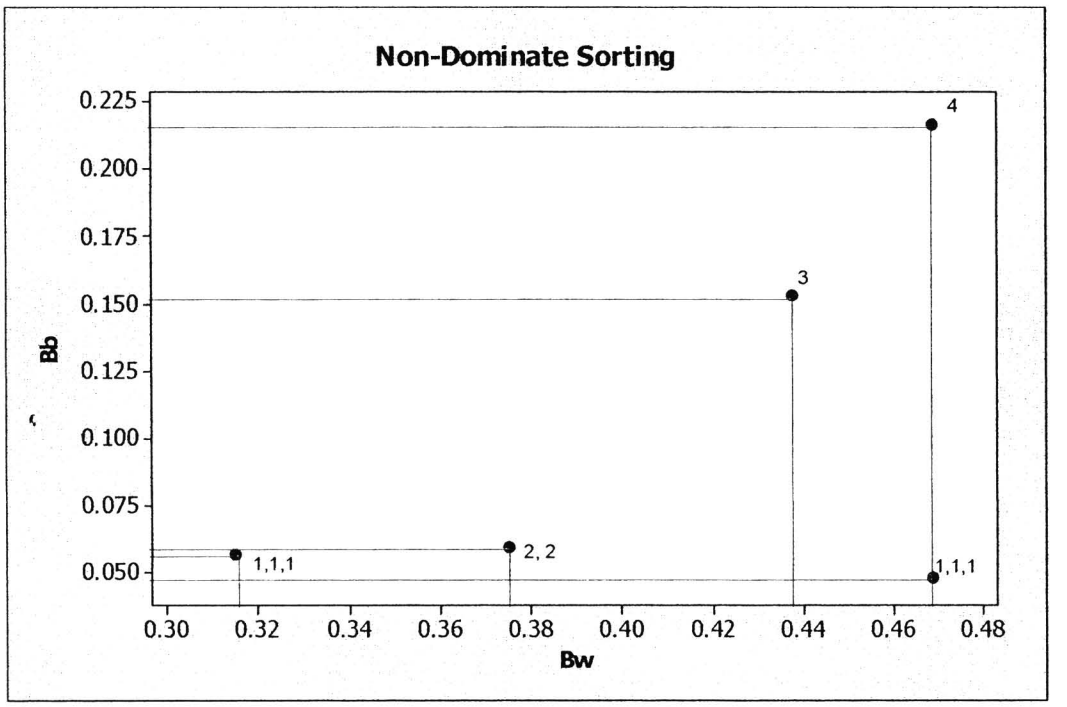
ลักษณะสตริงคำตอบ	String No.	Task Sequence
สตริงคำตอบเริ่มต้น (P)	1	[11 9 7 4 10 5 1 8 6 2 3]
	2	[11 9 7 4 10 5 1 8 6 2 3]
	3	[11 9 7 4 10 5 1 3 2 6 8]
	4	[1 4 11 10 8 5 6 3 7 2 9]
	5	[1 4 11 10 8 5 6 3 7 2 9]
สตริงคำตอบรุ่นลูก (Q)	6	[11 10 9 7 4 5 1 3 2 6 8]
	7	[11 10 8 6 1 4 5 3 7 2 9]
	8	[1 4 5 11 9 7 3 2 6 8 10]
	9	[1 2 11 9 10 4 6 5 3 7 8]
	10	[1 4 11 10 8 5 6 3 7 2 9]

จากลำดับขั้นงานของสตริงคำตอบที่ทำการรวมกัน จะนำมาคำนวณหาค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์ทั้ง 3 วัตถุประสงค์ ซึ่งจะได้ค่าดังตารางที่ 4.45

ตารางที่ 4.45 ค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์ของสตริงคำตอบที่ทำการรวมกัน

สตริงคำตอบที่	จำนวนสถานีงาน	ความสมดุลระหว่างสถานีงาน	ความสมดุลภายในสถานีงาน
1	8	0.0478	0.4688
2	8	0.0478	0.4688
3	8	0.0478	0.4688
4	8	0.0564	0.3150
5	8	0.0564	0.3150
6	8	0.0596	0.3750
7	8	0.0596	0.3750
8	8	0.1529	0.4375
9	8	0.2160	0.4688
10	8	0.0564	0.3150

ใช้วิธีการจัดอันดับแบบ Goldberg (1989) เพื่อกำหนดค่าความแข็งแรงไม่แท้จริง (Dummy Fitness Value) และทำการคำนวณ Crowding Distance ได้ดังรูป 4.25 และตารางที่ 4.46



รูปที่ 4.26 กำหนดค่าความแข็งแรงไม่แท้จริง (Dummy Fitness Value) ของสตริงคำตอบรวมกัน

ตารางที่ 4.46 ค่าความแข็งแรงไม่แท้จริง (Dummy Fitness Value) และค่า Crowding Distance

สตริงคำตอบที่	ความสมดุลระหว่างสถานีงาน	ความสมดุลภายในสถานีงาน	Dummy Fitness	Crowding Distance
1	0.0478	0.4688	1	Infinity
2	0.0478	0.4688	1	Infinity
3	0.0478	0.4688	1	Infinity
4	0.0564	0.315	1	Infinity
5	0.0564	0.315	1	Infinity
6	0.0596	0.375	2	Infinity
7	0.0596	0.375	2	Infinity
8	0.1529	0.4375	3	Infinity
9	0.2160	0.4688	4	Infinity
10	0.0564	0.315	1	Infinity

ทำการเรียงค่าจากน้อยไปมากของค่า Dummy Fitness และภายใน Front ทำการเรียงค่าจามมากไปน้อยของค่า Crowding Distance ได้ดังตารางที่ 4.47

ตารางที่ 4.47 เรียงค่าจากน้อยไปมากของค่า Dummy Fitness และเรียงค่าจากมากไปน้อยของค่า Crowding Distance

สตริงคำตอบที่	ความสมดุลระหว่างสถานีงาน	ความสมดุลภายในสถานีงาน	Dummy Fitness	Crowding Distance
1	0.0478	0.4688	1	Infinity
4	0.0564	0.3150	1	Infinity
2	0.0478	0.4688	1	Infinity
3	0.0478	0.4688	1	Infinity
5	0.0564	0.3150	1	Infinity
10	0.0564	0.3150	1	Infinity
6	0.0596	0.3750	2	Infinity
7	0.0596	0.3750	2	Infinity
8	0.1529	0.4375	3	Infinity
9	0.2160	0.4688	4	Infinity

เมื่อทำการจัดเรียงเสร็จแล้ว จะทำการคัดเลือกสตริงคำตอบเพื่อทำการเก็บค่าที่ดีที่สุดของสตริงคำตอบ จะทำการพิจารณาทีละ Front จากน้อยไปมาก เมื่อจัดเรียงเสร็จแล้ว จะทำการคัดเลือกสตริงคำตอบเพื่อทำการเก็บค่าที่ดีที่สุดของสตริงคำตอบ และพิจารณาทีละ Front จากน้อยไปมาก จากตารางที่ 4.47 จะได้สตริงคำตอบทั้งหมด 6 ตัวที่มีค่าเท่ากับ 1 (Front) แต่สตริงคำตอบที่ได้จัดเก็บต้องมีไม่เกิน 5 ตัว จึงทำการคัดเลือกสตริงคำตอบออกมาเพียง 5 สตริงคำตอบดังนี้ เพื่อทำการเก็บไว้ดำเนิน NSGA-II ในรอบถัดไป

String Priority 1 = [11 9 7 4 10 5 1 8 6 2 3]

String Priority 4 = [1 4 11 10 8 5 6 3 7 2 9]

String Priority 2 = [11 9 7 4 10 5 1 8 6 2 3]

String Priority 3 = [11 9 7 4 10 5 1 3 2 6 8]

String Priority 5 = [1 4 11 10 8 5 6 3 7 2 9]

4.4 พารามิเตอร์ที่ใช้ในการทดลอง

4.4.1 จำนวนประชากรเบื้องต้น

จำนวนคำตอบหรือสตริงคำตอบทั้งหมดที่มีอยู่ในแต่ละเจนเนอเรชัน เช่นถ้ากำหนดให้จำนวนประชากรมีขนาด 100 ประชากร หมายความว่าในแต่ละเจนเนอเรชันจะมีคำตอบหรือสตริงคำตอบที่เป็นไปได้ทั้งหมด 100คำตอบ ซึ่งต้องเป็นคำตอบที่ไม่เหมือนกัน เพื่อต้องการให้ได้คำตอบหรือสตริงคำตอบที่หลากหลาย ในงานวิจัยนี้ (Hwang and Katayama, 2008) ได้กำหนดจำนวนประชากรในการทดลองเท่ากับ 100 ประชากร ดังนั้นจึงกำหนดให้เป็นจำนวนประชากรที่ใช้ในการทดลอง

4.4.2 วิธีการคัดเลือดสตริง

วิธี Binary Tournament Selection เป็นวิธีการคัดเลือกคำตอบที่มีความแข็งแรงเข้าสู่ขั้นตอนต่อไป ซึ่งพิจารณาจากค่าความแข็งแรงและความหนาแน่นร่วมกัน สตริงที่ได้รับอันดับที่ในการกำหนดให้จากวิธีเชิงกลุ่มที่ดีที่สุดเป็นอันดับต่ำและมีความหนาแน่นมากระหว่างคำตอบในอันดับเดียวกัน จะมีโอกาสที่จะได้รับการคัดเลือกสูง

4.4.3 วิธีกำหนดค่าความหนาแน่นของสตริงคำตอบ

วิธี Crowding Distance เป็นการกำหนดค่าความหนาแน่น หรือค่าการแบ่งปันความแข็งแรง ในงานวิจัยนี้ได้ใช้วิธี ซึ่งเป็นการคำนวณระยะทางระหว่างสมาชิกประชากรคำตอบภายในอันดับเดียวกัน

4.4.4 วิธีเชิงกลุ่มที่ดีที่สุด

วิธี Non-dominated Sorting เป็นวิธีเชิงกลุ่มที่ดีที่สุดในการหากลุ่มคำตอบที่ดีที่สุดตามหลักของ Goldberg (1989) วิธีนี้จะทำให้สามารถหาคำตอบที่ดีที่สุดได้จากการจัดอันดับคำตอบที่มีค่าน้อยที่สุดจะเป็นคำตอบที่ดีที่สุด

4.4.5 วิธีการครอสโอเวอร์ (Crossover Method)

วิธี Weight Mapping Crossover เป็นวิธีการกำหนดค่าน้ำหนักให้คำสตริงคำตอบที่เป็นพ่อและแม่แล้วจึงทำการสุ่มเลือกตำแหน่งเพื่อสลับตำแหน่งกันจะทำให้ได้สตริงคำตอบที่เป็นรุ่นลูก ซึ่งเป็นวิธีการครอสโอเวอร์ในการหาคำตอบที่ดีที่สุด โดยจะมีความน่าจะเป็นในการหาค่าครอสโอเวอร์ซึ่งได้มีการทดลองการหาค่าที่เหมาะสมในแต่ละปัญหาในหัวข้อต่อไป

4.4.6 วิธีการมิวเตชัน (Mutation Method)

วิธี Reciprocal Exchange Mutation เป็นวิธีการสุ่มตำแหน่งในสตริงคำตอบที่ถูกคัดเลือกมาตามความน่าจะเป็นที่กำหนด โดยทำการสุ่มตำแหน่งมา 2 ตำแหน่งแล้วทำการสลับค่ากันเพื่อเตรียมเข้าสู่กระบวนการถัดไป ความน่าจะเป็นในการหามิวเตชันได้มีการทดลองการหาค่าที่เหมาะสมในแต่ละปัญหาในหัวข้อต่อไป

4.5 การออกแบบการทดลอง (Design of Experiment)

4.5.1 การกำหนดข้อมูลที่ต้องการในการทดลอง

การทดลองในแต่ละระดับปัจจัยจะเก็บข้อมูลค่าวัตถุประสงค์ไว้ 3 วัตถุประสงค์ ดังนั้นผู้วิจัยจึงทำการหาค่าสมรรถนะของแต่ละการทดลองซึ่งในแต่ละการทดลองทำการเก็บข้อมูลจำนวน 2 ครั้งในหนึ่งการทดลอง โดยมีตัวชี้วัดสมรรถนะในการทดลองทั้งหมด 4 ตัวชี้วัด คือ การลู่เข้าสู่กลุ่มคำตอบที่แท้จริง (Convergence to the Pareto-Optimal Set) การกระจายของกลุ่มคำตอบที่หาได้ (Spread to the Pareto-Optimal Set) อัตราส่วนของจำนวนกลุ่มคำตอบที่หาได้เทียบเท่ากับกลุ่มคำตอบที่แท้จริง (Ratio of Non-Dominated Solution) และตัวชี้วัดสมรรถนะด้านเวลาในการคำนวณจำนวนกลุ่มคำตอบที่หาได้ (Computation Time to Solution)

4.5.2 ตัวชี้วัดสมรรถนะที่ใช้ในการทดลอง

4.5.2.1 ตัวชี้วัดสมรรถนะของคำตอบด้านการลู่เข้าสู่กลุ่มคำตอบที่แท้จริง (Convergence to the Pareto-Optimal Set)

$$Convergence = \frac{1}{|S^*|} \quad : \quad d_{xy} = \sqrt{\sum_{i=1}^{k}\left[\frac{f_i(x) - f_i(y)}{f_i^{\max} - f_i^{\min}}\right]^2} \tag{4.8}$$

ซึ่ง S^* คือเซตคำตอบที่แท้จริง, $f_i^{\max}$ และ $f_i^{\min}$ คือค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์, i ที่มีค่ามากที่สุดและน้อยที่สุดตามลำดับ, d_{xy} เป็นระยะของคำตอบที่อยู่ต่อเนื่องกันระหว่างคำตอบที่หาได้ x กับคำตอบที่แท้จริง y ในเซตคำตอบที่ดีที่สุดที่หาได้ และ k คือจำนวนฟังก์ชันวัตถุประสงค์ ถ้าค่าตัวสมรรถนะชนิดนี้มีค่าเข้าใกล้ศูนย์ จะถือว่ากลุ่มคำตอบอัลกอริทึมนั้นเป็นกลุ่มคำตอบที่ลู่เข้าใกล้กลุ่มคำตอบที่แท้จริง

4.5.2.2 ตัวชี้วัดสมรรถนะของคำตอบด้านการกระจายของกลุ่มคำตอบที่หาได้ (Spread to the Pareto-Optimal Set)

$$Spread = \frac{d_f + d_l + \sum_{i=1}^{N-1} \left| d_i - \bar{d} \right|}{d_f + d_l + (N-1)\bar{d}} \tag{4.9}$$

ซึ่ง d_f และ d_l เป็นระยะห่างของคำตอบปลายสุดทั้งสองด้าน d_i เป็นระยะของคำตอบที่อยู่ต่อเนื่องกัน ในเซตคำตอบที่ดีที่สุดที่หาได้, $\bar{d}$ เป็นค่าเฉลี่ยของระยะห่าง, N เป็นจำนวนคำตอบที่หาได้ ถ้าค่าตัวสมรรถนะชนิดนี้มีค่าเข้าใกล้ศูนย์ จะถือว่ากลุ่มคำตอบอัลกอริทึมนั้นจะมีคำตอบที่มีลักษณะการกระจายที่มีลักษณะสม่ำเสมอตลอดเส้นขอบเขตของกลุ่มคำตอบที่ดีที่สุด

4.5.2.3 ตัวชี้วัดสมรรถนะด้านอัตราส่วนของจำนวนกลุ่มคำตอบที่หาได้เทียบเท่ากับกลุ่มคำตอบที่แท้จริง (Ratio of Non-Dominated Solution)

$$Ratio = \frac{\left| S_j - \left\{ x \in S_j \mid \exists y \in S : y \prec x \right\} \right|}{\left| S_j \right|} \tag{4.10}$$

ซึ่ง S_j เป็นเซตคำตอบที่ j, S เป็นการรวมกันของ j เซตคำตอบ, x คือคำตอบที่หาได้ในกลุ่มคำตอบที่หาได้ และ y คือคำตอบที่แท้จริงในกลุ่มคำตอบที่ดีที่สุด ถ้าค่าตัวสมรรถนะชนิดนี้มีค่าเข้าใกล้ 1 แสดงว่ากลุ่มคำตอบที่หาได้จากอัลกอริทึมนั้นจะมีคำตอบที่สามารถเทียบเท่ากับกลุ่มคำตอบที่แท้จริง

4.5.2.2 ตัวชี้วัดสมรรถนะด้านเวลาในการคำนวณจำนวนกลุ่มคำตอบที่หาได้ (Computation Time to Solution)

ตัวชี้วัดสมรรถนะด้านเวลาในการคำนวณจำนวนกลุ่มคำตอบที่หาได้เป็นตัวชี้วัดด้านเวลาการหาคำตอบ โดยเปรียบเทียบที่จำนวนรอบในการทดลองที่เท่ากัน

4.5.3 การกำหนดรูปแบบการทดลอง

ในการทดลองได้ทำการทดลอง แบบ Full Factorial Design มีปัจจัยที่เกี่ยวข้องในการพิจารณาทั้งหมด 2 ปัจจัยและในแต่ละปัจจัยจะมีระดับปัจจัยไม่เท่ากัน โดยมีค่าตัวชี้วัดสมรรถนะทั้ง 3 ตัวเป็นตัวแปรตอบสนองในการทดลอง ในแต่ละการทดลองจะทำซ้ำของการทดลอง (Replication) เท่ากับ 2 ปัญหาการทดลองมีทั้งหมด 5 ปัญหา คือ

1. การทดลองจัดสมดุลสายการประกอบผลิตภัณฑ์ผสมในลักษณะตัวยูที่มีสถานีงานขนาน มีจำนวนขั้นงาน 11 งาน มีจำนวนเจนเนอเรชันเท่ากับ 20 เจนเนอเรชัน

2. การทดลองจัดสมดุลสายการประกอบผลิตภัณฑ์ผสมในลักษณะตัวยูที่มีสถานีงานขนาน มีจำนวนขั้นงาน 25 งาน มีจำนวนเจนเนอเรชันเท่ากับ 100 เจนเนอเรชัน

3. การทดลองจัดสมดุลสายการประกอบผลิตภัณฑ์ผสมในลักษณะตัวยูที่มีสถานีงานขนาน มีจำนวนขั้นงาน 61 งาน มีจำนวนเจนเนอเรชันเท่ากับ 200 เจนเนอเรชัน

4. การทดลองจัดสมดุลสายการประกอบผลิตภัณฑ์ผสมในลักษณะตัวยูที่มีสถานีงานขนาน มีจำนวนขั้นงาน 111 งาน มีจำนวนเจนเนอเรชันเท่ากับ 300 เจนเนอเรชัน

5. การทดลองจัดสมดุลสายการประกอบผลิตภัณฑ์ผสมในลักษณะตัวยูที่มีสถานีงานขนาน มีจำนวนขั้นงาน 205 งาน มีจำนวนเจนเนอเรชันเท่ากับ 500 เจนเนอเรชัน

ตารางที่ 4.48 รายละเอียดของแต่ละปัจจัยที่ใช้ในการทดลอง

ปัจจัย	จำนวนระดับปัจจัย	ระดับปัจจัย
1. ความน่าจะเป็นในการครอสโอเวอร์	4	ระดับที่ 1 มีค่าเท่ากับ 0.6 ระดับที่ 2 มีค่าเท่ากับ 0.7 ระดับที่ 3 มีค่าเท่ากับ 0.8 ระดับที่ 5 มีค่าเท่ากับ 0.9
2. ความน่าจะเป็นในการมิวเตชัน	4	ระดับที่ 1 มีค่าเท่ากับ 0.1 ระดับที่ 3 มีค่าเท่ากับ 0.2 ระดับที่ 4 มีค่าเท่ากับ 0.3 ระดับที่ 5 มีค่าเท่ากับ 0.4

ในการทดลองอัลกอริทึม NSGA-II มีปัจจัยทั้งหมด 2 ปัจจัยและ Replication เท่ากับ 2 ดังนั้นจะมี Treatment Combination เท่ากับ $4 \times 4 \times 2 = 32$

4.6 การวิเคราะห์ผลการทดลอง

ในการทดลองแยกตามขนาดปัญหาที่ใช้ในการทดลองที่มีทั้งหมด 5 ปัญหา โดยจะทำการวิเคราะห์ความตัวชี้วัดสมรรถนะทั้ง 4 ตัวคือ การลู่เข้าสู่กลุ่มคำตอบที่แท้จริง (Convergence to the Pareto-Optimal Set) การกระจายของกลุ่มคำตอบที่หาได้ (Spread to the Pareto-Optimal Set) อัตราส่วนของจำนวนกลุ่มคำตอบที่หาได้เทียบเท่ากับกลุ่มคำตอบที่แท้จริง (Ratio of Non-Dominated Solution) และตัวชี้วัดสมรรถนะด้านเวลาในการคำนวณจำนวนกลุ่มคำตอบที่หาได้ (*Computation Time to Solution*) โดยจะวิเคราะห์ตามลำดับ

1. การวิเคราะห์ ANOVA เป็นการวิเคราะห์เพื่อดูว่าปัจจัยใดมีผลต่อการหาคำตอบที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 โดยใช้โปรแกรม Minitab ช่วยในการวิเคราะห์

2. การวิเคราะห์คู่ลำดับเป็นการวิเคราะห์เพื่อดูว่าระดับปัจจัยใดมีความแตกต่างกับระดับปัจจัยอื่นๆ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 โดยใช้โปรแกรม Minitab ช่วยในการวิเคราะห์

4.6.1 ปัญหา 11 ขั้นงาน

วิเคราะห์ความสัมพันธ์ของปัจจัยที่ส่งผลต่ออัลกอริทึม NSGA-II โดยใช้ตัวแปรตอบสนองการลู่เข้าสู่กลุ่มคำตอบที่แท้จริง (Convergence to the Pareto-Optimal Set)

```
Analysis of Variance for Convergence, using Adjusted SS for Tests

Source  DF   Seq SS   Adj SS   Adj MS     F      P
Pc       3  0.01907  0.01907  0.00636  0.26  0.853
Pm       3  0.02136  0.02136  0.00712  0.29  0.831
Pc*Pm    9  0.16848  0.16848  0.01872  0.77  0.649
Error   16  0.39120  0.39120  0.02445
Total   31  0.60011

S = 0.156365   R-Sq = 34.81%   R-Sq(adj) = 0.00%
```

รูปที่ 4.27 ผลการวิเคราะห์ ANOVA ขนาดปัญหา 11 ขั้นงาน เมื่อตัวแปรตอบสนอง คือ Convergence to the Pareto-Optimal Set

จากรูปที่ 4.27 พบว่าไม่มีปัจจัยใดที่มีผลต่อตัวแปรตอบสนอง อย่างมีนัยสำคัญเนื่องจากปัจจัยความน่าจะเป็นในการเลือกสตริงคำตอบเพื่อปรับปรุงตารางยังไม่สามารถระบุพารามิเตอร์ได้ จึงทำการหาพารามิเตอร์ที่เหมาะสมโดยใช้ตัวแปรตอบสนองการกระจายของกลุ่มคำตอบที่หาได้ (Spread to The Pareto-Optimal Set)

```
Analysis of Variance for spead, using Adjusted SS for Tests

Source  DF   Seq SS   Adj SS   Adj MS     F      P
Pc       3  0.12051  0.12051  0.04017  1.16  0.356
Pm       3  0.07394  0.07394  0.02465  0.71  0.560
Pc*Pm    9  0.27600  0.27600  0.03067  0.88  0.559
Error   16  0.55519  0.55519  0.03470
Total   31  1.02564

S = 0.186278   R-Sq = 45.87%   R-Sq(adj) = 0.00%
```

รูปที่ 4.28 ผลการวิเคราะห์ ANOVA ขนาดปัญหา 11 ขั้นงาน เมื่อตัวแปรตอบสนอง คือ Spread to the Pareto-Optimal Set

One-way ANOVA: spead versus Pc

```
Source  DF      SS      MS     F      P
Pc       3  0.1205  0.0402  1.24  0.313
Error   28  0.9051  0.0323
Total   31  1.0256

S = 0.1798   R-Sq = 11.75%   R-Sq(adj) = 2.29%

                          Individual 95% CIs For Mean Based on
                          Pooled StDev
Level  N    Mean   StDev   -+---------+---------+---------+--------
1      8  0.7661  0.2196                (----------*----------)
2      8  0.6836  0.1641          (----------*----------)
3      8  0.7157  0.1618             (----------*---------)
4      8  0.5974  0.1673   (----------*----------)
                           -+---------+---------+---------+--------
                          0.48      0.60      0.72      0.84

Pooled StDev = 0.1798
```

รูปที่ 4.29 ผลการวิเคราะห์คู่ลำดับของพบว่าความน่าจะเป็นในการครอสโอเวอร์ (Pc) ของปัญหา 11 ขั้นงาน เมื่อตัวแปรตอบสนองคือ Spread to the Pareto-Optimal Set

จากรูปที่ 4.28 – 4.29 พบว่าไม่มีปัจจัยใดที่มีผลต่อตัวแปรตอบสนอง อย่างมีนัยสำคัญ เนื่องจากปัจจัยความน่าจะเป็นในการเลือกสตริงคำตอบเพื่อปรับปรุงตาราง ยังไม่สามารถระบุพารามิเตอร์ที่เหมาะสมได้ จึงทำการหาพารามิเตอร์ที่เหมาะสมโดยใช้ตัวแปรตอบสนองอัตราส่วนของจำนวนกลุ่มคำตอบที่หาได้เทียบเท่ากลุ่มคำตอบที่แท้จริง (Ratio of Non-Dominated Solution)

```
Analysis of Variance for ratio, using Adjusted SS for Tests

Source  DF   Seq SS   Adj SS   Adj MS     F      P
Pc       3  0.22938  0.22937  0.07646  1.12  0.370
Pm       3  0.53797  0.53797  0.17932  2.63  0.086
Pc*Pm    9  0.35210  0.35210  0.03912  0.57  0.800
Error   16  1.09113  1.09113  0.06820
Total   31  2.21058

S = 0.261143   R-Sq = 50.64%   R-Sq(adj) = 4.37%
```

รูปที่ 4.30 ผลการวิเคราะห์ ANOVA ขนาดปัญหา 11 ขั้นงานในอัลกอริทึม NSGA-II เมื่อตัวแปรตอบสนองคือ Ratio of Non-Dominated Solution

One-way ANOVA: spead versus Pc

```
Source  DF      SS      MS     F      P
Pc       3  0.1205  0.0402  1.24  0.313
Error   28  0.9051  0.0323
Total   31  1.0256

S = 0.1798   R-Sq = 11.75%   R-Sq(adj) = 2.29%

                          Individual 95% CIs For Mean Based on
                          Pooled StDev
Level  N    Mean   StDev  -+---------+---------+---------+--------
1      8  0.7661  0.2196                (----------*----------)
2      8  0.6836  0.1641          (----------*----------)
3      8  0.7157  0.1618             (----------*---------)
4      8  0.5974  0.1673   (----------*----------)
                           -+---------+---------+---------+--------
                          0.48      0.60      0.72      0.84

Pooled StDev = 0.1798
```

รูปที่ 4.31 ผลการวิเคราะห์คู่ลำดับของพบว่าความน่าจะเป็นในการครอสโอเวอร์ (Pc) ของปัญหา 11 ขั้นงาน เมื่อตัวแปรตอบสนองคือ Ratio of Non-Dominated Solution

One-way ANOVA: spead versus Pm

```
Source  DF      SS      MS     F      P
Pm       3  0.0739  0.0246  0.73  0.546
Error   28  0.9517  0.0340
Total   31  1.0256

S = 0.1844   R-Sq = 7.21%   R-Sq(adj) = 0.00%

                          Individual 95% CIs For Mean Based on
                          Pooled StDev
Level  N    Mean   StDev  ---------+---------+---------+---------+
1      8  0.6251  0.2123  (----------*----------)
2      8  0.7595  0.1506            (----------*----------)
3      8  0.6789  0.1416      (-----------*----------)
4      8  0.6992  0.2194        (----------*----------)
                          ---------+---------+---------+---------+
                                0.60      0.72      0.84      0.96

Pooled StDev = 0.1844
```

รูปที่ 4.32 ผลการวิเคราะห์คู่ลำดับของพบว่าความน่าจะเป็นในการมิวเตชัน (Pm) ของปัญหา 11 ขั้นงาน เมื่อตัวแปรตอบสนองคือ Ratio of Non-Dominated Solution

จากรูปที่ 4.30 - 4.32 พบว่าไม่มีปัจจัยใดที่มีผลต่อตัวแปรตอบสนอง อย่างมีนัยสำคัญ เมื่อทำการวิเคราะห์ด้านเวลาในการคำนวณเนื่องจากไม่สามารถหาพารามิเตอร์ที่เหมาะสมได้จาก

ตัวแปรทั้ง 3 ตัวซึ่งพิจารณาจากคำตอบที่มีอัตราส่วนของจำนวนกลุ่มคำตอบที่หาได้เทียบเท่ากับกลุ่มคำตอบที่แท้จริง การลู่เข้าสู่กลุ่มคำตอบที่แท้จริง และใช้เวลาน้อยที่สุด พบว่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมของปัจจัยความน่าจะเป็นในการเลือกสตริงคำตอบเพื่อปรับปรุงตาราง ที่ใช้เวลาในการคำนวณน้อยสุดคือ ความน่าจะเป็นในการครอสโอเวอร์ (Pc) คือ 0.7 และความน่าจะเป็นในการมิวเตชัน (Pm) คือ 0.3

จากการหาพารามิเตอร์ที่เหมาะสม โดยที่มีตัวแปรตอบสนองคือการลู่เข้าสู่กลุ่มคำตอบที่แท้จริง (Convergence to the Pareto-Optimal Set) การกระจายของกลุ่มคำตอบที่หาได้ (Spread to the Pareto-Optimal Set) และอัตราส่วนของจำนวนกลุ่มคำตอบที่หาได้เทียบเท่ากับกลุ่มคำตอบที่แท้จริง (Ratio of Non-Dominated Solution) และเวลาที่ใช้ในการคำนวณ จะมีพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุด ดังตารางที่ 4.49

ตารางที่ 4.49 พารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดขนาดปัญหา 11 ขั้นงานในอัลกอริทึม NSGA-II

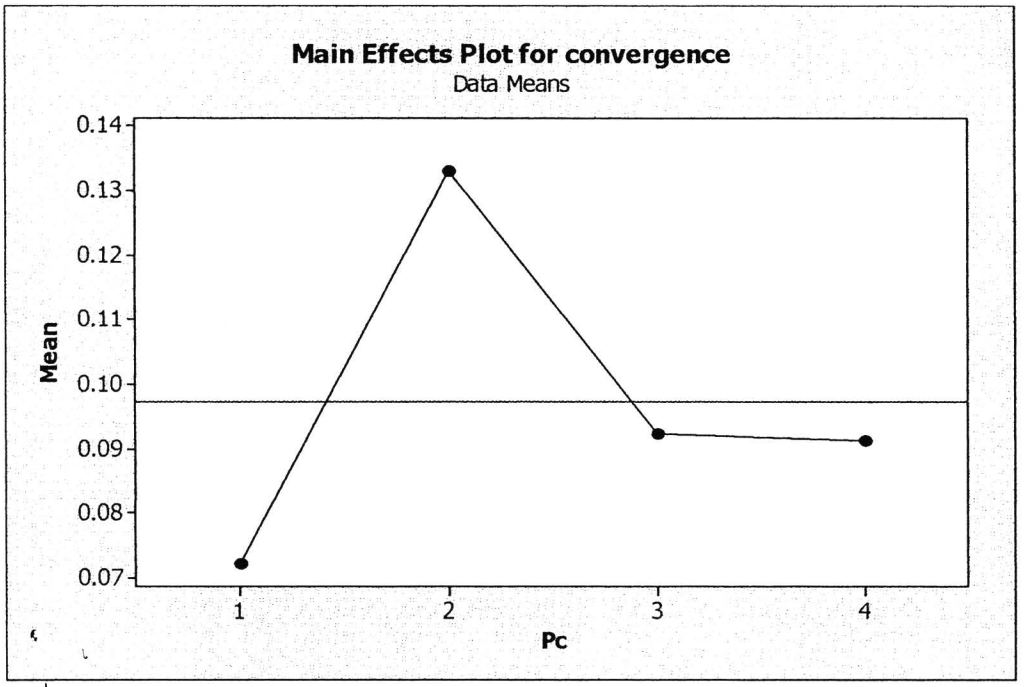
ปัจจัย	ระดับปัจจัย
1. ความน่าจะเป็นในการครอสโอเวอร์ (Pc)	0.70
2. ความน่าจะเป็นในการมิวเตชัน (Pm)	0.30

4.6.2 ปัญหา 25 ขั้นงาน

วิเคราะห์ความสัมพันธ์ของปัจจัยที่ส่งผลต่ออัลกอริทึม NSGA-II โดยใช้ตัวแปรตอบสนองการลู่เข้าสู่กลุ่มคำตอบที่แท้จริง (Convergence to the Pareto-Optimal Set)

```
Analysis of Variance for convergence, using Adjusted SS for Tests

Source  DF     Seq SS     Adj SS     Adj MS     F      P
Pc       3  0.0157135  0.0157135  0.0052378  5.75  0.007
Pm       3  0.0012213  0.0012213  0.0004071  0.45  0.723
Pc*Pm    9  0.0469656  0.0469656  0.0052184  5.73  0.001
Error   16  0.0145812  0.0145812  0.0009113
Total   31  0.0784815

S = 0.0301881   R-Sq = 81.42%   R-Sq(adj) = 64.00%
```

รูปที่ 4.33 ผลการวิเคราะห์ ANOVA ขนาดปัญหา 25 ขั้นงาน เมื่อตัวแปรตอบสนองคือ Convergence to the Pareto-Optimal Set



รูปที่ 4.34 กราฟแสดงอิทธิพลของความน่าจะเป็นในการครอสโอเวอร์ (Pc) ขนาดปัญหา 25 ขั้นงาน เมื่อตัวแปรตอบสนองคือ Convergence to the Pareto-Optimal Set

จากรูปที่ 4.33 – 4.34 พบว่าความน่าจะเป็นในการครอสโอเวอร์ (Pc) มีผลต่อตัวแปรตอบสนองอย่างมีนัยสำคัญ

One-way ANOVA: convergence versus Pc

Source	DF	SS	MS	F	P
Pc	3	0.01571	0.00524	2.34	0.095
Error	28	0.06277	0.00224		
Total	31	0.07848			

S = 0.04735 R-Sq = 20.02% R-Sq(adj) = 11.45%

Level	N	Mean	StDev
1	8	0.07215	0.01339
2	8	0.13293	0.08235
3	8	0.09231	0.03649
4	8	0.09116	0.02596

Individual 95% CIs For Mean Based on Pooled StDev

```
(---------*--------)
                  (---------*---------)
        (--------*---------)
       (---------*---------)
---------+---------+---------+---------+
       0.070     0.105     0.140     0.175
```

Pooled StDev = 0.04735

รูปที่ 4.35 ผลการวิเคราะห์คู่ลำดับของพบว่าความน่าจะเป็นในการครอสโอเวอร์ (Pc) ของปัญหา 25 ขั้นงาน เมื่อตัวแปรตอบสนองคือ Convergence to the Pareto-Optimal Set

เนื่องจากปัจจัยความน่าจะเป็นในการเลือกสตริงคำตอบเพื่อปรับปรุงตารางยังไม่สามารถระบุพารามิเตอร์ได้ จึงทำการหาพารามิเตอร์ที่เหมาะสมโดยใช้ตัวแปรตอบสนองการกระจายของกลุ่มคำตอบที่หาได้ (Spread to the Pareto-Optimal Set)

```
Analysis of Variance for spread, using Adjusted SS for Tests

Source  DF   Seq SS   Adj SS   Adj MS     F      P
Pc       3  0.01962  0.01962  0.00654  0.28  0.842
Pm       3  0.08306  0.08306  0.02769  1.17  0.353
Pc*Pm    9  0.64924  0.64924  0.07214  3.04  0.025
Error   16  0.37960  0.37960  0.02372
Total   31  1.13152

S = 0.154029   R-Sq = 66.45%   R-Sq(adj) = 35.00%
```

รูปที่ 4.36 ผลการวิเคราะห์ ANOVA ขนาดปัญหา 25 ขั้นงาน เมื่อตัวแปรตอบสนองคือ Spread to the Pareto-Optimal Set

จากรูปที่ 4.35 – 4.36 พบว่าไม่มีปัจจัยใดที่มีผลต่อตัวแปรตอบสนอง อย่างมีนัยสำคัญ เนื่องจากปัจจัยความน่าจะเป็นในการเลือกสตริงคำตอบเพื่อปรับปรุงตาราง ยังไม่สามารถระบุพารามิเตอร์ที่เหมาะสมได้ จึงทำการหาพารามิเตอร์ที่เหมาะสมโดยใช้ตัวแปรตอบสนองอัตราส่วนของจำนวนกลุ่มคำตอบที่หาได้เทียบเท่ากลุ่มคำตอบที่แท้จริง (Ratio of Non-Dominated Solution)

```
Analysis of Variance for ratio, using Adjusted SS for Tests

Source  DF    Seq SS    Adj SS    Adj MS   F  P
Pc       4  0.142432  0.142432  0.035608  **
Pm       4  0.065057  0.065057  0.016264  **
Pc*Pm   16  0.347208  0.347208  0.021700  **
Error   25  0.000000  0.000000  0.000000
Total   49  0.554696

** Denominator of F-test is zero.

S = 6.062203E-17   R-Sq = 100.00%   R-Sq(adj) = 100.00%
```

รูปที่ 4.37 ผลการวิเคราะห์ ANOVA ขนาดปัญหา 25 ขั้นงานในอัลกอริทึม NSGA-II เมื่อตัวแปรตอบสนองคือ Ratio of Non-Dominated Solution

จากรูปที่ 4.37 พบว่าไม่มีปัจจัยใดที่มีผลต่อตัวแปรตอบสนอง อย่างมีนัยสำคัญ เมื่อทำการวิเคราะห์ด้านเวลาในการคำนวณเนื่องจากไม่สามารถหาพารามิเตอร์ที่เหมาะสมได้จากตัวแปรทั้ง 3 ตัวซึ่งพิจารณาจากคำตอบที่มีอัตราส่วนของจำนวนกลุ่มคำตอบที่หาได้เทียบเท่ากับกลุ่มคำตอบที่แท้จริง การลู่เข้าสู่กลุ่มคำตอบที่แท้จริง และใช้เวลาน้อยที่สุด พบว่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมของปัจจัยความน่าจะเป็นในการเลือกสตริงคำตอบเพื่อปรับปรุงตาราง ที่ใช้เวลาในการคำนวณน้อยสุดคือ ความน่าจะเป็นในการครอสโอเวอร์ (Pc) คือ 0.6 และความน่าจะเป็นในการมิวเตชัน (Pm) คือ 0.4

จากการหาพารามิเตอร์ที่เหมาะสม โดยที่มีตัวแปรตอบสนองคือการลู่เข้าสู่กลุ่มคำตอบที่แท้จริง (Convergence to the Pareto-Optimal Set) การกระจายของกลุ่มคำตอบที่หาได้ (Spread to the Pareto-Optimal Set) และอัตราส่วนของจำนวนกลุ่มคำตอบที่หาได้เทียบเท่ากับกลุ่มคำตอบที่แท้จริง (Ratio of Non-Dominated Solution) และเวลาที่ใช้ในการคำนวณ จะมีพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุด ดังตารางที่ 4.50

ตารางที่ 4.50 พารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดขนาดปัญหา 25 ขั้นงานในอัลกอริทึม NSGA-II

ปัจจัย	ระดับปัจจัย
1. ความน่าจะเป็นในการครอสโอเวอร์ (Pc)	0.60
2. ความน่าจะเป็นในการมิวเตชัน (Pm)	0.40

4.6.3 ปัญหา 61 ขั้นงาน

วิเคราะห์ความสัมพันธ์ของปัจจัยที่ส่งผลต่ออัลกอริทึม โดยการใช้ตัวแปรตอบสนองการลู่เข้าสู่กลุ่มคำตอบที่แท้จริง (Convergence to the Pareto-Optimal Set)

```
Analysis of Variance for convergence, using Adjusted SS for Tests

Source  DF    Seq SS    Adj SS    Adj MS     F      P
Pc       3  0.015484  0.015484  0.005161  0.88  0.473
Pm       3  0.003586  0.003586  0.001195  0.20  0.892
Pc*Pm    9  0.008198  0.008198  0.000911  0.15  0.996
Error   16  0.094023  0.094023  0.005876
Total   31  0.121291

S = 0.0766578   R-Sq = 22.48%   R-Sq(adj) = 0.00%
```

รูปที่ 4.38 ผลการวิเคราะห์ ANOVA ขนาดปัญหา 61 ขั้นงาน เมื่อตัวแปรตอบสนองคือ Convergence to the Pareto-Optimal Set

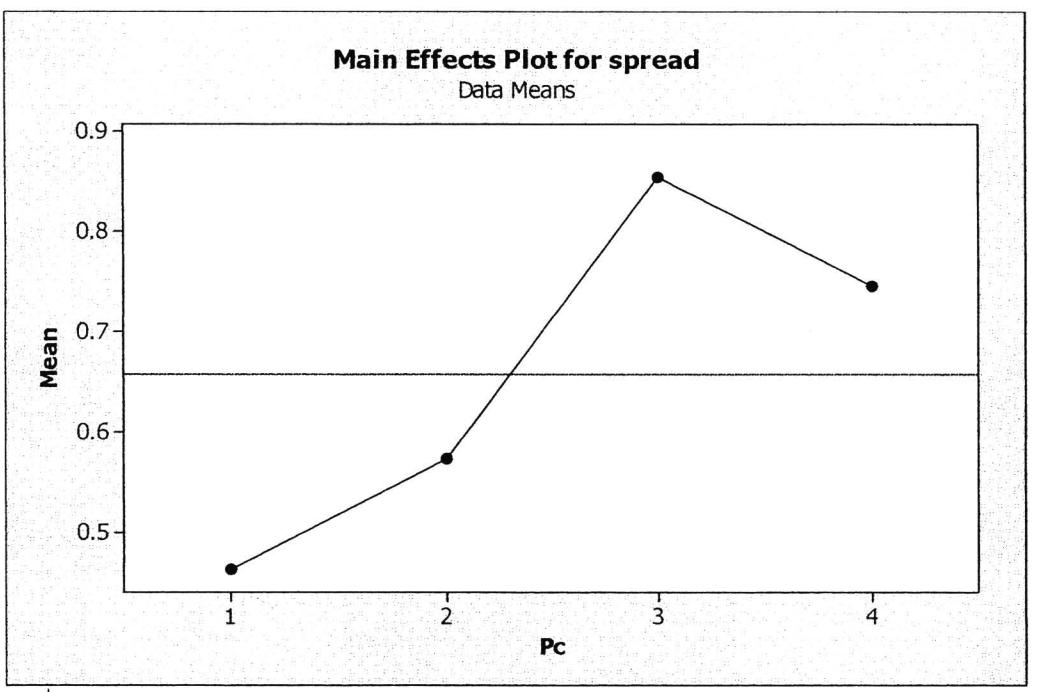
จากรูปที่ 4.38 พบว่าไม่มีปัจจัยใดที่มีผลต่อตัวแปรตอบสนอง อย่างมีนัยสำคัญ เนื่องจากปัจจัยความน่าจะเป็นในการเลือกสตริงคำตอบเพื่อปรับปรุงตารางยังไม่สามารถระบุพารามิเตอร์ที่เหมาะสมได้ จึงทำการหาพารามิเตอร์ที่เหมาะสมโดยใช้ตัวแปรตอบสนองการกระจายของกลุ่มคำตอบที่หาได้ (Spread to the Pareto-Optimal Set)

Analysis of Variance for spread, using Adjusted SS for Tests

Source	DF	Seq SS	Adj SS	Adj MS	F	P
Pc	3	0.73242	0.73242	0.24414	15.53	0.000
Pm	3	0.06527	0.06527	0.02176	1.38	0.284
Pc*Pm	9	0.16287	0.16287	0.01810	1.15	0.386
Error	16	0.25156	0.25156	0.01572		
Total	31	1.21213				

S = 0.125390 R-Sq = 79.25% R-Sq(adj) = 59.79%

รูปที่ 4.39 ผลการวิเคราะห์ ANOVA ขนาดปัญหา 61 ขั้นงาน เมื่อตัวแปรตอบสนองคือ Spread to the Pareto-optimal set



รูปที่ 4.40 กราฟแสดงอิทธิพลของความน่าจะเป็นในการครอสโอเวอร์ (Pc) ขนาดปัญหา 61 ขั้นงาน เมื่อตัวแปรตอบสนองคือ Spread to the Pareto-Optimal Set

One-way ANOVA: spread versus Pc

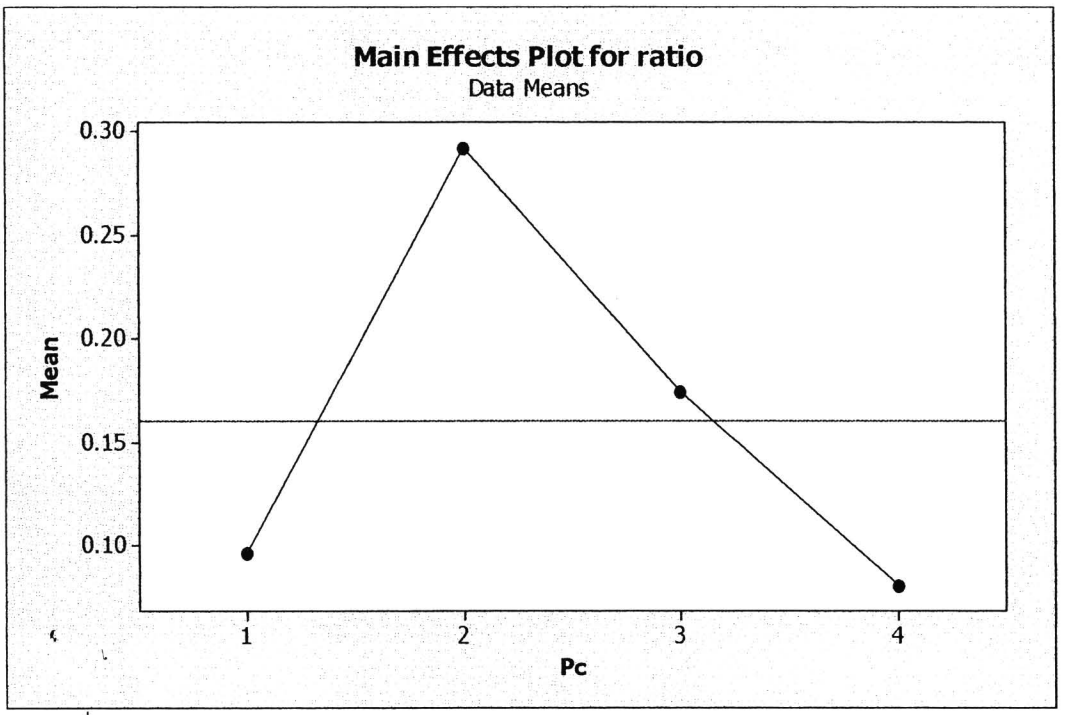
```
Source  DF      SS      MS      F      P
Pc       3  0.7324  0.2441  14.25  0.000
Error   28  0.4797  0.0171
Total   31  1.2121

S = 0.1309   R-Sq = 60.42%   R-Sq(adj) = 56.18%

                          Individual 95% CIs For Mean Based on
                          Pooled StDev
Level  N    Mean   StDev  -----+---------+---------+---------+----
1      8  0.4630  0.1392  (-----*-----)
2      8  0.5728  0.1729        (-----*------)
3      8  0.8547  0.0759                          (-----*-----)
4      8  0.7450  0.1162                    (------*-----)
                          -----+---------+---------+---------+----
                             0.45      0.60      0.75      0.90

Pooled StDev = 0.1309
```

รูปที่ 4.41 ผลการวิเคราะห์คู่ลำดับของพบว่าความน่าจะเป็นในการครอสโอเวอร์ (Pc) ของปัญหา 61 ขั้นงาน เมื่อตัวแปรตอบสนองคือ Spread to the Pareto-Optimal Set

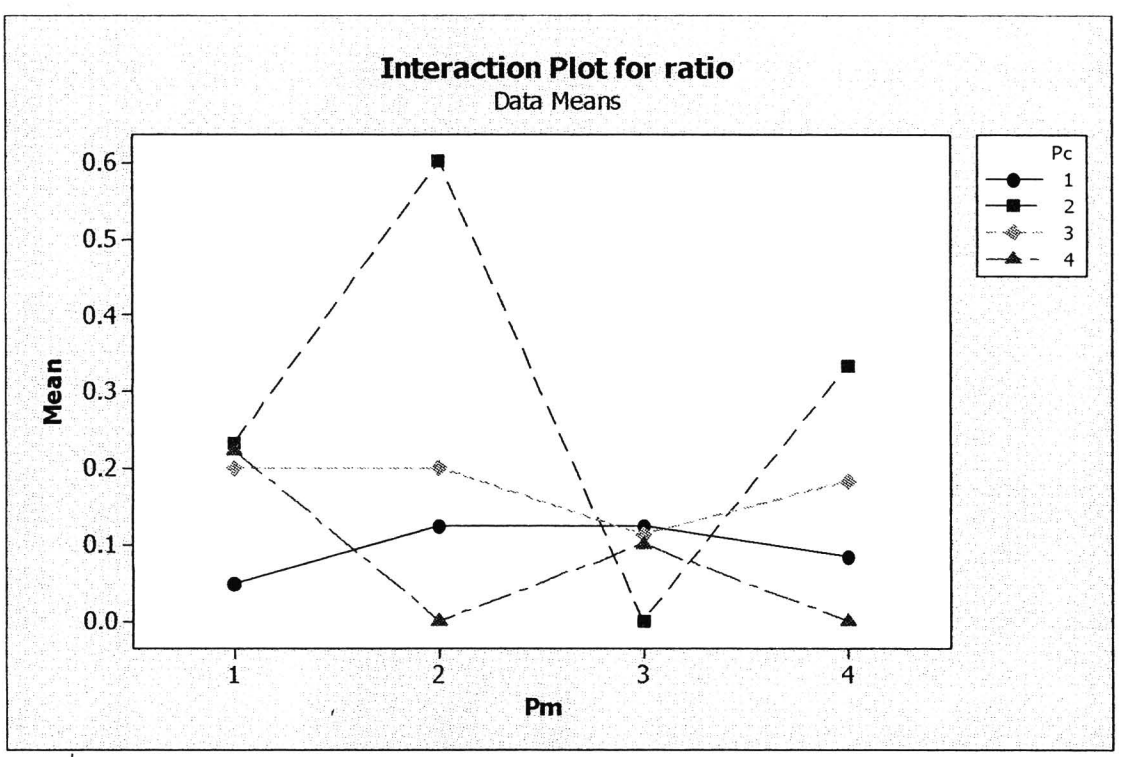
จากรูปที่ 4.49 - 4.41 พบว่าไม่มีปัจจัยใดที่มีผลต่อตัวแปรตอบสนอง อย่างมีนัยสำคัญ เนื่องจากปัจจัยความน่าจะเป็นในการเลือกสตริงคำตอบเพื่อปรับปรุงตาราง ยังไม่สามารถระบุพารามิเตอร์ที่เหมาะสมได้ จึงทำการหาพารามิเตอร์ที่เหมาะสมโดยใช้ตัวแปรตอบสนองอัตราส่วนของจำนวนกลุ่มคำตอบที่หาได้เทียบเท่ากลุ่มคำตอบที่แท้จริง (Ratio of Non-Dominated Solution)

```
Analysis of Variance for ratio, using Adjusted SS for Tests

Source  DF    Seq SS    Adj SS    Adj MS     F      P
Pc       3  0.223665  0.223665  0.074555  7.65  0.002
Pm       3  0.089306  0.089306  0.029769  3.06  0.059
Pc*Pm    9  0.366439  0.366439  0.040715  4.18  0.006
Error   16  0.155832  0.155832  0.009740
Total   31  0.835241

S = 0.0986890   R-Sq = 81.34%   R-Sq(adj) = 63.85%
```

รูปที่ 4.42 ผลการวิเคราะห์ ANOVA ขนาดปัญหา 61 ขั้นงาน เมื่อตัวแปรตอบสนอง คือ Ratio of Non-Dominated Solution



รูปที่ 4.43 กราฟแสดงอิทธิพลของความน่าจะเป็นในการครอสโอเวอร์ (Pc) ขนาดปัญหา 61 ขั้นงาน เมื่อตัวแปรตอบสนองคือ Ratio of Non-Dominated Solution



รูปที่ 4.44 กราฟแสดงอิทธิพลร่วมของความน่าจะเป็นในการครอสโอเวอร์ (Pc) และความน่าจะเป็นในการมิวเตชัน (Pm) ขนาดปัญหา 61 ขั้นงาน เมื่อตัวแปรตอบสนอง คือ Ratio of Non-Dominated Solution

One-way ANOVA: ratio versus Pc

```
Source  DF      SS      MS     F      P
Pc       3  0.2237  0.0746  3.41  0.031
Error   28  0.6116  0.0218
Total   31  0.8352

S = 0.1478   R-Sq = 26.78%   R-Sq(adj) = 18.93%

                              Individual 95% CIs For Mean Based on
                              Pooled StDev
Level  N    Mean   StDev  --+---------+---------+---------+-------
1      8  0.0958  0.1130   (--------*--------)
2      8  0.2917  0.2389                     (--------*--------)
3      8  0.1740  0.0402           (--------*--------)
4      8  0.0805  0.1262  (--------*--------)
                          --+---------+---------+---------+-------
                          0.00      0.12      0.24      0.36

Pboled StDev = 0.1478
```

รูปที่ 4.45 ผลการวิเคราะห์คู่ลำดับของพบว่าความน่าจะเป็นในการครอสโอเวอร์ (Pc) ของปัญหา 61 ขั้นงาน เมื่อตัวแปรตอบสนองคือ Ratio of Non-Dominated Solution

จากรูปที่ 4.42 – 4.45 พบว่าไม่มีปัจจัยใดที่มีผลต่อตัวแปรตอบสนอง อย่างมีนัยสำคัญทำการวิเคราะห์ด้านเวลาในการคำนวณเนื่องจากไม่สามารถหาพารามิเตอร์ที่เหมาะสมได้จากตัวแปรทั้ง 3 ตัวซึ่งจะพิจารณาจากคำตอบที่มีอัตราส่วนของจำนวนกลุ่มคำตอบที่หาได้เทียบเท่ากับกลุ่มคำตอบที่แท้จริง การลู่เข้าสู่กลุ่มคำตอบที่แท้จริง และใช้เวลาน้อยที่สุด พบว่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมของปัจจัยความน่าจะเป็นในการเลือกสตริงคำตอบเพื่อปรับปรุงตาราง ที่ใช้เวลาในการคำนวณน้อยสุดคือ ความน่าจะเป็นการครอสโอเวอร์ (Pc) คือ 0.60 และความน่าจะเป็นในการมิวเตชัน (Pm) คือ 0.40

จากการหาพารามิเตอร์ที่เหมาะสม โดยที่มีตัวแปรตอบสนองคือการลู่เข้าสู่กลุ่มคำตอบที่แท้จริง (Convergence to the Pareto-Optimal Set) การกระจายของกลุ่มคำตอบที่หาได้ (Spread to the Pareto-Optimal Set) และอัตราส่วนของจำนวนกลุ่มคำตอบที่หาได้เทียบเท่ากับกลุ่มคำตอบที่แท้จริง (Ratio of Non-Dominated Solution) และเวลาที่ใช้ในการคำนวณ จะมีพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุด ดังตารางที่ 4.51

ตารางที่ 4.51 พารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดขนาดปัญหา 61 ขั้นงานในอัลกอริทึม NSGA-II

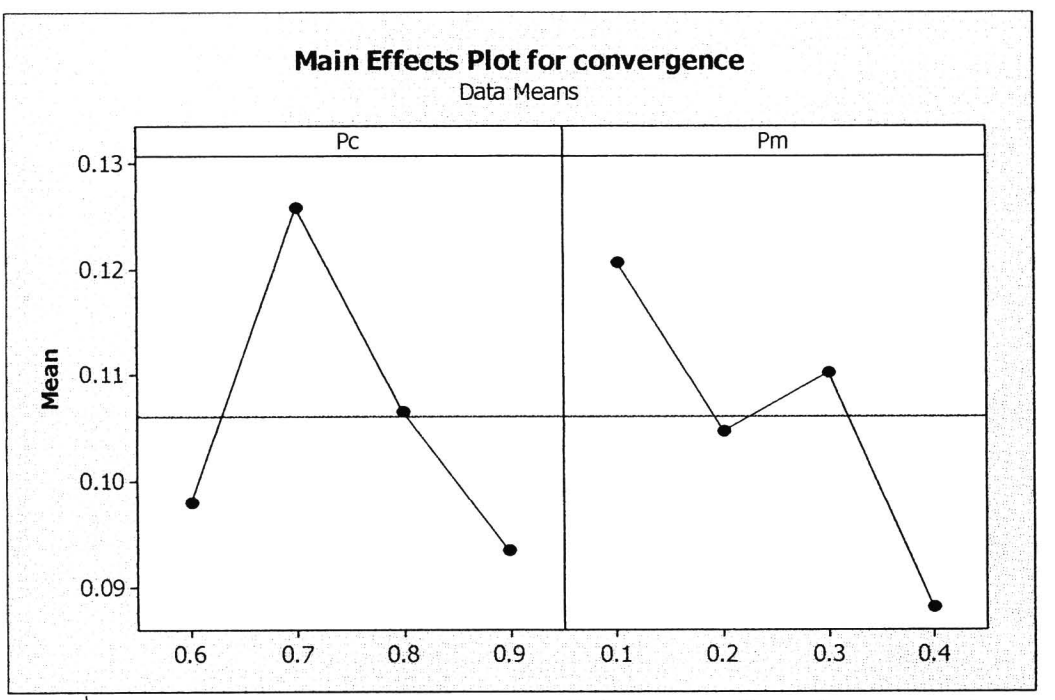
ปัจจัย	ระดับปัจจัย
1. ความน่าจะเป็นในการครอสโอเวอร์ (Pc)	0.60
2. ความน่าจะเป็นในการมิวเตชัน (Pm)	0.40

4.6.4 ปัญหา 111 ขั้นงาน

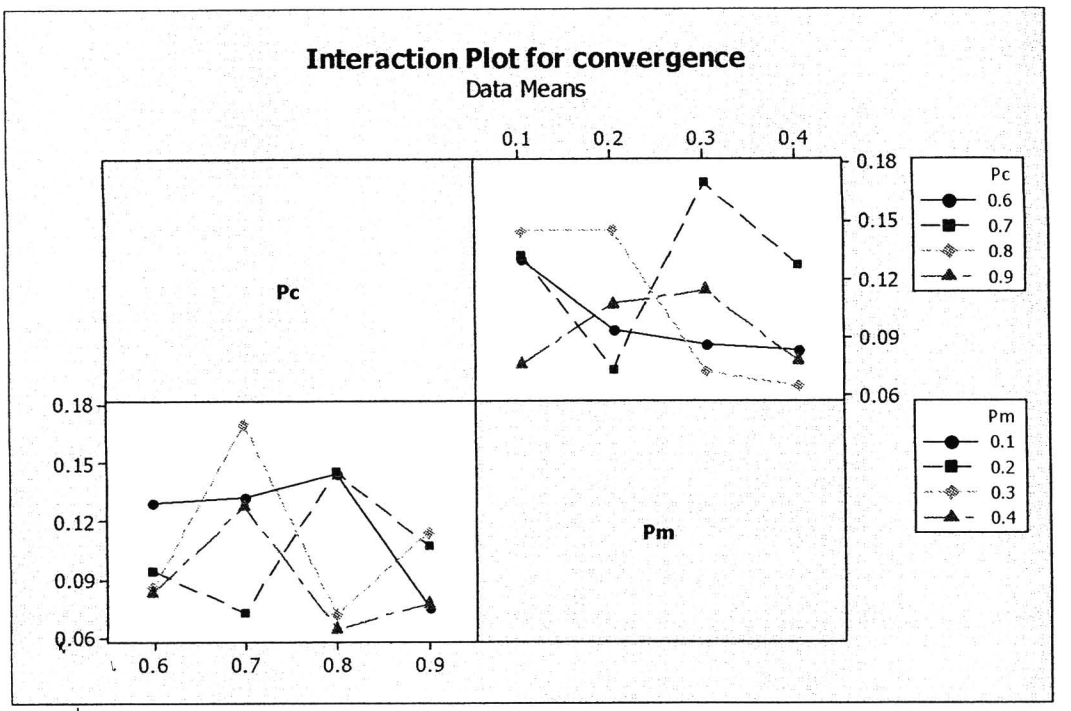
วิเคราะห์ความสัมพันธ์ของปัจจัยที่ส่งผลต่ออัลกอริทึม โดยการใช้ตัวแปรตอบสนองการลู่เข้าสู่กลุ่มคำตอบที่แท้จริง (Convergence to the Pareto-Optimal Set)

```
Analysis of Variance for convergence, using Adjusted SS for Tests

Source  DF     Seq SS     Adj SS     Adj MS      F      P
Pc       3  0.0049021  0.0049021  0.0016340  18.37  0.000
Pm       3  0.0044291  0.0044291  0.0014764  16.59  0.000
Pc*Pm    9  0.0223118  0.0223118  0.0024791  27.86  0.000
Error   16  0.0014235  0.0014235  0.0000890
Total   31  0.0330666

S = 0.00943244   R-Sq = 95.69%   R-Sq(adj) = 91.66%
```

รูปที่ 4.46 ผลการวิเคราะห์ ANOVA ขนาดปัญหา 111 ขั้นงาน เมื่อตัวแปรตอบสนองคือ Convergence to the Pareto-Optimal Set



รูปที่ 4.47 กราฟแสดงอิทธิพลของความน่าจะเป็นในการครอสโอเวอร์ (Pc) ขนาดปัญหา 111 ขั้นงาน เมื่อตัวแปรตอบสนองคือ Convergence to the Pareto-Optimal Set



รูปที่ 4.48 กราฟแสดงอิทธิพลร่วมของความน่าจะเป็นในการครอสโอเวอร์ (Pc) และความน่าจะเป็นในการมิวเตชัน (Pm) ขนาดปัญหา 111 ขั้นงาน เมื่อตัวแปรตอบสนองคือ Convergence to the Pareto-Optimal Set

One-way ANOVA: convergence versus Pc

Source	DF	SS	MS	F	P
Pc	3	0.00490	0.00163	1.62	0.206
Error	28	0.02816	0.00101		
Total	31	0.03307			

S = 0.03172 R-Sq = 14.82% R-Sq(adj) = 5.70%

Level	N	Mean	StDev
1	8	0.09808	0.02046
2	8	0.12588	0.03902
3	8	0.10650	0.04155
4	8	0.09356	0.01887

Individual 95% CIs For Mean Based on Pooled StDev

```
-----+---------+---------+---------+----
   (----------*----------)
                (----------*----------)
        (----------*----------)
(----------*----------)
-----+---------+---------+---------+----
   0.080     0.100     0.120     0.140
```

Pooled StDev = 0.03172

รูปที่ 4.49 ผลการวิเคราะห์คู่ลำดับของพบว่าความน่าจะเป็นในการครอสโอเวอร์ (Pc) ของปัญหา 111 ขั้นงาน เมื่อตัวแปรตอบสนองคือ Convergence to the Pareto-Optimal Set

One-way ANOVA: convergence versus Pm

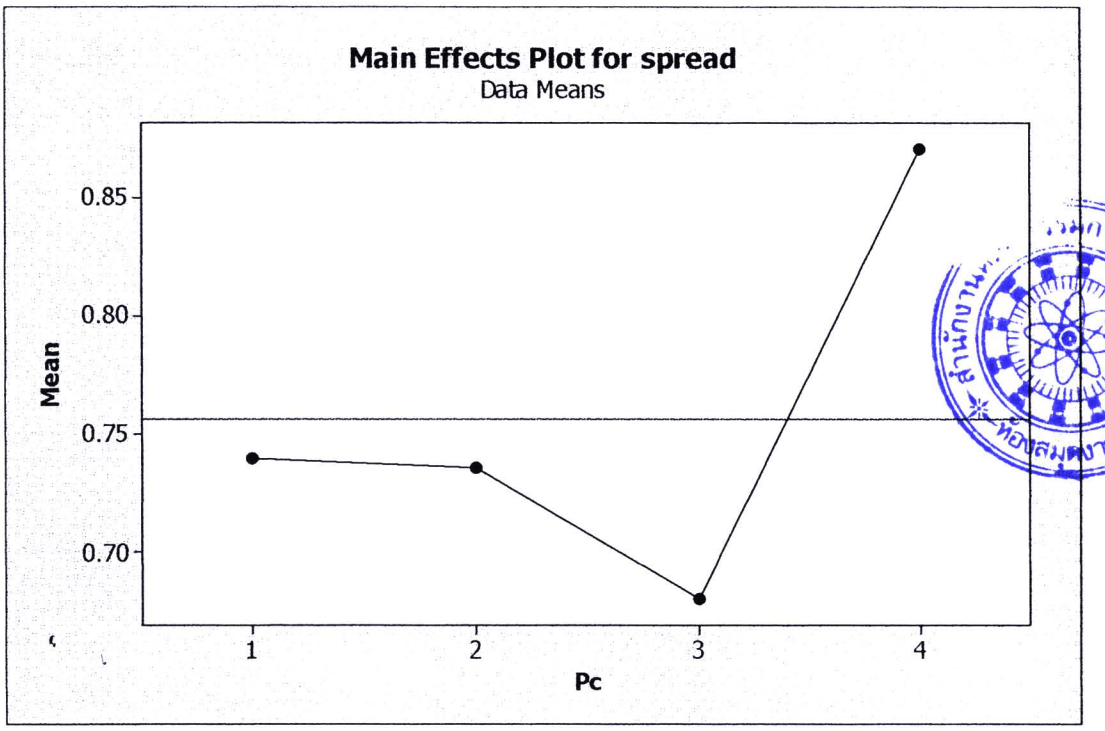
```
Source  DF       SS       MS     F      P
Pm       3  0.00443  0.00148  1.44  0.251
Error   28  0.02864  0.00102
Total   31  0.03307

S = 0.03198   R-Sq = 13.39%   R-Sq(adj) = 4.12%

                                Individual 95% CIs For Mean Based on
                                Pooled StDev
Level  N     Mean    StDev  -------+---------+---------+---------+--
1      8  0.12071  0.02947                  (----------*----------)
2      8  0.10476  0.02834         (----------*----------)
3      8  0.11034  0.04179            (----------*----------)
4      8  0.08820  0.02595  (----------*----------)
                            -------+---------+---------+---------+--
                                 0.080     0.100     0.120     0.140

Pooled StDev = 0.03198
```

รูปที่ 4.50 ผลการวิเคราะห์คู่ลำดับของพบว่าความน่าจะเป็นในการมิวเตชัน (Pm) ของปัญหา 111 ขั้นงาน เมื่อตัวแปรตอบสนองคือ Convergence to the Pareto-Optimal Set

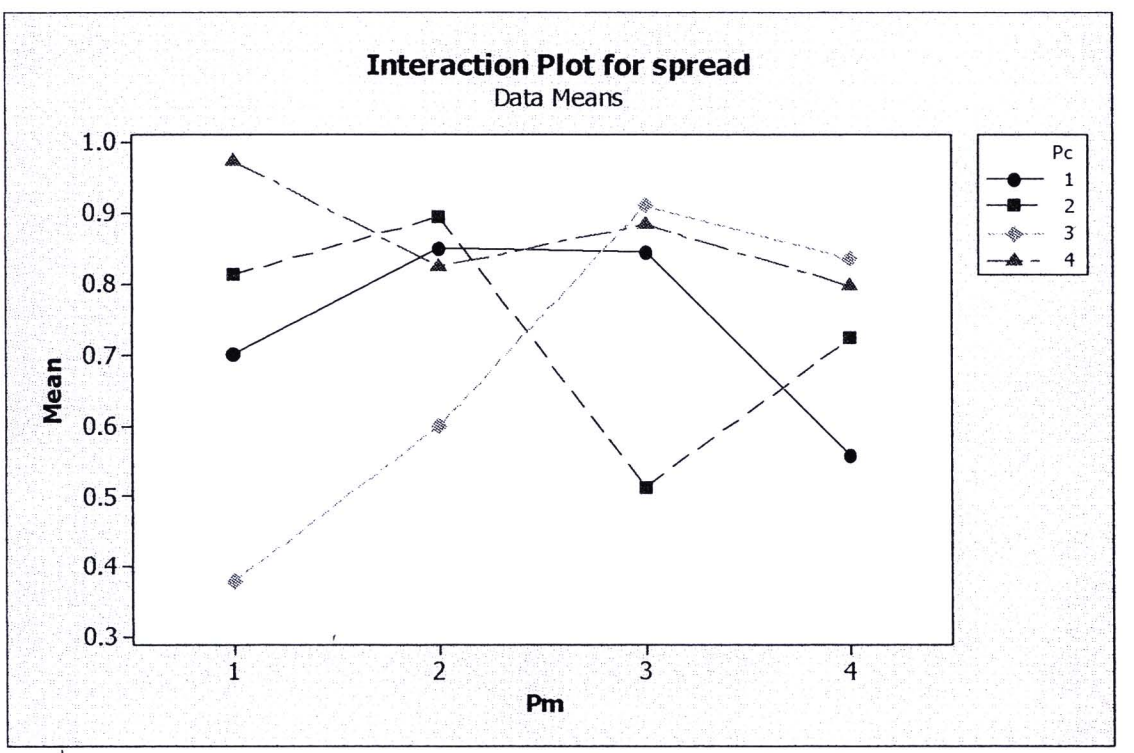
จากรูปที่ 4.46 - 4.50 พบว่าไม่มีปัจจัยใดที่มีผลต่อตัวแปรตอบสนอง อย่างมีนัยสำคัญ เนื่องจากปัจจัยความน่าจะเป็นในการเลือกสตริงคำตอบเพื่อปรับปรุงตารางยังไม่สามารถระบุพารามิเตอร์ที่เหมาะสมได้ จึงทำการหาพารามิเตอร์ที่เหมาะสมโดยใช้ตัวแปรตอบสนองการกระจายของกลุ่มคำตอบที่หาได้ (Spread to the Pareto-Optimal Set)

```
Analysis of Variance for spread, using Adjusted SS for Tests

Source  DF   Seq SS   Adj SS   Adj MS     F      P
Pc       3  0.15529  0.15529  0.05176  4.92  0.013
Pm       3  0.03716  0.03716  0.01239  1.18  0.349
Pc*Pm    9  0.62928  0.62928  0.06992  6.65  0.001
Error   16  0.16834  0.16834  0.01052
Total   31  0.99007

S = 0.102573   R-Sq = 83.00%   R-Sq(adj) = 67.06%
```

รูปที่ 4.51 ผลการวิเคราะห์ ANOVA ขนาดปัญหา 111 ขั้นงาน เมื่อตัวแปรตอบสนองคือ Spread to the Pareto-Optimal Set



รูปที่ 4.52 กราฟแสดงอิทธิพลของความน่าจะเป็นในการครอสโอเวอร์ (Pc) ขนาดปัญหา 111 ขั้นงาน เมื่อตัวแปรตอบสนองคือ Spread to the Pareto-Optimal Set



รูปที่ 4.53 กราฟแสดงอิทธิพลร่วมของความน่าจะเป็นในการครอสโอเวอร์ (Pc) ขนาดปัญหา 111 ขั้นงาน เมื่อตัวแปรตอบสนองคือ Spread to the Pareto-Optimal Set

One-way ANOVA: spread versus Pc

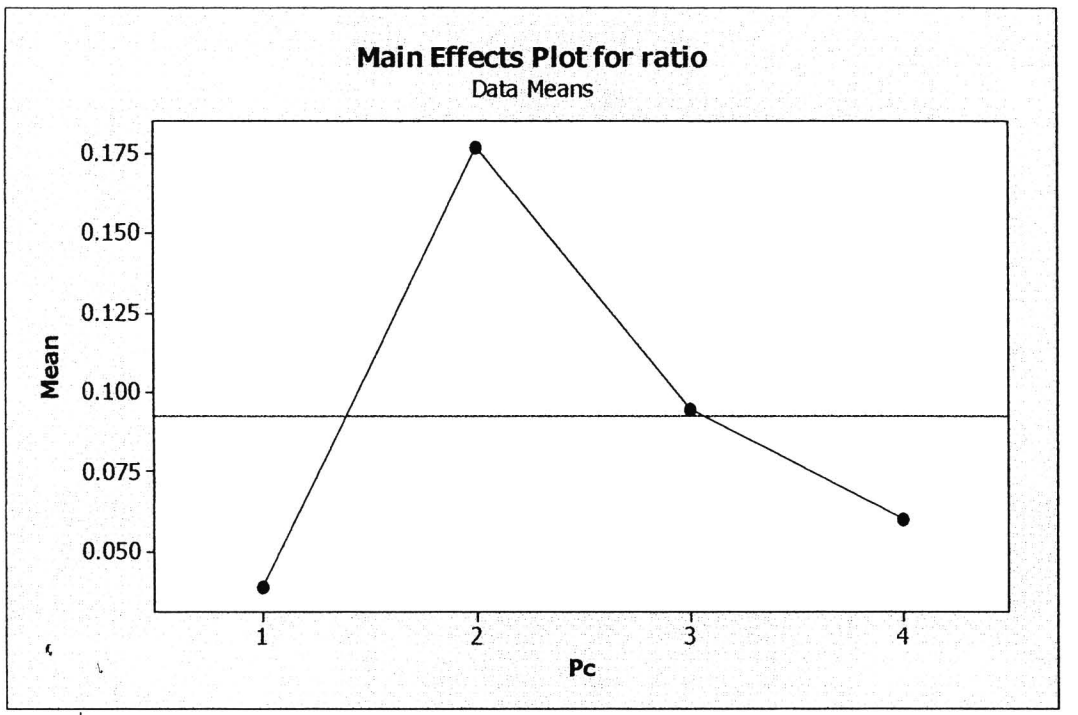
```
Source  DF      SS      MS     F      P
Pc       3  0.1553  0.0518  1.74  0.182
Error   28  0.8348  0.0298
Total   31  0.9901

S = 0.1727   R-Sq = 15.68%   R-Sq(adj) = 6.65%

                                Individual 95% CIs For Mean Based on
                                Pooled StDev
Level  N    Mean   StDev  ----+---------+---------+---------+-----
1      8  0.7394  0.1794       (----------*---------)
2      8  0.7357  0.1624       (----------*----------)
3      8  0.6805  0.2270  (----------*---------)
4      8  0.8701  0.0959                  (----------*---------)
                           ----+---------+---------+---------+-----
                             0.60      0.72      0.84      0.96

Pooled StDev = 0.1727
```

รูปที่ 4.54 ผลการวิเคราะห์คู่ลำดับของพบว่าความน่าจะเป็นในการครอสโอเวอร์ (Pc) ของปัญหา 111 ขั้นงาน เมื่อตัวแปรตอบสนองคือ Spread to the Pareto-Optimal Set

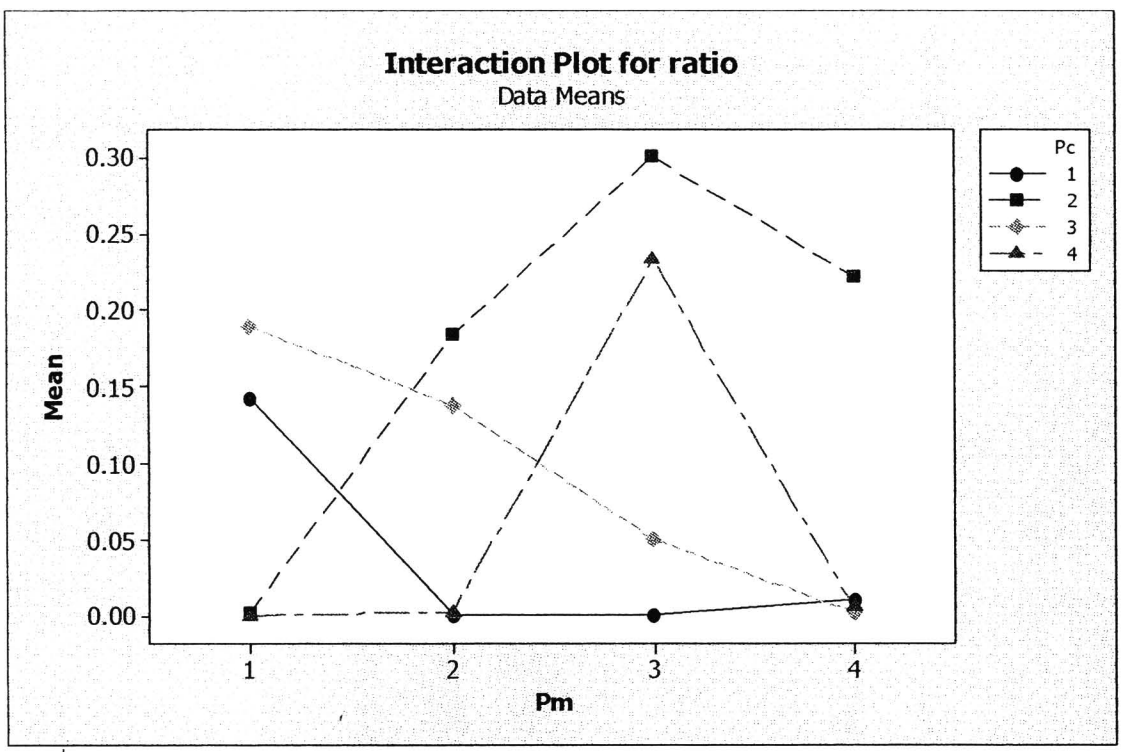
จากรูปที่ 4.51 – 4.54 พบว่าไม่มีปัจจัยใดที่มีผลต่อตัวแปรตอบสนอง อย่างมีนัยสำคัญ เนื่องจากปัจจัยความน่าจะเป็นในการเลือกสตริงคำตอบเพื่อปรับปรุงตารางยังไม่สามารถระบุพารามิเตอร์ที่เหมาะสมได้ จึงทำการหาพารามิเตอร์ที่เหมาะสมโดยใช้ตัวแปรตอบสนองอัตราส่วนของจำนวนกลุ่มคำตอบที่หาได้เทียบเท่ากลุ่มคำตอบที่แท้จริง (Ratio of Non-Dominated Solution)

```
Analysis of Variance for ratio, using Adjusted SS for Tests

Source  DF    Seq SS    Adj SS    Adj MS     F      P
Pc       3  0.088202  0.088202  0.029401  8.51  0.001
Pm       3  0.032914  0.032914  0.010971  3.17  0.053
Pc*Pm    9  0.212967  0.212967  0.023663  6.85  0.000
Error   16  0.055309  0.055309  0.003457
Total   31  0.389392

S = 0.0587948   R-Sq = 85.80%   R-Sq(adj) = 72.48%
```

รูปที่ 4.55 ผลการวิเคราะห์ ANOVA ขนาดปัญหา 111 ขั้นงานในอัลกอริทึม NSGA เมื่อตัวแปรตอบสนองคือ Ratio of Non-Dominated Solution



รูปที่ 4.56 กราฟแสดงอิทธิพลของความน่าจะเป็นในการครอสโอเวอร์ (Pc) ขนาดปัญหา 111 ขั้นงาน เมื่อตัวแปรตอบสนองคือ Ratio of Non-Dominated Solution



รูปที่ 4.57 กราฟแสดงอิทธิพลร่วมของความน่าจะเป็นในการครอสโอเวอร์ (Pc) ขนาดปัญหา 111 ขั้นงาน เมื่อตัวแปรตอบสนองคือ Ratio of Non-Dominated Solution

One-way ANOVA: ratio versus Pc

```
Source  DF      SS      MS     F      P
Pc       3  0.0882  0.0294  2.73  0.062
Error   28  0.3012  0.0108
Total   31  0.3894

S = 0.1037   R-Sq = 22.65%   R-Sq(adj) = 14.36%

                              Individual 95% CIs For Mean Based on
                              Pooled StDev
Level  N    Mean   StDev  -----+---------+---------+---------+----
1      8  0.0389  0.0646  (---------*---------)
2      8  0.1768  0.1353                    (---------*---------)
3      8  0.0947  0.0834          (---------*---------)
4      8  0.0603  0.1166     (---------*---------)
                             -----+---------+---------+---------+----
                                0.000     0.080     0.160     0.240

Pooled StDev = 0.1037
```

รูปที่ 4.58 ผลการวิเคราะห์คู่ลำดับของพบว่าความน่าจะเป็นในการครอสโอเวอร์ (Pc) ของปัญหา 111 ขั้นงาน เมื่อตัวแปรตอบสนองคือ Ratio of Non-Dominated Solution

จากรูปที่ 4.55 - 4.58 พบว่าไม่มีปัจจัยใดที่มีผลต่อตัวแปรตอบสนอง อย่างมีนัยสำคัญ เมื่อทำการวิเคราะห์ด้านเวลาในการคำนวณเนื่องจากไม่สามารถหาพารามิเตอร์ที่เหมาะสมได้จากตัวแปรทั้ง 3 ตัวซึ่งจะพิจารณาจากคำตอบที่มีอัตราส่วนของจำนวนกลุ่มคำตอบที่หาได้เทียบเท่ากับกลุ่มคำตอบที่แท้จริง การลู่เข้าสู่กลุ่มคำตอบที่แท้จริง และใช้เวลาน้อยที่สุด พบว่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมของปัจจัยความน่าจะเป็นในการเลือกสตริงคำตอบเพื่อปรับปรุงตาราง ที่ใช้เวลาในการคำนวณน้อยสุดคือ ความน่าจะเป็นการครอสโอเวอร์ (Pc) คือ 0.60 และความน่าจะเป็นในการมิวเตชัน (Pm) คือ 0.40

จากการหาพารามิเตอร์ที่เหมาะสม โดยที่มีตัวแปรตอบสนองคือการลู่เข้าสู่กลุ่มคำตอบที่แท้จริง (Convergence to the Pareto-Optimal Set) การกระจายของกลุ่มคำตอบที่หาได้ (Spread to the Pareto-Optimal Set) และอัตราส่วนของจำนวนกลุ่มคำตอบที่หาได้เทียบเท่ากับกลุ่มคำตอบที่แท้จริง (Ratio of Non-Dominated Solution) และเวลาที่ใช้ในการคำนวณ จะมีพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุด ดังตารางที่ 4.52

ตารางที่ 4.52 พารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดขนาดปัญหา 111 ขั้นงานในอัลกอริทึม NSGA-II

ปัจจัย	ระดับปัจจัย
1. ความน่าจะเป็นในการครอสโอเวอร์ (Pc)	0.60
2. ความน่าจะเป็นในการมิวเตชัน (Pm)	0.40

4.6.5 ปัญหา 205 ขั้นงาน

วิเคราะห์ความสัมพันธ์ของปัจจัยที่ส่งผลต่ออัลกอริทึม โดยการใช้ตัวแปรตอบสนองการลู่เข้าสู่กลุ่มคำตอบที่แท้จริง (Convergence to the Pareto-optimal set)

```
Analysis of Variance for convergence, using Adjusted SS for Tests

Source  DF   Seq SS   Adj SS   Adj MS     F      P
Pc       3  0.14197  0.14197  0.04732  2.08  0.143
Pm       3  0.04573  0.04573  0.01524  0.67  0.583
Pc*Pm    9  0.17196  0.17196  0.01911  0.84  0.592
Error   16  0.36388  0.36388  0.02274
Total   31  0.72354

S = 0.150806   R-Sq = 49.71%   R-Sq(adj) = 2.56%
```

รูปที่ 4.59 ผลการวิเคราะห์ ANOVA ขนาดปัญหา 205 ขั้นงาน เมื่อตัวแปรตอบสนองคือ Convergence to the Pareto-optimal set

จากรูปที่ 4.59 พบว่าไม่มีปัจจัยใดที่มีผลต่อตัวแปรตอบสนอง อย่างมีนัยสำคัญเนื่องจากปัจจัยความน่าจะเป็นในการเลือกสตริงคำตอบเพื่อปรับปรุงตารางยังไม่สามารถระบุพารามิเตอร์ที่เหมาะสมได้ จึงทำการหาพารามิเตอร์ที่เหมาะสมโดยใช้ตัวแปรตอบสนองการกระจายของกลุ่มคำตอบที่หาได้ (Spread to the Pareto-Optimal Set)

```
Analysis of Variance for spread, using Adjusted SS for Tests

Source  DF   Seq SS   Adj SS   Adj MS     F      P
Pc       3  0.08740  0.08740  0.02913  1.78  0.192
Pm       3  0.07892  0.07892  0.02631  1.60  0.228
Pc*Pm    9  0.82607  0.82607  0.09179  5.59  0.001
Error   16  0.26250  0.26250  0.01641
Total   31  1.25488

S = 0.128086   R-Sq = 79.08%   R-Sq(adj) = 59.47%
```

รูปที่ 4.60 ผลการวิเคราะห์ ANOVA ขนาดปัญหา 205 ขั้นงาน เมื่อตัวแปรตอบสนองคือ Spread to the Pareto-optimal set

จากรูปที่ 4.60 พบว่าไม่มีปัจจัยใดที่มีผลต่อตัวแปรตอบสนอง อย่างมีนัยสำคัญเนื่องจากปัจจัยความน่าจะเป็นในการเลือกสตริงคำตอบเพื่อปรับปรุงตารางยังไม่สามารถระบุพารามิเตอร์ที่

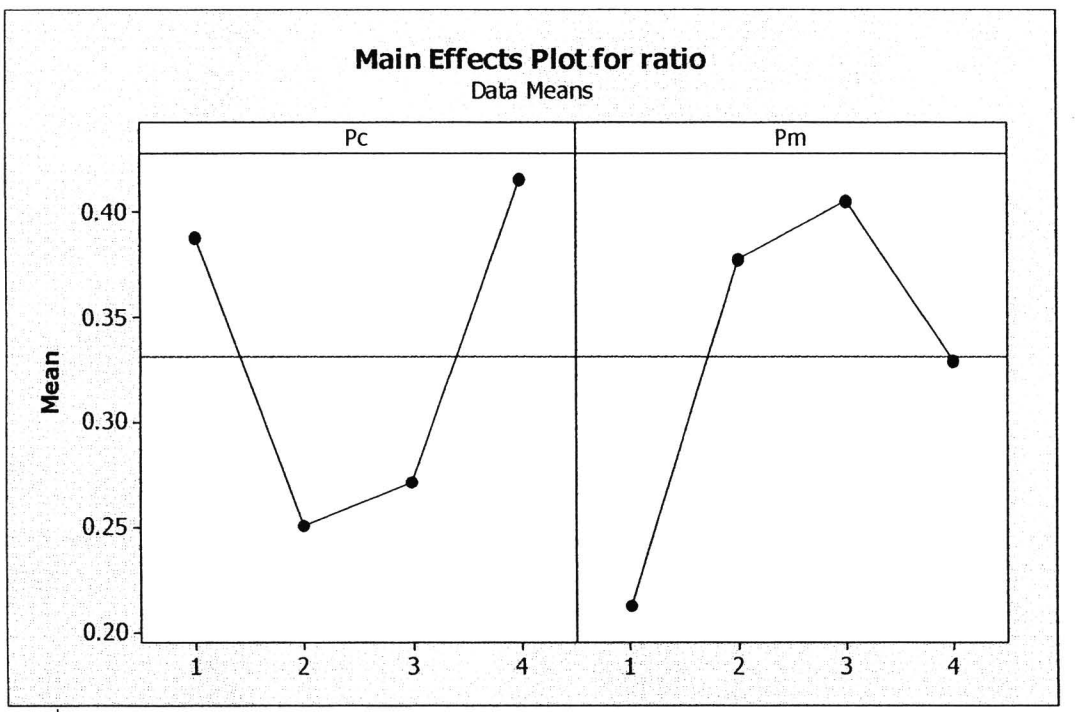
เหมาะสมได้ จึงทำการหาพารามิเตอร์ที่เหมาะสมโดยใช้ตัวแปรตอบสนองอัตราส่วนของจำนวนกลุ่มคำตอบที่หาได้เทียบเท่ากลุ่มคำตอบที่แท้จริง (Ratio of Non-Dominated Solution)

Analysis of Variance for ratio, using Adjusted SS for Tests

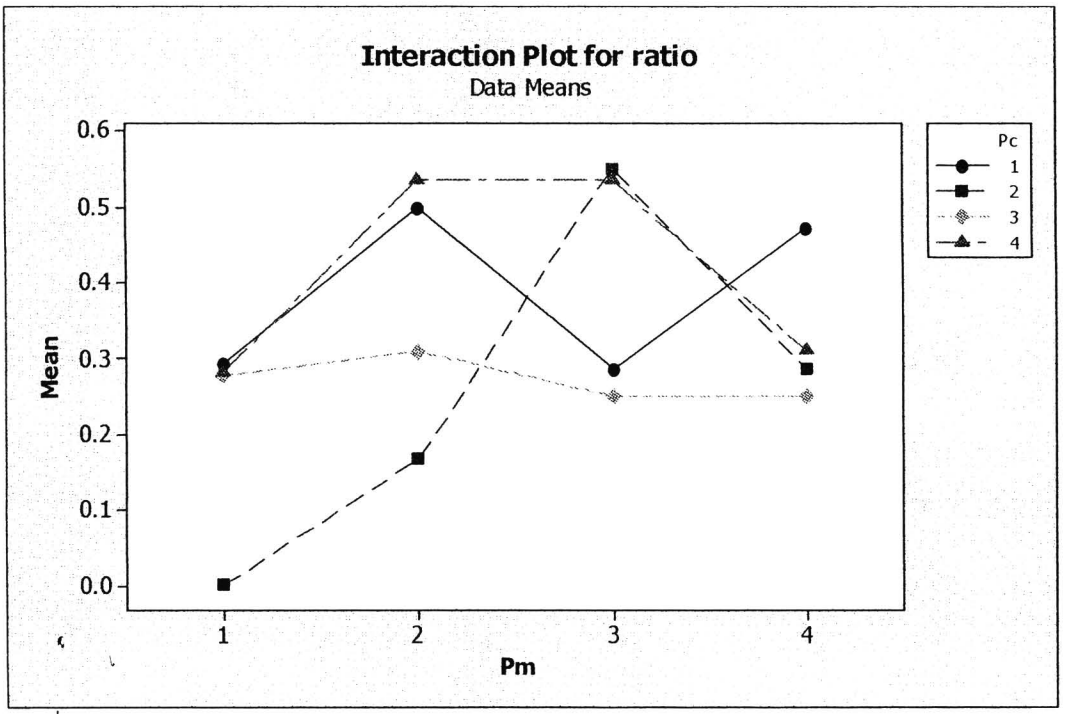
Source	DF	Seq SS	Adj SS	Adj MS	F	P
Pc	3	0.162736	0.162736	0.054245	42.83	0.000
Pm	3	0.173251	0.173251	0.057750	45.60	0.000
Pc*Pm	9	0.346514	0.346514	0.038502	30.40	0.000
Error	16	0.020264	0.020264	0.001267		
Total	31	0.702766				

S = 0.0355882 R-Sq = 97.12% R-Sq(adj) = 94.41%

รูปที่ 4.61 ผลการวิเคราะห์ ANOVA ขนาดปัญหา 205 ขั้นงาน เมื่อตัวแปรตอบสนองคือ Ratio of Non-Dominated Solution



รูปที่ 4.62 กราฟแสดงอิทธิพลของความน่าจะเป็นในการครอสโอเวอร์ (Pc) ขนาดปัญหา 205 ขั้นงาน เมื่อตัวแปรตอบสนองคือ Ratio of Non-Dominated Solution



รูปที่ 4.63 กราฟแสดงอิทธิพลร่วมของความน่าจะเป็นในการครอสโอเวอร์ (Pc) ขนาดปัญหา 205 ขั้นงาน เมื่อตัวแปรตอบสนองคือ Ratio of Non-Dominated Solution

One-way ANOVA: ratio versus Pc

Source	DF	SS	MS	F	P
Pc	3	0.1627	0.0542	2.81	0.058
Error	28	0.5400	0.0193		
Total	31	0.7028			

S = 0.1389 R-Sq = 23.16% R-Sq(adj) = 14.92%

Level	N	Mean	StDev
1	8	0.3880	0.1066
2	8	0.2511	0.2160
3	8	0.2718	0.0416
4	8	0.4159	0.1320

Individual 95% CIs For Mean Based on Pooled StDev

```
-----+---------+---------+---------+----
                (---------*---------)
(---------*---------)
  (---------*---------)
                    (---------*---------)
-----+---------+---------+---------+----
   0.20      0.30      0.40      0.50
```

Pooled StDev = 0.1389

รูปที่ 4.64 ผลการวิเคราะห์คู่ลำดับของพบว่าความน่าจะเป็นในการครอสโอเวอร์ (Pc) ของปัญหา 205 ขั้นงาน เมื่อตัวแปรตอบสนองคือ Ratio of Non-Dominated Solution

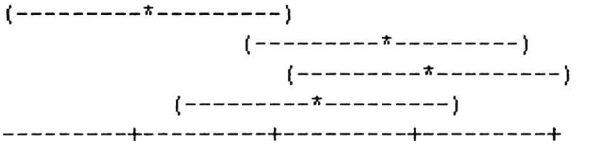
One-way ANOVA: ratio versus Pm

Source	DF	SS	MS	F	P
Pm	3	0.1733	0.0578	3.05	0.045
Error	28	0.5295	0.0189		
Total	31	0.7028			

S = 0.1375 R-Sq = 24.65% R-Sq(adj) = 16.58%

Level	N	Mean	StDev
1	8	0.2132	0.1351
2	8	0.3781	0.1610
3	8	0.4056	0.1511
4	8	0.3299	0.0929

Individual 95% CIs For Mean Based on Pooled StDev



Pooled StDev = 0.1375

รูปที่ 4.65 ผลการวิเคราะห์คู่ลำดับของพบว่าความน่าจะเป็นในการมิวเตชัน (Pm) ของปัญหา 205 ขั้นงาน เมื่อตัวแปรตอบสนองคือ Ratio of Non-Dominated Solution

จากรูปที่ 4.61 - 4.65 พบว่าไม่มีปัจจัยใดที่มีผลต่อตัวแปรตอบสนอง อย่างมีนัยสำคัญทำการวิเคราะห์ด้านเวลาในการคำนวณเนื่องจากไม่สามารถหาพารามิเตอร์ที่เหมาะสมได้จากตัวแปรทั้ง 3 ตัวซึ่งจะพิจารณาจากคำตอบที่มีอัตราส่วนของจำนวนกลุ่มคำตอบที่หาได้เทียบเท่ากับกลุ่มคำตอบที่แท้จริง การลู่เข้าสู่กลุ่มคำตอบที่แท้จริง และใช้เวลาน้อยที่สุด พบว่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมของปัจจัยความน่าจะเป็นในการเลือกสตริงคำตอบเพื่อปรับปรุงตาราง ที่ใช้เวลาในการคำนวณน้อยสุดคือ ความน่าจะเป็นการครอสโอเวอร์ (Pc) คือ 0.60 และความน่าจะเป็นในการมิวเตชัน (Pm) คือ 0.40

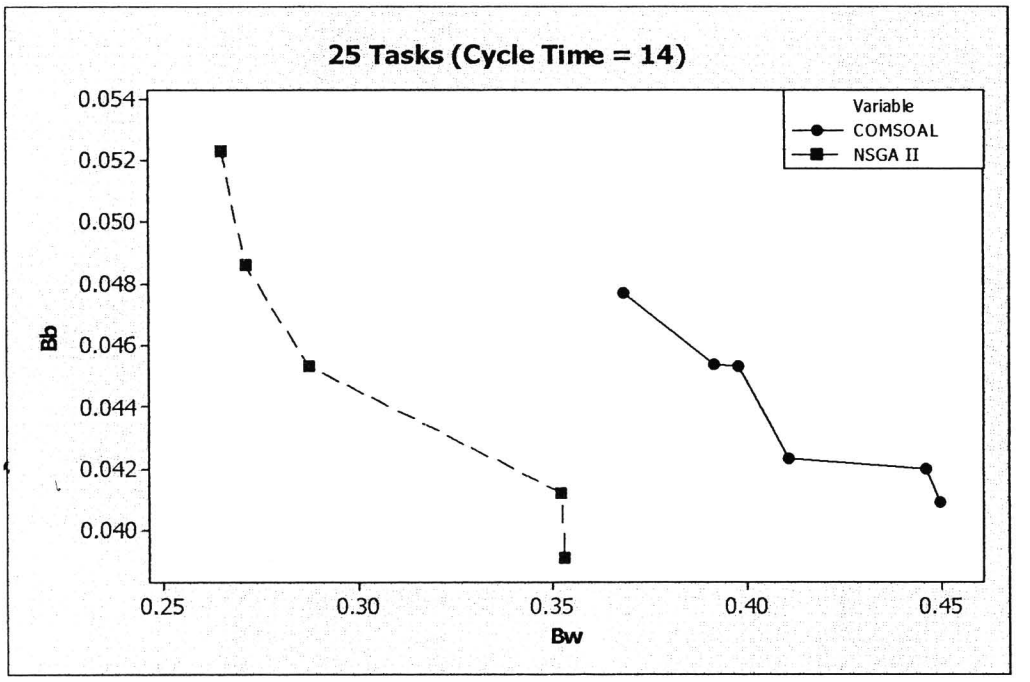
จากการหาพารามิเตอร์ที่เหมาะสม โดยที่มีตัวแปรตอบสนองคือการลู่เข้าสู่กลุ่มคำตอบที่แท้จริง (Convergence to the Pareto-Optimal Set) การกระจายของกลุ่มคำตอบที่หาได้ (Spread to the Pareto-Optimal Set) และอัตราส่วนของจำนวนกลุ่มคำตอบที่หาได้เทียบเท่ากับกลุ่มคำตอบที่แท้จริง (Ratio of Non-Dominated Solution) และเวลาที่ใช้ในการคำนวณ จะมีพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุด ดังตารางที่ 4.53

ตารางที่ 4.53 พารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดขนาดปัญหา 205 ขั้นงานในอัลกอริทึม NSGA-II

ปัจจัย	ระดับปัจจัย
1. ความน่าจะเป็นในการครอสโอเวอร์ (Pc)	0.60
2. ความน่าจะเป็นในการมิวเตชัน (Pm)	0.40

4.7 การเปรียบเทียบผลการทดลอง

เปรียบเทียบคำตอบของอัลกอริทึม NSGA-II กับอัลกอริทึม COMSOAL ดังรูปที่ 4.65



รูปที่ 4.66 การเปรียบเทียบคำตอบอัลกอริทึม COMSOAL และ NSGA-II

4.8 สรุป

ในบทนี้เป็นทฤษฎีการหาค่าเหมาะสมที่สุดที่มีหลายวัตถุประสงค์ของอัลกอริทึม NSGA-II ซึ่งเป็นพื้นฐานในการนำวิธีต่างๆ มาใช้การแก้ปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุดที่มีหลายวัตถุประสงค์ โดยทฤษฎีนี้มีการกำหนดค่าความแข็งแรง (Fitness Assignment) เข้ามาช่วยในการแก้ปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุดและใช้วิธีเชิงกลุ่มที่ดีที่สุด ทำให้ได้ผลลัพธ์ที่ตอบสนองต่อการตัดสินใจมากขึ้น ถึงแม้ว่าการแก้ปัญหาดังกล่าวจะเป็นวิธีทางฮิวริสติก ซึ่งมีการกำหนดค่าสิทธ์เลือกงานก่อนในการหาสตริงคำตอบแล้วจึงทำการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดโดยผ่านกระบวนการคัดเลือกสตริงคำตอบ การครอสโอเวอร์ การมิวเตชัน และจึงทำการรวมสตริงคำตอบที่ได้รุ่นพ่อแม่และรุ่นลูกเพื่อทำการคัดเลือกสตริงคำตอบที่ดีที่สุดอีกครั้งหนึ่ง แล้วจึงเก็บค่าสตริงคำตอบที่ได้เพื่อใช้ในรอบถัดไป ทำจนครบทุกเจนเนอเรชัน จนได้คำตอบที่ดีที่สุด จากขั้นตอนที่กล่าวมาทำให้ได้ค่าสตริงคำตอบที่เหมาะสมที่สุด โดยวิธีนี้ได้รับความนิยมมากในปัจจุบัน และจากการเปรียบเทียบคำตอบกับอัลกอริทึม COMSOAL จะเห็นได้ว่ามีการลู่เข้าที่ดีกว่า เนื่องจากขั้นตอนของการหาคำตอบของอัลกอริทึม NSGA-II มีกระบวนการหาที่มีประสิทธิภาพมากกว่าอัลกอริทึม COMSOAL

การกำหนดค่าความน่าจะเป็นในการครอสโอเวอร์และมิวเตชันจากการทดลอง สามารถสรุปได้ดังนี้

ตารางที่ 4.54 ค่าความน่าจะเป็นในการครอสโอเวอร์และมิวเตชัน

ปัญหาที่ใช้	ความน่าจะเป็นในการครอสโอเวอร์ (Pc)	ความน่าจะเป็นในการมิวเตชัน (Pm)
11 ขั้นงาน (Jackson, 1956)	0.7	0.3
25 ขั้นงาน (Vilarinho and Simaria ,2002)	0.6	0.4
36 ขั้นงาน (Kim et al., 2006)	0.6	0.4
111 ขั้นงาน (Arcus, 1963)	0.6	0.4
205 ขั้นงาน (Scholl et al., 2007)	0.6	0.4