

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องดังนี้

1. เป้าหมายของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์
2. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
 - 2.1 ความหมายของการเชื่อมโยง
 - 2.2 มาตรฐานของทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
 - 2.3 องค์ประกอบที่ส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
 - 2.4 การพัฒนาทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
 - 2.5 การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ในลักษณะต่างๆ
 - 2.6 คุณประโยชน์ของทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
3. เจตคติ
 - 3.1 ความหมายของเจตคติ
 - 3.2 องค์ประกอบของเจตคติ
 - 3.3 เจตคติต่อกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์
4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
 - 4.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
 - 4.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ในชีวิตจริง
 - 4.3 งานวิจัยเกี่ยวกับการเรียนการสอนเรื่องเศษส่วน

เป้าหมายของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

สมวงษ์ แปลงประสพ โชคและคณะ (2543 : 4) กล่าวว่า การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ครูผู้สอนควรจะวางเป้าหมายการสอนไว้อย่างชัดเจนว่าต้องการให้ผู้เรียนนั้นได้รับความรู้ ความสามารถอะไรบ้าง โดยทั่วไปแล้วในเบื้องต้นการสอนคณิตศาสตร์ต้องการให้ผู้เรียนได้บรรลุเป้าหมายสำคัญ 4 ประการคือ

1. มีความรู้ (Knowledge) ทางคณิตศาสตร์
2. มีความเข้าใจ (Understand or Comprehension)
3. มีทักษะ (Skills)
4. สามารถวิเคราะห์และประยุกต์ใช้ความรู้ได้ (Analysis and applications)

ซึ่งแต่ละเป้าหมายมีรายละเอียดพอสังเขปดังนี้

1. มีความรู้ (Knowledge) ทางคณิตศาสตร์ ในที่นี้หมายถึงลักษณะของความรู้ซึ่งจำแนกได้

เป็น

1. ศัพท์เฉพาะ (Terminology) บทนิยาม สัญลักษณ์
2. ข้อเท็จจริง (Specific Facts)
3. ระเบียบแบบแผน (Convention) ลำดับก่อนหลังของการดำเนินการ
4. ลำดับขั้น (Sequences)
5. วิธีการ (Methodology)
6. หลักการและข้อสรุป (Principles and generalizations)
7. โครงสร้างและทฤษฎี (Structures and theories)

2. มีความเข้าใจ (Understand or Comprehension)

ในระดับนี้จะแสดงความเข้าใจมโนคติและความสัมพันธ์ระหว่างมโนคติ แต่ยังไม่ถึงขั้นการแสดงการหาคำตอบ เช่น สามารถอธิบายได้ว่า เมื่อไรใช้มโนคติเกี่ยวกับการคูณ การแสดงความเข้าใจอาจพิจารณาจาก

- 2.1 การแปลงปัญหาจากรูปแบบหนึ่งไปสู่อีกรูปแบบหนึ่ง
- 2.2 การพูดอธิบายเป็นคำพูดของตนเองเกี่ยวกับสัญลักษณ์ ความสัมพันธ์ของข้อมูลที่

กำหนด

- 2.3 การยกตัวอย่างประกอบมโนคติทางคณิตศาสตร์

2.4 การอธิบายความหมายของคำ อธิบายหลักการ กระบวนการหรือมโนคติทางคณิตศาสตร์เป็นคำพูดของตนเอง

2.5 ค้นหาข้อผิดพลาดของบทนิยาม กระบวนการหรือการพิสูจน์

2.6 ระบุความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ปัญหาที่คุ้นเคย

2.7 เปรียบเทียบความสัมพันธ์ของมโนคติ กระบวนการและรูปภาพ

2.8 แยกข้อแตกต่างของข้อความ กระบวนการทางคณิตศาสตร์

2.9 ตรวจสอบผลที่เกิดขึ้น

2.10 เลือกเทคนิควิธีที่เหมาะสมกับสถานการณ์ปัญหา

2.11 เลือกใช้สัญลักษณ์ในการดำเนินการอย่างเหมาะสมกับเทคนิคและวิธีการเลือก

2.12 ประมาณค่าคำตอบได้เหมาะสม

3. ทักษะ(Skills)ทางคณิตศาสตร์

สภาครุคณิตศาสตร์ของสหรัฐอเมริกา ได้กำหนดทักษะพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญ 10 ประการ ที่ต้องการให้เกิดขึ้นในตัวผู้เรียนเพื่อใช้เป็นพื้นฐานในการเรียนรู้และนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ซึ่งประกอบด้วย

3.1 ทักษะในการแก้ปัญหา

เหตุผลหลักของการศึกษาคณิตศาสตร์ก็เพื่อนำความรู้ไปใช้แก้ปัญหาสถานการณ์ที่พบ นักเรียนต้องสามารถประยุกต์รูปแบบการคิดอย่างสมเหตุสมผล เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปที่ถูกต้อง สามารถอธิบายข้อมูลและสรุปผลจากข้อมูลที่ปรากฏ ในชีวิตจริงนักเรียนจะพบกับปัญหาหลากหลายรูปแบบ ปัญหาข้อความหรือปัญหาเรื่องราวเป็นเพียงรูปแบบหนึ่งของการแก้ปัญหา

3.2 ทักษะในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ประโยชน์ในชีวิตจริง

ในชีวิตประจำวัน หากประสบปัญหาที่ไม่ยุ่งยากมากนัก นักเรียนสามารถใช้การคิดคำนวณหาคำตอบของปัญหาได้ แต่ถ้าเป็นปัญหาที่ซับซ้อน อาจต้องแปลงปัญหาที่พบให้อยู่ในรูปแบบทางคณิตศาสตร์ เช่น การจัดรูปสมการและแก้สมการ แล้วแปรผลที่ได้ไปอธิบายหรือตอบปัญหา

3.3 ทักษะในการคิดอย่างมีเหตุผล

บางครั้งความผิดพลาดเกิดจากการคิดคำนวณ นักเรียนต้องเรียนรู้ที่ตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบที่สัมพันธ์กับปัญหาที่กำหนด ทักษะการตรวจสอบที่มีความสำคัญเมื่อมีการใช้เครื่องคำนวณมากขึ้น

3.4 ทักษะในการประมาณและการประมาณค่า

นักเรียนต้องมีทักษะในการคิดคำนวณ สามารถคิดคำนวณได้อย่างรวดเร็วและถูกต้อง อาจใช้การประมาณค่าโดยการปัดเป็นจำนวนเต็ม แล้วคิดค่าโดยประมาณในรูปจำนวนเต็มพร้อมทั้งอธิบายได้ว่า คำตอบของปัญหานั้นมีค่าได้ไม่เกินเท่าไร หรือคำตอบของปัญหานั้นอย่างต่ำเป็นเท่าไร นอกจากนี้นักเรียนยังต้องมีทักษะในการกะประมาณปริมาณทั้งความสูง ระยะทางและน้ำหนัก สามารถเลือกคำตอบที่เหมาะสมจากสถานการณ์ที่กำลังดำเนินการอยู่ โดยใช้การประมาณค่า

3.5 ทักษะในการใช้ทักษะการคิดคำนวณที่เหมาะสม

ทักษะในการบวก ลบ คูณและหาร นับว่าเป็นทักษะเบื้องต้นที่นักเรียนต้องเข้าใจเพราะเป็นพื้นฐานสำคัญไปสู่การดำเนินการในเรื่องต่างๆเช่น เศษส่วน ร้อยละ การคิดในใจเป็นทักษะที่มีคุณค่าสำหรับนักเรียนในเหตุการณ์ที่เกิดขึ้น ส่วนการคำนวณที่ยุ่งยากซับซ้อน ต้องสามารถเลือกใช้เครื่องคำนวณที่เหมาะสมได้

3.6 ทักษะทางเรขาคณิต

ความคิดทางเรขาคณิตเป็นสิ่งที่จำเป็นในชีวิตจริง เช่น ความคิดเกี่ยวกับ จุด เส้น ระนาบ เส้นขนาน เส้นตั้งฉากแนวคิดดังกล่าวเป็นสิ่งสำคัญที่ต้องเรียนรู้ นักเรียนจะต้องเรียนรู้การวัดพื้นฐาน การแก้ปัญหาเกี่ยวกับสมบัติพื้นฐานของรูปเรขาคณิต และสามารถประยุกต์ใช้สมบัติเหล่านั้นสู่สถานการณ์ในชีวิตจริง

3.7 ทักษะเกี่ยวกับการวัด

ทักษะในการวัดที่สำคัญ เช่นการวัดระยะทาง น้ำหนัก เวลา ความจุ อุณหภูมิ การวัดมุม และการคำนวณหาพื้นที่ ตลอดจนการวัดปริมาตรก็เป็นสิ่งจำเป็น นักเรียนต้องได้รับความรู้ทั้งในระบบเมตริกและระบบที่ใช้กันตามประเพณีของแต่ละท้องถิ่น

3.8 ทักษะเกี่ยวกับการอ่าน แปลผล และสร้างตาราง แผนภูมิและกราฟ

นักเรียนต้องรู้ว่าจะอ่านสรุปผลจากตาราง แผนภูมิ แผนที่ และกราฟได้อย่างไร สามารถที่จะจัดกระทำข้อมูลที่เป็นตัวเลข เป็นข้อความที่มีความหมายโดยการสร้างเป็นตาราง แผนภูมิหรือกราฟ

3.9 ทักษะการใช้คณิตศาสตร์ในการทำนาย

ทักษะในการคาดเดาเหตุการณ์ข้างหน้าว่าน่าจะเป็นอย่างไร นับว่ามีความสำคัญต่อการดำเนินชีวิตในปัจจุบัน การทำนายโดยใช้ความน่าจะเป็น นักเรียนสามารถที่จะระบุสถานการณ์โดยอาศัยข้อมูลหรือประสบการณ์ที่ผ่านมาว่า จะมีผลหรือไม่มีผลต่อเหตุการณ์ในอนาคตอย่างไร

3.10 ทักษะการใช้ความรู้เกี่ยวกับคอมพิวเตอร์

นักเรียนจะต้องเข้าใจถึงความจำเป็นที่จะต้องมีความรู้เกี่ยวกับคอมพิวเตอร์ เพราะคอมพิวเตอร์ถูกนำมาใช้อย่างหลากหลายในสังคม ทั้งในการดำเนินธุรกิจ การเรียนการสอน การเก็บรวบรวมข้อมูล และการเรียกใช้ข้อมูล นอกจากนี้เข้าใจถึงความจำเป็นในการใช้คอมพิวเตอร์แล้ว ยังต้องเข้าใจถึงข้อจำกัดในการใช้งานต่างๆด้วย เพื่อเตรียมป้องกันและระมัดระวังสิ่งที่จะเป็นผลเสียจากการใช้คอมพิวเตอร์

4. สามารถวิเคราะห์และประยุกต์ใช้ความรู้ได้ (Analysis and Applications)

การวิเคราะห์และประยุกต์ใช้ จะเน้นให้นักเรียนได้ใช้ทักษะและมโนคติในสถานการณ์ต่างๆ โดยเฉพาะสถานการณ์แปลกใหม่ หาความสัมพันธ์ เปรียบเทียบและหาข้อแตกต่างของข้อมูล โดยการพิจารณาจาก

4.1 การแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล

4.2 การปรับสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดไปสู่สถานการณ์ที่คุ้นเคยหรือง่ายกว่าเพื่อนำไปสู่การหาคำตอบหรือข้อสรุปของสถานการณ์นั้น

4.3 การตัดสินใจพอ ไม่พอหรือส่วนเกินของข้อมูล

4.4 ตัดสินความถูกต้องของการพิสูจน์

4.5 เลือกสูตร วิธีการหรือกระบวนการที่เหมาะสมในการหาคำตอบ

4.6 แก้ปัญหา โดยใช้ข้อมูลหรือกระบวนการอย่างเหมาะสม

4.7 หาข้อสรุปจากข้อมูลที่กำหนด

4.8 สรุปหลักเกณฑ์จากข้อมูลที่กำหนด

ประยูร อาษานาม (2525 , อ้างจาก เพ็ญพิมล กุศิริวิเชียร. 2548 : 14) กล่าวว่า การเรียนการสอนคณิตศาสตร์จำเป็นต้องกำหนดจุดมุ่งหมายไว้อย่างเด่นชัด เพื่อเป็นแนวทางในการจัดประสบการณ์ให้แก่ผู้เรียน ถ้าเรามีแนวคิดที่ความมุ่งหมายมักจะดำเนินตามปรัชญาแล้ว ความมุ่งหมายของคณิตศาสตร์ควรจะสอดคล้องกับปรัชญาการสอนคณิตศาสตร์ที่ว่า

1. หลักการหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ได้มาจากการค้นพบของนักคณิตศาสตร์เราควรรหาแนวทางที่จะชี้แนะให้นักเรียนได้ค้นพบหลักการต่างๆด้วยตนเองอีกครั้งหนึ่ง

2. ธรรมชาติของคณิตศาสตร์เป็นนามธรรมที่ยากแก่การเข้าใจ การเรียนการสอนควรเริ่มจากมโนคติที่เป็นรูปธรรมก่อนที่จะนำไปสู่นามธรรม

3. การประยุกต์หรือการนำหลักการทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวันเป็นสิ่งที่ควรตระหนักถึงเป็นอย่างยิ่ง

ปรัชญาดังกล่าวข้างต้นจะสามารถยึดเป็นแนวทางในการดำเนินความมุ่งหมายของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ทั้งในระยะยาวและระยะสั้น

กรมวิชาการ(2533)สำหรับหลักสูตรคณิตศาสตร์ของไทยได้กำหนดจุดมุ่งหมายไว้ในหลักสูตรพุทธศักราช 2521 ฉบับปรับปรุงปี พ.ศ. 2533 ดังนี้

ในระดับประถมศึกษา มีจุดมุ่งหมายเพื่อให้ผู้เรียนได้พัฒนาความสามารถในการคิด การคำนวณ สามารถนำคณิตศาสตร์ไปใช้เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่างๆและในการดำรงชีวิตให้มีคุณภาพ ซึ่งกำหนดจุดประสงค์ของหลักสูตรคณิตศาสตร์ประถมศึกษาไว้ดังนี้

1. มีความรู้ความเข้าใจในคณิตศาสตร์พื้นฐาน และมีทักษะในการคิดคำนวณ
2. รู้จักคิดอย่างมีเหตุผล และแสดงความคิดออกอย่างมีระเบียบ ชัดเจนรัดกุม
3. รู้คุณค่าของคณิตศาสตร์ และมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์
4. สามารถนำความรู้ ความคิด และทักษะที่ได้จากการเรียนไปเรียนรู้สิ่งต่างๆและใช้ใน ชีวิตประจำวัน

การเรียนการสอนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นได้กำหนดจุดมุ่งหมายดังนี้

1. เพื่อให้มีความรู้เข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ ข้อมูลที่ปรากฏในสิ่งแวดล้อม สามารถคิดอย่างมีเหตุผลและใช้เหตุผลในการแสดงความคิดเห็นอย่างมีระเบียบชัดเจนรัดกุม
2. เพื่อให้มีทักษะในการคำนวณ
3. เพื่อให้เห็นประโยชน์ที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ทั้งที่มีต่อชีวิตประจำวันที่เป็นเครื่องมือแสวงหาความรู้
4. เพื่อให้สามารถนำความรู้ความเข้าใจและทักษะทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน และเป็นพื้นฐานในการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์และวิชาอื่นๆที่อาศัยคณิตศาสตร์

กรมวิชาการ(2544)สำหรับหลักสูตรคณิตศาสตร์ของไทยได้กำหนดจุดมุ่งหมายไว้ในหลักสูตรการจัดการเรียนรู้ตามพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พุทธศักราช 2544 ว่าคณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผลเป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยให้การคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่นๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข

จากการศึกษาเป้าหมายข้างต้นสรุปได้ว่า เราเรียนคณิตศาสตร์เพื่อนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน เพื่อเป็นเครื่องมือแสวงหาความรู้ และเป็นพื้นฐานการศึกษาวิชาอื่นๆที่อาศัยคณิตศาสตร์ ส่วนคุณลักษณะที่เราต้องการให้เกิดกับผู้เรียนคือความเป็นคนมีเหตุผล

เอกสารที่เกี่ยวข้องกับทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

กรมวิชาการ (2544 : 200) กล่าวว่า ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ต้องการให้ผู้เรียนมีความรู้และพื้นฐานในการที่จะนำไปศึกษาต่อนั้นจำเป็นต้องบูรณาการเนื้อหาต่างๆในวิชาคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน เช่น การใช้ความรู้ในเรื่องเซตในการให้คำจำกัดความหรือบทนิยามในเรื่องต่างๆ เช่น บทนิยามของฟังก์ชันในรูปของเซต บทนิยามของลำดับในรูปของฟังก์ชัน

นอกจากการเชื่อมโยงของเนื้อหาต่างๆในคณิตศาสตร์ด้วยกันแล้ว ยังมีการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆโดยใช้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้และการใช้ในการแก้ปัญหาเช่น ในเรื่องการเงิน การคิดดอกเบี้ยทบต้น ก็อาศัยความรู้ในเรื่องเลขยกกำลังและผลบวกของอนุกรมในงานศิลปะและการออกแบบบางชนิดก็ใช้ความรู้เกี่ยวกับรูปเรขาคณิต

1. ความหมายของการเชื่อมโยง

นักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของการเชื่อมโยงไว้ต่าง ๆ กัน ดังต่อไปนี้

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathematics: NCTM) (NCTM. 1991 : 102) ได้ให้ความหมายของการเชื่อมโยง (Connections) ไว้ว่า การเชื่อมโยง หมายถึง การผสมผสานแนวคิดที่มีความเกี่ยวข้องกันให้รวมเป็นองค์ประกอบเดียวกัน ซึ่งแบ่งออกเป็น

1.1 การเชื่อมโยงภายในวิชา เป็นการนำเนื้อหาภายในวิชาเดียวกันไปสัมพันธ์กัน ให้ผู้เรียนได้ประยุกต์ความรู้และทักษะไปใช้ในชีวิตจริง ช่วยนักเรียนให้ทำความเข้าใจถึงความแตกต่างของเนื้อหาวิชา รวมทั้งพีชคณิต เรขาคณิต และตรีโกณมิติ ซึ่งจะทำให้การเรียนรู้ของผู้เรียนมีความหมาย

1.2 การเชื่อมโยงระหว่างวิชา เป็นการรวมศาสตร์ต่างๆตั้งแต่ 2 สาขาขึ้นไป ภายใต้หัวข้อที่เกี่ยวข้องกันให้มาสัมพันธ์กัน เช่น วิชาคณิตศาสตร์กับวิชาวิทยาศาสตร์ เศรษฐศาสตร์ สังคม กีฬา หรือศิลปะ เป็นการเรียนรู้โดยใช้ความรู้ ความเข้าใจ และทักษะในวิชาต่างๆมากกว่า 1 วิชาขึ้นไป จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่ลึกซึ้ง และตรงกับสภาพชีวิตจริง



เคนเนดี และทิปส์ (Kennedy & Tipps, 1994 : 194 -198) ได้กล่าวถึงการเชื่อมโยงว่าเป็นการสร้างความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้สิ่งที่เป็นรูปธรรมแทนแนวคิดต่าง ๆ เช่น รูปภาพ แผนภาพ สัญลักษณ์ คำหรือข้อความ เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา

จิราพร พรายมณี (2550 : ออนไลน์) กล่าวถึง การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ว่าเป็นการดำเนินการของบุคคลหรือกลุ่มบุคคล เพื่อโยงความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่นำมาพิจารณา กับแนวคิดทางคณิตศาสตร์ โดยใช้หัวข้อเรื่อง ทักษะ/กระบวนการ เจตคติ หรือสถานการณ์ ที่เกี่ยวข้องกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์นั้นมาเป็นตัวช่วย

สถาบันส่งเสริมวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.2550 : 83) ได้ทำการประมวลความหมายของการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักการศึกษาสำคัญหลายท่าน ซึ่งพอประมวลได้ดังนี้ การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ในการนำความรู้ เนื้อหาสาระ และหลักการทางคณิตศาสตร์ มาสร้างความสัมพันธ์อย่างเป็นเหตุเป็นผลระหว่างความรู้และทักษะ / กระบวนการที่มีในเนื้อหาคณิตศาสตร์กับงานที่เกี่ยวข้อง เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา และการเรียนรู้แนวคิดใหม่ที่ซับซ้อนหรือสมบูรณ์ขึ้นจากความหมายของการเชื่อมโยงข้างต้น ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้ให้ความหมายของการเชื่อมโยงดังนี้ การเชื่อมโยงหมายถึง การนำความรู้ เนื้อหาสาระ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาสัมพันธ์กับความรู้หรือแนวคิดที่เกี่ยวข้อง เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา และเรียนรู้แนวคิดใหม่

กล่าวโดยสรุป การเชื่อมโยง หมายถึง การนำความรู้ เนื้อหาสาระ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มาสัมพันธ์กับความรู้หรือแนวคิดที่เกี่ยวข้อง เพื่อใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่หรือช่วยในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนดขึ้น ซึ่งแบ่งออกเป็น การเชื่อมโยงความรู้ภายในวิชาคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงความรู้ระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับวิชาอื่น และการเชื่อมโยงความรู้ระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน

2. มาตรฐานของทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathematics, 2000 : Online) ได้กำหนดมาตรฐานในการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ในเกรด 5-8 ซึ่งนักเรียนทุกคนมีความสามารถ ดังนี้

1. มองคณิตศาสตร์ในภาพรวม
2. สำรวจปัญหาและบรรยายผลที่ได้ โดยใช้กราฟ จำนวน ลักษณะทางกายภาพ พีชคณิต

และรูปแบบทางคณิตศาสตร์ด้วยคำพูด หรือการนำเสนอข้อมูล

3. ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ส่งเสริมความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ในเรื่องอื่นๆ

สำนักงานคณะกรรมการวิจัยแห่งชาติ

ห้องสมุดงานวิจัย

วันที่ ๑๘.๗.๐ 2555

เลขทะเบียน 250430

เลขเรียกหนังสือ

4. ประยุกต์ความคิดทางคณิตศาสตร์และรูปแบบในการแก้ปัญหาซึ่งพบในศาสตร์ เช่น ศิลปะ ดนตรี จิตวิทยา วิทยาศาสตร์ และธุรกิจ

5. ตระหนักในคุณค่าของบทบาทคณิตศาสตร์ในสังคมและวัฒนธรรม

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathematics, 2000 : Online) กล่าวถึงมาตรฐานในการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์จากอนุบาลไปยั้งเกรด 12 เป็นโปรแกรมการศึกษาเพื่อให้นักเรียนทุกคนสามารถ

1. ตระหนักและใช้การเชื่อมโยงระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์

2. เข้าใจแนวทางการเชื่อมโยงความคิดทางคณิตศาสตร์ร่วมกันและสร้างแนวคิดต่างๆ โดยเชื่อมโยงองค์ความรู้เพื่อให้ได้ความรู้ใหม่

3. ตระหนักและประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์ในเนื้อหาอื่นนอกจากเนื้อหาคณิตศาสตร์

ปานทอง กุลนาถศิริ (2543 : 21) กล่าวถึง มาตรฐานการเชื่อมโยงซึ่งสภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกาได้จัดพิมพ์เผยแพร่เอกสารมาตรฐานหลักสูตรและการวัดผลในปี ค.ศ. 1989 ไว้ดังนี้

มาตรฐานที่ 9 การเชื่อมโยง (Connections)

โปรแกรมการสอนคณิตศาสตร์ควรจัดกิจกรรมที่มุ่งเน้นให้มีการเชื่อมโยงองค์ความรู้ต่างๆ เข้าด้วยกัน เพื่อเสริมสร้างให้นักเรียนได้รู้และเข้าใจคณิตศาสตร์และเพื่อให้นักเรียนทุกคนมีความสามารถ ดังนี้

1. ตระหนักถึงความสำคัญของการเชื่อมโยงและความสามารถเชื่อมโยงองค์ความรู้ต่างๆ ตลอดจนแนวคิดต่างๆทางคณิตศาสตร์ได้

2. สามารถเข้าใจถึงวิธีการที่จะสร้างแนวคิดต่างๆทางคณิตศาสตร์ โดยเชื่อมโยงองค์ความรู้เพื่อให้ได้ความรู้ใหม่ได้

3. ขยายความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ได้ตลอดจนสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปช่วยในการพิจารณายุทธวิธีต่างๆได้

4. สามารถระลึกถึงความรู้ต่างๆทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้มาแล้วและสามารถนำความรู้เหล่านั้นมาใช้เชื่อมโยงในการเรียนคณิตศาสตร์และวิชาอื่นๆได้

กรมวิชาการ (2544 : 25) กล่าวถึงมาตรฐานในการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นได้ ในช่วงชั้นที่ 3 (ม.1-3) ดังนี้

1. เชื่อมโยงกับความรู้เนื้อหาต่างๆในคณิตศาสตร์และนำความรู้ หลักการกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น

2. นำความรู้และทักษะที่ได้จากการเรียนคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ในการเรียนรู้และสิ่งต่างๆ และการดำรงชีวิต

จากการศึกษาข้างต้น สรุปได้ว่าประเทศไทยนั้นได้กำหนดมาตรฐานในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์โดยเชื่อมโยงกับความรู้เนื้อหาต่างๆในคณิตศาสตร์และนำความรู้ หลักการกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่นๆและประยุกต์ในการเรียนรู้และสิ่งต่างๆและการดำรงชีวิต

3. องค์ประกอบที่ส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

กรมวิชาการ (2544 : 200) กำหนดองค์ประกอบหลักที่ส่งเสริมการพัฒนาการเรียนรู้ทักษะ/กระบวนการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ มีดังนี้

1. มีความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์อย่างเด่นชัดในเรื่องนั้น
2. มีความรู้ในเนื้อหาที่จะนำไปเชื่อมโยงกับสถานการณ์หรืองานอื่นๆที่ต้องการเป็นอย่างดี
3. มีทักษะในการมองเห็นความเกี่ยวข้องของเชื่อมโยงระหว่างความรู้และทักษะ/กระบวนการที่มีในเนื้อหานั้นกับงานที่เกี่ยวข้องด้วย
4. มีทักษะในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อสร้างความสัมพันธ์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆหรือคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องด้วย
5. มีความเข้าใจในการแปลความหมายของคำตอบที่หาได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ว่ามีความเป็นไปได้หรือสอดคล้องกับสถานการณ์นั้นอย่างสมเหตุสมผล

4. การพัฒนาทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathematics, 1989 : Online) ได้เสนอแนะว่า นักเรียนควรได้รับโอกาสในการปฏิสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นทั้งในโรงเรียนและในสังคมปัจจุบันมากขึ้น ครูคณิตศาสตร์ต้องค้นคว้าและร่วมมือกับครูในวิชาอื่นเพื่อสำรวจแนวคิดต่างๆทางคณิตศาสตร์ไปยังปัญหาอื่นซึ่งเกิดขึ้นในห้องเรียน การรวมคณิตศาสตร์เข้าไปในเนื้อหาซึ่งใช้สัญลักษณ์และกระบวนการที่มีประโยชน์ เป็นจุดมุ่งหมายที่สำคัญของมาตรฐานทั้งหมด ทำให้นักเรียนมองเห็นแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ช่วยให้เข้าใจได้ง่าย ทักษะการเชื่อมโยงมีประโยชน์ในการแก้ปัญหา อภิปรายและแบบจำลองข้อเท็จจริงในโลก และสื่อสารความคิดและข้อมูลที่ซับซ้อนในลักษณะที่ละเอียดและชัดเจน การนำเสนอของปัญหาช่วยให้มองเห็นสิ่งต่างๆได้ทั่วและชัดเจนขึ้นทำให้นักเรียนอธิบายปัญหาและคำตอบได้ ถ้า

นักเรียนเป็นผู้มีศักยภาพทางคณิตศาสตร์จำเป็นต้องฝึกให้นักเรียนปรับเปลี่ยนวิธีการหาคำตอบที่หลากหลายขึ้น และตระหนักถึงความสัมพันธ์ระหว่างมุมมองที่แตกต่างกัน

การเชื่อมโยงระหว่างหัวข้อทางคณิตศาสตร์สามารถสร้างได้หลายแนวทาง เมื่อนักเรียนศึกษาหัวข้อหนึ่งมันสามารถนำไปประยุกต์ในหัวข้ออื่นได้ โดยการเชื่อมโยงปรากฏออกมาขณะที่นักเรียนทำกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตัวอย่างเช่น

1. เมื่อนักเรียนสร้างและอภิปรายการเลื่อนทางเรขาคณิต “20 ไปทางขวา” และการเลื่อนในครั้งที่ 2 “45 ไปทางซ้าย” ผลลัพธ์ที่ได้เหมือนกันคือเป็นการรวมกันของจำนวนเต็ม

2. การอธิบายในเรื่องเศษส่วนสามารถอธิบายโดยการเชื่อมโยงเกี่ยวกับเรื่องการวัดอัตราส่วน และแนวคิดเกี่ยวกับพีชคณิต

3. การพัฒนาและสำรวจแบบรูปในรูปสามเหลี่ยมปาสคาล ซึ่งสามารถใช้ในการอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างการนับ เลขยกกำลัง พีชคณิต แบบรูป เรขาคณิต ความน่าจะเป็น ทฤษฎีจำนวน โดยทั่วไปการเชื่อมโยงเหล่านี้ยังไม่ควรทำในลักษณะที่เป็นแบบแผนในเกรด 5-8 แต่ครูสามารถเสนอในรูปแบบที่ง่ายขึ้นไม่เป็นแบบแผน โดยอาจตั้งคำถาม เช่น คุณสามารถหาจำนวนจำของรูปสามเหลี่ยมในสามเหลี่ยมปาสคาล ทำไมมันจึงเกิดขึ้น สามเหลี่ยมปาสคาลมีบางสิ่งที่น่าสนใจเรื่องความน่าจะเป็นในการเกิดหัว 2 หัว จากเหรียญ 3 เหรียญ ใช่หรือไม่ เพราะเหตุใด

4. ความรู้เกี่ยวกับเรื่องพื้นที่สามารถช่วยให้เข้าใจในการดำเนินการของเศษส่วน การนำเสนอข้อมูล การแก้ปัญหาเรื่องสัดส่วน การหาตัวประกอบและความน่าจะเป็น และการสำรวจความหมายของเครื่องหมายพีชคณิต

5. บทเรียนเรื่องการวัดต้องเปิดโอกาสให้นักเรียนสร้างสูตรและแก้ปัญหา โดยใช้แนวคิดทางเรขาคณิต การวัด และพีชคณิต

เมื่อนักเรียนเรียนรู้แนวคิดใหม่ๆหรือแก้ปัญหาใหม่ๆนักเรียนจะเพิ่มความสำคัญในกระบวนการและทักษะในการคิดของพวกเขาเอง โดยการพิจารณาจากการพัฒนาแนวคิดในครั้งก่อน ความสามารถนี้เป็นการรวมแนวคิดและความคิดรวบยอดเพื่อส่งเสริมความเชื่อมั่นของนักเรียนในความคิดของเขาเอง เนื้อหาหลักสูตรส่งเสริมทัศนคติของนักเรียนที่มีต่อการมองการเชื่อมโยง แต่ครูจะต้องหาโอกาสในการช่วยนักเรียนสร้างการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ปัญหาที่สร้างขึ้นจะต้องเป็นปัญหาที่เน้นให้นักเรียนสร้างการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ การเอาใจใส่ต่อการตระหนักและการสร้างการเชื่อมโยงระหว่างหัวข้อจะค่อยๆซึมซับเข้าไปในตัวนักเรียนซึ่งคาดหมายว่า แนวคิดที่พวกเขาเรียนรู้เป็นประโยชน์ในการแก้ปัญหาและค้นคว้าทางคณิตศาสตร์อื่นๆ

การเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น คณิตศาสตร์เกิดขึ้นไม่เพียงแต่ในวิทยาศาสตร์เท่านั้น แต่ในวิชาอื่นก็เกิดขึ้นได้ ตัวอย่างเช่น

1. สังคมศึกษา การศึกษาเรื่องแผนที่เป็นเวลาที่ขุดเยียมในการเรียน เรื่องการวัดและความสัมพันธ์ของความคิดรวบยอดที่คล้ายคลึงกัน อัตราส่วน และสัดส่วน

2. หัวข้อการวัดมีสิ่งที่เกี่ยวข้องกับสังคมศึกษา วิทยาศาสตร์ เศรษฐศาสตร์ในบ้าน เทคโนโลยี อุตสาหกรรม และพลศึกษา ซึ่งเป็นสิ่งที่สำคัญสำหรับครูในวิชาดังกล่าวข้างต้น

การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวันของนักเรียน ตัวอย่างเช่น

1. ปัญหา “การจับมือกับผู้อื่น” สามารถใช้ในการแสดงถึงการเชื่อมโยงระหว่างจำนวนของรูปสามเหลี่ยมและเส้นทแยงมุมรูปหลายเหลี่ยม

2. นักเรียนเกรด 5-8 จะมีความสนใจเกี่ยวกับโลกรอบตัวเรา ความน่าจะเป็นและสถิติ จึงกลายเป็นการเชื่อมโยงที่สำคัญระหว่างโลกแห่งความจริงกับห้องเรียนคณิตศาสตร์

3. การพยากรณ์อากาศ

4. การทดลองวิทยาศาสตร์

5. การอ้างการโฆษณา

6. เหตุผลที่เกิดขึ้น โดยบังเอิญ

7. แนวโน้มทางเศรษฐกิจ

ตัวอย่างดังกล่าวเป็นเนื้อหาเล็กน้อยที่นักเรียนสามารถสืบสวนโดยใช้ภูทางคณิตศาสตร์ในสังคมเรา สถิติที่น่าเสนอข้อมูลทางสังคมให้กับนักเรียน เนื้อหาใดก็ตามกฎที่มีความจำเป็นต่อการศึกษาคณิตศาสตร์ค่อยๆ ซึมซาบเข้าไปในทัศนคติของการสืบสวนสอบสวนและไหวพริบในการหาความสัมพันธ์ซึ่งกันและกันระหว่างรูปแบบของคณิตศาสตร์และสิ่งที่เป็นจริงในโลกเข้าไปในตัวนักเรียน

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathematics. 1989 : Online) ได้เสนอบทบาทของครูในการพัฒนาทักษะการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ การพัฒนาความคิดรวบยอด กระบวนการ และการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. สาธิตความรู้ในเรื่องความคิดรวบยอดและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

2. นำเสนอคณิตศาสตร์ในลักษณะเช่นเดียวกับเครือข่ายการเชื่อมโยงความคิดรวบยอดและกระบวนการร่วมกัน

3. เน้นให้เกิดการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นเป็นการเชื่อมโยงในชีวิตประจำวัน

4. ร่วมทำชิ้นงานกับนักเรียน โดยส่งเสริมความเข้าใจในความคิดรวบยอดกระบวนการ และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์

5. ร่วมกันอภิปรายคณิตศาสตร์ โดยขยายความเข้าใจเกี่ยวกับความคิดรวบยอด กระบวนการ และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ของนักเรียน

สิ่งที่มีความสำคัญอันดับแรกในมาตรฐานนี้อยู่ที่การสอนเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ ครูควร สาธิตความเข้าใจความคิดรวบยอดและหลักการ เชื่อมโยงหัวข้ออื่นในคณิตศาสตร์ (เช่น นำเรขาคณิตมาใช้ในการอธิบาย เรื่องความคิดรวบยอด เกี่ยวกับความน่าจะเป็น หรือตัวประกอบ ของจำนวนเต็ม) และเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ครูสามารถตอบคำถามของ นักเรียนได้อย่างเหมาะสม สามารถออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ รวมไปถึงการนำเสนอทาง คณิตศาสตร์ได้อย่างหลากหลายและสามารถร่วมอภิปรายคณิตศาสตร์ในห้องเรียนได้ โดยเฉพาะ อย่างยิ่งการสาธิตความรู้ รวมไปถึงการปรับตัวทางคณิตศาสตร์ สิ่งที่มาคือความพยายามของ มนุษย์ในการใช้คณิตศาสตร์ในชีวิต ในทางตรงกันข้ามมักเกิดความผิดพลาดทางคณิตศาสตร์บ่อยๆ โดยมีการนำเสนออย่างจำกัดหรือไม่เหมาะสม หรือนำเสนอคณิตศาสตร์ในลักษณะวิชาที่ตายตัว มีการนำเสนอโดยใช้สัญลักษณ์อย่างเดียว

ครูและนักเรียนร่วมทำชิ้นงาน ซึ่งรวมถึงความสัมพันธ์ร่วมกันระหว่างความคิดรวบยอด และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ความคิดรวบยอดและกระบวนการที่ได้จากคณิตศาสตร์จะมีความหมายเพียงเล็กน้อย ถ้าเรียนรู้เนื้อหาโดยไม่มีการเชื่อมโยงกับหัวข้อในคณิตศาสตร์เอง การสอนไม่ควรสอนแบบจำกัดหรือตายตัว การนึกถึงนิยามหรือการคำนวณที่มีขั้นตอนแน่นอน แต่การสอนควรมีวัตถุประสงค์ที่กว้างขึ้นแตกต่างกัน เช่นเดียวกับข้อแนะนำ มาตรฐานหลักสูตร และการประเมินผลสำหรับคณิตศาสตร์ใน โรงเรียน นอกจากนี้ครูควรเน้นเกี่ยวกับการสื่อสารคณิตศาสตร์ ความสำคัญของการขยายความเข้าใจในเนื้อหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียน

การเชื่อมโยงควรเกิดขึ้นเป็นประจำเพื่อส่งผลให้นักเรียนมีความเชื่อมั่นในคุณค่าทาง คณิตศาสตร์ในสังคม และมีการส่งเสริมโดยไม่คำนึงถึงว่ากำลังเรียนคณิตศาสตร์ถึงตอนใด นักเรียน ควรมีโอกาสในการประยุกต์โดยเรียนรู้จากสถานการณ์จริงในโลก นอกเหนือจากสถานการณ์ ปัญหาที่เกิดขึ้นในหนังสือเรียนปกติ นักเรียนมองคณิตศาสตร์ว่าเป็นสิ่งที่อยู่ในสังคมและเป็น สิ่งจำเป็นในชีวิตของเขา มาตรฐานนี้บอกเป็นนัยว่ากิจกรรมการเรียนการสอนควรมุ่งหมายไปที่ การส่งเสริมการตระหนักในการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ โดยนำมาซึ่งประสบการณ์และความสนใจ ของนักเรียน

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathematics. 2000 : Online) กล่าวถึงบทบาทของครูในการพัฒนาการเชื่อมโยงในเกรด 6-8 ดังนี้

ครูมีหน้าที่ในการเลือกปัญหาที่เป็นการเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ทั้งภายในและภายนอก รวมถึงไปถึงการช่วยให้นักเรียนสร้างแนวคิดทางคณิตศาสตร์ในการพัฒนาแนวคิดใหม่ ครูต้องตระหนักและเข้าใจความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ที่ถูกพัฒนาขึ้น ไม่ควรสอนแบบรวบรัดหรือย่อ แต่ควรมีการร่วมกันคิดร่วมกันทำ ครูจำเป็นต้องตัดสินใจได้อย่างรวดเร็ว ซึ่งเป็นสิ่งสำคัญที่กระตุ้นให้นักเรียนใช้คำหรือเครื่องหมายที่เหมาะสมในการสนับสนุนความเข้าใจความคิดรวบยอดใหม่ของพวกเขา เช่น สัดส่วนและพีชคณิต

ครูเพิ่มความเข้าใจทางคณิตศาสตร์กับนักเรียนด้วยการใช้สาขาวิชาอื่นเป็นแหล่งข้อมูล ปัญหาหลายปัญหา ตัวอย่างเช่น

1. การศึกษาวิทยาศาสตร์และสังคมเป็นการเพิ่มโอกาสในการเรียนเกี่ยวกับการวัดข้อมูล และพีชคณิต

2. ศิลปะสามารถนำมาใช้สร้างความเข้าใจเกี่ยวกับรูปร่าง สมมาตร ความคล้ายและการถ่ายทอดของรูปแบบทางเรขาคณิต

3. ครูศิลปะศาสตร์สามารถบรรยายยุทธวิธีที่พวกเขาสอนเขียนการอ้างเหตุผลที่มีประโยชน์ ครูคณิตศาสตร์อาจช่วยให้นักเรียนใช้ยุทธวิธีเมื่อมีความเหมาะสมในการยกตัวอย่างแย้งทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับสูตร ช่วยให้นักเรียนตระหนักและวิเคราะห์รูปแบบของการอ้างเหตุผลและข้อเท็จจริง ซึ่งเป็นลักษณะเฉพาะทางคณิตศาสตร์

ตัวอย่างกิจกรรมเพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง

วงดนตรีของโรงเรียนแห่งหนึ่งได้รับหน้าที่เป็นเจ้าภาพในการจัดคอนเสิร์ตโดยนักเรียนเกรด 7 ทำหน้าที่จัดเตรียมอาหารว่าง ซึ่งหนึ่งในอาหารว่างเหล่านั้นคือพินซ์ นักเรียนให้ส่วนผสมในการทำพินซ์ 4 สูตรกับแม่ครัว ซึ่งมีส่วนผสมของโซดากับเหล้าและน้ำแครนเบอร์รี่ที่มีปริมาณแตกต่างกัน

สูตร A

น้ำแครนเบอร์รี่ 2 ถ้วย

โซดากับเหล้า 3 ถ้วย

สูตร C

น้ำแครนเบอร์รี่ 3 ถ้วย

โซดากับเหล้า 5 ถ้วย

สูตร B

น้ำแครนเบอร์รี่ 4 ถ้วย

โซดากับเหล้า 8 ถ้วย

สูตร D

น้ำแครนเบอร์รี่ 1 ถ้วย

โซดากับเหล้า 4 ถ้วย

จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. พินซ์สูตรใดมีส่วนผสมของแครนเบอร์รี่เข้มข้น พร้อมทั้งอธิบายคำตอบได้
2. พินซ์สูตรใดมีส่วนผสมของแครนเบอร์รี่เจือจาง พร้อมทั้งอธิบายคำตอบได้

3. ถ้าหัวหน้าวงดนตรีต้องการพันธ์ุทุกสูตร สูตรละ 120 ถ้วย ต้องมีส่วนผสมของ น้ำแครนเบอร์รี่และโซดากับเหล้ากี่ถ้วย

นักเรียนร่วมกันตอบคำถามในข้อ 1-2 เป็นกลุ่ม กลุ่มละ 2-3 คน เมื่อแต่ละกลุ่มทำงานเสร็จ ให้แต่ละกลุ่มออกมานำเสนอผลงานและแนวคิดในการหาคำตอบ

แต่ละกลุ่มพยายามคำนวณว่าสูตรใดที่มีน้ำแครนเบอร์รี่เข้มข้น โดยแต่ละกลุ่มมีวิธีการคำนวณแตกต่างกัน เช่น บางกลุ่มคำนวณโดยพิจารณาจากความสัมพันธ์ของน้ำแครนเบอร์รี่กับจำนวนส่วนผสมทั้งหมดของแต่ละสูตร (สูตร A-D เป็น $\frac{2}{5}$, $\frac{4}{12}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{1}{5}$ ตามลำดับ) บางกลุ่มพิจารณาจากอัตราส่วนของน้ำแครนเบอร์รี่กับโซดากับเหล้า (สูตร A-D เป็น $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{1}{4}$ ตามลำดับ) บางกลุ่มพิจารณาผิดพลาด โดยพิจารณาเพียงจำนวนน้ำแครนเบอร์รี่ของแต่ละสูตรเท่านั้น (สูตร A-D เป็น 2, 4, 3, 1)

หลังจากถามและแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับคำตอบและเปรียบเทียบวิธีการของแต่ละกลุ่มแล้ว แต่ละกลุ่มร่วมกันตัดสินใจที่จะตอบคำถามในข้อสุดท้ายก่อน โดยนักเรียนแต่ละกลุ่มมอบหมายงานเพื่อตัดสินใจว่าต้องใช้ปริมาณของน้ำแครนเบอร์รี่และโซดากับเหล้าเท่าไรในแต่ละสูตร

ต่อไปเป็นยุทธวิธี 4 วิธี ซึ่งเป็นวิธีที่แต่ละกลุ่มใช้ในการแก้ปัญหาข้อ 3

สูตร A

มีแนวทางในการคำนวณว่าสูตรนี้จะได้พันธ์ุครั้งละ 5 ถ้วย (น้ำแครนเบอร์รี่ : โซดากับเหล้า 2 : 3) ดังนั้นถ้าต้องการ 120 ถ้วย จะต้องทำ $\frac{120}{5} = 24$ ซึ่งเป็นจำนวนพันธ์ุที่ต้องการ

สำหรับการทำพันธ์ุใน 1 ครั้ง จะต้องใช้น้ำแครนเบอร์รี่ 2 ถ้วยและโซดากับเหล้า 3 ถ้วย

ถ้าต้องการทำพันธ์ุใน 24 ครั้ง จะต้องใช้น้ำแครนเบอร์รี่ $2 \times 24 = 48$ ถ้วยและโซดากับเหล้า $3 \times 24 = 72$ ถ้วย

และเมื่อนำน้ำแครนเบอร์รี่ 48 ถ้วย รวมกับโซดากับเหล้า 72 ถ้วย จะทำให้ได้พันธ์ุทั้งหมด 120 ถ้วยตามต้องการ

สูตร B

มีแนวคิดว่าน้ำแครนเบอร์รี่ 4 ถ้วยและโซดากับเหล้า 8 ถ้วย เป็นอัตราส่วนเดียวกับน้ำแครนเบอร์รี่ 1 ถ้วยและโซดากับเหล้า 2 ถ้วย เราจึงคิดที่จะแบ่งพันธ์ุ 120 ถ้วย ออกเป็น 3 กลุ่ม จะได้น้ำแครนเบอร์รี่กลุ่มละ 40 ถ้วย และโซดากับเหล้า 2 ส่วน ในที่นี้คือ 80 ถ้วย ซึ่งจะทำให้ได้พันธ์ุทั้งหมด 120 ถ้วย และคุณยังใช้อัตราส่วนของน้ำแครนเบอร์รี่และโซดากับเหล้า เป็น 1 : 2 เช่นเดิม

สูตร C

ทดสอบด้วยการเพิ่มสูตรนี้เป็น 2 เท่า แต่มันก็ยังไม่เพียงพอ ดังนั้นจึงต้องเพิ่มสูตรขึ้นเรื่อยๆ และมองดูแบบรูปที่เกิดขึ้น จนกระทั่งได้ 120 ถ้วย ซึ่งสามารถพิจารณาได้ดังนี้

ตาราง 2.1 ปริมาณน้ำแครนเบอร์รี่และโซดากับเหล้า เมื่อต้องการพันธ์จำนวน 120 ถ้วย

แครนเบอร์รี่	3	5	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45
โซดากับเหล้า	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75
พันธ์	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96	104	112	120

ที่มา : NCTM. (2000). “ Connections standard for grades 6-8, ” principles and standards for school mathematics. (Online).

ซึ่งพบว่าเราจะต้องใช้ส่วนผสมของน้ำแครนเบอร์รี่ 45 ถ้วยและโซดากับเหล้า 75 ถ้วย

หลังจากการอภิปรายในชั้นเรียน กลุ่มนี้สังเกตว่าพวกเขาสามารถหาคำตอบได้อย่างรวดเร็ว จาก $\frac{3}{5}$ ไปยัง $\frac{45}{75}$ ได้ด้วยการคูณด้วย 15 เพราะพวกเขาต้องทำพันธ์สูตร C นี้ทั้งสิ้น 15 ครั้ง

สูตร D

ทดลองใช้จำนวนต่างๆแบบลองผิดลองถูกโดยในตอนแรกทดลองใช้น้ำแครนเบอร์รี่ 20 ถ้วย ซึ่งหมายความว่าเราต้องการโซดากับเหล้า 80 ถ้วย แต่ยังไม่เพียงพอเพราะ $20 + 80 = 100$ ถ้วย ดังนั้นเราลองใช้ 30 ถ้วย หมายความว่าใช้น้ำ $30 \times 4 = 120$ ถ้วย ซึ่งจะทำให้ได้พันธ์จำนวนมาก $30 + 120 = 150$ ถ้วย จากนั้นทดลองใช้น้ำแครนเบอร์รี่ 25 ถ้วยและโซดากับเหล้า $25 \times 4 = 100$ ถ้วย แต่มันทำให้ได้พันธ์ 125 ถ้วย ซึ่งยังไม่ถูกต้อง ดังนั้นเราลองใช้น้ำแครนเบอร์รี่ 24 ถ้วย จะต้องใช้โซดากับเหล้า $24 \times 4 = 96$ ถ้วย ซึ่งทำให้ได้พันธ์ $24 + 96 = 120$ ถ้วย ตามต้องการ

หลังจากนั้นแต่ละกลุ่มร่วมกันเสนอวิธีการของพวกเขาในการตอบคำถามข้อที่ 3 ครูจึงดำเนินการพูดคุย โดยกระตุ้นให้นักเรียนพูดคุยเกี่ยวกับความคล้ายและความแตกต่างระหว่างยุทธวิธีของแต่ละกลุ่ม

“สถานการณ์การทำพันธ์” เป็นการนำแนวคิดในเรื่องต่างๆทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหา เช่น เศษส่วน อัตราส่วน อัตราส่วน การดำเนินการ ขนาด ความรู้สึกเชิงจำนวน แบบรูป ฯลฯ โดยการนำแนวคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับความเข้าใจและกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหานี้ โดยนักเรียนถูกพัฒนาความเข้าใจ ซึ่งเป็นการวางพื้นฐานสำหรับการเรียนต่อไป

ชิ้นงานนี้ต้องการให้นักเรียนอธิบายยุทธวิธีของพวกเขา นักเรียนทุกคนมีโอกาสในการสร้างความเข้าใจในเรื่องอัตราส่วน โดยศึกษาแนวคิดจากกลุ่มต่างๆกล่าวคือ

สูตร D ใช้วิธีการเดาแล้วตรวจสอบในการแก้ปัญหา

สูตร C ทำเป็นตารางและใช้แนวคิดในการเพิ่มอัตราส่วนและเพิ่มในแนวทางเดียวกันซึ่งนักเรียนสามารถหาได้โดยใช้เศษส่วนที่เท่ากัน

สูตร A, B คิดโดยเปรียบเทียบปริมาณและใช้อัตราส่วน

ไม่มีนักเรียนคนใดกล่าวว่าการตอบที่ได้จากคำถาม 2 ข้อแรก จะมีความชัดเจนมากขึ้น ถ้าพวกเขาแก้ปัญหาในข้อ 3 ได้ ในแต่ละสูตรเราสามารถเพิ่มจำนวนน้ำแครนเบอร์รี่ไปสู่จำนวนพันซ์ที่ต้องการได้ ในการทำพันซ์ตามสูตร ให้ได้สูตรละ 120 ถ้วยนั้น จะต้องทำพันซ์ในแต่ละสูตรทั้งสิ้น 24, 10, 15 และ 24 ครั้ง ตามลำดับของส่วนผสมที่ต้องการ โดยในตอนแรกสูตร A-D ใช้น้ำแครนเบอร์รี่ 2, 4, 3 และ 1 ถ้วย ตามลำดับ และจะได้ 120 ถ้วยเมื่อใช้น้ำแครนเบอร์รี่สูตร A-D เป็น 48, 40, 45 และ 24 ถ้วย ตามลำดับ ซึ่งเราจะพบว่าสูตร D มีรสและกลิ่นแครนเบอร์รี่เจือจาง และสูตร A มีรสและกลิ่นแครนเบอร์รี่เข้มข้น

มูลนิธิทางการศึกษาโชเดอร์ (The Shodor Education Foundation, 2000 : Online) ให้คำแนะนำถึง การสร้างการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ให้เกิดขึ้นกับนักเรียนในเกรด 8 นั้น ต้องฝึกให้นักเรียนมีความสามารถต่างๆดังนี้

1. จัดหมวดหมู่และสร้างกราฟทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ข้อมูลในหนังสือพิมพ์หรือวารสาร เช่น ข้อมูลในตลาดหลักทรัพย์
2. รวบรวม จัดการ แสดงเป็นกราฟ และอธิบายข้อมูลซึ่งได้จากเนื้อหาวิชาอื่น
3. ใช้แหล่งข้อมูลที่หลากหลายเพื่อรวบรวม สร้างแผนผัง และสร้างข้อมูลจากเมืองของเราและเมืองอื่น เช่น อัตราการเกิดและอัตราการตาย การเขียนบทประพันธ์หรือบันทึก การเดินทางเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน
4. ตระหนักในความสัมพันธ์ระหว่างช่วงเวลาที่เหมาะสมและเส้นจำนวน โดยกำหนดเหตุการณ์จากชีวิตของนักเรียนลงในเวลาที่เหมาะสม
5. ใช้แผนที่ถนนและการคำนวณ เพื่อตัดสินใจระหว่างเมืองและคำนวณค่าเดินทาง
6. ค้นหาและบันทึกแบบรูปและความสมมาตรในธรรมชาติ เช่น รังผึ้ง ใบไม้ เกล็ดหิมะ โยแมงมุม ฯลฯ และจำแนกแบบรูปของจำนวนในการประพันธ์บทเพลง
7. รวบรวมข้อมูลที่ผ่านมามีเกี่ยวกับสภาพอากาศและพยากรณ์สภาพอากาศในอนาคต
8. คำนวณค่าราคาไฟฟ้าเป็นกิโลวัตต์ / ชั่วโมง ค่าก๊าซธรรมชาติเป็นลูกบาศก์ เมตร ค่าก๊าซโซลีนเป็นลิตร และระยะทางในการโทรศัพท์ (ใกล้ – ไกล) เป็นนาที

9. เชื่อมโยงความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ที่อยู่ในรูปเรขาคณิตอย่างง่ายไปยังความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ที่อยู่ในรูปพีชคณิต

มหาวิทยาลัยแคลิฟอร์เนีย (University of California. 2001 : online) ได้ให้ความเห็นเกี่ยวกับการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ว่า การนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาใช้ในชีวิตเป็นสิ่งจำเป็นต่อการดำเนินชีวิตในปัจจุบัน ทั้งนี้เพราะคณิตศาสตร์เข้าไปมีส่วนร่วมในด้านต่างๆ ทั้งด้านสถาบันการศึกษา เศรษฐกิจ และสังคม จึงควรมีการฝึกให้นักเรียนเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เรียนมาไปสู่โลกภายนอก เพื่อพัฒนาความคิดทางด้านตรรกศาสตร์ของนักเรียน ฝึกให้นักเรียนเกิดการคิดวิเคราะห์ เกิดการจำแนกและเรียงลำดับข้อมูลที่เป็นต่อการแก้ปัญหา โดยครูควรกระตุ้นให้นักเรียนฝึกการเชื่อมโยงในการแก้ปัญหา ฝึกสำรวจสิ่งต่างๆ พร้อมทั้งเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์กับสิ่งที่เป็จริงในโลก โดยมหาวิทยาลัยแคลิฟอร์เนียได้จัดทำโครงการเครือข่ายระหว่างประเทศเพื่อเชื่อมโยงนักเรียนทุกวัยทุกประเทศทั่วโลก เช่น โรมานีเย สหรัฐอเมริกา อาฟริกา สเปน เปรู เพื่อให้ นักเรียนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์ร่วมกัน ฝึกการคิดวิเคราะห์ในการติดต่อสื่อสารกันทั่วโลก ให้นักเรียนถ่ายโอนการเรียนรู้ในโรงเรียนไปยังสิ่งที่อยู่นอกเหนือจากโรงเรียนผ่านทางเครือข่ายอินเทอร์เน็ต โดยโครงการนี้นอกจากจะเป็นการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์กับวิชาอื่นแล้วยังเป็นการพัฒนามนุษย์สัมพันธ์ของนักเรียนที่มีความแตกต่างกันทั้งทางด้านภาษา วัฒนธรรม และอายุอีกด้วย

กรมวิชาการ (2544 : 200-202) ได้เสนอว่า ในการจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะ/กระบวนการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์นั้น ผู้สอนอาจจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ปัญหา สอดแทรกในการเรียนรู้อยู่เสมอ เพื่อให้ผู้เรียนได้เห็นการนำความรู้ เนื้อหาสาระ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ หรือนำความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนดขึ้นเพื่อให้ผู้เรียนเห็นความเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นหรือเห็นการนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน

เพื่อให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติจริงและมีทักษะกระบวนการเชื่อมโยงความรู้ ผู้สอนอาจมอบหมายงานหรือกิจกรรมให้ผู้เรียนไปศึกษาค้นคว้าหาความรู้ที่เกี่ยวข้องกับกิจกรรมนั้น แล้วนำเสนองานต่อผู้สอนและผู้เรียนให้มีการอภิปรายและหาข้อสรุปร่วมกัน

ตัวอย่างการเชื่อมโยง

กำหนดสถานการณ์ปัญหา

บริษัทก่อสร้างต้องการเช่าที่ดินขนาด 2 ไร่ จำนวน 1 แปลง สำหรับเก็บวัสดุก่อสร้างทางในราคาประหยัด และมีผู้นำที่ดินมาเสนอให้เช่า 2 ราย ดังนี้

นายบุญ เสนอที่ดิน 2 ไร่ 1 งาน คิดราคาค่าเช่าที่ดินทั้งแปลงเดือนละ 7,000 บาท

นางล้วน เสนอที่ดิน 5 ไร่ 3 งาน แบ่งที่ดินให้เช่าโดยคิดค่าเช่าตารางวาละ 100 บาทต่อปี ถ้าผู้เรียนเป็นเจ้าของบริษัทก่อสร้างค้าง ผู้เรียนจะตกลงเช่าที่ดินของใคร เพราะเหตุใด

จากสถานการณ์ปัญหาข้างต้น จะเห็นว่าผู้เรียนต้องใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการคำนวณค่าเช่าที่ดิน ต้องคำนึงถึงราคาที่ต้องการประหยัด ต้องใช้เหตุผลประกอบการตัดสินใจการนำเสนอ เฉพาะคำตอบจากการคำนวณของผู้เรียนไม่ใช่สิ่งสำคัญที่สุด ผู้สอนจะต้องให้ความสำคัญต่อแนวคิด และเหตุผลของผู้เรียนแต่ละคนประกอบด้วย

ตัวอย่างคำตอบและเหตุผลของผู้เรียนอาจเป็นดังนี้

ค.ช. ก่อ ตอบว่า ควรเช่าที่ดินของนายบุญซึ่งมีค่าใช้จ่ายปีละ 84,000 บาท

($7,000 \times 12 = 84,000$) และได้ที่ดินมากกว่าที่กำหนดไว้อีก 1 งาน

ค.ญ. นิตยา ตอบว่า ควรเช่าที่ดินของนางล้วน ซึ่งคิดค่าเช่า 2 ไร่ หรือ 800 ตารางวา เป็นเงิน 80,000 ต่อปี ซึ่งเป็นราคาเช่าที่ถูกกว่าเช่าที่ดินของนายบุญ

ค.ญ. นุช ตอบว่า ควรเช่าที่ดินของนายบุญ ซึ่งเมื่อคิดค่าเช่าเป็นตารางวาต่อปี แล้วจะจ่ายเพียงตารางวาละ 93 บาท $\left(\frac{7000 \times 12}{900} \approx 93 \right)$ ซึ่งถูกกว่าค่าเช่าที่ดินของนางล้วน

ผู้สอนอาจเปิดประเด็นให้ผู้เรียนได้มีการอภิปรายต่อในเรื่องนี้ได้อีกในประเด็นที่ว่า ในชีวิตจริงแล้วก่อนตัดสินใจลงทุนทำกิจกรรมใด ผู้ลงทุนจะไม่พิจารณาเฉพาะค่าเช่าเพียงอย่างเดียวต้องพิจารณาองค์ประกอบอื่นๆด้วย เช่น สภาพแวดล้อม ความสะดวกในการเข้าออก ที่ดินอยู่ใกล้หรือไกลจากบริษัทเพียงใด ประเด็นเหล่านี้จะช่วยทำให้ผู้เรียนมีความคิดพิจารณาในวงกว้างขึ้น สามารถนำความคิดเช่นนี้ไปประยุกต์ในชีวิตจริงได้ เป็นการส่งเสริมทักษะกระบวนการการให้เหตุผล ความคิดสร้างสรรค์ และส่งเสริมคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยม ในด้านการคิดอย่างถี่ถ้วน รอบคอบ กล้าแสดงความคิดเห็น และคิดอย่างมีวิจารณญาณอีกด้วย

ในการจัดการเรียนรู้ที่ต้องการให้ผู้เรียนมีการพัฒนาการเรียนรู้ ผู้สอนควรจัดกิจกรรม หรือ ให้ปัญหาที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิด สามารถบอกแนวคิด แสดงเหตุผลได้ ผู้สอนไม่ควรดูเฉพาะคำตอบที่หาได้จากการคำนวณเท่านั้น คำตอบของปัญหาอาจมีมากกว่า 1 คำตอบ ขึ้นอยู่กับการให้เหตุผลประกอบที่สมเหตุสมผลด้วย

จรรยา ภูอุดม (2545 : 23-24) กล่าวถึงการคัดเลือกสถานการณ์ปัญหาเพื่อใช้เป็นสื่อในการเรียนรู้ ซึ่งสอดคล้องกับสาระที่ 6 ทักษะ / กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งนับเป็นแนวทางหนึ่งในการพัฒนาทักษะการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. เป็นสถานการณ์แบบองค์รวม มีการบูรณาการเนื้อหา เน้นมโนคติหรือแนวคิดหลัก การสอนคณิตศาสตร์ที่แยกเป็นส่วนๆ ทำให้นักเรียนไม่สามารถสร้างมโนคติที่เป็นภาพรวมและนำคณิตศาสตร์ไปใช้ได้ นักเรียนจำนวนมากไม่สามารถสร้างมโนคติที่เป็นภาพรวมจากส่วนย่อยๆ ได้

แต่จะจำเฉพาะลักษณะที่เป็นส่วนย่อยๆ ในทางตรงกันข้ามเมื่อมโนคติถูกนำเสนอในลักษณะที่เป็นภาพรวม นักเรียนจะหาวิธีการสร้างความหมายโดยการแยกภาพรวมออกเป็นส่วนๆ เพื่อให้สามารถมองเห็นและเข้าใจได้ ส่วนการเน้นมโนคติหลักเนื่องจากจุดประสงค์การเรียนรู้ทุกจุดประสงค์ไม่ได้มีความสำคัญเท่ากันทั้งหมด บางจุดประสงค์เป็นเพียงกรณีเฉพาะหรือเป็นผลที่ได้โดยอ้อมจากการเรียนรู้บางจุดประสงค์ นอกจากนี้การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นความสำคัญทุกจุดประสงค์จะทำให้เวลาที่มีในหลักสูตรไม่เพียงพอสำหรับจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้ คิดอย่างจริงจัง การจัดบรรยากาศการเรียนที่ส่งเสริมให้นักเรียนเรียนรู้โดยการกระทำจะต้องไม่เป็นบรรยากาศที่อัดแน่นด้วยเนื้อ แต่เป็นการเน้นที่แนวคิดใหญ่ๆ จึงต้องมีการวิเคราะห์เพื่อตัดสินใจว่าจะเลือกจุดประสงค์ใดที่เป็นจุดประสงค์หลักสำหรับจัดประสบการณ์การเรียนรู้ โดยอาจใช้การสร้างแผนผังมโนคติ (Concept maps) เป็นเครื่องมือในการวิเคราะห์ เนื่องจากแผนผังมโนคติเป็นระบบการแทนความรู้ที่มีโครงสร้างเป็นลำดับขั้น มีความสัมพันธ์เชื่อมโยงกันระหว่างมโนคติต่างๆ สามารถแสดงให้เห็นถึงเนื้อหาที่ขึ้นต่อกันอย่างชัดเจน โดยมโนคติที่เป็นกรณีทั่วไปที่สุดจะเป็นมโนคติที่เฉพาะเจาะจงเป็นมโนคติรอง แผนผังมโนคติจึงสามารถแสดงให้เห็นถึงมโนคติหลักและความรู้พื้นฐานได้อย่างดี

2. ข้อมูลในสถานการณ์ปัญหาสอดคล้องและตรงตามสภาพจริงในชีวิตประจำวัน ไม่เป็นเพียงข้อมูลที่แต่งขึ้น จากประสบการณ์ที่ผ่านมาเรามักพบว่านักเรียนไม่สามารถนำสิ่งที่เรียนไปใช้กับสถานการณ์ในชีวิตจริงส่วนใหญ่มีลักษณะซับซ้อน มีการผสมผสานกันของเนื้อหาต่างๆ มากกว่าที่จะแยกออกเป็นส่วนๆ ด้วยเหตุนี้ สถานการณ์ปัญหาที่จะนำมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน จึงควรมีลักษณะเป็นแบบองค์รวม มีการบูรณาการของเนื้อหา และมีความซับซ้อนตรงตามความเป็นจริงมากกว่าเป็นการแต่งขึ้น การฝึกให้นักเรียนได้เผชิญกับปัญหาที่สอดคล้องกับชีวิตจริงย่อมทำให้นักเรียนสามารถเห็นคุณค่าของวิชาคณิตศาสตร์ เห็นว่าคณิตศาสตร์สัมพันธ์โดยตรงกับชีวิตประจำวันและสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน การให้ออกาสนักเรียนได้ปัญหาแบบนี้จะทำให้ให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาที่ซับซ้อนในชีวิตจริงได้และเห็นว่าการเรียนรู้ต่อไปอีกเป็นสิ่งที่มีความสำคัญอย่างยิ่ง

3. เป็นสถานการณ์หรือปัญหาที่อยู่รอบตัวนักเรียน เหมาะกับวัย ความสนใจและมีความหมายต่อนักเรียน เนื่องจากการใช้สถานการณ์ที่เหมาะสมกับวัย ความสนใจและมีความหมายต่อนักเรียนเป็นองค์ประกอบสำคัญที่จะผลักดันให้นักเรียนเกิดความอยากแก้ปัญหาหรือการกระทำอันก่อให้เกิดการเรียนรู้

4. เป็นสถานการณ์ที่ส่งเสริมการสำรวจ การอภิปราย และการตัดสินใจในการใช้สถานการณ์ที่ส่งเสริม การสำรวจ อภิปราย และตัดสินใจ เนื่องจากสถานการณ์ที่ส่งเสริมการสำรวจ อภิปราย และตัดสินใจเป็นสถานการณ์ที่มีประสิทธิภาพต่อการเร้าให้นักเรียนรู้จักคิด อันเป็น

จุดเริ่มต้นของการสำรวจอย่างนักวิทยาศาสตร์ นอกจากนี้สถานการณ์ที่ส่งเสริมการสำรวจ อภิปราย และตัดสินใจ ยังเป็นสถานการณ์ที่ส่งเสริมให้เกิดการใช้ระบบสัญลักษณ์ในการสื่อสาร เกิดปฏิสัมพันธ์ของสมาชิกในสังคม ที่สำคัญคือการใช้สถานการณ์ที่ส่งเสริมการสำรวจ อภิปราย และตัดสินใจ จะช่วยส่งเสริมและพัฒนาความสามารถของนักเรียนทางด้านทักษะกระบวนการ ทั้งด้านการสื่อสาร การแก้ปัญหา และการให้เหตุผลได้เป็นอย่างดี

5. เป็นสถานการณ์ที่ทำนาย สามารถหาคำตอบได้หลายวิธี นักเรียนแต่ละคนมีระดับความรู้ ทักษะและความเข้าใจต่อสถานการณ์ปัญหาแตกต่างกัน การใช้สถานการณ์ปัญหาที่สามารถหาคำตอบได้หลายวิธีจึงเอื้อต่อการใช้วิธีการของนักเรียนในการหาคำตอบซึ่งจะส่งเสริมการคิดและ อภิปรายของนักเรียน ประกอบกับปัญหาในชีวิตประจำวันส่วนใหญ่จะเป็นปัญหาที่สามารถแก้ได้หลายวิธี ดังนั้นการใช้สถานการณ์ปัญหาที่แก้ได้หลายวิธีจึงส่งเสริมให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้อย่าง มีความหมายและสอดคล้องกับความเป็นจริงได้มากขึ้น นอกจากนี้การแก้ปัญหาเพียงไม่กี่ปัญหาแต่ มีวิธีแก้ที่หลากหลายเป็นสิ่งที่มิใช่ประโยชน์กว่าการแก้ปัญหาหลายๆปัญหาแต่ใช้วิธีเดียวกัน เนื่องจากการใช้เพียงวิธีเดียวมีความเสี่ยงสูงต่อการเกิดความล้มเหลวในการแก้ปัญหาของนักเรียน

จากการศึกษาข้างต้น สรุปได้ว่าการพัฒนาทักษะการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์นั้น เป็นดังนี้

1. ใช้เทคนิคการสอนที่หลากหลาย เปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นต่อ สถานการณ์ต่างๆ โดยใช้ความรู้และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์
2. จัดเตรียมสถานการณ์ที่มีการบูรณาการเนื้อหาสอดคล้องกับชีวิตประจำวันเพื่อ ให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ที่มีความหมาย
3. นำสิ่งแวดลอมรอบตัวมาเป็นสื่อในการเรียนรู้ เพื่อฝึกการเชื่อมโยงความรู้ของนักเรียน
4. นักเรียนลงมือปฏิบัติกิจกรรมโดยใช้ทักษะกระบวนการกลุ่ม ส่งเสริมให้นักเรียนกล้าคิด กล้าทำ และคิดอย่างมีวิจารณญาณ

5. การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ในลักษณะต่างๆ

เคนเนดี และทิปส์ (1994 : 194-200) กล่าวว่า การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ นักเรียนจำเป็นต้อง ทำการเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่เป็นรูปธรรม รูปภาพ แผนผัง สัญลักษณ์ และภาษา รูปแบบ การแสดง ความคิดรวบยอดและความเข้าใจเนื้อหาต่างๆให้รวมกันเป็นหลักการทางคณิตศาสตร์พวกเขา จำเป็นต้องทำการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์และโลกแห่งความจริง

การเชื่อมโยงนี้มีความเกี่ยวข้องกันในระหว่างการสอนจะเกิดขึ้นกับนักเรียนตลอดไป ครู ไม่จำเป็นต้องพูดว่า “จุดมุ่งหมายของครูในวันนี้เกี่ยวข้องกับสัญชาตญาณของนักเรียนกับความรู้

เรื่องจำนวนและกระบวนการนับ” หรือ “บทเรียนนี้จะสอนนักเรียนว่าคณิตศาสตร์มีประโยชน์ในโลกแห่งความจริง” การเชื่อมโยงทำให้นักเรียนจัดการกับเนื้อหาที่เป็นรูปธรรมและแปลความหมายของการกระทำของพวกเขาในแบบรูป ภาพ แผนผัง ตารางข้อมูล กราฟ และสัญลักษณ์

ลักษณะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์รูปแบบต่างๆมีดังนี้

1. การเชื่อมโยงสหวิทยาการและโลกแห่งความจริง

การเชื่อมโยงระหว่างวิชาคณิตศาสตร์และหลักสูตรในวิชาอื่น เช่น สังคม ศิลปะ โภชนาการและหลักสูตร กิจกรรมในวิชาอื่นๆครูสามารถทำการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์และหลักสูตรวิชาอื่นๆกับสังคมขนาดใหญ่ บางทีอาจเป็นกิจกรรมในชั้นเรียนและสามารถทำเป็นโครงการรายบุคคลหรือกลุ่มเล็กๆ หรือบางทีจะทำในช่วงเวลาที่เหมาะสม ในขณะที่วิชาอื่นๆสามารถทำได้ในทุกๆวันตามความเหมาะสม

1.1 คณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์

1.1.1 การจดและบันทึกอุณหภูมิ ความเร็วลม และความดันอากาศ

1.1.2 การส่งมนุษย์ไปยังดวงจันทร์

1.1.3 การโคจรของดวงจันทร์

1.2 คณิตศาสตร์และสังคมศึกษา

1.2.1 นาฬิกาและนาฬิกาทราย

1.2.2 การสร้างพีระมิดในประเทศอียิปต์

1.2.3 การแบ่งประเภทของอาชีพ มีเครื่องแบบ และไม่มีเครื่องแบบ เช่น นักวิจัย

นักบริหาร นักประดิษฐ์ ทหาร และการเกษตร

1.2.4 เปรียบเทียบภูมิประเทศ ตำแหน่งที่ราบสูง ที่ราบต่ำ ภูมิประเทศที่สูงที่สุดและที่ลึกที่สุดใต้ทะเล

1.3 คณิตศาสตร์และศิลปะ

1.3.1 การวัดขอบกระดาษรอบจิตรกรรมฝาผนังหรือการตัดกระดาษติดภาพของจิตรกร

1.3.2 ทำการแบ่งสเกลในการวาดฉากหลังเวทีจากละครในชั้น การวัดและเตรียมกระดาษ จัดฉากหลังเวที

1.3.3 การวาดภาพทิวทัศน์

1.3.4 อ่านและทำตามคำแนะนำจากการประดิษฐ์ Origami ของชาวญี่ปุ่น

1.4 คณิตศาสตร์กับสุขภาพ

1.4.1 การวัดความสูงของนักเรียน บันทึกบนตารางและกราฟ

1.4.2 การหาปริมาณแคลอรีที่รับเข้า การอ่านฉลากจากรายการโภชนาการ เรียนรู้เกี่ยวกับระดับคอเลสเตอรอลเพื่อสุขภาพ

1.5 คณิตศาสตร์และการอ่านและศิลปะทางภาษา

1.5.1 รูปแบบของคำ หมวดยของคำ เช่น บอกคำสัมผัส และไม่สัมผัสในโคลงกลอน การมองคำที่สามารถอ่านกลับไปกลับมาได้ (อ่านกลับหลังได้)

1.5.2 จุดเริ่มต้นของการวิจัยในวิชาคณิตศาสตร์ คำที่เติมข้างหน้าและคำที่เติมต่อท้าย

1.5.3 อ่านงานวิจัยและงานเขียนทางคณิตศาสตร์ที่มีชื่อเสียง

1.5.4 เลขวิทยา (Numerology) และตัวเลขทิ้งดงาม

1.6 คณิตศาสตร์และการศึกษาทางกายภาพ

1.6.1 นับจำนวนของไม้เลื้อยที่ขึ้นตามเชือก

1.6.2 ตัดสินว่าโอลิมปิกครั้งใดที่ยิ่งใหญ่

1.6.3 แบบแผนพื้นที่ในการเล่น

1.6.4 การจับเวลาการแข่งขัน

2. การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับโลกแห่งความจริง

ในปัจจุบันวิชาคณิตศาสตร์และโลกทุกวันนี้สามารถเชื่อมโยงกันได้หลายวิธีจากหนังสือพิมพ์และวารสารที่ประกอบด้วยบทความทางธุรกิจกับความน่าจะเป็น แนวโน้มทางเศรษฐกิจ ภูมิอากาศ และข้อมูลวิทยาศาสตร์ที่ได้ออกประกาศตามบอร์ดในหัวข้อพิเศษที่สามารถเตรียมบทความและรูปภาพจากสิ่งพิมพ์เหล่านี้ ส่วนในเรื่องการเดินทาง เช่น ท่าเทียบเรือ สถานีรถไฟ (การสับรางรถไฟ) และท่าอากาศยาน ล้วนต้องใช้ข้อมูลทางคณิตศาสตร์เป็นปัจจัยสำคัญในการควบคุมดูแลสถานที่เพื่ออำนวยความสะดวก ปัญหาเกี่ยวกับระบบนิเวศน์ เช่น การกำจัดขยะหรือมลพิษทางรถยนต์และการแผ่รังสีของโรงงาน สำหรับนักเรียนมีโอกาสในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ที่มีความเกี่ยวข้องที่สำคัญกับชีวิตประจำวัน ความพร้อมของครู ไม่ก่อให้เกิดปัญหาในการบูรณาการทางคณิตศาสตร์กับหลักสูตรวิชาอื่นๆและปัญหาในชีวิตจริงบนพื้นฐานชีวิตประจำวัน

3. การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์กับที่บ้าน

แบบแผน โปรแกรมทางคณิตศาสตร์หลังจากที่สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathematics. 1991) ให้คำแนะนำถึงความแตกต่างที่ชัดเจนถึงประเภทของผู้ปกครองทั้งหมดของนักเรียนในการกำหนดประสบการณ์ NCTM รับรู้ถึงผู้ปกครองคนใดที่คาดเดาว่านักเรียนจะทำการบ้านวิชาคณิตศาสตร์ที่โต๊ะมากกว่าการเก็บรวบรวมข้อมูลจริงในการแก้ปัญหาซึ่งคุณจะเป็นเรื่องประหลาด มันเป็นการคัดค้านจากครูที่เคย

ประสบความสำเร็จ ความช่วยเหลือของผู้ปกครองในการกำหนดรายการใหม่และทำการเชื่อมโยงกับชีวิตจริง ในการประชุมผู้ปกครองเพื่อเตรียมการจัดสิ่งแวดล้อมที่เป็นประโยชน์ที่สามารถชี้แจงและแสดงให้เห็นว่าผู้ปกครองที่เสริมกิจกรรมในชั้นเรียนจะได้เห็นถึงประโยชน์โดยตรง ส่วนกิจกรรมที่บ้านจะถูกเลือกอย่างละเอียดและถูกนำเสนอในวิถีทางที่สร้างความรู้สึกที่ดีกับผู้ปกครอง จะทำให้คุ้นเคยกับจุดมุ่งหมายของกำหนดการ

เคนเนดี และทิปส์ (1991: 194-200) ได้ยกตัวอย่างกิจกรรมการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ดังนี้ ตัวอย่าง ตัดกระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 12 เซนติเมตร ยาว 16 เซนติเมตร ตามแนวเส้นทแยงมุมแล้วนำมาต่อกัน ดังรูป

รูปเรขาคณิตที่นักเรียนสามารถทำได้เป็นรูปอะไร

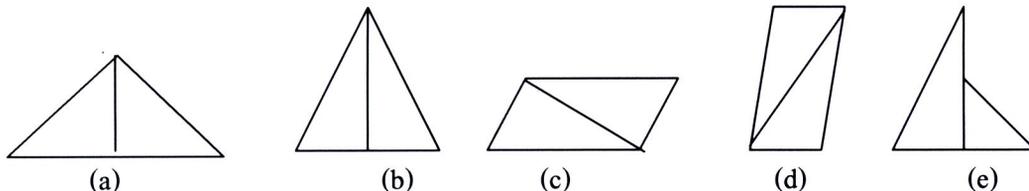
รูปใดบ้างที่มีเส้นรอบรูปเท่ากัน

โดยที่นักเรียนสามารถตอบคำถามได้มากกว่า 1 ข้อ

นักเรียนตอบ

1. (a) และ (c) มีเส้นรอบรูปเท่ากัน

2. (b) และ (d) เส้นรอบรูปเท่ากัน



ภาพที่ 2.1 การต่อกันของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่ตัดตามแนวเส้นทแยงมุม

ที่มา: สมบัติ แสงทองคำสุก. (2545). การพัฒนารูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชันระดับ มัธยมศึกษาปีที่ 6. หน้า 43.

มันเป็นเรื่องยากมากที่จะบอกว่ารูปสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่า (e) มีเส้นรอบรูปเท่ากับ (a) และ (c) (พวกเขาต้องใช้การวัด)

ครูให้นักเรียนพิจารณาให้รอบคอบอีกครั้งหนึ่งโดยให้ใช้ความรู้ที่เคยเรียนมาแล้วเพื่อแก้ปัญหา นักเรียนตรึงตรองอย่างรอบคอบจึงเกิดความเข้าใจโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสมาหาความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมแต่ละรูปและทำให้นักเรียนทราบว่าจากทฤษฎีบทพีทาโกรัสดังกล่าวเป็น

ผลมาจาก “ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใดๆพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกของพื้นที่ที่ถูกตัดมีความยาวเท่ากับ 20 เซนติเมตร”

เลียลี และซูลลิแวน (Lierly and Sullivan. 1999 : Online) ได้จัดทำบทเรียนซึ่งเป็นการบูรณาการระหว่างเรขาคณิตกับศิลปะ ให้นักเรียนทุกคนได้มีโอกาสในการศึกษาหาความรู้ ทั้งนี้เพื่อขยายความคิดเรื่องเรขาคณิตที่เรียนมาแล้ว รวมไปถึงประวัติและความหมายของรูปแบบของศิลปะ พร้อมทั้งกำหนดเครื่องมือในการประเมินไว้อย่างชัดเจน

ตัวอย่างกิจกรรมนี้ เช่น

1. การสร้างแผนที่
2. เทคนิคการวาดภาพ
3. เทสเซลเลชัน
4. แฟรคทอล
5. แทนแกรม
6. เทคนิคการพับกระดาษ ฯลฯ

กิจกรรมการเรียนการสอน

1. พิจารณาหัวข้อต่อไป การสร้างแผนที่ เทคนิคการวาดภาพ เทสเซลเลชัน แฟรคทอล แทนแกรม เทคนิคการพับกระดาษ ฯลฯ จากนั้นเลือกหัวข้อที่คุณสนใจ 3 หัวข้อ
2. แบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม แต่ละกลุ่มร่วมกันแบ่งหน้าที่ที่รับผิดชอบ
3. ศึกษาข้อมูลจากหัวข้อที่คุณสนใจ
4. แต่ละกลุ่มร่วมกันอภิปรายและออกแบบสิ่งที่คุณต้องการสร้างสรรค์ให้เกิดขึ้นในงานศิลปะของคุณ ตลอดจนเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับงานนั้น
5. นำจุดมุ่งหมายของการเรียนเรขาคณิตและศิลปะมาพิจารณา เพื่อพิจารณาถึงความสัมพันธ์ร่วมกันของเนื้อหาทั้งสอง
6. ศึกษาหลักการออกแบบงานศิลป์ เพื่อช่วยในการสร้างสรรค์งานศิลปะในห้องเรียน
7. ออกแบบแนวทางในการนำเสนอผลงานและอภิปรายแนวคิดที่ได้จากชิ้นงานของกลุ่ม โดยสมาชิกแต่ละคนมีส่วนร่วมในการเสนอแนวคิดต่างๆเหล่านี้
8. เขียนเค้าโครงการวางแผนบทเรียนและเสนอให้กลุ่มพิจารณาร่วมกันอย่างน้อยที่สุด 2 วันก่อนวันนำเสนอของกลุ่ม
9. แต่ละกลุ่มตัดสินใจแนวทางในการนำเสนอของตนเอง โดยอาจใช้เทคโนโลยีที่ทันสมัยมาใช้ในการนำเสนอ เช่น Power Point, Hyper studio รวมไปถึงตัวอย่างของงานศิลปะของกลุ่มที่ต้องนำมาแสดงด้วย

10. แต่ละกลุ่มร่วมกันเตรียมเกณฑ์ในการประเมินผลงานของนักเรียน โดยตั้งไว้ 6 เกณฑ์

11. หลังจากที่แต่ละกลุ่มนำเสนอผลงานของแต่ละกลุ่มเรียบร้อยแล้ว ให้ประเมินผลงานของแต่ละกลุ่มตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ โดยคุณอาจแบ่งทีมของคุณออกเป็น 2 คู่ โดยแต่ละคู่รับผิดชอบงานที่ได้รับมอบหมายคู่ละครึ่ง

12. ตัดสินผลงานของเพื่อนแต่ละกลุ่ม พร้อมทั้งอธิบายถึงแนวทางการประเมินของกลุ่มคนที่มีต่อผลงานของพวกเขา

13. นำชิ้นงานของคุณเก็บไว้ในแฟ้มสะสมงาน ซึ่งประกอบด้วย

13.1 ประวัติของชิ้นงาน

13.2 เนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับชิ้นงาน

13.3 การเชื่อมโยงระหว่างศิลปะกับคณิตศาสตร์

13.4 การวางแผนการทำงาน

13.5 เกณฑ์การประเมินในชั้นเรียน

การประเมินผล

สมาชิกในกลุ่มได้คะแนนเท่ากัน โดยคะแนนแบ่งเป็น 2 ส่วน ดังนี้

1. เพื่อน 50%

เกณฑ์ของนักเรียนที่สร้างขึ้นเพื่อประเมินเพื่อน

2. ครู 50%

เกณฑ์ที่ครูสร้างขึ้นในการประเมินแฟ้มสะสมงาน

โดยหลังจากทำกิจกรรมแล้ว นักเรียนสามารถตอบคำถามต่อไปนี้ จากนั้นเขียนแสดงความคิดเห็นจากกิจกรรมนี้ลงในกระดาษ

1. คุณเรียนรู้สิ่งใด หลังจากโครงการนี้จบลง

(What have you learn about “teaching” after completing?)

2. คุณคิดว่ามันง่ายหรือยากกว่าที่คุณคิด

(Was it easier or more difficult than you expected?)

3. โครงการนี้ทำให้คุณมีความเข้าใจที่ดีขึ้น ในการเรียนภาคเรียนนี้ใช่หรือไม่

(Did completing this project give you a better understanding of the material we have studied this semester?)

4. หัวข้อใดที่น่าสนใจเป็นพิเศษ

(What topics were especially interesting?)

5. หัวข้อใดที่ต้องสำรวจต่อไป

(What topics would you like to explore further?)

ชูลทซ์ (Schultz. 1999 : Online) กล่าวว่าคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่อยู่รอบๆตัวเราและเป็นสิ่งที่สำคัญสำหรับการเรียนรู้ของนักเรียน ในชีวิตประจำวันของเราพบว่าคณิตศาสตร์เข้ามามีบทบาทต่อการดำเนินชีวิต ตั้งแต่ทักษะทางคณิตศาสตร์แบบไม่ซับซ้อนจนถึงทิศทางที่ซับซ้อนมากขึ้น การค้าขายอาคารบ้านเรือนเป็นตัวอย่างหนึ่งซึ่งนำคณิตศาสตร์ไปใช้ เช่น การวางแผนราคาการก่อสร้างโดยประมาณ

ความคิดรวบยอดในการบูรณาการคณิตศาสตร์เป็นหน้าที่หนึ่งของโรงเรียนที่ต้องจัดการสอนคณิตศาสตร์ให้สัมพันธ์โดยตรงกับการประกอบอาชีพ เพราะนักเรียนไม่ควรเรียนรู้เฉพาะทักษะในการประกอบอาชีพ แต่พวกเขาต้องเรียนรู้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่สัมพันธ์กับอาชีพที่พวกเขาเลือก

ตัวอย่างการประกอบอาชีพและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

1. รถยนต์เกียร์อัตโนมัติ

- 1.1 คณิตศาสตร์สัมพันธ์กับการไหลของน้ำมันในคาร์บูเรเตอร์/ ระบบการฉีดเชื้อเพลิง
- 1.2 กฎของโอห์มและระบบไฟฟ้าในรถยนต์

2. การขายอาคารบ้านเรือน

- 2.1 การคำนวณราคาค่าแรงและวัสดุ เมื่อต้องการคำนวณค่าประมาณทั้งหมด
- 2.2 รูปทรงที่ใช้ในการคำนวณมุมและพื้นที่

3. การซ่อมแซมส่วนที่ชำรุดเสียหาย

- 3.1 การประมาณค่าซ่อม
- 3.2 การคำนวณราคาโดยเฉลี่ย

6. คุณประโยชน์ของทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

โรงเรียนในเมืองวาชูเซทท์ (Wachusett regional school district. 1995 : Online) ได้เสนอแนะว่า การเชื่อมโยงเป็นสิ่งสำคัญสำหรับนักเรียนในการสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น เช่น ศิลปะ ดนตรี สังคมศึกษา สุขภาพ และพลศึกษา พวกเขาเรียนรู้ว่าคณิตศาสตร์เป็นแนวทางหนึ่งของการเรียนรู้เรื่องราวในโลก โดยมีการเชื่อมโยงกับการเรียนรู้ในวิชาอื่น นอกจากนี้การเชื่อมโยงช่วยให้นักเรียนสนใจในสิ่งที่พวกเขาารู้สึกไม่ชอบ เช่น นักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์ได้ดีแต่พวกเขาไม่ชอบการวาดภาพ อาจได้รับการกระตุ้นและช่วยให้เกิดความสนใจในศิลปะ จากการเรียนเทศกาลเลขในห้องเรียนคณิตศาสตร์ หรือ

นักเรียนที่ชอบกิจกรรมบางอย่างเกี่ยวกับประวัติศาสตร์ แต่ไม่ชอบทำคณิตศาสตร์ อาจได้เปรียบในการเรียนคณิตศาสตร์แนวใหม่นี้ เพราะพวกเขาสามารถวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากแบบสอบถามเกี่ยวกับประวัติครอบครัวได้

บรูคลิน (Brooklyn, 1997 : Online) กล่าวว่าแนวทางการแก้ปัญหาโดยใช้การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์จะค่อยๆซึมซาบเข้าไปในแนวคิดของนักเรียน ช่วยผลักดันให้นักเรียนเอาใจใส่และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้ทักษะเชื่อมโยงมากขึ้น สร้างความตระหนักและเห็นคุณค่าของการเชื่อมโยงว่าทุกสิ่งสามารถเชื่อมโยงกันได้ ตัวอย่างเช่น

ลอการิทึม เป็นการเชื่อมโยงความรู้เรื่องผลรวมของผลคูณ

เรขาคณิตพื้นฐาน เป็นการเชื่อมโยงเรื่องขนาดของความยาวและมุม

การแปลง เป็นการเชื่อมโยงความรู้เรื่องแบบรูปทางเรขาคณิต ซึ่งเป็นการถ่ายโยงข้อมูลจากแบบรูปที่ง่ายไปยังแบบรูปที่ซับซ้อน

บลาสคอป และชาซัน (Blaskopf and Chazan, 2001 : 625) กล่าวว่าตัวอย่างของการเชื่อมโยงช่วยให้นักเรียนตระหนักว่าคณิตศาสตร์เป็นจริง มีความหมายและมีประโยชน์สำหรับทุกคน การเชื่อมโยงภายในคณิตศาสตร์ช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจมากขึ้นและเห็นคุณค่าในคณิตศาสตร์มากขึ้น

กรมวิชาการ (2544 : 200) กล่าวถึงประโยชน์ของทักษะการเชื่อมโยง ดังนี้ มีการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ในวิชาชีพบางอย่างโดยตรง เช่น การตัดเย็บเสื้อผ้า งานคหกรรมเกี่ยวกับอาหาร งานเกษตร งานออกแบบสร้างหีบห่อบรรจุภัณฑ์ต่างๆรวมถึงการนำคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับชีวิตความเป็นอยู่ประจำวัน เช่น การซื้อขาย การชั่ง ตวง วัด การคำนวณระยะทางและเวลาที่ใช้ในการเดินทาง การวางแผนในการออมเงินไว้ใช้ในชว่บั้นปลายของชีวิต

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่าคุณประโยชน์ของทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ช่วยสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างเนื้อหาภายในคณิตศาสตร์และเนื้อหาคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น สร้างความตระหนักและเห็นคุณค่าของการเชื่อมโยงว่าทุกสิ่งสามารถเชื่อมโยงกันได้และทำให้การเรียนน่าสนใจมากขึ้น

เจตคติ

1. ความหมายของเจตคติ

ความหมายของคำว่า “เจตคติ” นักการศึกษาและนักจิตวิทยาหลายท่าน ได้ให้ความหมายของเจตคติซึ่งผู้วิจัยพอจะรวบรวมได้ดังนี้

ราชบัณฑิตยสถาน (2525 : 235) ให้ความหมายของเจตคติว่า หมายถึง ท่าทีหรือความรู้สึกของบุคคลต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่ง

สุชา จันทร์เอม (2527 : 242) ให้ความหมายของเจตคติไว้ว่า หมายถึง ท่าทีของบุคคลที่มีต่อบุคคล วัตถุสิ่งของ หรือสถานการณ์ต่างๆ เป็นในทำนองที่พึงพอใจหรือไม่พอใจ เห็นด้วยหรือไม่เห็นด้วย

ชัยยง ขามรัตน์ (2533 : 11-13) ได้ให้ความหมายของเจตคติว่า เจตคติเป็นความคิดหรือความรู้สึก อันเป็นสภาวะพร้อมทางจิต ซึ่งเกิดจากประสบการณ์ ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งที่พร้อมจะมีปฏิกริยากับบุคคล สิ่งของ หรือสถานการณ์ที่เกี่ยวข้อง ฉะนั้น จึงสามารถอธิบายลักษณะทั่วไปของเจตคติได้ดังนี้

1. เป็นสภาพของจิตใน และประสาท ซึ่งอาจแสดงให้เห็นได้ทางพฤติกรรม
2. เป็นความพร้อมที่จะตอบสนองของบุคคลต่อสรรพสิ่งตามลักษณะของเจตคติที่เกิดขึ้น
3. เป็นสิ่งที่เกิดขึ้นเป็นระบบ เป็นกลุ่ม และจัดระบบได้แล้วในตัวเอง
4. เป็นสิ่งที่เกิดจากประสบการณ์ ประสบการณ์มีส่วนช่วยในการสร้างเจตคติ
5. เป็นสิ่งที่มีอิทธิพลต่อพฤติกรรมที่แสดงออก พฤติกรรมที่แสดงออกต่อสิ่งใดอย่างใรนั้นจะขึ้นอยู่กับเจตคติเป็นสำคัญ
6. เป็นสภาพของจิตใจที่มีความถาวรพอสมควร ทั้งนี้เนื่องจากบุคคลแต่ละคนก็ได้รับความรู้และผ่านการเรียนรู้มาาก

พวงรัตน์ ทวีรัตน์ (2531 :158) ได้ให้ความหมายของเจตคติ สรุปไว้ว่า เจตคติเป็นนามธรรมมาจากภาษาละติน Aptus หมายถึง การเตรียมพร้อมแห่งสภาพจิตใจของบุคคลในการกระทำสิ่งใดสิ่งหนึ่งและเจตคติเป็นอารมณ์ที่มีอยู่ในทุกผู้ทุกคน แต่อยู่ในระดับที่แตกต่างกัน เจตคติเป็นสิ่งที่ผลักดันให้บุคคลแสดงปฏิกริยาตอบสนองต่อสิ่งเร้า อันอาจเป็นบุคคล เป็นวัตถุ สถานการณ์ต่างๆ ซึ่งปฏิกริยาที่แสดงออกนั้น อาจอยู่ในรูปที่พึงพอใจหรือไม่พึงพอใจก็ได้ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับ การเรียนรู้ และประสบการณ์ของแต่ละคน

ฮิลการ์ด (Hilgard. 1962 : 79) กล่าวว่า เจตคติมืองค์ประกอบพื้นฐาน 3 ส่วน คือ

1. ความรู้ความเข้าใจ (Cognitive) มีขอบเขตครอบคลุมถึงความคิดความเชื่อที่มีต่อสิ่งของหรือปรากฏการณ์ต่างๆ
2. ความรู้สึก (Affective) เช่น ความรัก ความโกรธ ความชอบ หรือความเกลียดต่อวัตถุ
3. พฤติกรรม (Action) เป็นการประพฤดิปฏิบัติ การกระทำ เป็นการแสดงออกที่สามารถสังเกตได้

ครอนบัต (Cronbach. 1972 : 27) ได้ให้ คำจำกัดความพอที่จะสรุปได้ว่าเจตคติ คือ ความพร้อมของแต่ละบุคคล ที่จะแสดงพฤติกรรมตอบสนองต่อสิ่งเร้าในสังคมรอบตัว หรือแนวโน้มที่จะแสดงพฤติกรรมในทางสนับสนุน หรือต่อต้านประสบการณ์บางบุคคล สถาบันหรือแนวความคิดบางอย่าง การแสดงออกของเจตคติโดยอาศัยพฤติกรรมแบ่งออกเป็น 2 ลักษณะใหญ่ๆ คือ การแสดงออกในลักษณะพึงพอใจเห็นด้วยหรือชอบ เรียกว่า เจตคติเชิงนิมิต (Positive attitude) เจตคติอีกลักษณะคือ การแสดงออกในลักษณะไม่พึงพอใจ ไม่ชอบ หรือไม่เห็นด้วย ถ้าบุคคลมี เจตคติแบบนี้ต่อสิ่งเร้า อย่างใดอย่างหนึ่ง จะทำให้เกิดความเบื่อหน่ายชิงชัง ไม่อยากเข้าใกล้สิ่งนั้น ลักษณะเช่นนี้เรียกว่า เจตคติเชิงนิเสธ (Negative attitude)

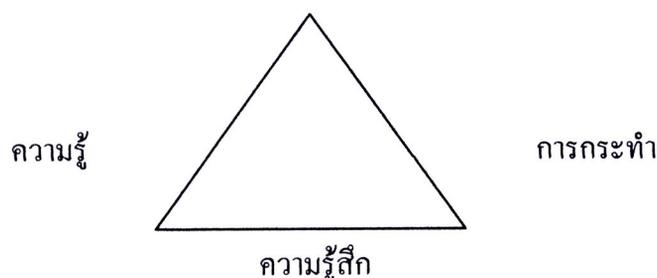
Morgan and Richard (อ้างอิงจาก เพียว ไวโยโรจน์. 2530: 4) อธิบายว่า เจตคติของบุคคลที่ไม่สามารถเห็นได้โดยตรง บุคคลจะมีเจตคติไปในทางใดนั้นจะรู้ได้จากพฤติกรรมและการกระทำที่แสดงออกและเจตคติมีอิทธิพลต่อความชอบ ความไม่ชอบ และพฤติกรรมของบุคคล

จากข้อความดังกล่าว สรุปได้ว่า เจตคติหมายถึง ความรู้สึกหรือความคิดเห็นของบุคคลซึ่งทำให้บุคคล พร้อมทั้งมีพฤติกรรมอย่างใดอย่างหนึ่งตามความรู้สึกนั้น ด้วยความพึงพอใจหรือไม่พอใจก็ตาม ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับกระบวนการเรียนรู้และประสบการณ์ของแต่ละคน

2. องค์ประกอบของเจตคติ

เจตคติมีลักษณะเป็นนามธรรมที่เกิดจากการเรียนรู้หรือประสบการณ์ในชีวิตของบุคคลมีพฤติกรรมอย่างไรหรือทำสิ่งใดลงไป เจตคติเป็นเครื่องกำหนด เจตคติจึงเป็นส่วนหนึ่งของบุคลิกภาพของบุคคล ซึ่งนักจิตวิทยาและนักการศึกษาได้กล่าวองค์ประกอบของเจตคติที่สอดคล้องกันดังนี้

สงวน สิทธิเลิศอรุณ (2526 : 94) ได้แบ่งองค์ประกอบของเจตคติไว้ 3 ประการดังนี้



ภาพที่ 2.2 รูปสามเหลี่ยมแสดงองค์ประกอบของเจตคติ

1. ด้านความรู้ (Cognitive component) บุคคลจะมีเจตคติอย่างไรจะต้องอาศัยความรู้หรือประสบการณ์ว่าด้วยเคยรู้จัก หรือเคยรับรู้มาก่อน มิฉะนั้นบุคคลจะไม่อาจกำหนดความรู้สึกหรือทำที่ว่าชอบหรือไม่ชอบ

2. ด้านความรู้สึก (Affective component) การที่บุคคลมีเจตคติอย่างไร เช่น ชอบหรือไม่ชอบอะไรก็ตาม จะต้องขึ้นอยู่กับปัจจัยหรือองค์ประกอบที่สำคัญที่สุด คือ ความรู้สึก เพราะความรู้สึกจะบ่งชี้ว่าชอบหรือไม่ชอบ เช่นความรู้สึกชอบเป็นครูหรือไม่ชอบเป็นครู เป็นต้น

3. ด้านการกระทำ (Behavior component) บุคคลจะมีเจตคติอย่างไรให้สังเกตจากการกระทำหรือพฤติกรรม ถึงแม้พฤติกรรมจะเป็นองค์ประกอบที่สำคัญของเจตคติ แต่ยังมีค่าน้อยกว่าความรู้สึก เพราะในบางครั้งบุคคลการกระทำไปโดยขัดกับความรู้สึก เช่น ยกมือไหว้และกล่าวคำสวัสดิ แต่ในความรู้สึกจริงๆ นั้นอาจมิได้เต็มใจ

เชดคักดี โฆวาสินธุ์ (2527 : 66) กล่าวว่าเจตคติมีองค์ประกอบ 3 ประการคือ

1. องค์ประกอบด้านความเข้าใจ (Cognitive component) เป็นองค์ประกอบที่บุคคลมีต่อสิ่งเร้า (Object) นั้นๆ เพื่อเป็นเหตุผลในการสรุปรวมเป็นความเชื่อหรือในการประเมินผลสิ่งเร้านั้นๆ

2. องค์ประกอบทางด้านความรู้สึกหรืออารมณ์ (Feeling component) เป็นองค์ประกอบที่มีความสำคัญกับสิ่งเร้าต่างๆ เป็นผลต่อเนื่องจากการที่บุคคลประเมินผลสิ่งเร้านั้น แล้วว่าพอใจหรือไม่พอใจ ต้องการหรือไม่ต้องการ

3. องค์ประกอบด้านความพร้อมหรือความโน้มเอียง (Action tendency component) เป็นองค์ประกอบที่บุคคลจะประพฤติหรือปฏิบัติตอบสนองต่อสิ่งเร้าในทิศทางที่สนับสนุนหรือคัดค้าน ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับความเชื่อหรือความรู้สึกของบุคคลที่ได้จากการประเมินผล

จากข้อมูลข้างต้น กล่าวได้ว่าองค์ประกอบของเจตคติแบ่งออกเป็น 3 ส่วน คือ

1. องค์ประกอบด้านความรู้
2. องค์ประกอบด้านความรู้สึก
3. องค์ประกอบด้านการกระทำ

องค์ประกอบทั้ง 3 ส่วนดังกล่าวมีความสัมพันธ์กัน กล่าวคือ องค์ประกอบด้านความรู้ความเข้าใจเป็นพื้นฐานที่เกี่ยวข้องกับความรู้สึกของบุคคลซึ่งอาจจะแสดงออกในรูป พพอใจหรือไม่พอใจ ชอบหรือไม่ชอบ ฯลฯ ซึ่งความรู้สึกก็จะมีผลต่อการแสดงออกของบุคคล หรืออาจกล่าวได้ว่าเจตคติเป็นสิ่งที่กำหนดพฤติกรรมของบุคคล เมื่อบุคคลมีเจตคติไปทางใด มักจะมีพฤติกรรมไปในทางนั้น

3. เจตคติต่อกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์

วิลสัน (Wilson, 1971 : 685-689) ได้แบ่งเจตคติต่อกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็น 5 ลักษณะคือ

1. เป็นความคิดเห็นหรือความรู้สึกของบุคคลที่มีต่อกิจกรรมการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ทั้งทางด้านดีและไม่ดี เกี่ยวกับประโยชน์ ความสำคัญ เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์
2. เป็นการแสดงออกซึ่งความรู้สึกชอบพอสั่งหนึ่งสิ่งใดมากกว่าสิ่งอื่น
3. เป็นความปรารถนาที่จะทำสิ่งหนึ่งสิ่งใดให้ลุล่วงไปโดยพยายามเอาชนะอุปสรรคต่างๆ และพยายามทำให้ดี บุคคลที่มีแรงจูงใจจะสบายใจเมื่อตนได้ทำสิ่งนั้นสำเร็จและจะมีความรู้สึกวิตกกังวลหากประสบความสำเร็จ

4. เป็นสภาวะจิตที่ตึงเครียด หวาดระแวง กลัว ทั้งหาสาเหตุได้และหาสาเหตุไม่ได้ และมักจะเกี่ยวข้องกับความต้องการที่เกี่ยวข้องเนื่องกันหลายประการ พฤติกรรมที่แสดงถึงความวิตกกังวล เช่น ความตื่นเต้น ความหวาดกลัว ความตึงเครียด ความมีอารมณ์อ่อนไหว ความเหนียมอาย และความรู้สึกขัดแย้งสับสน

5. เป็นความรู้สึกเกี่ยวกับตนเองในด้านค่านิยม ทางวิชาการ ความสัมพันธ์ระหว่างบุคคล การปรับตัวทางอารมณ์

อนงก พุทธิเดช (2548 : 243-244) ได้เสนอว่า การวัดเจตคติอาจทำได้หลายแบบดังนี้

1. แบบสอบถามประเมินค่า (Scaling technique) เป็นวิธีหนึ่งที่ใช้วัดเจตคติมีอยู่ 2 แบบคือ

1.1 วิธีของเทอร์สโตน (The thurstone method) แบบนี้ประกอบไปด้วยประโยคต่างๆ ประมาณ 10-20 ประโยคหรือมากกว่านั้น ประโยคต่างๆ เหล่านี้จะเป็นตัวแทนของระดับความคิดเห็นต่างๆ กัน ผู้ถูกทดสอบจะต้องแสดงให้เห็นว่าเขาเห็นด้วยกับประโยคใดบ้าง ประโยคหนึ่งๆ จะกำหนดค่าเอาไว้ คือ กำหนดเป็น Scale value ขึ้นเริ่มจาก 0.0 ซึ่งเป็นประโยคที่ไม่พึงพอใจมากที่สุดเรื่อยๆ ไปถึง 5.5 สำหรับประโยคที่มีความรู้สึกเป็นกลางๆ จนกระทั่งถึง 11.0 ซึ่งมีค่าสูงสุดสำหรับประโยคที่มีความพึงพอใจมากที่สุด

1.2 วิธีของลิเคิร์ต (The Likert technique) มาตรฐานแบบนี้ประกอบด้วยประโยคด้วย ประโยคต่างๆ ซึ่งแต่ละประโยคผู้ถูกทดสอบจะแสดงความรู้สึกของตนเองออกมา 5 ระดับ เห็นด้วยอย่างยิ่ง เห็นด้วย เฉยๆ ไม่เห็นด้วย ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง แต่ละระดับมีคะแนนไว้ตั้งแต่ 1-5 คะแนนของคนหนึ่งๆ ได้จากคะแนนรวมจากทุก ๆ ประโยค

2. การหยั่งเสียงประชาชน (Polling) ส่วนมากใช้กับการเลือกตั้งพรรคการเมืองหรือที่ทำอะไรเกี่ยวกับประชาชน ก็ต้องมีการตรวจสอบหยั่งเสียง เพื่อหยั่งเสียงดูว่ามหาชนมีความรู้สึกในเรื่องนั้นๆ อย่างไร

3. การใช้แบบสอบถามว่าเห็นด้วยหรือไม่ ดีหรือไม่ โดยแบ่งแบบสอบถามออกเป็น 2 แบบ คือ

3.1 คำถามที่ถามเจาะจงลงไปแล้วให้ตอบตามเรื่องที่ถามเท่านั้น

3.2 คำถามที่เปิดโอกาสให้ผู้ตอบแสดงความคิดเห็น

ดวงพร พุ่มเสนาะ (2551: 212) ได้เสนอแบบวัดเจตคติของนักเรียนที่มีต่อกิจกรรมการเรียนรู้จำนวน 7 ข้อ โดยแบ่งระดับความคิดเห็นออกเป็น 5 ระดับ คือ มากที่สุด มาก ปานกลาง น้อยและน้อยที่สุด ดังนี้

1. นักเรียนชอบกิจกรรมการเรียนรู้ที่จัดขึ้น
2. กิจกรรมการเรียนรู้ที่จัดขึ้นทำให้นักเรียนได้วิธีการหาคำตอบที่หลากหลาย
3. กิจกรรมการเรียนรู้ที่จัดขึ้นทำให้บทเรียนน่าสนใจ
4. กิจกรรมการเรียนรู้ที่จัดขึ้นทำให้นักเรียนเห็นความเชื่อมโยงระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับวิชาอื่นๆ
5. กิจกรรมการเรียนรู้ที่จัดขึ้นทำให้นักเรียนเห็นการนำคณิตศาสตร์ไปใช้กับสถานการณ์ในชีวิตจริง

6. กิจกรรมการเรียนรู้ที่จัดขึ้นทำให้นักเรียนรู้สึกสนุกสนานกับการเรียน

7. กิจกรรมการเรียนรู้ที่จัดขึ้นทำให้นักเรียนรู้จักการทำงานร่วมกัน

จากข้อความดังกล่าว สรุปได้ว่าการวัดเจตคติต่อกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ คือ พฤติกรรมภายใน มีลักษณะนามธรรม เป็นความรู้สึก แต่อย่างไรก็ตาม การวัดเจตคติทำได้โดยการสังเกต การสัมภาษณ์ การฉายภาพแล้วให้บุคคลจินตนาการภาพนั้น การให้ตอบแบบสอบถามวิธีของเทอร์ส โดนและวิธีของลิเคิร์ท เพื่อวัดเจตคติในการจัดกิจกรรมเรียนรู้ที่เน้นการเชื่อมโยงกับสถานการณ์ในชีวิตจริง โดยมีทั้งคำถามที่แสดงออกจากกิจกรรม การเรียนรู้และคำถามที่แสดงออกถึงการเห็นประโยชน์ของกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อได้ทราบเจตคติของผู้เรียนทั้งลักษณะพึงพอใจและไม่พึงพอใจ

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

1.1 งานวิจัยในประเทศ

สมบัติ แสงทองสุกคำ (2545 : บทคัดย่อ) การพัฒนารูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหาเพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชันระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ผลการศึกษาพบว่า รูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหาเพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/ 80 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียน โดยใช้รูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหาเพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน หลังได้รับการสอนสูงกว่าก่อน ได้รับการสอน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

เทอดเกียรติ วงศ์สมบุญ (2547 : 50-51) ได้ออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงเท่ากับ 82.9/70.1 ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นี้ สามารถสอบผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 70 ของนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

นงลักษณ์ แก้วมาลา (2547 : 73-75) ได้สร้างชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง การแก้ปัญหาโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการเรียนการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์นี้ด้วย กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนหนองแค “สรกิจพิทยา” อำเภอหนองแค จังหวัดสระบุรี ผลการวิจัยพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภายหลังได้รับการสอนด้วยชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง การแก้ปัญหาโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ศศิธร แก้วรักษา (2547 : 58-59) ได้สร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบชิปปา (CIPPA Model) ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน เรื่อง สถิติเบื้องต้นชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 และหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาจากเกณฑ์ประสิทธิภาพ 80/80 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ปีการศึกษา 2546 จำนวน 45 คน ผลการวิจัยพบว่า กิจกรรมการเรียนการสอน

คณิตศาสตร์แบบชิปปา (CIPPA MODEL) ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันเรื่อง สถิติเบื้องต้น มีประสิทธิภาพ 80/80 โดยมีประสิทธิภาพ 82.11/83.59 และ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการสอน โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นี้สูงกว่า ก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สุพัตตรา หล้าฤทธิ์ (2547 : 80-84) ได้พัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นกระบวนการคิดแบบเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนบ้านวังน้ำขาวชนูปถัมภ์ อำเภอเมือง จังหวัดหนองบัวลำภู จำนวน 20 คน ผลการวิจัยพบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นกระบวนการคิดแบบเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ในลักษณะต่างๆ ช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพวิธีหนึ่ง ครูผู้สอนสามารถนำกิจกรรมในลักษณะนี้ไปใช้ในการเรียนการสอนในเรื่องต่างๆ ที่เกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้

กิลลา คลดาก (2549 : 61-64) ได้จัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนไตรมิตรวิทยาลัย จังหวัดกรุงเทพมหานครจำนวน 40 คน ผลการวิจัยพบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการเรียนการสอนเรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงสามารถสอบผ่านเกณฑ์ได้มากกว่าร้อยละ 60 ของนักเรียนทั้งหมดอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากการศึกษางานวิจัยทั้งต่างประเทศและในประเทศ พบว่าทักษะการเชื่อมโยงเป็นทักษะที่มีความสำคัญต่อการเรียนการสอนอย่างมาก ทั้งนี้เพราะเป็นสิ่งที่บ่งชี้ให้ผู้เรียนมองเห็นความต่อเนื่องของแต่ละศาสตร์และทำให้ผู้เรียนเห็นคุณค่าของสิ่งต่างๆร่วมกันได้เป็นอย่างดี

1.2 งานวิจัยต่างประเทศ

เดรีกเซล (Drexel.1997 : 2119-A) ได้ศึกษาการเชื่อมโยงระหว่างเศษส่วนธรรมดา (Common fraction) กับเศษส่วนทศนิยม (Decimal fraction) หรือเศษส่วนที่มีพหุคูณของ 10 เริ่มต้นที่เลือกนักเรียน 9 คน ซึ่งเป็นนักเรียนเกรด 6 ที่อยู่ต่างห้องเรียนกันมาทดสอบความสามารถในการเชื่อมโยงเศษส่วนธรรมดาและเศษส่วนทศนิยม โดยให้ทำข้อสอบเศษส่วนแบบเขียนตอบ และสัมภาษณ์ถึงการเรียนเรื่องเศษส่วนที่ผ่านมา เพื่อจะได้ทราบระดับความรู้และมโนคติเรื่องเศษส่วนของนักเรียน ปรากฏว่ามโนคติเรื่องเศษส่วนของนักเรียนมีอยู่จำกัด ดังนั้นผู้วิจัยจึงใช้บทเรียน 6 บท

ในการปูพื้นฐานมโนคติและทักษะเรื่องเศษส่วน และใช้บทเรียนเพียง 2 บท ในการเชื่อมโยงมโนคติของเศษส่วนธรรมดาและเศษส่วนทศนิยมกับกลุ่มตัวอย่าง หลังจากการใช้บทเรียนก็ทำการสัมภาษณ์นักเรียนเป็นรายบุคคล ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนสามารถจำแนก เปรียบเทียบ ดำเนินการบวกและลบเศษส่วนทศนิยมได้ สามารถนำหลักการของเศษส่วนธรรมดาไปใช้กับเศษส่วนทศนิยมได้ ซึ่งข้อจำกัดนี้ชี้ว่า ความรู้ของนักเรียนยังมีปัญหาต่อการนำมาใช้ แต่จากการที่นักเรียนสามารถเชื่อมโยงเศษส่วนธรรมดาและเศษส่วนทศนิยมมาสัมพันธ์กันได้ อาจมีความหมายต่อความเข้าใจมโนคติ และการดำเนินการในทศนิยม

เบอร์เคต (Burkett. 1998 : Online) ได้ทำการเชื่อมโยงระหว่างตัวแทนที่เป็นตารางสัญลักษณ์ และกราฟในการเรียนเรื่องฟังก์ชัน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียน 10 คน ที่เรียนพีชคณิตระดับมหาวิทยาลัยในเพนซิลวาเนีย กลุ่มตัวอย่างทำงานที่ได้รับมอบหมาย 9 อย่าง ที่ผู้วิจัยเป็นผู้ออกแบบเพื่อศึกษาในเรื่องการเชื่อมโยงตัวแทนที่หลากหลายแบบ โดยแบ่งเป็น 3 ประเภท ดังนี้ ประเภทที่ 1 เป็นงานเกี่ยวกับความชันของเส้นตรง ประเภทที่ 2 เป็นงานเกี่ยวกับการแปลงสมการกำลังสอง และประเภทที่ 3 เป็นงานเกี่ยวกับระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยประเภทที่ 1 เน้นที่การเชื่อมโยงตัวแทนที่เป็นสัญลักษณ์กับกราฟ งานประเภทที่ 2 เน้นที่การเชื่อมโยงตัวแทนที่เป็นตารางกับสัญลักษณ์ และงานประเภทที่ 3 เน้นที่การเชื่อมโยงตัวแทนที่เป็นตารางและกราฟ ผลการศึกษาพบว่านักเรียนสามารถเชื่อมโยงตัวแทนที่เป็นตาราง สัญลักษณ์ และกราฟได้เป็นอย่างดี ในขณะที่นักเรียนแปลความหมายของตารางไปสู่ตัวแทนในแบบอื่น ๆ นักเรียนมักจะแนะนำให้ใช้ตัวแทนในลักษณะที่ 3 และนักเรียนสามารถปรับปรุงการใช้ตัวแทนที่ผิดพลาดได้

ลอร์สันและชินนัพพาน (Lawson & Chinnappan. 2000: 26-43) ได้ศึกษาการเชื่อมโยงความรู้ในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิต โดยศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการแสดงการแก้ปัญหาของคุณภาพในการสร้างองค์ความรู้ของนักเรียน และศึกษาต่อไปถึงตัวชี้วัดความสามารถด้านเนื้อหาและการเชื่อมโยงความรู้ในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิต ระหว่างนักเรียน 2 กลุ่ม คือ กลุ่มที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกับกลุ่มที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงมีความสามารถในการสร้างองค์ความรู้ขึ้นเองได้มากกว่า และยังสามารถโยงความรู้ที่ครูจัดตามแผนการสอนมาสัมพันธ์กับความรู้เดิมที่มีอยู่ และตัวชี้วัดความสามารถด้าน การเชื่อมโยงมีผลต่อความสำเร็จในการแก้ปัญหาสูงกว่าตัวชี้วัดความสามารถด้านเนื้อหา จุดมุ่งหมายในการศึกษาครั้งนี้เพื่อให้ข้อมูลกับครูในการหาวิธีสอนเพื่อให้นักเรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ที่มีคุณภาพได้

ไคล์ และคณะ (Kyle, et al. 2001: 80-86) ได้พัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันของนักเรียน โดยใช้วิธีเข้าไปเยี่ยมครอบครัวของนักเรียน ใช้การพูดคุย

แบบไม่เป็นทางการและการสัมภาษณ์ที่มีโครงสร้าง หลังจากนั้นจึงรวบรวมข้อมูลและจัดรูปแบบของสิ่งที่นักเรียนสนใจและทักษะการปฏิบัติของแต่ละครอบครัว ซึ่งบางอย่างเกี่ยวกับขั้นตอนการทำเกษตร การเลี้ยงสัตว์ การฝีมือ การดูทีวี และการทำอาหาร หลังจากนั้นผู้วิจัยได้นำข้อมูลนั้นมาพัฒนาเป็นปัญหาที่มีความหลากหลาย และมีขั้นตอนในการการแก้ปัญหาหลายขั้นตอน แล้วนำมาให้นักเรียนร่วมกันแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม ผลการวิจัยพบว่า ผู้ปกครองของนักเรียนมีความเข้าใจในเนื้อหาคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้น จากที่เคยคิดว่าคณิตศาสตร์เป็นเรื่องยาก และช่วยให้ครูผู้สอนสามารถนำความรู้ที่บ้านของนักเรียนมาช่วยส่งเสริมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียน

2. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ในชีวิตจริง

2.1 งานวิจัยในประเทศ

ในชีวิตประจำวันและชีวิตใน โรงเรียนผู้เรียนต้องประสบกับปัญหาต่างๆมากมาย ซึ่งจำเป็นต้องแก้ไข ในการเรียนนี้ผู้เรียนอาจใช้ความรู้ที่ผู้เรียนนำมาแก้ปัญหาต่างๆ ไม่ว่าจะผู้เรียนจะได้รับความรู้หรือทักษะทั้งหลายด้วยวิธีการใด เมื่อผู้เรียนใช้ความรู้และวิธีการเหล่านั้นเพื่อจัดการกับปัญหาใหม่ ๆ ที่ไม่เคยพบมาก่อนเรียกได้ว่าเป็นผู้ที่มีความสามารถในการนำความรู้ไปใช้ได้ วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับความคิด เราใช้คณิตศาสตร์พิสูจน์อย่างมีเหตุผลว่าสิ่งที่เราคิดนั้นเป็นความจริงหรือไม่ด้วยวิธีการศึกษาก็สามารถนำวิชาคณิตศาสตร์ไปใช้ประโยชน์ในการแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวันได้

ได้มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของการนำไปใช้ดังนี้

พวงรัตน์ ทวีรัตน์ (2530 : 11) กล่าวว่า การนำไปใช้หมายถึงความสามารถในการนำความรู้ ทฤษฎี หลักการ กฎเกณฑ์ และวิธีการดำเนินการต่างๆซึ่งได้รับจากการเรียนรู้ไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์จริงในชีวิตประจำวัน หรือสถานการณ์ใหม่ที่คล้ายคลึงกันได้ถูกต้องเหมาะสม

ปรมาภรณ์ อนุพันธ์ (2544:54) กล่าวว่าคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันเป็นวิชาที่มีความสัมพันธ์กับกิจกรรมในชีวิตประจำวันของมนุษย์ซึ่งนักเรียนต้องนำความรู้ ความเข้าใจ หลักการ กฎเกณฑ์ และวิธีการดำเนินการต่างๆทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวันอย่างถูกต้องเหมาะสม

จากแนวคิดนักการศึกษาสรุปได้ว่าการนำไปใช้หมายถึงการนำความรู้ หลักการ กฎเกณฑ์ และวิธีการดำเนินการต่างๆทางคณิตศาสตร์ไปใช้สถานการณ์จริงในชีวิตประจำวัน หรือสถานการณ์ที่คล้ายคลึงกันได้อย่างถูกต้องและเหมาะสมและแก้ปัญหาสถานการณ์ใหม่ๆได้

จूरรัตน์ รุ่งปิติ (2525 : บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยการศึกษาความสามารถในการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน ผลวิจัยพบว่า

1. นักเรียนมีความสามารถในการนำวิชาคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันต่ำ
2. นักเรียนที่อยู่ในอำเภอเมืองและนอกอำเภอเมือง มีความสามารถในการนำวิชาคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน ไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .01
3. นักเรียนโรงเรียนเทศบาลและโรงเรียนราษฎร์ มีความสามารถในการนำวิชาคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวันดีกว่าโรงเรียนประถมศึกษา ที่ระดับนัยสำคัญ .01 แต่นักเรียนโรงเรียนเทศบาลและโรงเรียนราษฎร์ มีความสามารถในการนำวิชาคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน ไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .01
4. นักเรียนที่มีบิดาหรือมารดามีอาชีพค้าขาย มีความสามารถในการนำวิชาคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวันดีกว่านักเรียนที่มีบิดามีอาชีพเป็นข้าราชการ เกษตรกรรมและอื่นๆ มีความสามารถในการนำวิชาคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน ไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .01

ปรมาภรณ์ อนุพันธ์ (2544) ได้ทำการวิจัยการศึกษาการพัฒนาชุดการสอนคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันแบบสืบสวนสอบสวนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่องตรรกศาสตร์เบื้องต้น ผลการศึกษาพบว่า

1. ชุดการสอนคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันแบบสืบสวนสอบสวนมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภายหลังได้รับการสอนด้วยชุดการสอนคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันแบบสืบสวนสอบสวนสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ.01
3. ความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภายหลังได้รับการสอนด้วยชุดการสอนคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันแบบสืบสวนสอบสวนสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ.01

ศศิธร แก้วรักษา (2547) ได้ทำการวิจัยการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบซิปปา(CIPPA MODEL) ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน เรื่อง สถิติเบื้องต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผลจากการวิจัยพบว่า

1. กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบซิปปา(CIPPA MODEL) ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน เรื่อง สถิติเบื้องต้นมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ (E_1/E_2)80/80 โดยมีประสิทธิภาพ 82.11/83.59

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ภายหลังจากได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบซิปปา (CIPPA MODEL) ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน เรื่อง สถิติเบื้องต้นสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

บุญญา แซ่หล่อ (2550 : บทคัดย่อ) ได้บูรณาการแบบเชื่อมโยงเนื้อหาคณิตศาสตร์ในเรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูล การนำเสนอข้อมูล และพีชคณิต โดยใช้สถานการณ์จริงสำหรับนักเรียน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนยานตาขาวรัฐชนูปถัมภ์ จังหวัดตรัง จำนวน 30 คน ซึ่งผ่านการเรียนวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์เรื่อง ค่ากลางของข้อมูลเรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยม การนำเสนอข้อมูลในรูปตาราง กราฟเส้น และแผนภูมิแท่ง และสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ทำการทดลองโดยให้กลุ่มตัวอย่างเรียนโดยใช้แผนการจัดการเรียนรู้จำนวน 30 คาบ โดยเน้นการเชื่อมโยงในสองแบบ คือ การเชื่อมโยงภายในเนื้อหาคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงเนื้อหาคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ในชีวิตจริง การนำเสนอข้อมูล และพีชคณิต ทดลองโดยใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงและแบบทดสอบวัดความลึกในการเข้าใจเนื้อหาทั้งก่อนและหลังการทดลอง ควบคู่กับการสังเกตพฤติกรรมและการสัมภาษณ์ในเชิงคุณภาพ ผลการวิจัยพบว่าหลังการทดลองนักเรียนที่ได้รับการบูรณาการมีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงและความสามารถด้านความลึกในการเข้าใจเนื้อหาสูงกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2.2 งานวิจัยต่างประเทศ

นิโคล และ เครสโป (Nicol & Crespo.2005: 240-251) ได้ศึกษาการค้นหาคณิตศาสตร์จากสถานที่ทางจินตนาการ โดยการทบทวนหาแนวทางที่เป็นประโยชน์ต่อการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ การศึกษาดังกล่าวมีความมุ่งหมายที่จะแลกเปลี่ยนความคิด เพื่อที่จะหาหนทางในการทำให้คณิตศาสตร์มีความน่าสนใจมากยิ่งขึ้น เพื่อเป็นประโยชน์ต่อนักเรียนไม่เพียงแค่ว่า เข้าใจในเรื่องทักษะวิธีการ ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์เท่านั้น ยังเป็นการทำให้นักเรียนมีความเฉลียวฉลาดในการคิดมากยิ่งขึ้น มีการใช้คณิตศาสตร์มาประยุกต์กับชีวิตประจำวัน และมีความเห็นเรื่องการเรียนคณิตศาสตร์ภายในโรงเรียนที่ต้องเชื่อมโยงกับงานต่าง ๆ ที่ใช้ในชีวิตประจำวันตามความหลากหลายของอาชีพ เช่น ช่างไม้ ช่างประมง อาชีพค้าขาย ซึ่งแต่ละอาชีพสามารถนำความรู้มาใช้ในการคำนวณและแก้ไขปัญหาในชีวิต งานชิ้นนี้ได้เข้าถึงสิ่งที่เกิดขึ้นเมื่อนักเรียนนำเอาหลักการทางคณิตศาสตร์มาเชื่อมโยงกับประสบการณ์ในชีวิตจริง ผลการศึกษาเป็นเครื่องชี้ให้เห็นว่าแบบทดสอบทางจินตนาการเป็นตัวเสนอถึงโอกาสในการใช้สติปัญญาและอารมณ์ความรู้สึกที่เกิดขึ้นบ่อยครั้งจากการเรียนคณิตศาสตร์นี้คือรูปแบบของการรวมกลุ่มกันที่จะให้คุณค่ากับ

การศึกษาทางคณิตศาสตร์ การทำให้คณิตศาสตร์เป็นที่น่าสนใจต่อนักเรียนเป็นสิ่งที่มีความสำคัญต่อนักเรียน การศึกษาทำให้มีการสำรวจคำถามว่าอะไรที่ทำให้คณิตศาสตร์มีความหมายต่อนักเรียน และหาแนวทางที่ทำให้มีการพัฒนาต่อไป และทำให้อยู่ในรูปแบบที่สะดวกที่จะช่วยให้การสอบเข้าถึงความท้าทายและคุณภาพของการทำงานร่วมกันของนักเรียนด้วยความแตกต่างของชนิดของบทเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นเครื่องมือที่จะช่วยให้เห็นถึงความตั้งใจของรูปแบบของการรวมตัว ในการศึกษาทางสติปัญญาและอารมณ์

ไคล์ และคณะ (Kyle, et al. 2001: 80-86) ได้พัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันของนักเรียน โดยใช้วิธีเข้าไปเยี่ยมครอบครัวของนักเรียน ใช้การพูดคุยแบบไม่เป็นทางการและการสัมภาษณ์ที่มีโครงสร้าง ซึ่งพบว่า การให้นักเรียนได้ทำงานที่มีความหมาย การให้แก้ปัญหาในสถานการณ์จริง เป็นแนวทางที่ดีที่สุดในการส่งเสริมความสามารถในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน และนักเรียนจะได้รับการส่งเสริมอย่างสูงสุดความสามารถถ้าการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นั้นได้เชื่อมโยงเข้ากับความเป็นส่วนตัวของพวกเขาความรู้และทักษะที่ครอบครัวเขาสนใจ

3. งานวิจัยที่เกี่ยวกับการเรียนการสอนเรื่องเศษส่วน

3.1 งานวิจัยในประเทศ

นิตยา พัวรัตน์ (2541: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาการพัฒนาชุดการสอนแบบวรรณิวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาเศษส่วน ระดับ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ผลการศึกษาพบว่า ชุดการสอนนี้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง โจทย์ปัญหาเศษส่วนภายหลังได้รับการสอนด้วยชุดการสอนสูงกว่าก่อนได้รับการสอน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

วงเดือน อินทนิเวศน์ (2544 : 66) ศึกษาการพัฒนาชุดการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์ภายใต้สิ่งแวดล้อมในชีวิตประจำวันด้วยวิธีสอนแบบปฏิบัติการ เรื่อง เศษส่วน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 พบว่า

1. ชุดการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์ภายใต้สิ่งแวดล้อมในชีวิตประจำวันด้วยวิธีสอนแบบปฏิบัติการ เรื่อง เศษส่วน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 ซึ่งแต่ละชุดมีประสิทธิภาพดังนี้

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภายหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ภายใต้สิ่งแวดล้อมในชีวิตประจำวันด้วยวิธีสอนแบบปฏิบัติการสูงกว่าก่อนได้รับการสอน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

3. ความคิดเห็นของนักเรียนหลังจากการใช้ชุดการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์ภายใต้สิ่งแวดล้อมในชีวิตประจำวันด้วยวิธีสอนแบบปฏิบัติการ เรื่องเศษส่วน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ใช้ชุดการจัดกิจกรรมที่ผู้วิจัยได้พัฒนาขึ้นมีความเหมาะสม สามารถนำไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนได้อย่างมีประสิทธิภาพอยู่ในระดับ “เห็นด้วยมาก” มีค่าเฉลี่ยรวม 3.96

กาญจนา ศรีเกื้อ (2547 : บทคัดย่อ) การสร้างชุดกิจกรรมฝึกความสามารถทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ผลการวิจัยพบว่า

1. ชุดกิจกรรมฝึกความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นมีประสิทธิภาพเท่ากับ 86.25/85.86 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ 80/80 ที่ตั้งไว้

2. ความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 หลังการฝึกโดยใช้ชุดกิจกรรมฝึกความสามารถทางคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนได้รับการฝึกโดยใช้ชุดกิจกรรมฝึกความสามารถทางคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

3.2 งานวิจัยในต่างประเทศ

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเรื่องเศษส่วนซึ่งผู้วิจัยได้ศึกษามาเป็นงานวิจัยเกี่ยวกับการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระหว่างนักเรียนที่เรียนด้วยวิธีสอนปกติกับวิธีสอนแบบอื่นๆ หรือการศึกษาคำสอนของนักเรียนที่เรียนระดับชั้นประถมศึกษาดังนี้

โดว์เนส และพาลิ่ง (Downes and Paling. 1957 : 338 - 339) ได้กล่าวเกี่ยวกับการเริ่มต้นสอนเศษส่วนไว้ว่า เมื่อเริ่มสอนเศษส่วนไม่ควรให้นักเรียนเกิดความรู้สึกว่าเป็นเลขวิธีใหม่ ซึ่งแตกต่างจากเลขอื่นๆ จะทำให้กลายเป็นเรื่องยาก ควรควรทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจว่าตนเองได้รู้เรื่องเศษส่วนแล้ว ควรสอนเศษส่วนที่พบในชีวิตจริงแก่นักเรียนที่เริ่มเรียนเศษส่วน เช่น เศษหนึ่งส่วนสอง เศษหนึ่งส่วนสาม เศษหนึ่งส่วนสี่ และเขาได้กล่าวถึงวิธีการสอนเศษส่วนไว้ว่า การสอนต้องประกอบด้วยกิจกรรมต่างๆ โดยให้นักเรียนได้ลงมือกระทำเอง ทำกิจกรรมที่หลากหลายซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ ลาร์สัน (Larson.1966 : 296) ที่กล่าวว่า การสอนเศษส่วนจะต้องโยงไปให้เกี่ยวข้องกับสิ่งที่นักเรียนพบเห็นอยู่เสมอในชีวิตประจำวัน การสอนเศษส่วนที่ดีนั้นจะต้องยกตัวอย่างสิ่งที่เป็นรูปธรรมก่อน แล้วจึงเป็นกึ่งรูปธรรม และนามธรรมตามลำดับ

โทมัส (Thomas.1976 : 137-141) ได้ทดลองการสอนเศษส่วนเรื่อง การบวกและการคูณเศษส่วน ทดลองกับเด็ก 200 คน โดยแบ่งออกเป็นสองกลุ่ม คือ กลุ่มอายุ 13 ปี และกลุ่มอายุ 17 ปี กลุ่มละ 100 คน ให้เด็กทั้งสองกลุ่มตอบคำถาม ซึ่งถามว่า $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \square$ และ $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \square$ แล้วนำผลการสอบของเด็กทั้งสองกลุ่มมาเปรียบเทียบกันได้ผลว่า เรื่องการบวกเศษส่วนเด็กอายุ 13 ปี และ 17 ปี ตอบถูกร้อยละ 42 และร้อยละ 66 ตามลำดับ เป็นที่น่าสังเกตว่าเด็กที่ตอบผิดนั้นจะมีวิธีค้นหา

คำตอบต่าง ๆ กัน เช่น นำเศษบวกกับเศษ และนำส่วนบวกกับส่วน จะได้คำตอบเป็น $\frac{2}{4}$ เด็กอายุ 13 ปี และ 17 ปี ที่ตอบโดยวิธีนี้ถึงร้อยละ 30 และร้อยละ 16 ตามลำดับ ที่ตอบผิดโดยเฉพาะส่วนบวกกันได้คำตอบเป็น $\frac{1}{4}$ เด็กอายุ 13 ปี และ 17 ปีจะตอบผิดถึงร้อยละ 9 และ 6 ตามลำดับ สำหรับเรื่องการคูณเศษส่วน พบว่า เด็กอายุ 13 ปี และ 17 ปี ตอบถูกร้อยละ 62 และ 74 ตามลำดับ ส่วนเด็กที่ตอบผิดนั้น มีวิธีการโดยนำเศษบวกเศษ และนำส่วนคูณส่วน ได้คำตอบ $\frac{2}{4}$ เด็กอายุ 13 ปี และ 17 ปี จะตอบผิดถึงร้อยละ 6 และ 5 ตามลำดับมีเด็กจำนวนหนึ่งตอบเป็น $\frac{3}{3}$ ทั้งนี้ เพราะเด็กคิดว่าเป็นการบวกเศษส่วน เด็กอายุ 13 ปี และ 17 ปีที่ตอบเช่นนี้ร้อยละ 5 และ 4 ตามลำดับ โทมัส ได้สรุปว่าการสอนเศษส่วนในขณะที่เด็กมีทักษะในการคำนวณน้อยและไม่เข้าใจมโนภาพเกี่ยวกับเศษส่วนนั้น เด็กส่วนมากจะตอบคำถามโดยปราศจากความคิดพื้นฐานทางจำนวนและเสนอแนะว่าการเรียนการสอนให้ได้ผลดีนั้นควรจะเน้นเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างกระบวนการเรียนการสอนกับการพัฒนาความคิดรวบยอดและพัฒนาความคิดรวบยอดนั้นควรจะเน้นการปฏิบัติที่ต้องใช้รูปธรรมให้มากที่สุด

ฮุนติง (Hunting. 1984) ได้ศึกษาความเข้าใจเกี่ยวกับเรื่องเศษส่วนที่มีค่าเท่ากันของนักเรียนระดับ 4 จำนวน 9 คน ระดับ 7 จำนวน 10 คน และระดับ 8 จำนวน 10 คน โดยให้นักเรียนหาคำตอบเศษส่วนที่มีค่าเท่ากันและตรวจคำตอบของตนโดยการตัดทอนเป็นเศษส่วนอย่างต่ำ ใช้วิธีดำเนินการแบบตัวต่อตัวกับนักเรียนกลุ่มนี้ในเนื้อหาเดียวกัน ครูจะให้การช่วยเหลือนักเรียนที่ทำไม่ได้ การสอบจะเป็นแบบถาม ตอบ สัมภาษณ์ พบว่านักเรียนระดับ 4 ทำแบบฝึกหัดเกี่ยวกับเศษส่วนที่มีค่าเท่ากัน ได้น้อยแม้จะใช้สื่อช่วยให้เห็นค่าความจริงของเศษส่วน การหาตัวประกอบมาคูณกับจำนวนน้อยเพื่อให้ได้เศษส่วนที่มีค่าเท่ากัน จำนวนผู้ที่ตอบถูกต้องมี 31% นอกนั้นใช้วิธีอื่น เช่น ใช้การเปรียบเทียบอัตราส่วน 8% ใช้การเดา 5% ใช้การคูณไขว้ 4% ใช้การจัดกลุ่ม 3% และใช้ความจำมี 2%

นอกจากนี้ยังมีงานวิจัยต่างประเทศที่มีผู้วิจัยเกี่ยวกับเศษส่วน โดยได้มีนักการศึกษาทำการทดลอง ดังเช่นลินดา มาร์กาเร็ท และวอลเวิน (Linda, Margaret & Olwen. 1984 : 274-291) รวบรวมไว้ซึ่งสรุปได้ดังนี้

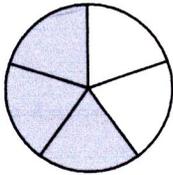
1. ความไม่ชัดเจนในความหมายเศษส่วน

ความหมายเศษส่วนเป็นสิ่งที่มีความยากต่อการเข้าใจ เนื่องจากเศษส่วนมีหลายความหมาย ดังนั้น จำนวนใด ๆ เช่น $\frac{3}{5}$ สามารถตีความหรือแสดงได้หลายรูปแบบ แต่ละแบบมี

ความแตกต่างกันในการนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน ซึ่งไม่เหมือนจำนวนนับ โดยส่วนใหญ่ใช้สำหรับการนับจำนวนชิ้นสิ่งของ

$\frac{3}{5}$ สามารถแสดงได้หลายรูปแบบ ดังนี้

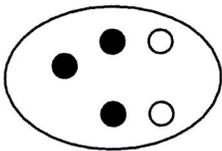
(ก) พื้นที่ส่วนหนึ่งที่กำหนดให้ทั้งหมด



แบ่งพื้นที่ทั้งหมดออกเป็น 5 ส่วนเท่าๆกันต้องการ 3 ส่วน

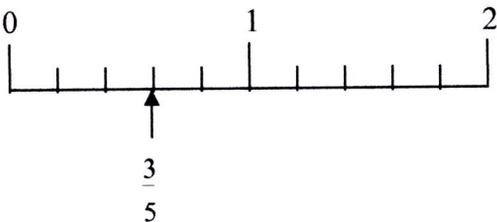


(ข) การเปรียบเทียบระหว่างเศษส่วนของสิ่งของหนึ่งกลุ่มจากสิ่งของทั้งหมดในกลุ่มนั้น

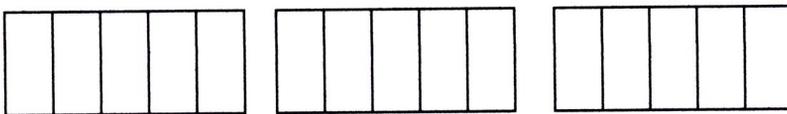


$\frac{3}{5}$ ของจุดทั้งหมดเป็นสีดำ

(ค) จุด ๆ หนึ่งบนเส้นจำนวนอยู่ในตำแหน่งระหว่างจำนวนสองจำนวน

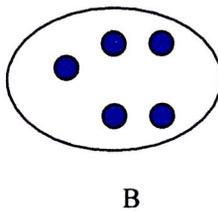
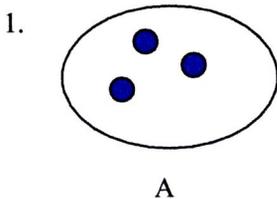


(ง) ผลลัพธ์ที่ได้จากการหารกรณีที่ $3 \div 5$

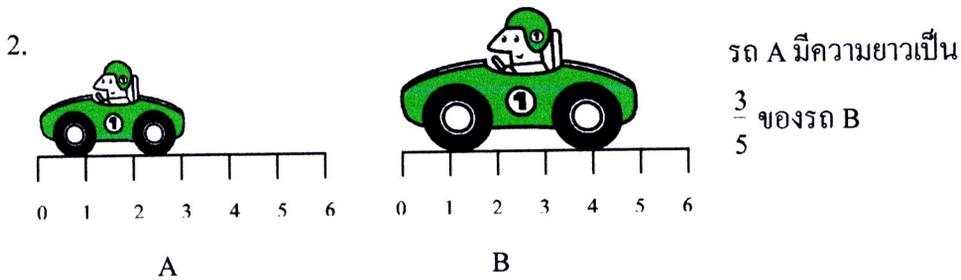


สิ่งของ 3 ชิ้น แบ่งให้เด็ก 5 คน คนละเท่าๆกัน

(จ) วิธีหนึ่งในการเปรียบเทียบขนาดของกลุ่มสิ่งของสองกลุ่มหรือค่าที่วัดได้สองค่า



จำนวนจุดในเซต A คิดเป็น $\frac{3}{5}$ ของจำนวนจุดในเซต B



ภาพที่ 2.3 จำนวน $\frac{3}{5}$

ในการจัดการเรียนการสอนจึงต้องเน้นเรื่องการนำไปใช้ให้มาก โดยเฉพาะอย่างยิ่งในระดับชั้นต้นๆ เด็กหลายคนอาจจะสามารถเข้าใจเศษส่วนในบริบทของการนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้เป็นอย่างดี แต่ขณะเดียวกันพบว่า เป็นเรื่องยากสำหรับการอธิบายกระบวนการหาคำตอบเช่น การแบ่งแท่งไม้ยาว 3 เมตร ออกเป็น 5 ส่วนเท่าๆ กัน จะต้องตัดท่อนไม้ ออกเป็นท่อนขนาดยาว 60 เซนติเมตร โดยขาดความเข้าใจเกี่ยวกับผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณหาคำตอบของจำนวน $3 \div 5 = 0.6$

2. เศษส่วนในแง่ส่วนหนึ่งของทั้งหมด

เพียเจต์ (Piaget, 1960) ได้ทำการทดลองที่เกี่ยวข้องกับเศษส่วนในแง่ของพื้นที่ส่วนหนึ่ง แจกกระดาษให้กับเด็กทุกคนแล้วให้ตัดกระดาษเป็นรูปร่างในส่วนต่าง ๆ พบว่าโดยเฉลี่ยแล้วเด็กๆ สามารถปฏิบัติตามคำสั่งได้ตามลำดับช่วงอายุดังต่อไปนี้

ช่วงอายุ 4 - $4\frac{1}{2}$ ปี ทำได้โดยแบ่งของชิ้นเล็ก ๆ หรือรูปเรขาคณิตด้านเท่าออกเป็นสองส่วน

ช่วงอายุ 6 - 7 ปี ทำได้โดยการแบ่งเป็นสามส่วนที่เท่ากัน

ช่วงอายุ 7-9 ปี ทำได้โดยการแบ่งออกเป็น 6 ส่วนเท่า ๆ กัน อาศัยการลองผิดลองถูก

ช่วงอายุ 10 ปี ทำได้โดยการแบ่งออกเป็น 6 ส่วนเท่า ๆ กัน มีการวางแผนอย่างมีลำดับขั้นตอน เช่น มีการแบ่งครึ่ง หลังจากนั้นแบ่งชิ้นส่วนที่ได้จากการแบ่งครึ่งออกเป็นสามส่วนเท่าๆ กัน นอกจากนี้พบว่า เด็กบางคนมีพัฒนาการที่ก้าวหน้าไปกว่านี้ 2 ปี ส่วนปัญหาหนึ่งที่พบในการทดลองนี้คือ การหาวิธีแบ่งรูปออกเป็นส่วนๆ ที่เท่าๆ กัน ตามจำนวนที่กำหนดให้ เช่นการแบ่งรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าออกเป็นสามส่วนที่เท่าๆ กันนั้น ง่ายกว่าการแบ่งวงกลมออกเป็นสามส่วนที่เท่าๆ กัน ดังนั้นเด็กอาจจะทราบว่าหนึ่งในสามส่วนก่อนที่จะสามารถแบ่งของออกเป็นสามส่วนที่เท่าๆ กัน นอกจากนี้เพียเจต์ ได้วิเคราะห์เกี่ยวกับเศษส่วนในแง่ของความเข้าใจตามทีปฏิบัติกิจกรรมดังกล่าวไว้ 7 ข้อ ดังนี้

1. พื้นที่ทั้งหมดนั้นถูกมองได้ว่าเป็นส่วนที่แบ่งได้ ซึ่งเด็กอายุ 2 ขวบ จะไม่ยอมตัดแบ่งของที่กำหนดให้ออกเป็นส่วนๆ

2. พื้นที่ทั้งหมด สามารถแบ่งออกเป็นกี่ส่วนที่ต้องการก็ได้

3. ชิ้นส่วนต่างๆ เมื่อนำมารวมกันแล้วต้องได้เท่ากับทั้งหมด

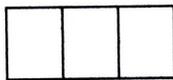
4. จำนวนของแต่ละส่วนที่เท่าๆกัน ไม่จำเป็นต้องเท่ากับจำนวนครั้งของการตัด

5. แต่ละส่วนจะต้องมีขนาดเท่ากัน

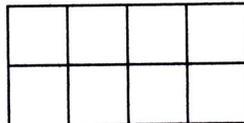
6. แต่ละส่วนนำมาวมกันสามารถบอกได้ว่าเป็นพื้นที่ทั้งหมด (หนึ่งในหกของทั้งหมด) สามารถได้จากการแบ่งชิ้นส่วนที่ได้จากการแบ่งครึ่งแต่ละชิ้น ออกเป็นสามส่วนเท่าๆกัน

7. พื้นที่ทั้งหมดนั้นคงที่เสมอ แม้ว่าจะถูกแบ่งออกเป็นชิ้นส่วนหลายๆ ชิ้น

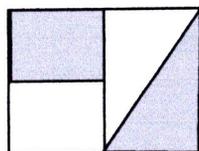
นอกจากนี้ผลการศึกษาค้นคว้าวิจัยที่แสดงให้เห็นว่า เศษส่วนในแง่ของส่วนหนึ่งของทั้งหมดเป็นเรื่องที่ง่ายต่อการทำความเข้าใจจากการศึกษากลุ่มตัวอย่างเด็กอายุ 12-13 ปี ฮาร์ท (Hart.1980) พบว่า 93 % สามารถระบายสีเพื่อแสดงเศษสองส่วนสาม ดังรูป



กิจกรรมที่ยากขึ้นมาอีกคือ การให้นักเรียนแสดงการคิดคำนวณในทิศทางตรงกันข้ามและบันทึกส่วนที่ถูกแรเงาออกมาเป็นรูปของเศษส่วนดังรูป



สำหรับกิจกรรมนี้กลุ่มตัวอย่างที่สามารถตอบคำถามได้อย่างถูกต้องลดลงเหลือ 79% ซึ่งนับว่าเป็นตัวเลขที่สูง และมีเด็กจำนวนน้อยมากที่บ้านทักเศษส่วน $\frac{3}{5}$ แทนที่จะเป็น $\frac{3}{8}$ ซึ่งเป็นการแสดงความสัมพันธ์ของส่วนที่แรเงากับส่วนที่ไม่ได้แรเงาแทนที่จะเป็นส่วนทั้งหมดและพบข้อสังเกตว่าพื้นที่แต่ละส่วนนอกจากมีขนาดเท่ากันแล้วยังมีรูปร่างเหมือนกันอีกด้วย เด็กอาจจะไม่ยอมรับว่า ส่วนที่แรเงาทั้งสองส่วนในรูปนี้ต่างแสดงถึงหนึ่งในสี่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ดังรูปต่อไป



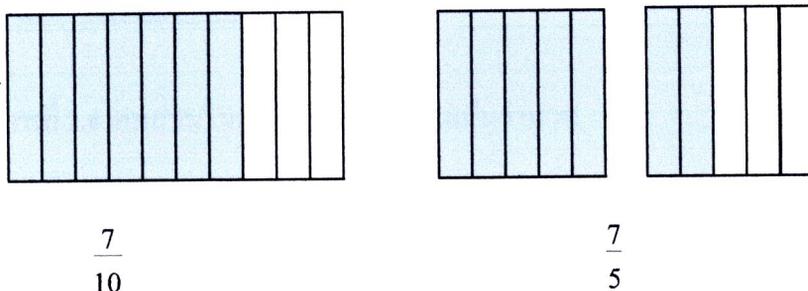
ภาพที่ 2.4 จำนวนสองในสี่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

พัวนี (Paune.1976) รายงานผลการศึกษาค้นคว้าวิจัยเกี่ยวกับการสอนเรื่องเศษส่วนเพื่อแสดงให้เห็นว่าแนวคิดพื้นฐานของเศษส่วนในแง่ของส่วนหนึ่งของทั้งหมด สามารถนำมาสอนเด็กอายุ 8 ปีขึ้นไป โปรแกรมการสอนนั้นเกี่ยวข้องกับการพับและการตัดกระดาษและหลอดดูดน้ำ ก่อนจะนำไปสู่การใช้แผนภาพแสดงการแบ่งออกเป็นส่วนๆ การใช้สัญลักษณ์จะนำมาใช้หลังจากที่ผ่านการถาม-ตอบปากเปล่ามามากเพียงพอแล้ว ในการศึกษาค้นคว้าวิจัยพบว่าเศษส่วนในแง่ของพื้นที่นั้นง่ายกว่าในแง่ของเซตและเส้นจำนวน การศึกษาค้นคว้าวิจัยใช้กลุ่มตัวอย่างซึ่งเป็นเด็กอายุระหว่าง 8 – 12 ปี ได้พบข้อสังเกตบางประการดังนี้

1. การตระหนักถึงความจำเป็นของการแบ่งพื้นที่ออกเป็นส่วนที่เท่าๆกัน
2. การเขียนแสดงจำนวนที่กำหนดให้จากแผนภาพ ในรูปของตัวหนังสือ เช่น เศษสาม

ส่วนสี่ และการใช้สัญลักษณ์ เช่น $\frac{3}{4}$

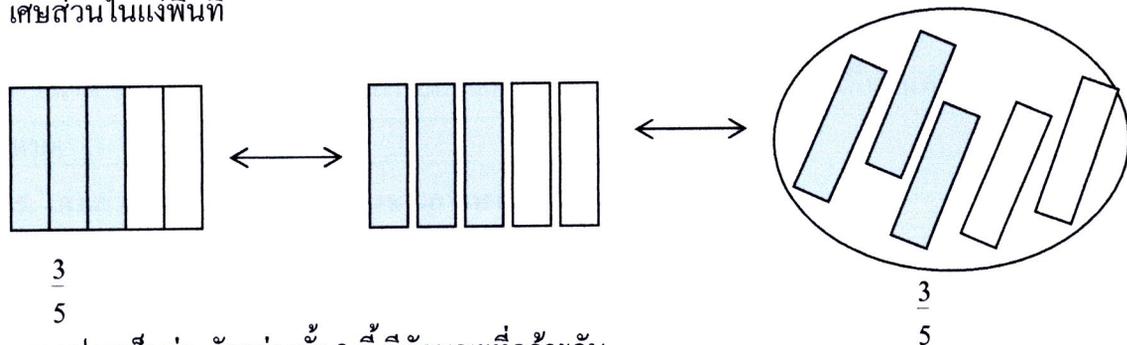
3. ความเข้าใจเกี่ยวกับเศษส่วนที่มีค่ามากกว่าหนึ่งหน่วย
 4. การจำแนกหนึ่งหน่วยจากแผนภาพแสดงจำนวนที่มากกว่าหนึ่งหน่วย
- จากข้อ(3) และ (4) สามารถแสดงด้วยแผนภาพดังนี้



และเมื่อถามว่าแผนภาพข้างต้นนี้แสดงเศษส่วนใด นักเรียนหลายคนเขียนตอบว่า $\frac{7}{10}$ มากกว่า $\frac{7}{5}$

3. เศษส่วนในแง่สับเซตของเซตของสิ่งของ

ตัวอย่างการแสดงเศษส่วนในแง่พื้นที่และเศษส่วนในแง่ของเซต
เศษส่วนในแง่พื้นที่



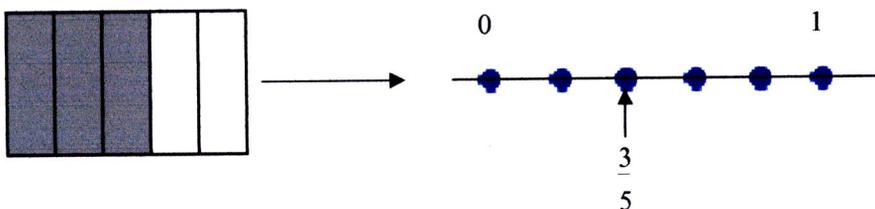
จากรูปจะเห็นว่า ตัวอย่างทั้ง 2 นี้ มีลักษณะที่คล้ายกัน
ภาพที่ 2.5 เศษส่วนในแง่สับเซตของเซตของสิ่งของ

นอวิลลิส (Novillis.1976) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับลำดับขั้นตอนการพัฒนาแนวคิดต่างๆ เกี่ยวกับเรื่องเศษส่วนนี้ในกลุ่มตัวอย่างซึ่งเป็นเด็กอายุ 10 – 12 ปี พบว่าเศษส่วนในแง่ของพื้นที่และในแง่เซตมีความยากในระดับเดียวกัน และไม่มีเครื่องบ่งชี้ที่ชัดเจนว่า เรื่องใดมาก่อนเรื่องใด

การค้นพบดังกล่าวขัดแย้งกับผลการศึกษาค้นคว้าวิจัยของกลุ่มมิซิแกน กล่าวว่าการทำความเข้าใจแนวคิดเรื่องเศษส่วนในแง่ของเซต ไม่เพียงแต่พบว่ายากกว่าในแง่ของพื้นที่หรือเส้นจำนวนเท่านั้น แต่ยังสามารถตัดสินใจตัดเรื่องเศษส่วนของเซตออกไปจากโปรแกรมการสอนเบื้องต้น เนื่องจากทำให้เด็กเกิดความสับสนในการทำความเข้าใจแบบจำลองอื่นๆ ของเศษส่วน

สาเหตุทำให้ผลที่ได้จากการศึกษาวิจัยขัดแย้งกันนั้น ยังไม่กระจ่างชัด แม้ว่ากลุ่มมิซิแกนจะใช้กลุ่มตัวอย่าง ซึ่งอายุน้อยกว่า อาจจะพบว่าการทำความเข้าใจแนวคิดเรื่องเศษส่วนในแง่ของพื้นที่และในแง่ของเซตในเวลาเดียวกันนั้นเป็นเรื่องยาก

4. เศษส่วนในแง่ของจุดๆหนึ่งบนเส้นจำนวน

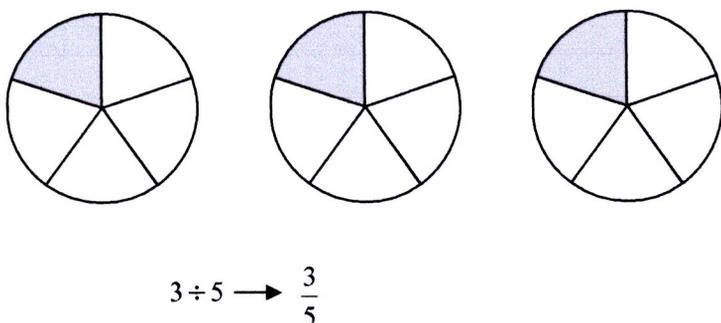


ภาพที่ 2.6 เศษส่วนในแง่ของจุดๆหนึ่งบนเส้นจำนวน

อย่างไรก็ดี พัวนี (Paune.1976) รายงานว่าแบบจำลองเศษส่วนบนเส้นจำนวนนั้นทำให้เกิดปัญหาในการทดลองที่เกี่ยวกับการสอนที่ทำการทดลองกับเด็กอายุ 8-12 ปี นอวิลลิส (Novillis.1976) ได้ศึกษาค้นคว้าลำดับขั้นตอนของการพัฒนาการของแนวคิดเรื่องเศษส่วนในเด็กอายุ 10-12 ปี ยืนยันว่าแบบจำลองเส้นจำนวนนั้นยากกว่าแบบจำลองพื้นที่ส่วนหนึ่งของพื้นที่ทั้งหมด เหตุผลหนึ่งอาจเป็นเพราะว่ารูปดังกล่าว เศษส่วนนั้นแสดงในรูปของจุด โดยจุดที่แทน $\frac{3}{5}$ บนเส้นจำนวนคล้ายกับ 0 และ 1 เนื่องจากจุดที่แทน 0 และ 1 บนเส้นจำนวนถูกแสดงด้วยจุดเช่นเดียวกัน แต่ระยะระหว่างแต่ละจุดคือ ขนาด ดังนั้นจึงไม่เหมือนกับการแสดงเศษส่วน โดยใช้แบบจำลองพื้นที่ส่วนหนึ่งของพื้นที่ทั้งหมด

5. เศษส่วนในแง่ของผลที่เกิดขึ้นจากการหาร

ความหมายของเศษส่วนในแง่นี้เป็นการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างเศษส่วนกับการหาร จำนวนนับด้วยจำนวนนับ เช่น $\frac{3}{5}$ คือผลที่ได้จาก $3 \div 5$ หรือ 3 หน่วยระหว่างคน 5 คน แสดงด้วยรูปได้ดังนี้



ภาพที่ 2.7 เศษส่วนในแง่ของผลที่เกิดขึ้นจากการหาร

ฮาร์ท(Hart, 1980 -1981) ได้รายงานว่าการวิจัยเศษส่วนในแง่ของผลที่เกิดขึ้นจากการหารกับกลุ่มตัวอย่างเป็นเด็กอายุ 12-13 ปี แบ่งช็อกโกแลตสามแท่งให้นักเรียน 5 คน คนละเท่าๆกัน เด็กแต่ละคนควรได้รับแจกช็อกโกแลตคนละเท่าใด โดยเขียนโจทย์เป็น $3 \div 5$ ในแต่ละกรณีพบว่า 33% ของเด็กอายุ 12-13 ปี ให้คำตอบที่ถูกต้องคือ $\frac{3}{5}$ ซึ่งแสดงให้เห็นว่าเพียงหนึ่งในสามของเด็ก ม.1- ม.2 มีความเข้าใจที่ว่าจำนวนเต็มสามารถหาร โดยจำนวนเต็ม แล้วให้ผลลัพธ์แสดงออกมาในรูปของเศษส่วน

จากการวิจัยพบว่าเศษส่วนเป็นสิ่งที่ยากต่อความเข้าใจของเด็ก ดังนั้นครูผู้สอนต้องจัดกิจกรรมที่หลากหลายรูปแบบเพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้อย่างเข้าใจสำหรับเป็นพื้นฐานต่อการเรียนระดับอื่นต่อไป