

บทที่ 4

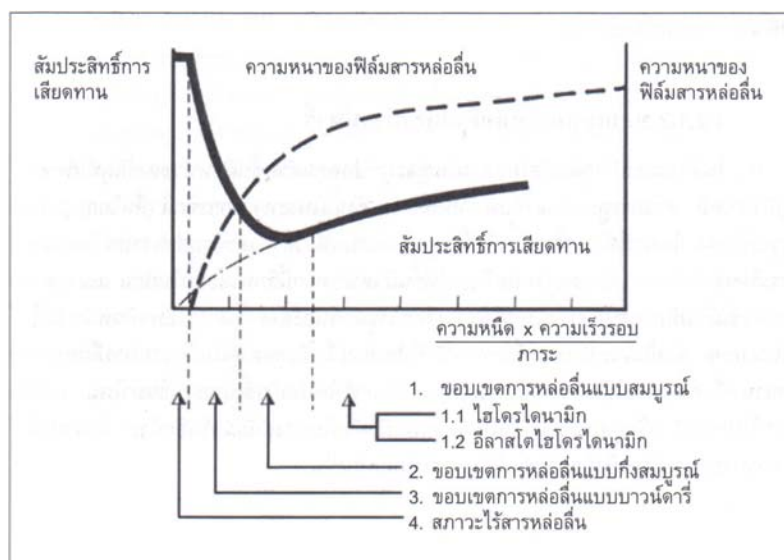
ทฤษฎีการหล่อลื่นและความเสียหายบนพื้นเฟือง

4.1 บทนำ

แนวคิดเบื้องต้นของสารหล่อลื่น คือ การทำให้ชิ้นส่วนที่รับภาระ เช่น เพลา ฟันเฟือง ตลับลูกปืน เป็นต้น มีการลื่นไถลไปบนชั้นฟิล์มของสารหล่อลื่น โดยทำให้เกิดการเสียดทาน และการสึกหรอให้ต่ำที่สุด วัสดุที่เป็นองค์ประกอบของสารหล่อลื่นนั้นอาจจะเป็นไปได้ทั้งสารหล่อลื่นประเภทของแข็ง กึ่งของแข็ง กึ่งของเหลว ของเหลว หรือแม้กระทั่งสภาวะของก๊าซ วัตถุประสงค์หลักของสิ่งเหล่านี้ คือ ต้องทำหน้าที่เพื่อการหล่อลื่น

ปัจจุบันนี้การหล่อลื่นไม่ได้ถูกจำกัดอยู่เพียงเพื่อหล่อลื่นตลับลูกปืน ลูกสูบเครื่องยนต์ รางเลื่อนเครื่องจักรกล ระบบเฟืองทด และเครื่องต้นกำลังต่างๆ เท่านั้น การหล่อลื่นยังถูกนำไปใช้ในกระบวนการทางการตัดเฉือนทางกล และการขึ้นรูปโลหะอีกด้วย ซึ่งหากสามารถเลือกใช้สารหล่อลื่นที่ถูกต้องและเหมาะสมแล้ว จะสามารถทำให้เราใช้เพียงชิ้นส่วนขนาดเล็กในการรับภาระ หรือรองรับชิ้นงานที่มีน้ำหนักมากๆ ให้เคลื่อนที่ได้

การเลือกสารหล่อลื่นใดๆ ให้เหมาะสมนั้น จำเป็นต้องมีความรู้พื้นฐานของขอบเขตการหล่อลื่นที่เกิดขึ้นในสถานการณ์นั้นๆ ซึ่งเส้นกราฟที่ได้รับการยอมรับมากที่สุดที่ใช้กันเพื่อระบุขอบเขตการหล่อลื่นคือ เส้นโค้งสไตรเบ็ค (Stribeck Curve) ดังแสดงในรูป 4.1 โดยหลักการแล้วจะสามารถแบ่งขอบเขตการหล่อลื่นใหญ่ๆ ออกเป็น 4 ขอบเขตหลักๆ ซึ่งแต่ละขอบเขตนั้นก็จำเป็นที่จะต้องนิยามและปริมาณสารหล่อลื่นที่เหมาะสมในแต่ละช่วงดังกล่าวด้วย

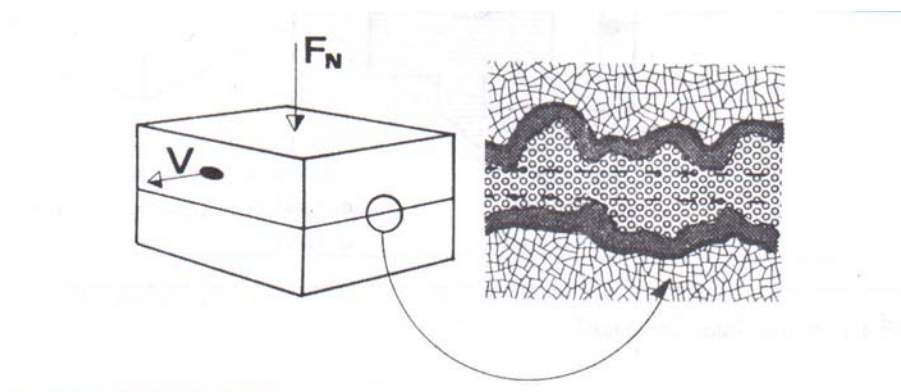


รูปที่ 4.1 เส้นโค้งสไตรเบ็ค[15]

4.2 การหล่อลื่นแบบสมบูรณ์[15]

เป็นขอบเขตที่มีการใช้สารหล่อลื่น และทำให้เกิดฟิล์มน้ำมันหนาพอที่จะแยกผิววัสดุที่มีการเคลื่อนที่ให้แยกออกจากกันได้โดยสิ้นเชิง ดังแสดงในรูป 4.2 บางครั้งเรียกกันว่าขอบเขตของ “การสึกหรอเป็นศูนย์ (Zero Wear)” สัมประสิทธิ์การเสียดทานที่เกิดขึ้นในกรณีนี้จะขึ้นอยู่กับค่าของสัมประสิทธิ์การเสียดทานของชั้นสารหล่อลื่นขึ้นกับค่าความหนืดของสารหล่อลื่นนั้นเพียงอย่างเดียว

ภายใต้สภาวะการหล่อลื่นในแบบเต็มฟิล์มนั้นแรงกระทำในแนวดิ่งถูกรองรับโดยสารหล่อลื่นโดยตรง ผิวคู่สัมผัสที่มีการเคลื่อนที่จะถูกแยกออกจากกันโดยสิ้นเชิงด้วยตัวของสารหล่อลื่น ดังนั้นจึงไม่มีการเกิดการสัมผัสกันโดยตรงของผิววัสดุด้วย สัมประสิทธิ์การเสียดทานที่เกิดขึ้นทั้งหมดจึงมีเฉพาะสัมประสิทธิ์การเสียดทานในสารหล่อลื่นเท่านั้น



รูปที่ 4.2 การหล่อลื่นแบบแห้ง[15]

การเกิดลักษณะการหล่อลื่นแบบเต็มฟิล์มอาจจะเกิดขึ้นได้โดยการใช้การปั๊มอัดสารหล่อลื่นเข้าไประหว่างผิวสัมผัสที่จะเริ่มมีการเคลื่อนที่โดยการปั๊มอัด ลักษณะเช่นนี้มักถูกเรียกกันว่าไฮโดรสแตติก (Hydrostatic) ซึ่งการทำเช่นนี้เสียค่าใช้จ่ายค่อนข้างสูงและทำเฉพาะกรณีพิเศษๆ เท่านั้น เช่น เพลาขับของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าในโรงงานไฟฟ้า เป็นต้น ทั่วไปมักจะเป็นการหล่อลื่นแบบเต็มฟิล์มในลักษณะของไฮโดรไดนามิกส์ (Hydrodynamic) ซึ่งมีการใช้กันมากมายสำหรับชิ้นส่วนเครื่องจักรกลอุตสาหกรรม ในการหล่อลื่นเพื่อช่วยยืดอายุการใช้งาน

4.3 การหล่อลื่นแบบไฮโดรสแตติก (Hydrostatic)[15]

การพยายามแยกผิวหน้าคู่สัมผัสการเคลื่อนที่ที่ ความเร็วต่ำๆ ภายใต้ภาระสูงๆ นั้น จำเป็นต้องทำให้สารหล่อลื่นมีแรงดันสูงมากๆ โดยอาศัยแรงดันจากภายนอก ซึ่งจะสามารถทำได้ ในขณะที่เพลาอยู่กับที่หรือเริ่มต้นที่จะเคลื่อนที่ก็ได้ ในสภาวะการทำงานแบบนี้จะไม่มีการเกิดการ

สึกหรอได้เลย ไม่ว่าจะเริ่มทำงาน กำลังทำงานหรือหยุดทำงาน ปกติแรงดันสารหล่อลื่นเพื่อการนี้ จะอยู่ที่ประมาณ 200 ถึง 300 บาร์

4.4 การหล่อลื่นแบบไฮโดรไดนามิกส์ (Hydrodynamic)[15]

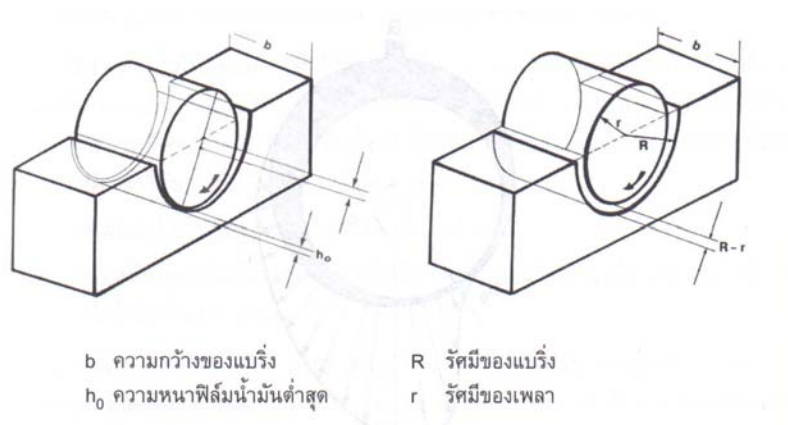
ต้องมีองค์ประกอบ 3 ส่วนหลักที่มีส่วนให้เกิดขอบเขตการหล่อลื่นแบบนี้

4.4.1 ต้องมีสารหล่อลื่นถูกบีบให้เข้าสู่ช่องแคบๆ

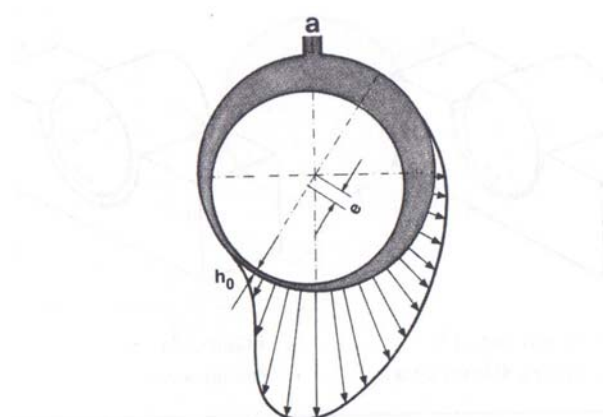
4.4.2 คู่ผิวสัมผัสที่มีการเคลื่อนที่ซึ่งต้องมีการเหวี่ยงตัวไปในแนวรัศมี

4.4.3 ต้องมีปริมาณการหล่อลื่นมากพอ

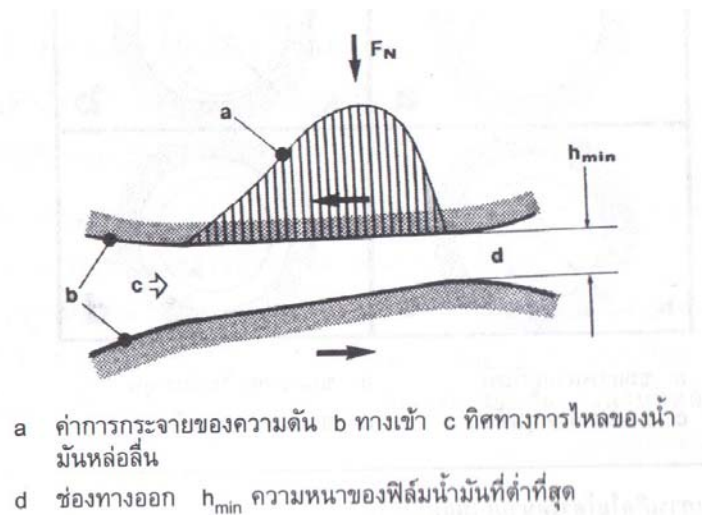
ในจังหวะช่องทางเข้า น้ำมันหล่อลื่นจะไหลเข้าได้มากกว่าช่องแคบตรงทางออก น้ำมันหล่อลื่นที่อยู่ในระหว่างช่องดังกล่าวนี้จะเกิดแรงดันขึ้นภายใน ลักษณะเช่นนี้เรียกว่า “ไฮโดรไดนามิกส์” ดังแสดงในรูป 4.3 (กลไกการหล่อลื่นและลักษณะการกระจายแรงดันน้ำมันหล่อลื่น)



รูปที่ 4.3 แสดงการเกิดการหล่อลื่นแบบไฮโดรไดนามิกส์[15]



รูปที่ 4.4 แสดงการกระจายของความดันในการเกิดไฮโดรไดนามิกส์ในแบร้งกาบ[15]



รูปที่ 4.5 ความดันใน การเกิดไฮโดรไดนามิกส์ในช่องแคบระหว่างพื้นผิว

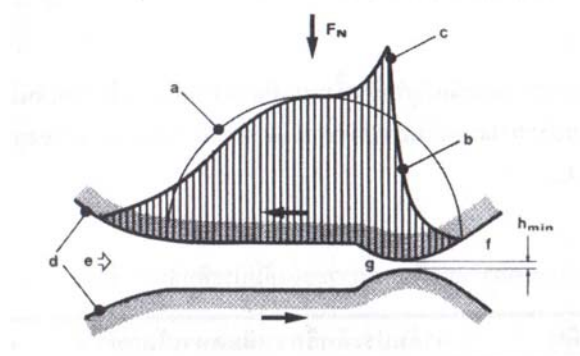
4.5 การหล่อลื่นแบบอีลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ (Elastohydrodynamic: EHD)

EHD เกิดขึ้นในคู่สัมผัส ซึ่งมีลักษณะเป็นการถ่ายทอดแรงเป็นจุดหรือเป็นเส้น (ไม่เป็นผิวสัมผัสที่โค้งตามกัน) และมีการยืดหยุ่นตัวในวงจำกัด โดยสามารถอธิบายสภาวะการเกิดขอบเขตการหล่อลื่น EHD ในคู่สัมผัสดังกล่าวซึ่งเป็นกระบวนการที่มีการยืดหยุ่นกลับคืนตัวได้ของเนื้อวัสดุคือ

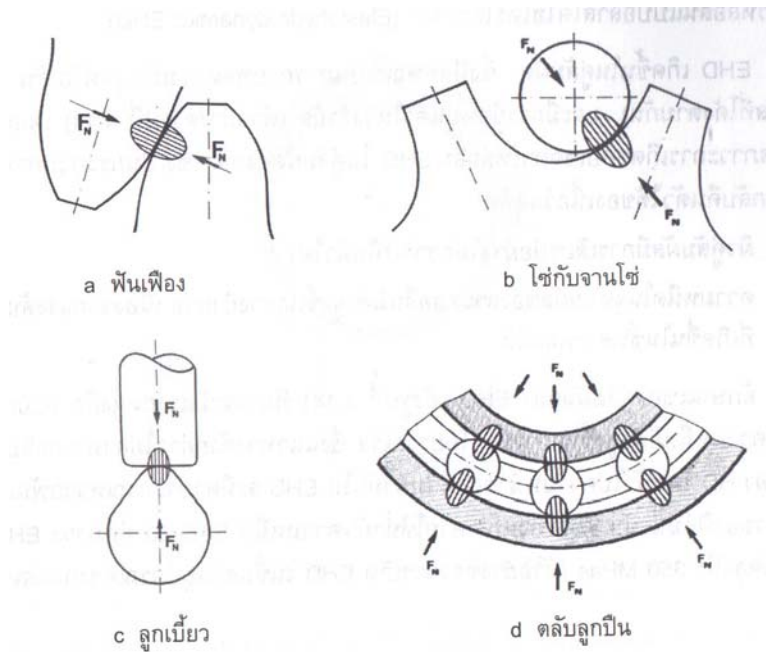
4.5.1 ผิวคู่สัมผัสมีการเสียรูปอย่างไม่ถาวร (คืนตัวได้)

4.5.2 ความหนืดในจุดสัมผัสของสารหล่อลื่นมีค่าสูงขึ้นอย่างยิ่งยวด เนื่องจากแรงดันยิ่งยวดที่เกิดขึ้นในชั้นสารหล่อลื่น

ลักษณะของคู่สัมผัสของ EHD ที่อาจจะมีความกดสูงถึง 1,000 บาร์ ซึ่งทำให้ความหนืดมีค่าสูงขึ้นอย่างมากอย่างรวดเร็ว ซึ่งแนวทางดังกล่าวไม่สามารถอธิบายโดยทฤษฎีของไฮโดรไดนามิกส์ โดยทั่วไปความหนาของฟิล์มน้ำมันใน EHD จะมีค่าประมาณหลายพันเท่าของความยาวฟิล์มน้ำมัน ตัวอย่างเช่น หากใช้น้ำมันความหนืด SAE 30 ที่สภาวะ EHD จะมีความหนืดสูงถึง 350 MPa.s



รูปที่ 4.6 ลักษณะการเกิดEHD[15]



รูปที่ 4.7 แสดงตัวอย่างผิวสัมผัสแบบต่างๆ ที่เกิด EHD [15]

4.6 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือน อัตราความเครียดเฉือน และความหนืด

เมื่อพิจารณาถึงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือนและอัตราความเครียดเฉือนแล้ว เราสามารถแบ่งของไหลออกเป็น 2 ประเภท

4.6.1 ของไหลแบบนิวโตเนียน (Newtonian fluid)

ของไหลที่มีความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือนและอัตราความเครียดเฉือนเป็นสัดส่วนโดยตรงหรือเป็นเชิงเส้น เราจะเรียกว่า ของไหลแบบนิวโตเนียนซึ่งสามารถเขียนอยู่ในรูปสมการได้

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \quad (4.1)$$

สมการที่ (4.1) เรียกว่ากฎของนิวตันสำหรับความหนืด (Newton's law of viscosity) โดย τ คือความเค้นเฉือน (Shear stress), $\frac{du}{dy}$ คืออัตราความเครียดเฉือน (Shear strain rate) และ μ คือความหนืดสมบูรณ์ (Absolute Viscosity)

4.6.2 ของไหลแบบนอน นิวโตเนียน (Non-Newtonian fluid)

ของไหลที่มีความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือนและอัตราความเครียดเฉือนไม่เป็นเชิงเส้นเราจะเรียกว่าของไหลแบบนอนนิวโตเนียนซึ่งสามารถเขียนอยู่ในรูปสมการได้ดังนี้

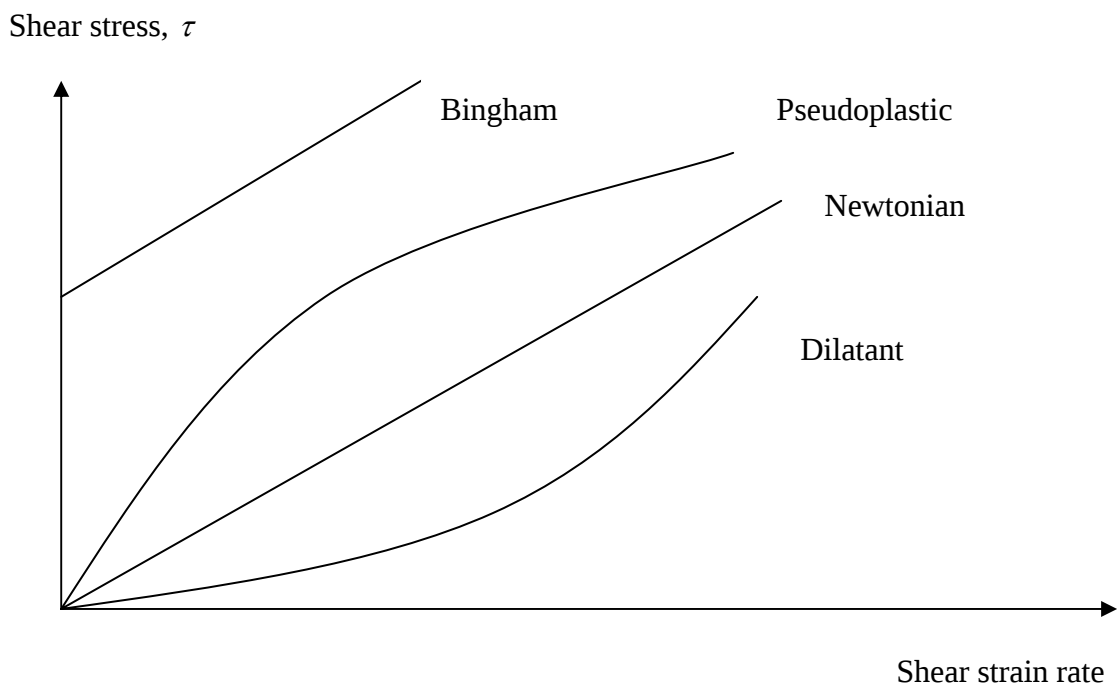
$$\tau = m \left(\frac{du}{dy} \right)^n \quad (4.2)$$

$$\tau + k\tau^3 = \mu \frac{du}{dy} \quad (4.3)$$

$$\tau = \tau_y + \mu_p \frac{du}{dy} \quad (4.4)$$

ในสมการที่ (4.2) ถ้า $n=1$ ของไหลนั้นจะเป็นของไหลนิวโตเนียน และถ้า $n > 1$ ของไหลนั้นจะเป็นของไหลนอนนิวโตเนียนชนิด ไดลาแตนท์(Dilatant) หรือถ้า $n < 1$ ของไหลนั้นจะเป็นของไหลนอนนิวโตเนียน ชนิดซูโดพลาสติก (Pseudo plastic) ส่วนในสมการที่ (4.3) ถ้า $k = 0$ ของไหลนั้นจะเป็นของไหลนิวโตเนียน และถ้า $k > 0$ ของไหลนั้นจะเป็นของไหลนอนนิวโตเนียนชนิด ซูโดพลาสติกหรือ ถ้า $k < 0$ ของไหลนั้นจะเป็น ของไหลนอนนิวโตเนียนชนิด ไดลาแตนท์

สำหรับสมการที่ (4.4) เราเรียกของไหลชนิดนี้ว่าของไหลชนิดพลาสติกบิงแฮม ซึ่งจะมีความสัมพันธ์ระหว่างค่าความเค้นเฉือนกับอัตราความเครียดเฉือนเป็นแบบเชิงเส้นเหมือนกับของไหลนิวโตเนียน แต่จะต่างกับสารหล่อลื่นนิวโตเนียนตรงที่ค่าความเค้นเฉือนเริ่มต้นของของไหลไม่เริ่มต้นที่ศูนย์ ซึ่งเราเรียกค่าความเค้นเฉือนที่จุดเริ่มต้นนี้ว่า ความเค้นเฉือนที่จุดคราก (Yield point) τ_y โดยถ้า $\tau_y = 0$ จะมีคุณสมบัติเป็นสารหล่อลื่นแบบนิวโตเนียน



รูปที่ 4.8 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือนและอัตราความเครียดเฉือน

4.7 ทฤษฎีการหล่อลื่นแบบอีลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ [16]

4.7.1. สมการเรย์โนลด์

สมการเรย์โนลด์เป็นสมการที่ใช้ในการหาการกระจายความดันในฟิล์มน้ำมันซึ่งมีสมมุติฐานดังนี้

1. การไหลเป็นของไหลแบบราบเรียบ
2. ของไหลที่ใช้เป็นน้ำมันหล่อลื่นมีคุณสมบัติเป็นของไหลแบบนอนนิวโตเนียน
3. ไม่คิดแรงเนื่องจากน้ำหนักของของไหลและแรงทางแม่เหล็กไฟฟ้าที่กระทำบนของไหล
4. ไม่มีการลื่นไถลของของไหลที่ผิวสัมผัสทั้งสอง
5. ความหนาฟิล์มบางมากเมื่อเปรียบเทียบกับด้านอื่น ดังนั้นการเปลี่ยนแปลงความดันตลอดความหนาฟิล์มของของไหลจึงมีผลน้อย
6. ไม่คิดถึงผลของความโค้งของผิวสัมผัสเนื่องจากความหนาฟิล์มมีขนาดเล็กมาก
7. แรงเฉื่อยของของไหลมีผลน้อยมาก เนื่องจากมีค่าน้อยเมื่อเปรียบเทียบกับเทอมของผลต่างของความดันรวมทั้งไม่คิดความเร่งของของไหล

จากสมการโมเมนตัม และจากสมมุติฐาน ที่ 1,2,3 และ 7 ตามแนวแกน x และ z จะลดรูปเหลือ

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = \frac{\partial p}{\partial x} \quad (4.5)$$

$$\frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} = \frac{\partial p}{\partial z} \quad (4.6)$$

จากสมการการไหลของสารแบบนอนนิวโตเนียนคือ

$$\tau_{xy} = \mu^* \frac{\partial u}{\partial y} \quad (4.7)$$

$$\tau_{zy} = \mu^* \frac{\partial w}{\partial y} \quad (4.8)$$

เมื่อ $\mu^* = \mu^*(I_2)$ และ (I_2) คือ Second invariant of strain rate หาได้จาก

$$I_2 = \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \quad (4.9)$$

แทนค่าสมการ (4.7) ลงในสมการ (4.5) แล้วทำการอินทิเกรตสมการ (4.5)

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{\mu^*} \frac{\partial p}{\partial y} y + \frac{c_1}{\mu^*} \quad (4.10)$$

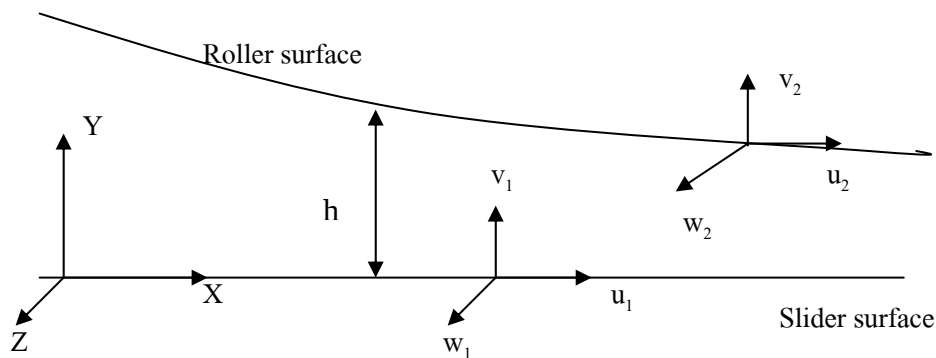
แล้วทำการอินทิเกรตสมการ (4.10) อีกครั้งจะได้

$$u = \frac{\partial p}{\partial x} \int \frac{y}{\mu^*} dy + c_1 \int \frac{dy}{\mu^*} + c_2 \quad (4.11)$$

ในทำนองเดียวกันแทนค่าสมการ (4.8) ลงในสมการ (4.6) แล้วทำการอินทิเกรตสมการ (4.6)

$$\frac{\partial w}{\partial y} = \frac{1}{\mu^*} \frac{\partial p}{\partial z} y + \frac{c_3}{\mu^*} \quad (4.12)$$

$$w = \frac{\partial p}{\partial z} \int \frac{y}{\mu^*} dy + c_3 \int \frac{dy}{\mu^*} + c_4 \quad (4.13)$$



รูปที่ 4.9 รูปแสดงระบบพิกัดและเงื่อนไขขอบเขตของสมการเรย์โนลด์ [16]

จากรูปที่ 4.9 เงื่อนไขขอบเขต คือ

$$y = 0, \quad u = u_1, \quad v = 0, \quad w = 0 \quad (4.14 \text{ ก.})$$

$$y = h, \quad u = u_2, \quad v = v_2, \quad w = 0 \quad (4.14 \text{ ข.})$$

แทนค่าเงื่อนไขของเขตของสมการ(4.14 ก.) และ (4.14 ข.) ลงในสมการ(4.11) และ(4.13) ดังนี้

$$u = \left(\int \frac{y}{\mu^*} dy - h \frac{\mu_{e,0}}{\mu_{e,1}} \int \frac{dy}{\mu^*} \right) \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{u_2 - u_1}{h} \mu_{e,0} \int \frac{dy}{\mu^*} + u_1 \quad (4.15)$$

$$w = \left(\int \frac{y}{\mu^*} dy - h \frac{\mu_{e,0}}{\mu_{e,1}} \int \frac{dy}{\mu^*} \right) \frac{dp}{dz} \quad (4.16)$$

โดยที่อัตราความเครียดเฉือน (Shear strain rate) คือ

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \left(\frac{y}{\mu^*} - \frac{h}{\mu^*} \frac{\mu_{e,0}}{\mu_{e,1}} \right) \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{u_2 - u_1}{h} \frac{\mu_{e,0}}{\mu^*} \quad (4.17)$$

$$\frac{\partial w}{\partial y} = \left(\frac{y}{\mu^*} - \frac{h}{\mu^*} \frac{\mu_{e,0}}{\mu_{e,1}} \right) \frac{\partial p}{\partial z} \quad (4.18)$$

โดยที่

$$\frac{1}{\mu_{e,i}} = \frac{1}{h^{i+1}} \int_0^h \frac{y^i}{\mu^*} dy \quad \text{เมื่อ } i = 0, 1, 2 \quad (4.19)$$

สำหรับการไหลในสองมิติเราสามารถเขียนสมการความต่อเนื่อง(Continuity equation) ได้ดังนี้

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) = 0 \quad (4.20)$$

อินทิเกรตสมการ (4.20) เทียบกับ y ตลอดความหนาฟิล์มจาก 0 ถึง h ดังนี้

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\rho \int_0^h u dy \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho \int_0^h w dy \right) = - \int_0^{\rho V_2} d(\rho v) \quad (4.21)$$

เทอมทางขวามือของสมการ (4.21) เกิดจากการเคลื่อนที่ขึ้น-ลงของลูกกลิ้งในแนวตั้งฉากเป็นผลทำให้ความหนาฟิล์มมีการเปลี่ยนแปลงตามเวลาหาได้จาก

$$\rho V_2 = \frac{\partial}{\partial t}(\rho h) \quad (4.22)$$

Najji[5] ได้ทำการหาสมการเรย์โนลด์ส์สำหรับแบบจำลองใดๆ โดยอินทิเกรตสมการ (4.15) และ (4.16) ตลาความหนาฟิล์มจาก 0 ถึง h ได้

$$\int_0^h u dy = - \left(\frac{h^3}{\mu_{e,2}} - h^3 \frac{\mu_{e,0}}{\mu_{e,1}^2} \right) \frac{dp}{dx} + h(u_2 - u_1) \left(1 - \frac{\mu_{e,0}}{\mu_{e,1}} \right) + u_1 h \quad (4.23)$$

$$\int_0^h w dy = - \left(\frac{h^3}{\mu_{e,2}} - h^3 \frac{\mu_{e,0}}{\mu_{e,1}} \right) \frac{dp}{dz} \quad (4.24)$$

แทนค่าสมการ(4.23),(4.24) และ (4.22) ลงในสมการ (4.21)จะได้สมการเรย์โนลด์ส์สำหรับของไหลแบบนอนนิวโตเนียนคือ

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left[\rho h^3 \left(\frac{1}{\mu_{e,2}} - \frac{\mu_{e,0}}{\mu_{e,1}^2} \right) \frac{\partial p}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\rho h^3 \left(\frac{1}{\mu_{e,2}} - \frac{\mu_{e,0}}{\mu_{e,1}^2} \right) \frac{\partial p}{\partial z} \right] = \\ \left(\frac{u_2 + u_1}{2} \right) \frac{\partial}{\partial x} (\rho h) + \left(\frac{u_2 - u_1}{2} \right) \frac{\partial}{\partial x} \left[\rho h \left(1 - 2 \frac{\mu_{e,0}}{\mu_{e,1}} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial t} (\rho h) \end{aligned} \quad (4.25)$$

สำหรับปัญหาแบบลูกกลิ้งและแผ่นเลื่อน เนื่องจากความยาวของลูกกลิ้งจะยาวมากเมื่อเทียบกับความกว้างของการสัมผัส ดังนั้นสมการการไหลของสารหล่อลื่นในแนวแกนของ z จะมีการไหลน้อยกว่าในแนวแกน x สมการ(4.25) จึงลดรูปเป็น

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\rho h^3 \left(\frac{1}{\mu_{e,2}} - \frac{\mu_{e,0}}{\mu_{e,1}^2} \right) \frac{\partial p}{\partial x} \right] = \left(\frac{u_2 + u_1}{2} \right) \frac{\partial}{\partial x} (\rho h) + \left(\frac{u_2 - u_1}{2} \right) \frac{\partial}{\partial x} \left[\rho h \left(1 - 2 \frac{\mu_{e,0}}{\mu_{e,1}} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial t} (\rho h) \quad (4.26)$$

ในการวิเคราะห์ทางกลศาสตร์นั้นนิยมทำให้สมการมีรูปแบบไร้มิติโดยกำหนดให้

$$\begin{aligned} p &= p_H P & p_H &= E' \left(\frac{W'}{2\pi} \right)^{0.5} & \frac{1}{E'} &= \frac{1}{2} \left(\frac{1-v_1^2}{E_1} + \frac{1-v_2^2}{E_2} \right) \\ h &= \frac{8RW'}{\pi} H & w &= E' RW' \\ x &= bX & b &= R \left(\frac{8W'}{\pi} \right)^{0.5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
y &= hY & y &= \frac{8RW'}{\pi} HY & (4.27) \\
T^* &= T_0 T & \rho &= \rho_0 \bar{\rho} \\
\mu &= \mu_0 \bar{\mu} & S &= 2 \left(\frac{u_2 - u_1}{u_2 + u_1} \right) \\
u &= \bar{u} u^* & \bar{u} &= \left(\frac{u_2 + u_1}{2} \right) \\
t &= \frac{R}{\bar{u}} t^*
\end{aligned}$$

แทนค่าสมการ(4.27) ลงในสมการ(4.15),(4.17),(4.19) และ(4.26) จะได้สมการความเร็วไร้มิติในแนวแกน X คือ

$$u^* = \frac{16}{U} \left(\frac{WH}{\pi} \right)^2 \left[\int \frac{Y}{\bar{\mu}^*} dY - \frac{\bar{\mu}_{e,0}}{\bar{\mu}_{e,1}} \int \frac{dY}{\bar{\mu}^*} \right] \frac{dP}{dX} + S \bar{\mu}_{e,0} \int \frac{dY}{\bar{\mu}^*} + \left(1 - \frac{S}{2} \right) \quad (4.28)$$

สมการอัตราความเครียดเฉือนไร้มิติคือ

$$\frac{\partial u^*}{\partial Y} = \frac{16}{U} \left(\frac{WH}{\pi} \right)^2 \left[\frac{Y}{\bar{\mu}^*} - \frac{1}{\bar{\mu}^*} \frac{\bar{\mu}_{e,0}}{\bar{\mu}_{e,1}} \right] \frac{dP}{dX} + S \frac{\bar{\mu}_{e,0}}{\bar{\mu}^*} \quad (4.29)$$

เมื่อ U คือพารามิเตอร์ความเร็วไร้มิติ (dimensionless speed parameter) = $\frac{\mu_0 \bar{u}}{E'R}$

สมการ (4.19) จะกลายเป็น

$$\frac{1}{\bar{\mu}_{e,i}} = \int_0^1 \frac{Y^i}{\bar{\mu}^*} dY \quad \text{เมื่อ } i = 0, 1, 2 \quad (4.30)$$

สมการเรย์โนลด์ส์ไร้มิติ คือ

$$\frac{\partial}{\partial X} \left[\bar{\rho} H^3 \left(\frac{1}{\bar{\mu}_{e,2}} - \frac{\bar{\mu}_{e,0}}{\bar{\mu}_{e,1}^2} \right) \frac{\partial P}{\partial X} \right] = K \frac{\partial}{\partial X} (\bar{\rho} H) + K \frac{S}{2} \frac{\partial}{\partial X} \left[\bar{\rho} H \left(1 - 2 \frac{\bar{\mu}_{e,0}}{\bar{\mu}_{e,1}} \right) \right] + K \frac{\partial}{\partial t^*} (\bar{\rho} H) \quad (4.31)$$

เมื่อ K คือค่าคงที่ = $\frac{\pi^2 U}{16(W')^2}$

4.7.2 สมมุติฐานของ Hertz

Hertz ได้ทำการพิจารณาความเค้นและการเสียรูปของวงทรงกลมรี(Ellipsoidal) สองอันสัมผัสกัน โดยทั้งสองผิวมีผิวเรียบ โดยประยุกต์ทฤษฎีความยืดหยุ่นเพื่อกำหนดรูปแบบของปัญหาสำหรับการคำนวณชิ้นส่วนเครื่องจักรกล เช่น แบริ่งทรงกลม แบริ่งลูกกลิ้ง เฟืองและลูกเบี้ยว โดยสมมุติฐานดังนี้

1. วัสดุที่ใช้จะเป็นวัสดุเนื้อเดียวกันและอยู่ในช่วงที่วัสดุยืดหยุ่น
2. ไม่มีแรงตามแนวสัมผัสระหว่างของแข็ง
3. ช่วงของการสัมผัสจะมีขนาดเล็กเมื่อเปรียบเทียบกับรัศมี
4. ของแข็งจะอยู่กับที่และอยู่ในสภาวะสมดุล

สมการความหนาฟิล์ม

เนื่องจากในปัญหาของฟิสิกส์เพื่อการหล่อลื่นจะเป็นแบบฟิล์มน้ำมันที่บางมากๆ หรือเป็นแบบอีลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ ทำให้ผิวพื้นเพียงมีการเสียรูป หรือมี Deformation ทำให้สมการของความหนาฟิล์มน้ำมันมีผลจากการเสียรูปของพื้นผิวด้วยในที่นี้จะใช้โมเดลจาก Bernard J.Hamrock

$$h(x) = h_0 + \frac{x^2}{2R} - \frac{2}{\pi E'} \int_{x_{in}}^{x_{out}} p \ln(x - x') dx' \quad (4.32)$$

สมการความหนาฟิล์มในรูปไร้มิติ

$$H = H_0 + \frac{X^2}{2} - \frac{1}{2\pi} \int_{X_{in}}^{X_{out}} P \ln(X - X') dX' \quad (4.33)$$

สมการความหนาแน่น

สมการความหนาแน่นของน้ำมันจะขึ้นอยู่กับความดันที่เปลี่ยนไป อันเนื่องมาจากน้ำมันเป็นสารที่อัดตัวได้ (Compressible fluid) โดย Dowson และ Higginson ได้ทำการเขียนสมการความหนาแน่นของน้ำมันได้ดังสมการ

$$\rho = \rho_0 \left[1 + \frac{0.6 \times 10^{-9} p}{1 + 1.7 \times 10^{-9} p} \right] \quad (4.34)$$

เมื่อ ρ_0 คือ ความหนาแน่นของน้ำมันหล่อลื่นที่ความดันบรรยากาศและที่อุณหภูมิอ้างอิง

สมการความหนาแน่นไวมิตี

$$\bar{\rho} = \left[1 + \frac{0.6 \times 10^{-9} p_H P}{1 + 1.7 \times 10^{-9} p_H P} \right] \quad (4.35)$$

สมการความหนืด

ความหนืดของน้ำมันจะมีพฤติกรรมโดยขึ้นอยู่กับความดันที่เปลี่ยนไป ในงานวิจัยนี้จะสมมุติว่าผลกระทบของอุณหภูมิที่กระทำต่อน้ำมันมีน้อยมาก เพราะฉะนั้นความหนืดของน้ำมันจะมีค่าเป็นไปตามสมการ

$$\mu^* = m_0 \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right|^{n-1} \exp \left\{ [\ln(\mu_0) + 9.67] \left[-1 + (1 + 5.1 \times 10^{-9} p)^Z \right] \right\} \quad (4.36)$$

สมการความหนืดไวมิตี

$$\bar{\mu}^* = \frac{m_0}{\mu_0} \left| \frac{\bar{u} \pi}{8RW'H} \right|^{n-1} \left| \frac{\partial u^*}{\partial Y} \right|^{n-1} \exp \left\{ [\ln(\mu_0) + 9.67] \left[-1 + (1 + 5.1 \times 10^{-9} p_H P)^Z \right] \right\} \quad (4.37)$$

สมการสมดุลแรง

เนื่องจากแรงที่กดลงมาจากการกดทับของฟันเฟืองจะต้องเท่ากับผลรวมการกระจายความดันที่เกิดขึ้นบนฟิล์มน้ำมัน

$$w = \int_{x_{in}}^{x_{out}} p_i dx \quad (4.38)$$

4.8 ทฤษฎีความเสียหายบนฟันเฟือง (Gear Failure Analysis)[10]

ลักษณะการสึกหรอของฟันเฟืองตามมาตรฐาน AGMA (AMERICAN GEAR MANUFACTURES ASSOCIATION) สมาคมผู้ผลิตฟันเฟืองของสหรัฐอเมริกา

4.8.1 ความเสียหายจากรอยบุ่ม (Pitting fatigue)

เป็นปรากฏการณ์ที่อนุภาคเล็กๆ หลุดออกจากพื้นผิวของฟันเฟืองเพราะว่าความเค้นสัมผัสสูง ระหว่างที่ฟันเฟืองขบกัน มักจะพบปรากฏการณ์มากที่ความถี่ที่วงกลมพิตช์ ที่มีการเลื่อนไถลของฟันเฟืองเป็นศูนย์ และการสูญเสียการหล่อลื่น ซึ่ง ความเค้นของเฮิร์ตซ์ (Hertzain Contact Stress) ที่ได้แสดงการเสียหายโดยวิธีนี้ ค่าความเสียหายที่เกิดขึ้นบนเส้นสัมผัสสามารถหาได้จากสมการ

$$\sigma_{H_0} = \sqrt{\frac{F_{dyn} E_r}{2\pi R^*}} \quad (4.39)$$

$$R^* = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad (4.40)$$

$$E_r = \frac{2E_1 E_2}{E_2(1-\nu_1^2) + E_1(1-\nu_2^2)} \quad (4.41)$$

เมื่อ	F_{dyn}	คือแรงพลวัตบนฟันเฟือง
	E_1	คือ ค่ายังโมดูลัสของเฟืองขับ
	E_2	คือ ค่ายังโมดูลัสของเฟืองตาม
	ν_1	คือ อัตราส่วนปัวซองของเฟืองขับ
	ν_2	คือ อัตราส่วนปัวซองของเฟืองตาม
	R_1 และ R_2	คือ รัศมีที่จุดสัมผัสของเฟืองขับและเฟืองตาม

ในสมการสมมุติ การสัมผัสของฟันเฟืองเป็นเส้นการสัมผัส หรือการสัมผัสระหว่าง 2 ทรงกระบอก F_{dyn} เปลี่ยนแปลงตามเส้นการสัมผัส

4.8.2 ความเสียหายจากการกัด

เป็นความเสียหายของฟันเฟืองที่ระยะการรับภาระ ช่วงหนึ่ง ภาระที่แรงกระทำคือการส่งถ่ายภาระระหว่างฟันเฟือง ค่าความเค้นคัด คืออัตราส่วนแฟกเตอร์ที่ใช้ชี้บ่งความเสี่ยงในรูปแบบความเสียหายและสามารถคำนวณได้จากสมการ

$$\sigma_b = K_f \sigma_{b_{nom}} \quad (4.42)$$

เมื่อ K_f คือแฟกเตอร์ความเข้มข้นของความเสียหาย
 $\sigma_{b_{nom}}$ คือ ความเค้นปกติ ซึ่งหาได้จาก

$$\sigma_{b_{nom}} = \frac{F_{dyn} \cos \alpha P_d}{FY} \quad (4.43)$$

เมื่อ F คือ พื้นที่หน้ากว้าง
 Y คือ Lewis form factor
 P_d คือ เส้นผ่านศูนย์กลางพิตช์

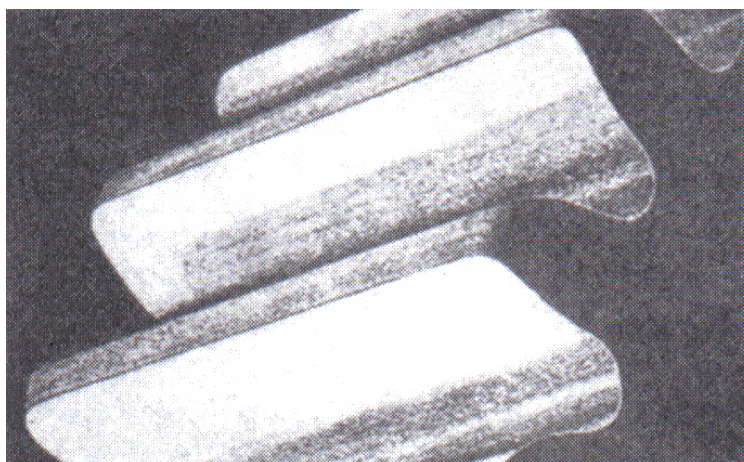
เช่นเดียวกัน $K_f = q(K_t - 1) + 1 \quad (4.44)$

เมื่อ K_t คือ ความเข้มข้นทางทฤษฎีของความเค้น [17]
 q คือ ค่าความไวรอยบาก (ซึ่งขึ้นอยู่กับชนิดของวัสดุ) [17]
 ซึ่งจากสมการที่ (4.42) สามารถหาค่าความเสียหายจากการตัดได้

4.9 ความเสียหายของฟันเฟืองแบบต่างๆ[15]

4.9.1 การสึกหรอปกติ

การสึกหรอเป็นคำจำกัดความทั่วไป ที่ครอบคลุมถึงการขัดถูกันของเนื้อโลหะ หรือการขูดขีดของเนื้อโลหะหรือสิ่งสกปรก ผุนละออง ซึ่งทำให้เกิดรอยขีดสี การสึกหรอแบบปกติ เป็นลักษณะการสูญเสียเนื้อโลหะบริเวณผิวฟันเฟือง ซึ่งเป็นการสึกหรอปกติที่หลีกเลี่ยงไม่ได้จากการเคลื่อนที่ของฟันเฟือง ซึ่งหากมีการสึกหรอในระดับปกติ ก็จะไม่ส่งผลร้ายต่อการใช้ตามปกติ และมีอายุการใช้งานยาวนานตามที่ออกแบบไว้



รูปที่ 4.10 ลักษณะการสึกหรอแบบปกติ

4.9.2 การเกิดตามดขึ้นเริ่มต้น

ลักษณะการสึกหรอแบบนี้อาจจะเกิดขึ้นเมื่อเริ่มมีการใช้งานฟันเฟืองในครั้งแรก และอาจจะสึกหรอแบบนี้ไประยะเวลาหนึ่ง จนกระทั่งผิวฟันเฟืองที่ขรุขระมีความราบเรียบมากขึ้น (หลังผ่านระยะรันอิน) ทำให้มีพื้นที่ผิวฟันเฟืองที่สามารถรองรับภาระได้อย่างสมบูรณ์ (โดยไม่มีการเสีรูปของผิวฟันเฟืองอย่างรุนแรงอีก) ลักษณะการสึกหรอแบบนี้โดยทั่วไปแล้วไม่ได้เป็นการสึกหรอแบบรุนแรง และเป็นลักษณะการสึกหรอที่ค่อนข้างเป็นปกติ และจะไม่สึกลามเพิ่มขึ้น



รูปที่ 4.11 ลักษณะการเกิดตามดขึ้นเริ่มต้น

4.9.3 การเกิดตามดรุนแรง

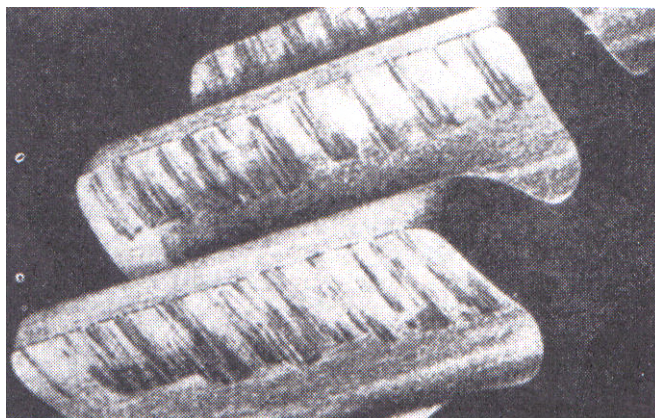
การสึกหรอในลักษณะนี้เป็นชนิดที่ค่อยๆ สึกลามมากขึ้นเรื่อยๆ หลังผ่านช่วงรันอินของฟันเฟือง และอาจจะทำให้มีผลต่อพื้นที่รับภาระของผิวฟันเฟืองที่ไม่เพียงพอต่อภาระใช้งาน และหากใช้งานฟันเฟืองในลักษณะนี้ต่อไป อาจจะทำให้ฟันเฟืองแตกหักได้



รูปที่ 4.12 การเกิดตามดขึ้นรุนแรง

4.9.4 การสึกหรอแบบขีดข่วน

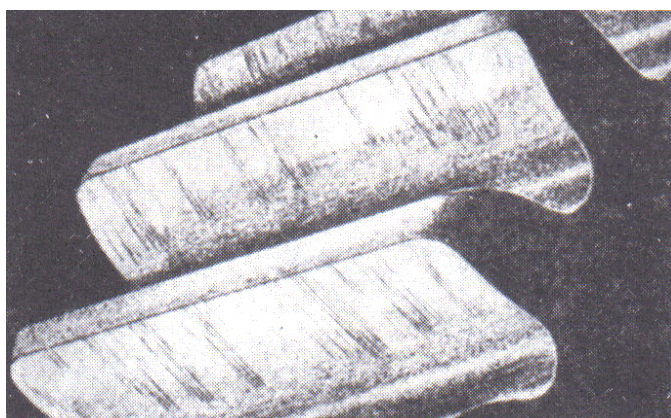
การสึกหรอแบบนี้ทำให้ผิวพื้นเฟืองชำรุดเสียหาย ซึ่งเกิดจากสิ่งสกปรก, ฝุ่นละออง หรือเศษโลหะขนาดเล็กที่ปะปนอยู่กับน้ำมันหล่อลื่นหรือฝังตัวอยู่บนผิวพื้นเฟือง โดยเศษโลหะอาจจะเป็นเศษโลหะที่ร้อนหลุดออกมาจากผิวพื้นเฟืองหรือผิวตลับลูกปืนหรือสิ่งสกปรกที่ชะล้างออกไม่หมดในช่วงการประกอบชุดเฟืองหรือเป็นเม็ดทรายหรือสิ่งสกปรกจากการหล่อเฟือง หรือจากสิ่งสกปรกจากสิ่งแวดล้อมภายนอก



รูปที่ 4.13 ลักษณะการสึกหรอแบบขีดข่วน

4.9.5 การสึกหรอแบบยึดติดขั้นต้น

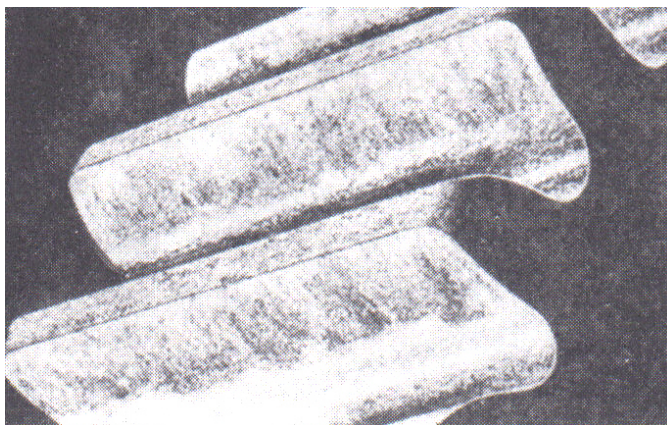
การสึกหรอแบบนี้เป็นการสึกหรอขั้นต้น(ที่ไม่รุนแรง) ของผิวพื้นเฟือง ซึ่งเกิดจากการ “เชื่อมติด” กันของผิวเนื้อพื้นเฟืองในระหว่างการใช้งาน ลักษณะผิวพื้นเฟืองจะเห็นถึงการฉีกตัวออกไปของเนื้อผิวพื้นเฟืองรวมถึงรอยขีดข่วนในทิศทางการเคลื่อนไถลของพื้นเฟือง ซึ่งลักษณะดังกล่าวจะเห็นได้ชัดเจนในบริเวณอยู่ใกล้ๆ กับปลายพื้นเฟือง (เนื่องจากเป็นจุดที่มีการเคลื่อนไถลค่อนข้างสูง) (คำว่า “SCORING” ถูกเลือกใช้โดย AGMA ซึ่งมีนิยามเช่นเดียวกับคำว่า SCUFFING, SEIZING, GALLING, POPING เป็นต้น ซึ่งหมายถึงการสึกหรอแบบยึดติดทั้งนั้น)



รูปที่ 4.14 การสึกหรอแบบยึดติดขั้นต้น

4.9.6 การเกิดรอยไหม้

การเกิดรอยไหม้เป็นลักษณะที่ผิวเฟืองมีการเปลี่ยนสีไปจากเดิมและมีผลทำให้ความแข็งแรงของฟันเฟืองลดลงเนื่องจากอุณหภูมิที่สูงมากๆ อันเกิดจากแรงเสียดทาน (เนื่องมาจากการใช้งานที่สูงเกินไป ความเร็วรอบที่สูงเกินไป ระยะเวลา (Backlash) ที่น้อยเกินไปหรือการหล่อลื่นด้วยสารหล่อลื่นที่ไม่เหมาะสม)

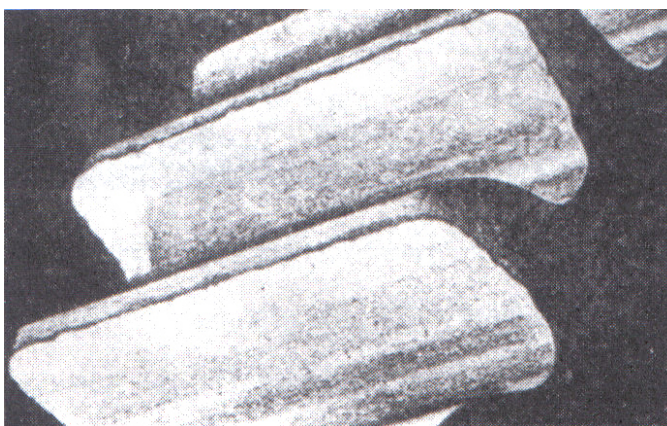


รูปที่ 4.15 การเกิดรอยไหม้บนผิวฟันเฟือง

4.9.7 การสึกหรอจากการกลิ้งตัว

เป็นลักษณะการสึกหรอที่ค่อนข้างปกติมีผลทำให้เนื้อผิวฟันเฟืองร้อนหลุดออกไปเนื่องจากภาระสูงๆ ที่มีการกระจายตัวอย่างสม่ำเสมอตลอดผิวหน้าฟันเฟือง ซึ่งมีทั้งการ ถิ่น ไถล และการกลิ้งตัว บริเวณเหนือและใต้เส้นสัมผัส (Pitch Line)

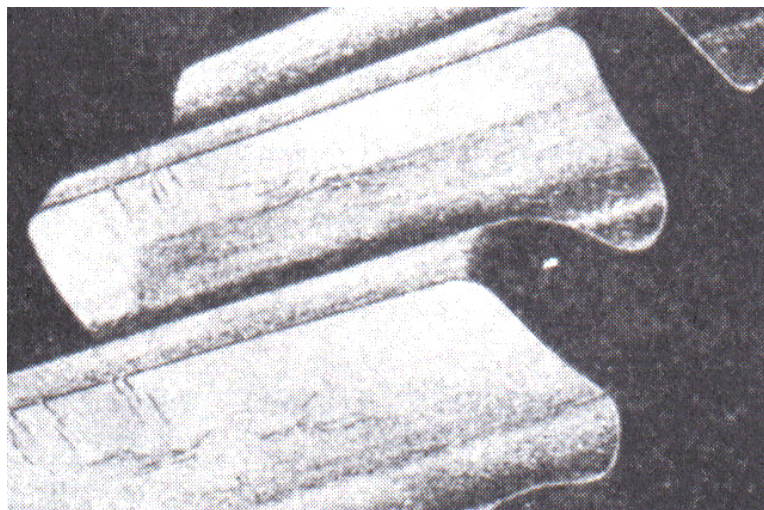
การสึกหรอจากการกระแทกของฟันเฟืองเป็นลักษณะการสึกหรอของเนื้อผิวฟันเฟืองที่เกิดจากการกระแทกกันของฟันเฟืองหรือภาระหนักๆ ที่มีการกระจายของภาระที่ไม่สม่ำเสมอตลอดผิวสัมผัสหรือการมีภาระกระแทก (Shock)



รูปที่ 4.16 ลักษณะการเกิดการกลิ้งตัวและการกระแทก

4.9.8 การเกิดรอยแตก

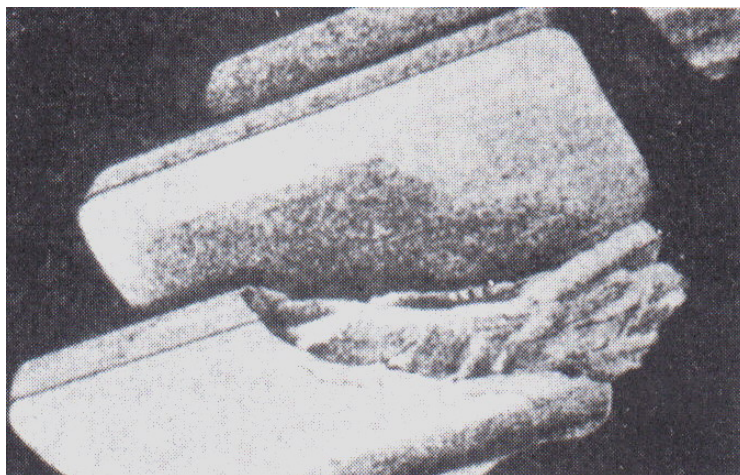
การเกิดรอยแตกบนผิวเนื้อฟันเฟืองอาจเกิดจากความเค้นตกค้าง (Residual Stresses) ที่เกิดขึ้นที่ผิวเฟืองที่ผ่านการชุบแข็ง ที่มีขั้นตอนไม่ถูกต้องหรือจากสภาวะการทำงานของฟันเฟืองที่ไม่เหมาะสม สาเหตุอีกส่วนหนึ่งคือเนื้อในของฟันเฟืองที่นํ้มเกินไปหรือการอบชุบผิเคื่องไข การร่อนหลุดออกไปเป็นแผ่นๆ หรือเกิดจากการกระแทกออกไปของเนื้อฟันเฟืองหรือเกิดรอยแตกบนเนื้อฟันเฟือง เป็นอาการของการสึกหรอแบบนี้



รูปที่ 4.17 การแตกของฟันเฟือง

4.9.9 การบิ่นของฟันเฟืองจากการล้าตัว

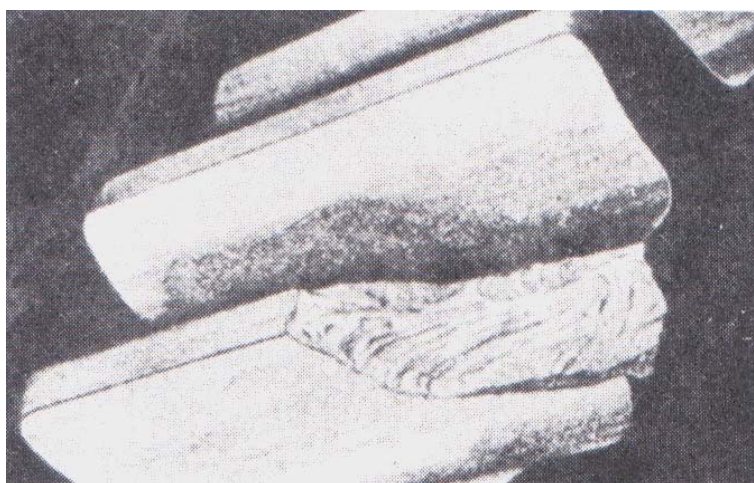
การบิ่นของฟันเฟืองมีสาเหตุมาจากการรับภาระซ้ำๆ กันเป็นวงรอบเป็นระยะเวลานาน (ซึ่งจะแตกต่างไปจากการบิ่นของฟันเฟืองที่เกิดจากภาระสูงมากๆ เพียงครั้งเดียว) การแตกหักหรือบิ่นของเนื้อฟันเฟืองจะเป็นแบบค่อยเป็นค่อยไป ซึ่งจะเริ่มต้นจากรอยแตกเล็กๆ และค่อยๆ ขยายตัวออกเป็นรอยแตกขนาดใหญ่หรือร้าวจนทั่วฟันเฟือง และทำให้เกิดตัวบ่งชี้ถึงการบิ่นของฟันเฟืองแบบล้าตัว บางครั้งการบิ่นของฟันเฟืองในลักษณะการล้าตัวนี้จะเห็นเป็นวงๆ ซ้อนกันอยู่และค่อยๆ ขยายวงโตขึ้นๆ จากจุดเริ่มต้นเล็กๆ เพียงจุดเดียว ผิวเนื้อตรงจุดเริ่มต้นจะค่อนข้างเรียบกว่าผิวเนื้อบริเวณที่ฟันเฟืองมีการบิ่นแตกออกมา (คล้ายกับลักษณะวงปีของต้นไม้ใหญ่)



รูปที่ 4.18 การบิ่นของฟืนเนื่องจากการฉีกตัว

4.9.10 การบิ่นของฟืนเนื่องจากระยะที่สูงเกินไป

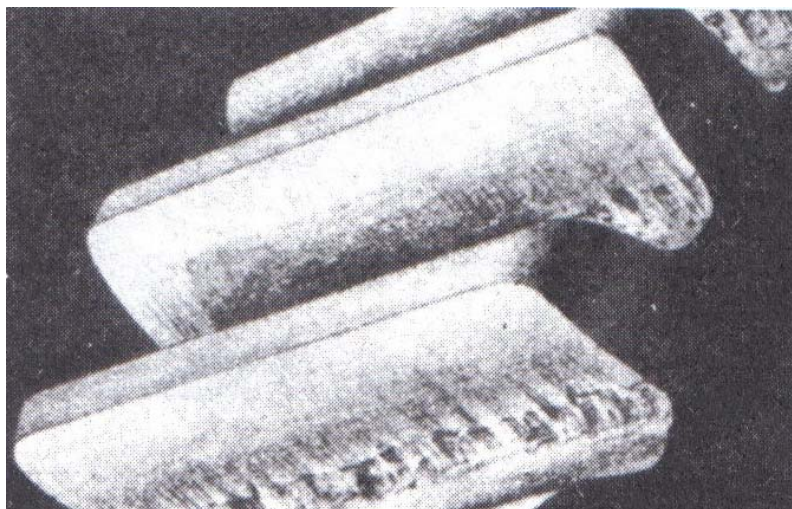
การบิ่นของฟืนเฟืองในลักษณะนี้เกิดจากการที่มีภาระกระแทก(ช็อค) ที่สูงเกินไป เช่นการเกิดการขัดตัวของเพลลา การออกแบบหรือการผลิตฟืนเฟืองที่ไม่ถูกต้อง



รูปที่ 4.19 การบิ่นจากภาระที่สูงเกินไป

4.9.11 การขัดสีเนื่องจากระยะขบตัวมากเกินไป

การชำรุดแบบนี้เนื่องมาจากการที่มีภาระกระทำต่อฟืนเฟืองที่จุดสัมผัสที่สูงเกินไป ในพื้นที่จำกัดอันอาจเกิดจากการใช้งานที่ไม่ถูกต้องของฟืนเฟือง เช่น การเกิดภาระกระทำที่จุดสัมผัสที่สูงเกินไประหว่างปลายฟืนกับโคนฟืนของกลุ่มฟืนเฟือง ซึ่งจะทำให้เกิดการขัดสีอย่างรุนแรงระหว่างปลายฟืนกับโคนฟืนของกลุ่มฟืนเฟือง ซึ่งสาเหตุอาจเกิดจากการประกอบ,การออกแบบหรือการผลิตที่ไม่ถูกต้อง ซึ่งมีผลทำให้กลุ่มฟืนเฟืองถูกประกอบให้มีระยะห่างระหว่างศูนย์กลางเพลลา (ฟืนเฟือง) ที่น้อยเกินไป และทำให้เกิดการขัดสี และบิดตัวของฟืนเฟืองได้



รูปที่ 4.20 การขัดสีของฟันเฟือง

4.9.12 การหลุดลอกของเนื้อฟันเฟือง

ลักษณะการสึกหรอแบบนี้เป็นลักษณะการชำรุดที่รุนแรงอันเกิดจากการล้าตัวของผิวเนื้อฟันเฟือง ซึ่งมีผลทำให้เนื้อวัสดุหลุดออกจากไปจากผิวสัมผัส มีผลทำให้พื้นที่รับภาระมีค่าน้อยลงมาก และทำให้มีการร่อนหลุดออกไปอย่างต่อเนื่องของผิวฟันเฟือง โดยทั่วไปไม่เกิดกับฟันเฟืองที่มีการชุบแข็งบริเวณผิวเนื้อฟันเฟือง (Case Hardened) การหลุดลอกของเนื้อฟันเฟืองอาจจะเริ่มต้นจากการที่มีรอยแตกขนาดเล็กๆ เหมือนกับกรณีของตามด



รูปที่ 4.21 การหลุดลอกของเนื้อฟัน