

บทที่ 3

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องในงานวิจัย

3.1 ภาษามือไทย

3.1.1 ความหมายและคำจำกัดความของภาษามือไทย

ด้วยเหตุที่คนหูหนวกไม่ได้ยินเสียงพูดเหมือนคนปกติ จึงไม่สามารถพูดได้ แต่สายตาของเขาปกติ มองเห็นกิริยาอาการ ท่าทางต่างๆ ที่เคลื่อนไหวไปมาได้ ภาพต่างๆ ที่แลเห็นนั้นเป็นสื่อทำให้คนหูหนวกเรียนรู้ความหมาย แม้จะเข้าใจได้ไม่มากหรืออาจจะเข้าใจไม่ลึกซึ้งนัก แต่ก็เป็นส่วนหนึ่งที่มิทธิพลผลักดันให้คนหูหนวกพยายามใช้ท่าทาง ร่างกายและสีหน้า เพื่อแสดงความรู้สึกภายในของเขาที่มีอยู่ ให้คนอื่นเข้าใจความต้องการของเขาได้บ้าง ท่าทางที่แสดงนั้น เราจะสังเกตได้ว่าเป็นท่าทางที่เลียนแบบธรรมชาติมากที่สุด และจากท่าทางธรรมชาตินั้นเองได้มีการพัฒนาขึ้นโดยใช้มือทำท่าทางต่างๆ เป็นส่วนใหญ่ ทำให้เกิดเป็นท่าทางใช้แทนความหมายในคำพูดของคนปกติได้ เราเรียกภาษาท่าทางที่ได้รับการพัฒนานั้นว่า “ภาษามือ” [7]

ภาษามือ คือ ภาษาที่ใช้มือ สีหน้า และกิริยาท่าทางประกอบในการสื่อความหมายและถ่ายทอดอารมณ์แทนการพูด ภาษามือของแต่ละชาติมีความแตกต่างกันเช่นเดียวกับภาษาพูด ซึ่งต่างกันตามขนบธรรมเนียมประเพณี วัฒนธรรมและลักษณะทางภูมิศาสตร์ เช่น ภาษามือจีน ภาษามืออเมริกัน และภาษามือไทย เป็นต้น ภาษามือเป็นภาษาที่นักการศึกษาทางด้านการศึกษาของคนหูหนวกตกลงยอมรับกันแล้วว่า เป็นภาษาหนึ่งสำหรับสื่อความหมายระหว่างคนหูหนวกกับคนหูหนวกด้วยกัน และระหว่างคนปกติกับคนหูหนวก ในภาษาอังกฤษเรียกว่า Sign Language หรือ Manual Communication

ภาษามือที่ใช้อยู่ในกลุ่มคนหูหนวกชาติหนึ่งๆ มักแบ่งออกเป็น 2 ประเภท ประเภทแรกคืออย่างแรกคือ ภาษามือธรรมชาติ (Sign Language) ซึ่งคนหูหนวกเป็นผู้สร้างขึ้น และใช้ร่วมกันในแต่ละชุมชน หรือในแต่ละชาติ เช่น American Sign Language, British Sign Language, Swedish Sign Language เป็นต้น ซึ่งส่วนมากเป็นท่าเลียนแบบธรรมชาติ ที่จะช่วยคนหูหนวกให้มีพัฒนาการในภาษาประจำชาติเท่าเทียมกับคนปกติ ประเภทที่สองคือ ภาษามือประดิษฐ์ (Signed) คือ ภาษามือที่ครู ผู้ปกครอง หรือญาติมิตรของคนหูหนวกคิดขึ้นแทนภาษาพูดและภาษาเขียนประจำชาติ เพื่อให้มีคำใช้ให้เพียงพอในการศึกษา และการสื่อความหมายโดยเฉพาะในเรื่องนามธรรม ภาษามือที่ประดิษฐ์ขึ้นนี้ บางทีเรียกว่าภาษามือที่ใช้ในห้องเรียน หรือภาษามือที่ใช้ในการศึกษา ซึ่งเป็นภาษาที่ทำคำแต่ละคำตามไวยากรณ์ภาษาพูด หรือภาษาเขียนของคนปกติ ภาษามือประดิษฐ์มักจะนำแบบสะกดนิ้วมือมาประสมด้วย

3.1.2 องค์ประกอบของภาษามือไทย

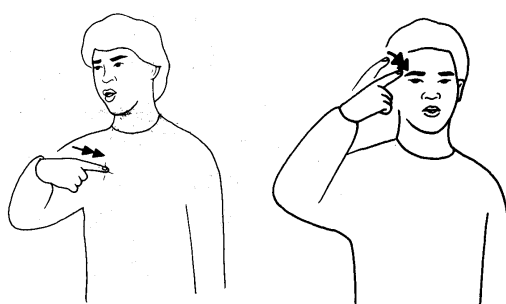
องค์ประกอบของภาษามือไทยประกอบไปด้วย 5 องค์ประกอบที่สำคัญ [8] คือ

3.1.2.1 รูปร่างมือ (handshape) คือ ลักษณะของมือต่างๆ เช่น การกำหมัด การแบมือ การชี้นิ้ว ในภาษามือไทยรูปร่างมือบางท่าอาจจะถือว่าเป็นรากศัพท์ เป็นต้น ดังรูปที่ 3.1



รูปที่ 3.1 ตัวอย่างรูปร่างมือในภาษามือไทย

3.1.2.2 ตำแหน่งของมือ (location) คือ การใช้ท่ามือโดยที่ตำแหน่งของมืออยู่ในตำแหน่งต่างๆ กันไป จะทำให้ความหมายที่แตกต่างกัน ถึงแม้ว่ารูปร่างมือจะเป็นท่าเดียวกันก็ตาม เช่น การใช้ นิ้วชี้ที่หน้าอก มีความหมายว่า “ฉัน” แต่ถ้าหากเปลี่ยนเป็นที่ขมับ มีความหมายว่า “รู้” เป็นต้น ดังรูปที่ 3.2



(a) (b)

รูปที่ 3.2 (a) ท่ามือที่มีความหมายว่า “ฉัน” (b) ท่ามือที่มีความหมายว่า “รู้”

3.1.2.3 การเคลื่อนไหว (movement) คือ การเคลื่อนไหวร่างกาย, ใบหน้าและมือของผู้พูด ในขณะที่สื่อสาร เช่น การเคลื่อนมือขึ้น-ลง, การเอนลำตัวเข้า-ออก จากตัวผู้ฟัง, การพยักหน้า, การหมุนมือ เป็นต้น โดยการเคลื่อนไหวในภาษามือไทยแบ่งการเคลื่อนไหวเป็น 3 กลุ่ม คือ

1. จังหวะของการเคลื่อนไหวขั้นพื้นฐาน (Rhythms of basic movements)
 - ลูกศรธรรมดาแสดงถึงทิศทางและระยะทางของการเคลื่อนไหว โดยใช้สัญลักษณ์แทนได้ดังรูปที่ 3.3



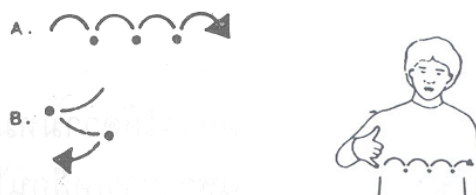
รูปที่ 3.3 ลักษณะการเคลื่อนไหว และทิศทางของการเคลื่อนไหวปกติ

- การเคลื่อนไหวอย่างรวดเร็ว โดยใช้สัญลักษณ์แทนได้ดังรูปที่ 3.4



รูปที่ 3.4 สัญลักษณ์แทนการเคลื่อนไหว และทิศทางของการเคลื่อนไหวอย่างรวดเร็ว

- การเคลื่อนที่จากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่งโดยก้าวสั้นๆ ในแต่ละการก้าวจะต้องมีการหยุดนิ่งก่อนที่จะก้าวไปยังจุดถัดไป โดยใช้สัญลักษณ์แทนได้ดังรูปที่ 3.5



รูปที่ 3.5 สัญลักษณ์แทนการเคลื่อนที่จากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่งโดยก้าวสั้นๆ

2. การเคลื่อนไหวที่ซ้ำๆ กัน (Repeated movements)

- การเคลื่อนที่ไปในทางเดียวหลายๆ ครั้ง โดยใช้สัญลักษณ์แทนได้ดังรูปที่ 3.6



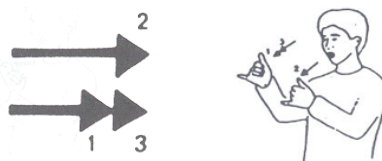
รูปที่ 3.6 สัญลักษณ์แทนการเคลื่อนที่ไปในทางเดียวหลายๆ ครั้ง

- การเคลื่อนไหวที่ไป-กลับหลายๆ ครั้ง โดยใช้สัญลักษณ์แทนได้ดังรูปที่ 3.7



รูปที่ 3.7 สัญลักษณ์แทนการเคลื่อนไหวที่ไป-กลับหลายๆ ครั้ง

- การที่มือทั้งสองเคลื่อนสลับกันในทิศทางเดียวกัน (ซ้ายครั้ง ขวาครั้ง) โดยใช้สัญลักษณ์แทนได้ดังรูปที่ 3.8



รูปที่ 3.8 สัญลักษณ์แทนการเคลื่อนไหวที่มือทั้งสองเคลื่อนสลับกัน

- การหมุนข้อมือหรือส่วนของแขนระหว่างข้อศอกกับมือเป็นวงกลมหลายครั้ง (เป็นรูปใกล้เคียงวงกลมซึ่งง่ายที่สุดสำหรับที่กล้ามเนื้อจะสร้างขึ้นมาได้) โดยใช้สัญลักษณ์แทนได้ดังรูปที่ 3.9



รูปที่ 3.9 สัญลักษณ์แทนการหมุนข้อมือหรือส่วนของแขนระหว่างข้อศอกกับมือเป็นวงกลม

3. การเคลื่อนไหวที่มีการสั่น การขยับและการหมุนปลายแขน (Vibrating and nodding movements, and forearm rotation)

- การเคลื่อนที่ไปสองทิศทางที่มีการสั่น (สั่นและเร็วมาก) โดยใช้สัญลักษณ์แทนได้ดังรูปที่ 3.10



รูปที่ 3.10 สัญลักษณ์แทนการเคลื่อนที่ไปสองทิศทางที่มีการสั่น

- การตะเบาๆ หลายครั้ง โดยใช้สัญลักษณ์แทนได้ดังรูปที่ 3.11



รูปที่ 3.11 สัญลักษณ์แทนการตะเบาๆ หลายครั้ง

- การหมุนปลายแขนโดยใช้สัญลักษณ์แทนได้ดังรูปที่ 3.12



รูปที่ 3.12 สัญลักษณ์แทนการหมุนปลายแขน

4. การงอนิ้วและการเปลี่ยนท่ามือ (Finger bending and changes of handshape)

- การเคลื่อนไหวที่มีการปิดเข้าเล็กน้อย นิ้วทุกนิ้วเกือบจะรวมเข้าด้วยกัน, การกระพริบ โดยใช้สัญลักษณ์แทนได้ดังรูปที่ 3.13



รูปที่ 3.13 สัญลักษณ์แทนการเคลื่อนไหวที่มีการปิดเข้าเล็กน้อย, การกระพริบ

- ปลายนิ้วคลายออกจากใต้นิ้วหัวแม่มือ หมายถึงประกายไฟและกระแสไฟฟ้า โดยใช้สัญลักษณ์แทนได้ดังรูปที่ 3.14



รูปที่ 3.14 สัญลักษณ์แทนปลายนิ้วคลายออกจากใต้นิ้วหัวแม่มือ

- การกระดิกนิ้วในลักษณะท่าเล่นเปียโน การพิมพ์ดีด โดยใช้สัญลักษณ์แทนได้ดังรูปที่ 3.15



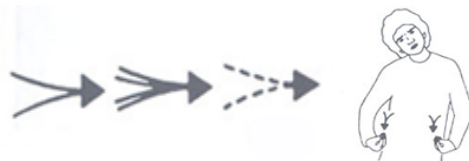
รูปที่ 3.15 สัญลักษณ์แทนการกระดิกนิ้วในลักษณะท่าเล่นเปียโน การพิมพ์ดีด (A) กระดิก 2 นิ้ว (B) กระดิก 5 นิ้ว

- สัญลักษณ์นี้แสดงถึงสิ่งที่มีลักษณะละเอียดหรือเป็นผง โดยให้นิ้วมือทั้งสองสัมผัสกับนิ้วหัวแม่มือหลายๆครั้ง (สัญลักษณ์ที่สองใช้นิ้วชี้ นิ้วกลาง และนิ้วหัวแม่มือเท่านั้น) โดยใช้สัญลักษณ์แทนได้ดังรูปที่ 3.16



รูปที่ 3.16 สัญลักษณ์แทนสิ่งที่มีลักษณะละเอียดหรือเป็นผง (A) นิ้วมือทั้งสองสัมผัสกับนิ้วหัวแม่มือหลายๆครั้ง (B) ใช้นิ้วชี้ นิ้วกลาง และนิ้วหัวแม่มือเท่านั้น

- การเคลื่อนไหวที่เริ่มจากท่าทางนิ้วแล้วจบลง โดยการขยับปลายนิ้วทั้งหมดเข้าหากัน โดยใช้สัญลักษณ์แทนได้ดังรูปที่ 3.17



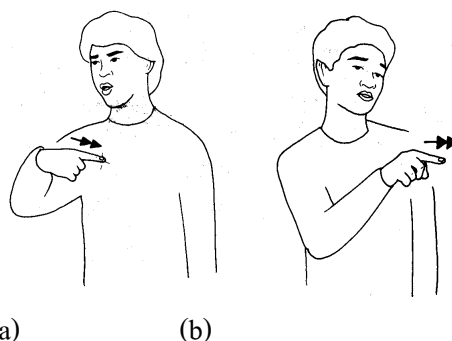
รูปที่ 3.17 สัญลักษณ์แทนการเคลื่อนไหวที่เริ่มจากท่าทางนิ้ว

- การใช้นิ้วหัวแม่มือสัมผัสนิ้วอื่นครั้งหนึ่ง โดยเริ่มจากนิ้วก้อยจนถึงนิ้วชี้ โดยใช้สัญลักษณ์แทนได้ดังรูปที่ 3.18



รูปที่ 3.18 สัญลักษณ์แทนการใช้นิ้วหัวแม่มือสัมผัสนิ้วอื่นครั้งหนึ่ง

3.1.2.4 การหันของฝ่ามือ (palm orientation) คือ การที่ฝ่ามือหันเข้าหาตัวหรือหันออกจากตัว เช่น คำว่า “ฉัน” กับคำว่า “คุณ” เป็นต้น ดังรูป 3.19 สังเกตว่ารูปมือเป็นรูปมือเดียวกันแต่ลักษณะการหันของมือนั้นต่างกันจึงทำให้มีความหมายที่ต่างกัน



รูปที่ 3.19 (a) ท่ามือที่มีความหมายว่า “ฉัน” (b) ท่ามือที่มีความหมายว่า “เธอ”

3.1.2.5 การแสดงออกทางสีหน้า (facial expression) คือ แววตาสีหน้าประกอบการทำท่าทาง เช่น การเลิกคิ้ว, การพองลมที่แก้ม, การทำสีหน้าตกใจ เป็นต้น ซึ่งถือว่าเป็นองค์ประกอบที่สำคัญในการแสดงท่ามือ เช่น ประโยคบอกเล่า แสดงสีหน้าปกติ, ประโยคคำถามแสดงสีหน้าบ่งบอกถึงความสงสัยโดยการยกคิ้วสูง หรือเป็นประโยคคำสั่งโดยการจ้องตาคู่สนทนา เป็นต้น

3.2 อุปกรณ์ที่ใช้ในงานวิจัยภาษามือ

3.2.1 ประเภทของอุปกรณ์นำเข้าข้อมูล

งานวิจัยภาษามือในปัจจุบันสามารถแบ่งได้ออกตามเทคโนโลยีอุปกรณ์การรับข้อมูล โดยสามารถแบ่งอุปกรณ์ได้ 2 ชนิด คือ

1.1.1.1 ถุงมืออิเล็กทรอนิกส์ โดยใช้ร่วมกับอุปกรณ์บอกตำแหน่งแบบ 6 แกน (Glove-based) งานวิจัยจะใช้อุปกรณ์เซนเซอร์ ตรวจจับความเปลี่ยนแปลงซึ่งเกิดขึ้นจากการบิดหรืองอของข้อต่อต่างๆ จากสรีระของฝ่ามือ รวมถึงวัดตำแหน่งของมือโดยใช้การเปลี่ยนแปลงของตำแหน่งโดยจะแบ่งออกตามเทคโนโลยีว่าจะใช้ในลักษณะใด เช่น ใช้คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า คลื่นความถี่เหนือเสียง หรือใช้อินฟราเรด เป็นต้น

1.1.1.2 กล้องวิดีโอ (Vision-based) การวิจัยใช้อุปกรณ์วิดีโอในการเก็บข้อมูลเป็นรูปภาพของผู้ทำท่ามือ ในบางงานวิจัยก็มีการใช้กล้องวิดีโอมากกว่า 2 ตัวเพื่อให้ได้ข้อมูลมากขึ้น ในบางงานวิจัยใช้การใส่ถุงมือที่มีสีประกอบ เมื่อได้ข้อมูลมาแล้วจำเป็นต้องทำการ Preprocessing ก่อนเพื่อให้ได้ข้อมูลที่ต้องการและนำเอาข้อมูลมาประมวลผลเพื่อหาความหมายต่อไป

3.2.2 เปรียบเทียบข้อดีและข้อเสียของอุปกรณ์นำเข้าข้อมูล [9]

การเก็บข้อมูลโดยใช้อุปกรณ์ทั้งสองมีข้อดีและข้อเสียต่างๆ กันไปโดยเปรียบเทียบได้เป็น 9 หัวข้อ ดังต่อไปนี้

3.2.2.1 ราคา เมื่อเปรียบเทียบถึงราคาระหว่างอุปกรณ์ทั้งสองชนิดนี้ จะเห็นได้ว่าอุปกรณ์ที่เป็นถุงมืออิเล็กทรอนิกส์จะมีราคาที่สูงกว่า กล้องวิดีโอมาก แต่ก็จะได้คุณภาพของข้อมูลที่สูงเช่นเดียวกัน

3.2.2.2 ความสะดวกสบาย อุปกรณ์ที่เป็นถุงมือต้องมีการสวมใส่และยังต้องมีการเชื่อมต่อกับอุปกรณ์คอมพิวเตอร์ทำให้ถูกจำกัดการเคลื่อนไหว ซึ่งต่างจากการใช้กล้องวิดีโอ คือ สามารถใช้งานได้สะดวกกว่าและเคลื่อนไหวได้ง่ายกว่าเนื่องจากไม่จำเป็นต้องสวมใส่อุปกรณ์เพื่อใช้ในการวัดข้อมูล

3.2.2.3 ความต้องการพลังในการประมวลผล เมื่อเปรียบเทียบอัลกอริทึมที่ใช้ในการดึงเอาข้อมูลที่ต้องการจากถุงมือ และวิดีโอ สรุปได้ว่าการนำเอาข้อมูลจากถุงมือมีความต้องการพลังในการประมวลผลที่ต่ำว่ามาก อีกทั้งข้อมูลที่ได้อีกยังเก็บได้ง่ายกว่าแบบที่ใช้กล้องวิดีโอ

3.2.2.4 สรีระของมือ ปัญหาจะเกิดขึ้นกับถุงมืออิเล็กทรอนิกส์เมื่อเซนเซอร์ไม่ตรงกับข้อนิ้วมือจะทำให้ค่ามีการผิดพลาดบ้าง แต่ถ้าผู้ใช้มีขนาดของมือที่ต่างกันข้อมูลที่ได้จากถุงมืออิเล็กทรอนิกส์จะแตกต่างกัน

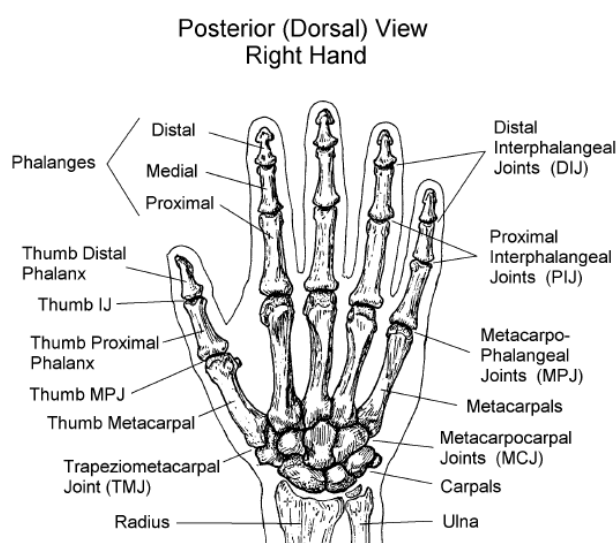
3.2.2.5 สัญญาณรบกวน (Noise) เมื่อเปรียบเทียบกันในเรื่องของสัญญาณรบกวนในถุงมืออิเล็กทรอนิกส์จำเป็นต้องมีอัลกอริทึมเพื่อมาลดทอนสัญญาณรบกวนและการสั่นของสัญญาณ ในถุงมืออิเล็กทรอนิกส์บางบริษัทได้จัดการกับปัญหานี้แล้ว ส่วนสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นกับกล้อง

วิดีโอมีมากและแก้ไขได้ยากกว่า เช่น แสงสว่าง, ความแตกต่างของสี เป็นต้น แต่ถ้าหากมีการติดตั้งระบบได้ดี และมีความเข้มของแสงเพียงพอ ปัญหาเรื่องสัญญาณรบกวนดังกล่าวก็จะน้อยลง

3.2.2.6 ความละเอียด (Accuracy) ความละเอียดของข้อมูลเป็นความจำเป็นมากเนื่องจากถ้าได้ข้อมูลที่มีความละเอียดสูงในการรู้จำ ก็มีความเป็นไปได้สูงว่าจะมีความถูกต้องมากขึ้น เมื่อเปรียบเทียบข้อมูลที่ได้จากถุงมืออิเล็กทรอนิกส์กับกล้องวิดีโอแล้วจะเห็นได้ว่า ความถี่ของข้อมูลของถุงมืออิเล็กทรอนิกส์สูงว่ามาก ถึงแม้ว่าจะมีความถี่ของข้อมูลเท่ากัน ก็ยังต้องคำนึงถึงความต้องการการประมวลผลอีกเนื่องจากการใช้กล้องวิดีโอก่อนที่จะนำเอาข้อมูลมาใช้ได้ต้องการการประมวลผลเบื้องต้นก่อนซึ่งอาจทำให้ข้อมูลที่สูญหายอย่างหาใช่ไป

3.2.3 สรีระของมือ

มือของมนุษย์เป็นส่วนที่มีความซับซ้อนที่สุดเนื่องจากเป็นอวัยวะที่มนุษย์ใช้งานมากที่สุด มือประกอบไปด้วยข้อต่อที่สำคัญดังรูปที่ 3.20 ประกอบไปด้วยกระดูกและเส้นเอ็นมากมาย รวมถึงเส้นประสาทที่มีความซับซ้อนสูง ข้อต่อต่างๆ ที่สำคัญในมือมีดังต่อไปนี้



รูปที่ 3.20 แสดงโครงสร้างทางกายวิภาคมือขวาของมนุษย์

3.2.3.1 MPJ (Metacarpophalangeal Joint) เป็นข้อต่อที่เชื่อมระหว่างกระดูกนิ้วข้อล่าง (Proximal Phalanx) กับกระดูกฝ่ามือ (Metacarpal) เข้าด้วยกัน

3.2.3.2 PIJ (Proximal Interphalangeal Joint) เป็นข้อต่อที่อยู่ถัดจากข้อต่อ MPJ ขึ้นมาหนึ่งข้อหรืออาจเรียกได้ว่าเป็นส่วนที่เชื่อมระหว่างกระดูกที่ติดกับโคนนิ้วกับกระดูกนิ้วข้อกลางเข้าด้วยกัน

3.2.3.3 DIJ (Distal Interphalangeal Joint) เป็นข้อต่อที่อยู่ถัดจากข้อต่อ PIJ ขึ้นไปเพื่อเชื่อมระหว่างกระดูกนิ้วข้อกลางกับกระดูกปลายนิ้วเข้าด้วยกัน

3.2.3.4 TMJ (Trapeziometacarpal Joint) เป็นข้อต่อมืออยู่ที่นิ้วหัวแม่มือถัดจากข้อต่อ MPJ ของนิ้วหัวแม่มือลงมา มีลักษณะเป็นแอ่งที่ฐานของนิ้วหัวแม่มือเข้าใกล้กับข้อมือ

3.2.4 ถุงมืออิเล็กทรอนิกส์ [10]

อุปกรณ์ถุงมืออิเล็กทรอนิกส์เป็นอุปกรณ์ถุงมือมีลักษณะดังรูปที่ 3.21 ที่มีตัวต้านทานปรับค่าได้ฝังในถุงมืออยู่ในตำแหน่งตามข้อต่อที่มีจุดเปลี่ยนบนมือและข้อมือนี้อยู่ที่ 3.21 ในงานวิจัยนี้ได้ใช้ถุงมือของบริษัทอิมเมอร์ชัน โควออปอเรต (Immersion Corporate) ทั้งซ้ายและขวา ถุงมือสองข้างจะมีความแตกต่างกันเล็กน้อย ในถุงมือข้างขวามีเซนเซอร์ติดอยู่ทั้งหมด 22 ชิ้น โดยจะอยู่ในที่ต่างๆ กันตามข้อต่อต่างๆ บนฝ่ามือ ค่าที่ได้จะเป็นค่าจากเซนเซอร์ ซึ่งในเซนเซอร์จะเป็นตัวต้านทานที่ปรับค่าได้ เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงค่าที่ได้ก็จะเปลี่ยนแปลงไปด้วย เซนเซอร์ติดอยู่ในตำแหน่งต่างๆ ของมือ ตำแหน่งของตัวรับข้อมูลในถุงมืออิเล็กทรอนิกส์ที่ใช้ในงานวิจัยมีดังต่อไปนี้

นิ้วหัวแม่มือ	TMJ, MPJ และ IJ
นิ้วชี้	MPJ ,PIJ
นิ้วกลาง	MPJ ,PIJ
นิ้วนาง	MPJ ,PIJ
นิ้วก้อย	MPJ ,PIJ
ง่ามนิ้ว	หัวแม่มือและนิ้วชี้, นิ้วชี้และนิ้วกลาง, นิ้วกลางและนิ้วนาง, นิ้วนางและนิ้วก้อย
ฝ่ามือ	การงอของฝ่ามือระหว่างนิ้วหัวแม่มือกับนิ้วก้อย
ข้อมือ	บิดข้อมือไปข้างหน้า (Pitch) และ บิดข้อมือไปข้างๆ (Yaw)

ค่าที่ได้จากเซนเซอร์จะอยู่ระหว่าง 0-255 มีค่าขึ้นอยู่กับสรีระของผู้สวมใส่ถุงมือ เซนเซอร์ที่ถูกตัดทิ้งจากถุงมือ คือ ตำแหน่ง DIJ ของนิ้วชี้ นิ้วกลาง นิ้วนาง และนิ้วก้อย เนื่องจากในตำแหน่งดังกล่าวถ้าไม่มีการหยิบจับวัตถุ ค่าที่เกิดขึ้นสามารถคำนวณได้โดยใช้สูตรดังสมการที่ 3.1 [4]

$$DIJ = \frac{2}{3} PIJ \quad (3.1)$$



รูปที่ 3.21 อุปกรณ์ถุงมืออิเล็กทรอนิกส์

3.2.5 เครื่องมือตรวจวัดตำแหน่งแบบ 6 แกน [11]

อุปกรณ์เครื่องมือตรวจวัดตำแหน่งแบบ 6 แกน เป็นเครื่องมือที่อาศัยหลักการของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าเพื่อตรวจวัดตำแหน่งของตัวรับข้อมูลว่าอยู่ในตำแหน่งใดๆ อุปกรณ์จะประกอบไปด้วยตัวส่งคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า และตัวรับคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า ดังรูปที่ 3.22 ในการใช้อุปกรณ์นี้ ตัวรับข้อมูลจะถูกติดกับข้อมือทั้งสองข้างรวมเข้ากับอุปกรณ์ถุงมืออิเล็กทรอนิกส์ อุปกรณ์นี้จะส่งข้อมูล 6 ค่า โดยแบ่งเป็นสองส่วน คือ

ค่าพิกัดในแนวแกน จะประกอบไปด้วยค่าตำแหน่งของตัวรับข้อมูล 3 ค่า ในแนวแกน X, Y และ Z โดยอ้างอิงกับแนวแกนของอุปกรณ์ตัวส่งคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า โดยค่าพิกัดในแนวแกนจะมีหน่วยวัดเป็นเซนติเมตร

ค่าองศาหมุนรอบตัวเองของเซนเซอร์นั้นจะประกอบไปด้วยค่าองศา 3 ค่าได้แก่ ค่าองศาหมุนในแนวระนาบ (yaw), ค่าองศาหมุนเมย (pitch) และค่าองศาหมุนของการม้วน (roll) โดยแนวแกนของเซนเซอร์จะเทียบกับทิศทางแนวแกนของอุปกรณ์ส่งคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า ในแต่ละค่าจะมีหน่วยเป็นเรเดียน



รูปที่ 3.22 อุปกรณ์ตรวจวัดตำแหน่งแบบ 6 แกนรุ่น 3SPACE® ISOTRAK II™ พร้อมด้วยเซนเซอร์ 2 ตัว และ Transmitter

3.3 ทฤษฎีแบบจำลองฮิดเดนมาร์คอฟโมเดล (Hidden Markov Model: HMM) [13]

แบบจำลองฮิดเดนมาร์คอฟโมเดลเป็นแบบจำลองทางสถิติ ซึ่งพัฒนาเพื่อแบ่งกลุ่มของอนุกรมทางเวลาหรือสัญญาณไม่คงที่ นั่นคือใช้สำหรับจัดกลุ่มของสัญญาณที่ไม่รู้จัก (Unknown signal) ให้ไปอยู่ในกลุ่มใดกลุ่มหนึ่งของสัญญาณ ซึ่งแบบจำลองฮิดเดนมาร์คอฟโมเดลได้ถูกนำมาประยุกต์ใช้ในการรู้จำเสียงพูด (Speech Recognition) หรือแม้แต่การรู้จำท่าทาง (Gesture Recognition)

3.3.1 ส่วนประกอบของแบบจำลองฮิดเดนมาร์คอฟโมเดล

แบบจำลองฮิดเดนมาร์คอฟโมเดลมีพารามิเตอร์ที่สำคัญ ที่ใช้ในการสร้างแบบจำลองในการรู้จำโดยมีค่าพารามิเตอร์ต่างๆดังนี้

- T คือ ความยาวของลำดับข้อมูล ซึ่งมีขนาดความยาวของลำดับเท่ากับจำนวนเฟรมทั้งหมดของข้อมูลที่เกี่ยวข้องกัน ซึ่งจะใช้เป็นข้อมูลอินพุตในส่วนของ HMM ซึ่งเรียกแทนว่า “ลำดับของค่าปรากฏ” (Observation sequence)

- N คือ จำนวนสเตตในแบบจำลอง ถ้ากำหนดให้เซตของสเตตเป็น $\{1, 2, \dots, N\}$ จะสามารถแทนสเตตที่เปลี่ยนไปตามเวลา t ด้วยเซตของ $Q = \{q_1, q_2, \dots, q_N\}$

- M คือ จำนวนของค่าปรากฏที่สามารถเป็นไปได้ต่อหนึ่งสเตต แทนสัญลักษณ์ด้วย $V = \{v_1, v_2, \dots, v_M\}$ ซึ่งจากการจัดระดับของการเปลี่ยนแปลงของความถี่ (ΔF) ออกเป็น 3 ระดับ จะได้เซตของค่าปรากฏที่สามารถเป็นไปได้ในแต่ละสเตตมีค่าเป็น $V = \{-1, 0, 1\}$

- ค่าความน่าจะเป็นในการย้ายสเตต: $A = \{a_{ij}\}$

โดย a_{ij} แทนการย้ายสเตตจาก i ไป j

เมื่อ

$$a_{ij} = P[q_t = j | q_{t-1} = i] \quad ; 1 \leq i, j \leq N \quad (3.2)$$

- การกระจายความน่าจะเป็น ของค่าปรากฏที่สามารถเป็นไปได้ภายในสเตต: $B = \{b_j(k)\}$

$$\text{โดยที่} \quad b_j(k) = P[v_k \text{ ที่เวลา } t | q_j \text{ ที่เวลา } t] \quad ; 1 \leq k \leq M \quad (3.3)$$

เป็นนิยามการกระจายสัญลักษณ์ในสเตต j เมื่อ $j = 1, 2, \dots, N$

- ค่าความน่าจะเป็นของการเป็นสเตตเริ่มต้น: $\pi = \{\pi_i\}$

$$\text{เมื่อ} \quad \pi_i = P[q_1 \text{ ที่เวลา } t=1] \quad ; 1 \leq i \leq N \quad (3.4)$$

จะเห็นว่าแบบจำลองฮิดเดนมาร์คอฟโมเดลต้องการพารามิเตอร์ของแบบจำลองคือ N, M และกลุ่มของความน่าจะเป็น A, B, π ดังนั้นในการแสดงเซตของพารามิเตอร์ที่สมบูรณ์ของแบบจำลองอ้างอิง จะแทนด้วยสัญลักษณ์

$$\lambda = (A, B, \pi) \quad (3.5)$$

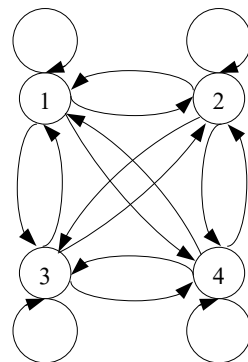
3.3.2 ชนิดของแบบจำลองฮิดเดนมาร์คอฟโมเดล

แบ่งตามการย้ายสเททของเมตริกซ์ A

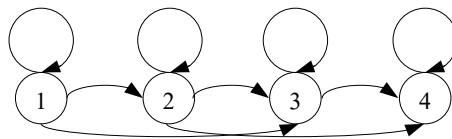
1. แบบ Ergodic Model หรือ Fully Connected Model

การย้ายสเททสามารถย้ายไปยังทุกๆสเททของแบบจำลอง ดังรูปที่ 3.23 (a) เป็นตัวอย่างของแบบจำลองที่มี $N = 4$ ซึ่งจากรูปนี้มีค่าของเมตริกซ์ A เป็น

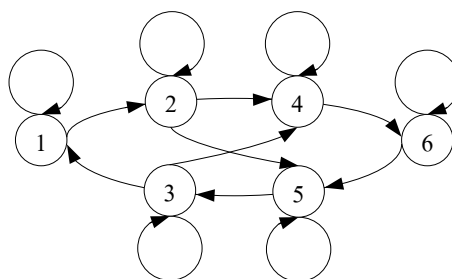
$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$



(a)



(b)



(c)

รูปที่ 3.23 แบบจำลองชนิดต่างๆของแบบจำลองฮิดเดนมาร์คอฟโมเดล

2. แบบ Left-Right Model หรือ Bakis Model

การย้ายสเททจะย้ายจากซ้ายไปขวา ซึ่งจะมีคุณสมบัติของสัมประสิทธิ์ในการย้ายสเทท

ดังนี้

$$a_{ij} = 0, j < i \quad (3.7)$$

จะไม่มีการย้ายสเตตไปยังสเตตที่ต่ำกว่าสเตตปัจจุบัน และนอกจากนี้ก็ยังมีความน่าจะเป็นของสเตตเริ่มต้นดังนี้

$$\pi_i = \begin{cases} 0 & , i \neq 1 \\ 1 & , i = 1 \end{cases} \quad (3.8)$$

ลำดับของสเตตจะต้องเริ่มที่สเตตที่ 1 เสมอ และ Left-Right Model นี้มักมีกฎบังคับกับการย้ายสเตต เพื่อไม่ให้มีการเปลี่ยนแปลงดัชนีของสเตตมากนัก กล่าวคือ

$$a_{ij} = 0 \quad , j < i + \Delta i \quad (3.8)$$

ดังรูปที่ 3.23 (b) ค่าของ $\Delta i = 2$ นั่นคือจะไม่มีการย้ายข้ามสเตตไปเกิน 2 สเตต และมีเมตริกซ์ในการย้ายสเตตเป็น

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & 0 \\ 0 & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ 0 & 0 & a_{33} & a_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

จะเห็นว่าสเตตสุดท้าย สัมประสิทธิ์การย้ายสเตตจะเป็น

$$a_{NN} = 1 \quad (3.10)$$

$$a_{Ni} = 0 \quad , i < N \quad (3.11)$$

แบบจำลองแบบนี้ จะเหมาะกับสัญญาณที่มีลักษณะเปลี่ยนแปลงตามเวลาอย่างต่อเนื่อง

3. แบบ Parallel Left-Right Model

เป็นแบบจำลองที่มีความยืดหยุ่นมากกว่าแบบที่ 2 แสดงได้ดังรูปที่ 3.23 (c)

3.3.3 ปัญหาพื้นฐานของแบบจำลองฮิดเดนมาร์คอฟโมเดล

ปัญหาของแบบจำลองฮิดเดนมาร์คอฟโมเดลมี 3 ข้อ ซึ่งต้องใช้วิธีการที่ต่างกันในการคำนวณเพื่อแก้ปัญหานี้

ปัญหาที่ 1 เมื่อมีลำดับของค่าปรากฏ $O = \{O_1 O_2 O_3 \dots O_T\}$ และมีแบบจำลอง $\lambda = (A, B, \pi)$ จะคำนวณหาความน่าจะเป็น $P(O|\lambda)$ ของลำดับค่าปรากฏนั้นได้อย่างไร

ปัญหาที่ 2 เมื่อมีลำดับของค่าปรากฏ $O = \{O_1 O_2 O_3 \dots O_T\}$ และมีแบบจำลอง $\lambda = (A, B, \pi)$ จะคำนวณหาลำดับสเตต $q = \{q_1 q_2 q_3 \dots q_T\}$ ที่เหมาะสมกับลำดับค่าปรากฏนั้นได้อย่างไร

ปัญหาที่ 3 เราจะปรับพารามิเตอร์ของแบบจำลอง $\lambda = (A, B, \pi)$ เพื่อให้ได้ค่า $P(O|\lambda)$ สูงสุดได้อย่างไร

การคำนวณเพื่อแก้ปัญหของแบบจำลองฮิดเดนมาร์คอฟโมเดล

การแก้ปัญหาที่ 1 เป็นการคำนวณหาว่าแบบจำลอง λ ใดๆ มีโอกาสจะให้ค่าลำดับเป็นไปตามลำดับของค่าปรากฏนั้น ด้วยค่าความน่าจะเป็นมากน้อยเท่าใด

การแก้ปัญหามาตรฐานทำได้โดยระบุสเตทให้กับลำดับของค่าปรากฏซึ่งยาว T (โดยที่ค่าปรากฏหนึ่งตัวมีความเป็นไปได้ที่จะอยู่ในสเตทได้ N สเตท) ซึ่งสามารถเป็นไปได้ถึง N^T แบบ ซึ่งให้สเตทต่างๆแทนด้วย

$$q = q_1 q_2 q_3 \dots q_T \quad (3.12)$$

เมื่อ q_1 เป็นสเตทเริ่มต้นที่เวลา $t = 1$ ความน่าจะเป็นของลำดับค่าปรากฏ O ที่กำหนดคือ

$$P(O | q, \lambda) = \prod_{t=1}^T P(O_t | q_t, \lambda) \quad (3.13a)$$

ความน่าจะเป็นในการเกิดค่าปรากฏคือ

$$P(O | q, \lambda) = b_{q_1} O_1 \cdot b_{q_2} O_2 \cdot \dots \cdot b_{q_T} O_T \quad (3.13b)$$

และความน่าจะเป็นในการย้ายข้ามสเตท q จะเป็น

$$P(q | \lambda) = \pi_{q_1} \cdot a_{q_1 q_2} \cdot a_{q_2 q_3} \cdot \dots \cdot a_{q_{T-1} q_T} \quad (3.14)$$

ดังนั้นเมื่อนำความน่าจะเป็นของการเกิดค่าปรากฏ O และค่าความน่าจะเป็นในการย้ายสเตท q มารวมกัน ซึ่งนั่นก็คือความน่าจะเป็นที่ O และ q จะเกิดขึ้นพร้อมกัน จะได้

$$\begin{aligned} P(O, q | \lambda) &= P(O | q, \lambda) P(q | \lambda) \\ &= (b_{q_1} O_1 \cdot b_{q_2} O_2 \cdot \dots \cdot b_{q_T} O_T) (\pi_{q_1} \cdot a_{q_1 q_2} \cdot a_{q_2 q_3} \cdot \dots \cdot a_{q_{T-1} q_T}) \end{aligned} \quad (3.15)$$

โดยที่ความน่าจะเป็นของ O ได้มาจากผลรวมของความน่าจะเป็นที่ O และ q เกิดขึ้นพร้อมกัน โดยคิดจากทุกสเตท q ที่จะเป็นไปได้ดังนี้

$$P(O | \lambda) = \sum_{\text{all } q} P(O | q, \lambda) P(q | \lambda) \quad (3.16)$$

$$= \sum_{q_1, q_2, \dots, q_T} \pi_{q_1} b_{q_1}(O_1) a_{q_1 q_2} b_{q_2}(O_2) \dots a_{q_{T-1} q_T} b_{q_T} O_T \quad (3.17)$$

ที่เวลาเริ่มต้น ($t = 1$) เราจะอยู่ที่สเตท q_1 ด้วยค่าความน่าจะเป็น π_{q_1} และแทนค่าความน่าจะเป็นในการเกิดค่าปรากฏ O_1 ที่สเตทนี้ด้วย $b_{q_1} O_1$

ที่เวลาเพิ่มขึ้นจาก t ไปยัง $t+1$ ($t=2$) เราแทนการย้ายสเตทจากสเตท q_1 ไปยัง q_2 ด้วยค่าความน่าจะเป็น $a_{q_1 q_2}$ และแทนค่าความน่าจะเป็นในการเกิดค่าปรากฏเป็น O_2 ด้วยค่าความน่าจะเป็น $b_{q_2} O_2$

จนกระทั่ง ณ เวลา T เราแทนการย้ายสเตทจากสเตท q_{T-1} ไปยัง q_T ด้วยค่าความน่าจะเป็น $a_{q_{T-1} q_T}$ และแทนค่าความน่าจะเป็นในการเกิดค่าปรากฏเป็น O_T ด้วยค่าความน่าจะเป็น $b_{q_T} O_T$

จะเห็นว่าสมการนี้มีการคำนวณที่ยุ่งยากเนื่องจากการคูณกันเป็นจำนวนมากในรูปของลำดับ $2T \cdot N^T$ ดังนั้นจึงมีการคิดหาวิธีมาช่วย ซึ่งแบ่งออกเป็น

1. กระบวนการไปข้างหน้า (Forward Procedure); $\alpha_t(i)$ = Forward variable นิยาม

$$\alpha_t(i) = P(O_1 O_2 \dots O_T, q_t = i | \lambda) \quad (3.18)$$

คือความน่าจะเป็นของการเกิดลำดับของค่าปรากฏ $O_1 O_2 \dots O_T$ และอยู่ที่สแตต q_i ณ เวลา t โดยมีแบบจำลองเป็น λ เราสามารถหา $\alpha_t(i)$ ได้ดังนี้

1. การเริ่มต้น (Initialization)

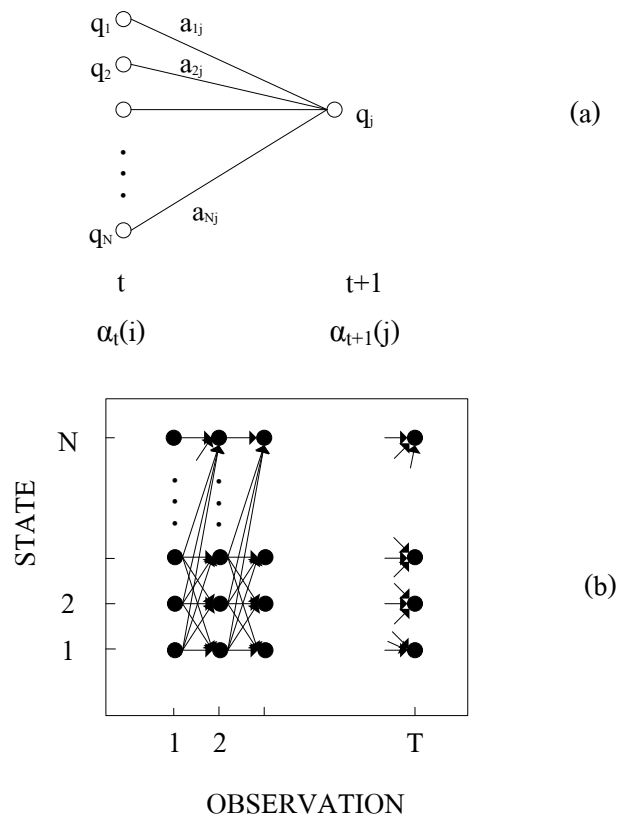
$$\alpha_t(i) = \pi_i b_i O_1 \quad ; 1 \leq i \leq N \quad (3.19)$$

เริ่มต้นด้วยการกำหนดความน่าจะเป็นไปข้างหน้าซึ่งเป็นความน่าจะเป็นร่วมของสแตต i และมีเหตุการณ์เริ่มต้นเป็น O_1

2. การเหนี่ยวนำ (Induction)

$$\alpha_{t+1}(j) = \left[\sum_{i=1}^N \alpha_t(i) a_{ij} \right] b_j(O_{t+1}) \quad ; \quad \begin{matrix} 1 \leq t \leq T-1 \\ 1 \leq j \leq N \end{matrix} \quad (3.20)$$

หมายความว่าสแตต j ที่เวลา $t+1$ สามารถมาได้จากสแตตก่อนหน้านี้ ซึ่งเป็นไปได้ถึง N สแตต (สแตต i ณ เวลา t โดยที่ $1 \leq i \leq N$) ดังรูป 3.24(a)



รูปที่ 3.24 กระบวนการไปข้างหน้า

จากรูปที่ 3.24 (b) แสดงให้เห็นว่าการคำนวณค่าความน่าจะเป็นแบบไปข้างหน้า (Forward probability) มีโครงสร้างการคำนวณคล้ายๆ ลักษณะของโครงผลึก และเนื่องจากมี

จำนวนสเตตเพียง N สเตต (แทนด้วยจำนวนโหนดในแต่ละช่วงเวลา t ใดๆ ในโครงผลึก) จำนวนลำดับสเตตจะถูกจัดเรียงลงในโหนดเหล่านี้ โดยในเวลา $t=1$ จะทำการคำนวณค่าของ $\alpha_i(i)$ ในทุกๆสเตต, $1 \leq i \leq N$ และที่เวลา $t=2, 3, \dots, T$ จะทำการคำนวณค่าของ $\alpha_i(j)$ ในทุกๆสเตต, $1 \leq i \leq N$ โดยในแต่ละค่าจะทำการคำนวณมาจาก $\alpha_{t-1}(i)$ จำนวน N ค่าก่อนหน้านี้

3. การสิ้นสุด (Termination)

$$P(O|\lambda) = \sum_{i=1}^N \alpha_i(i) \quad ; 1 \leq i \leq N \quad (3.21)$$

เราสามารถหา $P(O|\lambda)$ ได้จากผลรวมของ $\alpha_i(i)$ จากทุกๆสเตต

2. กระบวนการย้อนกลับ (Backward Procedure); $\beta_t(i)$ = Backward variable นิยาม

$$\beta_t(i) = P(O_{t+1} O_{t+2} \dots O_T | i_t = q_i, \lambda) \quad (3.22)$$

คือ ความน่าจะเป็นของลำดับค่าปรากฏส่วนหลังจากเวลา $t+1$ ไปจนจบ โดยกำหนดว่าต้องอยู่ที่สเตต i ที่เวลา t และมีแบบจำลองเป็น λ เราจะคำนวณหา $\beta_t(i)$ ได้ดังนี้

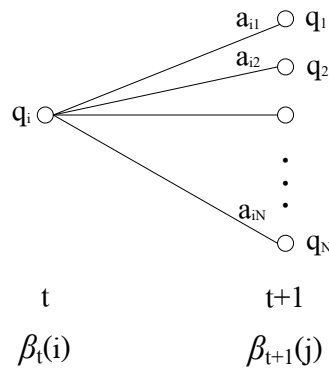
1. การเริ่มต้น (Initialization)

$$\beta_t(i) = 1 \quad ; 1 \leq i \leq N \quad (3.23)$$

2. การเหนี่ยวนำ (Induction)

$$\beta_t(i) = \sum_{j=1}^N a_{ij} b_j(O_{t+1}) \beta_{t+1}(j) \quad (3.24)$$

เมื่อ $t = T-1, T-2, \dots, 1 \quad ; 1 \leq i \leq N$



รูปที่ 3.25 กระบวนการย้อนกลับ

จากรูปที่ 3.25 เพื่อที่จะให้ค่าปรากฏอยู่ที่สเตต i ณ เวลา t โดยคาดคะเนจากลำดับค่าปรากฏจากเวลา $t+1$ ซึ่งเราจะต้องพิจารณาจากสเตต j ที่เป็นไปได้ทั้งหมด โดยจะขึ้นอยู่กับค่า a_{ij} และ $b_j(O_{t+1})$

การแก้ปัญหาที่ 2 ใช้วิธอร์บีอัลกอริทึม (Viterbi Algorithm) เพื่อที่จะหาลำดับสแตทที่ดีที่สุด $q = (q_1, q_2, q_3, \dots, q_T)$ ให้กับลำดับของค่าปรากฏ $O = \{O_1, O_2, O_3, \dots, O_T\}$ ที่มีอยู่ โดยนิยามให้

$$\delta_t(i) = \max_{q_1, q_2, \dots, q_{t-1}} P[q_1, q_2, \dots, q_{t-1}, q_t = i, O_1, O_2, \dots, O_t | \lambda] \quad (3.25)$$

เมื่อ $\delta_t(i)$ คือ ความน่าจะเป็นสูงสุด (highest probability) ของเส้นทาง (path) ซึ่งจะหาได้จากค่าความน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อเทียบกับสแตททุกสแตทในการให้ค่าปรากฏเป็นไปตามค่าปรากฏที่กำหนดให้ ที่ช่วงเวลา t ใดๆ และจากการอาศัยคุณสมบัติของการเหนี่ยวนำจะได้

$$\delta_{t+1}(j) = [\max_i \delta_t(i) a_{ij}] \cdot b_j(O_{t+1}) \quad (3.26)$$

โดยกำหนดให้ $\psi_t(j)$ เป็นอาร์เรย์ที่เก็บตำแหน่งของสแตท ที่ให้ค่าความน่าจะเป็นสูงที่สุดที่คำนวณได้ในแต่ละเวลา t และแต่ละลำดับ j ซึ่งจะสามารถหาลำดับสแตทที่ดีที่สุด โดยใช้กระบวนการต่อไปนี้

1. การเริ่มต้น (Initialization)

$$\delta_1(i) = \pi_i b_i(O_1) \quad ; 1 \leq i \leq N \quad (3.27)$$

$$\psi_1(i) = 0 \quad (3.28)$$

2. การย้อนกลับ (Recursion)

$$\delta_t(i) = [\max_{1 \leq j \leq N} \delta_{t-1}(j) a_{ji}] \cdot b_i(O_t) \quad ; \begin{matrix} 2 \leq t \leq T \\ 1 \leq j \leq N \end{matrix} \quad (3.29)$$

$$\psi_t(i) = [\arg \max_{1 \leq j \leq N} \delta_{t-1}(j) a_{ji}] \quad ; \begin{matrix} 2 \leq t \leq T \\ 1 \leq j \leq N \end{matrix} \quad (3.30)$$

3. การสิ้นสุด (Termination)

$$P^* = \max_{1 \leq i \leq N} [\delta_T(i)] \quad (3.31)$$

$$q_T = \arg \max_{1 \leq i \leq N} [\delta_T(i)] \quad (3.32)$$

4. เส้นทางเดินย้อนกลับ (Backtracking)

$$q_t^* = \psi_{t+1}(q_{t+1}^*) \quad ; t = T-1, T-2, \dots, 1 \quad (3.33)$$

การแก้ปัญหาที่ 3 จากที่กล่าวมาแล้วข้างต้นว่าแบบจำลองของท่าภาษามือไทยจะแทนด้วยค่าพารามิเตอร์ $\lambda = (A, B, \pi)$ ดังนั้นเมื่อมีลำดับของค่าปรากฏจำนวนหนึ่ง เพื่อที่จะนำมาสร้างแบบจำลองอ้างอิง จะต้องทำการคำนวณหาค่าพารามิเตอร์ A, B, π ของแบบจำลอง ซึ่งจะอยู่ในรูปของค่าความน่าจะเป็น โดยวิธีที่เลือกใช้ก็คือ วิธีของบาม-เวลช์ (Baum-Welch method) หรือเรียกอีกชื่อหนึ่งว่า EM (Expectation-Maximization method) โดยมี

นิยาม 1. คือ

$$\gamma_t(i) = P(q_t = i | O, \lambda) \quad (3.34)$$

เมื่อ $\gamma_t(i)$ คือ ค่าความน่าจะเป็นที่จะอยู่ที่สแตต i ที่ช่วงเวลา t โดยให้ลำดับของค่าปรากฏด้วยโมเดล λ โดยที่กำหนดลำดับของค่าปรากฏให้ สามารถแสดงค่า $\gamma_t(i)$ ได้ดังนี้

$$\begin{aligned}\gamma_t(i) &= P(q_t = i | O, \lambda) \\ &= \frac{P(O, q_t = i | \lambda)}{P(O | \lambda)} \\ &= \frac{P(O, q_t = i | \lambda)}{\sum_{i=1}^N P(O, q_t = i | \lambda)}\end{aligned}\quad (3.35)$$

เนื่องจาก $P(q_t = i | O, \lambda)$ มีค่าเท่ากับ $\alpha_t(i)\beta_t(i)$ ดังนั้นสามารถเขียน $\gamma_t(i)$ ได้เป็น

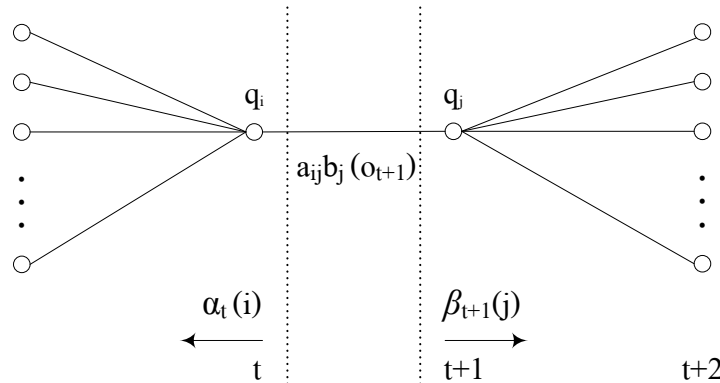
$$\gamma_t(i) = \frac{\alpha_t(i)\beta_t(i)}{\sum_{i=1}^N \alpha_t(i)\beta_t(i)}\quad (3.36)$$

โดย $\alpha_t(i)$ เริ่มจาก $O_1, O_2, \dots, O_t$ จนถึงสแตต i ที่เวลา t

โดย $\beta_t(i)$ เริ่มจาก $O_{t+1}, O_{t+2}, \dots, O_T$ จนถึงสแตต $q_t = i$ ที่เวลา t

นิยาม 2. $\varepsilon_t(i, j) = P(q_t = i, q_{t+1} = j | O, \lambda)$ (3.37)

เมื่อ $\varepsilon_t(i, j)$ คือความน่าจะเป็นที่จะอยู่ที่สแตต i ที่เวลา t และสแตต j ที่เวลา $t+1$ เมื่อกำหนดแบบจำลองและลำดับค่าปรากฏให้



รูปที่ 3.26 ลำดับการคำนวณการเกิดค่าปรากฏร่วมซึ่งจะอยู่ที่สแตต i เวลา t และอยู่ที่สแตต j เวลา $t+1$

จากรูปแสดงลำดับการคำนวณการเกิดค่าปรากฏร่วม ซึ่งระบบจะอยู่ในสแตต i ที่เวลา t และอยู่ที่สแตต j ที่เวลา $t+1$ โดย $\alpha_t(i)$ เริ่มจาก $t=1$ ที่ค่าปรากฏแรกจนถึงสแตต q_i ที่เวลา t และ $a_{ij}b_j(o_{t+1})$ เป็นการเปลี่ยนสแตตที่เวลา t ไปเป็น q_j ที่เวลา $t+1$ และให้ค่าปรากฏเป็น O_{t+1}

ซึ่งจากนิยามของตัวแปรไปข้างหน้า $\alpha_t(i)$ และตัวแปรย้อนกลับ $\beta_t(i)$ สามารถนำมาสัมพันธ์กับ $\varepsilon_t(i, j)$ ได้เป็น

$$\varepsilon_t(i, j) = \frac{P(q_t = i, q_{t+1} = j, O | \lambda)}{P(O | \lambda)}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\alpha_t(i) a_{ij} b_j(O_{t+1}) \beta_{t+1}(j)}{P(O|\lambda)} \\
&= \frac{\alpha_t(i) a_{ij} b_j(O_{t+1}) \beta_{t+1}(j)}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \alpha_t(i) a_{ij} b_j(O_{t+1}) \beta_{t+1}(j)}
\end{aligned} \tag{3.38}$$

จากที่ได้นิยาม $\gamma_t(i)$ แล้ว นำมาสัมพันธ์กับ $\varepsilon_t(i,j)$ ได้เป็น

$$\gamma_t(i) = \sum_{j=1}^N \varepsilon_t(i,j) \tag{3.39}$$

$$\text{เมื่อ } \sum_{t=1}^{T-1} \gamma_t(i) = \text{จำนวนของการย้ายสเตตจากสเตต } i \text{ ในลำดับค่าปรากฏ } O \tag{3.40a}$$

$$\sum_{t=1}^{T-1} \varepsilon_t(i,j) = \text{จำนวนของการย้ายสเตตจากสเตต } i \text{ ไป } j \text{ ในลำดับค่าปรากฏ } O \tag{3.40b}$$

ดังนั้นสามารถคำนวณค่าของพารามิเตอร์ได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
\pi'_i &= \text{จำนวนครั้งในการอยู่ที่สเตต } i \text{ ที่เวลา } t=1 \\
\pi'_i &= \gamma_1(i) \quad ; 1 \leq i \leq N
\end{aligned} \tag{3.41a}$$

$$\begin{aligned}
a'_{ij} &= \frac{\text{จำนวนครั้งที่คาดว่าจะย้ายสเตตจาก } i \text{ ไป } j}{\text{จำนวนครั้งที่คาดว่าจะย้ายจากสเตต } i} \\
a'_{ij} &= \frac{\sum_{t=1}^{T-1} \varepsilon_t(i,j)}{\sum_{t=1}^{T-1} \gamma_t(i)}
\end{aligned} \tag{3.41b}$$

$$\begin{aligned}
b'_j(k) &= \frac{\text{จำนวนครั้งที่คาดว่าจะอยู่ในสเตต } j \text{ และเกิดค่าปรากฏเป็น } V_k}{\text{จำนวนครั้งที่คาดว่าจะอยู่ที่สเตต } j} \\
b'_j(k) &= \frac{\sum_{t=1, O_t=V_k}^T \gamma_t(j)}{\sum_{t=1}^T \gamma_t(j)}
\end{aligned} \tag{3.41c}$$

จากกระบวนการข้างต้นถ้าให้ $\lambda = (A, B, \pi)$ เป็นแบบจำลองปัจจุบัน และใช้ λ นี้คำนวณในด้านขวาของสมการที่ (3.41a-c) และให้แบบจำลองที่ได้จากการคำนวณซ้ำเป็น $\lambda' = (A', B', \pi')$ เป็นแบบจำลองที่ได้จากด้านซ้ายของสมการที่ (3.41a-c) ซึ่งจะได้จุดวิกฤติของฟังก์ชันความน่าจะเป็นในกรณีที่ $\lambda' = \lambda$ หรือถ้า λ' มีความน่าจะเป็นมากกว่าแบบจำลอง λ [$P(O|\lambda') > P(O|\lambda)$] นั้นก็จะได้แบบจำลอง λ' ใหม่ ที่น่าจะทำให้เกิดลำดับของค่าปรากฏ O ที่ดีกว่า