

สุคประเทศไทย บุษศิริ. 2554. ผลเฉลยแบบอ่อนของสมการเชิงประกอบของตัวดำเนินการบางตัวที่  
เกี่ยวข้องกับตัวดำเนินการลาปลาซ

สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสกลนคร  
ที่ปรึกษาโครงการวิจัย : ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. คำสิงห์ นนเลาพล

### บทคัดย่อ

ในงานวิจัยครั้งนี้ เป็นการศึกษาสมการเชิงประกอบลาปลาซซึ่งอยู่ในรูป

$$\sum_{r=0}^m C_r \Delta^r u(x) = f(x)$$

โดยที่  $\Delta^r$  เป็นตัวดำเนินการลาปลาซกระทำซ้ำกัน  $r$  ครั้ง  $f(x)$  เป็นฟังก์ชันวางนัยทั่วไป  $u(x)$  เป็นฟังก์ชันไม่ทราบค่า  $x \in \mathbf{R}^n$  และ  $C_r$  เป็นค่าคงตัว จะได้ว่า

$$u(x) = f(x) * R_{2m}^e(x) * \left( (-1)^m C_m R_0^e(x) + w(x) R_2^e(x) \right)^{* -1}$$

โดยที่

$$w(x) = (-1)^{m-1} C_{m-1} + (-1)^{m-2} C_{m-2} \frac{V}{2(n-4)} + (-1)^{m-3} C_{m-3} \frac{V^2}{2 \cdot 4(n-4)(n-6)} + \dots$$

$$+ C_0 \frac{V^{m-1}}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots 2(m-1)(n-4)(n-6) \dots (n-2m)}$$

และ  $V$  นิยามในสมการ (2.1) และ  $\left( (-1)^m C_m R_0^e(x) + w(x) R_2^e(x) \right)^{* -1}$  เป็นตัวผกผันของ  $\left( (-1)^m C_m R_0^e(x) + w(x) R_2^e(x) \right)$

นอกจากนี้ยังขยายแนวคิดศึกษาสมการเชิงประกอบที่สัมพันธ์กับตัวดำเนินการลาปลาซซึ่งอยู่ในรูป

$$\sum_{r=0}^m C_r \Delta_c^r u(x) = f(x)$$

โดยที่  $\Delta_c^r$  เป็นตัวดำเนินการที่สัมพันธ์กับตัวดำเนินการลาปลาซกระทำซ้ำกัน  $r$  ครั้ง  $f(x)$  เป็นฟังก์ชันวางนัยทั่วไป  $u(x)$  เป็นฟังก์ชันไม่ทราบค่า  $x \in \mathbf{R}^n$  และ  $C_r$  เป็นค่าคงตัว จะได้ว่า

$$u(x) = f(x) * R_{2m,c}^e(x) * \left( (-1)^m C_m R_{0,c}^e(x) + w(x) R_{2,c}^e(x) \right)^{* -1}$$

โดยที่

$$w(x) = (-1)^{m-1} C_{m-1} + (-1)^{m-2} C_{m-2} \frac{V}{2(n-4)} + (-1)^{m-3} C_{m-3} \frac{V^2}{2 \cdot 4(n-4)(n-6)} + \dots$$

$$+ C_0 \frac{V^{m-1}}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdots 2(m-1)(n-4)(n-6) \cdots (n-2m)}$$

และ  $v$  นิยามในสมการ (2.4) และ  $\left((-1)^m C_m R_0^e(x) + w(x) R_{2,c}^e(x)\right)^{* -1}$  เป็นตัวผกผันของ  $\left((-1)^m C_m R_0^e(x) + w(x) R_{2,c}^e(x)\right)$

ต่อมาได้ศึกษาสมการเชิงประกอบลาปลาซเบสเซลซึ่งอยู่ในรูป

$$\sum_{r=0}^m C_r \Delta_B^r u(x) = f(x)$$

โดยที่  $\Delta_B^r$  เป็นตัวดำเนินการลาปลาซเบสเซลกระทำซ้ำกัน  $r$  ครั้ง  $f(x)$  เป็นฟังก์ชันวงนัยทั่วไป  $u(x)$  เป็นฟังก์ชันไม่ทราบค่า  $x \in \mathbf{R}_n^+$  และ  $C_r$  เป็นค่าคงตัว จะได้ว่า

$$u(x) = f(x) * R_{2m}(x) * \left((-1)^m C_m R_0(x) + w(x) R_2(x)\right)^{* -1}$$

โดยที่

$$w(x) = (-1)^{m-1} C_{m-1} + (-1)^{m-2} C_{m-2} \frac{V}{16(n+2|v|-4)} + (-1)^{m-3} C_{m-3} \frac{V^2}{16 \cdot 32(n+2|v|-4)(n+2|v|-6)}$$

$$\cdots + C_0 \frac{V^{m-1}}{16 \cdot 32 \cdot 64 \cdots 16(m-1)(n+2|v|-4)(n+2|v|-6) \cdots (n+2|v|-2m)}$$

และ  $v$  นิยามในสมการ (2.7) และ  $\left((-1)^m C_m R_0(x) + w(x) R_2(x)\right)^{* -1}$  เป็นตัวผกผัน ของ  $\left((-1)^m C_m R_0(x) + w(x) R_2(x)\right)$

Sudprathai Bupasiri. 2011. The Weak Solution of Compound Equation of some Operator Related to the Laplace Operator.

Faculty of Education in Mathematics Program, Sakon Nakhon Rajabhat University.

Project Advisor : Asst. Prof. Dr. Kamsing Nonlaopon.

## Abstract

In this project, we study the compound Laplace equation of the form

$$\sum_{r=0}^m C_r \Delta^r u(x) = f(x),$$

where  $\Delta^r$  is Laplace operator iterated  $r$ -times,  $f(x)$  is a generalized function,  $u(x)$  is an unknown function,  $x \in \mathbf{R}^n$  and  $C_r$  is a constant, we obtain the weak solution

$$u(x) = f(x) * R_{2m}^e(x) * \left( (-1)^m C_m R_0^e(x) + w(x) R_2^e(x) \right)^{* -1},$$

where

$$w(x) = (-1)^{m-1} C_{m-1} + (-1)^{m-2} C_{m-2} \frac{V}{2(n-4)} + (-1)^{m-3} C_{m-3} \frac{V^2}{2 \cdot 4(n-4)(n-6)} + \dots$$

$$+ C_0 \frac{V^{m-1}}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdots 2(m-1)(n-4)(n-6) \cdots (n-2m)}$$

and  $V$  defined by (2.1) and  $\left( (-1)^m C_m R_0^e(x) + w(x) R_2^e(x) \right)^{* -1}$  is an inverse of  $\left( (-1)^m C_m R_0^e(x) + w(x) R_2^e(x) \right)$ .

Moreover, we study the compound equation related to the Laplace operator of the form

$$\sum_{r=0}^m C_r \Delta_c^r u(x) = f(x),$$

where  $\Delta_c^r$  is the operator related to the Laplace operator, iterated  $r$ -times,  $f(x)$  is a generalized function,  $u(x)$  is an unknown function,  $x \in \mathbf{R}^n$  and  $C_r$  is a constant, we obtain the weak solution

$$u(x) = f(x) * R_{2m,c}^e(x) * \left( (-1)^m C_m R_{0,c}^e(x) + w(x) R_{2,c}^e(x) \right)^{* -1},$$

where

$$w(x) = (-1)^{m-1} C_{m-1} + (-1)^{m-2} C_{m-2} \frac{V}{2(n-4)} + (-1)^{m-3} C_{m-3} \frac{V^2}{2 \cdot 4(n-4)(n-6)} + \dots$$

$$+ C_0 \frac{V^{m-1}}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdots 2(m-1)(n-4)(n-6) \cdots (n-2m)}$$

and  $V$  defined by (2.4) and  $\left( (-1)^m C_m R_0^e(x) + w(x) R_{2,c}^e(x) \right)^{* -1}$  is an inverse of  $\left( (-1)^m C_m R_0^e(x) + w(x) R_{2,c}^e(x) \right)$ .

Later, we study the compound Laplace Bessel equation

$$\sum_{r=0}^m C_r \Delta_B^r u(x) = f(x),$$

where  $\Delta_B^r$  is the Laplace-Bessel operator, iterated  $r$ -times,  $f(x)$  is a generalized function,  $u(x)$  is an unknown function,  $u(x), x \in \mathbf{R}_n^+$  and  $C_r$  is a constant, we obtain the weak solution

$$u(x) = f(x) * R_{2m}(x) * \left( (-1)^m C_m R_0(x) + w(x) R_2(x) \right)^{* -1},$$

where

$$w(x) = (-1)^{m-1} C_{m-1} + (-1)^{m-2} C_{m-2} \frac{V}{16(n+2|v|-4)} + (-1)^{m-3} C_{m-3} \frac{V^2}{16 \cdot 32(n+2|v|-4)(n+2|v|-6)}$$

$$\dots + C_0 \frac{V^{m-1}}{16 \cdot 32 \cdot 64 \cdots 16(m-1)(n+2|v|-4)(n+2|v|-6) \cdots (n+2|v|-2m)}$$

And  $V$  defined by (2.7) and  $\left( (-1)^m C_m R_0(x) + w(x) R_2(x) \right)^{* -1}$  is an inverse of  $\left( (-1)^m C_m R_0(x) + w(x) R_2(x) \right)$