

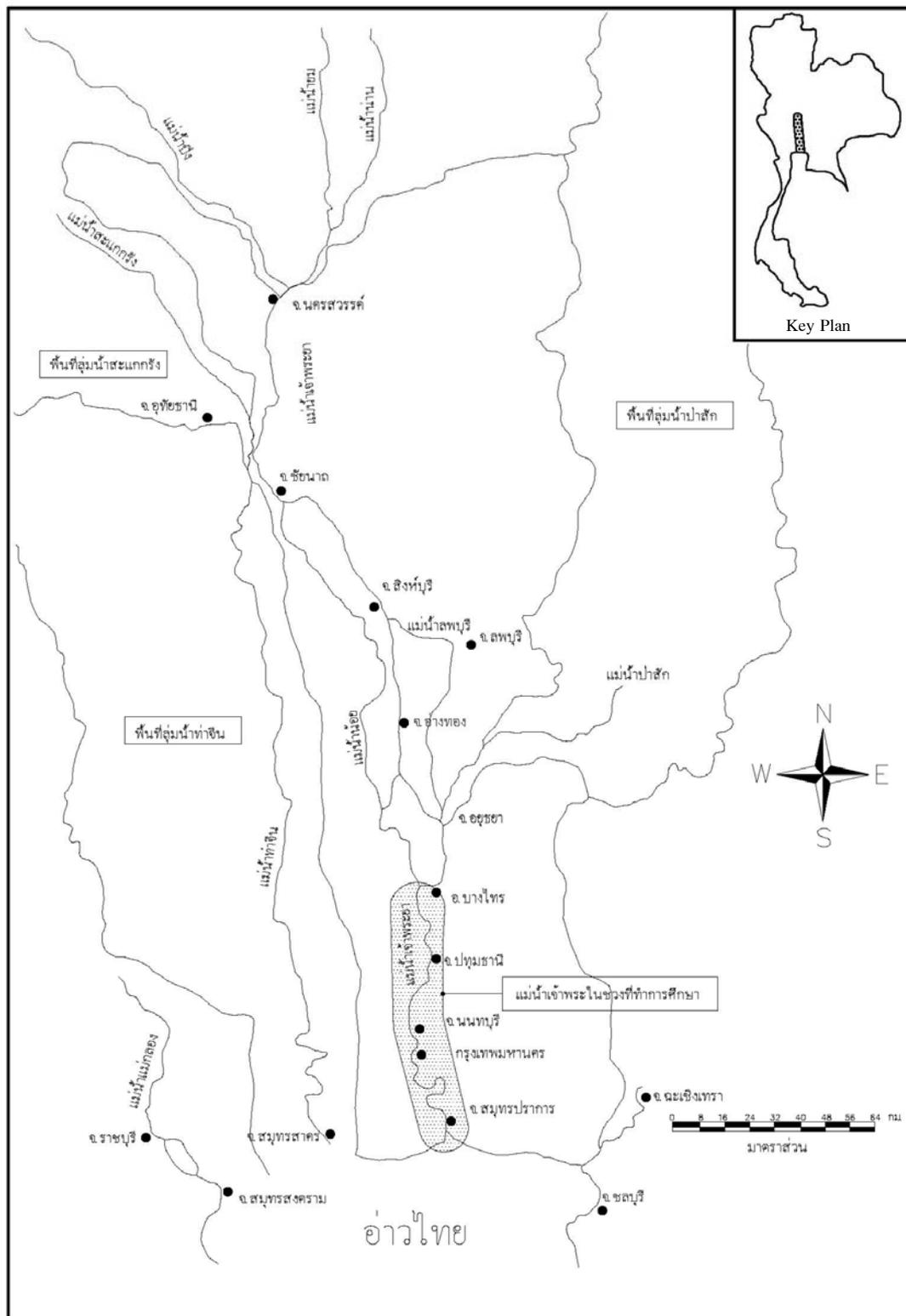
การตรวจเอกสาร

1. ลักษณะทั่วไปของพื้นที่ศึกษา

1.1 สภาพภูมิประเทศ

แม่น้ำเจ้าพระยาเป็นแม่น้ำสายหลักที่มีความสำคัญอีกสายหนึ่งในประเทศไทย มีพื้นที่รับน้ำประมาณ 178,000 ตารางกิโลเมตร เกิดจากการไหลรวมกันของแม่น้ำ 4 สาย ด้วยกันคือ แม่น้ำปิง แม่น้ำวัง แม่น้ำยม แม่น้ำน่าน ซึ่งมีต้นกำเนิดมาจากเทือกเขาทางภาคเหนือ โดยไหลมาบรรจบกันที่บริเวณอำเภอเมือง จังหวัดนครสวรรค์ โดยมีแนวลำน้ำไหลผ่านจังหวัดชัยนาทแล้วแยกออกเป็น 2 ส่วน คือ ส่วนหนึ่งจะไหลผ่านเขื่อนเจ้าพระยา ที่จังหวัดชัยนาท ไหลผ่านจังหวัดสิงห์บุรี ลพบุรี รวมกับแม่น้ำป่าสักที่บริเวณป้อมเพชร จังหวัดอยุธยา แล้วไหลผ่านจังหวัดนนทบุรี กรุงเทพฯ และออกอ่าวไทยที่จังหวัดสมุทรปราการ ส่วนที่สองแยกออกจากแม่น้ำเจ้าพระยา บริเวณอำเภอสรรพยา จังหวัดชัยนาท เรียกว่าแม่น้ำน้อย แล้วไหลมาบรรจบกับแม่น้ำเจ้าพระยาอีกครั้ง ที่อำเภอเสนา จังหวัดพระนครศรีอยุธยา ดังภาพที่ 1 ลักษณะทางกายภาพในบริเวณแม่น้ำเจ้าพระยาสามารถแยกออกเป็นช่วง ๆ ได้ดังนี้ ช่วงแรก จากใต้อำเภอบางไทร จังหวัดอยุธยา ถึงสะพานกรุงเทพ ระยะทางประมาณ 78.2 กิโลเมตร (กิโลเมตรที่ 120 ถึง กิโลเมตรที่ 41.80) ลักษณะโดยทั่วไป แม่น้ำมีความกว้างเฉลี่ย 350 เมตร ลำน้ำค่อนข้างตรง ส่วนที่คดเคี้ยวมากคือบริเวณปากเกร็ด จังหวัดนนทบุรี ระดับน้ำกลางร่องน้ำตื้นสุด 4.6 เมตร และลึกที่สุด 17.0 เมตร การใช้ที่ดิน ในเขตจังหวัดอยุธยาปลูกพืชเพื่อการกสิกรรม ใต้ลงมาส่วนใหญ่เป็นชุมชนเมือง มีแหล่งท่องเที่ยว โรงงานอุตสาหกรรม โรงสีข้าว โกดังเก็บของเป็นจำนวนมาก ช่วงที่สอง ใต้สะพานกรุงเทพฯ ลงไปถึงปากแม่น้ำเจ้าพระยาที่จังหวัดสมุทรปราการ ระยะทางประมาณ 41.80 กิโลเมตร (จากกิโลเมตรที่ 41.8 ถึงกิโลเมตรที่ 0) ลักษณะโดยทั่วไป แม่น้ำมีความกว้างเฉลี่ย 500 เมตรที่เขตพระโขนง และที่ปากแม่น้ำเจ้าพระยากว้าง 1,600 เมตร ลำน้ำคดเคี้ยวมีลักษณะเป็นกระเพาะหมู ระดับน้ำกลางร่องน้ำตื้นตื้นที่สุด 6.9 เมตร และลึกที่สุด 22.8 เมตร การใช้ที่ดินส่วนใหญ่เป็นชุมชนเมือง มีโรงงานอุตสาหกรรมที่อำเภอพระประแดง จังหวัดสมุทรปราการ

บริเวณตอนล่างของแม่น้ำจะได้รับอิทธิพลจากการขึ้นลงของระดับน้ำที่อ่าวไทย ประกอบกับปริมาณน้ำที่ปล่อยออกมาจากเขื่อนเจ้าพระยา เขื่อนพระราม 6 ในแม่น้ำป่าสัก และประตูระบายน้ำผักไห่มีปริมาณน้อยในช่วงฤดูแล้ง บริเวณปากแม่น้ำเจ้าพระยาซึ่งไม่มีเขื่อนปิดกั้น จะเกิดการแพร่ของน้ำเค็มเข้ามาในแม่น้ำเจ้าพระยาเป็นระยะทางไกลเนื่องจากอิทธิพลการขึ้นลงของระดับน้ำที่อ่าวไทย และลักษณะท้องน้ำบริเวณปากแม่น้ำเจ้าพระยาค่อนข้างเรียบ



ภาพที่ 1 พื้นที่ลุ่มน้ำเจ้าพระยาและบริเวณพื้นที่ทำการศึกษา

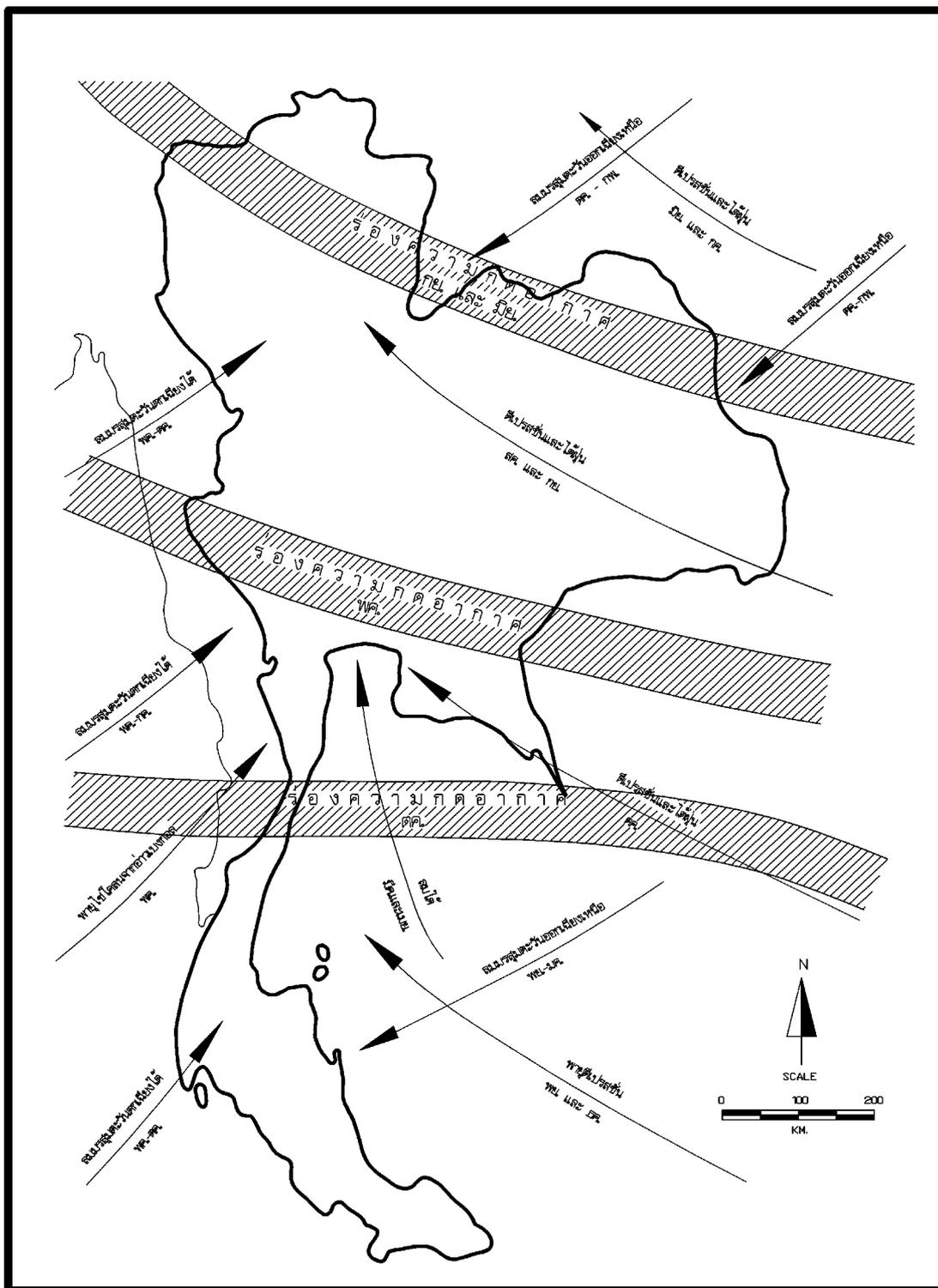
1.2 สภาพภูมิอากาศ

สภาพภูมิอากาศตลอดแนวแม่น้ำเจ้าพระยาบริเวณที่ทำการศึกษารายใหญ่จะได้รับอิทธิพลจาก ลมมรสุม พายุดีเปรสชันและไต้ฝุ่น ดังภาพที่ 2 โดยปีหนึ่งจะมี 3 ฤดู

ฤดูฝนจะเริ่มต้นประมาณกลางเดือนพฤษภาคม โดยลมมรสุมตะวันตกเฉียงใต้ได้พัดพาเอาไอน้ำและความชื้นจากทะเลอันดามันในมหาสมุทรอินเดีย ผ่านอ่าวไทยเข้ามาซึ่งฝนจะเริ่มตกเล็กน้อยในช่วงเริ่มต้น ช่วงปลายเดือนพฤษภาคมถึงต้นเดือนมิถุนายนจะตกมากขึ้น และตกชุกในเดือนสิงหาคมถึงเดือนกันยายน โดยได้รับอิทธิพลมาจากพายุดีเปรสชัน ฤดูฝนจะสิ้นสุดลงอย่างชัดเจนในราวกลางเดือนตุลาคม รวมระยะเวลาของฤดูฝนประมาณ 5 เดือน ในพื้นที่ลุ่มน้ำเจ้าพระยา จะมีปริมาณฝนเฉลี่ยทั้งปีประมาณ 1,200 มิลลิเมตร ในปีที่แล้งเคยมีปริมาณฝนตกเพียง 800 มิลลิเมตรเท่านั้น

ฤดูหนาว จะเริ่มประมาณเดือนพฤศจิกายนจนถึงเดือนกุมภาพันธ์ โดยในช่วงกลางเดือนตุลาคมจนถึงต้นเดือนพฤศจิกายน จะเป็นช่วงที่เปลี่ยนฤดูจากฤดูฝนเป็นฤดูหนาว ในระยะนี้จะมีฝนตกบ้างเป็นครั้งคราว ในช่วงเดือนธันวาคมและมกราคมจะเป็นช่วงที่หนาวที่สุด และอากาศจะหนาวเป็นช่วงสั้น ๆ ขึ้นอยู่กับความกดอากาศสูงในประเทศจีนจะมากหรือน้อย ฤดูหนาวจะสิ้นสุดลงเมื่อความกดอากาศสูงจากประเทศจีนและไซบีเรียอ่อนกำลังลง เมื่อเข้าเดือนกุมภาพันธ์ รวมระยะเวลาในช่วงฤดูหนาวประมาณ 3 เดือน

ฤดูร้อน จะเริ่มประมาณกลางเดือนกุมภาพันธ์จนถึงกลางเดือนพฤษภาคม ระยะเวลาดังกล่าวประมาณ 3 เดือน ช่วงเดือนเมษายนจะเป็นช่วงที่ร้อนที่สุด เนื่องจากโลกและดวงอาทิตย์อยู่ตำแหน่งที่ใกล้เคียงกัน ประกอบกับดวงอาทิตย์อยู่ในแนวเส้นละติจูดตรงกับประเทศไทย และกระแสลมจากทะเลจีนใต้พัดพาความแห้งแล้งเข้าสู่ประเทศไทยทางทิศใต้และทิศตะวันออกเฉียงใต้ จึงทำให้อากาศร้อนอบอ้าวมาก



ภาพที่ 2 ทิศทางของลมมรสุม พายุไต้ฝุ่น และตำแหน่งความกดอากาศ

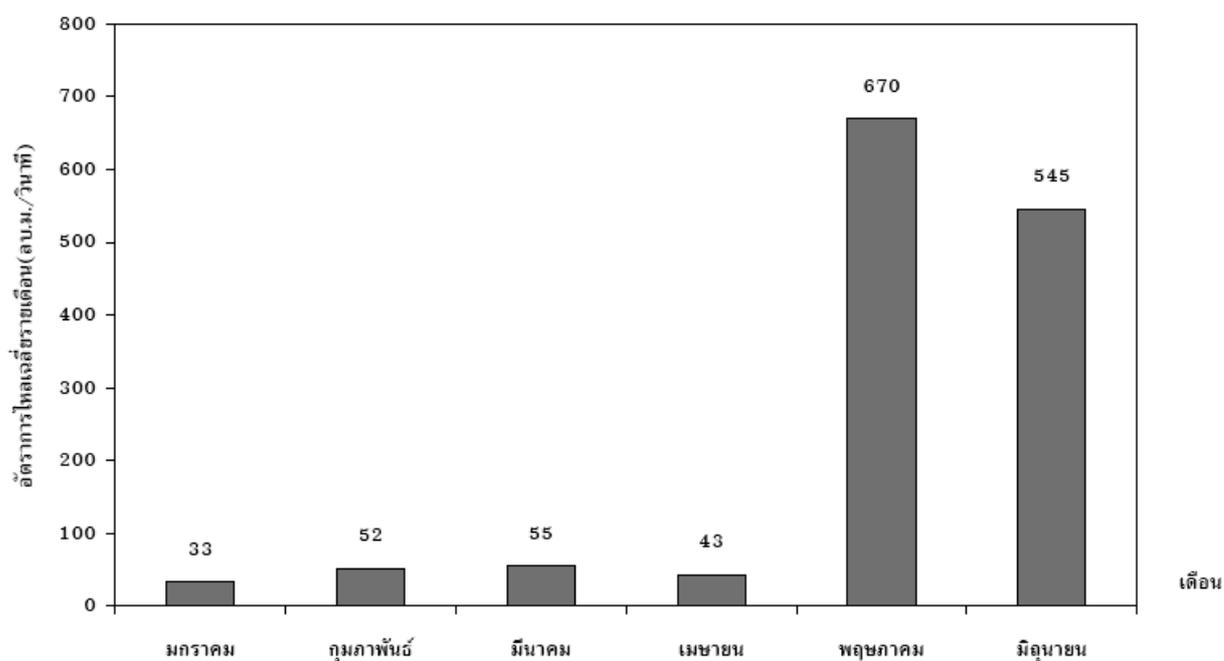
ที่มา: NEDECO and SEATEC (2541)

1.3 สภาพทางอุทกศาสตร์

สภาพอุทกศาสตร์ของแม่น้ำเจ้าพระยาที่มีอิทธิพลต่อการแพร่ของน้ำเค็มเข้าแม่น้ำ ประกอบด้วยการขึ้นลงของระดับน้ำบริเวณปากแม่น้ำ และอัตราการไหลที่ระบายลงมาทางด้านเหนือน้ำ มีรายละเอียดดังภาพที่ 3

น้ำขึ้นลงในอ่าวไทย เกิดจากอิทธิพลของดวงจันทร์และดวงอาทิตย์เป็นหลักเป็นปรากฏการณ์ที่มีอิทธิพลอย่างต่อเนื่อง ต่อการขึ้นลงของระดับน้ำในแม่น้ำเจ้าพระยาตอนล่างและลึกขึ้นไปทางเหนือน้ำ อิทธิพลของน้ำขึ้นลงก็จะน้อยลงเนื่องจากอิทธิพลของน้ำเหนือมากขึ้นในช่วงที่มีปริมาณน้ำด้านเหนือน้ำน้อย

ปริมาณน้ำด้านเหนือน้ำ เนื่องจากแม่น้ำเจ้าพระยาเป็นแม่น้ำที่มีเขื่อนอยู่ทางด้านเหนือน้ำ ดังนั้นปริมาณน้ำส่วนใหญ่ที่ไหลผ่านลุ่มน้ำเจ้าพระยาตอนล่าง จึงเป็นปริมาณน้ำที่ระบายจากเขื่อนเจ้าพระยา จังหวัดชัยนาท กั้นแม่น้ำเจ้าพระยาเป็นหลัก นอกจากนั้นจะเป็นเขื่อนพระราม 6 จากแม่น้ำป่าสัก และประตูระบายน้ำผักไห่แม่น้ำน้อย



ภาพที่ 3 อัตราการไหลเฉลี่ยรายเดือนที่ระบายจากเขื่อนเจ้าพระยาประจำปี พ.ศ. 2542 ช่วงฤดูแล้ง

ที่มา: กรมชลประทาน

2. ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

2.1 ความเค็ม (Salinity)

ความเค็มของน้ำ คือ ปริมาณของแข็งทั้งหมดในน้ำ หลังจากคาร์บอนเนตถูกเปลี่ยนเป็นออกไซด์ โบรไมด์และไอโอดด์ ถูกแทนที่ด้วยคลอไรด์และสารอินทรีย์ทั้งหมดถูกออกซิไดซ์จนหมดสิ้น เหลือเกลือแร่ต่าง ๆ โดยเฉพาะโซเดียมคลอไรด์ (NaCl) ที่ละลายอยู่ในน้ำ หน่วยวัดที่ใช้กรัมต่อกิโลกรัมของน้ำหรือส่วนในพันส่วน (ppt.) ความเค็มจะแปรผันตามอุณหภูมิและความดัน ถ้าความดันสูงปริมาณความเค็มก็จะสูงตามไปด้วย การวัดความเค็มของน้ำจะใช้วิธีคำนวณจากพารามิเตอร์ทางกายภาพหรือเคมี ที่มีความสัมพันธ์โดยตรงกับปริมาณเกลือแร่ในน้ำ ได้แก่ คลอไรด์ สภาพนำไฟฟ้า (Conductivity) ความหนาแน่น ดรรชนีการหักเหของแสง (Refractory index) และความเร็วของเสียง เป็นต้น ความแม่นยำของการวัดค่าความเค็มขึ้นอยู่กับการวัดค่าทางกายภาพ ดังแสดงในตารางที่ 1

ตารางที่ 1 ความแม่นยำของการวัดค่าความเค็มจากคุณสมบัติทางกายภาพของน้ำ

พารามิเตอร์ทางกายภาพ	ความแม่นยำในการวัด	ความแม่นยำของค่าความเค็ม
สภาพนำไฟฟ้า	± 0.002	± 0.002
ความหนาแน่น	$\pm 3 \times 10^{-6}$ กรัม/มิลลิกรัม	± 0.004
ความเร็วของเสียง	± 0.02 เมตร/วินาที	± 0.01

ที่มา: มั่นสิน (2540)

ความเค็มของน้ำถือว่ามีผลต่อการดำรงชีวิตของสัตว์น้ำมาก โดยความเค็มของน้ำจะมีผลต่อการควบคุมปริมาณน้ำในร่างกาย เป็นผลมาจากความแตกต่างของความดันออสโมติกในร่างกายสัตว์น้ำกับภายนอกร่างกาย นอกจากนี้แล้วความเค็มของน้ำยังมีผลกระทบต่อพืช หากนำไปเพื่อการเพาะปลูก ความเค็มจะทำให้เกิดผลกระทบต่อรากพืชไม่สามารถดูดน้ำไปเลี้ยงลำต้นได้ ใบพืชจะแห้งไหม้ และตายในที่สุด ทางด้านการประมงได้แบ่งประเภทน้ำตามระดับความเค็มไว้ดังนี้ ความเค็มระหว่าง 0 – 0.5 ppt. จัดว่าเป็นน้ำจืด (Fresh water) ความเค็มระหว่าง 0.5 – 30 ppt. จัดว่าเป็นน้ำกร่อย (Brackish water) และความเค็มมากกว่า 30 ppt ขึ้นไปเป็นน้ำเค็ม (Sea water)

การตรวจวัดความเค็มในน้ำ มีวิธีการดังนี้

1. ในอดีตทำโดยการระเหยน้ำทะเลให้แห้ง แล้วชั่งน้ำหนักเกลือที่ตกผลึกเป็นวิธีที่ให้ค่าไม่ถูกต้องเพราะมีการระเหยของเกลือแร่บางชนิดเกิดขึ้น
2. การวัดความถ่วงจำเพาะ (Specific gravity) ปริมาณเกลือแร่ที่ละลายในน้ำมีความสัมพันธ์กับค่าความถ่วงจำเพาะของน้ำ ซึ่งอุณหภูมิของน้ำมีผลต่อความถ่วงจำเพาะด้วย เครื่องมือที่ใช้วัด คือ ไฮโดรมิเตอร์ (Hydrometer) ที่มีลักษณะเป็นหลอดแก้วทรงสูงและมีเทอร์โมมิเตอร์สำหรับวัดอุณหภูมิ
3. การวัดคลอไรด์ (Chlorinity) เป็นการวัดผลรวมของคลอไรด์ โบรไมด์และไอโอไดด์ เป็นการวัดโดยการไตเตรท วัดปริมาณการใช้ปรอทไนเตรท โดยมีสารละลายอินดิเคเตอร์เป็นตัวเทียบสี หรือใช้ซิลเวอร์ไนเตรท (AgNO_3) โดยมีโพแทสเซียม (K_2CrO_4) เป็นตัวเทียบสี วิธีการนี้ต้องใช้เวลาและอาศัยความชำนาญจึงจะทำการวิเคราะห์ได้ถูกต้อง
4. การวัดการหักเหของแสง (Refractory index) เครื่องมือที่ใช้วัดคือ salinometer จะใช้หลักการสะท้อนของแสง โดยการหยดน้ำตัวอย่างลงบนแผ่นปริซึมปิดแผ่นใส่ทับหยดน้ำแล้วอ่านสเกลที่เลนส์ใกล้ตา อ่านค่าที่ปรากฏตรงรอยที่อยู่ระหว่างส่วนที่มีแสงสว่างและส่วนมืดของสเกลการวัด
5. การวัดสภาพนำไฟฟ้า (Electrical conductance) เป็นการหาความเค็มจากการวัดค่าความนำไฟฟ้า อุณหภูมิ และความดัน โดย The Practical salinity Scale of 1978 เรียกความเค็มใหม่ว่า Practical salinity หมายถึงอัตราส่วนของค่าความนำไฟฟ้าของน้ำทะเลต่อค่าความเข้มข้นมาตรฐานของสารละลายโพแทสเซียมคลอไรด์ (KCl) เป็นวิธีที่นิยมใช้ เพราะค่าสภาพนำไฟฟ้ามีความไวสูง และวัดได้สะดวก มีความแม่นยำ เครื่องมือที่ใช้ ได้แก่ WTW multilane P4 ซึ่งสามารถวัดได้ทั้ง พีเอช ความเค็ม ค่าความนำไฟฟ้า ออกซิเจนละลายน้ำ และอุณหภูมิของน้ำ มีหน่วยของความเค็มเป็น psu (Practical salinity unit) ซึ่งค่าความเค็ม 35 psu จะเท่ากับ 35 ppt.
6. การวิเคราะห์ส่วนประกอบต่างๆ ทางเคมี เป็นวิธีที่น่าเชื่อถือมากที่สุดในการวัดปริมาณเกลือแร่ในน้ำธรรมชาติ แต่เป็นวิธีที่เสียเวลามาก

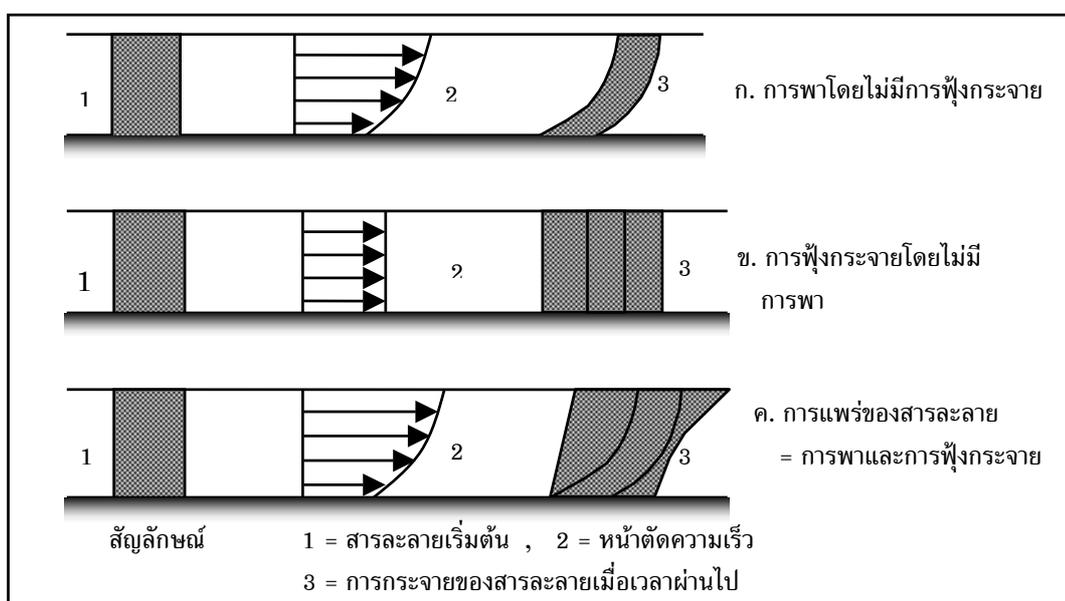
2.2 พฤติกรรมของการแพร่ของน้ำเค็มเข้าแม่น้ำ

ในการศึกษาพฤติกรรมของการแพร่กระจายความเค็มเข้าสู่แม่น้ำ ต้องพิจารณาลักษณะการแพร่กระจายน้ำเค็มในแม่น้ำ ลักษณะการผสมบริเวณปากแม่น้ำ และสมการการแพร่ของน้ำเค็มในแม่น้ำ

ลักษณะการแพร่ของน้ำเค็มในแม่น้ำ สารต่าง ๆ ที่ละลายหรือแขวนลอยอยู่ในน้ำบริเวณปากแม่น้ำ จะเกิดการแพร่ (Dispersion) ได้นั้น จะต้องประกอบด้วยขบวนการ 2 อย่าง ดังแสดงในภาพที่ 4 คือ

1) การพา (Convection) เป็นขบวนการที่สารละลายมีการไหลหรือการเคลื่อนย้ายจากที่หนึ่งไปอีกที่หนึ่ง อันเนื่องมาจากอิทธิพลของกระแสน้ำพาไป

2) การฟุ้งกระจาย (Diffusion) เป็นขบวนการเคลื่อนย้ายของโมเลกุลของสารละลายที่มีความเข้มข้นมากกว่าไปสู่สารละลายที่มีความเข้มข้นน้อยกว่า โดยขบวนการที่เกิดขึ้นไม่ต้องอาศัยขบวนการพา ฉะนั้นการแพร่ของน้ำเค็มในบริเวณปากแม่น้ำจึงเป็นขบวนการพา และการฟุ้งกระจายร่วมกัน



ภาพที่ 4 ลักษณะการแพร่ของน้ำเค็มในแม่น้ำ

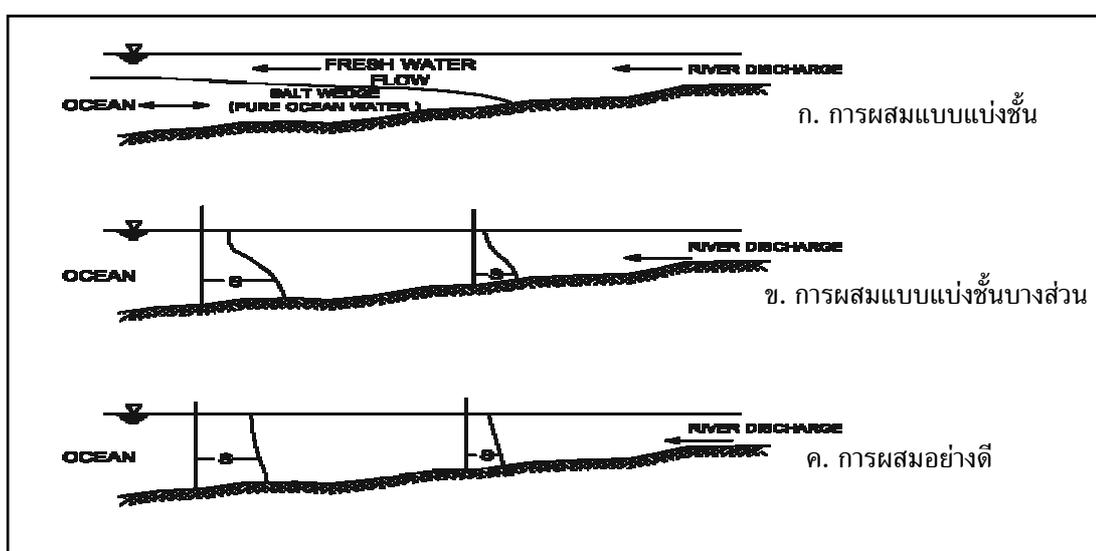
ที่มา: Cunge (1980)

ลักษณะการผสมบริเวณปากแม่น้ำ การผสมระหว่างน้ำจืดจากแม่น้ำ และน้ำเค็มจากทะเลบริเวณปากแม่น้ำ จะเกิดมากน้อยเพียงใด ขึ้นอยู่กับขนาดและทิศทางของอิทธิพลของระดับน้ำขึ้นน้ำลงที่ปากแม่น้ำ โดยสามารถแบ่งประเภทของปากแม่น้ำตามลักษณะผสมได้ 3 ประเภทดังในภาพที่ 5 มีรายละเอียดดังนี้

1. ปากแม่น้ำแบบแบ่งชั้น (Stratified estuary) จะเกิดขึ้นในกรณีที่มีอัตราการไหลมาก จะเกิดในช่วงฤดูฝน น้ำจืดและน้ำเค็มจะมีการแบ่งชั้นอย่างชัดเจน เนื่องจากความหนาแน่นของน้ำเค็มจะมีค่ามากกว่าความหนาแน่นของน้ำจืด ดังนั้นน้ำจืดจึงมีแนวการไหลอยู่บนลิ่มน้ำเค็ม (Salt wedge) และเกิดการฟุ้งกระจายของน้ำเค็มและน้ำจืดที่ผิวสัมผัสร่วมกัน ซึ่งจะเกิดการเคลื่อนที่ของโมเลกุลน้ำเค็มและโมเลกุลน้ำจืด เกิดการแลกเปลี่ยนกันบ้าง แต่ไม่ปั่นป่วนมากนัก

2. ปากแม่น้ำแบบผสมบางส่วน (Partially mixed estuary) เกิดจากอิทธิพลของกระแสน้ำขึ้นน้ำลงมีมากพอที่จะทำให้เกิดการปั่นป่วนของการผสมของน้ำจืดและน้ำเค็ม ทั้งแนวตั้งและแนวราบมากกว่าปากแม่น้ำแบบแบ่งชั้นชัดเจน ผิวสัมผัสรวมพอมืออยู่บ้างแต่ไม่ชัดเจน

3. ปากแม่น้ำแบบผสมอย่างดี (Well mixed estuary) เกิดจากการที่ปริมาณน้ำจืดจากแผ่นดินมีน้อยโดยเฉพาะช่วงฤดูแล้ง ความแตกต่างของปริมาณความเค็มมีน้อยมากในแนวตั้ง กระแสน้ำขึ้นลงมีส่วนที่ทำให้เกิดการผสมอย่างดีเกิดขึ้น



ภาพที่ 5 ลักษณะการผสมบริเวณปากแม่น้ำ

ที่มา: Hugo (1979)

ที่กล่าวมานี้จะเป็นลักษณะทางด้านกายภาพของการผสมบริเวณปากแม่น้ำ นอกจากนี้ Simon ยังได้อธิบายในเชิงคณิตศาสตร์ของประเภทปากแม่น้ำ ขึ้นกับอัตราส่วนของปริมาณน้ำจืดจากแผ่นดิน ไหลออกทะเลในคาบเวลาน้ำขึ้นน้ำลง (QT) กับปริมาตรน้ำขึ้นน้ำลง (Tidal Prism, P) ดังนี้

$$\begin{aligned} \text{ถ้า } \frac{QT}{P} &\geq 1 && \text{ปากแม่น้ำแบบแบ่งชั้น} \\ 0.2 < \frac{QT}{P} &\leq 0.5 && \text{ปากแม่น้ำแบบผสมบางส่วน} \\ \frac{QT}{P} &\leq 0.1 && \text{ปากแม่น้ำแบบผสม} \end{aligned}$$

เมื่อ Q = อัตราการไหลจากแผ่นดิน, ลบ.ม./วินาที
 T = คาบของน้ำขึ้นน้ำลง, ชั่วโมง
 P = ปริมาตรน้ำขึ้นน้ำลง (ปริมาตรของน้ำที่ไหลเข้าและไหลออกจากปากอ่าว ในช่วง 1 คาบ เวลา)

ในปี ค.ศ 1965 NEDECO ได้ศึกษาการแพร่ของน้ำเค็มในแม่น้ำเจ้าพระยา โดยใช้ข้อมูลสำรวจในช่วงปี 1961-1964 มาวิเคราะห์ทางสถิติพบว่า เมื่ออัตราการไหลน้อยกว่า 100 ลบ.ม./วินาที สภาพความเค็มจะเป็นแบบผสมอย่างดี ถ้าอัตราการไหลมากกว่า 1,000 ลบ.ม./วินาที สภาพความเค็มจะเป็นแบบแบ่งชั้น และจะมีสภาพความเค็มจะเป็นแบบผสมกันบางส่วน เมื่ออัตราการไหลประมาณ 250 ลบ.ม./วินาที นอกจากนี้ยังได้หาความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณความเค็ม อัตราการไหลจากแม่น้ำ และระยะทางจากปากแม่น้ำในสภาวะคงที่ (Steady state) โดยไม่ได้พิจารณาผลจากการขึ้นลงของระดับน้ำที่ปากแม่น้ำ ได้สมการ Empirical ของการแพร่ของน้ำเค็มในแม่น้ำเจ้าพระยา ดังสมการต่อไปนี้

$$\frac{S_x}{S_o} = e^{-18 \times 10^{-6} Q_f x^2 - 0.045 Q_f^{1/2}} \quad (1)$$

เมื่อ $10 \leq Q_f \leq 500$ ลบ.ม./วินาที. และ $x \leq 110$ กิโลเมตร
 โดยที่ S_x = ปริมาณความเค็มที่ระยะ x, ppt.
 S_o = ปริมาณความเค็มสูงสุดที่ปากแม่น้ำ เท่ากับ 33 ppt.
 Q_f = อัตราการไหลจากแม่น้ำ, ลบ.ม./วินาที
 X = ระยะทางจากปากแม่น้ำ, กิโลเมตร

2.3 สมการการแพร่ของน้ำเค็มในแม่น้ำ

ในปี ค.ศ 1965 Holley และ Harlemam ได้ใช้คุณสมบัติการอนุรักษ์ (Conservative property) หาสมการการแพร่ของน้ำเค็มในการไหลแบบป่วน 1 มิติ ในกรณีที่ปากแม่น้ำแบบผสมอย่างตื้นดังนี้

$$A \frac{\partial s}{\partial t} + Q \frac{\partial s}{\partial X} = \frac{\partial}{\partial X} \left[AD_x \frac{\partial s}{\partial X} \right] \quad (2)$$

โดยที่ A = พื้นที่หน้าตัดของแม่น้ำ
 Q = อัตราการไหล , ลบ.ม/วินาที
 D_x = สัมประสิทธิ์ของการแพร่ , ตร.ม/วินาที
 S = ปริมาณความเค็ม ,ppt.
 X = ระยะทาง , เมตร
 t = เวลา , วินาที

เมื่อเทอม $A \frac{\partial s}{\partial t}$ หมายถึง การเปลี่ยนแปลงปริมาณความเค็มในช่วงเวลา Δt

$Q \frac{\partial s}{\partial X}$ หมายถึง การเปลี่ยนแปลงปริมาณความเค็มในแกนระยะทาง เนื่องจากกระแสน้ำ

$\frac{\partial}{\partial X} \left[AD_x \frac{\partial s}{\partial X} \right]$ หมายถึง การเปลี่ยนแปลงปริมาณความเค็มในแกนระยะทาง เนื่องจากขบวนการแพร่

2.4 ค่าสัมประสิทธิ์การแพร่กระจายความเค็ม

ค่าสัมประสิทธิ์การแพร่กระจายความเค็มตามแนวยาวในแม่น้ำ ขึ้นอยู่กับความเร็วของกระแสน้ำ ความกว้างของลำน้ำ สัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน ในการศึกษาครั้งนี้ได้เสนอ สมการต่าง ๆ ดังแสดงข้างล่าง เพื่อหาค่าการแพร่กระจายความเค็มที่เหมาะสมกับของแม่น้ำเจ้าพระยา

$$\left. \begin{aligned}
 \text{Fischer et al (1979)} \quad \frac{D_L}{du} &= 0.011 \left(\frac{W}{d} \right)^2 \left(\frac{V}{u_*} \right)^2 \\
 \text{Liu (1977)} \quad \frac{D_L}{du} &= 2.0 \left(\frac{W}{d} \right)^2 \\
 \text{Iwasa and Aya(1991)} \quad \frac{D_L}{du} &= 0.18 \left(\frac{W}{d} \right)^2 \left(\frac{V}{u_*} \right)^{0.5} \\
 \text{Seo and Cheon(1998)} \quad \frac{D_L}{du} &= 0.64 \left(\frac{W}{d} \right)^{1.23} \left(\frac{V}{u_*} \right)^{1.25}
 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

โดยที่

D_L = ค่าสัมประสิทธิ์การแพร่ความเค็มตามแนวยาว, ตร.ม/วินาที

V = ความเร็วเฉลี่ยของลำน้ำ, เมตร/วินาที

W = ความกว้างของลำน้ำ, เมตร

$$u_* = \sqrt{\frac{f}{8}} V$$

f = สัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน

$$f = \frac{8g}{C^2}$$

$$\bar{d} = \frac{A}{W}$$

A = พื้นที่หน้าตัดของลำน้ำ, ตร.ม

2.5 ทฤษฎีน้ำขึ้นลง

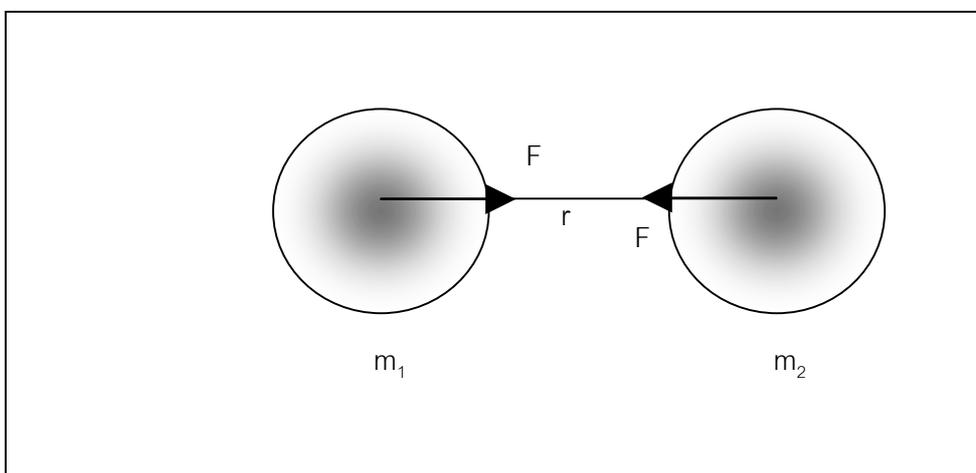
น้ำขึ้นลงมีลักษณะเป็นคลื่นยาวและประกอบด้วยคาบเวลาน้ำขึ้นลง ลักษณะดังกล่าวมีผลทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงการขึ้นลง ของระดับน้ำทะเล ยังส่งผลต่อไปยังบริเวณปากแม่น้ำอีกด้วย คลื่นน้ำขึ้นลง เกิดจากปัจจัยชั้นพื้นฐานคือ การหมุนของโลกรอบตัวเอง การโคจรของดวงจันทร์รอบโลก และการโคจรของโลกรอบดวงอาทิตย์ และยังมีอิทธิพลจากดวงดาวอื่น ๆ อีกแต่น้อยมากจึงไม่พิจารณา

2.4.1 แรงที่ทำให้เกิดน้ำขึ้นลง

พิจารณาทรงกลม m_1 และ m_2 อยู่ห่างกันด้วยระยะทาง r (จากศูนย์กลางมวลถึงศูนย์กลางมวล) จะทำให้เกิดแรงดึงดูด ดังภาพที่ 6 จะได้เป็นสมการที่ 4 ดังแสดง

$$F = \frac{Gm_1m_2}{r^2} \quad (4)$$

เมื่อค่า $G =$ ค่าคงที่ $= 6.673 \pm 0.003 \times 10^{-8} \text{ [cm}^3 \text{ gm}^{-1} \text{ sec}^{-1}\text{]}$



ภาพที่ 6 แรงกระทำระหว่างทรงกลม m_1 และ m_2

ที่มา: Roos (1997)

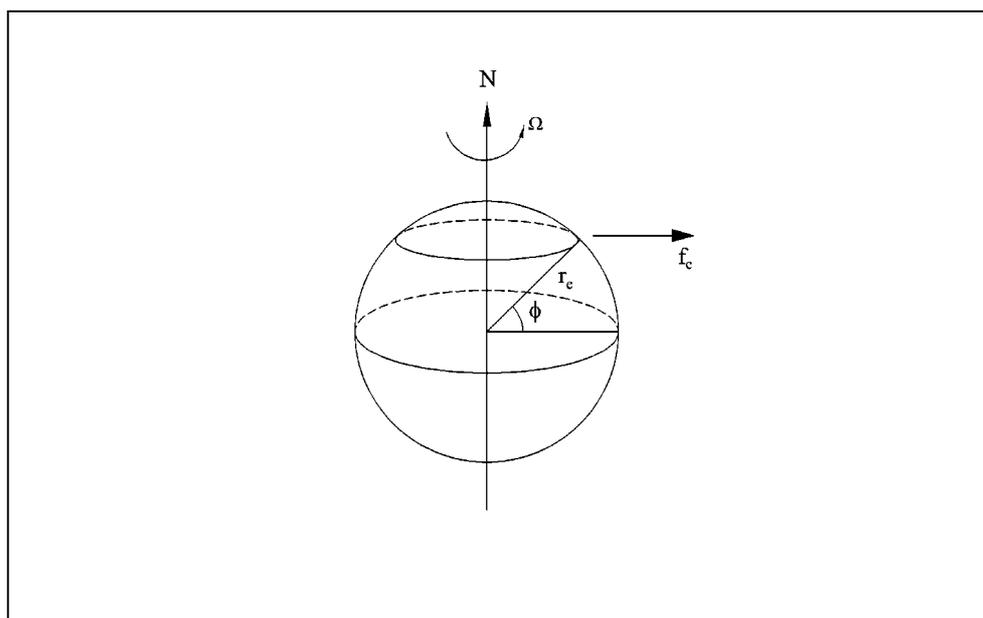
แรงดึงดูดและแรงหนีศูนย์กลางจะสมดุล เมื่อวงโคจรของโลกรอบดวงอาทิตย์และดวงจันทร์ อยู่ที่จุดศูนย์กลางของการหมุน แต่เนื่องจากว่าที่จุดต่างๆบนผิวโลกแรงดึงดูดและแรงหนีศูนย์กลางไม่สมดุลกัน ดังนั้นขนาดและรูปร่างของโลกจึงต้องนำมาเกี่ยวข้องด้วย

ระบบที่ใช้ในการพิจารณาจะมี 2 ระบบด้วยกันคือ ระบบโลก-ดวงจันทร์ และระบบโลก-ดวงอาทิตย์

1. ระบบโลก-ดวงอาทิตย์ (Earth-moon system) ขณะที่โลกหมุนรอบตัวเองจะเกิดแรงหนีศูนย์กลางของน้ำขนาดหนึ่งหน่วยมวล มีทิศทางออกจากแกนหมุนของโลก ดังภาพที่ 7 จากลักษณะดังกล่าวสามารถหาแรงหนีศูนย์กลางของน้ำขนาดหนึ่งหน่วยมวลได้จากสมการที่ 5

$$F_C = \Omega^2 r_c \cos \phi \quad (5)$$

เมื่อ F_C = แรงหนีศูนย์กลางของน้ำขนาดหนึ่งหน่วยมวล
 Ω = อัตราเร็วเชิงมุม
 r_c = รัศมีของโลก
 ϕ = มุมของเส้นละติจูด

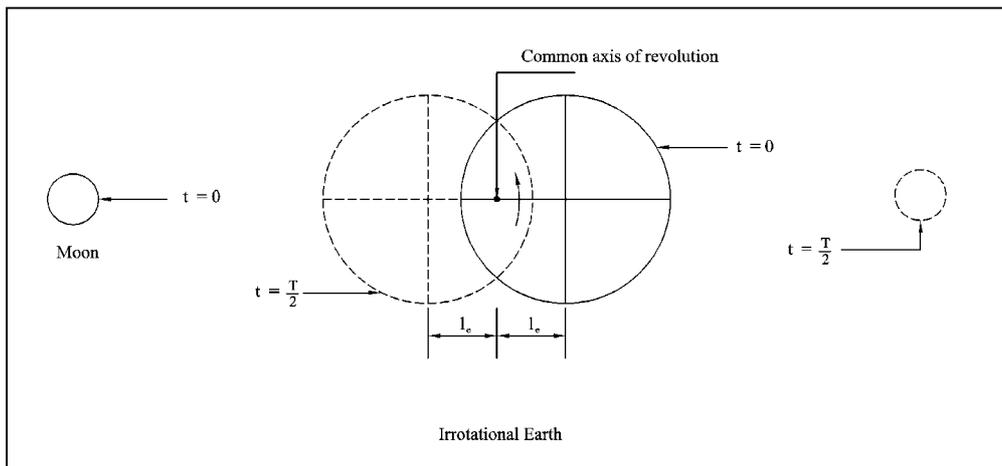


ภาพที่ 7 แรงหนีศูนย์กลางเนื่องจากโลกหมุนรอบตัวเอง

ที่มา: Ippen (1966)

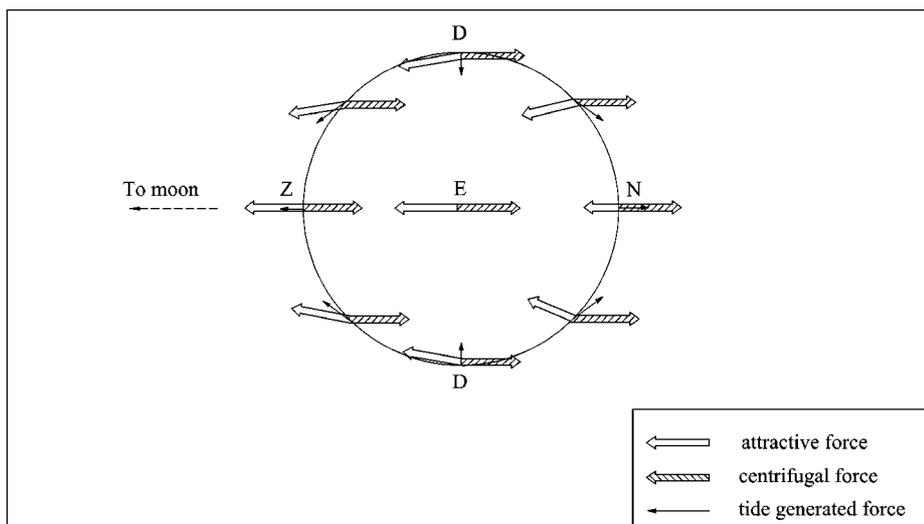
จากสมการที่ 5 จะเห็นว่าขนาดของแรงหนีศูนย์กลางเนื่องจากการหมุนรอบตัวเองของโลก จะมีค่าคงที่ในแต่ละเส้นละติจูดที่พิจารณา แต่อย่างไรก็ดียังมีแรงดึงดูดเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก ที่จะทำให้เกิดน้ำขึ้นลงบนผิวโลก ในการพิจารณาระบบโลก-ดวงจันทร์ ซึ่งโลกและดวงจันทร์จะหมุนรอบแกนอ้างอิงด้วยอัตราเร็วเชิงมุม Ω ดังภาพที่ 8 โดยสมมติว่าโลกไม่

หมุนรอบตัวเองและจุดศูนย์กลางของโลกห่างจากแกนอ้างอิง l_c โลกและดวงจันทร์จะหมุนรอบแกนอ้างอิงนี้ ด้วยคาบเวลาหมุน T ลักษณะเช่นนี้ ทำให้เกิดแรงดึงดูดระหว่างโลกและดวงจันทร์ และแรงหนีศูนย์กลาง เมื่อพิจารณาสมดุลของทั้งสองแรงนี้ จะเกิดแรงที่ทำให้น้ำขึ้นลง ดังภาพที่ 9 เมื่อพิจารณาแรงโน้มถ่วงของโลกด้วย ก็จะได้ผิวน้ำสมดุลดังภาพที่ 10 จะเห็นได้ว่าในกรณีที่มุม θ เท่ากับ 0 องศา จะเกิดน้ำขึ้นมากที่สุด และเมื่อมุม θ เท่ากับ 90 องศา จะเกิดน้ำลงต่ำสุด



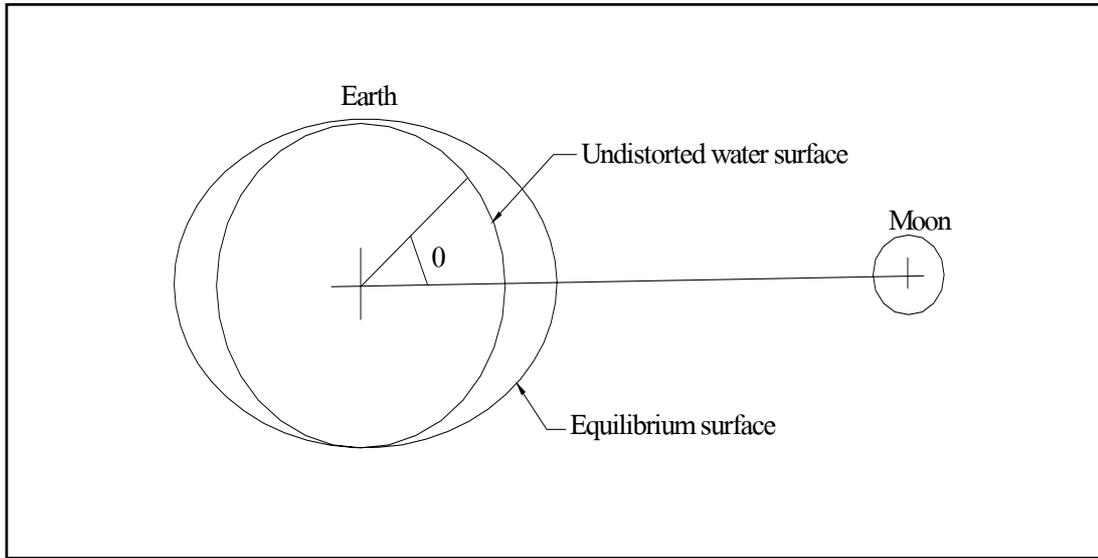
ภาพที่ 8 การโคจรของโลกและดวงจันทร์รอบแกนอ้างอิง

ที่มา: Ippen (1966)



ภาพที่ 9 แรงที่ทำให้เกิดน้ำขึ้นลง

ที่มา: Kiyoshi (1978)



ภาพที่ 10 ผิวน้ำสมดุลในระบบโลกและดวงจันทร์

ในปี ค.ศ. 1966 Dean ได้เสนอรูปลักษณะสมดุลของน้ำขึ้นน้ำลงบนสมมุติฐานที่ว่า โลกกลมและมีผิวน้ำอยู่ที่ผิวโลกพอดี จะได้สมการที่ 6

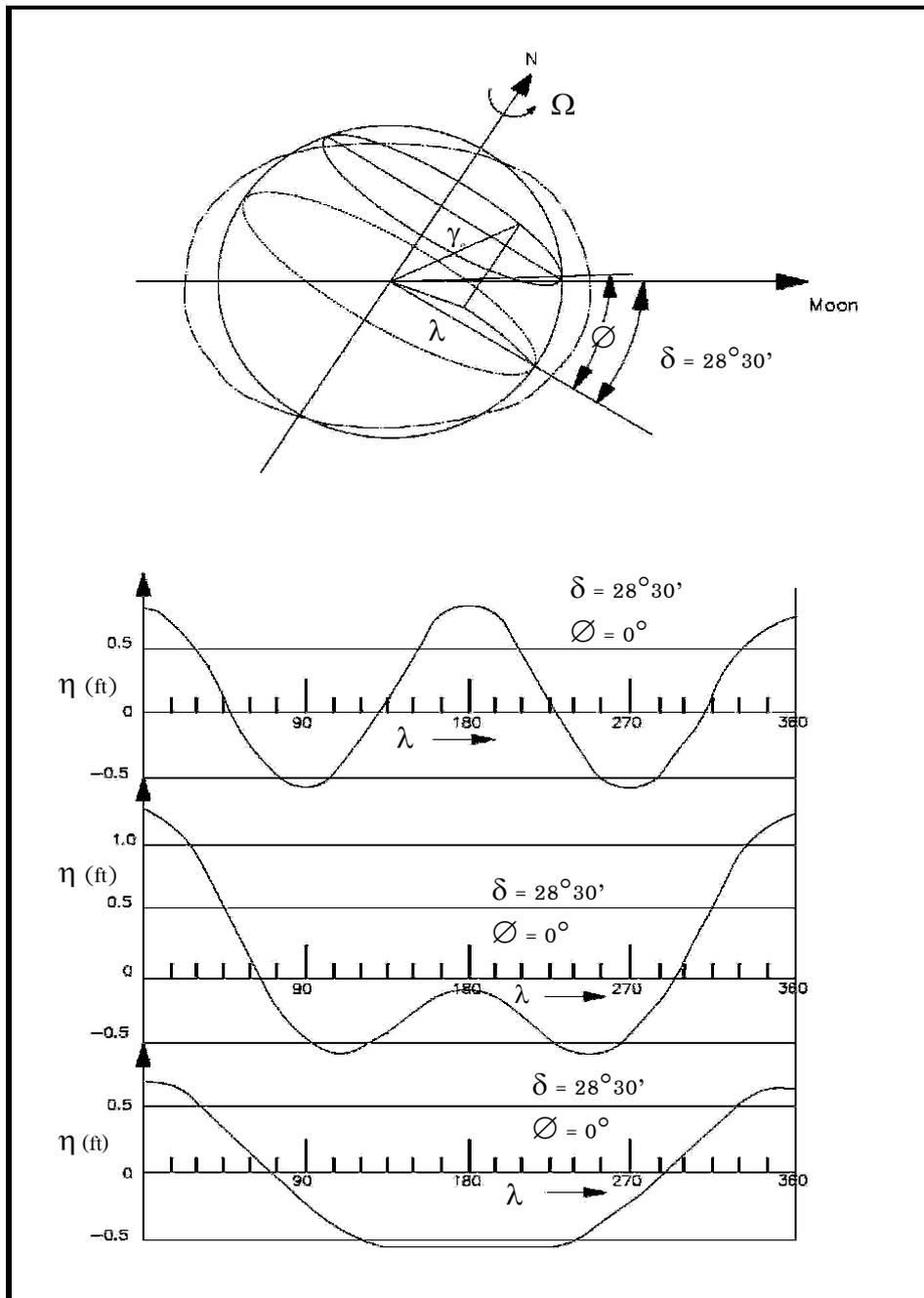
$$\eta = \frac{r_e}{2} \left(\frac{M_m}{M_e} \right) \left(\frac{r_e}{l} \right) \left[(3 \sin^2 \varphi \sin^2 \delta - 1) + \frac{3}{2} \sin 2\varphi \sin 2\delta \cos \lambda + 3 \cos^2 \varphi \cos^2 \delta \cos^2 \lambda \right] \quad (6)$$

- เมื่อ η = ระดับน้ำเนื่องจากอิทธิพลของดวงจันทร์
 r_e = รัศมีของโลก
 M_m = มวลของดวงจันทร์
 M_e = มวลของโลก
 l = ระยะทางระหว่างจุดศูนย์กลางของโลกถึงจุดศูนย์กลางของดวงจันทร์
 φ = เส้นละติจูด
 λ = มุมจัดที่โลกหมุน (earth's angular displacement)
 δ = มุมเบี่ยงเบน (declination) ของดวงจันทร์จากเส้นศูนย์สูตรของโลก

ในกรณีมุมเบี่ยงเบนของดวงจันทร์ $\delta = 0$ องศา จากสมการที่ 6 จะลดรูปเหลือเป็นสมการที่ 7

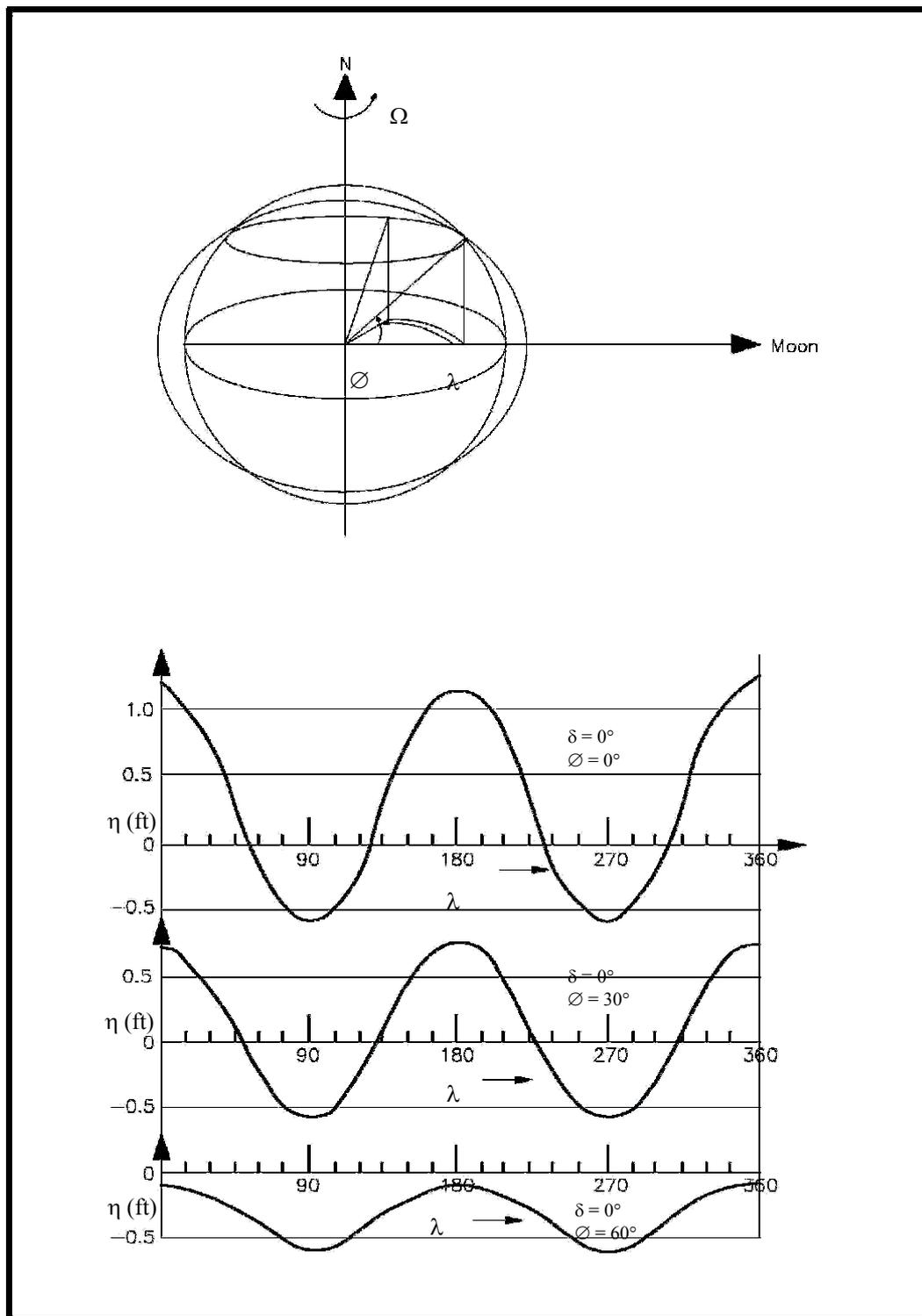
$$\eta = \frac{r_e}{2} \left(\frac{M_m}{M_e} \right) \left(\frac{r_e}{l} \right)^3 (3 \cos^2 \varphi \cos^2 \lambda - 1) \quad (7)$$

จากสมการที่ 6 เมื่อดวงจันทร์โคจรมาอยู่ที่ตำแหน่งมุมเบี่ยงเบนมากที่สุด คือ $\delta = 28^{\circ}30'$ รูปร่างสมดุของน้ำขึ้นลง แสดงได้ดังภาพที่ 11 จากสมการที่ 7 จะแสดงรูปร่างสมดุของผิวน้ำในกรณีที่มุมเบี่ยงเบนของดวงจันทร์ $\delta = 0$ องศา ดังแสดงในภาพที่ 12



ภาพที่ 11 ระดับน้ำเมื่อมุมเบี่ยงเบนของดวงจันทร์ $\delta = 28^{\circ}31'$

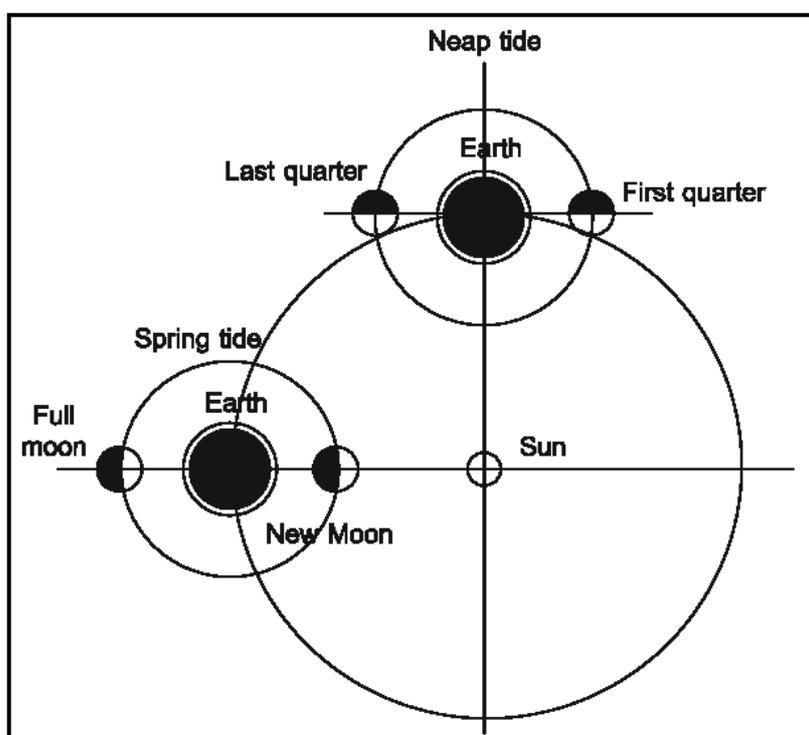
ที่มา: Ippen (1966)



ภาพที่ 12 ระดับน้ำเมื่อมุมเบี่ยงเบนของดวงจันทร์ $\delta = 0^\circ$

ที่มา: Ippen (1966)

2. ระบบโลก-ดวงจันทร์-ดวงอาทิตย์ (Earth-Moon-Sun System) จากการศึกษาทฤษฎีสมมูลของน้ำขึ้นน้ำลงในกรณีโลกกลมพบว่า อัตราส่วนของระดับน้ำเนื่องจากอิทธิพลของดวงอาทิตย์ต่อระดับน้ำ เนื่องจากอิทธิพลของดวงจันทร์มีค่าเท่ากับ 0.457 แสดงว่าดวงจันทร์มีอิทธิพลต่อระดับน้ำบนโลก 54.3 % ในระบบโลก ดวงจันทร์ ดวงอาทิตย์ ดังภาพที่ 13 จากรูปดังกล่าวอธิบายได้ว่า ถ้าหากตำแหน่งของดวงจันทร์ โลกและดวงอาทิตย์ อยู่ในแนวตั้งฉากกัน ดวงจันทร์อยู่ที่ตำแหน่งเสี้ยวที่ 1 และเสี้ยวสุดท้าย จะทำให้เกิดพิสัยน้ำขึ้นลงน้อยที่สุด เรียกว่า น้ำตาย (Neap tide) แต่ถ้าดวงจันทร์ โลก และดวงอาทิตย์ อยู่ในแนวเดียวกัน คือ ดวงจันทร์อยู่ที่ตำแหน่งเริ่มต้นใหม่อีกครั้งหนึ่ง (New moon) และตำแหน่งดวงจันทร์เต็มดวง (Full moon) จะทำให้เกิดพิสัยน้ำขึ้นลงมากที่สุด เรียกว่า น้ำเกิด (Spring tide)



ภาพที่ 13 การเกิดน้ำตาย (neap tide) และน้ำเกิด (spring tide)

ที่มา: Kiyoshi (1978)

3. แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

แบบจำลองที่นิยมใช้กันแพร่หลาย ผลการวิเคราะห์แสดงเป็น 2 มิติ ตามระยะทางของการขึ้นลงของน้ำ นอกจากนี้ยังสามารถนำมาวิเคราะห์การเคลื่อนที่ของตะกอนแขวนลอย อันเนื่องมาจากกระแสน้ำทำให้เกิดการพาและแพร่กระจายของตะกอน เป็นแบบจำลองคณิตศาสตร์วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element) ซึ่งมีสองแบบ คือแบบจำลองการไหลเวียนของกระแสน้ำ (Hydrodynamic Model) และแบบจำลองการสลายตัว (Transport-dispersion Model) ในการศึกษาครั้งนี้ผู้วิจัยได้ใช้แบบจำลองทั้งสองแบบมาทำการวิจัย แบบจำลองที่ใช้เกิดจากการเปลี่ยนสมการ Navier-Stokes ให้เป็นสมการพื้นฐานของการไหล 2 มิติในแนวราบและแบบเฉลี่ยแนวตั้ง ที่ความลึกของท้องน้ำ ตามระยะทางของการขึ้นลง นอกจากนี้ยังสามารถนำมาวิเคราะห์กระแสน้ำขึ้นลงเป็นรายชั่วโมงได้ อย่างไรก็ตาม แบบจำลองจะมีความถูกต้องนั้น จำเป็นจะต้องทำการเปรียบเทียบผลการตรวจวัดกระแสน้ำจริงในภาคสนามก่อน เพื่อใช้เป็นข้อมูลการสอบเทียบแบบจำลอง สำหรับรายละเอียดของแบบจำลอง การไหลเวียนของกระแสน้ำ (Hydrodynamic Model) มีสมการ ดังนี้

3.1 แบบจำลองการไหลของกระแสน้ำ (Hydrodynamic Model)

สมการการไหลต่อเนื่อง (Equation of continuity)

$$\frac{\partial}{\partial x}(uH) + \frac{\partial}{\partial y}(vH) + \frac{\partial \eta}{\partial t} = Q \quad (8)$$

$$H = h + \eta \quad (9)$$

เมื่อ

- h = ความลึกวัดจากท้องทะเลถึงระดับน้ำทะเลปานกลาง, เมตร
- η = ระดับของผิวน้ำ วัดจากระดับน้ำปานกลาง, เมตร
- H = ความลึกท้องน้ำ, เมตร
- u = ความเร็วในแกน x , เมตร/วินาที
- v = ความเร็วในแกน y , เมตร/วินาที
- t = เวลา, วินาที
- Q = อัตราการไหลของน้ำ, ลบ.ม/วิ.

สมการโมเมนตัม (Momentum Equation)

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} + fv - \frac{g}{HC^2} (u^2 + v^2)^{0.5} u + \frac{k}{H} W_x |W| - \frac{Q}{H} (u - u_0) \quad (10)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + u \frac{\partial v}{\partial y} = -g \frac{\partial \eta}{\partial y} + fu - \frac{g}{HC^2} (u^2 + v^2)^{0.5} v + \frac{k}{H} W_y |W| - \frac{Q}{H} (v - v_0) \quad (11)$$

$$f = 2\Omega \sin \quad (12)$$

$$k = \frac{\rho_a C_D}{\rho} \quad (13)$$

เมื่อ	h	=	ความลึกวัดจากท้องทะเลถึงระดับน้ำทะเลปานกลาง, เมตร
	η	=	ระดับของผิวน้ำวัดจากระดับน้ำทะเลปานกลาง, เมตร
	H	=	ความลึกท้องน้ำ, เมตร
	U	=	ความเร็วในแกน x, เมตร/วินาที
	v	=	ความเร็วในแกน y, เมตร/วินาที
	t	=	เวลา, วินาที
	g	=	อัตราเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก, เมตร/วินาที ²
	ω	=	The Earth's rate of rotation, $s^{-1} = 7.2722 \times 10^{-5}$
	ϕ	=	Latitude, deg
	C	=	Chezy bottom friction coefficient, $m^{1/2}/s$
	ρ_a	=	ความหนาแน่นอากาศ, กก/ลบ.ม
	C_D	=	สัมประสิทธิ์การเคลื่อนไหว
	ρ	=	ความหนาแน่นของน้ำ, กก/ลบ.ม
	W_x	=	ความเร็วในแกน x, เมตร/วินาที
	W_y	=	ความเร็วในแกน y, เมตร/วินาที
	$ W $	=	ความเร็วลม, เมตร/วินาที
	u_0	=	ความเร็วของอัตราการไหลในแกน x, เมตร/วินาที
	v_0	=	ความเร็วของอัตราการไหลในแกน y, เมตร/วินาที
	f	=	Coriolis Parameter
	k	=	Shear stress parameter

สมการการเคลื่อนที่ (Transport Equation)

ในแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ จะหาคำตอบของสมการ สำหรับการเคลื่อนที่ของมวลหรือความร้อน ด้วยสมการดังนี้

$$\frac{\partial}{\partial T} (HD_T \frac{\partial C}{\partial L}) + \frac{\partial}{\partial L} (HD_L \frac{\partial C}{\partial L}) - \frac{\partial}{\partial T} (Hcu) = \frac{\partial}{\partial t} (Hc) + S - QC_0 \quad (14)$$

หรืออีกทางหนึ่ง สามารถแทนที่ให้อยู่ในรูปแบบของสมการต่อเนื่อง

$$\frac{\partial}{\partial T} (HD_T \frac{\partial C}{\partial T}) + \frac{\partial}{\partial L} (HD_L \frac{\partial C}{\partial L}) - Hu \frac{\partial C}{\partial T} = H \frac{\partial C}{\partial t} + S - Q(C_0 - C) \quad (15)$$

เมื่อ

- C = ค่าความเข้มข้นของตะกอนแขวนลอยส่วนเกิน หรือความร้อนส่วนเกิน
- u = ค่าความเร็วของการไหล, เมตร/วินาที
- D_L = สัมประสิทธิ์การสลายตัวตามแนวยาว, ตร.ม/วินาที
- D_T = สัมประสิทธิ์การสลายตัวตามแนวขวาง, ตร.ม/วินาที
- H = ความลึกสุทธิของน้ำ, เมตร
- S = ความหนาแน่น, กก/ลบ.ม
- Q = อัตราการไหล(Injected water), ลบ.ม/วินาที
- C_0 = ความเข้มข้นส่วนเกินของตะกอนความเข้มข้น/อุณหภูมิของน้ำ

3.2 การกำหนดขนาดช่วงเวลา (Time step)

ในการคำนวณด้วยวิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์ สิ่งที่สำคัญอันหนึ่งที่จะทำให้คำตอบที่ได้จากการคำนวณมีความถูกต้องใกล้เคียง และอยู่ในเกณฑ์ที่ยอมรับได้ ก็ขึ้นอยู่กับ การกำหนดขนาดของช่วงเวลา นอกจากนี้ยังมีผลต่อระยะเวลาในการคำนวณของโปรแกรมด้วย ดังนั้นในงานวิจัยครั้งนี้ได้กำหนดขนาดของช่วงเวลาโดยสมการ Courant – Friedrich Lewcy ดังนี้

$$\Delta t < \frac{0.5\Delta S}{(2gH_{\max})^{0.5}} \quad (16)$$

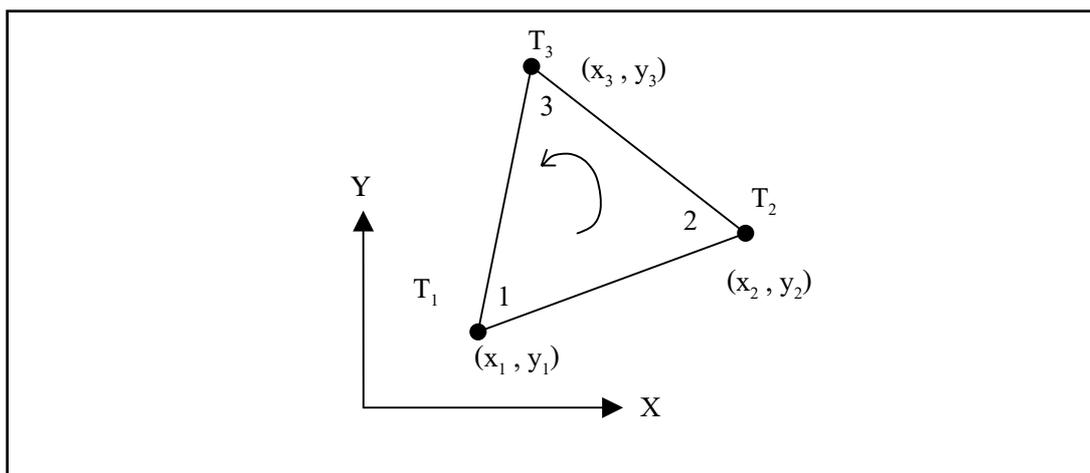
เมื่อ Δt = ขนาดช่วงเวลา, วินาที

ΔS = ความยาวของกริด, เมตร

H_{\max} = ระดับความลึกของน้ำสูงสุดเทียบกับระดับน้ำทะเลปานกลาง, เมตร

3.3 ทฤษฎีสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element)

ปราโมทย์ (2544) ได้ได้กล่าวว่าทฤษฎีสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element) ในรูปแบบของเอลิเมนต์ที่ใช้จำลองปัญหาในสองมิติ โดยส่วนใหญ่จะเป็นเอลิเมนต์ในรูปแบบสามเหลี่ยม (Triangle) ทั้งนี้เนื่องมาจากสาเหตุที่ว่า รูปแบบของปัญหาในสองมิติที่มีลักษณะซับซ้อน สามารถแบ่งแยกออกเป็นเอลิเมนต์สามเหลี่ยมย่อย ๆ สมการไฟไนต์เอลิเมนต์ของเอลิเมนต์รูปสามเหลี่ยม ตามภาพที่ 14 ประกอบด้วย 3 จุดต่อ คือ หมายเลข 1, 2, 3 ที่กำหนดขึ้นในทิศทวนเข็มนาฬิกา โดยที่จุดต่อซึ่งอยู่ที่ตำแหน่งเป็นตำแหน่ง $(x_i, y_i), i=1,2,3$ เป็นตำแหน่งของตัวไม่รู้ค่าในทีนี้คือกระแส T_i



ภาพที่ 14 เอลิเมนต์สามเหลี่ยม

ที่มา: ปราโมทย์ (2544)

ในการหาฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์สามเหลี่ยม เราจำเป็นต้องสมมุติลักษณะการกระจายของกระแสน้ำบนเอลิเมนต์สามเหลี่ยมนี้ก่อน เราจะสมมุติลักษณะการกระจายของกระแสน้ำโดยประมาณแบบแผ่นเรียบ (Flat plane) ดังนี้

$$T(x, y) = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y \quad (17)$$

โดยที่ $\alpha_i, i = 1, 2, 3$ เป็นค่าคงตัว ซึ่งหาได้จากเงื่อนไขที่จุดต่อทั้งสาม ดังนี้

$$T(x_1, y_1) = T_1 = \alpha_1 + \alpha_2 x_1 + \alpha_3 y_1 \quad (18)$$

$$T(x_2, y_2) = T_2 = \alpha_1 + \alpha_2 x_2 + \alpha_3 y_2 \quad (19)$$

$$T(x_3, y_3) = T_3 = \alpha_1 + \alpha_2 x_3 + \alpha_3 y_3 \quad (20)$$

จากสามสมการนี้ เราสามารถหาค่า $\alpha_i, i = 1, 2, 3$ ให้อยู่ในรูปของค่าที่จุดต่อ T_i และตำแหน่งของจุดต่อ x_1, y_1 ซึ่งหลังจากแทนกลับลงไปนสมการ (17) แล้วทำการจัดพจน์ต่าง ๆ เราจะได้ลักษณะของการกระจายของกระแสสำหรับเอลิเมนต์ที่อยู่ในรูป

$$T(x, y) = [N_1(x, y) N_2(x, y) N_3(x, y)] \begin{Bmatrix} \{T_1\} \\ \{T_2\} \\ \{T_3\} \end{Bmatrix} = [N]_{(1 \times 3)} \{T\}_{(3 \times 1)} \quad (21)$$

โดย $[N]$ เรียกว่า เมตริกซ์ของการประมาณภายในเอลิเมนต์ (element interpolation matrix) และ $[T]$ คือ เวกเตอร์ของอุณหภูมิที่จุดต่อ (vector of nodal temperatures) และในที่นี้

$$N_i(x, y) = \frac{1}{2A} (a_i + b_i x + c_i y) \quad i = 1, 2, 3 \quad (22)$$

โดย A = พื้นที่ของเอลิเมนต์สามเหลี่ยม

$$A = \frac{1}{2} [x_2(y_3 - y_1) + x_1(y_2 - y_3) + x_3(y_1 - y_2)] \quad (23)$$

$$\left. \begin{array}{lll} a_1 = x_2 y_3 - x_3 y_2 & b_1 = y_2 - y_3 & c_1 = x_3 - x_2 \\ a_2 = x_3 y_1 - x_1 y_3 & b_2 = y_3 - y_1 & c_2 = x_1 - x_3 \\ a_3 = x_1 y_2 - x_2 y_1 & b_3 = y_1 - y_2 & c_3 = x_2 - x_1 \end{array} \right\} \quad (24)$$

4. การศึกษาที่ผ่านมา

U.S. Army, Corps of Engineers (1950) ได้มีความสนใจปัญหาการแพร่ความเค็มเข้าแม่น้ำ เนื่องมาจากพฤติกรรมของการขึ้นลงของระดับน้ำบริเวณปากแม่น้ำที่อยู่ติดทะเล แต่เดิมยังไม่มีการศึกษาปัญหาดังกล่าวเท่าที่ควร

Ketchum (1951) อธิบายปัญหาเกี่ยวกับการแพร่ของน้ำเค็มในสภาวะคงที่ (Steady state) โดยแบ่งปากแม่น้ำออกเป็นส่วน ๆ เมื่อความยาวเท่ากัน โดยสมมติเงื่อนไขว่า ขณะที่น้ำขึ้นสูงสุดจะมีการผสมของน้ำเค็มและน้ำจืดเป็นอย่างดี (Well mixed) ในบริเวณปากอ่าวและอธิบายปรากฏการณ์นี้ได้เป็นอย่างดีเมื่ออัตราส่วนของปริมาตรน้ำขึ้นลง (Tidal prism) กับอัตราการไหลจากแม่น้ำมีค่ามาก

Arons and Stommel (1951) ได้ทดสอบการแพร่กระจายความเค็มในรางน้ำรูปตัดสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยสมมติว่าสัมประสิทธิ์การแพร่กระจายตามยาวเป็นปกติโดยตรงกับความยาวที่ได้รับอิทธิพลจากการน้ำขึ้นลง การไหลอยู่ในสภาวะคง จากผลการศึกษานี้จะได้ความสัมพันธ์ของปริมาณความเค็ม ความเร็วของน้ำจืด สัมประสิทธิ์การแพร่ของน้ำเค็มและระยะทางจากปากทางเข้า

Tawatchai (1960) ได้ศึกษาคำนวณหาความเค็มในแม่น้ำเจ้าพระยาในช่วงน้ำน้อย และมีการปรับปรุงสูตรสัมประสิทธิ์การกระจายให้เหมาะสมยิ่งขึ้น และศึกษาผลกระทบของการสูบน้ำใต้ดินต่อความเค็มในแม่น้ำด้วย

Ippen et al. (1961) ได้ศึกษาหาค่าสัมประสิทธิ์การแพร่ความเค็มจากรางน้ำใน Waterway Experiment Station (WES) และสามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์การแพร่ความเค็มกับระยะทางจากปากน้ำ

NEDECO (1965) ได้ทำการศึกษาในเรื่องการแพร่ของน้ำเค็มในแม่น้ำเจ้าพระยา โดยเริ่มต้นทำการศึกษาในเรื่อง ปัญหาความเค็มและตะกอนในแม่น้ำเจ้าพระยา โดยเก็บข้อมูลตะกอนและความเค็มในช่วงปี 1961-1964 สรุปว่า เมื่ออัตราการไหลในแม่น้ำเจ้าพระยามีน้อยกว่า 100 ลูกบาศก์เมตรต่อวินาที สภาพความเค็มจะเป็นแบบผสมอย่างดี (Well-Mixed) ถ้าอัตราการไหลมีประมาณ 250 ลูกบาศก์เมตรต่อวินาที สภาพความเค็มจะเป็นแบบแบ่งชั้นบางส่วน (Partially Mixed) และถ้าอัตราการไหลมีมากกว่า 1000 ลูกบาศก์เมตรต่อวินาที สภาพความเค็ม

จะเป็นแบบแบ่งชั้น (Stratified) นอกจากนี้ยังได้สรุปสูตรความสัมพันธ์ระหว่างปริมาตรการไหลและความเค็มเฉลี่ยไว้ด้วย

Pescod (1967) ทำการสำรวจสภาพมลภาวะในบริเวณปากแม่น้ำเจ้าพระยาในช่วงเดือนมีนาคม 1967 พบว่า หน้าที่อัตราการไหลประมาณ 200 ลูกบาศก์เมตรต่อวินาที สภาพความเค็มยังเป็นแบบผสมกันอย่างดี (Well-Mixed)

Chay (1973) ใช้แบบจำลอง Diffusion แบบสภาวะคงที่ (Steady state) เพื่อหาลักษณะการกระจายของ BOD จากคลองต่าง ๆ ในแม่น้ำเจ้าพระยา

Smith (1973) ได้ประยุกต์ใช้หลักการของ Galerkin เข้ากับวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ โดยศึกษาเปรียบเทียบกับวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ ผลปรากฏว่าวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ สามารถใช้ได้ดีกว่าวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์

Witaya (1975) ใช้แบบจำลองแบบ unsteady ซึ่งพัฒนาโดย Thatcher และ Harleman (1972) เพื่อหาปริมาณความเค็มในแม่น้ำเจ้าพระยาในช่วงเดือนกุมภาพันธ์ ถึงเดือนเมษายน 1962

Amnat (1976) ใช้แบบจำลองของ Thatcher et al. เช่นกัน เพื่อคำนวณความเค็มในช่วงเดือนกุมภาพันธ์ ถึงเดือนสิงหาคม 1976 ได้มีการปรับปรุงการใช้สัมประสิทธิ์การกระจายและคำนวณหาลักษณะการกระจายของ BOD ด้วย

Le Huu Ti (1976) เสนอสมการสมดุลของเกลือและสมการพลศาสตร์น้ำขึ้นน้ำลงที่พัฒนามาจาก Parreerer (1974) ทำการคำนวณปริมาณความเค็มในแม่น้ำโขง พบว่าใช้ได้ดีในกรณีที่เป็นการผสมอย่างดี (Well mixed) ในบริเวณปากอ่าว

Gray (1976) ได้ใช้วิธี Fourier series ศึกษาความเที่ยงตรง (Accuracy) โดยเปรียบเทียบวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ และวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ พบว่าวิธีการแก้ปัญหาการแพร่ของน้ำเค็มเข้าแม่น้ำ วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ให้ผลที่ดีกว่าวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์

Hiraoka et al. (1982) ได้ใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ และวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ทำการศึกษาเสถียรภาพ (Stability) ของ Time scheme ต่าง ๆ จำนวน 8 ตัวอย่าง โดยแสดงผลออกมาเป็นความสัมพันธ์กับ Courant number และ Diffusion number

ทิมูตมิ (1985) ได้ใช้ระเบียบวิธีการทางตัวเลขทำการศึกษากระแสที่ขึ้นลง และปริมาณออกซิเจนที่ละลายในน้ำ ในบริเวณอ่าว Fukaura และช่องแคบ Wakamatsu ในประเทศญี่ปุ่น โดยแบบจำลองกระแสที่ขึ้นลงได้ใช้สมการ Navier–Stoke และสมการต่อเนื่องมาประยุกต์ใช้โดยแบ่งเป็นกริดขนาดเล็กและกริดขนาดใหญ่ ส่วนแบบจำลองของออกซิเจนที่ละลายน้ำได้ ได้นำแบบจำลองของ Horiguchi มาพัฒนา จากแบบจำลองทั้งสองสามารถหาความสัมพันธ์ของจำนวนปลา และการแพร่กระจายของ DO (DO Dispersion) จากผลดังกล่าวยังนำมาควบคุมและจัดการกับการเลี้ยงปลาในกระชังให้มีปริมาณที่เหมาะสม

สุจริต (2529) ศึกษาโมเดลไฟไนท์เอลิเมนต์สำหรับปัญหาการแพร่ของน้ำเค็มเข้าแม่น้ำด้วยโมเดล 1 มิติ โดยพัฒนาขึ้นมาจากรูปแบบของ Galerkin และ Weak formulation ของสมการการแพร่ ความเที่ยงตรงและเสถียรภาพของโมเดลถูกทดสอบเชิงตัวเลขโดยเทียบกับค่าวิเคราะห์ เพื่อหา sensitivities ของพารามิเตอร์ไร้มิติในสมการแพร่ของน้ำเค็ม ในการคำนวณโดยสมการพื้นฐาน คือ สมการโมเมนตัม สมการต่อเนื่อง สมการการแพร่ และถูกแก้พร้อม ๆ กัน โมเดลที่ถูกพัฒนาขึ้นนี้จะนำไปประยุกต์คำนวณความเค็มในแม่น้ำเจ้าพระยา ผลที่ได้เมื่อเทียบกับค่าวัดจริงแล้ว ให้ผลดีกว่าผลจากโมเดลไฟไนท์ดิฟเฟอเรนเชียล (FD) ที่เคยใช้แต่เดิมมา

กิริติ (2531) ได้ทำการศึกษาการแพร่ของน้ำเค็มเข้าแม่น้ำเจ้าพระยา ด้วยแบบจำลองไฟไนท์เอลิเมนต์แบบ 1 มิติ ขอบเขตการศึกษาจะเริ่มจากสมุทรปราการ (กม.0) ถึงอำเภอบางไทร ออยุธยา ในช่วงเดือนธันวาคมถึงพฤษภาคม ใช้ข้อมูลวัดจริงในสนามระหว่างปี 2500–2528 แบบจำลองสามารถทำนายค่าความเค็มจากการแพร่กระจายได้ดีพอสมควรและจากค่าคำนวณสามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณความเค็มสูงสุดและต่ำสุดกับระยะทางจากสมุทรปราการ ที่อัตราการไหลตั้งแต่ 60 ลบ.ม./วินาที. ถึง 200 ลบ.ม./วินาที. ในเดือนต่าง ๆ

โกมินทร์ (2535) ได้พัฒนาแบบจำลองคณิตศาสตร์สำหรับคำนวณการกระจายของค่าความเค็มในแม่น้ำเจ้าพระยา โดยใช้สมการไฟไนท์เอลิเมนต์เพื่อใช้สำหรับคำนวณการแพร่กระจายแบบหนึ่งมิติของมวลสารในลำน้ำ แบบ Galerkin's weighted residual method แบบจำลองที่พัฒนาขึ้นสามารถใช้คำนวณการแพร่กระจายของสารต่าง ๆ ในลำน้ำได้เมื่อทราบอัตราการระบายของสารและลักษณะของลำน้ำ

กรรณิการ์ (2547) ได้ศึกษาและพัฒนาแบบจำลองคุณภาพน้ำแบบสองมิติ เพื่อคำนวณการแพร่กระจายความเค็มในทะเลสาบสงขลา โดยพัฒนาจากสมการสมดุลมวลสารแบบสองมิติ อยู่ในรูปสมการเชิงอนุพันธ์และใช้วิธีสมาชิกจำกัด (Finite Element Method) ซึ่งอาศัย

Galerkin's weighted residual method คำนวณค่าความเค้มในทะเลสาบสงขลาทุก 15 นาที ในรอบ 1 วัน ได้ผลการแพร่กระจายความเค้มทุกจุดต่อใกล้เคียงกับผลการตรวจวัดในทะเลสาบสงขลาเป็นที่ยอมรับได้