



**ใบรับรองวิทยานิพนธ์**  
**บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์**  
**ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต (การสอนคณิตศาสตร์)**  
**ปริญญา**

การสอนคณิตศาสตร์	การศึกษา
สาขา	ภาควิชา

เรื่อง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง “ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ”  
ที่เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1  
โรงเรียนวัดสามัคยาราม จังหวัดนครศรีธรรมราช

Learning Activities Management on “the Relationship between Two Dimension and  
Three Dimension Geometric Figures” by Using Emphasize Learning Activities on  
Mathematics Skill and Process for Mathayomsuksa One Students at Watsamukkayaram  
School, Changwat Nakorn Si Thammarat

นามผู้วิจัย นางสาวอรอุมา รักษาชล

ได้พิจารณาเห็นชอบโดย

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

( อาจารย์ชนิศจรา เลิศอมรพงษ์, ศษ.ด. )

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม

( รองศาสตราจารย์สิริพร ทิพย์คง, Ed.D. )

หัวหน้าภาควิชา

( ผู้ช่วยศาสตราจารย์สุดารัตน์ สารสว่าง, Ph.D. )

**บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์รับรองแล้ว**

( รองศาสตราจารย์กัญจนา ชีระกุล, D.Agr. )

**คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย**

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ....

วิทยานิพนธ์

เรื่อง

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง "ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ"  
ที่เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1  
โรงเรียนวัดสามัคยาราม จังหวัดนครศรีธรรมราช

Learning Activities Management on “the Relationship between Two Dimension  
and Three Dimension Geometric Figures” by Using Emphasize Learning Activities on  
Mathematics Skill and Process for Mathayomsuksa One Students  
at Watsamukkayaram School, Changwat Nakorn Si Thammarat

โดย

นางสาวอรอุมา รักษาชล

เสนอ

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์  
เพื่อความสมบูรณ์แห่งปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต (การสอนคณิตศาสตร์)

พ.ศ. 2552

อรอุมา รักษาชล 2552: การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง "ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติ และสามมิติ" ที่เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนวัดสามัคยาราม จังหวัดนครศรีธรรมราช ปรินญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต (การสอนคณิตศาสตร์) สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ภาควิชาการศึกษา อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก: อาจารย์ชนิศวรา เลิศอมรพงษ์, ศษ.ด. 235 หน้า

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง "ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ" โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนวัดสามัคยาราม จังหวัดนครศรีธรรมราช 2) ศึกษาความสามารถในด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน 3) ศึกษาความคิดเห็นที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง "ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ" โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2551 ของโรงเรียนวัดสามัคยาราม จังหวัดนครศรีธรรมราช จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 36 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม จากนักเรียนทั้งหมด 3 ห้องเรียน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แผนการจัดการเรียนรู้ แบบประเมินทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง "ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ" จำนวน 22 ข้อ ซึ่งมีค่าความเที่ยง 0.73 วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ย ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน และสถิติที่

ผลการวิจัยพบว่า 1) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าเกณฑ์ 60% อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับ 0.05 2) นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา ในการให้เหตุผล ในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ ในการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ 3) นักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยอย่างยิ่งกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง "ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ" ที่เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

Onuma Ruksachol 2009: Learning Activities Management on “the Relationship between Two Dimension and Three Dimension Geometric Figures” by Using Emphasize Learning Activities on Mathematics Skill and Process for Mathayomsuksa One Students at Watsamukkayaram School, Changwat Nakorn Si Thammarat. Master of Education (Teaching Mathematics), Major Field: Teaching Mathematics, Department of Education.  
Thesis Advisor: Mrs. Chanisvara Lertamornpong, Ph.D. 235 pages.

The purposes of this research were 1) to study the mathematics learning achievement on the relationship between two dimension and three dimension geometric figures by using emphasize learning activities on mathematics skill and process for mathayomsuksa one students at Watsamukkayaram School, Changwat Nakorn Si Thammarat 2) to study students’ abilities on mathematics skill and process, and 3) to study students’ opinions related to learning activities on the relationship between two dimension and three dimension geometric figures by using emphasize learning activities on mathematics skill and process.

The sample was thirty - six mathayomsuksa one students in the second semester of academic year 2008 at Watsamukkayaram School, Changwat Nakorn Si Thammarat. This sample was selected by cluster random sampling from three classrooms. The research instruments were lesson plans, students' questionnaire, and the 22 items of mathematics learning achievement test with the reliability 0.73. The data was analyzed by the percentage, mean, standard deviation and t - test.

The research findings revealed that 1) mathematics learning achievement was higher than 60% at .05 level of significance 2) students had the ability on problem solving, reasoning, communication, presentation, connection, and creative thinking, and 3) almost students agreed that the learning activities were appropriate on the relationship between two dimension and Three dimension geometric figures by using emphasize learning activities on mathematics skill and process.

---

Student’s signature

---

Thesis Advisor’s signature

/ /

## กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จอย่างสมบูรณ์ได้ด้วยความกรุณาและความช่วยเหลือจาก  
ดร.ชนิศรดา เลิศอมรพงษ์ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก รองศาสตราจารย์ ดร.สิริพร ทิพย์คง  
ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม ศาสตราจารย์กิตติคุณยุพิน พิพิธกุล ผู้ทรงคุณวุฒิ ดร.ชานนท์ จันทรา  
ประธานการสอบ และผู้เชี่ยวชาญทุกท่านในการให้คำแนะนำปรึกษา ตลอดจนตรวจแก้ไข  
ข้อบกพร่องต่างๆ ด้วยความเอาใจใส่อย่างดียิ่ง อันเป็นประโยชน์สูงสุดต่อการวิจัยในครั้งนี้  
จึงขอกราบขอบพระคุณท่านเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอขอบพระคุณผู้อำนวยการ คณาจารย์ และขอขอบคุณนักเรียนโรงเรียนวัดสามัคยาราม  
ที่ให้ความร่วมมือในการทดลองหาประสิทธิภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย และเก็บรวบรวม  
ข้อมูลในการวิจัยครั้งนี้เป็นอย่างดี ขอขอบคุณเพื่อนนิสิตปริญญาโทสาขาการสอนคณิตศาสตร์ และ  
เพื่อนๆ ทุกคนที่ให้ความช่วยเหลือและเป็นกำลังใจตลอดระยะเวลาในการศึกษาจนสำเร็จ

คุณค่าและประโยชน์อันพึงมีจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นเครื่องบูชา  
พระคุณครู อาจารย์ คุณพ่อโสภณ รักษาชด คุณแม่ชะอ้อน รักษาชด และญาติพี่น้อง ผู้ให้ความรัก  
ให้การสนับสนุนและส่งเสริมให้ผู้วิจัยได้รับความสำเร็จในการศึกษาและการทำงาน

อรอุมา รักษาชด

มีนาคม 2552

## สารบัญ

	หน้า
สารบัญตาราง	(3)
สารบัญภาพ	(5)
<b>บทที่ 1 บทนำ</b>	<b>1</b>
ความสำคัญของปัญหา	1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย	4
ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	5
ขอบเขตของการวิจัย	5
นิยามศัพท์เฉพาะ	7
<b>บทที่ 2 การตรวจเอกสาร</b>	<b>10</b>
มาตรฐานทางด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์	11
ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์	12
แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้	32
การวัดผลและประเมินผล	48
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	61
<b>บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย</b>	<b>65</b>
ประชากร	65
กลุ่มตัวอย่าง	65
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	65
การเก็บรวบรวมข้อมูล	70
การวิเคราะห์ข้อมูล	71
<b>บทที่ 4 ผลการวิจัยและข้อวิจารณ์</b>	<b>72</b>
ผลการวิจัย	72
ข้อวิจารณ์	91

## สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ	94
สรุปผลการวิจัย	94
ข้อเสนอแนะ	101
เอกสารและสิ่งอ้างอิง	104
ภาคผนวก	112
ภาคผนวก ก แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์	
เรื่อง "ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ"	113
ภาคผนวก ข แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์	
เรื่อง "ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ"	213
ภาคผนวก ค แบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัด	
กิจกรรมการเรียนรู้	222
ภาคผนวก ง แบบสังเกตทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์	227
ภาคผนวก จ รายนามผู้เชี่ยวชาญ	231
ภาคผนวก ฉ ภาพการจัดกิจกรรมการเรียนรู้	233
ประวัติการศึกษาและการทำงาน	235

## สารบัญญัตราง

ตารางที่		หน้า
1	สาระที่ 6: ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์	11
2	เกณฑ์การให้คะแนนด้านทักษะการแก้ปัญหา	58
3	เกณฑ์การให้คะแนนด้านทักษะการให้เหตุผล	59
4	เกณฑ์การให้คะแนนด้านทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ	59
5	เกณฑ์การให้คะแนนด้านทักษะการเชื่อมโยง	60
6	เกณฑ์การให้คะแนนด้านความคิดริเริ่มสร้างสรรค์	61
7	ลักษณะการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ” ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1	73
8	ตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนหน้า จำนวนด้าน และจำนวนจุดยอด ของปริซึม และ พีระมิด	76
9	การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง “ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ” ของนักเรียนหลังการเรียนกับ เกณฑ์คะแนน 60%	85

## สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่		หน้า
10	ผลการสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ”	86

## สารบัญภาพ

ภาพที่		หน้า
1	ตัวอย่างผลงานของนักเรียนในการทำกิจกรรมที่ 1 “โมเดลกระดาษ”	75
2	ตัวอย่างการเขียนรูปเรขาคณิตสามมิติ	77
3	ตัวอย่างผลงานนักเรียนในการทำกิจกรรมที่ 3 “รูปเรขาคณิตสองมิติ จากรูปเรขาคณิตสามมิติ”	78
4	หลักการเติมตัวเลขในรูปคลื่นของลูกบาศก์	79
5	รูปสี่ม ขนมหั่น และหมวยอ ที่นำมาใช้แทนทรงกลม ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก และทรงกระบอก ตามลำดับ	80
6	ตัวอย่างบัตรภาพขนาด 3 x 3 ที่ภายในเป็นรูปที่ได้จากการมองด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติต่างๆ	83
<b>ภาพผนวกที่</b>		
1	ภาพการจัดกิจกรรมการเรียนรู้	234

# บทที่ 1

## บทนำ

### ความสำคัญของปัญหา

เทคโนโลยีและวิทยาการต่างๆ ได้เปลี่ยนแปลงก้าวหน้าไปอย่างรวดเร็ว วิชาคณิตศาสตร์ เป็นวิชาหนึ่งที่มีส่วนทำให้เกิดความเจริญก้าวหน้าเหล่านั้น ด้วยเหตุผลนี้เองจึงทำให้ประเทศต่างๆ เล็งเห็นความสำคัญและคุณค่าของวิชาคณิตศาสตร์ว่านอกจากจะนำความรู้เรื่องการบวก ลบ คูณ หารและอื่นๆ ไปใช้ในชีวิตประจำวันได้แล้ว ประโยชน์ที่สำคัญตามมาอีกประการหนึ่งคือทำให้นักเรียนเป็นคนโดยสมบูรณ์ เนื่องจากคณิตศาสตร์สอนให้นักเรียนรู้จักแก้ปัญหาโดยใช้เหตุผลและข้อเท็จจริงต่างๆ อย่างเป็นลำดับขั้นตอน ดังคำกล่าวของ ยูพิน พิพิธกุล (2539) ที่ว่าวิชาคณิตศาสตร์ เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับความคิด กระบวนการและเหตุผล คณิตศาสตร์ฝึกให้คนคิดอย่างมีระเบียบ และเป็นรากฐานของวิทยาการหลายๆ สาขา ความเจริญก้าวหน้าทางเทคโนโลยี วิทยาศาสตร์ วิศวกรรมศาสตร์ ฯลฯ ก็ล้วนแต่อาศัยคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น ซึ่งสอดคล้องกับที่ สิริพร ทิพย์คง (2536) กล่าวไว้ว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ช่วยก่อให้เกิดความเจริญก้าวหน้า ทั้งทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี โลกในปัจจุบันเจริญขึ้นเพราะการคิดค้นทางด้านวิทยาศาสตร์ต้องอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์ ดังมีคำกล่าวที่ว่า คณิตศาสตร์เป็นราชินีของวิทยาศาสตร์ (mathematics is the queen of science) จึงกล่าวได้ว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญต่อความเป็นอยู่ของมนุษย์จึงได้มีการบรรจุวิชาคณิตศาสตร์ในทุกๆ ระดับชั้นตั้งแต่อนุบาลจนถึงมหาวิทยาลัย ประเทศไทยได้มีการเรียนการสอนคณิตศาสตร์มาตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบัน ดังจะเห็นได้จากสุภายิตไทยสมัยโบราณที่กล่าวถึงความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ว่าปากเป็นเอก เลขเป็นโท หนังสือเป็นตรี กล่อมอินทรีย์เป็นจัตวา จากความสำคัญของคณิตศาสตร์ดังกล่าว จึงจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องให้ความสำคัญต่อการพัฒนาการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อให้สอดคล้องกับความต้องการในสังคมปัจจุบัน

สำหรับหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาของประเทศไทยที่ใช้อยู่เดิมเป็นหลักสูตรมัธยมศึกษา พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) แต่ปัจจุบันสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2545) ได้จัดทำหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ซึ่งใช้ในโรงเรียนทั่วประเทศที่จัดการศึกษาขั้นพื้นฐานในปีการศึกษา 2546 โดยหลักสูตรได้กำหนดสาระที่เป็นองค์ความรู้ ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ประกอบไปด้วย 6 สาระ คือ จำนวน

และการดำเนินการ การวัด เรขาคณิต พีชคณิต การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็นและทักษะ/  
กระบวนการทางคณิตศาสตร์

กรมวิชาการ (2545ก) ได้กล่าวว่า หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานของกลุ่มคณิตศาสตร์เป็น  
สาระการเรียนรู้พื้นฐานสำคัญที่นักเรียนทุกคนจะต้องเรียนรู้ ได้กำหนดให้นักเรียนมีทักษะ/  
กระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ ตระหนักในคุณค่าของคณิตศาสตร์และ  
สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปพัฒนาคุณภาพชีวิตตลอดจนนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปเป็น  
เครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่างๆ และเป็นพื้นฐานในการศึกษาในระดับที่สูง และเช่นเดียวกับ  
สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (2549) ได้กล่าวว่า ทักษะ/กระบวนการทาง  
คณิตศาสตร์เป็นสมรรถภาพที่จำเป็นต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน  
พุทธศักราช 2544 ได้กำหนดเป็นสาระหลักสาระหนึ่งของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่ง  
ประกอบด้วย 5 มาตรฐาน คือ มีความสามารถในการแก้ปัญหา มีความสามารถในการให้เหตุผล  
มีความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ มีความสามารถ  
ในการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ ได้ และมี  
ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ สอดคล้องกับที่ The National Council of Supervisors of Mathematics  
(1989) ได้ให้ทรรศนะเกี่ยวกับคุณลักษณะของนักเรียนที่จะเติบโตไปสู่สังคมยุคข่าวสารว่า จะต้อง  
เป็นผู้ที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์โดยเฉพาะความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการ  
ให้เหตุผล และความสามารถในการสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์

เรขาคณิตเป็นสาระหนึ่งที่บรรจุอยู่ในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื่องจากเป็นพื้นฐาน  
หนึ่งที่สำคัญต่อการเรียนคณิตศาสตร์ทุกระดับ ปานทอง กุลนาถศิริ (2541) กล่าวว่า เรขาคณิตเป็น  
พื้นฐานหนึ่งที่สำคัญต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในทุกระดับ หลักสูตรคณิตศาสตร์ไม่ว่าจะใน  
ยุคใดสมัยใด จะมีการพัฒนาปรับปรุงอย่างไร เรขาคณิตจะต้องเป็นสาระหนึ่งที่จัดบรรจุอยู่ใน  
หลักสูตร เช่นเดียวกับที่ สิริพร ทิพย์คง (2537) ได้กล่าวเกี่ยวกับเรขาคณิตว่า การเรียนเรขาคณิตจะ  
ช่วยพัฒนาความรู้ความเข้าใจและทำให้เกิดความซาบซึ้งในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน นักเรียน  
จำเป็นจะต้องมีความเข้าใจเกี่ยวกับรูปเรขาคณิตและทรงเรขาคณิต ซึ่งเป็นรูปธรรมก่อนที่จะเป็น  
นามธรรมต่อไป นอกจากนี้การเรียนเรขาคณิตจะช่วยพัฒนาความสามารถของนักเรียนในการมอง  
ภาพสามมิติ ซึ่งการพัฒนาความสามารถในการมองจะช่วยในการศึกษาด้านวิศวกรรม ฟิสิกส์  
สถาปัตยกรรม มัณฑนศิลป์ ชีววิทยา ธรณีวิทยา ดาราศาสตร์ และการแพทย์ สำหรับหลักสูตร  
การศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 โดยสาระที่ 3 เรขาคณิต หลักสูตรได้กำหนดมาตรฐานการ

เรียนรู้ไว้ดังนี้ คือ มาตรฐาน ค 3.1: อธิบายและวิเคราะห์รูปร่างเรขาคณิตสองมิติและสามมิติได้ และ มาตรฐาน ค 3.2: ใช้การนิกภาพ (visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (geometric model) ในการแก้ปัญหาได้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี [สสวท.], 2545) จากมาตรฐานการเรียนรู้เรขาคณิตดังกล่าว เพื่อให้ นักเรียนเกิดมาตรฐาน ค 3.1 ได้มีการจัดสาระการเรียนรู้เรื่องความสัมพันธ์ของรูปร่างเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ โดยมีสาระการเรียนรู้ได้แก่ ภาพของรูปร่างเรขาคณิตสองมิติที่เกิดจากการคลี่รูปร่างเรขาคณิตสามมิติ ภาพที่ได้จากการมองทางด้านหน้า (front view) ด้านข้าง (side view) หรือด้านบน (top view) ของรูปร่างเรขาคณิตสามมิติ และการวาดหรือประดิษฐ์รูปร่างเรขาคณิตที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ (สสวท., 2546) ซึ่งเป็นสิ่งสำคัญที่นักเรียนทุกคนจำเป็นต้องเรียนรู้ นอกจากนี้ยังเป็น เรื่องที่เกี่ยวข้องกับการนิกภาพของรูปร่างเรขาคณิต สามมิติและรูปคลี่ของรูปร่างเรขาคณิตสามมิติที่ไม่มี บรรจุอยู่ในหลักสูตรเดิมหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533)

จากผลการศึกษาของทิพย์รัตน์ นพฤทธิ (2547) พบว่าสาเหตุประการหนึ่งที่สำคัญที่ทำให้ นักเรียนมีระดับการคิดเชิงเรขาคณิตในระดับต่ำอาจเป็นผลมาจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ไม่ได้ ส่งเสริมการคิดของนักเรียน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เน้นว่าเป็นหัวใจสำคัญที่จะส่งเสริมให้การ เรียนการสอนประสบความสำเร็จและบรรลุผลตามวัตถุประสงค์ที่กำหนดไว้ ดังที่ จินตนา สุขมาก (2535) กล่าวว่า กิจกรรมมีประโยชน์ต่อนักเรียนหลายประการ เช่น ช่วยให้นักเรียนเกิดความสนใจ เป็นฝ่ายกระทำ ได้แสดงความสามารถตามความถนัดและความสนใจของตัวเอง ส่งเสริมความคิด ริเริ่มสร้างสรรค์และทักษะต่างๆ รู้จักวิเคราะห์ วิเคราะห์และนำไปประยุกต์ใช้ได้ นอกจากนี้ยังเป็น การปลูกฝังเจตคติที่ดีต่อการเรียน มีความรับผิดชอบ และเป็นการฝึกการทำงานร่วมกับผู้อื่นอีกด้วย สุณีย์ คล้ายนิล และ พิศาล สร้อยรุหร่า (2546) ได้วิเคราะห์ถึงสภาพความแตกต่างเกี่ยวกับการจัด การเรียนการสอนระหว่างประเทศไทย มาเลเซีย และสิงคโปร์ พบว่า จุดเน้นของการเรียนการสอน ในประเทศมาเลเซียจะเน้นมากทั้งด้านทักษะพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ความเข้าใจในแนวคิด คณิตศาสตร์ การนำไปใช้ในชีวิตจริง การสื่อสารเชิงคณิตศาสตร์ และการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคยหรือ แตกต่างจากตัวอย่างในหนังสือ สำหรับประเทศสิงคโปร์จะเน้นมากในด้านทักษะพื้นฐานทาง คณิตศาสตร์ ความเข้าใจในแนวคิดคณิตศาสตร์ การนำไปใช้ในชีวิตจริง ส่วนด้านการสื่อสารเชิง คณิตศาสตร์ และการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคยหรือแตกต่างจากตัวอย่างในหนังสือเรียนก็จะเน้นรอง ลงมา แต่ในขณะที่ประเทศไทยจะเน้นมากเพียง 2 ด้าน คือ ทักษะพื้นฐานทางคณิตศาสตร์และความ เข้าใจในแนวคิดคณิตศาสตร์เท่านั้น ซึ่งจะเห็นว่า การจัดการเรียนการสอนของประเทศไทยนั้น จะ

ไม่เน้นการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตจริงและการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคยหรือแตกต่างจากตัวอย่างในหนังสือเรียน ซึ่งทำให้นักเรียนไทยเรียนคณิตศาสตร์ไม่ประสบผลสำเร็จไม่สามารถนำความรู้ไปใช้ได้และไม่เห็นคุณค่าคณิตศาสตร์เท่าที่ควร ชัยศักดิ์ ติลาจรัสกุล (2544) กล่าวว่า ครูคณิตศาสตร์มีความจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องปรับเปลี่ยนวิธีสอนของตนเองให้เข้ากับยุคสมัยใหม่ โดยให้นักเรียนเป็นศูนย์กลาง มีส่วนร่วมในการเรียนการสอน สรรค์สร้างความรู้ด้วยตนเอง เช่นเดียวกับ จิราภรณ์ ศิริทวี (2541) ที่กล่าวว่าครูต้องหาวิธีการแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพ มีรูปแบบในการจัดกิจกรรมที่หลากหลาย เน้นทักษะกระบวนการ เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนมีการเชื่อมโยงวิธีการเรียนรู้ในเนื้อหาเกี่ยวกับชีวิตจริง พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พุทธศักราช 2542 มาตรา 22 (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, 2545) กำหนดแนวทางในการจัดการศึกษาว่า การจัดการศึกษาต้องยึดนักเรียนเป็นหลักและเป็นศูนย์กลางการเรียนรู้ รูปแบบการเรียนการสอนที่หลากหลาย เน้นการจัดการเรียนการสอนตามสภาพจริง การเรียนรู้ด้วยตนเอง การเรียนรู้ร่วมกัน การเรียนรู้จากธรรมชาติ การเรียนรู้จากการปฏิบัติจริงและการเรียนรู้แบบบูรณาการ

จากเหตุผลดังกล่าวข้างต้นจึงเป็นแรงจูงใจให้ผู้วิจัยต้องการที่จะจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์โดยเลือกเนื้อหาเรื่องความสัมพันธ์ของรูปเรขาคณิต สองมิติและสามมิติ ทั้งนี้เนื่องจากเนื้อหานี้สามารถที่จะจัดกิจกรรมการเรียนรู้ได้หลากหลายและมีสื่อการเรียนรู้มากมายที่จะนำมาใช้ประกอบในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ซึ่งจะเป็นการเริ่มต้นพัฒนาทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี อีกทั้งยังเป็นการส่งเสริมการมองภาพ หรือการจินตนาการภาพในลักษณะสามมิติด้วยและเพื่อเป็นแนวทางในการวัดผลและการประเมินผลด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์อย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งสอดคล้องกับหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544 ที่ต้องมีการวัดผลและการประเมินผลทั้งในด้านความรู้ ด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์และด้านคุณลักษณะ

### วัตถุประสงค์ของการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ

1. ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนวัดสามัคยาราม จังหวัดนครศรีธรรมราช

2. ศึกษาความสามารถในด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ทั้ง 5 ด้าน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนวัดสามัคยาราม จังหวัดนครศรีธรรมราช

3. ศึกษาความคิดเห็นที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนวัดสามัคยาราม จังหวัดนครศรีธรรมราช

### ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. ได้กิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง “ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ” สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนวัดสามัคยาราม จังหวัดนครศรีธรรมราช

2. เป็นแนวทางให้ครูนำกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ” ไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

### ขอบเขตของการวิจัย

1. ประชากรที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2551 ของโรงเรียนวัดสามัคยาราม จังหวัดนครศรีธรรมราช จำนวน 3 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 107 คน

2. กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2551 ของโรงเรียนวัดสามัคยาราม จังหวัดนครศรีธรรมราช จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 36 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (cluster random sampling) จากนักเรียนทั้งหมด 3 ห้องเรียน

3. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยเป็นเนื้อหาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ช่วงชั้นที่ 3 (มัธยมศึกษาปีที่ 1 – มัธยมศึกษาปีที่ 3) เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ดังสาระการเรียนรู้ต่อไปนี้

3.1 ภาพของรูปเรขาคณิตสองมิติที่เกิดจากการคลี่รูปเรขาคณิตสามมิติ

3.2 ภาพสองมิติที่ได้จากการมองทางด้านหน้า (front view) ด้านข้าง (side view) หรือด้านบน (top view) ของรูปเรขาคณิตสามมิติ

3.3 การวาดหรือประดิษฐ์รูปเรขาคณิตที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์เมื่อกำหนดภาพสองมิติที่ได้จากการมองทางด้านหน้า (front view) ด้านข้าง (side view) หรือด้านบน (top view) ของรูปเรขาคณิตสามมิติให้

3.4 การเชื่อมโยงความรู้เรื่องการสร้างรูปเรขาคณิตเพื่อสร้างสรรค์ภาพสองมิติ หรือแบบจำลองสามมิติที่สวยงามและเหมาะสม

4. ระยะเวลาที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง “ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ” ใช้เวลาในการสอนทั้งหมด 10 คาบ คาบละ 50 นาที และเวลาในการทดสอบ 1 คาบ (เป็นการทดสอบแบบเทียบกับเกณฑ์ 60%) ดังนี้

คาบที่ 1	ทบทวนรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ
คาบที่ 2 – คาบที่ 3	ภาพของรูปเรขาคณิตสามมิติ
คาบที่ 4 – คาบที่ 5	รูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติ
คาบที่ 6	หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ

คาบที่ 7	ภาพที่ได้จากการมองด้านหน้า (front view) ด้านข้าง (side view) และด้านบน (top view) ของรูปเรขาคณิตสามมิติ
คาบที่ 8 – คาบที่ 10	รูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นด้วยลูกบาศก์
คาบที่ 11	การทดสอบหลังเรียน

## 5. ตัวแปรที่ศึกษาในงานวิจัย ได้แก่

5.1 ตัวแปรอิสระ คือ กิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง “ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ” ที่เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

5.2 ตัวแปรตาม คือ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ” และความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง “ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ” ที่เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

### นิยามศัพท์เฉพาะ

ผู้วิจัยได้ให้นิยามศัพท์ที่ใช้ในการวิจัย ดังนี้

**กิจกรรมที่เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์** หมายถึง กิจกรรมที่นักเรียนได้รับประสบการณ์การเรียนรู้ขณะทำกิจกรรม และเป็นกิจกรรมที่มุ่งเน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ ความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการให้เหตุผล ความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

**ความสามารถในการแก้ปัญหา** หมายถึง ความสามารถในการใช้วิธีการที่หลากหลาย แก้ปัญหา และการใช้ความรู้ ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม

**ความสามารถในการให้เหตุผล** หมายถึง ความสามารถในการแสดงเหตุผลโดยการอ้างอิงความรู้ ข้อมูล หรือข้อเท็จจริง หรือสร้างแผนภาพ

**ความสามารถในการสื่อสาร** สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ หมายถึง ความสามารถในการใช้ภาษา และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมาย และนำเสนอได้อย่างถูกต้องชัดเจน และรัดกุม

**ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ** หมายถึง ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้เนื้อหาต่างๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่นๆ ตลอดจนสามารถนำความรู้ และทักษะที่ได้จากการเรียนคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ในการเรียนรู้สิ่งต่างๆ และในการดำรงชีวิต

**ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์** หมายถึง กระบวนการความคิดของสมองที่อาศัยประสบการณ์เดิม ผสมผสานกับประสบการณ์ใหม่ที่ได้รับ เพื่อให้เกิดความคิดสิ่งประดิษฐ์หรือการกระทำใหม่ๆ อันเป็นประโยชน์ต่อตนเองและสังคม

**ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ** หมายถึง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ซึ่งประกอบด้วยความสัมพันธ์ 3 ด้าน ได้แก่ ภาพของรูปเรขาคณิตสองมิติที่เกิดจากการคลี่รูปเรขาคณิตสามมิติ ภาพสองมิติที่เกิดจากการมองทางด้านหน้า (front view) ด้านข้าง (side view) และด้านบน (top view) ของรูปเรขาคณิตสามมิติและการวาดและประดิษฐ์รูปเรขาคณิตที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์เมื่อกำหนดภาพสองมิติที่ได้จากการมองทางด้านหน้า (front view) ด้านข้าง (side view) หรือด้านบน (top view) ของรูปเรขาคณิตสามมิติให้

**ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์** หมายถึง คะแนนที่นักเรียนได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต

สองมิติและสามมิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 22 ข้อ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งทำการทดสอบหลังจาก  
การเรียนการสอนสิ้นสุดลง

ความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ หมายถึง ความรู้สึกของนักเรียน  
ที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์โดยใช้กิจกรรมที่เน้นทักษะ/กระบวนการทาง  
คณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นคะแนนที่ได้จากการตอบแบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการ  
จัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์

## บทที่ 2

### การตรวจเอกสาร

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ตรวจสอบเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องซึ่งประกอบด้วย

1. มาตรฐานทางด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์
2. ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์
  - 2.1 ความสามารถในการแก้ปัญหา
  - 2.2 ความสามารถในการให้เหตุผล
  - 2.3 ความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ
  - 2.4 ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ
  - 2.5 ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์
3. แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
  - 3.1 ความหมายของกิจกรรม
  - 3.2 ลักษณะของกิจกรรม
  - 3.3 แนวทางในการจัดการเรียนการสอนเรขาคณิต
  - 3.4 แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์
4. การวัดผลประเมินผล
  - 4.1 ความหมายของการวัดผลและการประเมินผล
  - 4.2 ความหมายการประเมินตามสภาพจริง
  - 4.3 วิธีการประเมินตามสภาพจริง
  - 4.4 ประโยชน์ของการประเมินตามสภาพจริง

#### 4.5 การประเมินผลที่คำนึงถึงทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

#### 5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

##### 5.1 งานวิจัยภายในประเทศ

##### 5.2 งานวิจัยในต่างประเทศ

### มาตรฐานทางด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐานทางด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ยอมรับและนำมาใช้อ้างอิงกันอย่างแพร่หลายคือ มาตรฐานทางด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ของ The National Council of Teachers of Mathematics ประกอบด้วยการแก้ปัญหา การให้เหตุผลและการพิสูจน์ การสื่อสาร การเชื่อมโยงและการนำเสนอ สำหรับประเทศไทย ได้กำหนดมาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 3 ในสาระที่ 6: ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ดังนี้ (สสวท, 2550)

#### ตารางที่ 1 สาระที่ 6: ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

สาระและมาตรฐานการเรียนรู้	มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 3 (ม.1 – ม.3)
มาตรฐาน ค 6.1 : มีความสามารถในการแก้ปัญหา	<ol style="list-style-type: none"> <li>ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหาได้</li> <li>ใช้ความรู้ ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม</li> </ol>
มาตรฐาน ค 6.2 : มีความสามารถในการให้เหตุผล	เลือกใช้ข้อมูลต่างๆ ในการคิดและตัดสินใจได้อย่างเหมาะสม และสามารถแสดงเหตุผลโดยการอ้างอิงความรู้ ข้อมูลหรือข้อเท็จจริง หรือสร้างแผนภาพ

### ตารางที่ 1 (ต่อ)

สาระและมาตรฐานการเรียนรู้	มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 3 (ม.1 – ม.3)
มาตรฐาน ค 6.3 : มีความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมาย และนำเสนอได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน และรัดกุม
มาตรฐาน ค 6.4 : มีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ ได้	<ol style="list-style-type: none"> <li>นำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงในการเรียนรู้เนื้อหาต่างๆ ในวิชาคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับวิชาอื่นได้</li> <li>นำความรู้และทักษะจากการเรียนคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ในการเรียนรู้สิ่งต่างๆ และในชีวิตจริงได้</li> </ol>
มาตรฐาน ค 6.5 : มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์	มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ที่มา: กรมวิชาการ (2545ก)

#### ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

ในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้กำหนดมาตรฐานการเรียนรู้ด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นไว้ 5 ด้าน ดังนี้คือ ความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการให้เหตุผล ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และ ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ทิศนา แจมมณี (2545) ได้ให้ความหมายของทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ว่า หมายถึง ความรู้ ความสามารถ หรือวิธีการดำเนินการที่หลากหลายทั้งทางสติปัญญา การคิดอย่างมีวิจารณญาณ หรือกระบวนการทางสังคมที่นำมาใช้ หรือกระบวนการสืบเสาะแสวงหาความรู้ กระบวนการคิดต่างๆ เช่น การคิดวิเคราะห์ การอุปนัย การนิรนัย การใช้เหตุผล การสืบสอบ

การคิดริเริ่มสร้างสรรค์และการคิดอย่างมีวิจารณญาณ เป็นต้น หรืออาจเป็นกระบวนการทางสังคม เช่น กระบวนการทำงานร่วมกัน เป็นต้น และนริศราภรณ์ ศรีพงษ์ชัย (2548) กล่าวว่า ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถที่เกิดจากการปฏิบัติและฝึกฝนความนึกคิด อย่างมีระบบทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 5 ทักษะ คือ ทักษะด้านการแก้ปัญหา ทักษะด้านการให้เหตุผล ทักษะด้านการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ ทักษะด้านการเชื่อมโยง ทักษะด้านความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ซึ่งสอดคล้องกับชัยรัตน์ สุลีนาจ (2547) ที่กล่าวว่า ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถ/ความชำนาญในการปฏิบัติงาน และกิจกรรมต่างๆ ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยจะต้องทำให้ดี มีคุณภาพ มีความถูกต้องแม่นยำ และรวดเร็ว

## ความสามารถในการแก้ปัญหา

### ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550) กล่าวว่า โดยทั่วไปปัญหา หมายถึง สถานการณ์ที่เผชิญอยู่และต้องการค้นหาคำตอบ โดยที่ยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที ถ้าสถานการณ์นั้นง่ายเกินไปจนรู้วิธีการหาคำตอบหรือรู้คำตอบทันทีแล้วสถานการณ์นั้นก็ไม่ใช่ปัญหาอีกต่อไป สำหรับปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ซึ่งเผชิญอยู่และต้องการค้นหาคำตอบ โดยที่ยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ และปฐมพร บุญดี (2545) ที่กล่าวถึงปัญหาของคณิตศาสตร์ว่า เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่เกี่ยวข้องกับปริมาณ การพิสูจน์และปัญหาในชีวิตประจำวัน ซึ่งผู้ตอบไม่สามารถตอบได้ในทันที ผู้ตอบจะต้องใช้ความรู้และประสบการณ์ที่มีอยู่ เพื่อหาวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการแก้ปัญหานั้นให้สำเร็จลงได้และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือวิธีการยथวิธี หรือเทคนิคเฉพาะต่างๆ ที่ผู้แก้ปัญหามองอาศัยความรู้ ความจำ การคิดวิเคราะห์ รวมทั้งประสบการณ์ที่เกิดจากการเรียนรู้ของผู้แก้ปัญหานั้นเอง กล่าวได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์หรือคำถามที่นักเรียนไม่คุ้นเคยมาก่อน อาจเกี่ยวข้องกับปริมาณ จำนวน การพิสูจน์ ปัญหาที่พบในชีวิตประจำวันซึ่งนักเรียนไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใดจะต้องใช้ความรู้ ประสบการณ์ ตลอดจนวิธีการที่หลากหลายช่วยในการแก้ปัญหา

ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้น ได้มีนักการศึกษาทั้งในและต่างประเทศหลายท่านได้ให้ความหมายไว้ เช่น Polya (1957) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการหาแนวทางที่จะหาวิธีการที่จะนำสิ่งที่ไม่รู้ในปัญหา หรือสิ่งที่ยุ่งยากออกไป เป็นการหาวิธีการที่ต้องการความสำเร็จในการแก้ไขกับอุปสรรคที่เผชิญเพื่อที่จะให้ได้ข้อสรุปและคำตอบที่มีความชัดเจน Gagne (1970) กล่าวว่าความสามารถในการแก้ปัญหาเป็นรูปแบบของการเรียนอย่างหนึ่งที่จะต้องอาศัยหลักการที่มีความสัมพันธ์กันตั้งแต่สองประเภทขึ้นไป และใช้หลักการเหล่านี้ผนวกรวมกันจนเรียกว่าเป็นความสามารถในการแก้ปัญหา และ Krulik and Rudnick (1993) ได้ให้ความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหว่าเป็นความสามารถในการนำความรู้ ทักษะ และความเข้าใจที่มีอยู่ไปใช้ในการประยุกต์กับสถานการณ์ที่แตกต่างออกไปจากเดิม ส่วน The National Council of Teachers of Mathematics (2000) กล่าวว่า การแก้ปัญหามีถึงวิธีการหาผลลัพธ์ที่ไม่รู้ ซึ่งในการหาผลลัพธ์ นักเรียนต้องเขียนสิ่งที่เขารู้ และใช้กระบวนการแก้ปัญหา นักเรียนจะได้พัฒนาความเข้าใจใหม่ๆ ทางคณิตศาสตร์อยู่เสมอ การแก้ปัญหาไม่ใช่เป็นเพียงเป้าหมายของการเรียนคณิตศาสตร์ แต่หลักที่สำคัญคือการได้ลงมือปฏิบัติด้วย นักเรียนควรมีโอกาสที่จะได้คิดหาวิธีได้จับต้องสื่อ และแก้ปัญหาที่ซับซ้อน และครูควรจะให้กำลังใจเพื่อสะท้อนต่อการคิดของนักเรียน

ชัยรัตน์ สุถ่านาง (2547) ได้ให้ความหมายของทักษะการแก้ปัญหว่า หมายถึง ความสามารถ/ความชำนาญในการใช้กระบวนการต่างๆ ของนักเรียน โดยการนำความรู้ ทักษะ รวมถึงวิธีการต่างๆ ในการหาคำตอบ เมื่อกำหนดสถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์มาให้ ซึ่งกระบวนการดังกล่าวมีการดำเนินการเป็นลำดับขั้นตอน และจะต้องใช้ยุทธวิธีต่างๆ เพื่อนำไปสู่ความสำเร็จในการแก้ปัญหา และสมวงษ์ แปลงประสพโชค และคณะ (2543) ได้กล่าวถึงทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า เหตุผลหลักของการศึกษาคณิตศาสตร์ก็เพื่อนำความรู้ไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ที่พบ นักเรียนต้องสามารถประยุกต์รูปแบบการคิดอย่างสมเหตุสมผล เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปที่ถูกต้อง สามารถอธิบายข้อมูลและสรุปผลจากข้อมูลที่ปรากฏ ในชีวิตจริงนักเรียนต้องพบกับปัญหาหลากหลายรูปแบบ ปัญหาข้อความ หรือปัญหาเรื่องราวเป็นเพียงรูปแบบหนึ่งของการแก้ปัญหา ซึ่งสอดคล้องกับกรมวิชาการ (2545ก) ได้กล่าวถึงการแก้ปัญหว่า นักเรียนใช้ความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ ช่วยค้นพบ ผลการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน การแก้ปัญหา ควรเป็นจุดเน้นหลักของหลักสูตรคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการที่ทำให้ให้นักเรียนได้รับประสบการณ์เป็นประโยชน์ของคณิตศาสตร์ในโลกรอบๆ ตัว เป็นวิธีการสืบเสาะหาความรู้และการนำไปใช้ ซึ่งการเชื่อมโยงกับการสอนในทุกสาระของคณิตศาสตร์

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า ทักษะการแก้ปัญหา หมายถึง ความสามารถหรือความชำนาญในการใช้กระบวนการต่างๆ ของนักเรียน โดยการนำความรู้ ทักษะ รวมถึงวิธีการต่างๆ ในการหาคำตอบเมื่อกำหนดสถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์มาให้ซึ่งกระบวนการดังกล่าวมีการดำเนินการเป็นลำดับขั้นตอนและจะต้องใช้ยุทธวิธีต่างๆ เพื่อนำไปสู่ความสำเร็จในการแก้ปัญหา

### กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้นมีหลายรูปแบบ ในที่นี้ขอกล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหาของ Polya (1957) และกระบวนการแก้ปัญหาของสิริพร ทิพย์คง (2545) ดังต่อไปนี้

Polya (1957) กล่าวถึง กระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน คือ

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem) นั่นคือ เข้าใจว่าอะไรคือสิ่งที่ไม่รู้ อะไรคือข้อมูล โจทย์กำหนดเงื่อนไขอะไรบ้าง และเพียงพอที่จะแก้ปัญหาหรือไม่ หากเกิดความกำกวม ลึกถึ้นหรือขัดแย้ง ควรใช้การวาดรูป และควรแยกสถานการณ์หรือเงื่อนไขออกเป็น ส่วนๆ โดยการเขียนลงบนกระดาษ จะทำให้เข้าใจโจทย์ปัญหาได้ดียิ่งขึ้น

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา (Devising a Plan) เป็นขั้นที่ค้นหาความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลกับสิ่งที่ไม่รู้ ถ้าหากไม่สามารถหาความเชื่อมโยงได้ก็ควรอาศัยหลักการวางแผนในการแก้ปัญหาดังนี้

2.1 เป็นโจทย์ปัญหาที่เคยประสบมาก่อนหรือไม่ หรือมีลักษณะคล้ายคลึงกับ โจทย์ที่เคยแก้มาก่อนหรือไม่

2.2 รู้จักโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กับ โจทย์ที่จะแก้หรือไม่เพียงใด และ รู้จักทฤษฎีที่จะใช้แก้หรือไม่

2.3 พิจารณาส่ิงที่ไม่รู้ใน โจทย์และพยายามคิดถึงปัญหาที่คุ้นเคย ซึ่งมีสิ่งที่ไม่รู้ เหมือนกัน และพิจารณาว่าจะใช้วิธีการแก้ปัญหาคู่เคยพบมาใช้กับ โจทย์ปัญหาที่กำลังจะแก้ได้หรือไม่

2.4 ควรอ่านโจทย์ปัญหาอีกครั้ง และวิเคราะห์เพื่อดูว่าแตกต่างจากปัญหาที่เคยพบมาหรือไม่

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน (Carrying out the Plan) เป็นขั้นของการปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ และต้องตรวจสอบแต่ละขั้นตอนที่ปฏิบัติว่าถูกต้องหรือไม่

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบผล (Looking Back) เป็นการตรวจสอบผลที่ได้ในแต่ละขั้นตอนที่ถูกต้องหรือไม่ หรืออาจตรวจสอบโดยใช้วิธีการแก้ปัญหาวิธีอื่นๆ แล้วตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้ว่าตรงกันหรือไม่ หรืออาจใช้การประมาณคำตอบอย่างคร่าวๆ

สิริพร ทิพย์คง (2545) ได้กล่าวถึง การแก้ปัญหาว่า การแก้ปัญหาคือหัวใจของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพราะในการแก้ปัญหานักเรียนต้องใช้ความคิดรวบยอด ทักษะการคิดคำนวณ หลักการ กฎ หรือสูตร แต่นักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่ประสบความสำเร็จ เนื่องจากนักเรียนมีปัญหาในเรื่องของทักษะการอ่าน ทำความเข้าใจโจทย์ และการวิเคราะห์โจทย์ ซึ่งในการเริ่มต้นพัฒนานักเรียนให้มีทักษะ/กระบวนการแก้ปัญหาคือต้องสร้างพื้นฐานให้นักเรียนเกิดความคุ้นเคยกับกระบวนการแก้ปัญหามีอยู่ 4 ขั้นตอนดังนี้

1. การทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา นักเรียนต้องแยกแยะว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้ โจทย์ต้องการให้หาอะไรหรือโจทย์ถามอะไร หรือโจทย์ต้องการให้พิสูจน์อะไร

2. การวางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่สำคัญที่สุด ซึ่งนักเรียนต้องอาศัยทักษะในการนำความรู้ หลักการ กฎ สูตร หรือทฤษฎีที่เรียนรู้แล้วมาใช้ เช่น การเขียนภาพหลายเส้น การเขียนตาราง แผนภาพ ช่วยในการแก้ปัญหามารั้งในบางปัญหาอาจใช้ทักษะในการประมาณค่า การคาดเดาคำตอบมาประกอบด้วย

3. การดำเนินการแก้ปัญหาคือตามแผนที่ได้วางไว้ ซึ่งอาจใช้ทักษะการคิดคำนวณหรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การพิสูจน์

4. การตรวจสอบหรือการมองย้อนกลับ มีวิธีการอื่นในการหาคำตอบอีกหรือไม่ ตลอดจนการพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ

## แนวทางการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

กรมวิชาการ (2545ก) ได้กล่าวถึงการพัฒนาทักษะ/กระบวนการแก้ปัญหาไว้ดังนี้

การจัดการเรียนรู้ให้นักเรียนเกิดทักษะ/กระบวนการในการแก้ปัญหานั้นว่าเป็นเรื่องยากพอสมควรสำหรับครู นักเรียนส่วนใหญ่จะพัฒนาได้ดีในทักษะการคิดคำนวณ แต่เมื่อพบโจทย์ปัญหาหมักจะมีปัญหาในเรื่องของทักษะการอ่านทำความเข้าใจ โจทย์ วิเคราะห์ โจทย์ รวมถึงการหารูปแบบแนวคิดในการแก้ปัญหานั้น

การจัดการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนมีทักษะ/กระบวนการในการแก้ปัญหาได้ ครูต้องให้โอกาสนักเรียนได้ฝึกคิดด้วยตนเองให้มาก โดยจัดสถานการณ์หรือปัญหาหรือเกมที่น่าสนใจ ทำท่ายให้อยากคิด เริ่มด้วยปัญหาที่เหมาะสมกับศักยภาพของนักเรียนแต่ละคนหรือนักเรียนแต่ละกลุ่ม โดยอาจเริ่มด้วยปัญหาที่นักเรียนสามารถใช้ความรู้ที่เรียนมาแล้วมาประยุกต์ก่อน ต่อจากนั้นจึงเพิ่มสถานการณ์หรือปัญหาที่แตกต่างจากที่เคยพบมา สำหรับนักเรียนที่มีความสามารถสูง ครูควรเพิ่มปัญหาที่ยากซึ่งต้องใช้ความรู้ที่ซับซ้อน หรือมากกว่าที่กำหนดไว้ในหลักสูตรให้นักเรียนได้ฝึกคิดด้วย

ในการเริ่มพัฒนานักเรียนให้มีทักษะ/กระบวนการในการแก้ปัญหา ครูจะต้องสร้างพื้นฐานให้นักเรียนเกิดความคุ้นเคยกับกระบวนการแก้ปัญหาซึ่งมีอยู่ 4 ขั้นตอน แล้วจึงฝึกทักษะในการแก้ปัญหา

กระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน มีดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา หรือวิเคราะห์ปัญหา ต้องอาศัยทักษะที่สำคัญและจำเป็นอีกหลายประการ เช่น ทักษะในการอ่าน โจทย์ปัญหา ทักษะการแปลความหมายทางภาษา ซึ่งนักเรียนควรแยกแยะได้ว่าโจทย์กำหนดอะไรให้ และโจทย์ต้องการอะไร หรือพิสูจน์ข้อความใด

ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่สำคัญที่สุด ซึ่งต้องอาศัยทักษะในการนำความรู้ หลักการหรือทฤษฎีที่เรียนรู้อมาแล้ว ทักษะในการเลือกใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสม เช่น เลือกใช้การเขียนรูป แผนภาพ หรือตาราง การสังเกตหาแบบรูปหรือความสัมพันธ์ เป็นต้น ในบางปัญหา

อาจใช้ทักษะในการประมาณค่า คาคการณ์ หรือคาดเดาคำตอบมาประกอบด้วย ครูจะต้องหาวิธีฝึกวิเคราะห์แนวคิดในขั้นนี้ให้มากขึ้น

ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา ต้องอาศัยทักษะในการคิดคำนวณ หรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ทักษะในการพิสูจน์ หรือการอธิบายแสดงเหตุผล

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ หรือมองย้อนกลับ ต้องอาศัยทักษะในการคำนวณ การประมาณค่าตอบ การตรวจสอบผลลัพธ์ที่หาได้โดยอาศัยความรู้สึกเชิงจำนวน (number sense) หรือความรู้สึกเชิงปริภูมิ (spatial sense) ในการพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบที่สอดคล้องกับสถานการณ์ หรือปัญหา

การจัดการเรียนรู้ที่ใช้กระบวนการแก้ปัญหาดังกล่าวนี้ ครูสามารถจัดกิจกรรมให้นักเรียนเรียนรู้อย่างค่อยเป็นค่อยไป โดยกำหนดประเด็นคำถามนำให้คิดและหาคำตอบเป็นลำดับเรื่อยไปจนนักเรียนสามารถหาคำตอบได้ หลังจากนั้นในปัญหาต่อไป ครูจึงค่อยๆ ลดประเด็นคำถามลงมาจนสุดท้ายเมื่อเห็นว่านักเรียนมีทักษะในการแก้ปัญหาเพียงพอแล้ว ก็ไม่จำเป็นต้องให้ประเด็นคำถามชี้แนะก็ได้

The National Council of Teachers of Mathematics (1991) ได้เสนอแนะเกี่ยวกับสภาพแวดล้อมที่จะเอื้อให้เกิดการพัฒนาความสามารถของนักเรียนไว้ดังนี้

1. เป็นบรรยากาศที่ยอมรับและเห็นคุณค่าของ วิธีการคิด และความรู้สึกรักของนักเรียน
2. ให้เวลาในการสำรวจแนวคิดทางคณิตศาสตร์
3. ส่งเสริมให้นักเรียนได้ทำงานทั้งส่วนบุคคลและร่วมมือกัน
4. ส่งเสริมให้นักเรียนได้ลองใช้ความสามารถในการกำหนดปัญหาและสร้างข้อคาดเดา
5. ให้นักเรียนได้ให้เหตุผลและสนับสนุนแนวคิดด้วยข้อความทางคณิตศาสตร์

#### บทบาทของครูในการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหา

The National Council of Teachers of Mathematics (2000) กล่าวว่า การแก้ปัญหาเป็นหัวใจสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาก็จะประสบความสำเร็จจำเป็นจะต้องมีความรู้ในเนื้อหาวิชา

คณิตศาสตร์ ยุทธวิธีต่างๆ ในการแก้ปัญหา การสอนการแก้ปัญหามีความจำเป็นเท่าๆ กับครู ดังนั้นครูสามารถช่วยให้นักเรียนเกิดความรู้และเจตคติที่ดีต่อการแก้ปัญหา ภาระที่สำคัญของครูประกอบด้วย การวางแผนการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้เรียนรู้เนื้อหาที่สำคัญ โดยเน้นการสำรวจปัญหา การศึกษาค้นคว้า และการปฏิบัติตามยุทธวิธีของตนเอง ครูต้องไม่ย่อท้อถึงแม้ว่าครูจะวางแผนการเรียนรู้ไว้เป็นอย่างดีแล้วแต่ไม่เป็นไปตามแผนที่วางไว้ก็ตาม นักเรียนต้องการคำแนะนำในทุกครั้งที่เขาพยายามจะแก้ปัญหา นักเรียนต้องสังเกตในสิ่งที่เกิดขึ้นที่เป็นข้อคาดการณ์หรือการสำรวจ นักเรียนอาจสรุปคำแนะนำของใครก็ได้ที่มีเหตุผลบางครั้งอาจไม่ใช่ครูก็ได้ นักเรียนต้องฝึกวิพากษ์วิจารณ์ในส่วนของความคิดเห็นที่เป็นการตอบสนองต่อการปฏิบัติตามและการทำความเข้าใจถึงความเป็นไปได้ทั้งในด้านการเรียนรู้และการส่งเสริมเจตคติเมื่อนักเรียนแสดงแนวคิดใหม่ๆ แต่ครูต้องยอมรับว่าการตอบทั้งหมดไม่ได้นำไปสู่การอธิบายได้ และในบางครั้งครูไม่ควรยอมรับแนวคิดทุกแนวคิดของนักเรียน ครูควรสะท้อนความคิดของนักเรียนเพื่อเป็นการสร้างบรรยากาศโดยให้นักเรียนสะท้อนแนวคิดของตนเองในการทำงาน

### ความสามารถในการให้เหตุผล

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ต้องคิดอย่างเป็นระบบ คิดอย่างมีเหตุผลและต้องใช้เหตุผลมาช่วยในการเรียนรู้และแก้ปัญหา

### ความหมายของการให้เหตุผล

กระบวนการให้เหตุผล เป็นกระบวนการหนึ่งของกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงกระบวนการให้เหตุผลไว้ เช่น สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550) ได้กล่าวถึงความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์และ/หรือความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ในการรวบรวมข้อเท็จจริง/ข้อความ/แนวคิด/สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่างๆ แจกแจงความสัมพันธ์หรือการเชื่อมโยง เพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่ และกรมวิชาการ (2545ก) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลไว้ว่า นักเรียนจำเป็นต้องได้รับการพัฒนาให้เกิดความเชื่อมั่นในความสามารถด้านเหตุผล และทำการคิดการตัดสินใจ ทั้งในเรื่องเกี่ยวกับคณิตศาสตร์และในชีวิตอื่นๆ ความสามารถในการให้เหตุผลจะช่วยให้นักเรียนมีสมรรถนะของการรับรู้ในทางคณิตศาสตร์ มีตรรกะในการคิดและสามารถอธิบายเหตุผลต่างๆ ให้ผู้อื่นได้รับรู้ข้อเท็จจริงได้

The National Council of Teachers of Mathematics (1989) กล่าวว่า การให้เหตุผล เป็นการสร้างข้อคาดเดาและตรวจสอบข้อคาดเดา จากสถานการณ์ที่กำหนดจำเป็นต้องใช้การให้เหตุผลทั้งแบบอุปนัยและนิรนัย

ทิสนา แคมมณี (2542) ได้ให้ความหมายของการคิดอย่างมีเหตุผลว่า เป็นการคิดที่มีจุดมุ่งหมายเพื่อเข้าใจความคิดที่สามารถอธิบายได้ด้วยหลักเหตุผล โดยสามารถจำแนกข้อมูลที่เป็นข้อเท็จจริงโดยใช้หลักเหตุผลแบบนิรนัย และอุปนัย ซึ่งประกอบด้วยทักษะย่อยๆ ดังนี้

1. สามารถแยกข้อเท็จจริงและความคิดเห็นออกจากกันได้
2. สามารถใช้เหตุผลแบบนิรนัยหรืออุปนัย พิจารณาข้อเท็จจริงได้
3. สามารถใช้เหตุผลทั้งแบบนิรนัยและอุปนัย พิจารณาข้อเท็จจริงได้

นูชรี อ่อนละม้าย (2546) กล่าวว่า ความสามารถทางด้านการให้เหตุผล คือความสามารถในการคิด พิจารณาหาความสัมพันธ์ของสิ่งของหรือสถานการณ์ต่างๆ อย่างมีวิจารณญาณแล้ววินิจฉัยสรุปสิ่งเหล่านั้นหรือเหตุการณ์เหล่านั้นอย่างมีหลักการ ซึ่งสอดคล้องกับบุญชู ชลชัยเชียร (2539) ที่กล่าวว่า การให้เหตุผลเป็นความสามารถของมนุษย์ในการสร้างข้อสรุปหรืออ้างเหตุผล โดยยึดความรู้หรือความจริงที่คาดล่วงหน้าเป็นหลักในเชิงที่สอดคล้องกับกฎหรือหลักการของเหตุผล ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ (2541) ได้กล่าวว่า ความสามารถด้านเหตุผล หมายถึง การคิดอย่างมีวิจารณญาณแล้วสรุปอย่างถูกต้อง

จากที่กล่าวมามีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลไว้หลายๆ ความหมายด้วยกัน ซึ่งสามารถสรุปได้ว่า ทักษะการให้เหตุผล หมายถึง ความสามารถในการแสดงความคิดเห็นของนักเรียนเกี่ยวกับการสร้างหลักการ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ การหาความสัมพันธ์ของแนวคิดและทำการตัดสินใจ ทั้งในเรื่องที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์และอื่นๆ หรือการสรุปที่สมเหตุสมผลตามแนวคิดนั้นๆ

### แนวทางการพัฒนาทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

การคิดกับการให้เหตุผลมีส่วนสัมพันธ์กันอย่างใกล้ชิดและเป็นพื้นฐานสำคัญของการเรียนรู้และการแก้ปัญหา ด้วยเหตุนี้ นักการศึกษาจึงให้ความสนใจเกี่ยวกับการสอนเพื่อส่งเสริมให้

นักเรียนเกิดการคิดอย่างมีระบบเหตุผลมากขึ้น ได้พยายามศึกษาทดลองเพื่อหาว่าทักษะการคิดอะไรที่จำเป็นและเป็นพื้นฐานของการคิดอย่างมีเหตุผลสอนอย่างไรจึงจะทำให้เกิดทักษะที่ต้องการ ซึ่งกรมวิชาการ (2545ก) ได้กล่าวถึงแนวทางในการพัฒนาทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผลว่า การฝึกให้นักเรียนรู้จักคิดและให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผลนั้น สามารถสอดแทรกได้ในการเรียนรู้ทุกเนื้อหาวิชาของคณิตศาสตร์และวิชาอื่นๆ ด้วย นอกจากนี้ได้เสนอแนะองค์ประกอบหลักที่ส่งเสริมให้นักเรียนสามารถคิดอย่างมีเหตุผลและรู้จักการให้เหตุผล ดังนี้

1. ควรให้นักเรียนได้พบกับโจทย์ปัญหาที่นักเรียนสนใจ เป็นปัญหาที่ไม่ยากเกินความสามารถของนักเรียนที่จะคิดและให้เหตุผล
2. ให้นักเรียนมีโอกาสและเป็นอิสระที่จะแสดงออกถึงความคิดเห็นในการให้เหตุผลของตัวเอง
3. ครูช่วยสรุปและชี้แจงให้นักเรียนเข้าใจว่า เหตุผลของนักเรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ ขาดตกบกพร่องอย่างไร

Guildford and Hoepfner (1971) ได้กล่าวว่า การพัฒนาบุคคลให้มีความสามารถในการให้เหตุผลนั้น ต้องเริ่มจากการส่งเสริมให้บุคคลได้คิดอย่างมีเหตุผล ความสามารถในการให้เหตุผลดังกล่าว เป็นสิ่งจำเป็นที่โรงเรียนควรจัดทำ และเป็นสิ่งที่สามารถฝึกได้โดยการสอนควบคู่กับเนื้อหาวิชาปกติ หรือสถานการณ์ต่างๆ ที่เหมาะสม

จากที่กล่าวมาข้างต้นพอสรุปได้ว่า การพัฒนาทักษะ/กระบวนการด้านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ควรเริ่มจากการส่งเสริมให้นักเรียนได้คิดอย่างมีเหตุผล โดยครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้อภิปราย แลกเปลี่ยนความคิดเห็น ชี้แจงเหตุผลและแก้ปัญหาาร่วมกัน

### **บทบาทของครูในการพัฒนาทักษะ/กระบวนการด้านการให้เหตุผล**

The National Council of Teachers of Mathematics (2000) กล่าวว่า ในการพัฒนาความคิดและการให้เหตุผลของนักเรียนควรทำเป็นประจำ ครูต้องมีความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์เป็นอย่างดี ครูต้องจัดบรรยากาศในการเรียนคณิตศาสตร์ ครูต้องแสดงให้เห็นความสำคัญของสิ่งที่มี

เหตุผลในเรื่องแบบรูปและข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ เพื่อประเมินความสมเหตุสมผลข้อเสนอที่ได้ อภิปรายไว้ นักเรียนต้องพัฒนาความเชื่อมั่นในความสามารถของการให้เหตุผลที่มีต่อคำถามที่มี เหตุผลทางคณิตศาสตร์อื่นๆ วิธีนี้ทำให้นักเรียนเชื่อว่าตรรกศาสตร์สำคัญกว่าอำนาจภายนอกในการ ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ในระดับชั้นอื่นๆ ครูพยายามที่จะสร้างบรรยากาศในการอภิปราย การตั้ง คำถามและการฟังในชั้นเรียนครูคาดหวังว่านักเรียนจะค้นหา กำหนดและวิจารณ์คำอธิบายของ เพื่อนในชั้นเรียน

### ความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ

ความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ เป็นความสามารถที่จะช่วยให้นักเรียนสามารถถ่ายทอดความรู้ความเข้าใจ แนวคิดทางคณิตศาสตร์ หรือกระบวนการคิดของตนให้ผู้อื่นรับรู้ได้อย่างถูกต้องชัดเจนและมีประสิทธิภาพการที่นักเรียนมีส่วนร่วมอภิปรายหรือการเขียน แลกเปลี่ยนความรู้และความคิดเห็นถ่ายทอดประสบการณ์ ซึ่งกันและกัน ยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น จะช่วยให้นักเรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่าง มีความหมาย เข้าใจได้อย่างกว้างขวางลึกซึ้งและจดจำได้นานมากขึ้นอีกด้วย

### ความหมายของการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550) ได้กล่าวถึงความหมายของ การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอไว้ดังนี้

การสื่อสาร เป็นกระบวนการถ่ายทอดข่าวสารของผู้ส่งสาร ไปยังผู้รับสาร โดยนำเสนอผ่าน ช่องทางการสื่อสารต่างๆ ได้แก่ การฟัง การพูด การอ่าน การเขียน การดู และการแสดงท่าทาง โดยอาจไม่ใช่สื่อ หรือใช้สื่อต่างๆ เช่น วิทยุ โทรทัศน์ หนังสือพิมพ์ วารสารหรือสิ่งตีพิมพ์ต่างๆ และอินเทอร์เน็ต

การฟัง เป็นช่องทางการสื่อสารที่ต้องการให้ผู้รับสาร ฟัง แนวคิด ความคิดเห็น หรือ กระบวนการของผู้ส่งสาร ที่นำเสนอในรูปแบบของคำพูดหรือภาษาพูด การฟังที่ดี ผู้ฟังจะต้องมีเจตนาที่ จะรับฟังแล้วคิดวิเคราะห์ตามเนื้อหาที่ฟัง และถ้าเกิดข้อสงสัยหรือไม่เข้าใจ อย่าด่วนซักถามหรือ

คัดค้านพยายามให้โอกาสผู้พูดได้ขยายความ แล้วจึงถามอย่างสุ่ม เป็นลำดับขั้นและอย่าแสดงอารมณ์

การพูด เป็นช่องทางการสื่อสารที่ต้องการให้ผู้ส่งสาร อธิบายแนวคิด ความคิดเห็น หรือกระบวนการออกมาเป็นคำพูดหรือภาษาพูด ในทุกขั้นตอนอย่างสมเหตุสมผล เพื่อให้ผู้รับสารได้รับรู้หรือเข้าใจได้ชัดเจน การพูดอาจเป็นการพูดระหว่างบุคคลหรือการพูดในที่สาธารณะก็ได้ การพูดที่ดีผู้พูดจะต้องมีจุดมุ่งหมาย เนื้อหาของข่าวสาร และรูปแบบของการพูดที่ถูกต้องและชัดเจน ตลอดจนมีระดับความดังของเสียง ความสูงต่ำของเสียง อัตราเร็วช้าในการพูด การหยุดระยะหรือเว้นช่วงหายใจที่เหมาะสม ไม่ควรพูดข่มผู้ฟังหรือใช้สรรพนามที่ไม่เหมาะสมระหว่างกันและกัน

การอ่าน เป็นช่องทางการสื่อสารที่ต้องการให้ผู้รับสาร ศึกษาหรือพิจารณา แนวคิด ความคิดเห็น หรือกระบวนการ ของผู้ส่งสารที่นำเสนอในรูปแบบของลายลักษณ์อักษรหรือภาษาเขียน การอ่านที่ดี ผู้อ่านจะต้องมีเจตนาที่จะอ่านแล้วคิดวิเคราะห์ตามเนื้อหาที่อ่าน และถ้าเกิดข้อสงสัยหรือไม่เข้าใจ ผู้อ่านควรไต่ถามจากผู้รู้จนหายสงสัยหรือเข้าใจดีขึ้น

การดู เป็นช่องทางการสื่อสารที่ต้องการให้ผู้รับสาร เห็นแนวคิด ความคิดเห็น หรือกระบวนการของผู้ส่งสารที่นำเสนอในรูปแบบของกริยา ท่าทาง อากักรต่างๆ การดูที่ดีผู้ดูจะต้องให้ความสนใจ มีเจตนาที่จะดูแล้วคิดวิเคราะห์ตามเนื้อหาที่เห็น

การแสดงท่าทาง เป็นช่องทางการสื่อสารที่ต้องการให้ผู้ส่งสารแสดงแนวคิด ความคิดเห็น หรือกระบวนการ ออกมาเป็นกริยา ท่าทาง อากักรต่างๆ เพื่อให้ผู้รับสารได้รับรู้หรือพิจารณาความถูกต้อง การแสดงท่าทางอาจเป็นผลงานของบุคคลเพียงคนเดียวหรือผลงานของกลุ่มบุคคลก็ได้ การแสดงท่าทางที่ดีผู้แสดงจะต้องมีจุดมุ่งหมาย เนื้อหาของข่าวสารและรูปแบบของการแสดงท่าทางที่ถูกต้อง ชัดเจน และเป็นลำดับขั้น

สิริพร ทิพย์คง (2545) ได้กล่าวถึง การสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอว่า เป็นการจัดการเรียนรู้เพื่อให้เกิดทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอทำได้ทุกเนื้อหาที่ต้องการให้คิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา ซึ่งอาจจะนำเสนอข้อมูลในรูปแบบแผนภูมิรูปภาพ แผนภูมิแท่ง ตาราง กราฟ

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช (2542) กล่าวว่า การสื่อสาร หมายถึง กระบวนการในการแลกเปลี่ยนข่าวสารระหว่างมนุษย์ภายใต้สภาพแวดล้อมซึ่งสามารถเปลี่ยนแปลงได้ตามสถานการณ์

ส่วนในเรื่องของความสำคัญของคณิตศาสตร์กับการสื่อสารนั้น The National Council of Teachers of Mathematics (1989) ได้กล่าวว่าการเรียนรู้คณิตศาสตร์และการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร มีบทบาทสำคัญที่จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจภาษาของคณิตศาสตร์ เป็นสะพานเชื่อมโยงสาระหรือความคิดที่ไม่คิดเป็นทางการหรือสามัญสำนึกไปสู่ภาษาที่เป็นนามธรรมและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์และยังมีบทบาทสำคัญ ในการช่วยให้นักเรียนสร้างความเชื่อมโยงที่สำคัญระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับสื่อที่เป็นวัตถุ รูปภาพ กราฟ สัญลักษณ์ต่างๆ คำพูดและการแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ การใช้คณิตศาสตร์สื่อสารยังช่วยให้นักเรียนมีความชัดเจนในแนวคิดและเกิดความเข้าใจที่ลึกซึ้งกับสิ่งที่เรียนและได้ระบุความสามารถที่ต้องการให้เกิดขึ้นในตัวของนักเรียนเกี่ยวกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. สามารถแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ โดยการพูด การเขียน การสาธิตและการแสดงให้เห็นภาพ
2. สามารถทำความเข้าใจ แปลความหมายและประเมินแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ที่นำเสนอ โดย การเขียน การพูด หรือภาพต่างๆ
3. สามารถใช้ศัพท์ สัญลักษณ์ และ โครงสร้างทางคณิตศาสตร์แสดงแนวคิด อธิบายความสัมพันธ์และจำลองสถานการณ์

เช่นเดียวกับ Baroody (1993) ที่ได้กล่าวถึงความสำคัญของคณิตศาสตร์กับการสื่อสารว่า คณิตศาสตร์เป็นภาษาหนึ่ง ภาษาของคณิตศาสตร์เป็นภาษาที่ใช้แทนแนวคิด และสื่อสารแนวคิดที่หลากหลายได้ชัดเจน เทียบตรง และนอกจากนี้แล้ว Baroody ยังได้อธิบายถึงเหตุผลสำคัญที่เน้นการสื่อสารในการสอนคณิตศาสตร์ คือ คณิตศาสตร์เป็นเสมือนภาษาภาษาหนึ่ง คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือที่มีคุณค่ามากในการสื่อสารแนวคิดที่ชัดเจน เทียบตรง กระชับ และการเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็นกิจกรรมของสังคม ปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนและการสื่อสารระหว่างครูกับนักเรียนเป็นสิ่งสำคัญในการพัฒนาความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

จากแนวคิดดังกล่าว การสื่อสารการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ จึงหมายถึง ความสามารถในการเขียนเพื่อบอกวิธีทำสิ่งใดสิ่งหนึ่งเพื่อชี้แจง ตอบปัญหาความรู้หรือความคิดที่เข้าใจยาก ลำดับขั้นตอนคำอธิบายอย่างชัดเจน โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง รัดกุม

### แนวทางการพัฒนาทักษะการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์

การจัดการเรียนรู้ให้เกิดทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ทำได้ทุกเนื้อหาที่ต้องการให้คิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา เช่น ในวิชาเรขาคณิตมีเนื้อหาที่ต้องการฝึกวิเคราะห์ การให้เหตุผลและการพิสูจน์ นักเรียนต้องฝึกทักษะการสังเกต การนำเสนอรูปภาพต่างๆ เพื่อสื่อความหมายแล้วนำความรู้ทางเรขาคณิตไปอธิบายปรากฏการณ์และสิ่งแวดล้อมต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน

กรมวิชาการ (2545ก) กล่าวถึงการพัฒนาทักษะ/กระบวนการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ว่า การจัดการเรียนรู้ให้เกิดทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์มีแนวทางในการดำเนินการดังนี้

1. กำหนดโจทย์ปัญหาที่น่าสนใจและเหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน
2. ให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติและแสดงความคิดเห็นด้วยตนเอง โดยครูช่วยชี้แนะแนวทางการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์

Rowan and Morrow (1993) ได้เสนอแนะแนวทางในการส่งเสริมการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร ดังนี้

1. การใช้สื่อรูปธรรม
2. การใช้ความสนใจ และความสัมพันธ์ของหัวข้อทางการเรียน เช่น การสำรวจ โครงการ และงานที่เกี่ยวข้องกับความสนใจของนักเรียนซึ่งเป็นสื่อที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้สื่อสารโดยตรง และกิจกรรมเช่นนี้ช่วยให้นักเรียนเห็นคุณค่าทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นประโยชน์ในการดำเนินชีวิต

และเป็นเรื่องราวที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวนักเรียน จะทำให้การใช้คณิตศาสตร์สื่อสารเป็นไปอย่างสมบูรณ์

3. การใช้คำถามปลายเปิด เป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดและแสดงการตอบสนองออกมา คำถามปลายเปิดจะเป็นคำถามที่ให้โอกาสนักเรียนได้คิดอย่างหลากหลายและการคิดอย่างสร้างสรรค์ การส่งเสริมการใช้คณิตศาสตร์สื่อสารรวมไปถึงการให้นักเรียนได้ตั้งคำถามกับตนเอง ซึ่งจะนำไปสู่การค้นพบตามที่เขาสนใจ

4. การเขียนสื่อสารแนวความคิดเป็นสิ่งสำคัญและควรให้นักเรียนได้ฝึกฝนเพื่อให้นักเรียนเห็นว่าการเขียนเป็นส่วนที่มีความสำคัญต่อการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนต้องเข้าใจว่าทำไมจึงต้องเขียนเป็นนั่นคือ เป้าหมายของการเขียนต้องชัดเจนกับนักเรียน

5. ใช้กลุ่มแบบร่วมมือและช่วยเหลือกัน การให้นักเรียนนั่งเรียนเป็นแถวและนั่งประจำโต๊ะของตนเอง ไม่ได้ส่งเสริมให้เกิดการอภิปราย การจัดกลุ่มให้นักเรียนร่วมมือและช่วยเหลือกันในการเรียนรู้เป็น โอกาสให้นักเรียนได้สำรวจแนวคิด อธิบายแนวคิดกันในกลุ่มและเป็นการส่งเสริมการสื่อสารโดยตรง

6. การชี้แนะโดยตรงและชี้แนะทางอ้อม การตอบสนองต่อคำถามของนักเรียน การบริหารและจัดระบบชั้นเรียน เป็นการชี้แนะให้นักเรียนทราบถึงสิ่งที่คาดหวังและมาตรฐานของการเรียนรู้ เพื่อที่นักเรียนจะแสดงแนวคิดเหล่านี้ได้อย่างไม่ต้องกังวล

การฝึกทักษะ/กระบวนการนี้ต้องทำอย่างต่อเนื่อง โดยสอดแทรกอยู่ทุกชั้นตอนของการจัดการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ ให้นักเรียนคิดตลอดเวลาที่เห็นปัญหาว่า ทำไมจึงเป็นเช่นนั้นจะมีวิธีการแก้ปัญหาอย่างไร เขียนรูปแบบความสัมพันธ์ของตัวเองเป็นอย่างไร จะใช้ภาพ ตาราง หรือกราฟใดช่วยในการสื่อความหมาย

จะเห็นได้ว่า การที่จะพัฒนาให้นักเรียนมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ครูจะต้องจัดการเรียนรู้ที่มุ่งให้นักเรียนมีความรู้และสามารถนำความรู้ เหล่านั้นไปใช้ในการส่งเสริมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยการอ่าน การพูด การเขียนเพื่อแสดงแนวคิด และเพื่อให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์กัน ซึ่งจะเป็นการพัฒนาให้นักเรียนสามารถอธิบายแนวคิดของตนเองให้ผู้อื่น

ได้รับฟังและเกิดความเข้าใจอย่างถูกต้องและชัดเจนในขณะเดียวกันนักเรียนก็ต้องพัฒนาความสามารถทางการสื่อสารของตนเอง เพื่อที่จะรับความรู้ที่ครูได้ถ่ายทอดออกมาได้ดียิ่งขึ้น

**ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ**

### ความหมายของการเชื่อมโยง

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550) ได้ให้ความหมายของการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นกระบวนการที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ในการนำความรู้ เนื้อหาสาระ และหลักการทางคณิตศาสตร์ มาสร้างความสัมพันธ์อย่างเป็นเหตุเป็นผลระหว่างความรู้และทักษะ/กระบวนการที่มีในเนื้อหาคณิตศาสตร์กับงานที่เกี่ยวข้อง เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา และการเรียนรู้แนวคิดใหม่ที่ซับซ้อนหรือสมบูรณ์ขึ้น และ นริศราภรณ์ ศรีพงษ์ชัย (2548) กล่าวว่า ทักษะด้านการเชื่อมโยง หมายถึง ความสามารถในการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่มีความสัมพันธ์กับสาระกับชีวิตประจำวัน เกิดความตระหนักในประโยชน์ของวิชาคณิตศาสตร์ นำแนวคิดที่เชื่อมโยงกับหัวข้อหรือกระบวนการที่ได้รับมาใช้เพื่อให้เกิดความเข้าใจและเกิดความต่อเนื่องระหว่างบทเรียนต่างๆ โดยเชื่อมโยงความคิดรวบยอด หลักการ และวิธีทางคณิตศาสตร์และศาสตร์อื่นๆ เพื่ออธิบายข้อสรุป หรือเรื่องราวต่างๆ ได้ และนำความรู้และทักษะที่ได้จากการเรียนคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้ในงาน และในการดำรงชีวิต ส่วนกรมวิชาการ (2545ก) กล่าวถึงลักษณะพฤติกรรมที่แสดงว่านักเรียนมีทักษะ/กระบวนการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกันอยู่ 3 ลักษณะ คือ การเชื่อมโยงระหว่างแนวคิดต่างๆระหว่างคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงระหว่างวิชาอื่นกับคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงระหว่างชีวิตประจำวันกับคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับ The National Council of Teachers of Mathematics (1991) ได้ให้ความหมายของการเชื่อมโยง คือ การผสมผสานแนวคิดที่มีความเกี่ยวข้องกันให้รวมเป็นองค์ประกอบเดียวกัน ซึ่งแบ่งออกได้ดังนี้

1. การเชื่อมโยงภายในวิชา เป็นการนำเนื้อหาภายในวิชาเดียวกันไปสัมพันธ์กันให้นักเรียนได้ประยุกต์ความรู้ และทักษะไปใช้ในชีวิตจริง ช่วยให้นักเรียนทำความเข้าใจถึงความแตกต่างของเนื้อหาวิชารวมทั้งพีชคณิต เรขาคณิต และตรีโกณมิติ ซึ่งจะทำให้การเรียนของนักเรียนมีความหมาย

2. การเชื่อมโยงระหว่างวิชา เป็นการรวมศาสตร์ต่างๆ ตั้งแต่ 2 สาขาขึ้นไป ภายใต้หัวข้อที่ เกี่ยวข้องกันเป็นการเรียนรู้โดยใช้ความรู้ ความเข้าใจและทักษะในวิชาต่างๆ มากกว่า 1 วิชาขึ้นไป จะช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ที่ลึกซึ้งและตรงกับสภาพชีวิตจริง

จากที่กล่าวมาข้างต้นพอสรุปได้ว่า ความสามารถในการเชื่อมโยง หมายถึง ความสามารถในการผสมผสานแนวคิด/ความรู้ทางคณิตศาสตร์กับสิ่งต่างๆ ทั้งกับเนื้อหา คณิตศาสตร์ด้วยกัน เนื้อหาศาสตร์อื่นๆ รวมทั้งสถานการณ์ต่างๆ ในชีวิตประจำวัน เพื่อประยุกต์ใช้ ให้เป็นประโยชน์ในการดำรงชีวิตได้อย่างเหมาะสม

### แนวทางการพัฒนาทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

The National Council of Teachers of Mathematics (2000) ได้กล่าวถึง บทบาทของครูในระดับชั้น มัธยมศึกษาตอนปลายหรือนักเรียนเกรด 9 – 12 ว่า มีวิธีการมากมายที่ครูสามารถช่วยนักเรียนค้นหา และนำมาซึ่งการเชื่อมโยงทางวิชาคณิตศาสตร์ ปัญหานี้นับได้ว่ามีความสำคัญอย่างยิ่ง เพราะว่าเป็นไปไม่ได้ที่นักเรียนทำการเชื่อมโยงได้เอง ครูจำเป็นต้องเริ่มในการบูรณาการแต่ละปัญหา เพราะ วัตถุประสงค์ของการสอนโดยส่วนมากมุ่งเน้นที่ขอบเขตของเนื้อหา มีการจัดหลักสูตรแยกออกจาก กัน เช่น เรขาคณิต พีชคณิต และสถิติ ครูจำเป็นต้องพัฒนาความรู้ความชำนาญในการทำการ เชื่อมโยงทางวิชาคณิตศาสตร์ และช่วยให้นักเรียนพัฒนาความสามารถของพวกเขา และสิ่งหนึ่งที่เป็นส่วนประกอบสำคัญในการให้ความช่วยเหลือนักเรียน ทำการเชื่อมโยงคือ การสร้างบรรยากาศ ของชั้นเรียนให้มีการเข้าถึงปัญหาที่เกี่ยวข้องทางคณิตศาสตร์โดยสามารถใช้วิธีการที่หลากหลายใน การหาคำตอบ และถ้านักเรียนทำผิดไม่ควรบอกว่าผิดแล้วปล่อยให้มันผ่านไป ครูควรจะช่วยให้นักเรียนได้พบแก่น (ข้อเท็จจริง) ของแนวคิดที่ถูกต้องซึ่งบางทีอาจจะนำไปสู่วิธีการใหม่ๆ และเกิด การเชื่อมโยงขึ้น นักเรียนได้รับการส่งเสริมให้พิจารณาและเปรียบเทียบวิธีการของตนเองกับกลุ่ม อื่น แสดงให้เห็นถึงการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้กรมวิชาการ (2545ก) ได้กล่าวว่า ใน การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ต้องการให้นักเรียนมีความรู้และมีพื้นฐานในการที่จะนำไปศึกษาต่อ นั้น จำเป็นต้องบูรณาการเนื้อหาต่างๆ ในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน เช่น การใช้ความรู้ในเรื่องเซตในการให้คำจำกัดความหรือบทนิยามในเรื่องต่างๆ เช่น บทนิยามของ ฟังก์ชันในรูปของเซต บทนิยามของลำดับในรูปของฟังก์ชัน

วารสาร มีหน้า (2545) ได้นำเสนอเกี่ยวกับองค์ประกอบที่ช่วยพัฒนาทักษะการเชื่อมโยง ความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. มีความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์อย่างเด่นชัดในเรื่องนั้น
2. มีความรู้ในเนื้อหาที่จะนำไปใช้เชื่อมโยงกับสถานการณ์หรืองานอื่นๆ ที่ต้องการเป็น อย่างดี
3. มีทักษะในการมองเห็นความเกี่ยวข้องเชื่อมโยงระหว่างความรู้ และทักษะ/กระบวนการ ที่มีเนื้อหานั้นกับงานที่เกี่ยวข้อง
4. มีทักษะในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อสร้างความสัมพันธ์ และเชื่อมโยง คณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ หรือคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ที่เกี่ยวข้อง
5. มีความเข้าใจในการแปลความหมายของคำตอบที่ได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ว่ามี ความเป็นไปได้หรือสอดคล้องกับสถานการณ์นั้น อย่างสมเหตุสมผล

กรมวิชาการ (2545ก) ได้กล่าวถึงการพัฒนาทักษะ/กระบวนการเชื่อมโยงไว้ว่า ในการ จัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ต้องการให้นักเรียนมีความรู้และมีพื้นฐาน ในการที่จะนำไปศึกษาต่อ นั้น จำเป็นต้องบูรณาการเนื้อหาต่างๆ ในวิชาคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน เช่น การใช้ความรู้ในเรื่องเซตใน การให้คำจำกัดความหรือบทนิยามในเรื่องต่างๆ เช่น บทนิยามของฟังก์ชันในรูปของเซต บทนิยาม ของลำดับในรูปของฟังก์ชัน

การเชื่อมโยงในวิชาคณิตศาสตร์นอกจากจะเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาต่างๆ ในคณิตศาสตร์ ด้วยกันแล้ว ยังมีการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ โดยใช้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการ เรียนรู้ และใช้การแก้ปัญหาเช่น เรื่องการเงิน การคิดดอกเบี้ยทบต้น ก็อาศัยความรู้ในเรื่อง เลขยกกำลังและผลบวกของอนุกรมในงานศิลปะและการออกแบบบางชนิดก็ใช้ความรู้เกี่ยวกับ รูปเรขาคณิต นอกจากนั้นแล้วยังมีการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ในวิชาชีพบางอย่างโดย ตรง เช่น การตัดเย็บเสื้อผ้า งานคหกรรมเกี่ยวกับอาหาร งานเกษตร งานออกแบบสร้างหีบห่อ บรรจุภัณฑ์ต่างๆ รวมถึงการนำคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับชีวิตความเป็นอยู่ประจำวัน เช่น

การซื้อขาย การชั่ง ตวง วัด การคำนวณระยะทางและเวลาที่ใช้ในการเดินทาง การวางแผนในการออมเงินไว้ใช้ในช่วงบั้นปลายของชีวิต

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า ในการจัดการเรียนรู้ที่ต้องการให้นักเรียนมีความสามารถในการเชื่อมโยงและมีพัฒนาการในเรียนรู้ ครูควรจัดกิจกรรมหรือให้ปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิด สามารถบอกแนวคิดและแสดงเหตุผลได้ โดยที่ครูไม่ควรดูเฉพาะคำตอบที่หาได้จากการคำนวณเท่านั้น จะต้องพิจารณาร่วมกับการให้เหตุผลประกอบที่สมเหตุสมผลด้วย

### ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์เป็นสิ่งที่นักเรียนควรจะเรียนรู้ ฝึกฝน และพัฒนาให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียน การฝึกฝนความคิดริเริ่มสร้างสรรค์จะช่วยให้เด็กมีแนวทางการคิดที่หลากหลายมีกระบวนการคิดจินตนาการในการประยุกต์ ที่จะนำไปสู่การคิดค้นสิ่งประดิษฐ์ที่แปลกใหม่ที่คนส่วนใหญ่คาดคิดไม่ถึงหรือมองข้ามตลอดจนส่งเสริมให้นักเรียนมีนิสัยกระตือรือร้น ไม่ย่อท้อ อยากรู้อยากเห็น อยากค้นคว้าและทดลองสิ่งใหม่ๆ อยู่เสมอ

### ความหมายของความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

กระทรวงศึกษาธิการ (2539) กล่าวถึง ความคิดสร้างสรรค์ ว่าหมายถึง การตอบคำถามในลักษณะที่มีหลายๆ คำตอบ ซึ่งเป็นผลจากการออกแบบบอนนัย เช่น ครูถามว่า "ตา" หมายถึงอะไร ครูอาจตอบในใจว่า "....." หมายถึง "พ่อของแม่" แต่อาจตอบได้อีกมากมายว่า "ตา" หมายถึงอะไร เช่น "สามีของยาย" "ส่วนของต้นไม้ตรงที่แตกกิ่ง" เป็นต้น นอกจากนี้ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ยังหมายถึงลักษณะอื่นๆ ได้อีก เช่น ความคิดโยงสัมพันธ์ เมื่อเรากล่าวถึง "นก" อาจจะนึกถึง "ไก่" (เพราะเป็นสัตว์ปีกด้วยกัน) "แมว" (เพราะเป็นสัตว์เลี้ยงด้วยกัน) "เครื่องบิน" (เพราะมีปีกด้วยกัน) หรือแนวคิดแบบจินตนาการ เช่น เมื่อเห็นนกบินอยู่ ก็เกิดการจินตนาการว่าทำอย่างไรคนถึงจะบินได้อย่างนก หรือหมายถึงความคิดนอกกรอบที่เป็นการสร้างแนวคิดใหม่หรือความคิดตามกรอบใหม่ เรียกว่า คิดนอกกรอบ ซึ่งสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550) ได้ให้ความหมายของความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ไว้ว่า เป็นกระบวนการคิดที่อาศัยความรู้พื้นฐานจินตนาการ และวิจารณ์ญาณในการพัฒนาหรือคิดค้นองค์ความรู้หรือสิ่งประดิษฐ์ใหม่ๆ ที่มีคุณค่าและเป็นประโยชน์ต่อตนเองและสังคม ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์มีหลายระดับ ตั้งแต่ระดับพื้นฐานที่

สูงกว่าความคิดอื่นๆ เพียงเล็กน้อย ไปจนกระทั่งเป็นความคิดที่อยู่ในระดับสูงมาก บางครั้งมากจนไร้ขอบเขตจำกัด คนอื่นคิดไปไม่ถึง จนมองดูเหมือนว่าเป็นการเพ้อฝัน ซึ่งสอดคล้องกับ วิลเลียม แพงกรี (2548) ที่กล่าวว่า ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ หมายถึง กระบวนการคิดที่ดำเนินไปอย่างอิสระ และมีจินตนาการต่อเติมเสริมแต่งจากความรู้และประสบการณ์เดิม ก่อให้เกิดผลผลิตที่มีความแปลกใหม่ แตกต่างไปจากผลผลิตเดิม และมีคุณค่าต่อผู้คิดและต่อสังคม

### แนวทางในการพัฒนาความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

กรมวิชาการ (2545ก) ได้กล่าวถึงการพัฒนาความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ไว้ดังนี้

บรรยากาศที่ช่วยส่งเสริมความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ได้แก่ การเปิดโอกาสให้นักเรียนคิด และนำเสนอแนวคิดของตนเองอย่างอิสระภายใต้การให้คำปรึกษาแนะนำของครู การจัดกิจกรรมการเรียนรู้สามารถเริ่มต้นจากการนำเสนอปัญหาที่ท้าทาย น่าสนใจ เหมาะกับวัยของนักเรียนและเป็นปัญหาที่นักเรียนสามารถนำความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่มาใช้แก้ปัญหาได้ การแก้ปัญหาควรจัดเป็นกิจกรรมในลักษณะร่วมกันแก้ปัญหา ให้นักเรียนได้อภิปรายร่วมกัน การเปิดโอกาสให้นักเรียนได้เสนอแนวคิดหลายๆ แนวคิด เป็นการช่วยเสริมเติมเต็ม ทำให้ได้แนวคิดในการแก้ปัญหาที่สมบูรณ์และหลากหลาย ซึ่งปัญหาปลายเปิดเป็นปัญหาที่มีคำตอบหลายคำตอบ หรือมีแนวคิดหรือวิธีการในการหาคำตอบได้หลายอย่าง เป็นปัญหาที่ช่วยส่งเสริมความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ของนักเรียนได้ สำหรับปัญหาที่มีหลายคำตอบ เมื่อนักเรียนคนหนึ่งหาคำตอบหนึ่งได้แล้ว ก็ยังมีสิ่งท้าทายให้นักเรียนคนอื่นๆ คิดหาคำตอบอื่นๆ ที่เหลืออยู่ สำหรับปัญหาที่มีแนวคิดหรือวิธีการในการหาคำตอบได้หลายอย่างแม้ว่านักเรียนจะหาคำตอบได้ ครูต้องแสดงให้นักเรียนตระหนักถึงการให้ความสำคัญกับแนวคิดหรือวิธีการในการหาคำตอบนั้นด้วยการส่งเสริมและยอมรับแนวคิด หรือวิธีการที่หลากหลายของนักเรียน ในการให้นักเรียนได้มีประสบการณ์ในการเรียนรู้แนวคิดหรือวิธีการหลายๆ อย่างในการแก้ปัญหาปัญหาหนึ่งเป็นสิ่งที่มีความสำคัญมากกว่าการให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาหลายๆ ปัญหาโดยใช้แนวคิดหรือวิธีการเพียงอย่างเดียว นอกจากนี้การให้นักเรียนได้มีโอกาสสร้างปัญหาขึ้นเองให้มีโครงสร้างของปัญหาล้ำกับปัญหาเดิมที่นักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้มาแล้ว จะเป็นการช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจปัญหาเดิมอย่างแท้จริง และเป็นการช่วยส่งเสริมความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ของนักเรียนอีกด้วย

## แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

### ความหมายของกิจกรรม

สุวิทย์ หิรัณยภรณ์ และคณะ (2540) ได้กล่าวถึงความหมายของกิจกรรมไว้ว่า กิจกรรมหมายถึง สภาพการเรียนรู้ใดๆ ที่เด็กได้กระทำด้วยความเต็มใจทั้งทางสมอง และทางกาย เพื่อเป็นการสนองความต้องการของผู้กระทำให้บรรลุถึงซึ่งจุดหมาย เช่น การค้นคว้า แก้ปัญหา อภิปราย การเรียนรู้ที่ถูกต้องจะให้เด็กได้ประกอบกิจกรรมให้มากที่สุด แต่การจัดกิจกรรมของครูควรอยู่บนรากฐานของความสนใจของเด็ก อุดมการณ์ทางประชาธิปไตย และให้ทุกคนได้เข้าร่วมกิจกรรมตามความสามารถของแต่ละบุคคล และชนาธิป พรกุล (2544) ได้กล่าวถึงกิจกรรมการเรียนรู้ว่าเป็นกิจกรรมที่นักเรียนได้รับประสบการณ์การเรียนรู้ขณะทำกิจกรรมนักเรียนจึงต้องเข้าไปมีส่วนร่วมในกิจกรรมอย่างกระตือรือร้น ทั้งทางด้านร่างกาย สติปัญญา อารมณ์และสังคม เป้าหมายของการศึกษาคือการให้นักเรียนเป็นคนเก่ง คนดี และมีความสุขทั้งทางกายและจิตใจ ซึ่งการที่นักเรียนจะประสบผลสำเร็จหรือไม่ขึ้นอยู่กับที่การเลือกกิจกรรมการเรียนรู้ของครู ดังนั้นการเลือกกิจกรรมการเรียนรู้จึงมีความสำคัญอย่างยิ่งต่อการเรียนรู้ของนักเรียน

### ลักษณะของกิจกรรม

ชนาธิป พรกุล (2544) ได้กล่าวถึงลักษณะของกิจกรรมไว้ว่า

1. กิจกรรมในแต่ละหัวเรื่องมีความสมบูรณ์ในตัวเอง คือ นักเรียนได้ศึกษาค้นคว้า และค้นพบความรู้ด้วยตนเอง
2. นักเรียนมีความรู้สึกเป็นเจ้าของ ผูกพันกับการทำกิจกรรม และภูมิใจในผลงาน
3. กิจกรรมมีความเชื่อมโยงระหว่างทักษะพื้นฐานกับชีวิตจริง นักเรียนมองเห็นประโยชน์ของการทำกิจกรรม
4. กิจกรรมมีความยากง่ายระดับต่างกัน ทำทายนักเรียน และมีความหลากหลาย

5. กิจกรรมสามารถฝึกทักษะการเรียนรู้ได้อย่างหลากหลายกว้างขวางตามความสามารถและความสนใจของนักเรียน
6. กิจกรรมสามารถฝึกให้นักเรียนสร้างความรู้ความเข้าใจ ทักษะ และเจตคติด้วยตนเอง
7. มีการบูรณาการวิชาต่างๆ ในกิจกรรม ทำให้นักเรียน ได้ใช้สติปัญญาหลายด้าน
8. กิจกรรมจูงใจให้นักเรียนสนใจเข้าสู่กระบวนการเรียนรู้ มีพัฒนาการตามลำดับและจบลงด้วยบทสรุปที่ตื่นเต้น และพอใจ
9. กิจกรรมที่นักเรียนทำเป็นกลุ่ม และเป็นรายบุคคล

จากความหมายดังกล่าวข้างต้น จึงสรุปได้ว่ากิจกรรมการเรียนรู้ หมายถึง การปฏิบัติต่างๆ เกี่ยวกับการเรียนการสอนเพื่อให้การสอนดำเนินไปอย่างมีประสิทธิภาพ และการเรียนรู้ของนักเรียนบรรลุจุดประสงค์การสอนที่กำหนดไว้ ดังนั้นครูควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่น่าสนใจให้สอดคล้องกับวัย สติปัญญา ความสามารถของนักเรียน โดยเน้นนักเรียนเป็นผู้สร้างองค์ความรู้ บนพื้นฐานความรู้และประสบการณ์เดิมของนักเรียน

## แนวทางในการจัดการเรียนการสอนเรขาคณิต

### ความสำคัญของเรขาคณิต

นักการศึกษาได้กล่าวถึงความสำคัญของเรขาคณิตไว้ดังนี้

Ravielli (1957) ได้กล่าวถึงความสำคัญของเรขาคณิตสรุปได้ว่า เรขาคณิตเป็นเครื่องมือที่จำเป็นอย่างมากสำหรับมนุษยชาติ เรขาคณิตเป็นส่วนหนึ่งของคณิตศาสตร์ มีการนำเรขาคณิตไปใช้ประโยชน์มากมาย เช่น ในการก่อสร้าง ในด้านวิศวกรรม ในการสำรวจ ในด้านดาราศาสตร์ เป็นต้น

เสริมศักดิ์ วิศาลาภรณ์ (2519) ได้กล่าวถึงความสำคัญของเรขาคณิตสรุปได้ว่า เรขาคณิตมีความสำคัญมากในสมัยอดีต ความเจริญของอียิปต์และบาบิโลเนียล้วนแต่ต้องอาศัยเรขาคณิต ดังจะเห็นจากพีระมิดของอียิปต์ การใช้เรขาคณิตของชาวบาบิโลนในการเริ่มต้นวัดพื้นที่

ปานทอง กุลนาถศิริ (2541) ได้กล่าวถึงความสำคัญของเรขาคณิตสรุปได้ว่า เรขาคณิตเป็นพื้นฐานที่สำคัญต่อการเรียนคณิตศาสตร์ในทุกๆระดับชั้น เรขาคณิตเป็นศาสตร์ที่มีความหมาย มีคุณค่า มีประโยชน์ และมีความผูกพันกับชีวิตมนุษย์มานับเป็นเวลานาน

จากที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นได้ว่าเรขาคณิตมีความสำคัญอย่างมากต่อมนุษย์ ตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบัน เรขาคณิตสามารถนำมาประยุกต์ใช้ให้เป็นประโยชน์ได้อย่างมากมาย

### ขั้นตอนการสอนเพื่อพัฒนาความคิดทางความคิดเรขาคณิต

Van Hiele ได้เสนอแนะลำดับขั้นวิธีสอนที่จะช่วยให้นักเรียนสามารถยกระดับความคิดทางเรขาคณิตจากขั้นหนึ่งไปอีกระดับหนึ่ง ดังนี้ (Crowley, 1987)

1. การให้ข้อมูล (Inquiry/Information) ขั้นนี้ครูและนักเรียนสนทนา และทำกิจกรรมร่วมกันเกี่ยวกับสิ่งที่จะเรียนในระดับนี้ มีการสังเกตทบทวนมโนทัศน์ที่เกี่ยวข้อง ถาม-ตอบ เช่น รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนคืออะไร รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสคืออะไร รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสใช่หรือไม่ เป็นต้น จุดมุ่งหมายของกิจกรรมในขั้นนี้คือ เพื่อให้ครูรู้พื้นฐานเกี่ยวกับเรื่องที่จะเรียนของนักเรียนและนักเรียนจะได้รู้ว่าจะเรียนหัวข้อใดและแนวทางของการเรียนในหัวข้อนี้เป็นอย่างไร

2. การแนะนำโดยตรง (Direct Orientation) ขั้นนี้นักเรียนเริ่มศึกษาหัวข้อที่จะเรียนจากเอกสารหรือกิจกรรมที่ครูได้จัดลำดับไว้ กิจกรรมเหล่านี้จะแสดงให้เห็นถึงลักษณะและโครงสร้างของสิ่งที่จะเรียนในระดับนี้ ดังนั้น เนื้อหาและกิจกรรมสั้นๆ เพื่อให้นักเรียนตอบคำถามเฉพาะอย่างไป เช่น ครูให้นักเรียนใช้กระดาษตะปูเพื่อสร้างรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนที่มีเส้นทแยงมุมเท่ากัน สร้างรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนที่มีลักษณะดังกล่าวแต่เล็กกว่า ใหญ่กว่าสร้างรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนที่มีมุมฉากสี่มุม มีมุมฉากสามมุม สองมุม หรือหนึ่งมุม ว่าสามารถทำได้หรือไม่ เป็นต้น

3. การแสดงความคิดเห็น (Explication) ในขั้นนี้ นักเรียนจะสามารถแสดงความคิดเห็นและแลกเปลี่ยนความคิดหรือความเข้าใจเกี่ยวกับความสัมพันธ์ที่ได้จากการสังเกต บทบาทของครูในขั้นนี้จะน้อยลง ครูมีหน้าที่ช่วยให้นักเรียนใช้ภาษาได้ถูกต้องเหมาะสม ในขั้นนี้ระบบความสัมพันธ์ของสิ่งต่างๆ จะเกิดขึ้นและค่อยๆ ชัดขึ้น ในกรณีของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนนักเรียนจะสามารถอภิปรายกันเองหรือกับครูว่าเป็นรูปใด มีสมบัติใด ความสัมพันธ์อย่างไร โดยสังเกตจากการทำกิจกรรม

4. การศึกษาอย่างอิสระ (Free Orientation) ในขั้นนี้ครูจะให้นักเรียนทำกิจกรรมหรืองานที่ซับซ้อนมากขึ้น เป็นกิจกรรมที่มีหลายขั้นตอนทำได้หลายวิธี และบางครั้งเป็นกิจกรรมปลายเปิด นักเรียนต้องสร้างหรือหาวิธีการเอง นักเรียนจะได้ประสบการณ์ในการหาวิธีการของตนเองที่จะทำงานให้เสร็จ การทำเช่นนี้นำไปสู่การสำรวจและทำให้ความสัมพันธ์ของสิ่งต่างๆ ที่เรียนชัดเจนมากขึ้น

5. การบูรณาการ (Integration) ในขั้นนี้ นักเรียนจะทบทวนและสรุปสิ่งที่ได้เรียนมาแล้ว เพื่อให้เห็นภาพรวมของความสัมพันธ์ของสิ่งที่เรียนไปแล้ว ครูมีหน้าที่ช่วยในการสังเคราะห์ภาพรวมที่ได้เรียนไปเพิ่มเติมแล้วให้สังเกตว่าในขั้นนี้จะไม่มีการเสนอสิ่งใหม่ๆ จะมีการสรุปความเป็นมาของสมบัติเหล่านั้น

เมื่อจบขั้นที่ 5 นักเรียนจะมีระดับการคิดไปสู่ขั้นใหม่ ระดับการคิดใหม่จะปรับระดับความคิดเดิม นักเรียนก็พร้อมจะรับประสบการณ์เพื่อก้าวไปสู่ระดับความคิดในขั้นถัดไป

นอกจากนี้ยังมีนักวิจัยและนักการศึกษาได้กล่าวถึงแนวทางในการจัดการเรียนการสอนเรขาคณิต เช่น สิริพร ทิพย์คง (2537) กล่าวว่า การเรียนการสอนเรขาคณิตในระดับชั้นต่างๆ เพื่อให้ นักเรียนได้รับความรู้และนำความรู้ไปใช้ให้เป็นประโยชน์ในชีวิตประจำวัน มองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์กับศิลปะ สามารถอธิบายสิ่งแวดล้อมที่นักเรียนพบเห็นในชีวิตประจำวัน มีความเข้าใจและซาบซึ้งในวิชาเรขาคณิต ตลอดจนนำความรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหาและการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในชั้นสูงต่อไป และ โกมล ไพศาล (2540) กล่าวว่า การเรียนการสอนเรขาคณิตควรดำเนินการ ดังนี้

1. กำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ของบทเรียน
2. ทบทวนความรู้ที่เป็นพื้นฐานของสิ่งที่จะเรียนต่อไป
3. การจัดกิจกรรมที่นักเรียนต้องศึกษาโดยการสังเกตและสำรวจ เพื่อให้เห็นแนวทางในการสรุปโนมติหรือแก้โจทย์ปัญหา
4. การสอนบทนิยาม ทฤษฎีบท ควรให้นักเรียนได้มีส่วนร่วม เช่น ใช้วิธีการถาม-ตอบ ใช้อุปกรณ์การสอนสำเร็จรูปและการเขียนรูปในแต่ละขั้นตอน จนกระทั่งได้ข้อสรุปที่ต้องการ
5. การสอนแบบนักเรียนเป็นศูนย์กลาง เน้นการศึกษาในลักษณะการค้นพบด้วยตัวเอง ให้นักเรียนช่วยกันสรุปกฎเกณฑ์และสิ่งทีนักเรียนเห็นว่าสำคัญ

ดังนั้น ในการจัดการเรียนการสอนเรขาคณิต เพื่อให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการเรียน ครูจะต้องเน้นการจัดการเรียนการสอน โดยเริ่มต้นจากสิ่งที้ง่ายไปยาก โดยคำนึงถึงระดับขั้นพัฒนาการทางความคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele ซึ่งครูมีบทบาทในการกำหนดกิจกรรม และการวางขั้นตอนที่เหมาะสม กระตุ้นให้นักเรียนเกิดความต้องการที่จะเรียนรู้ เน้นกิจกรรมที่ท้าทาย น่าสนใจ เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ปฏิบัติ สังเกต พุด แก้ปัญหาและแสดงผลทางคณิตศาสตร์ เพื่อเสริมสร้างความรู้ความเข้าใจ และเพื่อให้เกิดมโนคติทางเรขาคณิต

#### **แนวการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์**

ในการจัดการเรียนรู้ที่มีทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ นอกจากครูจะต้องเข้าใจมาตรฐานการเรียนรู้ทางด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์อย่างถ่องแท้แล้ว ครูจะต้องตีความมาตรฐานเหล่านั้นออกมาเป็นกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ที่สอดคล้องกับวัย พื้นความรู้เดิมและสิ่งแวดล้อมต่างๆ ของนักเรียน ตลอดจนการประเมินผลที่คำนึงถึงทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้วย

แนวทางการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยให้นักเรียนบรรลุมาตรฐานการเรียนรู้ทางด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์แต่ละด้าน อาจ

พิจารณาได้ใน 3 ส่วน คือ การเตรียมกิจกรรมการเรียนการสอน การดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอน และการประเมินผล ซึ่งพอประมวลเป็นพื้นความรู้ได้ดังนี้ (สสวท., 2550)

## การเตรียมกิจกรรมการเรียนรู้

### 1. กิจกรรมการเรียนการสอนปกติ

ในการเตรียมกิจกรรมการเรียนการสอนปกติ เมื่อนักเรียนได้เรียนรู้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ พร้อมยกตัวอย่างประกอบเป็นที่เรียบร้อยแล้ว โดยทั่วไปครูมักจะใช้แบบฝึกหัดในหนังสือเรียนเป็นสื่อการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนฝึกคิดคำนวณและแก้ปัญหาเพิ่มเติม ซึ่งนักเรียนสามารถหาคำตอบได้โดยใช้วิธีการทำนองเดียวกับตัวอย่าง นอกจากนั้นคำถามที่อยู่ในตัวอย่างและแบบฝึกหัดของหนังสือเรียนทั่วไป มักเป็นคำถามที่มุ่งเน้นการหาคำตอบที่เป็นจำนวนเพียงอย่างเดียวทั้งเป็นคำถามที่ไม่ค่อยช่วยให้นักเรียนอยากคิดแก้ปัญหาหรือพัฒนาทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ อย่างไรก็ตาม ครูสามารถนำสื่อการเรียนรู้เหล่านั้นมาปรับเปลี่ยนและเพิ่มเติม เพื่อใช้ในกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้ ข้อเสนอแนะต่อไปนี้จะเป็แนวทางหนึ่งสำหรับครูในการเตรียมกิจกรรมสำหรับการเรียนรู้ที่มีทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้สื่อการเรียนรู้ที่ใช้อยู่ในกิจกรรมการเรียนการสอนปกติ

1.1 ครูควรปรับลักษณะและคำถามในตัวอย่างและแบบฝึกหัดให้เป็นลักษณะคำถามที่เจาะลึกแนวคิดของนักเรียน

ดังที่กล่าวมาแล้วข้างต้นว่า คำถามที่อยู่ในตัวอย่างและแบบฝึกหัดของหนังสือเรียนทั่วไป มักเป็นคำถามที่มุ่งเน้นการหาคำตอบที่เป็นจำนวนเพียงอย่างเดียว เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ครูควรปรับลักษณะและคำถามในตัวอย่างและแบบฝึกหัดเหล่านั้นให้เป็นคำถามที่เจาะลึกแนวคิด ยุทธวิธีและกระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียน ตลอดจนเป็นคำถามที่เชื่อมโยงแนวคิดต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ เป็นคำถามที่ช่วยให้นักเรียนเกิดความอยากรู้อยากเห็นได้โดยการปรับลักษณะคำถามที่มักถามว่า “อะไรหรือเท่าไร” ให้เป็นลักษณะคำถามว่า “เพราะเหตุใด ทำไม อย่างไร สัมพันธ์หรือเกี่ยวข้องกันอย่างไร ถ้า... (เปลี่ยนแปลงเงื่อนไขบางอย่าง) แล้ว... (จะเกิดอะไรขึ้น) เหมือนกันหรือแตกต่างกันอย่างไร”

1.2 ครูควรปรับสถานการณ์ปัญหาในตัวอย่างและแบบฝึกหัดให้เป็นสถานการณ์ปัญหาที่ดึงดูดความสนใจและท้าทายความสามารถของนักเรียน

บ่อยครั้งที่สถานการณ์ปัญหาในตัวอย่างและแบบฝึกหัดมักเป็นสถานการณ์จำลองที่ไม่ค่อยอยู่ในความสนใจและท้าทายความสามารถของนักเรียน และบางสถานการณ์ก็ไม่ใช่สถานการณ์ปัญหา ครูควรปรับสถานการณ์ในตัวอย่างและแบบฝึกหัดเหล่านั้นให้เป็นสถานการณ์ปัญหาที่ดึงดูดความสนใจและท้าทายความสามารถของนักเรียน อีกทั้งเป็นปัญหาที่เหมาะสม ไม่ง่ายหรือยากเกินไปสำหรับนักเรียน

1.3 ครูควรเพิ่มกิจกรรมการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นให้นักเรียนได้สำรวจ สืบสวน สร้างข้อความคาดการณ์ อธิบาย และตัดสินใจสรุปในกรณีทั่วไปของตนเอง

ในกิจกรรมการเรียนการสอนปกติ เมื่อนักเรียนได้เรียนรู้แนวคิดทางคณิตศาสตร์พร้อมตัวอย่างประกอบเป็นที่เรียบร้อยแล้ว ครูมักจะให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดในหนังสือเรียนเพิ่มเติมโดยคาดหวังให้นักเรียนได้ฝึกคิดคำนวณและทำโจทย์ปัญหาเพียงเท่านั้น อย่างไรก็ตาม เพื่อให้นักเรียนได้มีโอกาสพัฒนาทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ครูควรเพิ่มกิจกรรมการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นให้นักเรียนได้สำรวจ สืบสวน สร้างข้อความคาดการณ์ อธิบายและตัดสินใจสรุปในกรณีทั่วไปของตนเอง

## 2. กิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการแก้ปัญหา

แนวทางหนึ่งในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ก็คือการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นการเรียนการสอนเนื้อหาทางคณิตศาสตร์โดยผ่านสถานการณ์ปัญหาที่เหมาะสมกับวัยและพัฒนาการของนักเรียน เพื่อให้ นักเรียนได้มีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาด้วยตนเองตามขั้นตอนสำรวจ สืบสวน สร้างข้อความคาดการณ์ อธิบายและตัดสินใจสรุปในกรณีทั่วไปของตนเอง ซึ่งเป็นการส่งเสริมให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ การเรียนผ่านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้ นักเรียนมีแนวทางการคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้นไม่ย่อท้อ และมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน ซึ่งเป็นทักษะพื้นฐานที่นักเรียนสามารถนำติดตัวไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้นานตลอดชีวิต

### ลักษณะที่ดีของปัญหาที่ส่งเสริมทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. ปัญหาที่ดึงดูดความสนใจและท้าทายความสามารถของนักเรียน ปัญหาที่ใช้ควรเป็น ปัญหาที่ดึงดูดความสนใจและท้าทายความสามารถของนักเรียน เป็นปัญหาที่ไม่ง่ายหรือยากเกินไป เพราะถ้ายากเกินไปอาจไม่ดึงดูดความสนใจและไม่ท้าทาย แต่ถ้ายากเกินไปนักเรียนอาจท้อถอย ก่อนที่จะแก้ปัญหาได้สำเร็จ

2. ปัญหาที่แปลกใหม่และปัญหาที่ไม่คุ้นเคย ปัญหาที่ใช้ควรเป็นปัญหาที่แปลกใหม่และ ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย ซึ่งนักเรียนไม่เคยมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่นั้นมาก่อน เพราะถ้านักเรียน เคยมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหามาแล้ว ปัญหานั้นก็จะไม่ใช่ปัญหาที่น่าสนใจอีกต่อไป อย่างไรก็ตามสำหรับปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคย ครูอาจดัดแปลงกำหนดสถานการณ์ขึ้นใหม่หรือเปลี่ยนแง่มุม ของคำถามให้ต่างไปจากเดิม เพื่อให้กลายเป็นปัญหาที่แปลกใหม่สำหรับนักเรียนก็ได้

3. ปัญหาที่มีสถานการณ์ทั้งในคณิตศาสตร์และในบริบทอื่นๆ ปัญหาที่ใช้ควรเป็นปัญหาที่มี สถานการณ์ทั้งในคณิตศาสตร์และในบริบทอื่นๆ เพื่อให้ให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหา หลายๆ แบบ และมีประสบการณ์ในการเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับแนวคิดของศาสตร์ อื่นๆ ตลอดจนเพื่อนักเรียนเห็นคุณค่าว่าคณิตศาสตร์สามารถประยุกต์ใช้ในบริบทอื่นๆ นอกเหนือจากคณิตศาสตร์ได้

4. ปัญหาในสถานการณ์จริง ปัญหาที่ใช้ควรเป็นปัญหาในสถานการณ์จริง ที่เหมาะสมกับ วัยและระดับพัฒนาการของนักเรียน ซึ่งนักเรียนสามารถทำความเข้าใจปัญหาและรับรู้ได้ การได้ลง มือแก้ปัญหาในสถานการณ์จริงจะช่วยให้นักเรียนได้มีโอกาสฝึกทักษะ/กระบวนการด้านการ เชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ตลอดจนได้เห็นคุณค่าว่า คณิตศาสตร์สามารถประยุกต์ใช้ในการ แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ด้วย

5. ปัญหาที่ส่งเสริมกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ปัญหาที่ใช้ควรเป็นปัญหาที่ ส่งเสริมกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้ให้นักเรียนเข้าใจขั้นตอน/กระบวนการ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง

6. ปัญหาที่ใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหามากกว่าหนึ่งยุทธวิธี ปัญหาที่ใช้ควรเป็นปัญหาที่ใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหามากกว่าหนึ่งยุทธวิธี เพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนเลือกใช้และปรับยุทธวิธีแก้ปัญหที่เหมาะสมได้หลากหลาย ตลอดจนเพื่อให้นักเรียนตระหนักว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหามากกว่าหนึ่งยุทธวิธี

7. ปัญหาที่ส่งเสริมการสำรวจ สืบสวน สร้างข้อความคาดการณ์ อธิบาย และตัดสินใจข้อสรุปในกรณีทั่วไป ปัญหาที่ใช้ควรเป็นปัญหาที่ส่งเสริมการสำรวจ สืบสวน สร้างข้อความคาดการณ์ อธิบาย และตัดสินใจทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้นักเรียนได้มีประสบการณ์ในการสำรวจ สืบสวน รวบรวมข้อมูล ค้นหาความสัมพันธ์ และแบบรูปที่จะนำไปสู่การสร้างข้อความคาดการณ์ ตรวจสอบข้อความคาดการณ์ และตัดสินใจข้อสรุปในกรณีทั่วไปของตนเอง

8. ปัญหาที่ส่งเสริมขั้นตอนการพัฒนาความคิดของนักเรียน เพื่อนำไปสู่ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ปัญหาที่ใช้ควรเป็นปัญหาที่ส่งเสริมขั้นตอนการพัฒนาความคิดของนักเรียนเพื่อนำไปสู่ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ซึ่งประกอบด้วย การคิดกำหนดปัญหาให้ชัดเจน การคิดหาคำตอบที่หลากหลาย การคิดพิจารณา ไตร่ตรอง วิเคราะห์อย่างถี่ถ้วน รอบคอบและสมเหตุสมผล และการตัดสินใจ เพื่อให้นักเรียนได้มีประสบการณ์และคุ้นเคยกับกระบวนการคิดริเริ่มสร้างสรรค์ที่ถูกต้อง

9. ปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิด อธิบายในสิ่งที่ตนคิด และนำเสนอแนวคิดของตนเองอย่างอิสระ ปัญหาที่ใช้ควรเป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิด อธิบายในสิ่งที่ตนคิดและนำเสนอแนวคิดของตนเองได้อย่างอิสระ เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการคิด การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ ตลอดจนช่วยให้นักเรียนเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์เหล่านั้นได้ชัดเจนยิ่งขึ้นด้วย

10. ปัญหาที่ใช้ภาษาที่เหมาะสมกับวัยและระดับพัฒนาการของนักเรียน ปัญหาที่ใช้ควรเป็นปัญหาที่ใช้ภาษาที่เหมาะสมกับวัยและระดับพัฒนาการของนักเรียน เพื่อไม่ทำให้นักเรียนต้องมีปัญหาเกี่ยวกับภาษาที่ใช้

11. ปัญหาที่มีข้อมูลขาดหาย มีข้อมูลเกิน มีข้อมูลที่ขัดแย้งกันบ้าง หรืออาจมีคำตอบมากกว่าหนึ่งคำตอบหรือไม่มีการตอบเลย ปัญหาที่ใช้ควรเป็นปัญหาที่มีข้อมูลขาดหาย มีข้อมูลเกิน

มีข้อมูลที่ขัดแย้งกันบ้าง หรืออาจมีคำตอบมากกว่าหนึ่งคำตอบ เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกคิดเกี่ยวกับปัญหา ตัดสินใจได้ว่าอะไรคือสิ่งที่ต้องการค้นหา อะไรคือสิ่งที่กำหนดให้มา มีข้อมูลเพียงพอที่จะแก้ปัญหาได้หรือไม่ หรือมีข้อมูลเกินหรือขัดแย้งกันบ้างหรือไม่ ตลอดจนเพื่อให้นักเรียนตระหนักว่าปัญหาทางคณิตศาสตร์อาจมีคำตอบมากกว่าหนึ่งคำตอบหรือไม่มีคำตอบเลย

ลักษณะที่ดีของปัญหาที่ส่งเสริมทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ดังที่กล่าวไว้ 11 ข้อ ครูอาจยึดเป็นเงื่อนไขในการพิจารณาเลือกปัญหามาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยในการพิจารณาไม่จำเป็นต้องเลือกเฉพาะปัญหาที่มีลักษณะครบทุกเงื่อนไข แต่ก็ควรเลือกปัญหาที่มีลักษณะตรงตามเงื่อนไขมากที่สุด

### การดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้การสอน

1. กิจกรรมการเรียนรู้การสอนปกติ ขณะดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้การสอนปกติ ครูสามารถสอดแทรก หรือเพิ่มเติมกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้ ข้อเสนอแนะต่อไปนี้จะป็นแนวทางหนึ่งสำหรับครูในการปรับกิจกรรมการเรียนรู้ปกติ ให้เป็นกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

1.1 ครูควรฝึกให้นักเรียนใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาอื่น ที่แตกต่างจากตัวอย่างหรือแบบฝึกหัดที่ทำเสร็จและได้คำตอบเรียบร้อยแล้ว

โดยทั่วไป แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน หรือแบบฝึกหัดที่ครูสร้างขึ้นเอง มักจะมีโครงสร้างคล้ายกับตัวอย่างที่ได้นำเสนอไปแล้วในบทเรียน ซึ่งนักเรียนสามารถแสดงหาคำตอบได้ โดยใช้วิธีการทำนองเดียวกับตัวอย่าง อย่างไรก็ตามอาจนำแบบฝึกหัดเหล่านั้นมาใช้เพื่อฝึกการแก้ปัญหาของนักเรียนได้ โดยการเพิ่มกิจกรรม เช่น เมื่อนักเรียนทำแบบฝึกหัดเสร็จและได้คำตอบเรียบร้อยแล้ว ครูอาจให้นักเรียนตรวจสอบความถูกต้อง และให้พิจารณาต่อไปอีกว่า แบบฝึกหัดดังกล่าวนี้มียุทธวิธีแก้ปัญหาอื่นที่แตกต่างไปจากตัวอย่างหรือจากการทำแบบฝึกหัดของนักเรียนอีกหรือไม่ แล้วให้นักเรียนใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาอื่นนั้นหาคำตอบของแบบฝึกหัดอีกครั้ง

1.2 ครูควรฝึกให้นักเรียนสร้างปัญหาใหม่เอง โดยอาศัยแนวคิดจากตัวอย่างหรือแบบฝึกหัดที่ทำเสร็จแล้วและได้คำตอบเรียบร้อยแล้ว

เมื่อนักเรียนทำแบบฝึกหัดเสร็จและได้คำตอบเรียบร้อยแล้ว นอกจากการให้นักเรียนแสดงแนวคิดในการหาคำตอบด้วยยุทธวิธีแก้ปัญหานั้นแล้ว ครูควรให้นักเรียนสร้างปัญหาใหม่เอง โดยอาศัยแนวคิด ยุทธวิธี และกระบวนการแก้ปัญหามาจากตัวอย่างหรือแบบฝึกหัดเหล่านั้น ซึ่งสามารถหาคำตอบได้โดยดัดแปลงยุทธวิธีและกระบวนการแก้ปัญหานั้น

1.3 ครูควรสร้างปัญหาใหม่เอง เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหานั้นได้อย่างเสรี โดยอาศัยแนวคิดจากตัวอย่างหรือแบบฝึกหัดที่มีอยู่

โดยทั่วไปแบบฝึกหัดในหนังสือเรียนมักจะมีคำตอบที่แน่นอนไม่มากนัก แต่ถึงแม้ว่าจะมีความซับซ้อน นักเรียนก็สามารถดัดแปลงยุทธวิธี และกระบวนการแก้ปัญหานั้นที่เรียนมาในชั้นเรียนมาหาคำตอบได้ เพื่อให้นักเรียนฝึกทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ครูอาจสร้างปัญหาใหม่เอง โดยอาศัยแนวคิดจากตัวอย่างหรือแบบฝึกหัดที่มีอยู่ ซึ่งปัญหาที่สร้างขึ้นใหม่ควรเป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิด อธิบายในสิ่งที่ตนเองคิด และนำเสนอแนวคิดของตนเองอย่างอิสระ

1.4 ครูควรใช้คำถามที่สร้างสรรค์และใช้เวลาในการหาคำตอบขณะดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้

การใช้คำถามที่ดีและสร้างสรรค์ จะช่วยให้นักเรียนพัฒนาทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ของตน คำถามที่ใช้ควรเป็นคำถามที่เจาะลึกแนวคิด ยุทธวิธีและกระบวนการแก้ปัญหานั้นของนักเรียน คำถามที่ใช้ควรเป็นคำถามที่เชื่อมโยงแนวคิดต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ และช่วยให้นักเรียนเกิดความอยากรู้อยากคิดแก้ปัญหานั้น มากกว่าเป็นคำถามที่ถามหาข้อเท็จจริง หรือข้อมูลเฉพาะในปัญหานั้นๆ โดยการปรับลักษณะคำถามที่มักถามว่า อะไร หรือ เเท่าไร ให้เป็นลักษณะคำถามว่า เพราะเหตุใด ทำไม อย่างไร สัมพันธ์หรือเกี่ยวข้องกันอย่างไร ถ้า...(เปลี่ยนแปลงเงื่อนไขบางอย่าง) แล้ว... (จะเกิดอะไรขึ้น) เหมือนกันหรือแตกต่างกันอย่างไร เมื่อปรับลักษณะคำถามแล้ว ครูควรใช้เวลาที่เพียงพอในการหาคำตอบของนักเรียนด้วย

### 1.5 ครูควรนำปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหานั้นมาให้นักเรียนคิดเพิ่มเติม

เมื่อนักเรียนได้เรียนรู้แนวคิดทางคณิตศาสตร์พร้อมยกตัวอย่างประกอบเป็นที่เรียบร้อยแล้ว นอกจากครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดในหนังสือเรียนแล้ว ครูควรนำปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหานั้นมาให้นักเรียนคิดเพิ่มเติม เพื่อให้นักเรียนได้มีประสบการณ์ในการคิดแก้ปัญหาที่แปลกใหม่ และปัญหาที่ไม่คุ้นเคยบ้าง

### 1.6 ครูควรนำปัญหาหรือข้อสอบที่มีความซับซ้อนและยุ่งยากมาให้นักเรียนใช้ฝึกทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติม

ในการดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนปกติ ครูควรนำปัญหาหรือข้อสอบที่มีความซับซ้อนและยุ่งยากมาให้นักเรียนใช้ฝึกทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติม เพื่อให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาอย่างหลากหลาย แหล่งของปัญหาหรือข้อสอบที่มีความซับซ้อนและยุ่งยาก ที่ครูสามารถนำมาให้นักเรียนฝึกคิดแก้ปัญหา ได้แก่ ข้อสอบคัดเลือกเข้ามหาวิทยาลัย ข้อสอบแข่งขันของสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทยในพระบรมราชูปถัมภ์ ข้อสอบแข่งขันโอลิมปิก ข้อสอบคัดเลือกวิชาคณิตศาสตร์ของสถาบันที่มีชื่อเสียง ตลอดจนปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เผยแพร่ในอินเทอร์เน็ต

ถ้าปัญหาหรือข้อสอบใดมีความซับซ้อนมาก และยากเกินที่นักเรียนจะแก้ปัญหาได้ โดยลำพัง ครูอาจช่วยนักเรียนได้โดยการให้นักเรียนร่วมกันคิดและแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม หรือเปิดอภิปรายให้นักเรียนร่วมกันคิดแก้ปัญหาก็ได้ ซึ่งการเปิดอภิปรายจะช่วยให้นักเรียนได้อธิบายสิ่งที่ตนเองคิดและนำเสนอแนวคิดของตนอย่างอิสระด้วย

2. กิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการแก้ปัญหา ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการแก้ปัญหา นอกจากครูจะต้องเตรียมปัญหาให้เหมาะสมและมีประสิทธิภาพ ครูควรจะต้องดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนให้สอดคล้องและเหมาะสมด้วย แนวทางในการดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการแก้ปัญหา ควรเป็นดังนี้

## 2.1 ครูควรใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือ หรือการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มย่อย

กิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือ เป็นกิจกรรมการเรียนการสอนที่ให้นักเรียนได้มีโอกาสทำงานร่วมกันเป็นทีมหรือกลุ่ม ได้ลงมือแก้ปัญหาและปฏิบัติการกิจต่างๆ จนบรรลุจุดประสงค์ที่คาดหวังไว้ ได้พูดคุยแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน ได้สื่อสารและนำเสนอ ยุทธวิธีแก้ปัญหาและกระบวนการแก้ปัญหาของตน ได้อภิปรายถึงยุทธวิธีแก้ปัญหาและกระบวนการแก้ปัญหาที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพ ได้สะท้อนความคิดเห็นเกี่ยวกับยุทธวิธีแก้ปัญหาและกระบวนการแก้ปัญหาที่กระทำร่วมกัน ตลอดจนได้เรียนรู้ที่จะยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น ซึ่งสิ่งเหล่านี้จะช่วยให้ นักเรียนมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน กล้าแสดงหรืออ้างอิงเหตุผล มีทักษะการสื่อสารและทักษะการเข้าสังคม มีความเชื่อมั่นในตนเอง และสามารถเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ต่างๆ ได้ ตลอดจนเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างลึกซึ้งและจดจำได้นานมากขึ้น

ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือ ครูจะต้องเลือกขนาดของกลุ่มว่าควรเป็นเท่าไร ซึ่งโดยปกติกลุ่มละ 3 – 4 คน เมื่อเลือกขนาดของกลุ่มได้แล้ว ครูควรจัดนักเรียนเข้ากลุ่มโดยให้แต่ละกลุ่มมีนักเรียนที่มีระดับความสามารถเก่ง ปานกลาง และอ่อนอยู่ในกลุ่มเดียวกัน หลังจากนั้นครูควรชี้แจงบทบาทและหน้าที่ของสมาชิกในกลุ่ม โดยเน้นย้ำว่า ทุกคนต้องมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหา เข้าใจงานของกลุ่มและสามารถอธิบายได้ ขณะที่นักเรียนแต่ละกลุ่มทำกิจกรรมร่วมกันอยู่ ครูควรมีบทบาทในการตรวจสอบติดตามการทำงานและพฤติกรรมของนักเรียนแต่ละคน คอยสอดแทรก/จัดจังหวะกระบวนการแก้ปัญหาของกลุ่ม โดยใช้คำถามกระตุ้นเมื่อกลุ่มแก้ปัญหาไม่ได้หรือไม่ตรงประเด็น ตอบคำถาม และให้คำปรึกษาเท่าที่จำเป็น

## 2.2 ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ในการเปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ครูอาจเริ่มต้นจากการให้นักเรียนลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาด้วยตนเอง เพราะการแก้ปัญหาแต่ละครั้งจะช่วยให้ นักเรียนได้ฝึกทักษะการคิดและกระบวนการของการแก้ปัญหา ได้เรียนรู้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ และสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ใหม่ๆ ผ่านการแก้ปัญหา

2.3 ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิด อธิบายในสิ่งที่ตนคิด และนำเสนอแนวคิดของตนอย่างอิสระ

ในการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิด อธิบายในสิ่งที่ตนคิด และนำเสนอแนวคิดของตนอย่างอิสระ ครูอาจเริ่มต้นจากการให้นักเรียนเดิมคำตอบเพียงคำเดียว เดิมคำตอบสั้นๆ แล้วจึงเดิมคำตอบเป็นข้อความหรือประโยค และเมื่อนักเรียนคุ้นเคยกับการได้คิด อธิบายในสิ่งที่ตนเองคิด และนำเสนอแนวคิดของตนแล้ว ครูควรให้ลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาเป็นกลุ่มเพราะการแก้ปัญหาเป็นกลุ่มช่วยให้นักเรียนได้มีโอกาสฝึกทักษะการคิด การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอร่วมกับเพื่อนสมาชิกในกลุ่มด้วย

2.4 ครูควรยอมรับความคิดเห็นของนักเรียนไม่ว่าจะถูกหรือผิด

ขณะที่นักเรียนอธิบายและนำเสนอแนวคิดของตน ครูควรยอมรับความคิดเห็นของนักเรียนไม่ว่าจะถูกหรือผิด ซึ่งการตอบผิดของนักเรียนจะทำให้ครูได้รู้ว่าข้อผิดพลาดนั้นมาจากไหน และมีมากน้อยเพียงใด ครูไม่ควรย่ำสิ่งที่นักเรียนทำผิดหรือเข้าใจผิด แต่ครูควรซักถาม อธิบาย และเปิดอภิปราย เพื่อให้นักเรียนเข้าใจแนวคิดและกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง

2.5 ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนเริ่มต้นคิดหาวิธีการแก้ปัญหาด้วยตนเองก่อน

ในการทำกิจกรรมครูควรสนับสนุนให้นักเรียนเริ่มต้นคิดหาวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเองก่อน เนื่องจากมีนักเรียนจำนวนมากที่ไม่ทราบว่าจะเริ่มต้นคิดแก้ปัญหาอย่างไร จึงรอให้ครูแนะและตั้งคำถามนำ ครูควรตระหนักว่าการถามนามากเกินไป จะทำให้นักเรียนคุ้นเคยกับการคิดเพื่อตอบคำถามครูทีละคำถาม ต่อเนื่องกันจนได้คำตอบ โดยไม่คิดเพื่อหาวิธีแก้ปัญหาที่ครบขั้นตอนหรือกระบวนการด้วยตนเอง

2.6 ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนคิด และลงมือปฏิบัติแก้ปัญหตามขั้นตอนและกระบวนการแก้ปัญหา

ขณะดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอน ครูควรให้ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนและกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แก่นักเรียน เลือกใช้ปัญหาที่ส่งเสริมกระบวนการแก้ปัญหา

ทางคณิตศาสตร์ในการดำเนินกิจกรรม แล้วสนับสนุนให้นักเรียนคิดและลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาตามขั้นตอน และกระบวนการแก้ปัญหา เพื่อให้ นักเรียนมีประสบการณ์และคุ้นเคยกับขั้นตอนและกระบวนการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง

## 2.7 ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหามากกว่าหนึ่งยุทธวิธี

เมื่อนักเรียนแก้ปัญหาจนได้คำตอบของปัญหาแล้ว ครูควรกระตุ้นและสนับสนุนให้นักเรียนคิดหายุทธวิธีอื่นที่แตกต่างจากเดิม แล้วให้นักเรียนใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหานั้นนั้น หากคำตอบของปัญหาอีกครั้ง เพื่อให้ นักเรียนตระหนักว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหามากกว่าหนึ่งยุทธวิธี

2.8 ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนสำรวจ สืบสวน สร้างข้อความคาดการณ์ อธิบาย และตัดสินใจสรุปในกรณีทั่วไปของตนเอง

ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนสำรวจ สืบสวน สร้างข้อความคาดการณ์ อธิบาย และตัดสินใจสรุปในกรณีทั่วไปของตนเอง ซึ่งอาจเริ่มจากการให้นักเรียนฝึกตั้งคำถามกับตนเองบ่อยๆ โดยเป็นคำถามที่ต้องการคำอธิบาย เช่น เพราะเหตุใด ทำไม และอย่างไร แล้วให้นักเรียนลงมือสำรวจ สืบสวน รวบรวมข้อมูล ค้นหาความสัมพันธ์และแบบรูป สร้างข้อความคาดการณ์ อธิบาย และตรวจสอบข้อความคาดการณ์ ตลอดจนตัดสินใจสรุปในกรณีทั่วไปของตนเอง

2.9 ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนใช้ช่องทางการสื่อสารให้มากกว่าหนึ่งช่องทาง ในการนำเสนอยุทธวิธีและกระบวนการแก้ปัญหา

เมื่อนักเรียนแก้ปัญหาจนได้คำตอบของปัญหาและนำเสนอยุทธวิธีในกระบวนการแก้ปัญหาแล้ว ครูควรกระตุ้นให้นักเรียนคิดหา ใช้ช่องทางการสื่อสารที่ใช้ในการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์อีกครั้ง เพื่อให้ นักเรียนตระหนักว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ ได้มากกว่าหนึ่งช่องทางการสื่อสาร

2.10 ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาทั้งในคณิตศาสตร์และในบริบทอื่นๆ

ในการลงมือแก้ปัญหาทั้งในคณิตศาสตร์และในบริบทอื่นๆ นักเรียนไม่เพียงมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาหลายๆ แบบ แต่นักเรียนยังมีประสบการณ์ในการเชื่อมโยงระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับแนวคิดของศาสตร์อื่น ขณะแก้ปัญหาอีกด้วย ซึ่งจะทำให้นักเรียนเห็นคุณค่าว่าคณิตศาสตร์สามารถประยุกต์ใช้ในบริบทอื่นๆ นอกเหนือจากคณิตศาสตร์ได้และการแก้ปัญหาหลายๆ แบบมีคุณค่ามากกว่าการแก้ปัญหาแบบเดียวตลอดเวลา

2.11 ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนสร้างปัญหาทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติม

เมื่อนักเรียนแก้ปัญหาจนได้คำตอบของปัญหาแล้ว ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนสร้างปัญหาทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติม โดยอาศัยแนวคิดยุทธวิธีและกระบวนการแก้ปัญหาจากปัญหาเดิม ซึ่งในการสร้างปัญหาทางคณิตศาสตร์เพิ่มนี้ จะช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ของตนได้อย่างหลากหลายและเป็นอิสระ

2.12 ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนรับรู้กระบวนการคิดของตนเอง

หลังจากนักเรียนแก้ปัญหาจนได้คำตอบของปัญหาแล้ว ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนได้รับรู้กระบวนการคิดของตนเอง ตรวจสอบความคิดและกระบวนการคิดของตนเองว่ามีสิ่งใดบ้างที่รู้ และมีสิ่งใดบ้างที่ไม่รู้ ตลอดจนสะท้อนกระบวนการแก้ปัญหามาด้วย โดยการให้นักเรียนเขียนบันทึกในหัวข้อเกี่ยวกับทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ เช่น ความคิดเห็นของข้าพเจ้าต่อการแก้ปัญหานี้ ความประทับใจของข้าพเจ้าต่อการแก้ปัญหา อุปสรรคที่ข้าพเจ้าพบในการทำกรแก้ปัญหายุทธวิธีอื่นที่ใช้ในการแก้ปัญหา ความสมเหตุสมผลในการให้เหตุผลของข้าพเจ้า ประสิทธิภาพในการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอของข้าพเจ้าในการแก้ปัญหา หรือความสามารถในการเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของข้าพเจ้าในการแก้ปัญหา เป็นต้น

## 2.13 ครูควรเปิดอภิปรายร่วมกับนักเรียนเกี่ยวกับยุทธวิธีและกระบวนการแก้ปัญหา

เพื่อให้นักเรียนได้มีความรู้เกี่ยวกับยุทธวิธีและกระบวนการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ครูควรเป็นผู้นำเปิดอภิปรายร่วมกับนักเรียนทั้งชั้นเกี่ยวกับยุทธวิธีและกระบวนการปัญหาที่นักเรียนแต่ละกลุ่มได้ทำ แล้วร่วมกันพิจารณาและสรุปว่ายุทธวิธีและกระบวนการแก้ปัญหาใดที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพ

### การวัดผลและประเมินผล

#### ความหมายของการวัดผลและประเมินผล

ได้มีผู้ให้ความหมายของการวัดผลและการประเมินผลไว้หลากหลาย ดังต่อไปนี้

#### การวัดผล

การวัดผลตรงกับศัพท์ภาษาอังกฤษว่า measurement ซึ่งได้มีผู้ให้ความหมายไว้หลายท่าน เช่น Ebel and Frisbie (1986) กล่าวว่า การวัดผลเป็นการกำหนดตัวเลขหรือสัญลักษณ์ที่มีความหมายแทนคุณลักษณะของสิ่งที่วัดโดยอาศัยกฎเกณฑ์อย่างใดอย่างหนึ่ง ซึ่งสอดคล้องกับ Kerlinger (1986) ที่กล่าวว่า การวัดผลเป็นการกำหนดจำนวนให้กับวัตถุหรือเหตุการณ์ตามกฎเกณฑ์ที่วางไว้โดยคำว่าจำนวน (numerals) นี้หมายถึงสัญลักษณ์ที่เป็นตัวเลข เช่น 1,2,3,4 เป็นต้น ซึ่งแท้ที่จริงตัวเลขเหล่านี้ไม่ได้มีความหมายเชิงปริมาณหรือคุณภาพในตัวมันเองแต่อย่างใด จะมีความหมายก็ต่อเมื่อได้กำหนดกฎเกณฑ์ (rule) ขึ้น เช่น เพศชายให้เป็นตัวเลข 1 เพศหญิงให้เป็นตัวเลข 2 หรือกำหนดปริมาณมากที่สุดเป็น 5 มากไปเป็น 4 ปานกลางให้เป็น 3 น้อยให้เป็น 1 เป็นต้น และ Wiersma and Jurs (1990) กล่าวว่า การวัดผล คือการกำหนดจำนวนให้กับวัตถุหรือเหตุการณ์ตามกฎที่ทำให้ตัวเลขมีความหมายเชิงปริมาณ

สมศักดิ์ สินธุเวชญ์ (2539) ได้ให้ความหมายการวัด (measurement) หมายถึง กระบวนการหรือวิธีการใดๆ ที่จะให้ได้มาซึ่งปริมาณจำนวนหนึ่งอันมีความหมายแทนขนาด สมรรถภาพที่เป็นนามธรรมของสิ่งที่วัด ซึ่งสอดคล้องกับบุญธรรม กิจปรีดาวิสุทธ์ (2535)

กล่าวว่า การวัดเป็นกระบวนการเชิงปริมาณในการกำหนดค่าเป็นตัวเลขหรือสัญลักษณ์ที่มีความหมายแทนคุณลักษณะของสิ่งที่วัดโดยอาศัยกฎเกณฑ์อย่างใดอย่างหนึ่ง และ อุทุมพร จามรมาน (2530) กล่าวว่า การวัด คือการกำหนดตัวเลขให้กับลักษณะตามกฎที่กำหนด

จากความหมายดังกล่าวข้างต้นสรุปได้ว่า การวัดผล (measurement) หมายถึงกระบวนการกำหนดตัวเลขหรือสัญลักษณ์ให้กับบุคคล สิ่งของ หรือเหตุการณ์อย่างมีกฎเกณฑ์ เพื่อให้ได้ข้อมูลที่แทนปริมาณ หรือคุณภาพของคุณลักษณะที่จะวัด

### การประเมินผล

การประเมินผลตรงกับคำภาษาอังกฤษว่า evaluation ซึ่งมีคำอื่นๆ ที่มีความหมายใกล้เคียงและเกี่ยวข้องกันหลายคำ เช่น assessment, adaptation และ follow up ซึ่งมีผู้ให้ความหมายไว้แตกต่างกัน เช่น

เยาวดี ราชชัยกุล (2542) กล่าวถึงการประเมินผล (assessment) ว่าหมายถึง กระบวนการของการรวบรวมข้อมูลให้เป็นระบบระเบียบ เพื่อใช้เป็นแนวทางสำหรับนำไปสู่การตัดสินใจในขั้นประเมินผล ซึ่งเป็นกระบวนการตัดสินคุณค่าของสิ่งใดสิ่งหนึ่งอย่างมีหลักเกณฑ์ โดยใช้ข้อมูลจาก assessment และ สมหวัง พิธิยานุวัฒน์ (2544) กล่าวว่า การประเมิน หมายถึง กระบวนการใช้ดุลยพินิจ (judgment) และ/หรือ ค่านิยม และข้อจำกัดต่างๆ ในการพิจารณาตัดสินคุณค่าของสิ่งใดสิ่งหนึ่ง โดยการเปรียบเทียบผลที่วัดได้กับเกณฑ์ที่กำหนดไว้ เกณฑ์ที่กำหนดอาจเป็นเกณฑ์แบบสัมพัทธ์ หรืออิงกลุ่ม หรือเกณฑ์สมบูรณ์ (absolute criteria) ซึ่งสอดคล้องกับ Good (1973) ที่ได้ให้ความหมายของการประเมินผล ว่าหมายถึง กระบวนการค้นหาหรือตัดสินคุณค่า หรือจำนวนของบางสิ่งบางอย่างโดยใช้มาตรฐานของการประเมิน รวมทั้งการตัดสินโดยอาศัยเกณฑ์ภายในและเกณฑ์ภายนอก

จากความหมายของการประเมินผลดังกล่าวข้างต้น สามารถสรุปความหมายได้ว่าการประเมินผล คือกระบวนการค้นหาหรือพิจารณาอย่างมีกฎเกณฑ์ เพื่อนำไปสู่การตัดสินคุณค่าของสิ่งใดสิ่งหนึ่ง

สรุปความหมายของการวัดผลและประเมินผล หมายถึง กระบวนการกำหนดตัวเลขหรือสัญลักษณ์ให้กับสิ่งใดสิ่งหนึ่ง เพื่อให้ได้ข้อมูลที่แทนปริมาณ หรือคุณภาพของคุณลักษณะที่ต้องการวัด และนำไปสู่การตัดสินใจหรือพิจารณาให้คุณค่าของสิ่งนั้น การประเมินจึงเป็นการนำผลจากการวัดมาตัดสินใจโดยใช้ดุลยพินิจของผู้ประเมินเทียบกับเกณฑ์ ซึ่งตัวอย่างของการประเมิน เช่น กรณีการสอบวัดความรู้นักเรียน เพื่อใช้แบบทดสอบวัดได้คะแนนออกมาแล้ว นำมาเทียบกับเกณฑ์ ปรากฏว่าได้คะแนนสูงกว่าเกณฑ์จึงประเมินให้ผ่านเป็นต้น

### ความหมายของการประเมินตามสภาพจริง

ได้มีผู้ให้ความหมายการประเมินตามสภาพจริงไว้ดังนี้

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (2549) ได้ให้ความหมายของการวัดผล และประเมินผลตามสภาพจริงว่า หมายถึงการวัดและประเมินผลตามสภาพจริงของนักเรียนที่อยู่บนพื้นฐานของเหตุการณ์จริงในชีวิตจริง โดยยึดการปฏิบัติเป็นสำคัญ มีความสัมพันธ์กับการเรียนการสอนเน้นการพัฒนาการที่ปรากฏให้เห็นทั้งในและนอกห้องเรียน มีผู้เกี่ยวข้องในการประเมินผลหลายฝ่ายและเกิดขึ้นได้ทุกบริบทเท่าที่จะเป็นไปได้ การประเมินผลจากสภาพจริงเป็นการประเมินที่มีลักษณะแบบไม่เป็นทางการ และสุวิมล ว่องวานิช (2546) ได้กล่าวว่า การประเมินตามสภาพจริง เป็นกระบวนการตัดสินความรู้ความสามารถและทักษะต่างๆ ของนักเรียนในสภาพที่สอดคล้องกับชีวิตจริง โดยใช้เรื่องราวเหตุการณ์ สภาพจริงหรือคล้ายจริงที่ประสบในชีวิตประจำวัน เป็นสิ่งเร้าให้นักเรียนตอบสนองโดยการแสดงออก ลงมือกระทำ หรือผลิตจากกระบวนการทำงานตามที่คาดหวังและผลผลิตที่มีคุณภาพ จะเป็นการสะท้อนภาพเพื่อลงข้อสรุปถึงความรู้ความสามารถ และทักษะต่างๆ ของนักเรียนว่ามีมากน้อยเพียงใด น่าพอใจหรือไม่ อยู่ในระดับความสำเร็จใดซึ่งสอดคล้องกับ Wiggins (กมลวรรณ ตั้งชนกานนท์, 2549 อ้างอิงถึง Wiggins, 1993.) ที่ได้ให้ความหมายของการประเมินตามสภาพจริงว่า เป็นงานหรือกระบวนการซึ่งนักเรียนได้ใช้ทักษะและความรู้ในการแก้ปัญหาในสภาพที่เกิดขึ้นจริง ตลอดจนงานต่างๆ ที่มีลักษณะเหมือนกับสภาพจริง

กรมวิชาการ (2545ข) ได้กล่าวว่า การประเมินสภาพจริงเป็นการประเมินจากการปฏิบัติงานหรือกิจกรรมอย่างใดอย่างหนึ่ง โดยงานหรือกิจกรรมที่มอบหมายให้ผู้ปฏิบัติ จะเป็นงานหรือสถานการณ์ที่เป็นจริง (Real Life) หรือใกล้เคียงกับชีวิตจริง จึงเป็นงานที่มีสถานการณ์ซับซ้อน

(Complexity) และเป็นองค์รวม (Holistic) มากกว่างานปฏิบัติในกิจกรรมการเรียนรู้ทั่วไป ซึ่งสอดคล้องกับสมนีก นนธิจันทร์ (2544) ที่กล่าวว่า การประเมินผลจากสภาพจริงเป็นการประเมินผลที่มุ่งเน้นให้นักเรียนเป็นผู้กระทำกิจกรรมต่างๆ ด้วยการแสดงออกหลายๆ ด้านเพื่อนำไปแก้ปัญหา โดยใช้ทักษะกระบวนการคิดที่สลับซับซ้อน ที่อยู่บนพื้นฐานของเหตุการณ์ที่เป็นจริงในทุกบริบทเท่าที่จะเป็นไปได้

อุทุมพร จามรمان (2540) กล่าวว่า Authentic Assessment หมายถึง การวัดและประเมินกระบวนการทำงานของสมองและจิตใจของนักเรียน อย่างตรงไปตรงมาตามสิ่งที่เขาทำ โดยพยายามตอบคำถามว่า เขาทำอย่างไร และ ทำไมจึงทำอย่างนั้น การได้ข้อมูลว่า “เขาทำอย่างไร” (How) และ “ทำไม” (Why) จะช่วยให้ครูได้ช่วยนักเรียนพัฒนาการเรียน และการสอนของครู ทำให้การเรียนการสอนมีความหมาย และทำให้นักเรียนเกิดความอยากเรียนรู้ต่อไป

จากความหมายต่างๆ ของการประเมินตามสภาพจริงที่หลายท่านได้ให้ไว้สามารถจะสรุปได้ว่า การประเมินตามสภาพจริง หมายถึง การประเมินอย่างไม่เป็นทางการที่สามารถพบได้ทั้งในและนอกชั้นเรียนและเป็นการประเมินการใช้ความคิดในระดับที่สลับซับซ้อน ความสามารถในการแก้ปัญหาและการแสดงออกของนักเรียนในสภาพที่เป็นอยู่จริงในสภาพการเรียนการสอนที่เน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลาง และดำเนินอย่างต่อเนื่องตลอดเวลาควบคู่ไปกับการจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียน

### วิธีการประเมินตามสภาพจริง

การประเมินตามสภาพจริง เป็นการประเมินเชิงคุณภาพที่กระทำอย่างต่อเนื่องเพื่อสังเกตผลในด้านความรู้ พฤติกรรม วิธีการปฏิบัติและผลการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยพิจารณาจากแหล่งข้อมูล ครูจึงต้องเข้าใจวิธีการประเมินตามสภาพจริง

เอกรินทร์ สีมหาศาล และ สุปรารถนา ยุคตะนันท์ (2546) ได้กล่าวถึงการประเมินตามสภาพจริงว่าเป็นทางเลือกหนึ่งที่จะช่วยให้ครูรับรู้ข้อมูลและผลสำเร็จจากการเรียนรู้ของนักเรียนตามที่เป็นจริง โดยเน้นการประเมินความก้าวหน้าและพัฒนาการของนักเรียน ด้วยเครื่องมือและวิธีการที่นำมาใช้อย่างหลากหลายซึ่งสามารถดำเนินการได้หลายวิธีดังต่อไปนี้

1. การสังเกต เป็นวิธีการที่กระทำได้ในทุกสถานการณ์และทุกสถานที่ ครูอาจกำหนด เครื่องมือและเกณฑ์ในการสังเกตหรืออาจไม่มีเครื่องมือในการสังเกตก็ได้ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับประเด็นที่ ต้องการประเมินนักเรียนว่ามีความจำเป็นต้องใช้เครื่องมือในการสังเกตระดับความสามารถหรือ พฤติกรรมที่แสดงออกมาน้อยเพียงใด และวิธีการสังเกตสามารถใช้ประเมินผลการเรียนรู้ทั้งใน ด้านความรู้ความเข้าใจ ด้านทักษะกระบวนการ ด้านคุณธรรมจริยธรรม และค่านิยมที่พึงประสงค์ ของนักเรียน

2. การสัมภาษณ์ เป็นวิธีการประเมินโดยตั้งคำถามอย่างง่าย ๆ ไม่ซับซ้อนเกินไป สามารถ สัมภาษณ์นักเรียนแต่ละคน ได้ทั้งรูปแบบที่เป็นทางการหรือไม่เป็นทางการ นิยมใช้ประเมินผลการ เรียนรู้ด้านความรู้ความเข้าใจในระดับที่สูงกว่าความรู้ความจำ และด้านความรู้สึนึกคิดที่สะท้อน ให้เห็นถึงความเชื่อ ทศนคติ ค่านิยมที่นักเรียนยึดถือต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่ง

3. บันทึกจากผู้เกี่ยวข้อง เป็นวิธีการรวบรวมข้อมูลความคิดเห็นเกี่ยวกับตัวนักเรียนทั้งใน ด้านความรู้ ความคิด ความสามารถพิเศษ ความถนัด ความสนใจ และการแสดงออกของพฤติกรรม ลักษณะต่างๆ ทั้งที่พึงประสงค์และไม่พึงประสงค์ ซึ่งเป็นประโยชน์ต่อการวางแผนการเรียนรู้และ แนวทางพัฒนานักเรียนให้บรรลุตามมาตรฐานการเรียนรู้ของหลักสูตรต่อไป

4. แบบทดสอบวัดความสามารถที่เป็นจริง เป็นวิธีการสร้างข้อสอบโดยใช้คำถามที่เกี่ยวกับ การนำความรู้ไปใช้ในสถานการณ์ต่างๆ หรือการสร้างความรู้ใหม่จากความเข้าใจและประสบการณ์ เดิม หรือจากสถานการณ์จำลองที่กำหนดขึ้นให้คล้ายคลึงกับสถานการณ์จริงเพื่อเลียนแบบสภาพ จริง เป็นต้น

5. การรายงานตนเอง เป็นวิธีการประเมินด้วยการให้นักเรียนเขียนบรรยายความรู้สึก หรือ พุดแสดงความคิดเห็นออกมาโดยตรงเพื่อประเมินความรู้สึกนึกคิด ความเข้าใจ ความต้องการ และ ใช้วิธีการต่างๆ และการสร้างผลงานของนักเรียนจะช่วยให้ครูเข้าใจนักเรียนแต่ละคนมากยิ่งขึ้นและ สามารถประเมินผลการเรียนรู้ด้านความรู้ความเข้าใจ ทักษะกระบวนการ รวมทั้งเจตคติต่อการ เรียนรู้สิ่งต่างๆ ของนักเรียนได้ดียิ่งขึ้น

6. การใช้แฟ้มสะสมผลงาน เป็นการจัดเก็บผลงานที่มีการรวบรวมไว้อย่างเป็นระบบและ กระทำอย่างต่อเนื่องตลอดช่วงชั้นของหลักสูตรหรือโปรแกรมการเรียนรู้ เพื่อใช้เป็นหลักฐานแสดง

ให้เห็นถึงความสามารถของนักเรียนในด้านความรู้ความเข้าใจ และทักษะต่างๆ ที่นักเรียนพัฒนาได้สำเร็จ รวมทั้งความถนัด ความสนใจ ความพยายาม แรงจูงใจ และความก้าวหน้าทางการเรียนที่สามารถนำมาประกอบการประเมินผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนแต่ละคนให้มีความน่าเชื่อถือมากยิ่งขึ้น

นอกจากนี้ ครูยังต้องตระหนักถึงการใช้วิธีการวัดและประเมินผลที่สามารถสะท้อนให้เห็นถึงสภาพการจัดการเรียนการสอนทั้งในชั้นเรียนและแหล่งเรียนรู้ที่แท้จริง โดยพิจารณาจากผลการประเมินดังต่อไปนี้

1. การประเมินความสามารถจริงของนักเรียนที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน โดยใช้แฟ้มสะสมผลงานเป็นหลักฐานสะท้อนให้เห็นถึงสภาพแวดล้อมและบรรยากาศของการจัดการเรียนการสอนของครู (Ecological Assessment)
2. การประเมินความสามารถของนักเรียนที่เกิดขึ้นโดยตรงจากการเรียนรู้ตามสาระการเรียนรู้ต่างๆ ของหลักสูตร (Curriculum Based and Direct Assessment)
3. การประเมินความสามารถของนักเรียนที่เกิดขึ้นจากการบูรณาการการเรียนรู้ และปฏิสัมพันธ์ต่างๆ ตามจุดหมายการเรียนรู้ของหลักสูตร (Dynamic Assessment)
4. การประเมินผลงานหรือโครงการที่นักเรียนประยุกต์วิธีการและกระบวนการเรียนรู้ไปใช้ในกระบวนการทำงานอื่นๆ จนเกิดเป็นผลงานใหม่ที่มีคุณภาพและความพึงพอใจในงานนั้นๆ (Task and Project Assessment)
5. การประเมินความสามารถสุดท้ายของนักเรียน (Summative Assessment) เพื่อตรวจสอบผลการเรียนรู้และมาตรฐานการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นกับนักเรียนว่าสอดคล้องและบรรลุเป้าหมายการจัดการศึกษาตามหลักสูตรสถานศึกษาที่กำหนดไว้หรือไม่ เพื่อพิจารณาตัดสินผลการจบหลักสูตรการศึกษาภาคบังคับ 9 ปี หรือการศึกษาขั้นพื้นฐาน 12 ปี

การประเมินความสามารถของนักเรียนตามรูปแบบและวัตถุประสงค์ของการวัดและการประเมินผลทั้ง 5 ประการนี้ ครูจะต้องเลือกใช้เครื่องมือและวิธีการที่สะท้อนให้เห็นถึงความสามารถที่เป็นจริงของนักเรียนด้วยวิธีการประเมินตามสภาพจริงตามที่กล่าวมาแล้ว

กมลวรรณ ตังชนกานนท์ (2549) ได้จำแนกวิธีการประเมินการเรียนรู้ของนักเรียนตามสภาพจริงไว้ 4 วิธี ดังนี้

1. การสังเกต (observation)
2. การสัมภาษณ์ (interview)
3. การประเมินการปฏิบัติ (performance assessment)

รูปแบบแรก งานสำหรับประเมินอย่างสั้น

รูปแบบที่สอง งานที่เป็นเหตุการณ์

รูปแบบที่สาม งานสำหรับประเมินระยะยาว

4. การประเมินจากแฟ้มสะสมงาน (portfolio assessment)

#### ประโยชน์ของการประเมินตามสภาพจริง

เอกรินทร์ สีมหาศาล และ สุปรารถนา ยุคตะนันท์ (2546) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของการประเมินตามสภาพจริงไว้ว่า

1. เป็นการส่งเสริมให้นักเรียนได้มีโอกาสเรียนรู้วิธีการประเมินคุณค่าผลงานของตนเอง ทำให้นักเรียนเข้าใจและรู้จักตนเองมากขึ้นตามหลักการประเมินตนเอง (Self Evaluation)
2. เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ทำงานร่วมกันในการพัฒนาทักษะการเรียนรู้ ทักษะวิชาการ ทักษะสังคม การฝึกฝนกระบวนการคิดวิเคราะห์ คิดสร้างสรรค์และการปฏิบัติงานอย่างที่มีความหมายต่อการเสริมสร้างทักษะชีวิตและการทำงาน
3. ส่งเสริมให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการวางแผนการเรียนรู้และพัฒนาการเรียนการสอนร่วมกับครู และมีโอกาสซ่อมเสริมปรับปรุงผลการเรียนรู้ของตนเองตลอดเวลา

4. เปิดโอกาสให้นักเรียนนำเสนอผลงานที่ดีที่สุดของตนในบรรยากาศที่ไม่เคร่งเครียดสามารถเพิ่มแรงจูงใจทางการเรียนของนักเรียนให้สูงขึ้นเพราะได้รับทราบผลย้อนกลับ คำแนะนำ หรือคำชมเชยจากครูและเพื่อนๆ
5. ส่งเสริมกระบวนการเรียนรู้ตามความแตกต่างของนักเรียนแต่ละคนได้อย่างแท้จริง ช่วยให้นักเรียนมองเห็นแนวทางการตัดสินใจเลือกแผนการเรียนที่ตนถนัด
6. ก่อให้เกิดสัมพันธภาพที่ดีระหว่างผู้มีส่วนได้ส่วนเสียในการจัดการศึกษาของสถานศึกษา เช่น นักเรียน ครู ผู้ปกครอง ผู้บริหารสถานศึกษาและผู้มีอุปการคุณต่อโรงเรียน
7. เป็นวิธีการวัดโดยสังเกตจากหลักฐานที่แสดงความพยายามของนักเรียนอย่างต่อเนื่องจนเกิดพัฒนาการ ความก้าวหน้าและความสำเร็จของนักเรียนแต่ละคนในช่วงชั้นของหลักสูตร
8. เป็นวิธีการวัดที่มีความเที่ยงตรงสูง เพราะสามารถประเมินความสามารถด้านต่างๆ และคุณลักษณะของนักเรียนแต่ละคนได้ตรงตามสภาพที่แท้จริง
9. ข้อมูลจากการวัดทั้งก่อนเรียน ระหว่างเรียน และเมื่อสิ้นสุดการเรียนการสอน ช่วยส่งผลต่อการพัฒนาคุณภาพการสอนของครูตามเกณฑ์วิชาชีพครูและเป็นฐานข้อมูลสำหรับใช้ประกอบการประชุมนิเทศภายในหมวด ฝ่าย กิจกรรม และ โครงการต่างๆ ที่จัดขึ้นตามเป้าหมายของหลักสูตรสถานศึกษา

#### การประเมินผลที่คำนึงถึงทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

ดังที่กล่าวมาแล้วข้างต้นว่าในการประเมินผลเพื่อให้มีประสิทธิภาพและสอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ครูจะต้องบูรณาการการประเมินผลความรู้ความเข้าใจเนื้อหา คณิตศาสตร์ และการประเมินผลทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน ซึ่งก็คือการประเมินผลที่คำนึงถึงทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์นั่นเอง ดังนั้นการประเมินผลที่คำนึงถึงทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ครูควรยึดหลัก ดังนี้ (สสวท., 2550)

1. การประเมินผลจะต้องมีข้อสอบที่มีลักษณะคำถามแบบเจาะลึกแนวคิดยุทธวิธีและกระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียน ในการประเมินผลที่คำนึงถึงทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ครูไม่ควรมุ่งเน้นการหาคำตอบเพียงอย่างเดียว แต่ควรรวมไปถึงการคิดวิเคราะห์ การเลือกใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาและกระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียน โดยการเลือกใช้ข้อสอบที่มีลักษณะคำถามแบบเจาะลึกแนวคิด ยุทธวิธีแก้ปัญหาและกระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียน เช่น ลักษณะคำถามที่ถามว่า เพราะเหตุใด ทำไม อย่างไร สัมพันธ์หรือเกี่ยวข้องกับอย่างไร ซึ่งการใช้ลักษณะคำถามดังกล่าว นอกจากจะช่วยให้ครูทราบถึงความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนแล้ว ยังช่วยให้ครูทราบถึงยุทธวิธีและกระบวนการแก้ปัญหาที่ใช้ การอธิบายนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ การให้เหตุผล ตลอดจนการเชื่อมโยงแนวคิดต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้วย

2. การประเมินผลต้องใช้การสังเกตและการใช้คำถามควบคู่ไปกับกระบวนการเรียนการสอน การสังเกตและการใช้คำถามเป็นการประเมินที่กระทำขณะที่นักเรียนกำลังลงมือแก้ปัญหาหรืออภิปรายภายในกลุ่ม ข้อมูลที่ได้จะเป็นข้อมูลเชิงคุณภาพ ที่ไม่สามารถระบุเป็นคะแนนได้ ซึ่งได้แก่ พฤติกรรมการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอแนวคิดของนักเรียน ความเชื่อและเจตคติ ในการสังเกตครูจะต้องจดบันทึกสิ่งที่สังเกตไว้ เพราะการจำอย่างเดียวอาจทำให้หลงลืมได้ เนื่องจากครุมีเวลาจำกัดในการจดบันทึก ดังนั้นก่อนเข้าสู่บทเรียน ครูต้องเลือกประเด็นของสิ่งที่ต้องการประเมินและเตรียมเครื่องมือการประเมินไว้ล่วงหน้า เช่น แบบตรวจสอบรายการ (checking list) แล้วจดบันทึกสิ่งที่สังเกต โดยการทำเป็นเครื่องหมายไว้ และต้องบันทึกทันทีทันใดภายหลังการสังเกต

สำหรับการใช้คำถาม ดังที่กล่าวมาแล้วข้างต้นว่า ครูควรเพิ่มคำถามที่เน้นกระบวนการคิดของนักเรียน เพื่อตรวจสอบและส่งเสริมความรู้ความเข้าใจในแนวคิดทางคณิตศาสตร์ และทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เช่น คำถามในลักษณะ “นักเรียนแก้ปัญหานี้อย่างไร” “ใครสามารถคิดหายุทธวิธีหรือวิธีการนอกเหนือไปจากนี้อีก” เป็นต้น

3. การประเมินผลต้องส่งเสริมให้นักเรียนเขียนอนุทินเพื่อสะท้อนกระบวนการคิดของตนเอง การให้นักเรียนเขียนอนุทิน เป็นอีกวิธีหนึ่งในการประเมินผลที่คำนึงถึงทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นการให้นักเรียนได้อธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ กิจกรรมทางคณิตศาสตร์ หรือได้สะท้อนความรู้สึก ความคิดเห็น ความสนใจของนักเรียนที่มีต่อแนวคิดหรือการดำเนินกิจกรรมทางคณิตศาสตร์นั้น วิธีจะมีคุณค่ามากน้อยนั้น ขึ้นอยู่กับความซื่อตรงที่นักเรียนรายงาน

หรือบันทึกออกมาถึงความรู้สึก ความเชื่อ ความตั้งใจ และความคิดของนักเรียนเองเกี่ยวกับการทำกิจกรรมที่กำหนด ซึ่งนักเรียนจะต้องเขียนเล่าประสบการณ์ที่ได้จากการทำกิจกรรมภายหลังที่เสร็จจากการทำกิจกรรมนั้น

ครูสามารถใช้การเขียนอนุทินเพื่อประเมินความสามารถของนักเรียนในด้านต่างๆ เกี่ยวกับทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้ และยังสามารถวิเคราะห์ในภาพรวมได้อีก เมื่อสิ้นภาคเรียน และสิ้นปีการศึกษา

4. การประเมินผลจะต้องมีเกณฑ์การให้คะแนนที่เป็นระบบและชัดเจน การประเมินผลที่มีเกณฑ์การให้คะแนนที่เป็นระบบและชัดเจน จะช่วยให้ครูสามารถพิจารณาและตัดสินได้ว่านักเรียนของตนมีความรู้ แนวคิดทางคณิตศาสตร์ ทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับใด เกณฑ์การให้คะแนนที่ยอมรับและนำมาใช้กันอย่างแพร่หลายในปัจจุบัน คือ การให้คะแนนแบบรูบริก (rubric scoring) ซึ่งเป็นการให้คะแนนที่ประเมินผลจากผลงานที่นักเรียนทำหรือพฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออกมีการกำหนดระดับคะแนน พร้อมบรรยายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมของนักเรียนไว้อย่างชัดเจนและเป็นรูปธรรม

#### เกณฑ์การประเมิน (Rubric Assessment)

กรมวิชาการ (2539) ได้กล่าวถึงแนวทางการประเมินการให้คะแนนแบบรูบริกซึ่งมี 2 แบบ ดังนี้

1. การให้คะแนนเป็นภาพรวม (Holistic score) คือ การให้คะแนนงานชิ้นใดชิ้นหนึ่งโดยดูภาพรวมของชิ้นงานว่า มีความเข้าใจในความคิดรวบยอด การสื่อความหมาย กระบวนการที่ใช้ และผลงานเป็นอย่างไรแล้วเขียนอธิบายคุณภาพของงานหรือความสำเร็จของงานเป็นชิ้นๆ โดยอาจจะแบ่งระดับของคุณภาพ ตั้งแต่ 0-4 หรือ 0-6

2. การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบชัดเจน (Analytic Score) เพื่อให้การมองคุณภาพงานหรือความสามารถของนักเรียนได้อย่างชัดเจน จึงได้มีการแยกองค์ประกอบของการให้คะแนนและอธิบายคุณภาพของงานในแต่ละองค์ประกอบเป็นระดับ โดยทั่วไปแล้วจะมีการแยกองค์ประกอบของงานเป็น 4 ด้าน คือ

2.1 ความเข้าใจในความคิดรวบยอด ข้อเท็จจริง เป็นการแสดงให้เห็นว่านักเรียนเข้าใจในความคิดรวบยอด หลักการในปัญหาที่ถามกระจ่างชัด

2.2 การสื่อความหมาย สื่อสาร คือ ความสามารถในการอธิบาย นำเสนอ การบรรยาย เหตุผล แนวคิดให้ผู้อื่นเข้าใจได้ดี มีความคิดสร้างสรรค์

2.3 การใช้กระบวนการและยุทธวิธี สามารถเลือกใช้ยุทธวิธีกระบวนการที่นำไปสู่ความสำเร็จได้อย่างมีประสิทธิภาพ

2.4 ผลสำเร็จของงาน ความถูกต้องแม่นยำในผลสำเร็จของงาน หรืออธิบายมาและทำการตรวจสอบผลงาน

### ตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ

ด้านทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (สสวท., 2546)

### ตารางที่ 2 เกณฑ์การให้คะแนนด้านทักษะการแก้ปัญหา

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ปรากฏให้เห็น
4 ดีมาก	ใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จ อย่างมีประสิทธิภาพ อธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีการดังกล่าวได้เข้าใจชัดเจน
3 ดี	ใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จ แต่น่าจะอธิบายถึงเหตุผลในการเลือกใช้วิธีการดังกล่าวได้ดีกว่านี้
2 พอใช้	ใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จ เพียงบางส่วน อธิบายถึงเหตุผลในการเลือกใช้วิธีการดังกล่าวได้บางส่วน
1 ปรับปรุง	มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหาบางส่วน เริ่มคิดว่าทำไมจึงต้องใช้วิธีการนั้น แล้วต้องหยุด อธิบายต่อไม่ได้แก้ปัญหาไม่สำเร็จ
0 ไม่พยายาม	ทำได้ไม่ถึงเกณฑ์ข้างต้นหรือไม่มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหา

ตารางที่ 3 เกณฑ์การให้คะแนนด้านทักษะการให้เหตุผล

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น
4 ดีมาก	มีการอ้างอิง เสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล
3 ดี	มีการอ้างเหตุผลที่ถูกต้องบางส่วน และเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ
2 พอใช้	เสนอแนวคิดไม่สมเหตุสมผลในการประกอบการตัดสินใจ
1 ปรับปรุง	มีความพยายามเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ
0 ไม่พยายาม	ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจ

ตารางที่ 4 เกณฑ์การให้คะแนนด้านทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถที่ปรากฏให้เห็นในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ
4 ดีมาก	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอโดยใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตารางแสดงข้อมูลประกอบตามลำดับขั้นตอน ได้เป็นระบบ กระชับ ชัดเจน และมีรายละเอียดสมบูรณ์
3 ดี	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ นำเสนอโดยใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตารางแสดงข้อมูลประกอบตามลำดับขั้นตอน ถูกต้อง ขาดรายละเอียดสมบูรณ์
2 พอใช้	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ พยายามนำเสนอโดยใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตารางแสดงข้อมูลประกอบชัดเจนบางส่วน
1 ต้องปรับปรุง	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อย่างง่าย ๆ ไม่ได้ใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตารางเลย และการเสนอข้อมูลไม่ชัดเจน

ตารางที่ 4 (ต่อ)

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถที่ปรากฏให้เห็นในการสื่อสาร การสื่อความหมายทาง คณิตศาสตร์ และการนำเสนอ
0 ไม่พยายาม	ไม่นำเสนอเลย

ตารางที่ 5 เกณฑ์การให้คะแนนด้านทักษะการเชื่อมโยง

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการเชื่อมโยงที่ปรากฏให้เห็น
4 ดีมาก	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงกับ สาระคณิตศาสตร์/สาระอื่นในชีวิตประจำวันเพื่อช่วยในการแก้ปัญหา หรือประยุกต์ใช้ได้อย่างสอดคล้องเหมาะสม
3 ดี	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงกับ สาระคณิตศาสตร์/สาระอื่นในชีวิตประจำวัน เพื่อช่วยในการ แก้ปัญหา หรือประยุกต์ใช้ได้บางส่วน
2 พอใช้	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงกับ สาระคณิตศาสตร์พอใช้ ได้บางส่วน
1 ต้องปรับปรุง	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงยังไม่ เหมาะสม
0 ไม่พยายาม	ไม่มีการเชื่อมโยงกับสาระอื่นใด

## ตารางที่ 6 เกณฑ์การให้คะแนนด้านความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

คะแนน/ ความหมาย	ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ที่ปรากฏให้เห็น
4 ดีมาก	มีแนวคิด/วิธีการที่แปลกใหม่ สามารถนำไปปฏิบัติได้อย่างถูกต้อง สมบูรณ์
3 ดี	มีแนวคิด/วิธีการที่แปลกใหม่ สามารถนำไปปฏิบัติได้อย่างถูกต้อง แต่ นำไปปฏิบัติแล้ว ไม่ถูกต้องสมบูรณ์
2 พอใช้	มีแนวคิด/วิธีการที่ไม่แปลกใหม่ สามารถนำไปปฏิบัติได้อย่างถูกต้อง สมบูรณ์
1 ปรับปรุง	มีแนวคิด/วิธีการที่ไม่แปลกใหม่ สามารถนำไปปฏิบัติได้แต่ยังไม่ สมบูรณ์
0 ไม่พยายาม	ไม่มีผลงาน

ที่มา: สสวท. (2546)

### งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

#### งานวิจัยภายในประเทศ

สมเดช บุญประจักษ์ (2540) ได้ทำการวิจัยเพื่อพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ เพื่อพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ในด้าน ความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร กลุ่มตัวอย่างจำนวน 154 คน แบ่งออกเป็นกลุ่มทดลอง 75 คน และกลุ่มควบคุม 79 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เป็น กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมนั้นมีศักยภาพทางคณิตศาสตร์ทั้ง 3 ด้านแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ ทางสถิติที่ระดับ .01 โดยศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุม โดยเฉพาะในด้านการใช้คณิตศาสตร์สื่อสารนั้น นักเรียนกลุ่มทดลองมีการพัฒนาการใช้ คณิตศาสตร์สื่อสารได้ดีขึ้นตามลำดับ

สมบัติ แสงทองคำสุก (2545) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการพัฒนารูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหาเพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ผลการวิจัยพบว่า รูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหาเพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 โดยมีค่าประสิทธิภาพ 89.84/82.32 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้รูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหาเพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน หลังได้รับการสอนสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อลงกรณ์ ตั้งสงวนธรรม (2546) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังใช้กิจกรรมเสริมทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง ปริมาตรและพื้นที่ผิว โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังใช้กิจกรรมเสริมทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง ปริมาตรและพื้นที่ผิว และเพื่อออกแบบกิจกรรมเสริมทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ที่สอดคล้องกับพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ.2542 โดยกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนหอวัง จังหวัดกรุงเทพมหานครที่กำลังศึกษาอยู่ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2545 จำนวน 52 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แผนการจัดการเรียนรู้แบบประเมินตนเอง และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง ปริมาตรและพื้นที่ผิว ซึ่งมีค่าความเที่ยง 0.92 ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังการใช้กิจกรรมเสริมทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนใช้กิจกรรมเสริมทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และนักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาในการให้เหตุผล สื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ ในการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ชัยรัตน์ สุถ่านาง (2547) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมโครงการคณิตศาสตร์ ที่มีต่อทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการทำโครงการคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ก่อนและหลังปฏิบัติกิจกรรมโครงการคณิตศาสตร์ และศึกษาความสามารถในการทำโครงการคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนเขาพิทยาคาร อำเภอเขาวง จังหวัดกาฬสินธุ์ ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2546 จำนวน 45 คน

ได้จากการสุ่มแบบเจาะจง โดยใช้เวลาในการจัดกิจกรรมโครงการคณิตศาสตร์ 20 ชั่วโมง ผลการวิจัยพบว่าทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังปฏิบัติกิจกรรมโครงการคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนปฏิบัติกิจกรรมโครงการคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความสามารถในการทำโครงการคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ปฏิบัติกิจกรรมโครงการคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี

พงศธร มหาวิทยาลัย (2550) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับกิจกรรมเสริมสร้างทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ สาระการเรียนรู้จำนวนและการดำเนินการ เรขาคณิต และพีชคณิต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมเสริมสร้างทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

### งานวิจัยในต่างประเทศ

Laudien (1999) ได้ศึกษาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในตำราเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยนำตำราเรียนคณิตศาสตร์เกรด 7 และเกรด 8 ที่ขายตามร้านหนังสือ และชุดตำราเรียนทดลองเกรด 7 และเกรด 8 มาวิเคราะห์เพื่อหาตำราเรียนคณิตศาสตร์เกรด 7 และเกรด 8 ที่ขายตามร้านหนังสือกับชุดตำราเรียนทดลองว่ามีเนื้อหาที่ให้นักเรียนได้ใช้การให้เหตุผลทางตรรกวิทยาอย่างน้อยเพียงใด และตำราเรียนทั้งสองแบบนี้มีการแสดงการให้เหตุผลและการพิสูจน์อย่างไร โดยพิจารณาจากปัญหาที่ให้นักเรียนได้แก้ปัญหและการให้เหตุผล และการพิสูจน์ทฤษฎีบทและัจพจน์ ปัญหาต่างๆ แบ่งออกเป็นปัญหาที่ต้องใช้วิธีการให้เหตุผลแบบอุปนัย การให้เหตุผลแบบนิรนัย และวิธีการอื่นในการแก้ปัญห ผลการวิจัยแสดงให้เห็นถึงความแตกต่างระหว่างตำราเรียนที่ขายตามร้านหนังสือกับชุดตำราเรียนทดลอง และจากตำราเรียนเกรด 7 และเกรด 8 ทั้งตำราเรียนที่ขายตามร้านหนังสือกับชุดตำราเรียนทดลอง ควรจะมีการเพิ่มการให้เหตุผลแบบนิรนัยตามลำดับ

Lawson and Chinnappan (2000) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการทำงานแก้ปัญหากับการสร้างองค์ความรู้ของนักเรียนเกรด 10 และศึกษาต่อไปถึงตัวชี้วัดความสามารถด้านเนื้อหา และการเชื่อมโยงความรู้ในการแก้ปัญหทางเรขาคณิตระหว่างนักเรียน 2 กลุ่ม คือ กลุ่มที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกับกลุ่มที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มที่มีผลสัมฤทธิ์

ทางการเรียนสูงมีความสามารถในการสร้างองค์ความรู้ขึ้นเองได้มากกว่า และยังสามารถโยงความรู้ที่ครูจัดตามแผนการสอนมาสัมพันธ์กับความรู้เดิมที่มีอยู่ และตัวชี้วัดความสามารถด้านการเชื่อมโยงมีผลต่อความสำเร็จในการแก้ปัญหาสูงกว่าตัวชี้วัดความสามารถด้านเนื้อหา จุดมุ่งหมายในการศึกษาครั้งนี้เพื่อให้ข้อมูลกับครูในการหาวิธีสอนเพื่อให้นักเรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ที่มีคุณภาพได้

William (2003) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการเขียนตามขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหาว่าสามารถช่วยเสริมการทำงานแก้ปัญหาได้ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนที่กำลังเริ่มต้นเรียนพีชคณิตจำนวน 42 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 22 คน และกลุ่มควบคุม 20 คน กลุ่มทดลองเรียนโดยใช้การเขียนตามขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา ส่วนกลุ่มควบคุมเรียนโดยใช้การแก้ปัญหามาตามขั้นตอนแต่ไม่ต้องฝึกเขียน มีการทดสอบทั้งก่อนเรียนและหลังเรียน ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มทดลองสามารถทำงานแก้ปัญหาได้ดีกว่ากลุ่มควบคุมและนักเรียนกลุ่มทดลองมีการเขียนตามขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหาได้เร็วกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม จากการสัมภาษณ์นักเรียนกลุ่มทดลอง พบว่า นักเรียนจำนวนร้อยละ 75 มีความพอใจในกิจกรรมการเขียน และนักเรียนจำนวนร้อยละ 80 บอกว่ากิจกรรมการเขียนจะช่วยให้เขาเป็นนักแก้ปัญหาได้ดีขึ้น

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ทั้งในประเทศและต่างประเทศพบว่า ส่วนใหญ่เป็นการศึกษาถึงแต่ละด้านของทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการให้เหตุผล ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ และการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ จากผลการวิจัยดังกล่าวทำให้ได้สารสนเทศที่จะเป็นพื้นฐานในการทำวิจัยครั้งนี้ โดยงานวิจัยต่างประเทศและในประเทศมีข้อบ่งชี้ว่า ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนนั้นจะเกิดขึ้นได้ต้องเกิดจากการพัฒนานักเรียนให้มีความรู้ความสามารถ เพื่อให้เกิดประสิทธิภาพในการเรียนสูงสุด โดยครูมีอิทธิพลต่อการเรียนของนักเรียนโดยตรง

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่มีความสำคัญในการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ สำหรับการวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกทำการศึกษากิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ 5 ทักษะ คือ ความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการให้เหตุผล ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอ ความสามารถในการเชื่อมโยง และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

### บทที่ 3

#### วิธีดำเนินการวิจัย

##### ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2551 จำนวน 3 ห้องเรียน ของโรงเรียนวัดสามัคยาราม จังหวัดนครศรีธรรมราช จำนวน 3 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 107 คน

##### กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2551 ของโรงเรียนวัดสามัคยาราม จังหวัดนครศรีธรรมราช จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 36 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (cluster random sampling) จากนักเรียนจำนวนทั้งหมด 3 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 107 คน ซึ่งการจัดห้องเรียนแบบละความสามารถของนักเรียนที่มีทั้งระดับเก่ง ปานกลางและอ่อนอยู่ในกลุ่มเดียวกัน

##### เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่

1. แผนการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยสร้างแผนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 10 คาบ และเวลาในการทดสอบ 1 คาบ ซึ่งมีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

1.1 ศึกษาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในเรื่องมาตรฐานการเรียนรู้และสาระการเรียนรู้ โดยเฉพาะสาระที่ 6 ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

1.2 ศึกษาวิธีสอน เทคนิคการสอน สื่อการเรียนรู้ และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์จากตำราและเอกสารต่างๆ

1.3 ศึกษาเนื้อหาและจุดประสงค์ เรื่อง “ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ” จากหนังสือแบบเรียนคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และคู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ

1.4 ศึกษาวิธีการเขียนแผนการจัดการเรียนรู้จากตำราต่างๆ และแบ่งเนื้อหาของบทเรียนออกเป็น 10 คาบ คาบละ 50 นาที และเวลาในการทดสอบ 1 คาบ ดังนี้

คาบที่ 1	ทบทวนรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ
คาบที่ 2 – คาบที่ 3	ภาพของรูปเรขาคณิตสามมิติ
คาบที่ 4 – คาบที่ 5	รูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติ
คาบที่ 6	หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ
คาบที่ 7	ภาพที่ได้จากการมองด้านหน้า (front view) ด้านข้าง (side view) และด้านบน (top view) ของรูปเรขาคณิตสามมิติ
คาบที่ 8 – คาบที่ 10	รูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นด้วยลูกบาศก์
คาบที่ 11	การทดสอบหลังเรียน

1.5 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นเสนอคณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เพื่อตรวจสอบความสอดคล้องของจุดประสงค์การเรียนรู้ เนื้อหา ความเหมาะสมของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ และการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะที่ได้รับ

1.6 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่านช่วยพิจารณาเพื่อตรวจสอบความสอดคล้องของจุดประสงค์การเรียนรู้ เนื้อหา ความเหมาะสมของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ และการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะที่ได้รับ

1.7 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้ปรับปรุงแก้ไขจนสมบูรณ์แล้ว ไปใช้ประกอบการดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลกับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

## 2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ”

2.1 ศึกษาหลักเกณฑ์การสร้างแบบทดสอบ เทคนิคการสร้าง และการวิเคราะห์แบบทดสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ และแบบอัตนัยจากงานวิจัยและเอกสารที่เกี่ยวข้อง

2.2 ศึกษาเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ” ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และจัดทำตารางวิเคราะห์ข้อสอบ เพื่อกำหนดอัตราส่วนของเนื้อหา และจำนวนข้อของแบบทดสอบในแต่ละเนื้อหาและพฤติกรรมที่มุ่งวัด ได้แก่ ความรู้ความจำ ความเข้าใจ การนำไปใช้ และการวิเคราะห์

2.3 สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ” จำนวน 28 ข้อ พร้อมทั้งจัดทำแนวการตอบและเกณฑ์การให้คะแนนเพื่อใช้เป็นแบบทดสอบฉบับจริงจำนวน 22 ข้อ

2.4 นำแบบทดสอบที่สร้างเสนอให้แก่คณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ช่วยพิจารณาความเหมาะสมของแบบทดสอบในแง่ความครอบคลุมของเนื้อหา รวมทั้งความเหมาะสมและความชัดเจนของข้อคำถามและตัวเลือก จากนั้นนำแบบทดสอบมาปรับปรุงแก้ไขให้เหมาะสม

2.5 นำแบบทดสอบที่สร้างเสนอให้แก่ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่านช่วยพิจารณาตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหาโดยการประเมินความสอดคล้องของแบบทดสอบในแต่ละข้อกับเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้โดยการหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (Index of Consistency: IOC) และความ

เหมาะสม ความชัดเจนของข้อคำถามและตัวเลือก จากนั้นนำแบบทดสอบมาปรับปรุงแก้ไขให้เหมาะสม และทำการคัดเลือกข้อสอบที่มีความเหมาะสมโดยพิจารณาข้อสอบที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป ซึ่งผลจากการประเมินพบว่า แบบทดสอบทั้ง 28 ข้อ มีค่า IOC อยู่ในช่วง 0.67 – 1

2.6 นำแบบทดสอบที่ผ่านการตรวจและแก้ไขแล้วไปทดลองใช้กับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนวัดสามัคยาราม จังหวัดนครศรีธรรมราช ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2551 จำนวน 1 ห้องเรียน เพื่อวิเคราะห์หาค่าดัชนีความง่าย (p) ค่าดัชนีอำนาจจำแนก (r) และค่าความเที่ยง โดยผู้วิจัยได้ตั้งเกณฑ์ค่าดัชนีความง่ายระหว่าง 0.20 - 0.80 และค่าดัชนีอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป โดยจากการทดสอบพบว่าข้อสอบจำนวน 24 ข้อ ได้ค่าดัชนีความง่ายอยู่ระหว่าง 0.20 – 0.75 ค่าดัชนีอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 0.40 – 0.70 และมีข้อสอบจำนวน 4 ข้อ ที่ต้องตัดออกเนื่องจากไม่ผ่านเกณฑ์ที่กำหนดไว้

2.7 ผู้วิจัยสร้างตารางวิเคราะห์ข้อสอบอีกครั้ง เพื่อกำหนดจำนวนข้อของแบบทดสอบฉบับจริงในแต่ละเนื้อหาและพฤติกรรมที่มุ่งวัดตามอัตราส่วนที่เหมาะสม จากข้อสอบทั้งหมด 24 ข้อ โดยต้องการข้อสอบในการจัดพิมพ์เป็นฉบับจริงจำนวน 22 ข้อ และจากการหาคุณภาพของข้อสอบในด้านความง่าย อำนาจจำแนก และความเที่ยงของแบบทดสอบทั้งฉบับโดยใช้สูตรคำนวณค่าดัชนีความเที่ยงของ Cronbach พบว่ามีค่าเฉลี่ยความง่ายอยู่ระหว่าง 0.27 – 0.58 ค่าเฉลี่ยอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 0.54 – 0.92 และค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.73

2.8 ผู้วิจัยนำแบบทดสอบที่ได้ไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

**3. แบบประเมินทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์** มีลักษณะเป็นแบบสังเกตที่ไม่มีโครงสร้าง ซึ่งใช้สังเกตพฤติกรรมของนักเรียนเกี่ยวกับทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ใน 5 ด้าน คือ ความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการให้เหตุผล ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และความคิดสร้างสรรค์ ผู้วิจัยมีขั้นตอนในการสร้างและพัฒนา ดังนี้

3.1 วิเคราะห์ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ที่ต้องการให้เกิดขึ้นกับนักเรียนเพื่อกำหนดกรอบแนวคิดและเกณฑ์ในการประเมินผล

3.2 สร้างแบบประเมินทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์โดยมีลักษณะเป็นแบบสังเกตที่ไม่มีโครงสร้าง ตามกรอบแนวคิดและเกณฑ์การประเมินผลที่กำหนดไว้ จากนั้นผู้วิจัยนำแบบประเมินทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปให้คณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ตรวจสอบความครอบคลุม ความเหมาะสมและความชัดเจนของรายการและเกณฑ์ในการประเมิน

3.3 นำแบบประเมินทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ในแต่ละด้านที่ปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของคณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

**4. แบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง “ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ” โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยมีขั้นตอนในการสร้างและพัฒนา ดังนี้**

4.1 ศึกษาองค์ประกอบและขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง “ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ” โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำมากำหนดประเด็นข้อคำถามเกี่ยวกับความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

4.2 สร้างข้อคำถามให้ครอบคลุมประเด็นคำตอบที่ต้องการได้แก่ ความชอบ ความไม่ชอบ ความเหมาะสมของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ตลอดจนข้อเสนอแนะอื่นๆ สำหรับการปรับปรุงแก้ไข จากนั้นนำแบบสอบถามที่สร้างขึ้นไปให้คณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์พิจารณาความครอบคลุมและความเหมาะสมของข้อคำถาม

4.3 นำแบบสอบถามที่ปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของคณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

## การเก็บรวบรวมข้อมูล

ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ผู้วิจัยได้ดำเนินการ ดังนี้

1. ทำหนังสือขอความร่วมมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลการวิจัยจากภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ไปยังอาจารย์ใหญ่โรงเรียนวัดสามัคยาราม จังหวัดนครศรีธรรมราช เพื่อขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูล จากนั้นผู้วิจัยได้ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้สร้างไว้
2. ดำเนินการสอน เรื่อง “ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ” ด้วยตนเองกับกลุ่มตัวอย่างซึ่งจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้เวลาสอน 10 คาบ คาบละ 50 นาที ซึ่งระหว่างการสอนในแต่ละคาบครูจะใช้แบบประเมินทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่มีลักษณะเป็นแบบสังเกตที่ไม่มีโครงสร้าง ซึ่งใช้สังเกตพฤติกรรมของนักเรียนเกี่ยวกับทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ทั้ง 5 ด้าน คือ ความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการให้เหตุผล ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และความคิดสร้างสรรค์
3. เมื่อสอนครบตามแผนการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยได้ทำการทดสอบนักเรียนโดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ” กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างโดยใช้เวลาทดสอบ 50 นาที
4. ให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างตอบแบบสอบถามความคิดเห็นเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง “ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ”
5. นำผลการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ “ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ” ของนักเรียนมาเทียบกับคะแนนเกณฑ์ 60% เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ที่เกิดขึ้นต่อไป

## การวิเคราะห์ข้อมูล

สถิติที่ใช้วิเคราะห์ข้อมูลในการวิจัย ได้แก่

1. ค่าสถิติพื้นฐาน ได้แก่

1.1 ค่าร้อยละ

1.2 ค่าเฉลี่ย ( $\bar{x}$ )

1.3 ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.)

2. ค่าดัชนีความง่ายและค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

3. ค่าสัมประสิทธิ์ความเที่ยงของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนใช้สัมประสิทธิ์แอลฟาของ Cronbach

4. การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังเรียนกับเกณฑ์ 60% ของกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้ t-test

5. ข้อมูลที่ได้จากแบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนใช้วิธีวิเคราะห์เนื้อหา การแจกแจงความถี่ และหาค่าร้อยละ

6. ข้อมูลเชิงคุณภาพที่ได้จากแบบประเมินทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้วิธีวิเคราะห์เนื้อหา และนำข้อมูลมาเรียบเรียง จำแนกอย่างเป็นระบบ จากนั้นนำมาตีความหมาย เชื่อมโยงความสัมพันธ์ และสร้างข้อสรุปจากข้อมูลต่างๆ ที่รวบรวมได้

## บทที่ 4

### ผลการวิจัยและข้อวิจารณ์

การวิจัยเรื่อง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง “ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ” ที่เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนวัดสามัคยาราม จังหวัดนครศรีธรรมราช มีผลการวิจัยและข้อวิจารณ์ดังนี้

#### ผลการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลเป็น 3 ตอน ดังนี้

**ตอนที่ 1** ผลการประเมินการใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ”

**ตอนที่ 2** ผลการประเมิน โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ”

**ตอนที่ 3** ความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ”

**ตอนที่ 1** ผลการประเมินการใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ”

ผู้วิจัยได้ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์เรื่อง “ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งสามารถสรุป ดังตารางที่ 7

ตารางที่ 7 ลักษณะการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์  
เรื่อง “ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ”  
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

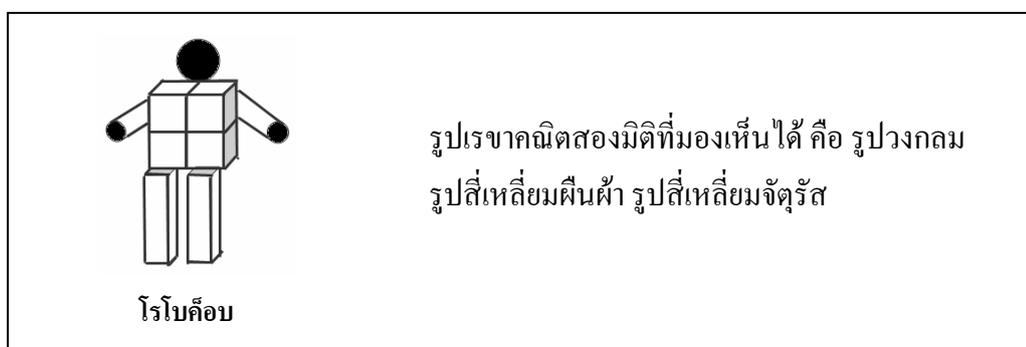
สาระการเรียนรู้	ลักษณะการจัดกิจกรรมการเรียนรู้	สื่อการเรียนรู้	ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ได้รับ
ทบทวนรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ	- การถามตอบ - ประกอบการอธิบาย - ปฏิบัติกิจกรรม	- รูปภาพ - ของจริง - ใบงานที่ 1 - ใบกิจกรรมที่ 1 - แบบฝึกหัดที่ 1	- การให้เหตุผล - การสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ - การเชื่อมโยงความรู้ - ความคิดสร้างสรรค์
ภาพของรูปเรขาคณิตสามมิติ	- การถามตอบ - ประกอบการอธิบาย - ปฏิบัติกิจกรรม	- รูปภาพ - ของจริง - ใบงานที่ 2 - ใบกิจกรรมที่ 2 - แบบฝึกหัดที่ 2	- การแก้ปัญหา - การให้เหตุผล - การสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ - การเชื่อมโยงความรู้
ภาพของรูปเรขาคณิตสามมิติ(ต่อ)	- การถามตอบ - ประกอบการอธิบาย - ปฏิบัติกิจกรรม	- ของจริง - กระดาษไอโซเมตริก - ใบงานที่ 3 - ใบกิจกรรมที่ 3 - แบบฝึกหัดที่ 3	- การให้เหตุผล - การสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ
รูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติ	- การถามตอบ - ประกอบการอธิบาย - ปฏิบัติกิจกรรม	- ใบงานที่ 4 - ใบกิจกรรมที่ 4 - แบบฝึกหัดที่ 4	- การแก้ปัญหา - การให้เหตุผล - การสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ - การเชื่อมโยงความรู้
รูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติ (ต่อ)	- การถามตอบ - ประกอบการอธิบาย - การสาธิต - ปฏิบัติกิจกรรม	- ใบงานที่ 5 - ใบกิจกรรมที่ 5 - แบบฝึกหัดที่ 5	- การแก้ปัญหา - การให้เหตุผล - การสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ - การเชื่อมโยงความรู้

## ตารางที่ 7 (ต่อ)

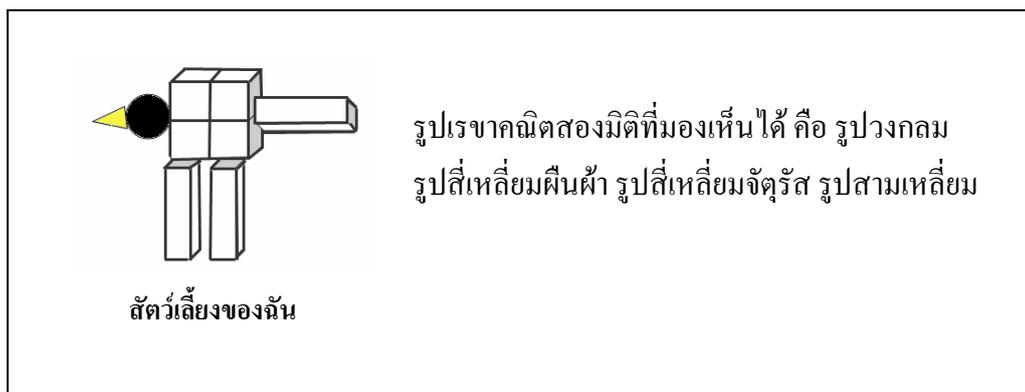
สาระการเรียนรู้	การจัดกิจกรรมการเรียนรู้	สื่อการเรียนรู้	ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ได้รับ
หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ	- การถามตอบ - ประกอบการอธิบาย - การสาธิต - ปฏิบัติกิจกรรม	- โมเดลกรวย - ดินหมุย แดงกวา ส้ม ขนมชั้น - ใบงานที่ 6 - ใบกิจกรรมที่ 6 - แบบฝึกหัดที่ 6	- การให้เหตุผล - การสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ - การเชื่อมโยงความรู้
ภาพที่ได้จากการมอง ด้านหน้า (front view) ด้านข้าง (side view) และด้านบน (top view) ของรูป เรขาคณิตสามมิติ	- การถามตอบ - ประกอบการอธิบาย - ปฏิบัติกิจกรรม	- รูปภาพ - ของจริง - โปรแกรม GSP - ใบงานที่ 7 - ใบกิจกรรมที่ 7 - แบบฝึกหัดที่ 7	- การให้เหตุผล - การสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ - การเชื่อมโยงความรู้
รูปเรขาคณิตที่ ประกอบขึ้นจาก ลูกบาศก์	- การถามตอบ - ประกอบการอธิบาย - การสาธิต - ปฏิบัติกิจกรรม	- ลูกบาศก์ - โปรแกรม GSP - ใบงานที่ 8 - ใบกิจกรรมที่ 8 - แบบฝึกหัดที่ 8	- การแก้ปัญหา - การให้เหตุผล - การสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ - การเชื่อมโยงความรู้
รูปเรขาคณิตที่ ประกอบขึ้นจาก ลูกบาศก์ (ต่อ)	- การถามตอบ - ประกอบการอธิบาย - การสาธิต - ปฏิบัติกิจกรรม	- ลูกบาศก์ - โปรแกรม GSP - ใบงานที่ 9 - ใบกิจกรรมที่ 9 - แบบฝึกหัดที่ 9	- การให้เหตุผล - การสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ - การเชื่อมโยงความรู้
รูปเรขาคณิตที่ ประกอบขึ้นจาก ลูกบาศก์ (ต่อ)	- การถามตอบ - ประกอบการอธิบาย - การสาธิต - ปฏิบัติกิจกรรม	- ลูกบาศก์ - โปรแกรม GSP - ใบงานที่ 10 - ใบกิจกรรมที่ 10 - แบบฝึกหัดที่ 10	- การสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ - การแก้ปัญหา - การเชื่อมโยงความรู้ - การให้เหตุผล

จากการสังเกตพฤติกรรมการเรียนของนักเรียนโดยใช้แบบประเมินทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ในด้านต่างๆ โดยในแต่ละกิจกรรมดังตารางที่ 1 ข้างต้น พอสรุปได้ดังนี้

**คาบที่ 1 “ทบทวนรูปร่างเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ”** เป็นการทบทวนความรู้เดิมในเรื่องรูปร่างเรขาคณิตที่นักเรียนเคยได้เรียนมาแล้วก่อนที่จะเรียนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปร่างเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ จากการถามตอบนั้นทำให้ครูได้ทราบว่านักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ที่เคยเรียนไปแล้วได้ดีเพราะสามารถตอบคำถามสื่อสารและสื่อความหมายกับครูได้อย่างถูกต้องและให้เหตุผลในการตอบคำถามได้ดี เช่น นักเรียนสามารถบอกความแตกต่างระหว่างพีระมิดและปริซึมได้ โดยให้เหตุผลว่าพีระมิดจะมีฐานเป็นรูปหลายเหลี่ยมต่างๆ เช่น รูปสี่เหลี่ยมรูปหกเหลี่ยม เป็นต้น และพิวด้านข้างจะเป็นรูปสามเหลี่ยมซึ่งมีจำนวนเท่ากับด้านของฐาน ส่วนปริซึมนั้นจะมีหน้าตัดที่เหมือนกัน 2 รูป เช่น รูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม เป็นต้น และพิวด้านข้างจะเป็นรูปสี่เหลี่ยมซึ่งมีจำนวนเท่ากับด้านของหน้าตัด นอกจากนั้นแล้วนักเรียนยังสามารถเชื่อมโยงวิชาคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวันได้เป็นอย่างดี สามารถยกตัวอย่างรูปร่างเรขาคณิตสองมิติและสามมิติที่พบเห็นในชีวิตประจำวันได้ สำหรับการปฏิบัติกิจกรรมที่ 1 “โมเดลกระดาษ” นั้นเป็นกิจกรรมที่ให้นักเรียนทำงานเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 3 – 4 คน โดยนักเรียนจะต้องนำทรงสามมิติต่างๆ ที่ครูนำมาให้ได้แก่ กรวย ลูกบาศก์ ทรงกลม พีระมิด ปริซึม และทรงกระบอกมาประกอบกันเป็นทรงสามมิติอื่นๆ ที่มีความหมาย จากนั้นให้แต่ละกลุ่มตั้งชื่อทรงสามมิติที่ได้ พร้อมระบุลงในใบกิจกรรมว่าพื้นผิวด้านนอกหรือด้านที่มองเห็นได้จากทรงสามมิติที่นักเรียนประกอบขึ้นนั้นเป็นรูปร่างเรขาคณิตสองมิติอะไรบ้าง พบว่านักเรียนสามารถปฏิบัติกิจกรรมได้อย่างถูกต้อง 100% สามารถออกมานำเสนอและบอกได้ว่าพื้นผิวด้านนอกหรือด้านที่มองเห็นได้นั้นเป็นรูปร่างเรขาคณิตสองมิติอะไรบ้าง โดยแต่ละกลุ่มจะมีความคิดสร้างสรรค์ในการสร้างผลงานที่แตกต่างกันออกไป ดังภาพที่ 1



ภาพที่ 1 ตัวอย่างผลงานของนักเรียนในการทำกิจกรรมที่ 1 “โมเดลกระดาษ”



### ภาพที่ 1 (ต่อ)

**คาบที่ 2 “ภาพของรูปเรขาคณิตสามมิติ”** ในคาบนี้นักเรียนจะได้เรียนรู้เกี่ยวกับส่วนประกอบต่างๆ ของรูปเรขาคณิตสามมิติ เช่น สัน หน้า ขอบ หรือส่วนสูงของทรงสามมิติต่างๆ จากการถามตอบระหว่างครูและนักเรียนทำให้ทราบว่านักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้เดิมได้เป็นอย่างดี สามารถบอกส่วนประกอบของทรงสามมิติได้ เช่น ทรงกลม นักเรียนสามารถตอบได้ว่าเส้นผ่านศูนย์กลางคืออะไร รัศมีคืออะไร พีระมิดนักเรียนสามารถตอบได้ว่าฐานคืออะไร ส่วนสูงคืออะไร เป็นต้น สำหรับการปฏิบัติกิจกรรมที่ 2 “ความสัมพันธ์ของจำนวนหน้า จำนวนด้าน และจำนวนจุดยอด” เป็นกิจกรรมที่ให้นักเรียนทำงานเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 3 – 4 คน กิจกรรมนี้แบ่งเป็น 2 ตอน โดยตอนแรกนี้นักเรียนจะต้องหาจำนวนหน้า จำนวนด้าน และจำนวนจุดยอดของปริซึม และพีระมิดซึ่งครูมีข้อกำหนดว่านักเรียนจะต้องหาโดยใช้ความสัมพันธ์ที่ครูได้สอนไว้ดังตารางที่ 8

**ตารางที่ 8** ตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนหน้า จำนวนด้าน และจำนวนจุดยอดของปริซึม และ พีระมิด

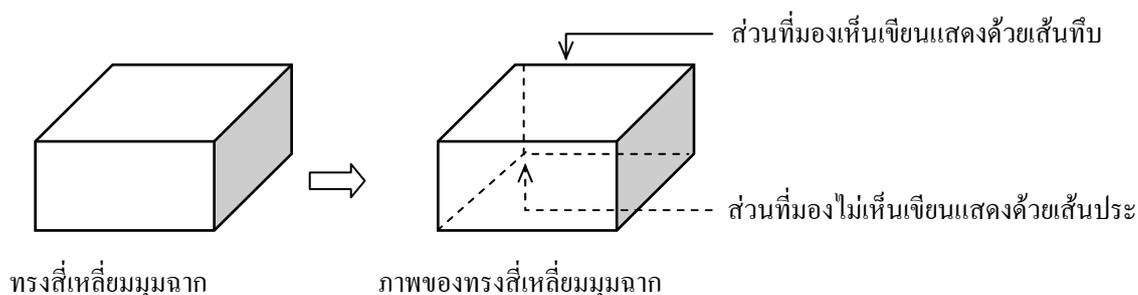
ปริซึม		พีระมิด	
จำนวนหน้า (Face)	มี $n+2$	จำนวนหน้า (Face)	มี $n+1$
จำนวนขอบ (Edge)	มี $3n$	จำนวนขอบ (Edge)	มี $2n$
จำนวนจุดยอด (Vertex)	มี $2n$	จำนวนจุดยอด (Vertex)	มี $n+1$
เมื่อ $n$ เป็นจำนวนด้านของรูปหลายเหลี่ยมที่เป็นหน้าตัดหรือฐานของปริซึม		เมื่อ $n$ เป็นจำนวนด้านของรูปหลายเหลี่ยมที่เป็นหน้าตัดหรือฐานของพีระมิด	

ในขั้นตอนนี้ นักเรียนสามารถทำได้ถูกต้อง 100% เนื่องจากเป็นกิจกรรมกลุ่มทำให้นักเรียนได้สื่อสารกันภายในกลุ่ม ทำให้เห็นข้อผิดพลาดในการคำนวณเกิดถดถอยกัน ทำให้เกิดวิธีการแก้ปัญหาแบบต่างๆ ขึ้น เช่น บางกลุ่มเมื่อคำนวณหาจำนวนหน้า จำนวนด้าน และจำนวนจุดยอดของปริซึม และพีระมิดโดยใช้สูตรแล้ว แต่ละกลุ่มจะตรวจสอบความถูกต้องด้วยการนับจากรูปหรือของจริงอีกครั้ง หรือบางกลุ่มใช้วิธีการช่วยกันหาคำตอบแล้วนำคำตอบที่ได้มาเปรียบเทียบกันว่าเท่ากันหรือไม่ ถ้าไม่เท่าจึงลองหาใหม่อีกครั้ง หรือบางกลุ่มใช้วิธีการตรวจคำตอบโดยการหาค่า  $n$  กลับอีกครั้งเพื่อตรวจสอบดูว่าเมื่อได้ค่าที่คำนวณแล้วค่า  $n$  ยังเท่าเดิมหรือไม่ สำหรับตอนที่ 2 เป็นการหาความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนหน้า จำนวนด้าน และจำนวนจุดยอดของปริซึม และพีระมิด ในตอนนี้ นักเรียนจะได้เชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ในเรื่องรูปเรขาคณิตสามมิติ (ปริซึม และพีระมิด) กับเรื่องแบบรูปและความสัมพันธ์ ซึ่งในขั้นตอนนี้ นักเรียนบ่นว่ายาก เพราะไม่สามารถสรุปความสัมพันธ์ได้ ครูจึงมีหน้าที่ให้คำแนะนำจนกระทั่งนักเรียนสามารถมองเห็นถึงความสัมพันธ์ และสามารถสรุปความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนหน้า จำนวนด้าน และจำนวนจุดยอดของปริซึม และพีระมิดได้ คือ

จำนวนขอบ (Edge) เท่ากับ จำนวนหน้า (Face) + จำนวนจุดยอด (Vertex) - 2

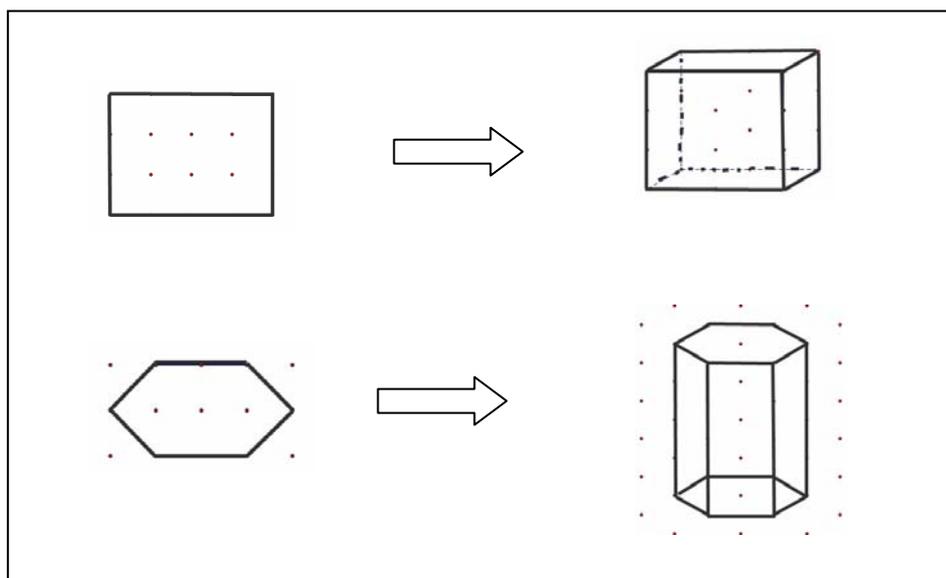
$$E = F + V - 2$$

**คาบที่ 3 “ภาพของรูปเรขาคณิตสามมิติ (ต่อ)”** ในคาบนี้ นักเรียนจะได้เรียนรู้เกี่ยวกับการวาดรูปเรขาคณิตสามมิติต่างๆ ได้แก่ ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ทรงกระบอก ปริซึม พีระมิด กรวย และทรงกลม ซึ่งในการวาดรูปเรขาคณิตสามมิตินั้น นิยามวาดบนกระดาษไอโซเมตริกและจะต้องเขียนให้เห็นว่ามีส่วนหน้าหรือส่วนลึก จึงอาจใช้การแรเงาหรือการเขียนเส้นประช่วย หรือเขียนรูปในลักษณะเอียงเพื่อให้เห็นมุมมองด้านหลังของสิ่งนั้น ดังภาพที่ 2



**ภาพที่ 2** ตัวอย่างการเขียนรูปเรขาคณิตสามมิติ

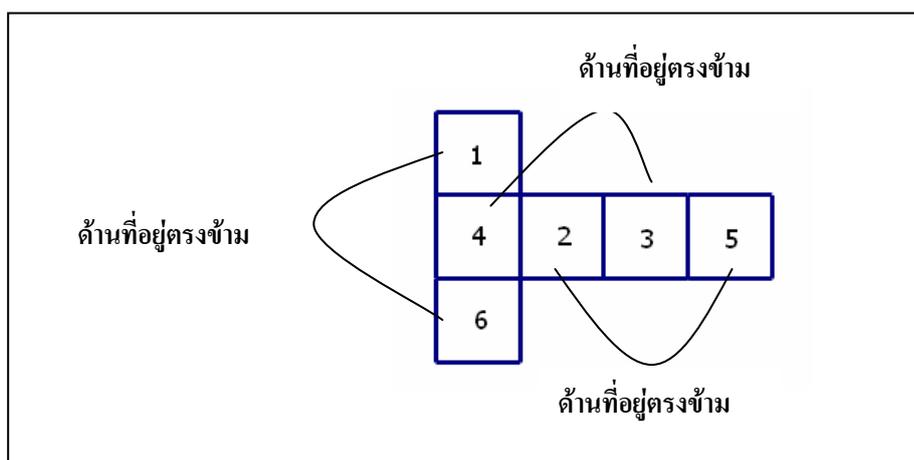
นักเรียนสามารถสื่อสารออกมาโดยการเขียนหรือการวาดได้เป็นอย่างดีในใบงานที่ 3 สามารถทำใบงานถูกร้อยละ 86.7 สำหรับกิจกรรมที่ 3 “รูปเรขาคณิตสองมิติ สู่ รูปเรขาคณิตสามมิติ” เป็นกิจกรรมที่ให้นักเรียนทำงานเป็นรายบุคคล กิจกรรมนี้นักเรียนจะต้องวาดรูปเรขาคณิตสองมิติที่มีความหมาย 1 รูป จากนั้นให้วาดรูปเรขาคณิตสามมิติที่มีรูปเรขาคณิตสองมิติที่นักเรียนวาดเป็นส่วนประกอบด้วย ซึ่งโดยส่วนใหญ่แล้วนักเรียนจะวาดรูปเรขาคณิตสองมิติเป็นรูปสามเหลี่ยม และ รูปสี่เหลี่ยม และนำมาวาดเป็นรูปเรขาคณิตสามมิติ คือ ปริซึม หรือ พีระมิด และ ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ตามลำดับ มีนักเรียนเพียง 4 – 5 คนเท่านั้นที่วาดรูปเรขาคณิตสามมิติที่แตกต่างออกไป โดยวาดเป็นรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ แก้วน้ำ เป็นต้น และในการวาดรูปเรขาคณิตสามมิตินั้นจะต้องมีส่วนที่เป็นส่วนที่บิและเส้นประ ซึ่งในขั้นตอนนี้ นักเรียนสามารถให้เหตุผลได้ว่าทำไมต้องวาดรูปเรขาคณิตสามมิติให้มีส่วนที่เป็นส่วนที่บิและเส้นประ เพราะใช้เส้นที่บิเพื่อแสดงส่วนที่มองเห็นได้ และใช้เส้นประเพื่อแสดงส่วนที่มองไม่เห็น ดังภาพที่ 3



ภาพที่ 3 ตัวอย่างผลงานนักเรียนในการทำกิจกรรมที่ 3 “รูปเรขาคณิตสองมิติ สู่ รูปเรขาคณิตสามมิติ”

คาบที่ 4 “รูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติ” คาบนี้นักเรียนได้เรียนเกี่ยวกับเรื่องรูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติซึ่งเป็นเรื่องที่นักเรียนเคยได้เรียนไปแล้วในชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ซึ่งจากการถามตอบระหว่างครูและนักเรียนทำให้ทราบว่านักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้เดิมได้เป็นอย่างดี

สามารถที่จะออกมาวาดรูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ไม่ซับซ้อนได้ เช่น รูปคลี่ของพีระมิดฐานสามเหลี่ยม รูปคลี่ของปริซึมสามเหลี่ยม เป็นต้น สำหรับกิจกรรมที่ 4 “ลูกเต๋า 6 ด้าน” เป็นกิจกรรมที่ให้นักเรียนทำงานเป็นคู่ โดยเป็นกิจกรรมที่นักเรียนจะต้องเติมตัวเลขที่หายไปลงในรูปคลี่ของลูกเต๋าให้ถูกต้อง จากการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนเห็นว่านักเรียนมีการปรึกษาหรือสื่อสารสื่อความหมายกันกับคู่ของตนถึงวิธีการแก้ปัญหาตัวเลขที่หายไปคืออะไร ซึ่งเมื่อทำการซักถามส่วนใหญ่จะสามารถให้เหตุผลที่ได้ว่าหลักในการเติมตัวเลขที่หายไปในการรูปคลี่ของลูกเต๋านั้นผลรวมของด้านที่อยู่ตรงข้ามกันต้องมีค่าเท่ากับ 7 มีเพียงบางกลุ่มเท่านั้นที่สามารถทำได้อย่างรวดเร็ว เนื่องจากทราบหลักการเติม คือ ด้านที่อยู่ตรงข้ามกันเมื่อเป็นรูปคลี่คือช่องที่อยู่ห่างกันหนึ่งช่อง ดังตัวอย่างในภาพที่ 4 ต่อไปนี้



ภาพที่ 4 หลักการเติมตัวเลขในรูปคลี่ของลูกบาศก์

สำหรับการทำกิจกรรมของนักเรียนคู่อื่นๆ จากการสังเกตของครูสังเกตเห็นว่านักเรียนส่วนใหญ่เลือกใช้วิธีการตัดรูปให้เหมือนรูปคลี่ในข้อต่างๆ แล้วพับให้เป็นลูกบาศก์ จากนั้นจึงเติมตัวเลขลงไป กิจกรรมนี้นักเรียนทำได้ร้อยละ 89.4 โดยส่วนใหญ่สามารถทำได้อย่างรวดเร็ว และมีความมั่นใจว่าทำถูกต้อง แต่บางกลุ่มที่ทำได้ไปนั้นส่วนใหญ่เพราะความสะเพร่ารีบทำจนเกินไปแต่เมื่อให้ออกมาอธิบายหน้าชั้นเรียนนั้นสามารถอธิบายได้อย่างถูกต้อง

**คาบที่ 5 “รูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติ (ต่อ)”** การเรียนการสอนต่อเนื่องมาจากคาบก่อน นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติจริง คือ ได้พับรูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติต่างๆ ได้แก่ พีระมิด ปริซึม และลูกบาศก์ นักเรียนให้ความสนใจเป็นอย่างมาก สามารถพับรูปคลี่ของรูปสามมิติต่างๆ ได้อย่าง

ถูกต้องและสวยงาม สำหรับการปฏิบัติกิจกรรมที่ 5 “สร้างอย่างไร” เป็นกิจกรรมที่ให้นักเรียนทำงานเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 3 – 4 คน โดยเป็นกิจกรรมที่นักเรียนจะต้องวาดรูปคลี่ของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีความจุอย่างน้อย 25 ลูกบาศก์เซนติเมตร พร้อมระบุความยาวแต่ละด้าน ซึ่งนักเรียนจะต้องคิดแก้ปัญหาว่าจะวาดรูปคลี่ของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากอย่างไรให้มีความจุอย่างน้อย 25 ลูกบาศก์เซนติเมตร ในตอนแรกนั้นนักเรียนไม่สามารถทำได้เมื่อครูแนะนำว่าให้นักถึงสูตรการหาปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากคืออะไร นักเรียนก็สามารถตอบได้ว่า คือ ความกว้าง x ความยาว x ความสูง ทำให้นักเรียนเกิดการเชื่อมโยงความรู้เดิมที่เคยได้เรียนไปแล้วในเรื่องการหาปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก จากนั้นครูให้นักเรียนนำความสับสนนี้มาสร้างรูปคลี่ของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีความจุอย่างน้อย 25 ลูกบาศก์เซนติเมตร ซึ่งนักเรียนสามารถทำได้ แต่โดยส่วนใหญ่แล้วทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากที่นักเรียนวาดนั้นจะเป็นลูกบาศก์ โดยให้เหตุผลว่าง่ายต่อการวาด จากการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนระหว่างการทำกิจกรรมกลุ่ม นักเรียนมีการสื่อสารกันภายในกลุ่มเป็นอย่างดี มีการปรึกษากัน วางแผนการทำงาน และแบ่งหน้าที่กันทำ ทำให้งานนั้นเสร็จได้รวดเร็วและถูกต้อง

**คาบที่ 6 “หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ”** คาบนี้ นักเรียนจะได้เรียนรู้เกี่ยวกับหน้าตัดของทรงสามมิติต่างๆ ได้แก่ กรวย ทรงกระบอก ทรงกลม ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก และพีระมิด จากการถามตอบระหว่างครูและนักเรียนทำให้ทราบว่ายังมีนักเรียนบางคนที่ยังไม่เข้าใจความหมายของ “หน้าตัด” แต่โดยส่วนใหญ่สามารถตอบพร้อมให้เหตุผลได้ว่า “หน้าตัด” คือ บริเวณพื้นผิวที่เกิดหลังจากการใช้มีดหรือระนาบตัดทรงสามมิตินั้นๆ ในการเรียนการสอนนั้นครูได้นำสิ่งของในชีวิตประจำวัน เช่น ส้ม ขนมหั้ว และหมูยอ มาใช้ในการประกอบการเรียนการสอน โดยนำสิ่งของเหล่านี้มาแทน ทรงกลม ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก และทรงกระบอก ตามลำดับ ทำให้นักเรียนได้เห็นว่าสามารถเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวันได้



**ภาพที่ 5** รูปส้ม ขนมหั้ว และหมูยอ ที่นำมาใช้แทนทรงกลม ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก และทรงกระบอก ตามลำดับ

สำหรับการปฏิบัติกิจกรรมที่ 6 “หน้าตัดเป็นรูปอะไร” เป็นกิจกรรมที่ให้นักเรียนทำงานเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4 – 5 คน โดยแต่ละกลุ่มจะต้องคาดการณ์ว่าทรงสามมิติที่ครูกำหนดให้ซึ่งได้แก่ ทรงกระบอก ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก และทรงกลม เมื่อตัดในแนวต่างๆ ได้แก่ ตัดในแนวตั้งฉากกับฐาน ตัดในแนวขนานกับฐาน และตัดในแนวทแยงทำมุม 45 องศากับฐานแล้วหน้าตัดที่ได้จะเป็นรูปอะไร ในขั้นตอนนี้ นักเรียนจะได้สื่อสารกันภายในกลุ่ม มีการแสดงความคิดเห็นต่างๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง ซึ่งเมื่อนักเรียนคาดการณ์เสร็จเรียบร้อยแล้วครูได้สุ่มตัวแทนกลุ่มออกมาเพื่อทำการตัดทรงสามมิติในแนวต่างๆ ซึ่งนักเรียนสนใจเป็นอย่างมาก หลังจากการนำเสนอจบลงแล้วปรากฏว่ากิจกรรมนี้นักเรียนทำได้ร้อยละ 96.6

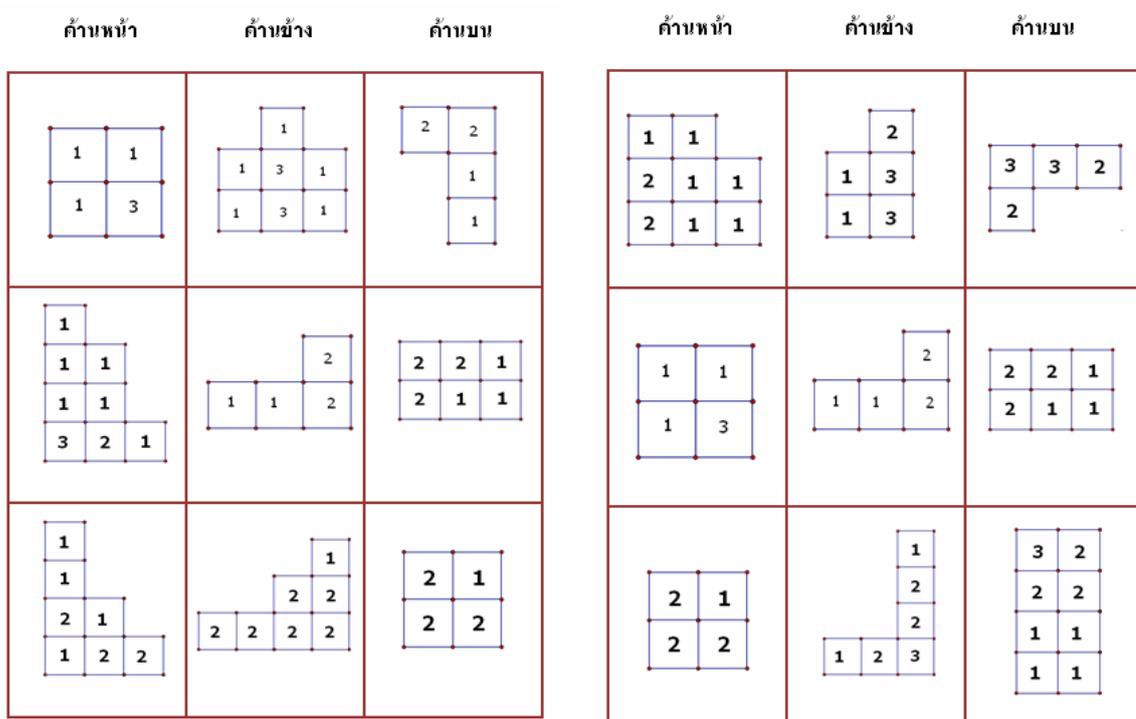
**คาบที่ 7 “ภาพที่ได้จากการมองทางด้านหน้า (front view) ด้านข้าง (side view) และด้านบน (top view) ของรูปเรขาคณิตสามมิติ** การดำเนินการเรียนการสอนในคาบนี้เป็นการสอนแบบใช้คำถามเป็นส่วนใหญ่ ซึ่งจากการถามตอบระหว่างครูกับนักเรียนแล้วทำให้ทราบว่านักเรียนสามารถสื่อสารและเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เคยได้เรียนไปแล้วได้เป็นอย่างดี ในเรื่องของจำนวนหน้า จำนวนขอบ และจำนวนจุดยอด นักเรียนสามารถตอบได้ว่าภาพที่ได้จากการมองทางด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบนของปริซึม พีระมิด และกรวย คือรูปอะไร และจากการทำใบงานที่ 7 เป็นการจับคู่ภาพที่ได้จากการมองทางด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบนกับรูปเรขาคณิตสามมิติ ซึ่งนักเรียนสามารถทำได้ร้อยละ 89

กิจกรรมที่ 7 “ฉันมี เธอมี” เป็นกิจกรรมที่นักเรียนทำร่วมกันทั้งห้อง โดยแต่ละคนจะได้แผ่นภาพที่แสดงมุมมองในด้านต่างๆ (ด้านหน้า ด้านข้าง หรือด้านบนอย่างใดอย่างหนึ่ง) ของรูปเรขาคณิตสามมิติและแผ่นภาพของรูปเรขาคณิตสามมิติ อย่างละ 2 รูป โดยครูเป็นผู้เริ่มด้วยการแสดงรูปเรขาคณิตสามมิติพร้อมระบุมุมมองที่ต้องการ หากนักเรียนคนใดมีรูปที่แสดงถึงมุมมองที่ครูระบุแล้ว ให้แสดงให้คนอื่น ๆ ดู โดยครูและนักเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง จากนั้นให้นักเรียนคนเดิมแสดงแผ่นภาพรูปเรขาคณิตสามมิติพร้อมระบุมุมมองที่ต้องการ หากนักเรียนคนใดมีรูปที่แสดงถึงมุมมองที่ระบุแล้ว ให้แสดงให้คนอื่น ๆ ดู ทำอย่างนี้ไปเรื่อยๆ จนใช้แผ่นภาพหมดคนที่ใช้แผ่นภาพหมดคนสุดท้ายถือว่าเป็นผู้แพ้ กิจกรรมนี้นักเรียนให้ความสนใจเป็นอย่างมาก เพราะทุกคนมีส่วนร่วมในกิจกรรม ทำให้นักเรียนเกิดการสื่อสารระหว่างกัน มีบางครั้งที่นักเรียนบางคนแสดงรูปมุมมองผิด แต่ก็จะมีนักเรียนคนอื่นคอยคำแนะพร้อมให้เหตุผลว่าทำไมถึงผิดเมื่อมีการยกผิด ซึ่งส่วนใหญ่แล้วที่ผิดคือ มุมมองทางด้านหน้าและด้านข้าง ซึ่งนักเรียนจะยกสลับกัน

**คาบที่ 8 “รูปเรขาคณิตที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์”** ในคาบนี้ นักเรียน ได้เรียนรู้เกี่ยวกับรูปที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ ซึ่งต้องใช้ความรู้เดิมในเรื่องภาพที่ได้จากการมองทางด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ ซึ่งจากการถามตอบระหว่างครูกับนักเรียนทำให้ทราบว่า นักเรียนสามารถสื่อสารและเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เคยได้เรียนไปแล้วได้เป็นอย่างดี ในคาบนี้ครูได้ใช้ลูกบาศก์เป็นสื่อการเรียนรู้ประกอบกับการใช้โปรแกรม GSP เพื่อประหยัดเวลาในการเรียนการสอน และเพื่อให้นักเรียนเห็นตัวอย่างการจัดเรียงลูกบาศก์ที่หลากหลาย เริ่มแรกครูใช้ลูกบาศก์เพื่อให้นักเรียนได้เข้าใจบทเรียนก่อน จากนั้นจึงใช้โปรแกรม GSP แทนลูกบาศก์ ซึ่งพบว่าโปรแกรม GSP ช่วยให้นักเรียนเข้าใจบทเรียนได้ง่ายขึ้น เพราะการใช้ลูกบาศก์นั้นหากรูปเรขาคณิตสามมิตินั้นใช้ลูกบาศก์จำนวนมากแล้ว การจัดวางและการหมุนเพื่อให้นักเรียนเห็นมุมมองในด้านต่างๆ จะทำได้ยากขึ้น โดยเฉพาะมุมมองทางด้านบน

สำหรับกิจกรรมที่ 8 “รูปที่ซ่อนอยู่” เป็นกิจกรรมที่ให้นักเรียนทำงานเป็นคู่ กิจกรรมนี้ นักเรียนจะต้องวาดภาพที่ได้จากมุมมองทางด้านหน้า และด้านข้างของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ 1 หน่วยที่มีปริมาตร 10 ลูกบาศก์หน่วยเมื่อกำหนดภาพที่ได้จากมุมมองทางด้านบนมาให้ ซึ่งเมื่อมองทางด้านบนรูปเรขาคณิตสามมิติจะมีปริมาตรเพียง 8 ลูกบาศก์หน่วยเท่านั้น ดังนั้นนักเรียนจะต้องคิดหาวิธีว่ารูปที่ได้ทางด้านหน้าและด้านข้างของรูปเรขาคณิตสามมิตินี้มีลักษณะอย่างไรและเมื่อวาดแล้วไม่ทำให้ภาพมุมมองทางด้านบนเปลี่ยน ในขั้นตอนนี้ นักเรียนได้สื่อสารกันระหว่างคู่ของตน มีการถกเถียงถึงการที่จะได้มาซึ่งคำตอบว่าคำตอบที่ถูกต้องควรเป็นอย่างไร มีการคิดหาวิธีการแก้ปัญหา และโดยส่วนใหญ่แล้วนักเรียนจะใช้ลูกบาศก์ที่ครูได้แจกให้นักเรียนทำกิจกรรมตั้งแต่ต้นคาบ มาจัดเรียงให้ได้เหมือนกับภาพมุมมองทางด้านบนที่กำหนดให้ ซึ่งโดยส่วนใหญ่เมื่อกำหนดลูกบาศก์ตามภาพมุมมองทางด้านบนที่กำหนดไว้ให้แล้ว นักเรียนจะพบว่าปริมาตรของทรงสามมิตินั้นมีเพียง 8 ลูกบาศก์หน่วยเท่านั้น ซึ่งในขั้นตอนนี้ นักเรียนจะทราบแล้วว่า จะต้องนำลูกบาศก์มาวางเพิ่มอีก 2 ลูก เพื่อให้ทรงสามมิติมีปริมาตรเท่ากับ 10 ลูกบาศก์หน่วยตามที่โจทย์กำหนด จากขั้นตอนนี้เองที่ทำให้ครูเห็นว่านักเรียนแต่ละคู่นั้น ใช้วิธีการวางลูกบาศก์ที่แตกต่างกันออกไป ซึ่งเมื่อแต่ละคู่วางลูกบาศก์ครบแล้วครูได้สังเกตเห็นว่านักเรียนนั้นมีการตรวจสอบคำตอบเพื่อความแน่ใจ ซึ่งโดยส่วนใหญ่แล้วจะกลับไปมองที่มุมมองทางด้านบนว่ายังเหมือนเดิมซึ่งใหม่ และเมื่อคิดว่าวางลูกบาศก์ครบแล้วและมุมมองที่ได้ทางด้านบนไม่เปลี่ยนแล้วจึงทำการวาดภาพที่ได้จากมุมมองทางด้านหน้าและด้านข้างต่อไป ซึ่งเมื่อนักเรียนวาดรูปเสร็จแล้วครูได้สุ่มนักเรียนออกมาอภิปรายและนำเสนอผลงานของตนเอง จำนวน 6 กลุ่ม เพราะกลุ่มที่วางลูกบาศก์เหมือนกันผู้จะเลือกมาเพียง 1 กลุ่มเท่านั้น

คาบที่ 9 “รูปเรขาคณิตที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ (ต่อ)” ในคาบนี้ครูใช้โปรแกรม GSP เป็นสื่อการเรียนรู้เพื่อทบทวนการเรียนรู้ในคาบก่อน โดยครูเน้นการใช้โปรแกรม GSP มากกว่าการใช้ลูกบาศก์ เนื่องจากครูต้องการให้นักเรียนได้ใช้การนึกภาพแทนการมองด้วยของจริง ในคาบนี้ นักเรียนจะต้องเชื่อมโยงความรู้เก่าในเรื่องมุมมองทางด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ กับความรู้ใหม่ในเรื่องการระบุจำนวนลูกบาศก์ลงในภาพมุมมองทางด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ เพื่อให้การประกอบลูกบาศก์เป็นรูปเรขาคณิตสามมิติใช้จำนวนลูกบาศก์เท่ากันและประกอบได้รูปเรขาคณิตสามมิติรูปเดียวกัน ซึ่งนักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้เก่ากับความรู้ใหม่ได้ดีในระดับหนึ่ง เพราะจากการทำใบงานที่ 9 แล้ว นักเรียนสามารถทำได้ถูกต้องร้อยละ 77.9 และสำหรับการปฏิบัติกิจกรรมที่ 9 “บิงโกแสนสนุก” เป็นกิจกรรมที่ให้นักเรียนทำงานเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4 – 5 คน โดยแต่ละกลุ่มจะได้รับบัตรภาพ 1 ใบขนาด 3 x 3 ที่ภายในเป็นรูปที่ได้จากการมองด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติต่างๆ ดังภาพที่ 6



ภาพที่ 6 ตัวอย่างบัตรภาพขนาด 3 x 3 ที่ภายในเป็นรูปที่ได้จากการมองด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติต่างๆ

ครูเป็นผู้แสดงรูปเรขาคณิตสามมิติ หากกลุ่มใดมีรูปที่แสดงถึงมุมมองในด้านต่างๆ ทั้งด้านหน้า ด้านข้าง หรือด้านบนแล้วให้นำแผ่นกระดาษที่มีหมายเลขข้อมาปิดรูปนั้นๆ ไว้ (เพื่อสะดวกในการตรวจคำตอบ) หากกลุ่มใดสามารถปิดรูปเรียงกันได้ 4 รูปก่อน (แนวตั้ง แนวนอน หรือแนวทแยง) จะเป็นผู้ชนะ กิจกรรมนี้นักเรียนให้ความร่วมมือเป็นอย่างดี มีการสื่อสารกันภายในกลุ่ม ช่วยกันหารูปในมุมมองต่างๆ ให้ตรงกับรูปเรขาคณิตสามมิติที่ครูแสดง และเมื่อมีกลุ่มใดที่สามารถปิดรูปเรียงกันได้ 4 รูปก่อนแล้วครูและนักเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง และเมื่อมีข้อผิดพลาดเกิดขึ้นจะมีนักเรียนหลายๆ คนที่คอยให้เหตุผลกันว่าเหตุใดถึงผิด เช่น รูปที่ปิดไปนั้นไม่ใช่มุมมองที่ถูกต้องของรูปเรขาคณิตสามมิตินั้นๆ เป็นต้น กิจกรรมในช่วงแรกจะเป็นไปอย่างช้าๆ แต่เมื่อนักเรียนเริ่มคุ้นเคยแล้วการดำเนินกิจกรรมจึงค่อยๆ รวดเร็วขึ้นตามลำดับ

**คาบที่ 10 “รูปเรขาคณิตที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ (ต่อ)”** คาบนี้เป็นคาบสุดท้ายในเรื่องรูปเรขาคณิตที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ สื่อการเรียนรู้ยังคงเป็นลูกบาศก์ที่เป็นของจริงกับการใช้โปรแกรม GSP โดยเน้นให้นักเรียนใช้ลูกบาศก์ของจริงในการสร้างรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ และครูใช้โปรแกรม GSP ในการทบทวน เฉลยคำตอบ และแสดงโจทย์ต่างๆ เพื่อประหยัดเวลาในการเรียน ในคาบนี้นักเรียนได้เชื่อมโยงความรู้เดิมในเรื่องมุมมองที่ได้จากทางด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ และการระบุตัวเลขเพื่อแสดงจำนวนลูกบาศก์ในภาพมุมมองที่ได้จากทางด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ เพื่อนำมาสร้างหรือวาดเป็นรูปเรขาคณิตสามมิตินั้นๆ ซึ่งจากการถามตอบและจากการทบทวนในเอกสารประกอบการเรียนการสอนพบว่านักเรียนไม่ลืมความรู้เดิมที่ได้เรียนไป เพราะสามารถสื่อสารโดยการวาดรูปออกมาได้อย่างถูกต้อง และสำหรับความรู้ใหม่ในเรื่องการวาดหรือการสร้างรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ เมื่อกำหนดภาพมุมมองที่ได้จากทางด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบนมาให้นั้น ในการวาดรูปถ้าเป็นรูปที่ไม่ซับซ้อนนักเรียนสามารถวาดรูปบนกระดาษไอโซเมตริกได้เป็นอย่างดี แต่เมื่อรูปเรขาคณิตสามมิติซับซ้อนมากขึ้นหรือมีจำนวนชั้นที่มากขึ้นนักเรียนใช้เวลาในการวาดนาน และบางคนก็ไม่สามารถวาดได้ แต่เนื่องจากครูนั้นไม่ได้เน้นการวาดเป็นสำคัญแต่หากเน้นความเข้าใจ จึงให้นักเรียนนั้นหันมาสร้างแทนซึ่งนักเรียนนั้นสามารถเข้าใจบทเรียนได้อย่างรวดเร็ว เนื่องจากการสร้างรูปโดยการวางลูกบาศก์นั้นง่าย เมื่อวางลูกบาศก์ผิดก็สามารถที่จะหยิบออกและวางใหม่ได้ง่ายกว่าการลบแล้ววาดใหม่

ในการดำเนินการเรียนการสอนนั้นครูได้แบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4 – 5 คน เพื่อให้นักเรียนที่เข้าใจบทเรียนได้ดีกว่าหรือเรียนเก่งกว่าได้อธิบายบทเรียนหากนักเรียนที่เรียนอ่อน

กว่าไม่เข้าใจ ทำให้เกิดการสื่อสารกันภายในกลุ่ม จากการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนในการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มนั้นครูได้สังเกตเห็นว่าการสื่อสารกันภายในกลุ่มนั้นเป็นไปได้ เช่น ในการสร้างรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์เมื่อกำหนดภาพมุมมองที่ได้จากทางด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบนมานั้น จะต้องเริ่มสร้างจากภาพมุมมองทางด้านบนก่อน พร้อมให้เหตุผลกับเพื่อนนักเรียนว่าเนื่องจากเป็นมุมมองที่ง่ายและสะดวกต่อการสร้างมากที่สุด และใช้มุมมองทางด้านหน้า และด้านข้างในการตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง กิจกรรมนี้ครูได้ให้แต่ละกลุ่มนั้นแข่งขันกันสร้างรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ จำนวน 5 ข้อ จากกิจกรรมนี้ครูได้เห็นว่าแต่ละกลุ่มนั้นได้คิดวางแผนแก้ปัญหาว่าแต่ละคนจะแบ่งหน้าที่กันอย่างไร เพื่อให้กลุ่มของตนทำได้รวดเร็วที่สุดและถูกต้อง เช่น บางกลุ่มใช้การแบ่งกันทำคนละข้อ บางกลุ่มแบ่งกันทำข้อละสองคนหรือบางกลุ่มก็ช่วยกันทั้งห้าคนในแต่ละข้อ

สำหรับการปฏิบัติกิจกรรมที่ 10 “สร้างปราสาท” เป็นกิจกรรมที่ให้นักเรียนทำงานเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4 – 5 คน โดยแต่ละกลุ่มจะต้องสร้างรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ เมื่อกำหนดมุมมองทางด้านหน้า และด้านบนมาให้เท่านั้น และเมื่อสร้างเสร็จแล้วให้วาดมุมมองที่ได้จากทางด้านข้างที่หายไปลงในใบกิจกรรม กิจกรรมนี้นักเรียนสามารถทำรวดเร็วเนื่องจากเข้าใจบทเรียนเป็นอย่างดีแล้ว และเนื่องจากได้ใช้ลูกบาศก์ที่ครูแจกให้แต่ละกลุ่มไว้ตั้งแต่ต้นคาบในการแก้ปัญหา ผลปรากฏว่านักเรียนสามารถทำกิจกรรมได้ถูกต้องร้อยละ 95.7

## ตอนที่ 2 ผลการประเมินโดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ” (คะแนนเต็ม 30 คะแนน)

ผลการเปรียบเทียบคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังการเรียนกับเกณฑ์ 60% ดัง ตารางที่ 9

ตารางที่ 9 การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง “ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ” ของนักเรียนหลังการเรียนกับเกณฑ์คะแนน 60%

กลุ่มตัวอย่าง	n	$\bar{x}$	S.D.	t	sig
หลังเรียน	36	19.097	3.561	1.849	.037*

หมายเหตุ: \*มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตารางที่ 9 แสดงว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง “ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ” ของกลุ่มตัวอย่างที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์หลังการเรียนสูงกว่า 60% อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

### ตอนที่ 3 ความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ”

ผู้วิจัยได้สอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ” จำนวน 36 คน ซึ่งสามารถแสดงผลการวิเคราะห์ข้อมูล ได้ดังตารางที่ 10

#### ตารางที่ 10 ผลการสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ”

ข้อความ		ระดับความคิดเห็น (n = 36)				
		เห็นด้วย อย่างยิ่ง	เห็นด้วย	ไม่แน่ใจ	ไม่เห็น ด้วย	ไม่เห็นด้วย อย่างยิ่ง
<b>ด้านเนื้อหาสาระ</b>						
1. เนื้อหาที่เรียนสอดคล้องกับ	จำนวน	22	13	1	-	-
จุดประสงค์การเรียนรู้	ร้อยละ	61.11	36.11	2.78	-	-
2. การจัดเรียงลำดับหัวข้อเนื้อหา	จำนวน	24	11	1	-	-
มีความเหมาะสม	ร้อยละ	66.67	30.56	2.78	-	-
3. เนื้อหาที่เรียนมีความยากง่าย	จำนวน	20	15	1	-	-
พอเหมาะ	ร้อยละ	55.56	41.67	2.78	-	-
4. เนื้อหาที่เรียนเหมาะสมกับ	จำนวน	18	16	2	-	-
เวลา	ร้อยละ	50	44.44	5.56	-	-
5. เนื้อหาที่เรียนมีความทันสมัย	จำนวน	23	11	2	-	-
เหมาะสมกับนักเรียน	ร้อยละ	63.89	30.56	5.56	-	-

## ตารางที่ 10 (ต่อ)

ข้อความ		ระดับความคิดเห็น (n = 36)				
		เห็นด้วย อย่างยิ่ง	เห็นด้วย	ไม่แน่ใจ	ไม่เห็น ด้วย	ไม่เห็นด้วย อย่างยิ่ง
6. เนื้อหาที่เรียนสามารถนำไปใช้เป็น พื้นฐานในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ขั้นสูงอื่นๆ ได้ดี	จำนวน ร้อยละ	23 63.89	9 25.00	4 11.11	- -	- -
<b>ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้</b>						
7. กิจกรรมการเรียนรู้สอดคล้องกับ เนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวน ร้อยละ	21 58.33	13 36.11	2 5.56	- -	- -
8. กิจกรรมการเรียนรู้เป็นไปตาม ขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ การสอนคณิตศาสตร์จากง่ายไปยาก	จำนวน ร้อยละ	21 58.33	10 27.78	5 13.89	- -	- -
9. กิจกรรมการเรียนรู้ที่จัดขึ้นเป็น กิจกรรมที่ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนให้ เกิดทักษะ/กระบวนการทาง คณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี	จำนวน ร้อยละ	25 69.44	10 27.78	1 2.78	- -	- -
10. กิจกรรมการเรียนรู้มีความ น่าสนใจ	จำนวน ร้อยละ	23 63.89	13 36.11	- -	- -	- -
11. กิจกรรมการเรียนรู้ช่วยให้ นักเรียนพัฒนาทักษะ/กระบวนการ ทางคณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี	จำนวน ร้อยละ	23 63.89	10 27.78	3 8.33	- -	- -
<b>ด้านสื่อการเรียนรู้</b>						
12. สื่อการเรียนรู้ที่นำมาใช้ในการ จัดการเรียนรู้สอดคล้องกับเนื้อหา สาระ	จำนวน ร้อยละ	19 52.78	15 41.67	2 5.56	- -	- -
13. สื่อการเรียนรู้ที่นำมาใช้ในการ จัดการเรียนรู้ช่วยส่งเสริมทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้ เป็นอย่างดี	จำนวน ร้อยละ	19 52.78	16 44.44	1 2.78	- -	- -

ตารางที่ 10 (ต่อ)

ข้อความ		ระดับความคิดเห็น (n = 36)				
		เห็นด้วย อย่างยิ่ง	เห็นด้วย	ไม่แน่ใจ	ไม่เห็น ด้วย	ไม่เห็นด้วย อย่างยิ่ง
14. สื่อการเรียนรู้ที่นำมาใช้การจัดการ เรียนรู้สื่อความหมายได้ชัดเจน	จำนวน ร้อยละ	22 61.11	12 33.33	2 5.56	-	-
15. นักเรียนมีส่วนร่วมในการใช้สื่อการ เรียนรู้	จำนวน ร้อยละ	16 44.44	19 52.78	1 2.78	-	-
<b>ด้านการวัดผลและการประเมินผลการ เรียนรู้</b>						
16. เกณฑ์ประเมินผลมีความชัดเจน เหมาะสม และยุติธรรม	จำนวน ร้อยละ	24 66.67	12 33.33	-	-	-
17. การประเมินผลสามารถสะท้อน ความสามารถของนักเรียนได้ อย่างถูกต้อง	จำนวน ร้อยละ	22 61.11	12 33.33	2 5.56	-	-
18. จำนวนข้อของแบบทดสอบวัดผล สัมฤทธิ์ทางการเรียนมีความ เหมาะสมกับเวลาที่ใช้ในการสอบ	จำนวน ร้อยละ	25 69.44	11 30.56	-	-	-
<b>ด้านครู</b>						
19. ครูเอาใจใส่และให้ความเป็น กันเองกับนักเรียนทำให้ช่วย ส่งเสริมบรรยากาศในการเรียนรู้ ได้ดี	จำนวน ร้อยละ	26 72.22	10 27.78	-	-	-
20. ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ แสดงความคิดเห็น ได้ปฏิบัติ และ ค้นพบความรู้ด้วยตนเอง	จำนวน ร้อยละ	24 66.67	10 27.78	2 5.56	-	-
21. ครูเอาใจใส่และคอยช่วยเหลือ นักเรียนให้เข้าใจบทเรียนอย่างเต็ม ความสามารถ	จำนวน ร้อยละ	22 61.11	13 36.11	1 2.78	-	-
22. ครูใช้วิธีการสอนที่กระตุ้น ให้นักเรียนพัฒนาทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์	จำนวน ร้อยละ	21 58.33	13 36.11	2 5.56	-	-

ตารางที่ 10 (ต่อ)

ข้อความ		ระดับความคิดเห็น (n = 36)				
		เห็นด้วย อย่างยิ่ง	เห็นด้วย	ไม่แน่ใจ	ไม่เห็น ด้วย	ไม่เห็นด้วย อย่างยิ่ง
23. ครูใช้วาจาที่สุภาพกับ นักเรียน	จำนวน	24	12	-	-	-
	ร้อยละ	66.67	33.33	-	-	-
24. ครูให้เกียรติและยกย่อง ชมเชยนักเรียนอย่างเหมาะสม	จำนวน	23	12	1	-	-
	ร้อยละ	63.89	33.33	2.78	-	-
25. ครูตรวจชิ้นงานและการบ้าน นักเรียนอย่างสม่ำเสมอ พร้อมทั้ง ให้คำแนะนำหากนักเรียนมี ประเด็นที่ยังไม่เข้าใจหรือมี ข้อบกพร่อง	จำนวน	23	12	1	-	-
	ร้อยละ	63.89	33.33	2.78	-	-
26. ครูส่งเสริมและสนับสนุนให้ นักเรียนมีการพัฒนาตนเองอย่าง ต่อเนื่อง	จำนวน	24	11	1	-	-
	ร้อยละ	66.67	30.56	2.78	-	-
27. ครูตรวจชิ้นงานและการบ้าน นักเรียนอย่างสม่ำเสมอ พร้อมทั้ง ให้คำแนะนำหากนักเรียนมี ประเด็นที่ยังไม่เข้าใจหรือมี ข้อบกพร่อง	จำนวน	27	8	1	-	-
	ร้อยละ	75.00	22.22	2.78	-	-

จากตารางที่ 10 พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์เรื่อง “ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ” ซึ่งสามารถพิจารณาเป็นรายด้านได้ดังนี้

**ด้านเนื้อหาสาระ** พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยอย่างยิ่งว่า การจัดเรียงลำดับหัวข้อ เนื้อหาที่มีความเหมาะสม คิดเป็นร้อยละ 66.67 รองลงมา คือ เนื้อหาที่เรียนมีความทันสมัยเหมาะกับนักเรียน และเนื้อหาที่เรียนสามารถนำไปใช้เป็นพื้นฐานในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ชั้นสูงอื่น ได้ดี คิดเป็นร้อยละ 63.89

**ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้** พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยอย่างยิ่งว่า กิจกรรมการเรียนรู้ช่วยให้นักเรียนพัฒนาทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี คิดเป็นร้อยละ 69.44 รองลงมา คือ กิจกรรมการจัดการเรียนรู้มีความน่าสนใจและกิจกรรมการเรียนรู้ที่จัดขึ้นเป็นกิจกรรมที่ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนให้เกิดทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี คิดเป็นร้อยละ 63.89

**ด้านสื่อการเรียนรู้** พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยอย่างยิ่งว่า สื่อการเรียนรู้ที่นำมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สื่อความหมายได้ชัดเจน คิดเป็นร้อยละ 61.11 รองลงมา คือสื่อการเรียนรู้ที่นำมาใช้ในการจัดการเรียนรู้สอดคล้องกับเนื้อหาสาระ สื่อการเรียนรู้ที่นำมาใช้ในการจัดการเรียนรู้ช่วยส่งเสริมทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี และนักเรียนเห็นด้วยว่า นักเรียนมีส่วนร่วมในการใช้สื่อ คิดเป็นร้อยละ 52.78

**ด้านการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้** พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยอย่างยิ่งว่า จำนวนข้อของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมีความเหมาะสมกับเวลาที่ใช้ในการทดสอบ คิดเป็นร้อยละ 69.44 รองลงมา คือ เกณฑ์ประเมินผลมีความชัดเจน เหมาะสม และยุติธรรม คิดเป็นร้อยละ 66.67

**ด้านครู** พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยอย่างยิ่งว่า ครูตรวจชิ้นงานและการบ้านนักเรียนอย่างสม่ำเสมอ พร้อมทั้งให้คำแนะนำหากนักเรียนมีประเด็นที่ยังไม่เข้าใจหรือมีข้อบกพร่อง คิดเป็นร้อยละ 75.00 รองลงมา คือ ครูเอาใจใส่และให้ความเป็นกันเองกับนักเรียนทำให้ช่วยส่งเสริมบรรยากาศในการเรียนรู้ได้ดี คิดเป็นร้อยละ 69.44

#### **ข้อคิดเห็นและข้อเสนอแนะอื่นๆ**

1. นักเรียนรู้สึกสนใจในกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติ และสามมิติ เนื่องจากครูมีกิจกรรมที่หลากหลายที่นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติจริง ทำให้การเรียนการสอนไม่น่าเบื่อ

2. นักเรียนอยากให้ครูมาสอนอีก อยากให้ครูสอนนานกว่านี้ เพราะครูอธิบายบทเรียนเข้าใจง่าย ทำให้เข้าใจบทเรียนได้ดี

## ข้อวิจารณ์

จากการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง “ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ผลปรากฏว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังการเรียนของนักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยผ่านเกณฑ์ 60% อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานที่ตั้งไว้ และนักเรียนมีพัฒนาการในด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยต่างประเทศของ Lawson and Chinnappan (2000) ที่ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการทำงานแก้ปัญหากับการสร้างองค์ความรู้ของนักเรียนเกรด 10 และศึกษาต่อไปถึงตัวชี้วัดความสามารถด้านเนื้อหา และการเชื่อมโยงความรู้ในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตระหว่างนักเรียน 2 กลุ่ม คือ กลุ่มที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกับกลุ่มที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงมีความสามารถในการสร้างองค์ความรู้ขึ้นเองได้มากกว่า และยังสามารถเชื่อมโยงความรู้ที่ครูจัดตามแผนการสอนมาสัมพันธ์กับความรู้เดิมที่มีอยู่ และตัวชี้วัดความสามารถด้านการเชื่อมโยงมีผลต่อความสำเร็จในการแก้ปัญหาสูงกว่าตัวชี้วัดความสามารถด้านเนื้อหา และงานวิจัยในประเทศของ อลงกรณ์ ตั้งสงวนธรรม (2546) พงศธร มหาจิตร (2550) ที่มีข้อค้นพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังการทดลองใช้กิจกรรมเสริมทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนการทดลองใช้กิจกรรมเสริมทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 ทั้งนี้อาจเป็นเพราะ

1. จากการถามตอบระหว่างครูและนักเรียนทำให้ครูได้ทราบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาเป็นอย่างดี เพราะสามารถตอบคำถามของครูได้อย่างถูกต้อง และนักเรียนมีความสนใจต่อกิจกรรมของครูเพราะจะมีความกระตือรือร้นในการที่จะปฏิบัติกิจกรรมทั้งนี้อาจเนื่องมาจากกิจกรรมการเรียนรู้ต่างๆ นั้นนักเรียนได้ลงมือปฏิบัติ เป็นผู้คิด และค้นพบความรู้ด้วยตนเอง ทำให้นักเรียนมีความเชื่อมั่นในตนเอง และในบางกิจกรรมที่ครูให้นักเรียนทำเป็นกลุ่มซึ่งแบ่งผลตามความสามารถ มีทั้งเก่ง ปานกลาง และอ่อน ทำให้นักเรียนได้มีโอกาสปรึกษาสื่อสารกัน ถกเถียงและแสดงความคิดเห็นกับสมาชิกภายในกลุ่ม มีการคิดวางแผนแก้ปัญหาเพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง มีการแบ่งหน้าที่การทำงานทำให้เกิดการช่วยเหลือกัน นักเรียนได้รับความรู้จาก

เพื่อนและเป็นผู้ถ่ายทอดความรู้ด้วยซึ่งเป็นการส่งเสริมทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการให้เหตุผล การสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การแก้ปัญหา

2. ครูใช้สื่อประกอบการเรียนการสอน เช่น ใบงาน เอกสารฝึกหัด แบบฝึกหัด ลูกเต๋า โมเดลทรงสามมิติต่างๆ รูปภาพ ของจริง โปรแกรม GSP และใช้แหล่งเรียนรู้ในโรงเรียนและชุมชน กระตุ้นให้นักเรียนค้นคว้าอย่างอิสระ เกิดความคิดสร้างสรรค์ สามารถเชื่อมโยงความรู้แต่ละเนื้อหาที่เรียนและนำ ความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล (2542) ที่ว่า การนำเสนอสถานการณ์จากชีวิตจริงให้นักเรียนได้ฝึกตัดสินใจและแก้ปัญหา จะช่วยให้บทเรียนมีความน่าสนใจและมีความหมาย นักเรียนเห็นประโยชน์ของวิชาคณิตศาสตร์ เช่น ในเรื่องของหน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ครูได้เชื่อมโยงวิชาคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน โดยการนำสิ่งของในชีวิตประจำวันที่สามารถพบเห็นได้ทั่วไป เช่น ส้ม หมูยอ ขนมนั่น ที่นำมาแทน ทรงกลม ทรงกระบอก และทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากตามลำดับ กิจกรรมนี้นักเรียนให้ความสนใจมากเพราะสิ่งของที่ครูนำมาใช้เป็นการเรียนรู้เป็นของที่สามารหหาได้ง่าย ที่เมื่อนำมาประกอบการเรียนรู้แล้วทำให้นักเรียนเข้าใจบทเรียนได้ง่ายและเร็ว

นอกจากนี้การปฏิบัติกิจกรรมบางกิจกรรมอาศัยกระบวนการกลุ่ม ซึ่งช่วยปลูกฝังให้นักเรียนมีความรับผิดชอบและสามารถทำงานร่วมกับผู้อื่นได้ มีการปรึกษาหารือกัน แบ่งหน้าที่กันรับผิดชอบ ช่วยเหลือซึ่งกันและกัน โดยมีเป้าหมายคือความสำเร็จของกลุ่ม ส่งผลให้นักเรียนสามารถเรียนรู้และเกิดทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ในด้านการสื่อสาร และสื่อความหมายได้เป็นอย่างดี

3. กิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมีความหลากหลาย ทั้งการทำกิจกรรมเป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่ม ทำให้นักเรียนรู้สึกสนุก ไม่เครียดกับการเรียน ซึ่งสังเกตได้จากการมีส่วนร่วมในการปฏิบัติกิจกรรมต่างๆ ที่นักเรียนให้ความร่วมมือเป็นอย่างดี มีความกระตือรือร้น เมื่อไม่เข้าใจการปฏิบัติกิจกรรมจะซักถามจากเพื่อนนักเรียนหรือครูเพื่อให้เข้าใจเพื่อจะได้ปฏิบัติกิจกรรมได้อย่างถูกต้อง ซึ่งสอดคล้องกับ จิราภรณ์ ศิริทวี (2541) ที่กล่าวว่าครูต้องหาวิธีการแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพ มีรูปแบบในการจัดกิจกรรมที่หลากหลาย เน้นทักษะกระบวนการ เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนมีการเชื่อมโยงวิธีการเรียนรู้ในเนื้อหาชีวิตจริง ในการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มนักเรียนสามารถแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกับนักเรียนคนอื่นได้ และหลังการปฏิบัติกิจกรรมต่างๆ ครูได้นำ

ข้อบกพร่อง หรือข้อที่นักเรียนมีข้อผิดพลาดมากมาอธิบายในคาบต่อไปเพื่อให้นักเรียนเข้าใจวิธีการทำหรือหลักการต่างๆ ได้อย่างถูกต้อง และนอกจากนี้กิจกรรมเสริมสร้างทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นกิจกรรมรูปแบบใหม่ที่ยังไม่ค่อยมีผู้นำไปใช้จัดกิจกรรมการเรียนการสอนในห้องเรียนมากนัก นักเรียนที่ได้ปฏิบัติกิจกรรมจึงเกิดความชอบ ไม่เบื่อหน่าย และให้ความสนใจต่อการเรียน

4. นักเรียนส่วนใหญ่มีจุดบกพร่องตรงการแก้ปัญหาในชั้นการทำความเข้าใจปัญหา คือเมื่อนักเรียนเห็นโจทย์ หรือสถานการณ์ปัญหานักเรียนไม่ได้อ่านให้รอบคอบว่าโจทย์ถามอะไร มุ่งแต่จะทำให้เสร็จ และเมื่อทำเสร็จแล้ว ไม่มีการตรวจสอบอีกครั้ง ในส่วนของการให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ นักเรียนสามารถพูดอธิบายให้เหตุผลได้ในระดับหนึ่ง แต่เมื่อให้เขียนนักเรียนจะเขียนเพื่อสื่อสารให้ผู้อ่านเข้าใจได้ไม่ค่อยดี สำหรับการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์นั้นเนื่องจากการเรียนการสอนแบบเดิมครูสอนแต่ละเนื้อหาแยกกัน โดยไม่ได้ชี้ให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ของเนื้อหาแต่ละเรื่อง และไม่ได้มีการเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น เพื่อแสดงให้เห็นให้นักเรียนเห็นถึงประโยชน์และการนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน หรือยกตัวอย่างให้นักเรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์มีอยู่รอบตัว และวิชาคณิตศาสตร์สามารถส่งเสริมทางด้านความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ได้ เพราะผู้วิจัยเชื่อว่าความคิดริเริ่มสร้างสรรค์มีอยู่ในตัวนักเรียนทุกคนเพียงแต่ครูไม่ได้ให้ออกสแกนนักเรียนเท่าที่ควร ซึ่งอาจเป็นเพราะข้อจำกัดในเรื่องของเวลา และเมื่อผู้วิจัยได้นำกิจกรรมที่เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ทั้ง 5 ด้านที่กล่าวมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้จึงเป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีคิดและแก้ไขสถานการณ์ปัญหาต่างๆ ซึ่งเป็นสิ่งที่แปลกใหม่ นักเรียนจะเกิดการเรียนรู้ได้จากการปฏิบัติจริงและการทำงานเป็นกลุ่มร่วมกับเพื่อน นักเรียนได้มีโอกาสฝึกฝนทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ส่งผลให้เกิดการพัฒนาขึ้นไปตามลำดับ และเป็นไปตามความสามารถของแต่ละบุคคล

ดังนั้นในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติเพื่อให้สอดคล้องตามพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 ครูจำเป็นต้องผสมผสานทั้งความรู้ ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ และคุณลักษณะที่เกิดขึ้นในตัวนักเรียน ซึ่งสอดคล้องกับจิราภรณ์ ศิริทวี (2541) ที่กล่าวว่าครูต้องหาวิธีการแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพ มีรูปแบบในการจัดกิจกรรมที่หลากหลาย เน้นทักษะกระบวนการเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนมีการเชื่อมโยงวิธีการเรียนรู้ในเนื้อหาชีวิตจริง อันจะทำให้ให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ตลอดจนได้รับการพัฒนาให้เป็นไปตามศักยภาพของแต่ละบุคคล

## บทที่ 5

### สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

#### สรุปผลการวิจัย

จากการวิจัยเรื่อง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง “ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ” ที่เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนวัดสามัคยาราม จังหวัดนครศรีธรรมราช สรุปได้ดังนี้

#### วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ” โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนวัดสามัคยาราม จังหวัดนครศรีธรรมราช
2. ศึกษาความคิดเห็นที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง “ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ” โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนวัดสามัคยาราม จังหวัดนครศรีธรรมราช

#### ขอบเขตของการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้กำหนดขอบเขตของการวิจัยไว้ดังนี้

1. ประชากรที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2551 ของโรงเรียนวัดสามัคยาราม จังหวัดนครศรีธรรมราช จำนวนนักเรียน 107 คน
2. กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2551 ของโรงเรียนวัดสามัคยาราม จังหวัดนครศรีธรรมราช จำนวน 1 ห้องเรียน

จำนวนนักเรียน 36 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (cluster random sampling) จากนักเรียนทั้งหมด 3 ห้องเรียน

3. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยเป็นเนื้อหาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ช่วงชั้นที่ 3 (มัธยมศึกษาปีที่ 1 – มัธยมศึกษาปีที่ 3) เรื่อง “ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ” ดังสาระการเรียนรู้ต่อไปนี้

3.1 ภาพของรูปเรขาคณิตสองมิติที่เกิดจากการคลี่รูปเรขาคณิตสามมิติ

3.2 ภาพสองมิติที่ได้จากการมองทางด้านหน้า (Front view) ด้านข้าง (Side view) หรือด้านบน (Top view) ของรูปเรขาคณิตสามมิติ

3.3 การวาดหรือประดิษฐ์รูปเรขาคณิตที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์เมื่อกำหนดภาพสองมิติที่ได้จากการมองทางด้านหน้า (front view) ด้านข้าง (side view) หรือด้านบน (top view) ของรูปเรขาคณิตสามมิติให้

3.4 การเชื่อมโยงความรู้เรื่องการสร้างรูปเรขาคณิตเพื่อสร้างสรรค์ภาพสองมิติ หรือแบบจำลองสามมิติที่สวยงามและเหมาะสม

4. ระยะเวลาที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง “ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ” ใช้เวลาในการสอนทั้งหมด 10 คาบ คาบละ 50 นาที และเวลาในการทดสอบ 1 คาบ ซึ่งเป็นการทดสอบเทียบกับเกณฑ์ 60% ดังนี้

คาบที่ 1	ทบทวนรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ
คาบที่ 2 – คาบที่ 3	ภาพของรูปเรขาคณิตสามมิติ
คาบที่ 4 – คาบที่ 5	รูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติ
คาบที่ 6	หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ

คาบที่ 7	ภาพที่ได้จากการมองด้านหน้า (front view) ด้านข้าง (side view) และด้านบน (top view) ของรูปเรขาคณิตสามมิติ
คาบที่ 8 – คาบที่ 10	รูปเรขาคณิตที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์
คาบที่ 11	การทดสอบหลังเรียน

## 5. ตัวแปรที่ศึกษาในงานวิจัย ได้แก่

5.1 ตัวแปรอิสระ คือ กิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง “ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ” ที่เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

5.2 ตัวแปรตาม คือ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ” และความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง “ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ” ที่เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

## เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. แผนการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดการเรียนรู้เรื่อง “ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 10 คาบ

2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ” สำหรับใช้ทดสอบหลังเรียนกับกลุ่มตัวอย่าง ประกอบด้วยแบบทดสอบแบบเลือกตอบจำนวน 20 ข้อ และแบบทดสอบแบบอัตนัยจำนวน 2 ข้อ ซึ่งมีค่าดัชนีความง่ายอยู่ระหว่าง 0.27 - 0.58 ค่าดัชนีอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 0.54 – 0.92 และค่าดัชนีความเที่ยงเท่ากับ 0.92

3. แบบประเมินทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีลักษณะเป็นแบบสังเกตที่ไม่มีโครงสร้าง ซึ่งใช้สังเกตพฤติกรรมของนักเรียนเกี่ยวกับทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ใน 5 ด้าน คือ ความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการให้เหตุผล ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และความคิดสร้างสรรค์

4. แบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง “ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ” โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

### วิธีการเก็บรวบรวมข้อมูล

1. ผู้วิจัยนำแผนการจัดการเรียนรู้ไปทดลองสอน จำนวน 10 คาบ คาบเรียนละ 50 นาที ผู้วิจัยได้ดำเนินการสอน โดยให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติและการทำกิจกรรมในระหว่างที่นักเรียนทำกิจกรรม ผู้วิจัยในฐานะครูก็ได้สังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียน ประเมินทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่เกิดขึ้น และเมื่อจบคาบเรียน ผู้วิจัยได้บันทึกผลจากการสังเกตลงท้ายแผนการจัดการเรียนรู้

2. เมื่อสอนครบตามแผนการจัดการเรียนรู้แล้ว ผู้วิจัยได้ทำการทดสอบนักเรียนโดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ” กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างโดยใช้เวลาทดสอบ 50 นาที

3. ผู้วิจัยให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างตอบแบบสอบถามความคิดเห็นเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง “ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ”

4. ผู้วิจัยนำผลที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ” ของนักเรียนหลังการเรียนมาวิเคราะห์ทางสถิติเพื่อเปรียบเทียบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนกับเกณฑ์ 60% โดยใช้ t-test

## ผลการวิจัย

### 1. ผลการประเมินโดยการใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ”

ผู้วิจัยได้ทำการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังการใช้กิจกรรมที่เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์กับเกณฑ์คะแนน 60% พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังการใช้กิจกรรมที่เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์คะแนน 60% อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

### 2. ผลการศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ สามารถพิจารณาเป็นรายด้านได้ดังนี้

ด้านเนื้อหาสาระ พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยอย่างยิ่งว่า การจัดเรียงลำดับหัวข้อ เนื้อหาที่มีความเหมาะสม คิดเป็นร้อยละ 66.67 รองลงมา คือ เนื้อหาที่เรียนมีความทันสมัยเหมาะสมกับนักเรียน และเนื้อหาที่เรียนสามารถนำไปใช้เป็นพื้นฐานในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ชั้นสูงอื่นได้ดี คิดเป็นร้อยละ 63.89

ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยอย่างยิ่งว่า กิจกรรมการเรียนรู้ช่วยให้นักเรียนพัฒนาทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี คิดเป็นร้อยละ 69.44 รองลงมา คือ กิจกรรมการจัดการเรียนรู้มีความน่าสนใจและกิจกรรมการเรียนรู้ที่จัดขึ้นเป็นกิจกรรมที่ช่วยส่งเสริมนักเรียนให้เกิดทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี คิดเป็นร้อยละ 63.89

ด้านสื่อการเรียนรู้ พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยอย่างยิ่งว่า สื่อการเรียนรู้ที่นำมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สื่อความหมายได้ชัดเจน คิดเป็นร้อยละ 61.11 รองลงมา คือ สื่อการเรียนรู้ที่นำมาใช้ในการจัดการเรียนรู้สอดคล้องกับเนื้อหาสาระ สื่อการเรียนรู้ที่นำมาใช้ในการจัดการเรียนรู้ช่วยส่งเสริมทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี และนักเรียนเห็นด้วยว่านักเรียนมีส่วนร่วมในการใช้สื่อ คิดเป็นร้อยละ 52.78

**ด้านการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้** พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยอย่างยิ่งว่า จำนวนข้อของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมีความเหมาะสมกับเวลาที่ใช้ในการทดสอบ คิดเป็นร้อยละ 69.44 รองลงมา คือ เกณฑ์ประเมินผลมีความชัดเจน เหมาะสม และยุติธรรม คิดเป็น ร้อยละ 66.67

**ด้านครู** พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยอย่างยิ่งว่า ครูตรวจชิ้นงานและการบ้าน นักเรียนอย่างสม่ำเสมอ พร้อมทั้งให้คำแนะนำหากนักเรียนมีประเด็นที่ยังไม่เข้าใจหรือมี ข้อบกพร่อง คิดเป็นร้อยละ 75.00 รองลงมา คือ ครูเอาใจใส่และให้ความเป็นกันเองกับนักเรียน ทำให้ช่วยส่งเสริมบรรยากาศในการเรียนรู้ได้ดี คิดเป็นร้อยละ 69.44

### ข้อคิดเห็นและข้อเสนอแนะอื่นๆ

1. นักเรียนรู้สึกสนใจในกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสอง มิติและสามมิติ เนื่องจากครูมีกิจกรรมที่หลากหลายที่นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติจริง ทำให้การเรียน การสอนไม่น่าเบื่อ

2. นักเรียนอยากให้ครูมาสอนอีก อยากให้ครูสอนนานกว่านี้ เพราะครูอธิบายบทเรียน เข้าใจง่าย ทำให้เข้าใจบทเรียนได้ดี

3. ผลการประเมินการใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ”

จากการที่ผู้วิจัยได้จัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ทั้ง 5 ด้าน เมื่อพิจารณาในแต่ละด้าน พบว่า

**3.1 ด้านความสามารถในการแก้ปัญหา** นักเรียนสามารถใช้วิธีการที่หลากหลายในการ แก้ปัญหา อภิปรายเกี่ยวกับคำตอบและวิธีการที่ใช้ได้ถูกต้อง ทำให้นักเรียนเลือกใช้วิธีการหา คำตอบได้อย่างเหมาะสม ดังตัวอย่างกิจกรรมที่ 4 “ลูกเต๋า 6 ด้าน” เป็นกิจกรรมที่เน้นความสามารถ ในการแก้ปัญหา นักเรียนใช้วิธีการที่หลากหลายในการแก้ปัญหา เช่น ใช้การนับภาพ หรือบางกลุ่ม ใช้การตัดกระดาษตามรูปคลี่ในข้อต่างๆ แล้วพับให้เป็นลูกบาศก์เพื่อสะดวกต่อการเติมตัวเลข หรือ

ในกิจกรรมที่ 8 “รูปที่ซ่อนอยู่” เป็นกิจกรรมที่นักเรียนต้องคิดแก้ปัญหาว่าจะสามารถวาดภาพที่ได้จากมุมมองทางด้านหน้า และด้านข้างของรูปเรขาคณิตสามมิติได้อย่างไร เมื่อกำหนดภาพมุมมองทางด้านบนมาให้เท่านั้น ซึ่งจากการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน ครูเห็นว่านักเรียนมีการคิดวางแผน และใช้ลูกบาศก์ของจริงมาวางเรียงให้เหมือนภาพมุมมองด้านบนที่ครูกำหนดและเมื่อได้คำตอบมาแล้วนักเรียนจะทำการตรวจสอบคำตอบอีกครั้งว่าเมื่อวางลูกบาศก์จนมีปริมาตรครบ 10 ลูกบาศก์หน่วยแล้วภาพมุมมองทางด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติไม่เปลี่ยนแปลงแล้วจึงวาดภาพมุมมองทางด้านหน้า และด้านข้างต่อไป ซึ่งจากการปฏิบัติกิจกรรมเห็นได้ว่านักเรียนได้ปฏิบัติกิจกรรมอย่างมีลำดับขั้นตอนและได้คำตอบที่ถูกต้องตามขั้นตอนการแก้ปัญหา คือ อ่านทำความเข้าใจ โจทย์ วางแผน ลงมือปฏิบัติ และตรวจสอบคำตอบ

**3.2 ด้านความสามารถในการให้เหตุผล** เนื่องด้วยนักเรียนได้ลงมือปฏิบัติจริงด้วยตนเอง มีอิสระในการแก้ปัญหา ซึ่งช่วยสร้างความสนใจให้แก่ นักเรียน ทำให้เกิดความกระตือรือร้น สนใจในการทำกิจกรรมต่างๆ ให้ได้มาซึ่งข้อสรุป ทำให้นักเรียนได้คิด พิจารณาด้วยเหตุผล และนักเรียนสามารถให้เหตุผลและตัดสินใจได้อย่างถูกต้อง ขอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น ดังตัวอย่างกิจกรรมที่ 7 “ฉันมี เอมมี” กิจกรรมนี้นักเรียนต้องปฏิบัติกิจกรรมร่วมกันทั้งห้อง มีการแสดงแผนภาพรูปเรขาคณิตสามมิติเพื่อหาภาพมุมมองในด้านต่างๆ ซึ่งเมื่อมีการยกภาพผิด นักเรียนสามารถให้เหตุผลได้ว่าทำไมจึงผิด เช่น เมื่อมีการยกภาพของรูปเรขาคณิตมารูปหนึ่ง แล้วต้องการภาพมุมมองทางด้านบน หากมีนักเรียนยกภาพที่แสดงมุมมองทางด้านหน้า จะมีนักเรียนคอยบอกว่าภาพนั้นไม่ใช่ภาพมุมมองที่ต้องการ เพราะเป็นภาพมุมมองทางด้านหน้า ไม่ใช่ด้านบน เป็นต้น

**3.3 ด้านความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายและการนำเสนอ** ในการปฏิบัติกิจกรรมบางกิจกรรมนักเรียนได้ปฏิบัติกิจกรรมร่วมกันเป็นกลุ่ม ซึ่งภายในกลุ่มจะมีการสื่อสาร แลกเปลี่ยนความคิด การซักถาม อภิปรายเนื้อหาในเรื่องที่เรียน ทำให้การสื่อสารมีประสิทธิภาพมากขึ้น ดังตัวอย่างกิจกรรมที่ 9 “บิงโกแสนสนุก” กิจกรรมนี้แบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4 – 5 คน ซึ่งละความสามารถกันทั้งเก่ง ปานกลาง และอ่อน จากการสังเกตครูเห็นว่านักเรียนมีการสื่อสารกันภายในกลุ่มได้เป็นอย่างดี เมื่อเพื่อนนักเรียนในกลุ่มทำผิดจะมีการอธิบายเพื่อให้เพื่อนนักเรียนเข้าใจ หรือในกิจกรรมที่ 3 “รูปเรขาคณิตสองมิติ สู่ รูปเรขาคณิตสามมิติ” ที่นักเรียนต้องวาดรูปเรขาคณิตสองมิติและนำมาสร้างเป็นรูปเรขาคณิตสามมิติที่มีรูปเรขาคณิตสองมิติที่นักเรียนวาดไว้ประกอบด้วย ซึ่งนักเรียนนั้นสามารถที่จะสื่อสาร สื่อความหมายออกมาด้วยการวาดได้เป็น

อย่างดี เพราะในการวาดรูปเรขาคณิตสามมิตินักเรียนนั้นไม่ลืมที่จะวาดให้เห็นเป็นส่วนที่มองเห็นได้ และส่วนที่ไม่สามารถมองเห็นได้ โดยการใช้เส้นทึบ และเส้นประ

### 3.4 ด้านความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยง

คณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ ผู้วิจัยได้สอดแทรกสถานการณ์ปัญหาในชีวิตประจำวันที่สามารถเชื่อมโยงความรู้กับวิชาคณิตศาสตร์ในเนื้อหาอื่นๆ ซึ่งเป็นเนื้อหาที่นักเรียนได้เรียนรู้มาแล้ว ทำให้นักเรียนสร้างความสัมพันธ์ และเชื่อมโยงความรู้ภายในวิชาคณิตศาสตร์เข้าด้วยกันกับสถานการณ์ในชีวิตประจำวันได้ การเชื่อมโยงทำให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหา และอ้างเหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้คล่องแคล่วขึ้น ดังตัวอย่างกิจกรรมที่ 2 “ความสัมพันธ์ของจำนวนหน้า จำนวนด้าน และจำนวนจุดยอด” ในกิจกรรมนี้นักเรียนได้เชื่อมโยงความรู้ภายในวิชาคณิตศาสตร์ในเรื่องของความสัมพันธ์และแบบรูป หรือในกิจกรรมที่ 6 “หน้าตัดเป็นรูปอะไร” ที่และเชื่อมโยงความรู้ภายในวิชาคณิตศาสตร์เข้าด้วยกันกับสถานการณ์ในชีวิตประจำวันได้ ซึ่งนักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้ได้เป็นอย่างดีและสามารถปฏิบัติกิจกรรมได้อย่างถูกต้อง

### 3.5 ด้านความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ในการปฏิบัติกิจกรรมต่างๆ ครูเน้นให้อิสระกับ

นักเรียนในการปฏิบัติงานอย่างเต็มที่ เต็มกำลังความสามารถ ให้อิสระในการแสดงความคิดเห็นต่างๆ ซึ่งทำให้ครูได้เห็นความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนแต่ละคนว่ามีมากน้อยเพียงใด เช่นในการปฏิบัติกิจกรรมที่ 1 “โมเดลกระดาษ” กิจกรรมนี้นักเรียนได้สร้างรูปเรขาคณิตสามมิติตามจินตนาการ 1 อย่างที่มีความหมายพร้อมตั้งชื่อให้กับสิ่งประดิษฐ์ กิจกรรมนี้ครูได้เห็นว่านักเรียนมีความคิดสร้างสรรค์ในการสร้างและการตั้งชื่อที่แตกต่างกันออกไป เช่น บางคนสร้างเป็นหุ่นยนต์ และใช้ชื่อว่า โรโบคอป จาพนม สร้างเป็นหุ่นไล่กา และใช้ชื่อว่า ทรงกระบอกไล่กา และสร้างเป็นรูปสัตว์ โดยใช้ชื่อว่า สัตว์เลี้ยงของฉัน เป็นต้น

## ข้อเสนอแนะ

### ข้อเสนอแนะที่ได้จากการวิจัย

ผลการวิจัยเรื่อง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง “ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ” โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนวัดสามัคยาราม จังหวัดนครศรีธรรมราช มีข้อเสนอแนะดังต่อไปนี้

1. จากผลการวิจัยปรากฏว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังการทดลองใช้กิจกรรมที่เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ 60% อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 แสดงว่ากิจกรรมที่ผู้วิจัยออกแบบช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ได้เป็นอย่างดี และทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเพิ่มขึ้น ดังนั้นผู้วิจัยจึงมีความเห็นว่าครูสามารถนำกิจกรรมที่ผู้วิจัยออกแบบไปเป็นแนวทางในการออกแบบกิจกรรมในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ต่อไป และในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนานักเรียนให้มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนให้เพิ่มขึ้น ครูควรมีการวางแผนการจัดการเรียนรู้เป็นอย่างดีเกี่ยวกับการเลือกวิธีสอน เทคนิคการสอน การเลือกใช้สื่อการเรียนรู้ วิธีการวัดผลและประเมินผล ให้มีความเหมาะสมสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ เนื้อหา เวลา เนื่องจากเวลาในแต่ละคาบมีจำกัด นักเรียนจะต้องใช้เวลาฝึกทักษะและทำกิจกรรมต่าง ๆ ค่อนข้างมาก ครูต้องเตรียมสื่อให้พร้อม เช่น รูปภาพ ของจริง โมเดล และสื่อโปรแกรม GSP ให้พร้อม เพื่อประหยัดเวลาในการเรียนการสอน และในด้านนักเรียน ครูต้องคำนึงถึงวัยของนักเรียนและความแตกต่างระหว่างบุคคล ทั้งนี้ครูควรใช้จิตวิทยาร่วมด้วย นอกจากนี้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นการเรียนการสอนรูปแบบหนึ่งที่เน้นนักเรียนเป็นสำคัญ นักเรียนมีโอกาสได้เรียนรู้และเกิดประสบการณ์จากการได้ลงมือปฏิบัติจริง ทั้งในด้านความรู้ ด้านทักษะ/กระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ ตามแนวคิดของ Bloom (1976) และใช้การประเมินผลนักเรียนตามสภาพจริง เป็นการช่วยส่งเสริมพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนให้เกิดความเข้าใจได้ดียิ่งขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับสมนึก นนธิจันทร์ (2544) ที่กล่าวว่า การประเมินผลจากสภาพจริงเป็นการประเมินผลที่มุ่งเน้นให้นักเรียนเป็นผู้กระทำกิจกรรมต่างๆ ด้วยการแสดงออกหลายๆ ด้านเพื่อนำไปแก้ปัญหา โดยใช้ทักษะกระบวนการคิดที่สลับซับซ้อน ที่อยู่บนพื้นฐานของเหตุการณ์ที่เป็นจริงในทุกบริบทเท่าที่จะเป็นไปได้

2. จุดเน้นของการเรียนรู้คณิตศาสตร์จำเป็นต้องปรับเปลี่ยนจากการเน้นให้จดจำข้อมูลทักษะพื้นฐานเป็นการพัฒนาให้นักเรียนได้มีความเข้าใจในหลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และมีทักษะพื้นฐานที่เพียงพอในการนำไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ใหม่ๆ นักเรียนจะต้องได้รับประสบการณ์การเรียนรู้ที่หลากหลายที่จะช่วยให้เกิดความเข้าใจจากการดำเนินกิจกรรมต่างๆ ด้วยตนเอง ซึ่งการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผ่านมาเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ไม่ส่งเสริมหรือเน้นความสามารถในการคิด การให้เหตุผล ทักษะ/กระบวนการและความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ทำให้นักเรียนไม่ชอบเรียนวิชาคณิตศาสตร์(กรมวิชาการ, 2545ก) ดังนั้นการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ต้องส่งเสริมให้นักเรียนได้พัฒนาทั้งทางด้านความรู้ ทักษะ/กระบวนการ และด้านคุณธรรม จริยธรรมและค่านิยมโดยคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลรวมทั้งวุฒิภาวะของ

นักเรียน ทั้งนี้เพื่อให้ นักเรียนแต่ละคนมีทักษะ/กระบวนการคิดคำนวณพื้นฐาน ความสามารถในการคิด ตลอดจนพัฒนานักเรียนให้มีความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเต็มศักยภาพ ดังนั้นในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้แก่ นักเรียน ต้องคำนึงถึงลำดับขั้นตอนของการเรียนรู้ โดยจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้มีโอกาสเรียนรู้จากประสบการณ์จริง รวมทั้งปลูกฝังนิสัยให้รักในการศึกษา และแสวงหาความรู้ทางคณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่อง (กระทรวงศึกษาธิการ, 2539) เพื่อให้บรรลุตามมาตรฐานการเรียนรู้ที่กำหนดไว้

3. เมื่อมีการทดลองใช้กิจกรรมไปแล้ว ครูควรวิเคราะห์ข้อบกพร่องของกิจกรรมเพื่อใช้เป็นข้อมูลในการปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องของกิจกรรมให้กิจกรรมมีประสิทธิภาพดียิ่งขึ้น

### ข้อเสนอแนะในการวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรมีการวิจัยเพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยการใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่ส่งเสริมทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ในเนื้อหาอื่น ๆ

2. ควรมีการวิจัยเกี่ยวกับเจตคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์หลังการเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

## เอกสารและสิ่งอ้างอิง

กมลวรรณ ตั้งชนกานนท์. 2549. “การประเมินตามสภาพจริง.” วารสารครุศาสตร์. 34 (3): 2.

กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ. 2539. **ความคิดสร้างสรรค์ หลักการ ทฤษฎี การเรียน การสอน การวัด การประเมินผล.** กรุงเทพฯ: องค์การรับส่งสินค้าและครุภัณฑ์.

\_\_\_\_\_. 2545 ก. **เอกสารประกอบหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 คู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์.** กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.

\_\_\_\_\_. 2545ข. **แนวทางการวัดและประเมินผลการเรียนรู้.** กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

กระทรวงศึกษาธิการ. 2539. **การวัดและประเมินผลในชั้นเรียน กลุ่มทักษะคณิตศาสตร์ตามหลักสูตรประถมศึกษา พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533).** กรุงเทพฯ: คุรุสภาลาดพร้าว.

โกมล ไพศาล. 2540. **การพัฒนาชุดการสอนรายบุคคลด้านเรขาคณิตสำหรับครูคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น.** ปรินญานิพนธ์คุุณบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

จินตนา สุขมาก. 2535. **เอกสารประกอบการเรียนการสอนวิชาการศึกษา 2143205.** กรุงเทพมหานคร: ห้างหุ้นส่วนจำกัด อรุณการพิมพ์.

จิราภรณ์ ศิริทวี. 2541. “เทคนิคการจัดกิจกรรมให้นักเรียนสร้างองค์ความรู้ (Constructivism).” สำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ. **วารสารวิชาการ.** 1: 9.

ชนาธิป พรกุล. 2544. **แคล์ส รููปแบบการจัดการเรียนการสอนที่นักเรียนเป็นศูนย์กลาง.** กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- ชัยรัตน์ สุดำนาจ. 2547. ผลของการจัดกิจกรรมโครงการคณิตศาสตร์ ที่มีต่อทักษะ/ กระบวนการ ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการทำโครงการคณิตศาสตร์ ของ นักเรียนชั้นมัธยม ศึกษาปีที่ 3. ปรินูญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชา การมัธยมศึกษา, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ชัยศักดิ์ สีลาจรัสกุล. 2544. เอกสารประกอบการสอนรายวิชาการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์ใน โรงเรียน. กรุงเทพมหานคร: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ .
- ทิพย์รัตน์ นพฤทธิ์. 2547. “การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนแบบเปิดและผลของกิจกรรม การเรียนการสอนต่อระดับการคิดทางเรขาคณิต และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2.” ในไมตรี อินทร์ประสิทธิ์. (บรรณาธิการ). **proceeding of the 1st Annual Meetings of Cooperative Research Network in Mathematics Education (CRN-MATHED)**. ขอนแก่น: ศูนย์วิจัยคณิตศาสตร์ศึกษา, 56-63.
- ทิสนา แคมมณี. 2542. “การจัดการเรียนการสอน โดยยึดนักเรียนเป็นศูนย์กลาง.” วารสารวิชาการ. 2 (5): 3-25.
- \_\_\_\_\_. 2545. รูปแบบการเรียนการสอน ทางเลือกที่หลากหลาย. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- นริศราภรณ์ ศรีพงษ์ชัย. 2548. การศึกษาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ของโรงเรียนมาแตร์เดอีวิทยาลัย. ปรินูญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิตสาขาวิชาการวัดผลการศึกษา, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- นุชรี อ่อนละม้าย. 2546. การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถทางสมองด้าน เหตุผลกับการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. ปรินูญานิพนธ์มหาบัณฑิต สาขาวิชาการวัดผลการศึกษา, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

- บุญชู ชลชัยเกียรติ. 2539. การพัฒนาความสามารถด้านเหตุผลเชิงวิเคราะห์ของนักเรียนระดับชั้น  
มัธยมศึกษา. ปรินญาณิพนธ์คุุณบัณฑิต สาขาวิชาการวัดผลการศึกษา,  
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- บุญธรรม กิจปรีดาบริสุทธิ์. 2535. คู่มืออาจารย์: การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอน.  
กรุงเทพฯ: ภาควิชาศึกษาศาสตร์ คณะสังคมศาสตร์และมนุษยศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหิดล.
- ปฐมพร บุญดี. 2545. การสร้างแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา  
คณิตศาสตร์ เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินญาณิพนธ์  
มหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ปานทอง กุลนาถศิริ. 2541. “การสอนเรขาคณิตในระดับประถมศึกษาในศตวรรษที่21.”  
วารสารคณิตศาสตร์. 45 (474-475): 65-67.
- พงศธร มหาวิทยาลัย. 2550. กิจกรรมเสริมสร้างทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ สาระการเรียนรู้  
จำนวนและการดำเนินการ เรขาคณิต และพีชคณิต สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษา  
ปีที่ 1. ปรินญาณิพนธ์มหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา,  
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร.
- มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช. 2542. เอกสารชุดวิชาการสื่อสาร หน่วยที่ 1-8. พิมพ์ครั้งที่ 7.  
นนทบุรี: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช.
- ยุพิน พิพิธกุล. 2539. การเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: บพิธการพิมพ์.
- เขาวดี ราชชัยกุล. 2542. การประเมินโครงการแนวคิดและแนวปฏิบัติ. กรุงเทพฯ:  
สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. 2541. เทคนิคการสร้างและสอบข้อสอบความถนัด  
ทางการเรียน. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.

- วราภรณ์ มีหนัก. 2545. “การจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์.” วารสารวิชาการ. 5 (9): 58-65.
- วิไล แพงศรี. 2548. การจัดการเรียนการสอนที่เน้นกระบวนการคิดสร้างสรรค์. เอกสารประกอบการสัมมนาทางวิชาการ มหาวิทยาลัยราชภัฏสุรินทร์.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2545. คู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- \_\_\_\_\_. 2546. การจัดการเรียนรู้อุปกรณ์คณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- \_\_\_\_\_. 2550. ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- สมเดช บุญประจักษ์. 2540. การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ. ปรินูญานิพนธ์การศึกษาคณะศึกษาศาสตร์. สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร.
- สมนึก นนธิจันทร์. 2544. การเรียนการสอน การวัดและประเมินผลจากสภาพจริงของนักเรียน โดยใช้แฟ้มสะสมผลงาน. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: ไทยวัฒนาพานิช.
- สมบัติ แสงทองคำสุก. 2545. การพัฒนารูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหาเพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 6. ปรินูญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต. สาขาวิชาการมัธยมศึกษา, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- สมวงษ์ แปลงประสพโชค และคณะ. 2543. ค่ายคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: สถาบันราชภัฏพระนคร.

สมศักดิ์ สิ้นธุระเวชญ์. 2539. การประเมินโครงการพัฒนาและส่งเสริมผู้มีความสามารถพิเศษทาง  
วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (พวสว.) ระยะที่ 2. สำนักบริการวิชาการ: จุฬาลงกรณ์  
มหาวิทยาลัย.

สมหวัง พิธิยานุวัฒน์. 2544. วิธีวิทยาการประเมินศาสตร์แห่งคุณค่า. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ:  
บริษัทเท็ก แอนด์ เจอร์นัล พลัปปลิเคชัน จำกัด.

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ. 2549. การวัดและประเมินผล  
อิงมาตรฐานการเรียนรู้ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2548 กลุ่มสาระการ  
เรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ สำนักนายกรัฐมนตรี. 2545. พระราชบัญญัติการศึกษา  
แห่งชาติ พ.ศ. 2542 และที่แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พ.ศ. 2545 (Online).  
<http://krusart.rru.ac.th>, 1 กรกฎาคม 2551.

สิริพร ทิพย์คง. 2536. เอกสารประกอบการสอนวิชาทฤษฎีและวิธีการสอนวิชาคณิตศาสตร์.  
ภาควิชาการศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

\_\_\_\_\_. 2537. แนวโน้มการพัฒนาการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ สาระและวิธีวิทยาการ  
หาทางวิชาคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 12-15. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมราช.

สิริพร ทิพย์คง. 2545. หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: บริษัทพัฒนา  
คุณภาพวิชาการ (พว.) จำกัด.

สุนีย์ คล้ายนิต และ พิศาล สร้อยชูหรรษา. 2546. “คณิตศาสตร์ไทยไม่เข้มแข็งเพราะอะไร.”  
สยามรัฐ (17-20 มิถุนายน).

สุวิทย์ หิรัณยกาณห์, สิริวรรณ เมธีวิวัฒน์ และ ชรินทร์ชัย อินทிரากรณ์. 2540. พจนานุกรม  
ศัพท์การศึกษา. กรุงเทพมหานคร: ไอ.คิว. บุ๊คเซ็นเตอร์ จำกัด.

- สุวิมล ว่องวานิช. 2546. **การวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน**. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- เสริมศักดิ์ วิศาลาภรณ์. 2519. **รากฐานของเรขาคณิต**. พิษณุโลก: แผนกเอกสารและการพิมพ์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ พิษณุโลก.
- อลงกรณ์ ตั้งสงวนธรรม. 2546. **การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังการใช้กิจกรรมเสริมทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง "ปริมาตรและพื้นที่ผิว"**. วิทยานิพนธ์ศิลปศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- อุทุมพร จามรมาน. 2530. **การวัดและประเมินการเรียนการสอนระดับอุดมศึกษา**. กรุงเทพฯ: โครงการตำราวิทยาศาสตร์อุตสาหกรรม.
- \_\_\_\_\_. 2540. **การตีค่าความสามารถที่แท้จริงของนักเรียนเพื่อการปฏิรูปการศึกษา**. กรุงเทพฯ: ฟันนี่พับบลิชชิง.
- เอกรินทร์ สี่มหาศาล และ สุปรารณา ยุคตะนันท์. 2546. **การออกแบบเครื่องมือวัดและประเมินตามสภาพจริง**. กรุงเทพฯ: บั๊ค พอยท์.
- เอกวิทย์ แก้วประดิษฐ์. 2545. **เทคโนโลยีการศึกษา: หลักการและแนวคิดสู่ปฏิบัติ**. การผลิตเอกสารและตำรา มหาวิทยาลัยทักษิณ ลำดับที่ 10.
- Baroody, A.J. 1993. **Problem Solving, Reasoning and Communicating, K – 8. Helping Children Think Mathematically**. New York: Macmillan Publishing Company.
- Crowley, M. L. 1987. **The van Hiele Model of the Development of Geometric Thought. In Learning And Teaching Geometry, K-12**. Mary Montgomery Lindquist. pp.1-17. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.

Ebel, R.L. and D. A. Frisbie. 1986. **Essentials of Educational Measurement**. Fourth Edition. Prentice-Hall Inc. Englewood Cliffs.

Gagne, R. M. 1970. **The Conditions of Learning**. New York: Holt Rinehart and Winston.

Good, C.V. 1973. **Dictionary of Education**. (3<sup>rd</sup> ed.). New York: McGraw-Hill Book Co.

Guilford, J. P. and R. Hoepfner. 1971. **The Analysis of Intelligence**. New York: McGraw-Hill.

Kerlinger, F.N. 1986. **Foundation of Behavioral Research**. (3<sup>rd</sup> ed.). Fort Worth: Holt Rinehart and Winston.

Krulik, S. and J. Rudnick. 1993. **Reasoning and Problem Solving: A Handbook for Elementary School Teachers**. Boston: Allyn and Bacon.

Laudien , R. C. 1999. "Mathematical Reasoning in Middle School Curriculum Materials". **Dissertation Abstracts International**. 59 (09): 3384-A.

Lawson, M. J. and M. Chinnappan. 2000. "Knowledge Connectedness in Geometry Problem Solving." **Journal for Research in Mathematics Education**. 31 (1): 26 – 43.

National Council of Supervisors of Mathematics. 1989. Essential Mathematics for the Twenty - First Century , **Mathematics Teacher**. 82 (6): 470-474.

Polya , G. 1957. **How To Solve It. A New Aspect of Mathematical Method**. Garden City, New York: Doubleday and Company.

Ravielli, A. 1957. **An Adventure in Geometry**. New York: The Viking Press.

Rowan, T. E. and J. L. Morrow. 1993. **Implementing the K-8 Curriculum and Evaluation**

**Standard: Reading From the Arithmetic Teacher.** Reston, Va: NCTM.

The National Council of Teachers of Mathematics. 1989. **Curriculum and Evaluation**

**Standards for School Mathematics.** Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

The National Council of Teachers of Mathematics. 1991. **Evaluation of Teaching: Standard**

**4 – Mathematical Concepts, Procedures and Connections. Principles and Standards for School Mathematics.** Retrieved May 25, 2005, from

<http://standards.nctm.org/document/chapter6/conn.htm>.

\_\_\_\_\_. 2000. **Principles and Standard for School Mathematics.** Reston, Virginia:

The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

Wiersma and Jurs. 1990. **Educational and Testing.** New York: Allyn and Bacon.

Williams, K. M. 2003. "Writing about the Problem-Solving Process to Improve

Problem-Solving Performance." **Mathematics Teachers.** 96 (3): 185-187.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์

เรื่อง "ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ"

## แผนการจัดการเรียนรู้

### เรื่อง “ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ”

เวลาที่ใช้ในการสอน 10 คาบ คาบละ 50 นาที

คาบที่ 1	ทบทวนรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ
คาบที่ 2 – คาบที่ 3	ภาพของรูปเรขาคณิตสามมิติ
คาบที่ 4 – คาบที่ 5	รูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติ
คาบที่ 6	หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ
คาบที่ 7	ภาพที่ได้จากการมองด้านหน้า (front view) ด้านข้าง (side view) และด้านบน (top view) ของรูปเรขาคณิตสามมิติ
คาบที่ 8 – คาบที่ 10	รูปเรขาคณิตที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์
คาบที่ 11	การทดสอบหลังเรียน

## แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

หน่วยการเรียนรู้ ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ      ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1  
เรื่อง ทบทวนรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ      เวลา 50 นาที

---

### สาระสำคัญ

รูปเรขาคณิต เป็นรูปที่ประกอบด้วย จุด เส้นตรง เส้นโค้ง ระนาบ ฯลฯ อย่างน้อยหนึ่งอย่าง

### จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถระบุหรือยกตัวอย่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ นักเรียนมีความสามารถ

1. ในการสื่อสารและให้เหตุผล
2. ในการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน
3. ในการสร้างสรรค์ผลงาน

ด้านคุณลักษณะ นักเรียนมี

1. ความกล้าคิดและกล้าแสดงความคิดเห็น
2. ความสนใจและกระตือรือร้น
3. ความสามารถในการทำงานร่วมกับผู้อื่น
4. ความมีระเบียบในการทำงาน

### สาระการเรียนรู้

รูปเรขาคณิต เป็นรูปที่ประกอบด้วย จุด เส้นตรง เส้นโค้ง ระนาบ ฯลฯ อย่างน้อยหนึ่งอย่าง  
รูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม เป็นตัวอย่างของรูปเรขาคณิตสองมิติ



ทรงกระบอก ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก กรวย พีระมิด ทรงกลม เป็นตัวอย่างของรูปเรขาคณิตสามมิติ หรือ ทรงสามมิติ



### กิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูทบทวนนักเรียนเกี่ยวกับรูปเรขาคณิตที่นักเรียนรู้จัก โดยให้นักเรียนอธิบายและยกตัวอย่างประกอบ จากนั้นครูนำรูปเรขาคณิตทั้งที่เป็นรูปภาพและของจริงมาแสดงให้นักเรียนดู เช่น รูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม รูปวงกลม รูปวงรี ปริซึม ลูกบาศก์ พีระมิด และทรงกระบอก
2. ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างรูปเรขาคณิตที่นักเรียนพบเห็นในชีวิตประจำวัน โดยการสุ่มถามนักเรียน 4 - 5 คน
3. ครูยกตัวอย่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติให้นักเรียนดู พร้อมอธิบายความแตกต่างว่ารูปเรขาคณิตสองมิติมีความกว้างและความยาว ใช้แสดงขนาด ส่วนรูปเรขาคณิตสามมิติมีความกว้าง ความยาว และความสูง ใช้แสดงรูปร่าง
4. ครูถามคำถามให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาและแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับรูปเรขาคณิตทางคณิตศาสตร์ เช่น
  - 4.1 รูปเรขาคณิตสองมิติ และรูปเรขาคณิตสามมิติ ได้แก่อะไรบ้าง
  - 4.2 ใช้สิ่งใดในการจำแนกรูปเรขาคณิตออกเป็นสองมิติ หรือสามมิติ

5. ครูแจกใบงานที่ 1 ให้นักเรียนทำภายในเวลา 10 นาที จากนั้นครูและนักเรียนเฉลยร่วมกัน

6. ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 3 – 4 คน ซึ่งแบ่งนักเรียนโดยความสามารถ เก่ง ปานกลาง อ่อน จากนั้นแจกใบกิจกรรมที่ 1 “โมเดลกระดาษ” และอธิบายการทำกิจกรรมให้นักเรียนฟัง โดยนักเรียนจะต้องนำทรงสามมิติต่างๆ ที่ครูนำมาให้ ได้แก่ ลูกบาศก์ ทรงกลม พีระมิด ปริซึม และทรงกระบอกมาประกอบกันเป็นทรงสามมิติอื่นๆ ที่มีความหมาย จากนั้นให้แต่ละกลุ่มตั้งชื่อทรงสามมิติที่ได้ พร้อมระบุลงในใบกิจกรรมว่าพื้นผิวด้านนอกหรือด้านที่มองเห็นได้จากทรงสามมิติที่นักเรียนประกอบขึ้นนั้นเป็นรูปเรขาคณิตสองมิติอะไรบ้าง จากนั้นให้แต่ละกลุ่มออกมานำเสนอผลงานของตัวเอง โดยครูตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง

7. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเกี่ยวกับเรื่องรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

8. ครูแจกแบบฝึกหัดที่ 1 ให้นักเรียนทำเป็นการบ้าน

### สื่อการเรียนรู้

1. รูปภาพที่มีลักษณะเป็นรูปเรขาคณิตสองมิติ เช่น รูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม รูปวงกลม รูปวงรี
2. ของจริงที่มีลักษณะเป็นรูปเรขาคณิตสามมิติ เช่น ลูกบาศก์ พีระมิด ปริซึม ทรงกระบอก
3. ใบงานที่ 1
4. ใบกิจกรรมที่ 1 “โมเดลกระดาษ”
5. แบบฝึกหัดที่ 1

### การวัดผลและการประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถาม	1. นักเรียนส่วนใหญ่ตอบคำถามได้ถูกต้อง
2. สังเกตจากการทำใบงานที่ 1	2. นักเรียนทำใบงานที่ 1 ได้ถูกต้อง 88.6%
3. สังเกตจากการทำกิจกรรมที่ 1	3. นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 1 ได้ถูกต้อง 100%
4. สังเกตจากการทำแบบฝึกหัดที่ 1	4. นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 1 ได้ถูกต้อง 82.9%

### บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในคาบนี้ส่วนใหญ่ ครูใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย เนื่องจากเป็นการทบทวนความรู้เดิมที่นักเรียนเคยเรียนไปแล้วในเรื่องรูปเรขาคณิต ซึ่งจากการถามตอบระหว่างครูกับนักเรียนทำให้ทราบว่านักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่ลืมความรู้เดิมเพราะสามารถตอบคำถามของครูได้เป็นอย่างดี สามารถยกตัวอย่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติที่พบเห็นในชีวิตประจำวันได้ แต่จากการทำใบงานที่ 1 และแบบฝึกหัดที่ 1 ทำให้ทราบว่านักเรียนบางคนไม่สามารถบอกความแตกต่างระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและรูปเรขาคณิตสามมิติได้

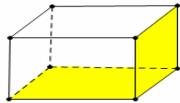
การปฏิบัติกิจกรรมต่างๆ ในคาบนี้นักเรียนให้ความร่วมมือเป็นอย่างดี กล่าวคิดและกล้าแสดงความคิดเห็น และในการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มนั้นจากการสังเกตของครู นักเรียนสามารถทำงานร่วมกับผู้อื่นได้ดี มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกัน ให้คำแนะนำเมื่อมีเพื่อนนักเรียนในกลุ่มคนใดคนหนึ่งไม่เข้าใจ

ด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผล สื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และนำเสนอ ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆทางคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ ซึ่งสังเกตได้จากการถามตอบระหว่างครูกับนักเรียนและการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่ม นอกจากนี้นักเรียนยังมีความคิดสร้างสรรค์ เพราะจากการปฏิบัติกิจกรรมที่ 1 นักเรียนสามารถนำทรงสามมิติต่างๆ มาประกอบเป็นทรงสามมิติอื่นๆ ที่มีความหมายได้อย่างสวยงาม

## ใบงานที่ 1

**คำสั่ง** จากรูปที่กำหนดให้แต่ละรูป เป็นรูปเรขาคณิตสองมิติ หรือรูปเรขาคณิตสามมิติ

1.



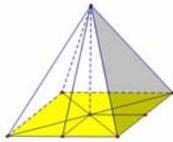
เป็นรูปเรขาคณิต .....

2.



เป็นรูปเรขาคณิต .....

3.



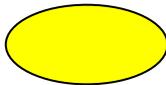
เป็นรูปเรขาคณิต .....

4.



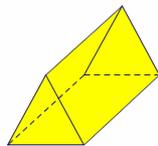
เป็นรูปเรขาคณิต .....

5.



เป็นรูปเรขาคณิต .....

6.



เป็นรูปเรขาคณิต .....

7.



เป็นรูปเรขาคณิต .....

## กิจกรรมที่ 1 “โมเดลกระดาษ”

### อุปกรณ์

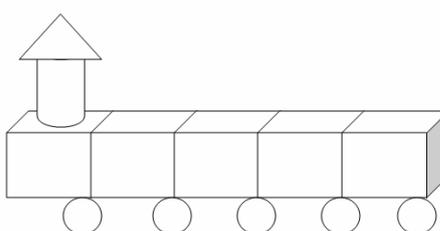
1. กรวย ลูกบาศก์ ทรงกลม พีระมิด ปริซึม และทรงกระบอก
2. กาว
3. ใบกิจกรรม

### กิจกรรมนี้เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ในด้าน

1. ความสามารถในการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น
2. ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

### วิธีดำเนินกิจกรรม

1. ครูแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 3 – 4 คน ซึ่งละความสามารถกันทั้งเก่ง ปานกลาง และอ่อน
2. ครูให้นักเรียนนำทรงสามมิติครุณามาให้ ได้แก่ กรวย ลูกบาศก์ ทรงกลม พีระมิด ปริซึม และทรงกระบอกมาประกอบกันเป็นทรงสามมิติอื่นๆ ที่มีความหมาย
3. ครูให้นักเรียนตั้งชื่อทรงสามมิติที่ได้ และตอบคำถามลงในใบกิจกรรมที่ 1 “โมเดลกระดาษ” เช่น



### ชื่อผลงาน “รถไฟกระดาษ”

- 2.1 ทรงสามมิติที่นักเรียนนำมาใช้ในการสร้างสรรค์ผลงาน คือ ทรงกระบอก ทรงกลม พีระมิดฐานสี่เหลี่ยม ลูกบาศก์
- 2.2 รูปเรขาคณิตสองมิติที่มองเห็นได้ คือ รูปวงกลม รูปสี่เหลี่ยม และรูปสามเหลี่ยม

ใบกิจกรรมที่ 1  
“โมเดลกระดาษ”

ชื่อผลงาน .....

จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. ทรงสามมิติที่นักเรียนนำมาใช้ในการสร้างสรรค์ผลงาน คือ

.....  
 .....  
 .....

2. รูปร่างลักษณะของมิติที่มองเห็นได้ คือ

.....  
 .....  
 .....





แบบฝึกหัดที่ 1

คำสั่ง จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. จงยกตัวอย่างรูปเรขาคณิตที่นักเรียนรู้จักมา 10 ชนิด

.....

.....

.....

.....

.....

2. จากรูปเรขาคณิตที่นักเรียนตอบมาในข้อที่ 1 จงแยกว่าแต่ละชนิดจัดอยู่ในประเภทใด

รูปเรขาคณิตสองมิติ

.....

.....

.....

.....

รูปเรขาคณิตสามมิติ

.....

.....

.....

.....

## แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

หน่วยการเรียนรู้ ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ      ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1  
เรื่อง ภาพของรูปเรขาคณิตสามมิติ      เวลา 50 นาที

---

### สาระสำคัญ

รูปเรขาคณิตเป็นรูปที่ประกอบไปด้วย จุด เส้นตรง เส้นโค้ง ระนาบ ฯลฯ  
อย่างน้อยหนึ่งอย่าง

### จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1. ระบุหรือยกตัวอย่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติได้
2. อธิบายลักษณะของรูปเรขาคณิตสามมิติจากภาพสองมิติที่กำหนดให้ได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ นักเรียนมีความสามารถ

1. ในการสื่อสารและให้เหตุผล
2. ในการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน
3. ในการแก้ปัญหา

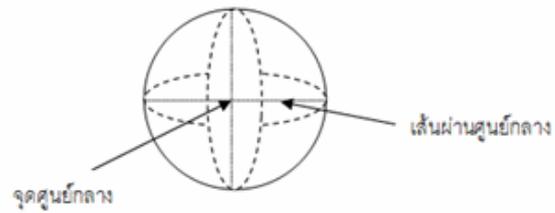
ด้านคุณลักษณะ นักเรียนมี

1. ความกล้าคิดและกล้าแสดงความคิดเห็น
2. ความสนใจและกระตือรือร้น
3. ความสามารถในการทำงานร่วมกับผู้อื่น

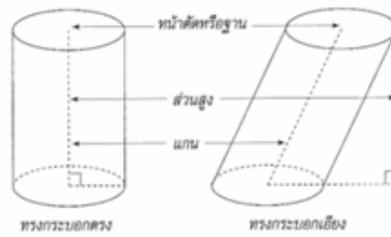
## สาระการเรียนรู้

### 1. ส่วนประกอบของรูปเรขาคณิต

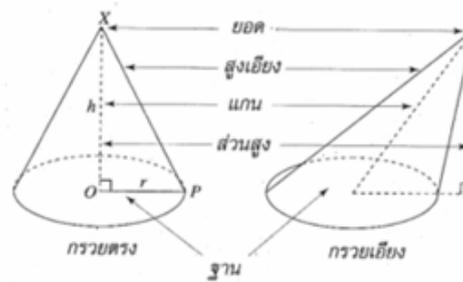
#### ทรงกลม



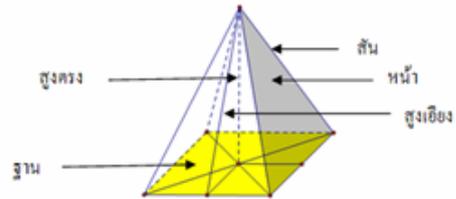
#### ทรงกระบอก



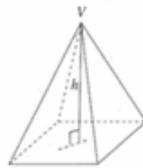
#### กรวย



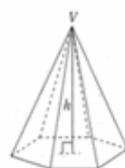
**พีระมิด**



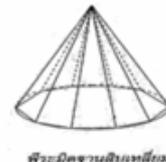
พีระมิดฐานสามเหลี่ยม



พีระมิดฐานสี่เหลี่ยมมุมฉาก

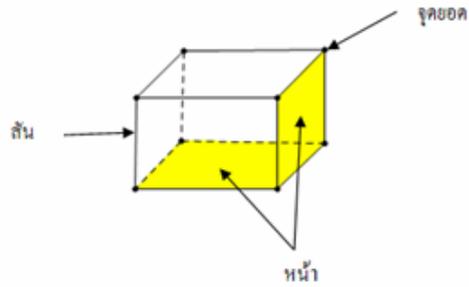


พีระมิดฐานหกเหลี่ยม



พีระมิดฐานกลมหรือกรวย

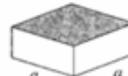
**ปริซึม**



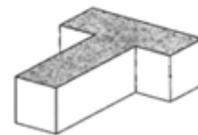
ปริซึมสามเหลี่ยม



ปริซึมสี่เหลี่ยมมุมฉาก



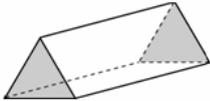
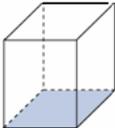
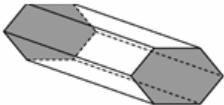
ปริซึมสี่เหลี่ยมจัตุรัส



ปริซึมตัวที

## 2. ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

### 2.1 ปริซึม

รูปเรขาคณิตสามมิติ	ชื่อ	จำนวนหน้า (Face)	จำนวนขอบ (Edge)	จำนวนจุดยอด (Vertex)
	ปริซึมสามเหลี่ยม	5	9	6
	ปริซึมสี่เหลี่ยมมุมฉาก	6	12	8
	ปริซึมหกเหลี่ยม	8	18	12

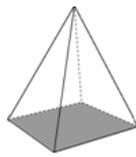
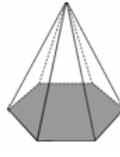
จากตารางข้างต้น เมื่อกำหนดให้  $n$  เป็นจำนวนด้านของรูปหลายเหลี่ยมที่เป็นหน้าตัดหรือฐานของปริซึม จะได้ว่า

จำนวนหน้า (Face) ของปริซึม มี  $n+2$

จำนวนขอบ (Edge) ของปริซึม มี  $3n$

จำนวนจุดยอด (Vertex) ของปริซึม มี  $2n$

## 2.2 พีระมิด

รูปเรขาคณิตสามมิติ	ชื่อ	จำนวนหน้า (Face)	จำนวนขอบ (Edge)	จำนวนจุดยอด (Vertex)
	พีระมิดฐานสามเหลี่ยม	4	8	4
	พีระมิดฐานสี่เหลี่ยม	5	10	5
	พีระมิดฐานหกเหลี่ยม	7	12	7

จากตารางข้างต้น เมื่อกำหนดให้  $n$  เป็นจำนวนด้านของรูปหลายเหลี่ยมที่เป็นหน้าตัดหรือฐานของพีระมิด จะได้ว่า

จำนวนหน้า (Face) ของพีระมิด มี  $n+1$

จำนวนขอบ (Edge) ของพีระมิด มี  $2n$

จำนวนจุดยอด (Vertex) ของพีระมิด มี  $n+1$

จากข้อ 2.1 และ 2.2 จะได้ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนหน้า (Face) จำนวนขอบ (Edge) และจำนวนจุดยอด (Vertex) ของปริซึมและพีระมิดว่ามีความสัมพันธ์กันคือ

จำนวนขอบ(Edge) เท่ากับ จำนวนหน้า(Face) + จำนวนจุดยอด(Vertex) - 2

$$E = F + V - 2$$

### กิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูทบทวนเรื่องประเภทของรูปเรขาคณิตทางคณิตศาสตร์ โดยการสุ่มถามนักเรียน 4-5 คน ให้ยกตัวอย่างรูปเรขาคณิตสองมิติและรูปเรขาคณิตสามมิติมาคนละ 1-2 ตัวอย่าง
2. ครูนำทรงสามมิติต่างๆ ได้แก่ ทรงกลม ทรงกระบอก กรวย ปริซึม และพีระมิด มาแสดงให้นักเรียนดู และใช้การถามตอบกับนักเรียนเกี่ยวกับส่วนประกอบต่างๆ ของทรงสามมิตินั้นๆ เช่น ส่วนสูงของกรวยคือส่วนใด เส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมคือส่วนใด หรือจุดยอดของพีระมิดคือส่วนใด เป็นต้น จากนั้นครูอธิบายเพิ่มเติมเกี่ยวกับส่วนประกอบต่างๆ ของทรงสามมิตินั้นๆ เช่น ส่วนสูง หน้า สัน จุดยอด ฐาน หน้าตัด เป็นต้น
3. ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 2 ภายในเวลา 15 นาที หลังจากนักเรียนทำใบงานเสร็จแล้ว ครูและนักเรียนเฉลยร่วมกัน
4. ครูให้นักเรียนดูส่วนประกอบของทรงสามมิติอีกครั้งว่าประกอบไปด้วยหน้า (Face) ขอบ (Edge) และจุดยอด (Vertex) จากนั้นให้นักเรียนหาจำนวนหน้า จำนวนด้าน และจำนวนจุดยอดของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก และพีระมิดฐานห้าเหลี่ยม โดยครูเป็นผู้เฉลย
5. ครูให้นักเรียนกิจกรรมที่ 2 “ความสัมพันธ์ของจำนวนหน้า จำนวนด้าน และจำนวนจุดยอด” ภายในเวลา 20 นาที โดยแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 3 – 4 คน ซึ่งแต่ละความสามารถกันทั้งเก่ง ปานกลาง และอ่อน เมื่อนักเรียนทำเสร็จแล้วครูสุ่มนักเรียนออกมาอภิปรายผลที่ได้จากการทำกิจกรรมข้างต้น โดยครูเป็นผู้ตรวจสอบความถูกต้อง
6. ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุปเกี่ยวกับส่วนประกอบของรูปเรขาคณิตสามมิติ และความสัมพันธ์ของจำนวนหน้า จำนวนด้าน และจำนวนจุดยอดของรูปเรขาคณิตสามมิติ จากนั้นครูเป็นผู้สรุปอีกครั้ง
7. ครูแจกแบบฝึกหัดที่ 2 ให้นักเรียนทำเป็นการบ้าน

### สื่อการเรียนรู้

1. ของจริงที่มีลักษณะเป็นรูปเรขาคณิตสามมิติ เช่น ลูกบาศก์ พีระมิด ปริซึม เป็นต้น
2. ใบงานที่ 2
3. ใบกิจกรรมที่ 2 “ความสัมพันธ์ของจำนวนหน้า จำนวนด้าน และจำนวนจุดยอด”
4. แบบฝึกหัดที่ 2

### การวัดผลและการประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถาม	1. นักเรียนส่วนใหญ่สามารถตอบคำถามได้อย่างถูกต้อง
2. สังเกตจากการมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม	2. นักเรียนส่วนใหญ่มีความสนใจ และกระตือรือร้นในการปฏิบัติกิจกรรม
3. สังเกตจากการทำใบงานที่ 2	3. นักเรียนสามารถทำใบงานที่ 2 ได้ถูกต้อง 84.8%
4. สังเกตจากการทำกิจกรรมที่ 2	4. นักเรียนสามารถทำกิจกรรมที่ 2 ได้ถูกต้อง 79.6%
5. สังเกตจากการทำแบบฝึกหัดที่ 2	5. นักเรียนสามารถทำแบบฝึกหัดที่ 2 ได้ถูกต้อง 91.1%

### บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

ในคาบนี้ นักเรียนจะได้เรียนรู้เกี่ยวกับส่วนประกอบต่างๆ ของรูปเรขาคณิตสามมิติ เช่น สัน หน้า ขอบ หรือส่วนสูงของทรงสามมิติต่างๆ นักเรียนส่วนใหญ่สามารถตอบคำถามเกี่ยวกับเรื่องส่วนประกอบของรูปเรขาคณิตสามมิติได้เป็นอย่างดี มีนักเรียนเพียงบางคนเท่านั้นที่ไม่สามารถตอบเกี่ยวกับส่วนประกอบของรูปเรขาคณิตสามมิติ เช่น นักเรียนไม่สามารถตอบได้ว่า ส่วนสูงของกรวยคืออะไร หรือรัศมีของวงกลมคืออะไร เป็นต้น

สำหรับการปฏิบัติกิจกรรมต่างๆ นักเรียนให้ความร่วมมือเป็นอย่างดี มีความสนใจในกล้าคิดกล้าแสดงความคิดเห็น สามารถทำคะแนนในใบงานและแบบฝึกหัดได้ดี และในการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มนั้นจากการสังเกตของครู นักเรียนสามารถทำงานร่วมกับผู้อื่นได้ดี มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกัน ให้คำแนะนำเมื่อมีเพื่อนนักเรียนในกลุ่มคนใดคนหนึ่งไม่เข้าใจ

ด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ จากการสังเกตและการถามตอบระหว่างครูกับนักเรียน และการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มแล้วนักเรียนสามารถให้เหตุผลในการตอบคำถามกับครูได้ดี สามารถแก้ปัญหาในการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่ม มีการวางแผนการทำงาน และให้คำปรึกษากับเพื่อนนักเรียนภายในกลุ่มได้ แต่จากการอภิปรายผลการทำกิจกรรมกลุ่มมีนักเรียนเพียง 1 กลุ่มที่ไม่

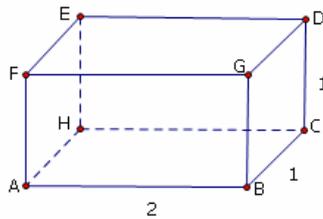
สามารถอภิปรายผลการทำงานได้ ส่วนกลุ่มที่เหลือสามารถอภิปรายผล สื่อสาร และนำเสนอผลงาน  
ได้เป็นอย่างดี

ปัญหาในการจัดการเรียนรู้ในคาบนี้ คือ ในการทำกิจกรรมที่ 2 “ความสัมพันธ์ของจำนวน  
หน้า จำนวนด้าน และจำนวนจุดยอด” นักเรียนส่วนใหญ่บอกว่ายากเนื่องจากนักเรียนจะต้อง  
เชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ในเรื่องรูปเรขาคณิตสามมิติ (ปริซึม และ พีระมิด) กับเรื่องแบบรูป  
และความสัมพันธ์ ซึ่งนักเรียนไม่สามารถสรุปความสัมพันธ์ ครูต้องคอยให้คำแนะนำจนกระทั่ง  
นักเรียนสามารถมองเห็นความสัมพันธ์ และสามารถสรุปความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนหน้า จำนวน  
ด้าน และจำนวนจุดยอดของปริซึม และพีระมิดได้

ใบงานที่ 2

**คำสั่ง** จากรูปเรขาคณิตสามมิติที่กำหนดให้ จงตอบคำถามต่อไปนี้

1.



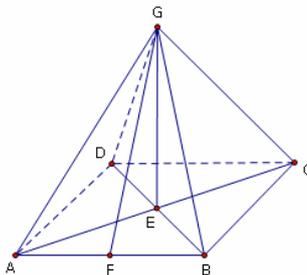
1.1 รูปเรขาคณิตสามมิตินี้มีชื่อว่าอะไร .....

1.2 รูปเรขาคณิตสามมิตินี้มีกี่หน้า .....

1.3 ถ้าใช้ลวดทำโครงของรูปเรขาคณิตสามมิตินี้ จะต้องใช้ลวดอย่างน้อยกี่หน่วย

.....

2.



2.1 รูปเรขาคณิตสามมิตินี้มีชื่อว่าอะไร .....

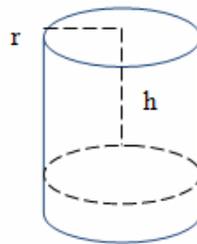
2.2 ฐานของรูปเรขาคณิตสามมิตินี้เป็นรูปอะไร .....

2.3 รูปเรขาคณิตสามมิตินี้มีส่วนสูง เท่ากับ .....

2.4 หน้าของรูปเรขาคณิตสามมิตินี้เป็นรูปอะไร และมีกี่หน้า

.....

3.



3.1 รูปเรขาคณิตสามมิตินี้มีชื่อว่าอะไร .....

3.2 รูปเรขาคณิตสามมิตินี้มีฐานเป็นรูปอะไร .....

3.3 รูปเรขาคณิตสามมิตินี้มีส่วนสูงเท่ากับ .....

3.4 รูปเรขาคณิตสามมิตินี้มีปริมาตรเท่ากับ .....

3.5 เมื่อคลี่รูปเรขาคณิตสามมิตินี้ออก รูปที่ได้ประกอบด้วยรูปอะไรบ้าง

.....

## กิจกรรมที่ 2 “ความสัมพันธ์ของจำนวนหน้า จำนวนด้าน และจำนวนจุดยอด”

### อุปกรณ์

1. พีระมิด ปริซึม
2. ใบกิจกรรม

### กิจกรรมนี้เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ในด้าน

1. ความสามารถในการแก้ปัญหา
2. ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอ
3. ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ

### วิธีดำเนินกิจกรรม

1. แบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 3 – 4 คน ซึ่งแต่ละความสามารถกันทั้งเก่ง ปานกลาง และอ่อน
2. ให้นักเรียนสำรวจและบันทึกจำนวนด้านของฐานหรือหน้าตัด จำนวนหน้า (Face) จำนวนขอบ (Edge) จำนวนจุดยอดมุม (Vertex) ลงในตาราง พร้อมทั้งเขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนหน้า (F) จำนวนขอบ (E) และจำนวนจุดยอดมุม (V) ในรูปสมการ

**ใบกิจกรรมที่ 2**  
**“ความสัมพันธ์ของจำนวนหน้า จำนวนด้าน และจำนวนจุดยอด”**

**คำสั่ง** จงสำรวจและบันทึกจำนวนด้านของฐานหรือหน้าตัด จำนวนหน้า(Face) จำนวนขอบ (Edge) จำนวนจุดยอดมุม (Vertex) ของรูปเรขาคณิตสามมิติต่อไปนี้ลงในตาราง พร้อมทั้งเขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนหน้า (F) จำนวนขอบ (E) และจำนวนจุดยอดมุม (V) ในรูปสมการ

**1. พีระมิด**

รูปเรขาคณิตสามมิติ	จำนวนด้านของฐาน (n)	จำนวนหน้า (F)	จำนวนขอบ (E)	จำนวนจุดยอด (V)
พีระมิดฐานสามเหลี่ยม				
พีระมิดฐานสี่เหลี่ยม				
พีระมิดฐานห้าเหลี่ยม				
พีระมิดฐานหกเหลี่ยม				
สมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง F,E,V กับ n (เมื่อ n เป็นจำนวนด้านของรูปหลายเหลี่ยมที่เป็นหน้าตัด หรือฐานของพีระมิด)		F = .....	V = .....	E = .....

## 2. ปริซึม

รูปเรขาคณิตสามมิติ	จำนวนด้าน ของฐาน (n)	จำนวนหน้า (F)	จำนวนขอบ (E)	จำนวนจุดยอด (V)
ปริซึมสามเหลี่ยม				
ปริซึมสี่เหลี่ยม				
ปริซึมห้าเหลี่ยม				
ปริซึมหกเหลี่ยม				
สมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง F,E,V กับ n (เมื่อ n เป็นจำนวนด้านของรูปหลายเหลี่ยมที่เป็นหน้า ตัดหรือฐานของปริซึม)		F = .....	V = .....	E = .....

จากข้อมูลที่ได้นักเรียนคิดว่าจำนวนหน้า (F) จำนวนขอบ (E) และจำนวนจุดยอด (V) มีความสัมพันธ์กันหรือไม่ อย่างไร จงเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ของ F, E และ V

.....

.....

.....

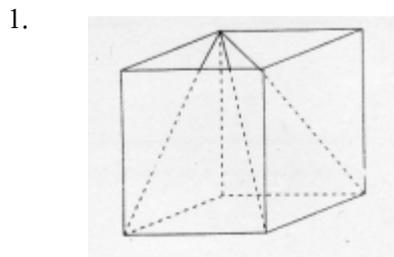
.....

.....

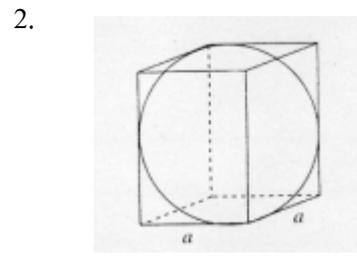
.....

แบบฝึกหัดที่ 2

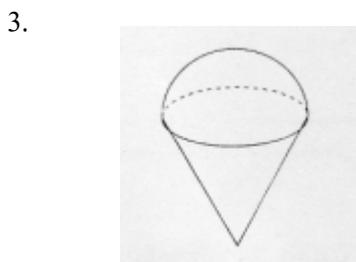
**คำสั่ง** รูปเรขาคณิตสามมิติในแต่ละข้อประกอบด้วยทรงสามมิติอะไรบ้าง



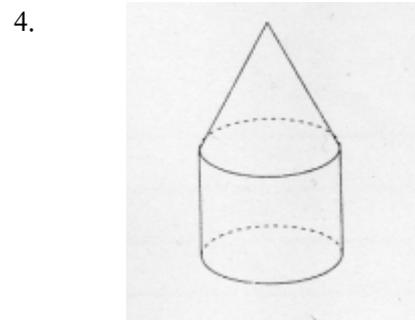
.....



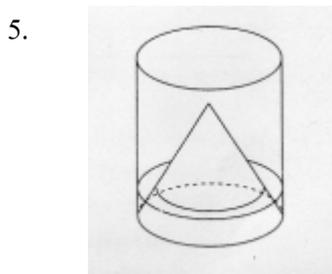
.....



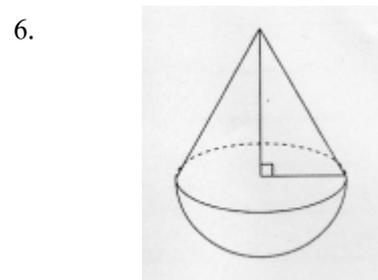
.....



.....

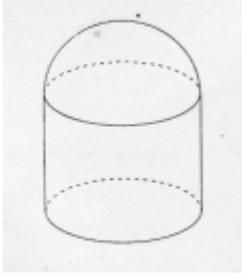


.....

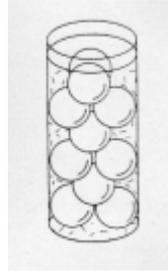


.....

7.



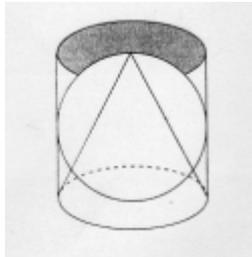
8.



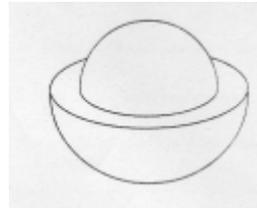
.....

.....

9.



10.



.....

.....

### แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

หน่วยการเรียนรู้ ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ      ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1  
เรื่อง ภาพของรูปเรขาคณิตสามมิติ (ต่อ)      เวลา 50 นาที

---

#### สาระสำคัญ

รูปเรขาคณิตสามมิติ เป็นรูปที่มีความกว้าง ความยาว และความสูง การเขียนภาพแสดงบนกระดาษจะต้องเขียนให้เห็นว่ามีส่วนหน้าหรือส่วนลึก จึงอาจใช้การแรเงาหรือการเขียนเส้นประช่วย หรือเขียนรูปในลักษณะเอียงเพื่อให้เห็นมุมมองด้านหลังของสิ่งนั้น

#### จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1. อธิบายลักษณะของรูปเรขาคณิตสามมิติได้
2. เขียนภาพของรูปเรขาคณิตสามมิติได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ นักเรียนมีความสามารถ

1. ในการให้เหตุผล
2. ในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอ

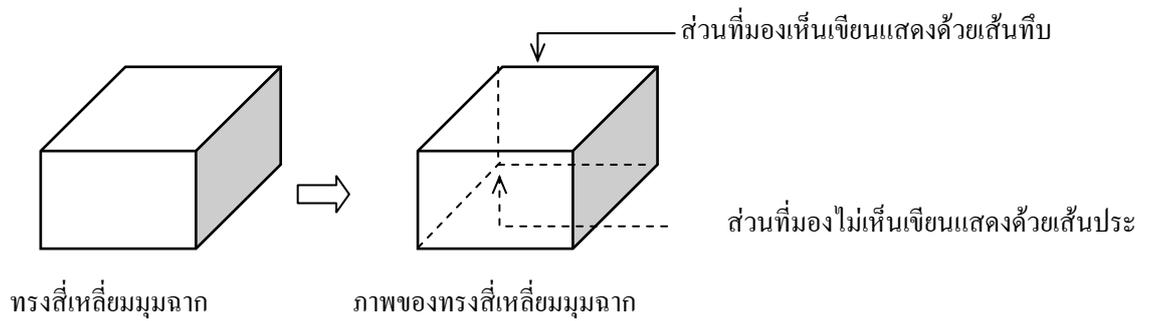
ด้านคุณลักษณะ นักเรียนมี

1. ความกล้าคิดและกล้าแสดงความคิดเห็น
2. ความสนใจและกระตือรือร้น
3. ความมีระเบียบในการทำงาน

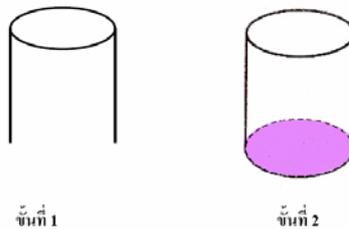
#### สาระการเรียนรู้

##### 1. การเขียนภาพของรูปเรขาคณิตสามมิติ

รูปเรขาคณิตสามมิติ เป็นรูปที่มีความกว้าง ความยาว และความสูง การเขียนภาพแสดงบนกระดาษจะต้องเขียนให้เห็นว่ามีส่วนหน้าหรือส่วนลึก จึงอาจใช้การแรเงาหรือการเขียนเส้นประช่วย หรือเขียนรูปในลักษณะเอียงเพื่อให้เห็นมุมมองด้านหลังของสิ่งนั้น



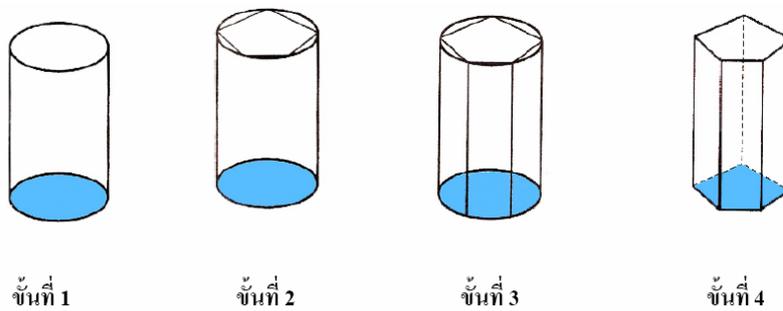
**1.1 การเขียนภาพของทรงกระบอก**



ขั้นที่ 1 เขียนวงรีแทนหน้าตัดที่เป็นวงกลม และเขียนส่วนของเส้นตรงสองเส้น แสดง ส่วนสูงของทรงกระบอก ดังรูป

ขั้นที่ 2 เขียนวงรีที่มีขนาดเท่ากับวงรีที่ใช้ในขั้นที่ 1 แทนวงกลมซึ่งเป็นฐานของ ทรงกระบอกและเขียนเส้นประแทนเส้นทึบตรงส่วนที่ถูกบัง

**1.2 การเขียนภาพของปริซึม**



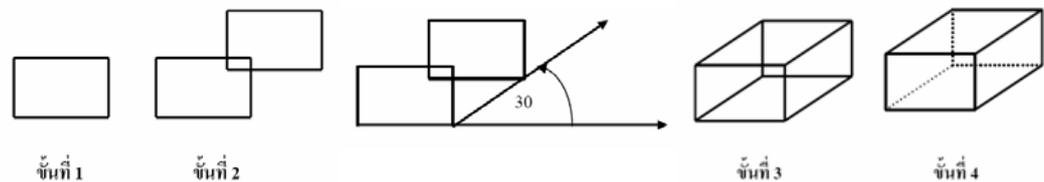
ขั้นที่ 1 เขียนทรงกระบอกตามวิธีการข้างต้น

ขั้นที่ 2 กำหนดจุดบนวงรีด้านบนเพื่อใช้เป็นจุดยอดของรูปเหลี่ยมที่เป็นฐานของปริซึมตามต้องการแล้วลากส่วนเส้นตรง เพื่อต่อจุดเหล่านั้น

ขั้นที่ 3 เขียนส่วนสูงของปริซึมจากจุดยอดของรูปเหลี่ยมที่ได้ในขั้นที่ 2 มาตั้งฉากกับวงด้านล่าง

ขั้นที่ 4 เขียนส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุดบนวงรีที่ได้ในขั้นที่ 3 และลบรอยส่วนโค้งของวงรี จะได้รูปหลายเหลี่ยมที่เป็นฐานของปริซึม แล้วเขียนเส้นประแทนด้านที่ถูกบังไว้

### 1.3 การเขียนภาพของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก



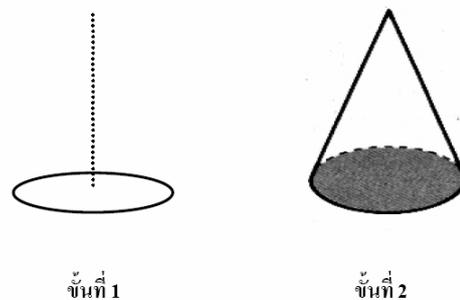
ขั้นที่ 1 เขียนรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก 1 รูป

ขั้นที่ 2 เขียนรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากขนาดเท่ากับรูปในขั้นที่ 1 อีก 1 รูป ให้อยู่ในลักษณะที่ขนานกันและเหลื่อมกันประมาณ 30 องศา ดังรูป

ขั้นที่ 3 ลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมต่อจุดให้ได้ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก

ขั้นที่ 4 เขียนเส้นประแทนด้านที่ถูกบัง

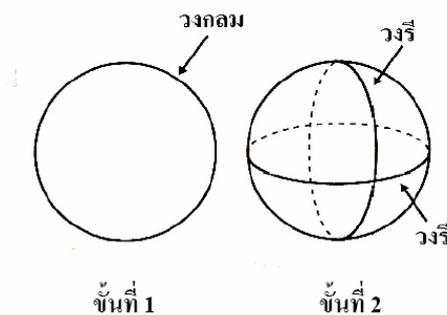
### 14 การเขียนภาพกรวย



ขั้นที่ 1 เขียนวงรีโดยให้เป็นฐานของกรวย แล้วลากเส้นตั้งฉากจากจุดศูนย์กลางของฐาน (เส้นประ)

ขั้นที่ 2 ลากเส้นจากขอบด้านยาวทั้งสองข้างของวงรี ไปสัมผัสกันที่จุดปลายสุดของเส้นตั้งฉาก ดังรูป

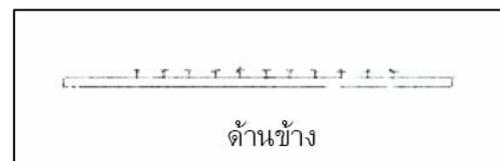
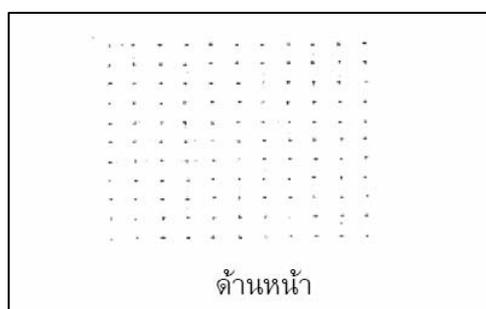
### 1.5 การเขียนทรงกลม



ขั้นที่ 1 วาดรูปวงกลม

ขั้นที่ 2 วาดรูปวงรีสองวงในแนวตั้งฉากและแนวนอนภายในวงกลมนั้น เพื่อทำให้เกิดการมองเห็นภาพที่มีความหนาลึก ดังรูป

**2. กระดานตะปู (Geoboard)** หมายถึง แผ่นไม้หรือแผ่นพลาสติกรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีการตีตารางเป็นช่องๆ บนกระดาน แล้วตอกตะปูในจุดตัดทุกจุดที่ห่างช่องละเท่าๆ กัน และใช้ยางรัดที่หัวตะปูเพื่อสร้างรูป เพื่อเป็นอุปกรณ์ในการเรียนการสอนในวิชาคณิตศาสตร์ เช่น สัดส่วน การแปลงทางเรขาคณิต การหาพื้นที่ของรูปเหลี่ยมต่างๆ การพิสูจน์ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ความน่าจะเป็น การบวก ลบ คูณ และหารเศษส่วน เป็นต้น



3. กระดาษไอโซเมตริก (Isometric paper) คือ กระดาษที่พิมพ์ด้วย 3 เซตของเส้นขนาน แต่ละเซตทำมุม 60 องศากับเซตอื่นๆ ใช้กระดาษไอโซเมตริกให้ง่ายขึ้นในการสร้างวัตถุอันหนึ่งและเกิดผลเป็นสามมิติ



### กิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูอธิบายเกี่ยวกับภาพของรูปเรขาคณิตสามมิติ โดยให้นักเรียนสังเกตสิ่งที่มีรูปร่างเป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก เช่น กล่องกระดาษหรือหนังสือเล่มหนาๆ ว่ามีลักษณะเป็นรูปเรขาคณิตสามมิติที่มีความกว้าง ความยาว ความสูงหรือความหนา มีมุมทุกมุมเป็นมุมฉาก แล้วให้นักเรียนดูรูปโครงสร้างของกล่องหรือหนังสือ ซึ่งจะเห็นว่ามุมของกล่องหรือหนังสือเป็นมุมฉาก

2. ครูให้นักเรียนสังเกตของจริงที่มีลักษณะเป็นรูปเรขาคณิตสามมิติ เปรียบเทียบกับรูปโครงสร้างของสิ่งนั้น เช่น แก้วน้ำทรงกระบอก กล่องกระดาษทรงต่างๆ เป็นต้น แล้วอภิปรายร่วมกันจนได้ข้อสรุปว่า “รูปเรขาคณิตสามมิติ เป็นรูปที่มีความกว้าง ความยาว และความสูง การเขียนภาพแสดงบนกระดาษจะต้องเขียนให้เห็นว่ามีส่วนหนาหรือส่วนลึก จึงอาจใช้การแรเงาหรือการเขียนเส้นประช่วย หรือเขียนรูปในลักษณะเอียงเพื่อให้เห็นมุมมองด้านหลังของสิ่งนั้น”

3. ครูแนะนำนักเรียนเกี่ยวกับการเขียนภาพของรูปเรขาคณิตสามมิติว่า นิยมใช้กระดาษจุดไอโซเมตริกช่วยในการเขียนภาพของรูปเรขาคณิตสามมิติ เนื่องจากทำให้ง่ายต่อการวาด จากนั้นแจกกระดาษจุดไอโซเมตริกให้นักเรียนเพื่อแนะนำการใช้กระดาษไอโซเมตริก โดยให้นักเรียนฝึกเขียนภาพของกล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุดไอโซเมตริก โดยครูเดินตรวจสอบความถูกต้อง

4. ครูเขียนภาพของรูปเรขาคณิตสามมิติ ได้แก่ ทรงกระบอก ปริซึม ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากกรวย และทรงกลมบนกระดานให้นักเรียนดู พร้อมทั้งอธิบายขั้นตอนในการวาดทีละขั้นตอน

5. ครูให้นักเรียนฝึกเขียนภาพของรูปเรขาคณิตสามมิติตามขั้นตอน โดยแจกใบงานที่ 3

ให้นักเรียนทำภายในเวลา 10 นาที จากนั้นครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยบนกระดาน โดยครูเป็นผู้ตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง

6. ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุปหลักการเขียนภาพของรูปเรขาคณิตสามมิติ จากนั้นครูเป็นผู้สรุปอีกครั้ง

7. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 3 “รูปเรขาคณิตสองมิติ คู่ รูปเรขาคณิตสามมิติ” ให้นักเรียนทำ โดยให้นักเรียนวาดรูปเรขาคณิตสองมิติเพื่อนำไปวาดต่อให้เป็นรูปเรขาคณิตสามมิติอื่นๆ ที่มีความหมายนอกเหนือจากที่วาดไปแล้วมาคนละ 1 รูป จากนั้นครูเป็นผู้ตรวจสอบความถูกต้อง

8. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 3 เป็นการบ้าน

### สื่อการเรียนรู้

1. ของจริงที่มีลักษณะเป็นรูปเรขาคณิตสามมิติ และรูปโครงสร้าง ได้แก่ แก้วน้ำ ทรงกระบอก กล้องกระดาษทรงสามมิติต่างๆ พีระมิด และปริซึม
2. กระดาษไอโซเมตริก
3. ใบงานที่ 3
4. ใบกิจกรรมที่ 3 “รูปเรขาคณิตสองมิติ คู่ รูปเรขาคณิตสามมิติ”
5. แบบฝึกหัดที่ 3

### การวัดผลและการประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถามและการมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม	1. นักเรียนส่วนใหญ่สามารถตอบคำถามได้อย่างถูกต้องและให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมต่างๆ เป็นอย่างดี
2. สังเกตจากการทำใบงานที่ 3	2. นักเรียนส่วนใหญ่สามารถทำใบงานที่ 3 ได้ถูกต้อง 86.7%
3. สังเกตจากการทำกิจกรรมที่ 3	3. นักเรียนส่วนใหญ่สามารถทำกิจกรรมที่ 3 ได้ถูกต้อง 95.6%
4. สังเกตจากการทำแบบฝึกหัดที่ 3	4. นักเรียนส่วนใหญ่สามารถทำแบบฝึกหัดที่ 3 ได้ถูกต้อง 91.9%

### บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

ในคาบนี้ นักเรียน ได้เรียนรู้เกี่ยวกับหลักการวาดรูปเรขาคณิตสามมิติ โดยใช้กระดาษจุดไอโซเมตริก นักเรียนส่วนใหญ่ไม่ทราบวิธีการใช้กระดาษจุดไอโซเมตริก แต่หลังจากที่ครูได้อธิบายและสาธิตการใช้แล้ว นักเรียนส่วนใหญ่สามารถใช้กระดาษจุดไอโซเมตริกได้อย่างคล่องแคล่ว ซึ่งสามารถสังเกตได้จากการทำใบงานที่ 3 และแบบฝึกหัดที่ 3 นักเรียนส่วนใหญ่สามารถทำใบงานและแบบฝึกหัดได้ถูกต้อง 86.7% และ 91.9% ตามลำดับ สำหรับการปฏิบัติกิจกรรมต่างๆ นักเรียนให้ความร่วมมือเป็นอย่างดี มีความสนใจ กล้าคิดกล้าแสดงความคิดเห็น มีความมีระเบียบเรียบร้อยในการทำงาน

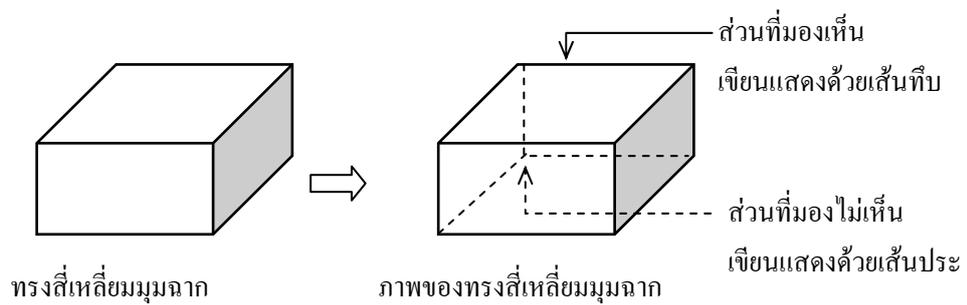
ด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ จากการถามตอบระหว่างครูกับนักเรียนทำให้ทราบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถให้เหตุผลในการตอบคำถามกับครูได้ดี และจากการออกมาเฉลยใบงานที่ 3 นักเรียนแต่ละคนที่เป็นตัวแทนนั้นมีวิธีการนำเสนอที่แตกต่างกันออกไป และสามารถวาดรูปเรขาคณิตสามมิติได้อย่างถูกต้องบนกระดาษจุดไอโซเมตริก

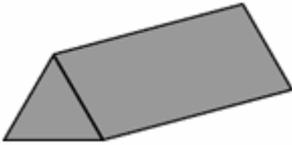
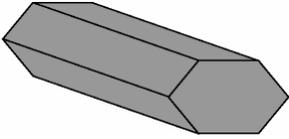
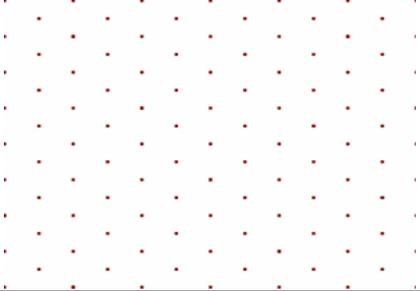
ปัญหาในการจัดการเรียนรู้ในคาบนี้ คือ มีนักเรียนจำนวน 4 – 5 คนที่ไม่สามารถวาดรูปเรขาคณิตสามมิติบนกระดาษจุดไอโซเมตริกได้ ครูจึงแนะนำการวาดรูปเรขาคณิตสามมิติบนกระดาษจุดไอโซเมตริกกับนักเรียนกลุ่มนี้อีกครั้งเป็นรายบุคคล ซึ่งหลังจากได้แนะนำไปแล้ว นักเรียนสามารถวาดรูปเรขาคณิตสามมิติบนกระดาษจุดไอโซเมตริกได้ดี แต่อาจซ้ำกว่านักเรียนคนอื่นๆ ที่เข้าใจหลักการวาดได้เป็นอย่างดีแล้ว

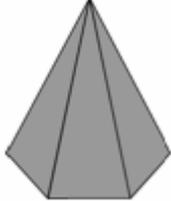
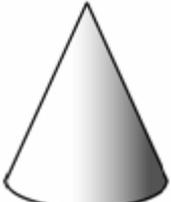
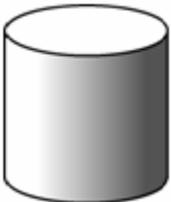
ใบงานที่ 3

**คำสั่ง** จงเขียนภาพของรูปเรขาคณิตสามมิติที่กำหนดให้ต่อไปนี้

**ตัวอย่าง**



รูปเรขาคณิตสามมิติ	ชื่อ	ภาพของรูปเรขาคณิตสามมิติ
	ปริซึมสามเหลี่ยม	
		
		

รูปเรขาคณิตสามมิติ	ชื่อ	ภาพของรูปเรขาคณิตสามมิติ
		
		
		
		



### กิจกรรมที่ 3 “รูปเรขาคณิตสองมิติสู่รูปเรขาคณิตสามมิติ”

#### อุปกรณ์

ใบกิจกรรม

#### กิจกรรมนี้เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ในด้าน

1. ความสามารถในการให้เหตุผล
2. ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอ

#### วิธีดำเนินกิจกรรม

1. เป็นกิจกรรมรายบุคคล
2. ให้นักเรียนวาดรูปเรขาคณิตสองมิติจากนั้นนำไปวาดเป็นรูปเรขาคณิตสามมิติที่มีความหมาย 1 รูป พร้อมทั้งชื่อรูปวาด

ใบกิจกรรมที่ 3  
 “รูปเรขาคณิตสองมิติ สู่ รูปเรขาคณิตสามมิติ”

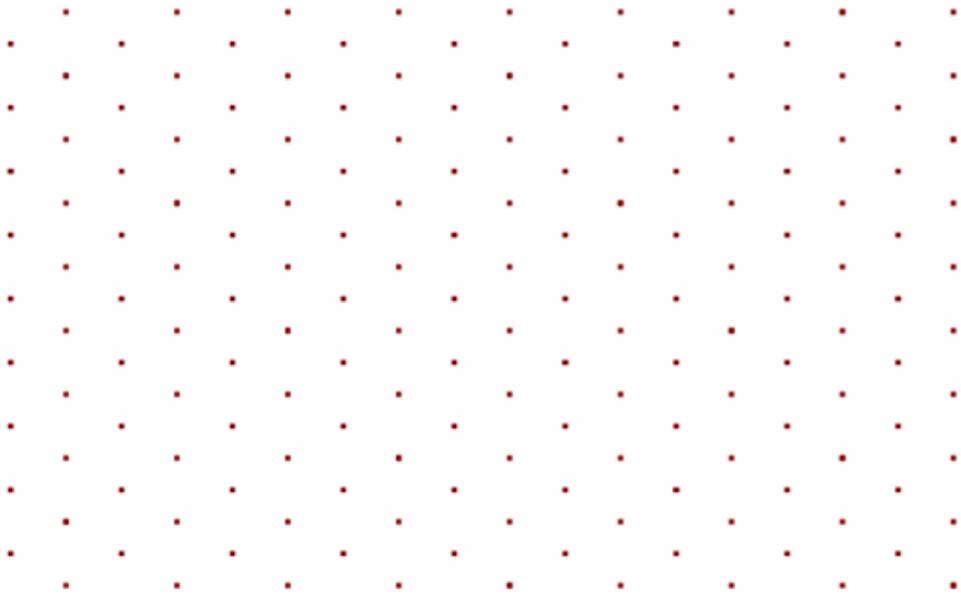
**คำสั่ง** ให้นักเรียนวาดรูปเรขาคณิตสองมิติจากนั้นนำไปวาดเป็นรูปเรขาคณิตสามมิติที่มีความหมาย  
 1 รูป พร้อมตั้งชื่อให้รูปวาด

รูปเรขาคณิตสองมิติ



รูปเรขาคณิตตามมิติ

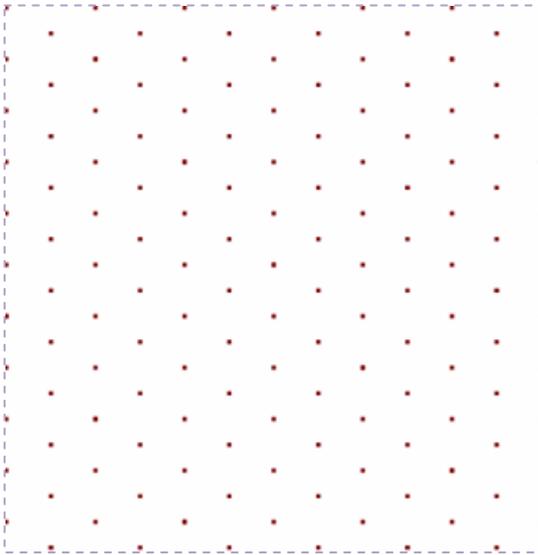
ชื่อรูป .....



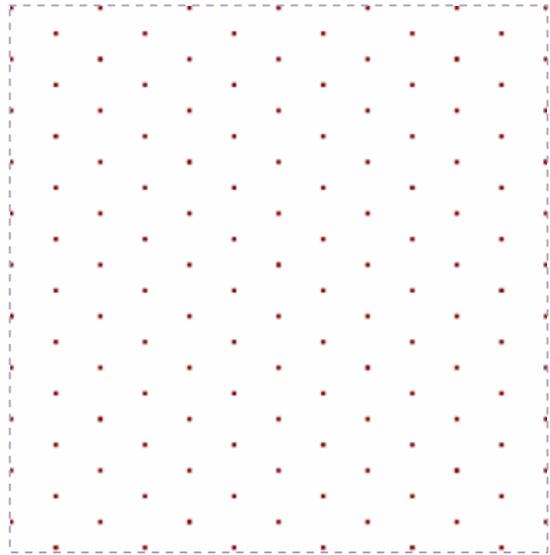
แบบฝึกหัดที่ 3

คำสั่ง จงเขียนภาพของรูปเรขาคณิตสามมิติที่แสดงลักษณะของสิ่งต่างๆ ต่อไปนี้บนกระดาษ  
ไอโซเมตริก

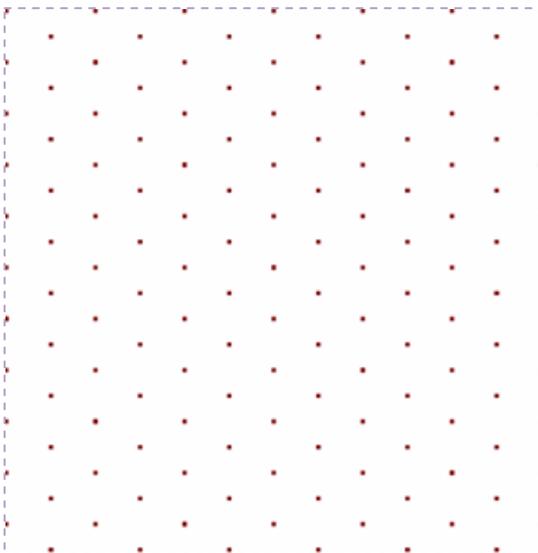
1. ปริซึมสามเหลี่ยม



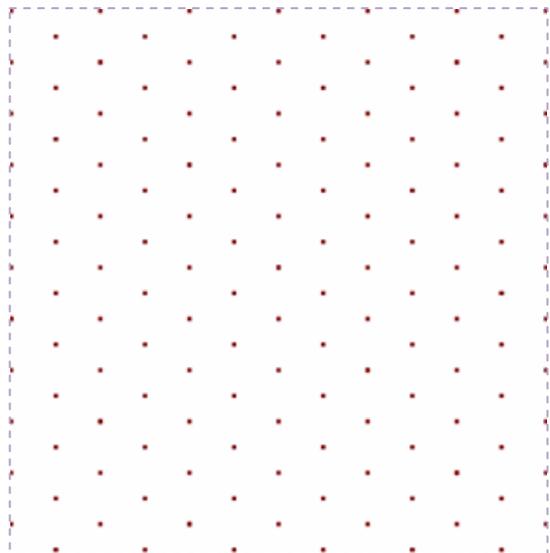
2. พีระมิดสี่เหลี่ยม

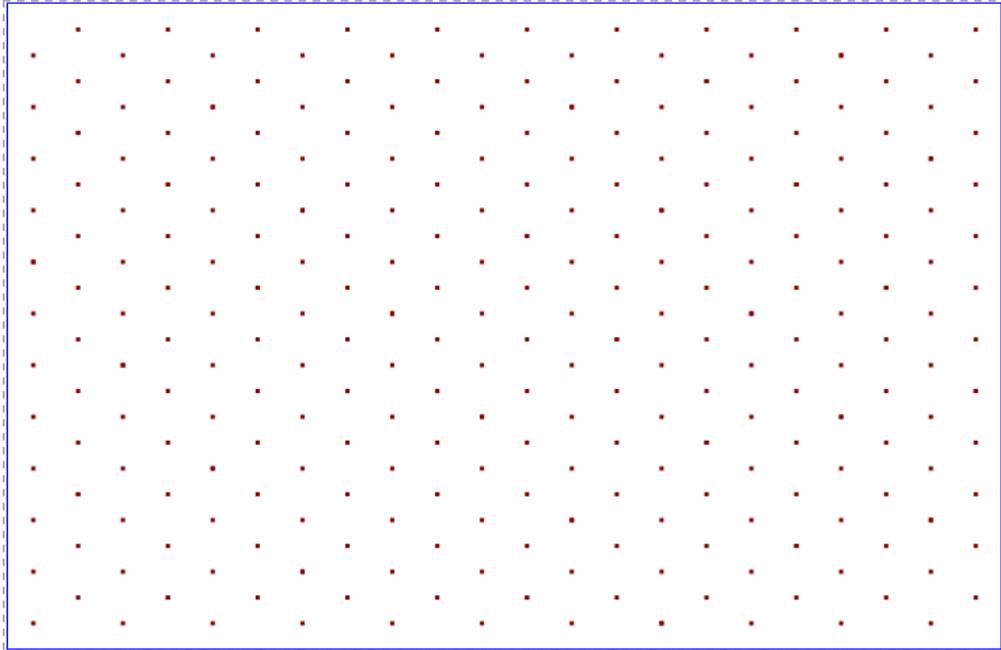
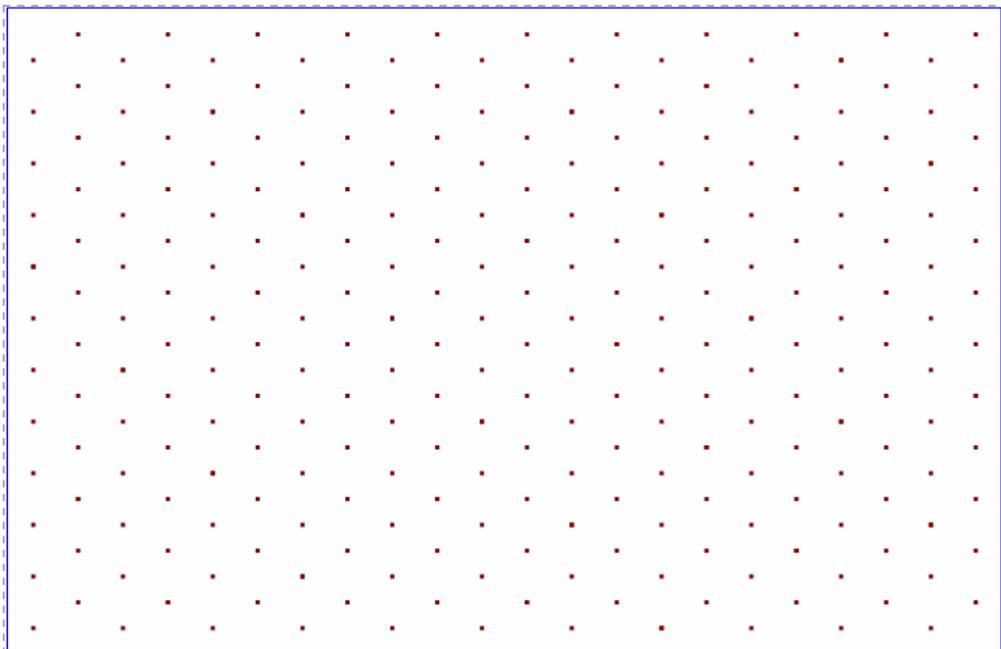


3. แจกัน



4. กระจ่างต้นไม้



**5. ตู้เสื้อผ้า****6. ชั้นวางของ**

### แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 และ 5

หน่วยการเรียนรู้ ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ      ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1  
เรื่อง รูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติ      เวลา 100 นาที

---

#### สาระสำคัญ

รูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติ คือ แบบที่แสดงลักษณะพื้นผิวทั้งหมดของรูปเรขาคณิตสามมิติ

#### จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1. อธิบายลักษณะของรูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติได้
2. นักเรียนสามารถพับรูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ นักเรียนมีความสามารถ

1. ในการแก้ปัญหา
2. ในการให้เหตุผล
3. ในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอ
4. ในการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ

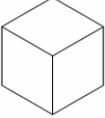
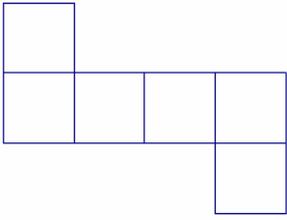
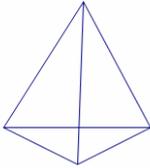
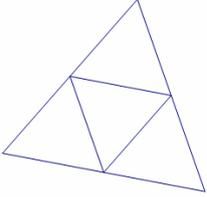
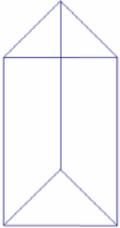
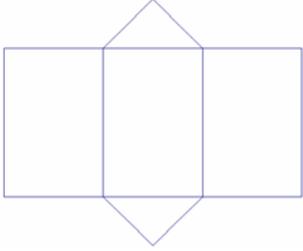
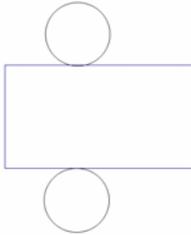
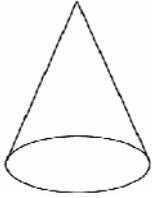
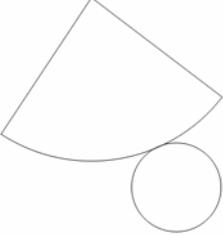
ด้านคุณลักษณะ นักเรียนมี

1. ความกล้าคิดและกล้าแสดงความคิดเห็น
2. ความสนใจและกระตือรือร้น
3. ความสามารถในการทำงานร่วมกับผู้อื่น
4. ความมีระเบียบเรียบร้อยในการทำงาน

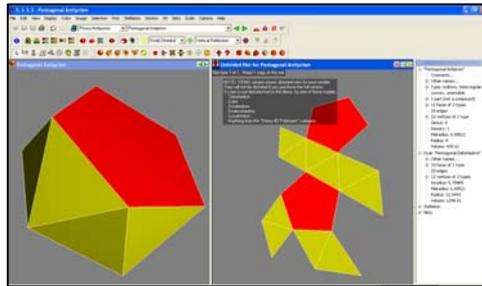
#### สาระการเรียนรู้

แบบที่แสดงลักษณะพื้นผิวทั้งหมดของรูปเรขาคณิตสามมิติ เรียกว่า รูปคลี่ของรูปเรขาคณิต ซึ่งแสดงได้ดังตัวอย่างต่อไปนี้

### 1. รูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติ

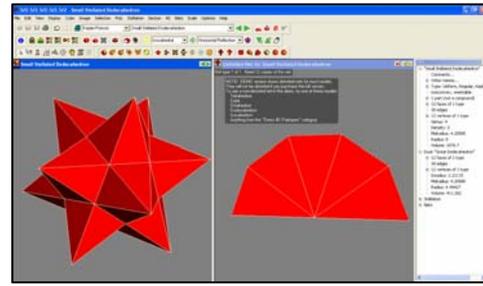
รูปเรขาคณิตสามมิติ	รูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติ
1) ลูกบาศก์ 	
2) พีระมิดฐานสามเหลี่ยม 	
3) ปริซึม 	
4) ทรงกระบอก 	
5) กรวย 	

## 2. รูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติ (แสดงด้วยโปรแกรม Stella4D)



รูปที่ 1

pentagonal antiprism

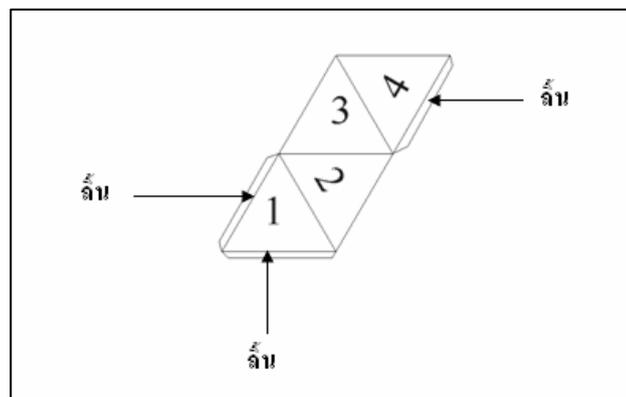


รูปที่ 2

small stellated dodecahedron

## 3. ส่วนประกอบของรูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติ

ประกอบด้วย 2 ส่วนคือ ส่วนที่เป็นแบบที่แสดงลักษณะพื้นผิวทั้งหมดของรูปเรขาคณิตสามมิติ ซึ่งหากมองจากรูปก็คือ รูปหมายเลขที่ 1, 2, 3 และ 4 และอีกหนึ่งส่วน คือ ส่วนที่เป็นเส้น ซึ่งเป็นตัวเชื่อมรูปทำให้รูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิตินั้นๆ มาประกอบกันเป็นทรงสามมิติได้



## กิจกรรมการเรียนรู้ (คาบที่ 4)

1. ครูถามนักเรียนเกี่ยวกับกล่องของขวัญที่นักเรียนมักนำมาใช้บรรจุของขวัญในเทศกาลต่างๆ ว่ามีลักษณะอย่างไร จากนั้นนำกล่องของขวัญที่เป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากมาแสดงให้เห็นนักเรียนดู แล้วให้นักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็นว่าถ้าแกะกล่องของขวัญออกแล้วแบบที่ได้จะมีลักษณะอย่างไร

2. ครูแกะกล่องของขวัญออกตามรอยพินึก แล้วแผ่ออกเป็นแผ่นให้เห็นส่วนที่เป็นรอยพับ และส่วนที่ติดพินึก จากนั้นครูเขียนแบบที่แสดงลักษณะพื้นผิวทั้งหมดของกล่องที่ได้บนกระดานให้นักเรียนดู และแนะนำว่าแบบที่แสดงลักษณะพื้นผิวทั้งหมดของรูปเรขาคณิตสามมิตินั้นเรียกว่ารูปคลี่ของรูปเรขาคณิต

3. ครูแสดงรูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติที่แบบไม่ซับซ้อนมากให้นักเรียนดูด้วยของจริงตามตัวอย่าง 1 และรูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติอื่นๆ ที่ซับซ้อนครูแสดงให้นักเรียนดูด้วยโปรแกรม Stella4D ตามตัวอย่างที่ 2

4. ครูให้นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 4 “ลูกเต๋า 6 ด้าน” ภายในเวลา 15 นาที โดยให้นักเรียนทำเป็นคู่ จากนั้นครูสุ่มนักเรียนออกมาอภิปรายผลที่ได้จากการทำกิจกรรมข้างต้น โดยครูเป็นผู้ตรวจสอบความถูกต้อง

5. ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุปเกี่ยวกับเรื่องรูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติ

6. ครูแจกแบบฝึกหัดที่ 4 ให้นักเรียนทำเป็นการบ้าน

### กิจกรรมการเรียนรู้ (คาบที่ 5)

1. ครูทบทวนเรื่องรูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติ โดยใช้โปรแกรม Stella4D แสดงรูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติต่างๆ เช่น ลูกบาศก์ ปริซึม พีระมิด หรือทรงกระบอก เป็นต้น แล้วให้นักเรียนตอบว่าเป็นรูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติชนิดใด

2. ครูนำรูปคลี่ของพีระมิดฐานสามเหลี่ยมมาแสดงให้นักเรียนดู จากนั้นสาธิตพร้อมอธิบายการพับกระดาษตามรอยเส้น โดยให้พับกระดาษขึ้นตามรอยเป็นเส้นทึบ และพับกระดาษลงตามรอยเส้นประ และรูปคลี่นั้นจะมีลิ้นที่จะเป็นส่วนที่ทำให้รูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิตินั้นๆ มาประกอบกันเป็นทรงสามมิติดังตัวอย่างที่ 3 จากนั้นครูแจกรูปคลี่ของลูกบาศก์ และปริซึมให้นักเรียนฝึกพับเป็นรูปเรขาคณิตสามมิติ

3. ครูให้นักเรียนทำกิจกรรมที่ 5 “สร้างกล่องกระดาษ” ภายในเวลา 15 นาที โดยแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 3 – 4 คน คละความสามารถกันทั้งเก่ง ปานกลาง และอ่อน ซึ่งแต่ละกลุ่มจะต้องออกแบบรูปคลี่ที่สามารถประกอบเป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีความจุอย่างน้อย 25 ลูกบาศก์เซนติเมตร แล้วสร้างกล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากด้วยกระดาษแข็ง โดยใช้รูปคลี่ที่สร้างขึ้นแล้วนำเสนอหน้าชั้นเรียน พร้อมเขียนแบบขนาดย่อที่ระบุความยาวแต่ละด้านของแบบลงในใบกิจกรรม

4. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเรื่องรูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติ

5. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 5 เป็นการทำบ้าน

### สื่อการเรียนรู้

1. กล้องกระดาษทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก
2. โปรแกรม Stella4D
3. ใบกิจกรรมที่ 4 “ลูกเต๋า 6 ด้าน” และ ใบกิจกรรมที่ 5 “สร้างกล้องกระดาษ”
4. แบบฝึกหัดที่ 4 และ แบบฝึกหัดที่ 5

### การวัดผลและการประเมินผล

#### คาบที่ 4

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถามและการมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม	1. นักเรียนส่วนใหญ่สามารถตอบคำถามได้อย่างถูกต้องและให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมต่างๆ เป็นอย่างดี
2. สังเกตจากการทำกิจกรรมที่ 4	2. นักเรียนส่วนใหญ่สามารถทำกิจกรรมที่ 4 ได้ถูกต้อง 90.6%
3. สังเกตจากการทำแบบฝึกหัดที่ 4	3. นักเรียนส่วนใหญ่สามารถทำแบบฝึกหัดที่ 4 ได้ถูกต้อง 100%

#### คาบที่ 5

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถามและการมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม	1. นักเรียนส่วนใหญ่สามารถตอบคำถามได้อย่างถูกต้องและให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมต่างๆ เป็นอย่างดี
2. สังเกตจากการทำกิจกรรมที่ 5	2. นักเรียนส่วนใหญ่สามารถทำกิจกรรมที่ 5 ได้ 89.6%
3. สังเกตจากการทำแบบฝึกหัดที่ 5	3. นักเรียนส่วนใหญ่สามารถทำแบบฝึกหัดที่ 5 ได้ถูกต้อง 76.4%

### บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

ในคาบที่ 4 นักเรียนส่วนใหญ่มีความรู้เดิมในเรื่องที่จะเรียนเป็นอย่างดี สามารถบอกได้ว่า รูปคลี่ใดเป็นของทรงสามมิติใด ให้ความสนใจในการทำกิจกรรมต่างๆ เป็นอย่างดี นักเรียนสามารถทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มได้ดีถ้อยทีถ้อยอาศัยกัน กล้าคิดและกล้าแสดงความคิดเห็น ทำให้การสอนในคาบนี้ค่อนข้างเป็นไปอย่างรวดเร็วเนื่องจากนักเรียนเข้าใจบทเรียนดีอยู่แล้ว

ด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ จากการถามตอบระหว่างครูกับนักเรียนทำให้ทราบว่านักเรียนสามารถให้เหตุผล สื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เคยได้เรียนไปแล้วในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในเรื่องรูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติได้ดี และจากการสังเกตนักเรียนในการทำกิจกรรมที่ 4 “ลูกเต๋า 6 ด้าน” นักเรียนมีการปรึกษา แลกเปลี่ยนความคิดเห็นกัน วางแผนแก้ปัญหา ซึ่งแต่ละกลุ่มมีวิธีการที่คล้ายๆ กันในการหาคำตอบ และมีการตรวจคำตอบหลังจากหาคำตอบได้แล้ว

สำหรับในคาบที่ 5 เป็นการจัดการเรียนรู้ที่ต่อเนื่องมาจากคาบที่ 4 ในคาบนี้ นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติจริงค่อนข้างมาก ซึ่งนักเรียนให้ความร่วมมือเป็นอย่างดี เมื่อไม่เข้าใจมีการซักถามกันตลอดเวลา ทั้งการพับรูปคลี่และการสร้างรูปคลี่ สำหรับการพับรูปคลี่นั้นนักเรียนสามารถพับได้อย่างสวยงามและดูเรียบร้อย ส่วนการสร้างรูปคลี่เป็นกิจกรรมกลุ่มที่นักเรียนส่วนใหญ่สามารถปฏิบัติได้อย่างถูกต้อง 89.6%

ด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล สื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ นำเสนอ และการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ

ปัญหาที่เกิดขึ้นในคาบนี้ คือ ในการทำกิจกรรมที่ 5 “สร้างกล่องกระดาษ” ในขั้นตอนของการออกแบบรูปคลี่ มีนักเรียน 5 กลุ่ม จากทั้งหมด 9 กลุ่มที่วาดรูปคลี่โดยมีลิ้นเป็นส่วนประกอบด้วย ส่วนกลุ่มที่เหลือนั้นวาดเฉพาะตัวแบบที่แสดงพื้นผิวเท่านั้น ครูจึงต้องอธิบายเพิ่มเติมเกี่ยวกับการสร้างรูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติเพื่อนำไปประกอบเป็นทรงสามมิติต่างๆ

## กิจกรรมที่ 4 “ลูกเต๋า 6 ด้าน”

### อุปกรณ์

ใบกิจกรรม

### กิจกรรมนี้เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ในด้าน

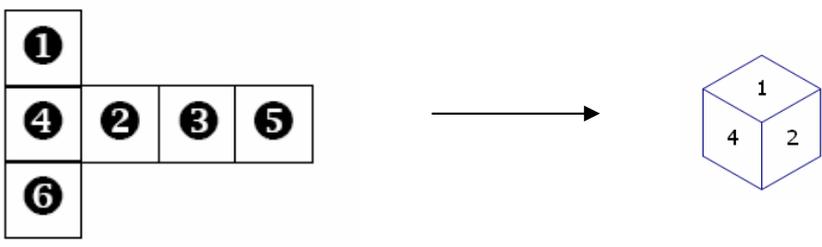
1. ความสามารถในการแก้ปัญหา
2. ความสามารถในการให้เหตุผล
3. ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอ

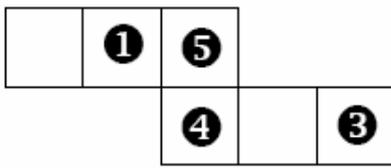
### วิธีดำเนินกิจกรรม

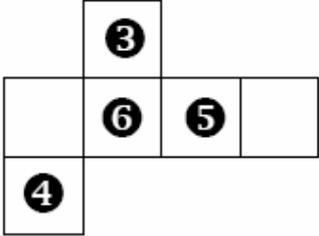
1. ให้แบ่งนักเรียนทำกิจกรรมเป็นคู่
2. ให้นักเรียนเติมตัวเลขที่หายไปลงในรูปคลี่ของลูกเต๋าทิ้งไว้ถูกต้อง

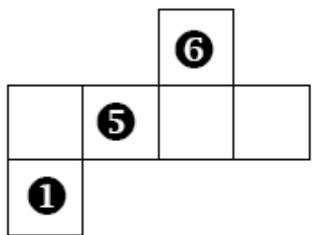
**ใบกิจกรรมที่ 4**  
**“ลูกเต๋า 6 ด้าน”**

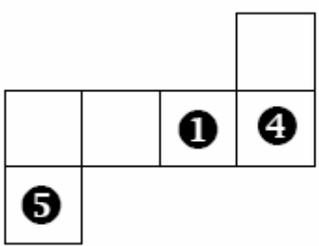
**คำสั่ง** จงเติมตัวเลขที่หายไปลงในรูปคลี่ของลูกเต๋าดังต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

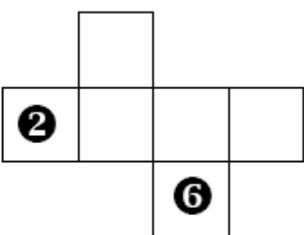
1. 

2. 

3. 

4. 

5. 

6. 



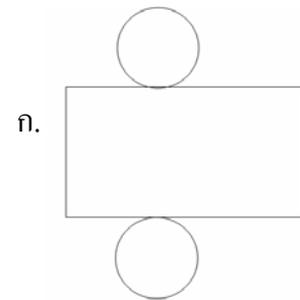
**แบบฝึกหัดที่ 4**

**คำสั่ง** จงจับคู่รูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติกับรูปเรขาคณิตสามมิติที่สัมพันธ์กันต่อไปนี้

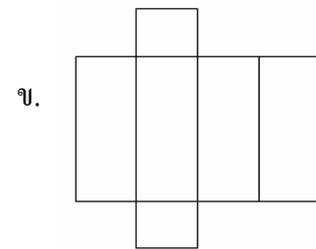
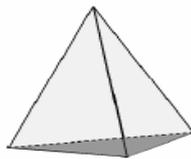
**รูปเรขาคณิตสามมิติ**

**รูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติ**

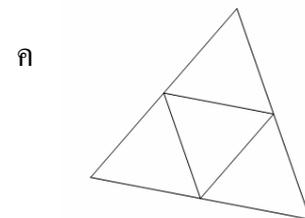
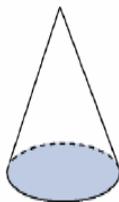
.....1



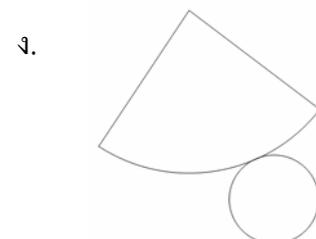
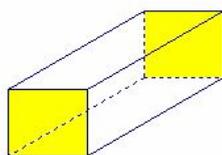
.....2



.....3



.....4



### กิจกรรมที่ 5 “สร้างกล่องกระดาษ”

#### อุปกรณ์

1. กระดาษแข็ง
2. กาว
3. กรรไกร
4. ใบกิจกรรม

#### กิจกรรมนี้เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ในด้าน

1. ความสามารถในการแก้ปัญหา
2. ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอ
3. ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ

#### วิธีดำเนินกิจกรรม

1. แบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 3 – 4 คน ซึ่งแต่ละความสามารถกันทั้งเก่ง ปานกลาง และอ่อน
2. ให้นักเรียนออกแบบรูปคลี่ที่สามารถประกอบเป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีความจุอย่างน้อย 25 ลูกบาศก์เซนติเมตร แล้วสร้างกล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากด้วยกระดาษแข็ง โดยใช้รูปคลี่ที่สร้างขึ้นแล้วนำเสนอหน้าชั้นเรียน พร้อมเขียนแบบขนาดย่อที่ระบุความยาวแต่ละด้านของแบบลงในใบกิจกรรม



**คำสั่ง** ให้นักเรียนวาดรูปคลี่ขนาดย่อของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีความจุอย่างน้อย 25 ลูกบาศก์  
เซนติเมตร พร้อมระบุความยาวแต่ละด้าน

อัตราส่วน .....



คำสั่ง จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. นำกระดาษ A4 หนึ่งแผ่น ม้วนให้ด้านกว้างของกระดาษแต่ละกัน จะได้ทรงกระบอกที่มีฐานปิด ไซหรือไม

.....

2. ความสูงของทรงกระบอกคือส่วนใดของกระดาษ A4

.....

3. ถ้าต้องการตัดกระดาษเป็นรูปวงกลมที่เป็นฐานของทรงกระบอกนี้ ความยาวรอบฐานเกี่ยวข้องกับส่วนใดของกระดาษ A4

.....

4. นักเรียนสามารถหารัศมีของวงกลมที่เป็นฐานของทรงกระบอกนี้ได้หรือไม่ ถ้าได้ทำอย่างไร

.....

## แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6

หน่วยการเรียนรู้ ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ      ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1  
เรื่อง หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ      เวลา 50 นาที

---

### สาระสำคัญ

เมื่อใช้ระนาบตัดรูปเรขาคณิตสามมิติ จะได้น้ำตัดหรือภาคตัดบนระนาบ รูปที่ได้จากการตัดจะเป็นรูปเรขาคณิตชนิดใด ขึ้นอยู่กับแนวการตัดและชนิดของรูปเรขาคณิตสามมิตินั้น

### จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1. เขียนภาพหน้าตัดที่เกิดขึ้นจากการใช้ระนาบตัดรูปเรขาคณิตสามมิติ ตามทิศทางที่กำหนดให้ได้
2. อธิบายหรือบอกลักษณะพร้อมทั้งเขียนภาพหน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติที่กำหนดให้ได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ นักเรียนมีความสามารถ

1. ในการสื่อสารและให้เหตุผล
2. ในการแก้ปัญหา
3. ในการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน

ด้านคุณลักษณะ นักเรียนมี

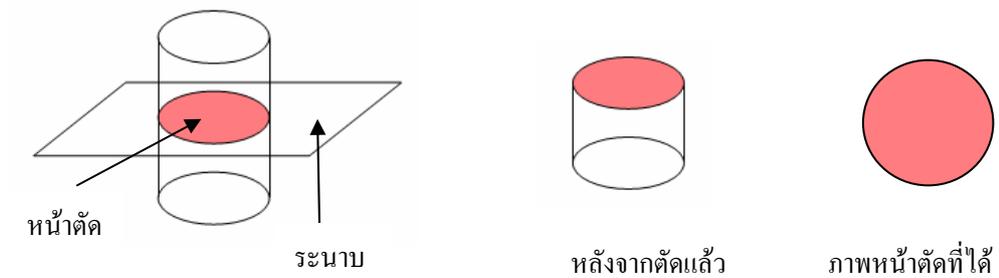
1. ความกล้าคิดและกล้าแสดงความคิดเห็น
2. ความสนใจและกระตือรือร้น
3. ความสามารถในการทำงานร่วมกับผู้อื่น
4. ความมีระเบียบเรียบร้อยในการทำงาน

### สาระการเรียนรู้

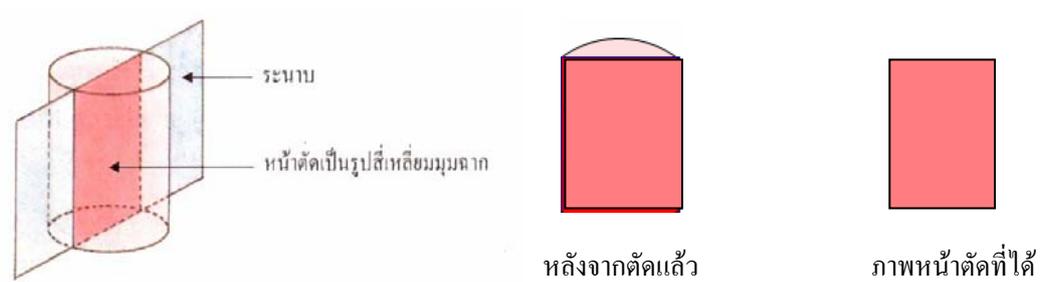
ระนาบ หมายถึง พื้นผิวแบนและเรียบที่แผ่ขยายออกไปอย่างไม่มีที่สิ้นสุด เมื่อใช้ระนาบตัดรูปเรขาคณิตสามมิติ จะได้น้ำตัดหรือภาคตัดบนระนาบ รูปที่ได้จากการตัดจะเป็นรูปเรขาคณิตชนิดใด ขึ้นอยู่กับแนวการตัดและชนิดของรูปเรขาคณิตสามมิตินั้น เช่น

# 1. หน้าตัดของทรงกระบอกที่ได้จากการใช้ระนาบตัดในแนวต่างๆ

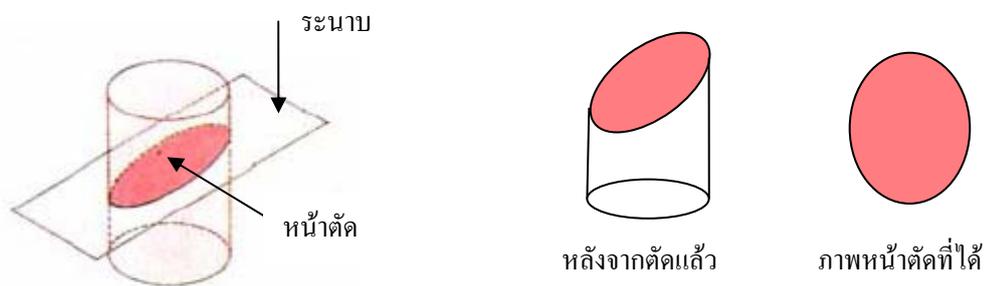
## 1.1 ใช้ระนาบตัดทรงกระบอกในแนวขนานกับฐาน



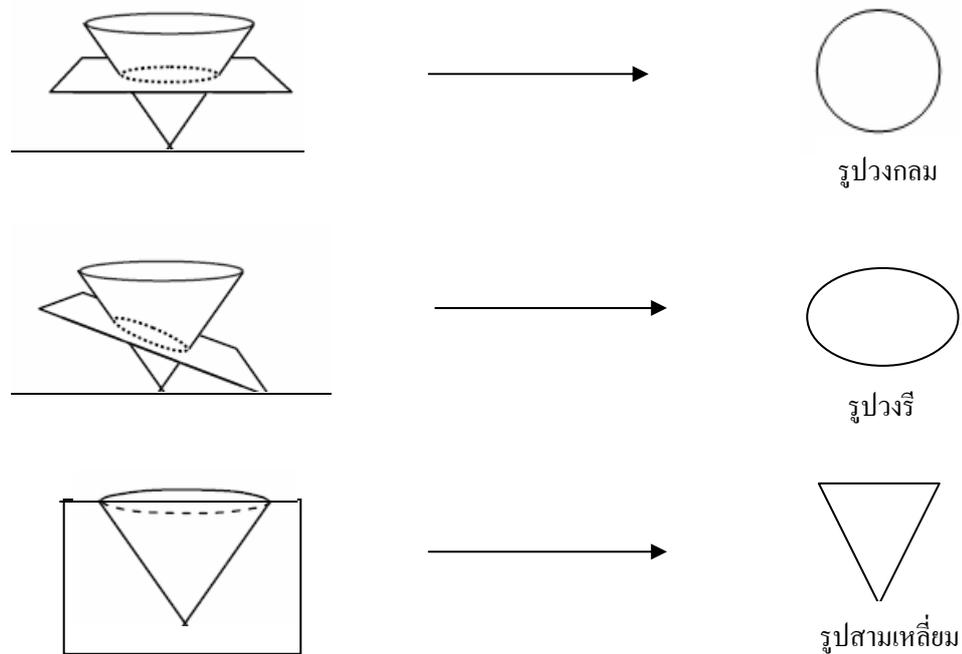
## 1.2 ใช้ระนาบตัดทรงกระบอกในแนวตั้งฉากกับฐาน



## 1.3 ใช้ระนาบตัดทรงกระบอกทำมุม 45 องศากับฐาน



## 2. หน้าตัดของกรวยที่ได้จากการใช้ระนาบตัดในแนวต่างๆ



### กิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูถามนักเรียนเกี่ยวกับการตัดสิ่งของว่าหากใช้มีดในการตัดของสิ่งหนึ่งที่มีลักษณะเป็นทรงสามมิติ เช่น ขนมหิงปอนด์ หรือเตงกวา หลังจากตัดแล้วจะมีรูปร่างเป็นอย่างไร ซึ่งคำตอบที่ได้จะมีหลากหลาย เพราะไม่ได้ระบุว่าใช้มีดตัดในลักษณะใด จากนั้นครูนำเตงกวามาตัดจริงในลักษณะต่างๆ ให้นักเรียนดู เพื่อเปรียบเทียบรูปร่างที่ได้

2. ครูสาธิตการใช้ระนาบตัดกรวยในลักษณะต่างๆ เช่น ตัดตามแนวนอน ตัดตามแนวตั้ง หรือตัดแบบเฉียง โดยใช้โมเดลกรวย พร้อมทั้งวาดรูปหน้าตัดที่ได้ให้นักเรียนดูบนกระดาน จากนั้นอธิบายให้นักเรียนฟังว่าการใช้ระนาบตัดรูปเรขาคณิตสามมิติ จะได้หน้าตัดหรือภาคตัดบนระนาบรูปที่ได้จากการตัดจะเป็นรูปเรขาคณิตสองมิติชนิดใด ขึ้นอยู่กับแนวการตัดและชนิดของรูปเรขาคณิตสามมิตินั้น

3. ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 6 เพื่อทดสอบความเข้าใจของนักเรียน โดยให้นักเรียนทำภายในเวลา 10 นาที จากนั้นครูเป็นผู้เฉลย

4. ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4-5 คน โดยแต่ละความสามารถกันทั้งเก่ง ปานกลาง และอ่อน เพื่อทำกิจกรรมที่ 6 “หน้าตัดเป็นรูปอะไร” โดยให้แต่ละกลุ่มเดิมคำตอบที่คาดว่าจะได้จากการตัดทรงกระบอก ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก และทรงกลมในแนวตั้งฉากกับฐาน ตัดใน

แนวนอนขนานกับฐาน ตัดในแนวทแยงทำมุม 45 องศากับฐาน ในช่องข้อความคาดการณ์ จากนั้น ครูให้ตัวแทนกลุ่มออกมาตัดจริง โดยครูนำส้ม ขนมหั่น และหมุยอ มาแทนทรงกลม ทรงสี่เหลี่ยม มุมฉาก และทรงกระบอก ตามลำดับจากนั้นให้นักเรียนบันทึกผลที่ได้ลงในใบกิจกรรมในช่องผลที่ได้จากการตัดจริงอีกครั้ง จากนั้นให้นำส่งครูเพื่อตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง

5. ครูให้นักเรียนใช้การถ่ายภาพและอภิปรายร่วมกันว่า ถ้าใช้ระนาบตัดรูปเรขาคณิตสามมิติอื่นๆ เช่น ปริซึม พีระมิด กรวย ทรงกลม ในทิศทางต่างๆ ภาพหน้าตัดที่ได้จะเป็นอย่างไร จากนั้นครูแสดงรูปหน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติในลักษณะต่างๆ ให้นักเรียนดูโดยใช้แผ่นภาพ

6. ครูให้นักเรียนสรุปเกี่ยวกับหน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ

7. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 6 เป็นกรบ้าน

### สื่อการเรียนรู้

1. โมเดลกรวย
2. แผ่นภาพที่แสดงรูปหน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติในลักษณะต่างๆ
3. แดงกวา ส้ม ขนมหั่น และหมุยอ
4. ใบงานที่ 6
5. ใบกิจกรรมที่ 6 “หน้าตัดเป็นรูปอะไร”
6. แบบฝึกหัดที่ 6

### การวัดผลและการประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถามและการมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม	1. นักเรียนส่วนใหญ่สามารถตอบคำถามได้อย่างถูกต้องและให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมต่างๆ เป็นอย่างดี
2. สังเกตจากการทำใบงานที่ 6	2. นักเรียนส่วนใหญ่สามารถทำใบงานที่ 6 ได้ถูกต้อง 87.3%
3. สังเกตจากการทำกิจกรรมที่ 6	3. นักเรียนส่วนใหญ่สามารถทำกิจกรรมที่ 6 ได้ถูกต้อง 96.6%

### การวัดผลและการประเมินผล (ต่อ)

การวัดผล	การประเมินผล
4. สังเกตจากการทำแบบฝึกหัดที่ 6	4. นักเรียนส่วนใหญ่สามารถทำแบบฝึกหัดที่ 6 ได้ถูกต้อง 89.7%

### บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

ในคาบนี้ นักเรียนส่วนใหญ่เข้าใจเนื้อหาได้อย่างรวดเร็ว เนื่องจากครูมีของจริงมาสาธิต ประกอบการสอน ทำให้นักเรียนเข้าใจบทเรียนได้ง่ายขึ้น ในคาบนี้ นักเรียนให้ความร่วมมือในการเรียนการสอนเป็นอย่างดี มีความกระตือรือร้นเป็นพิเศษในการทำกิจกรรมต่างๆ อยากมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม กล้าคิดและกล้าแสดงความคิดเห็น และในการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มนักเรียนสามารถปรับตัวและทำงานร่วมกับผู้อื่นได้

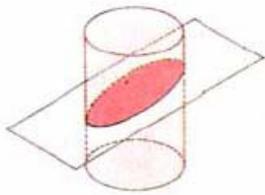
ในด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผล สื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอ จากการถามตอบและการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่ม นักเรียนมีการสื่อสารกันภายในกลุ่ม การแสดงความคิดเห็นต่างๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง มีการอธิบายและให้เหตุผลเมื่อเพื่อนนักเรียนคนใดคนหนึ่งภายในกลุ่มไม่เข้าใจ

ปัญหาที่เกิดขึ้นในคาบนี้ คือ มีนักเรียนบางคนที่ยังไม่เข้าใจความหมายของ “หน้าตัด” เพราะจากการทำใบงานที่ 6 นักเรียนบางคนใส่ชื่อรูปหน้าตัดเป็นชื่อรูปเรขาคณิตสามมิติ ครูจึงอธิบายเพิ่มเติมให้นักเรียนฟังอีกครั้งว่าหน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิตินั้นจะเป็นรูปเรขาคณิตสองมิติ

ใบงานที่ 6

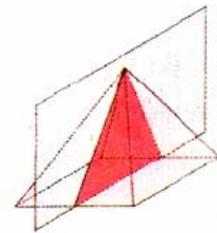
คำสั่ง จงบอกชื่อหน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติต่อไปนี้

1. ทรงกระบอก



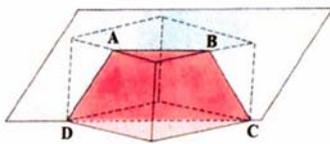
.....

2. พีระมิดฐานสี่เหลี่ยมมุมฉาก



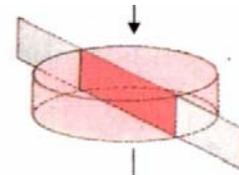
.....

3. ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก



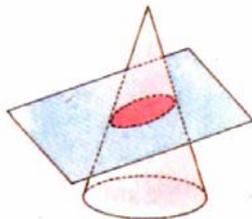
.....

4. ทรงกระบอก



.....

5. กรวย



.....

## กิจกรรมที่ 6 “หน้าตัดเป็นรูปอะไร”

### อุปกรณ์

1. ส้อม ขนมห้าน และหมูยอ
2. มีด
3. ใบกิจกรรม

### กิจกรรมนี้เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ในด้าน

1. ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอ
2. ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ

### วิธีดำเนินกิจกรรม

1. แบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4 – 5 คน ซึ่งคละความสามารถกันทั้งเก่ง ปานกลาง และอ่อน
2. ให้นักเรียนคาดการณ์คำตอบที่ได้จากการตัดทรงกระบอก (หมูยอ) ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก (ขนมห้าน) และทรงกลม (ส้อม) ในแนวตั้งฉากกับฐาน ตัดในแนวนอนขนานกับฐาน ตัดในแนวทแยง ทำมุม 45 องศากับฐาน ว่าหน้าตัดที่ได้เป็นรูปอะไร โดยบันทึกข้อมูลลงในใบกิจกรรม
3. เมื่อนักเรียนคาดการณ์คำตอบเสร็จแล้ว ให้ตัวแทนกลุ่มออกมาสาธิตการตัดจริงหน้าชั้นเรียน โดยครูคอยให้คำแนะนำ และตรวจสอบความถูกต้อง

**ใบกิจกรรมที่ 6**  
**“หน้าตัดเป็นรูปอะไร”**

**คำตั้ง** จงบันทึกข้อมูลที่ได้ลงในตารางข้างล่างต่อไปนี้

	รูปหน้าตัดที่ได้จากการตัด					
	ข้อความคาดการณ์			ผลที่ได้จากการตัดจริง		
	ในแนวตั้งฉากกับฐาน	ในแนวอนขนานกับฐาน	ในแนวทแยง ทำมุม 45 องศากับฐาน	ในแนวตั้งฉากกับฐาน	ในแนวอนขนานกับฐาน	ในแนวทแยง ทำมุม 45 องศากับฐาน
ทรงสามมิติ						
ทรงกระบอก						
ทรงสี่เหลี่ยม มุมฉาก						
ทรงกลม						



แบบฝึกหัดที่ 6

คำสั่ง จงบอกชื่อหน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติต่อไปนี้

1. ทรงกลม ที่ถูกตัดด้วยระนาบที่ขนานกับพื้นราบ

.....

2. กรวย ที่ถูกตัดด้วยระนาบที่ผ่านจุดยอด และตั้งฉากกับพื้นราบ

.....

3. พีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส ที่ถูกตัดด้วยระนาบที่ขนานกับพื้นราบ

.....

4. ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ถูกตัดด้วยระนาบในแนวเฉียง

.....

5. ทรงกระบอก ที่ถูกตัดด้วยระนาบที่ตั้งฉากกับพื้นราบ

.....

## แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7

หน่วยการเรียนรู้ ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1  
เรื่อง ภาพที่ได้จากการมองด้านหน้า (front view)  
ด้านข้าง (side view) และด้านบน (top view)  
ของรูปเรขาคณิตสามมิติ เวลา 50 นาที

---

### สาระสำคัญ

ภาพที่ได้จากการมองรูปเรขาคณิตสามมิติในมุมมองที่ต่างกัน อาจมองเห็นภาพที่ต่างกัน และภาพที่ได้จากการมองจากมุมมองด้านหน้า (front view) ด้านข้าง (side view) และด้านบน (top view) ซึ่งเป็นการมองวัตถุในด้านต่างๆ ในแนวตั้งฉากกับวัตถุนั้นๆ

### จุดประสงค์การเรียนรู้

**ด้านความรู้** นักเรียนสามารถระบุภาพสองมิติที่ได้จากการมองภาพที่ได้จากการมองด้านหน้า (front view) ด้านข้าง (side view) และด้านบน (top view) ของรูปเรขาคณิตสามมิติที่กำหนดให้ได้

**ด้านทักษะ/กระบวนการ** นักเรียนมีความสามารถ

1. ในการสื่อสารและให้เหตุผล
2. ในการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน

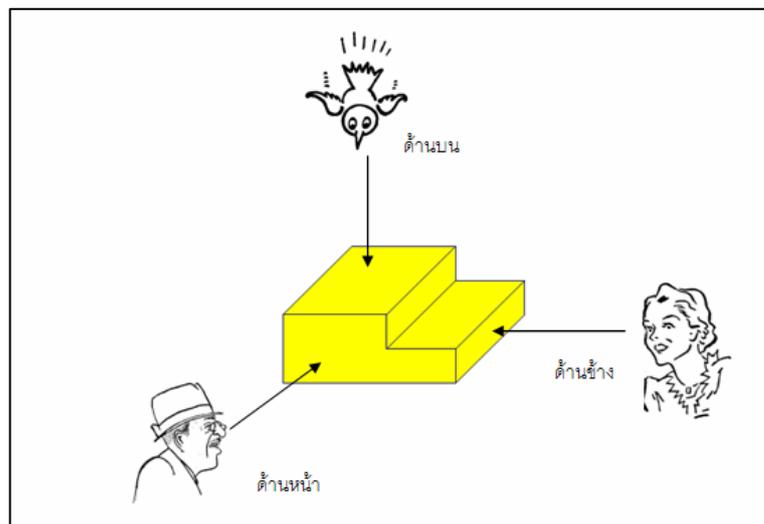
**ด้านคุณลักษณะ** นักเรียนมี

1. ความกล้าคิดและกล้าแสดงความคิดเห็น
2. ความสนใจและกระตือรือร้นในการเรียน
3. ความสามารถในการทำงานร่วมกับผู้อื่น

### สาระการเรียนรู้

การมองรูปเรขาคณิตสามมิติไปในทิศทางตั้งฉากกับแต่ละด้าน ทำให้เห็นภาพที่แตกต่างกัน ถ้ามีวัตถุวางอยู่คงรูป การมองมี 3 ด้าน คือ การมองจากมุมมองด้านหน้า (front view) ด้านข้าง (side view) และด้านบน (top view)

กำหนดทิศทางการมอง คือ ถ้าต้องการมองวัตถุจากทางด้านใดก็ให้หันค่านั้นเข้าหาตัว แล้วมองวัตถุนั้นในระดับสายตา แต่การมองทางด้านบนนั้นให้หันวัตถุมาทางด้านหน้าก่อนเสมอ แล้วจึงพลิกให้ด้านหลังเข้าหาตัวเพื่อทำการมอง ส่วนการมองทางด้านหน้าและด้านข้างของวัตถุสามารถหันค่านั้นๆ เข้าหาตัวได้เลยเพื่อทำการมอง ซึ่งการมองทางด้านหน้าจะอยู่ซ้ายมือของการมองทางด้านข้างเสมอ



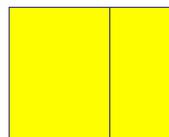
ถ้ามองจากทิศทางด้านหน้า ภาพที่ได้ คือ



ถ้ามองจากทิศทางด้านข้าง ภาพที่ได้ คือ

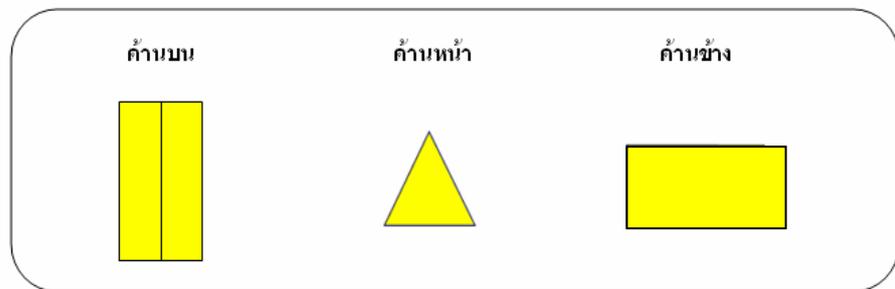
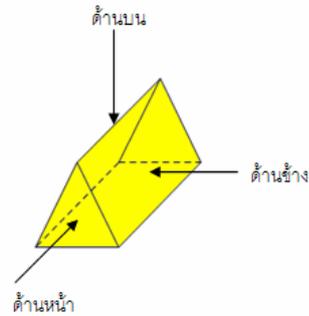


ถ้ามองจากทิศทางด้านบน ภาพที่ได้ คือ

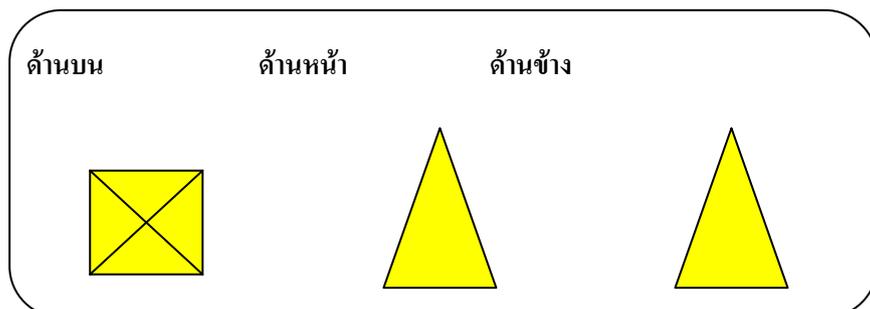
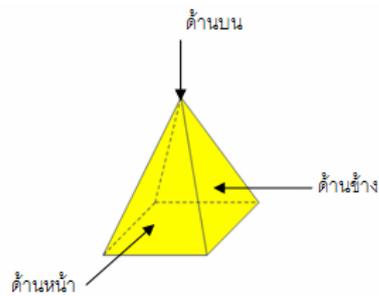


ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างภาพที่ได้จากการมอง

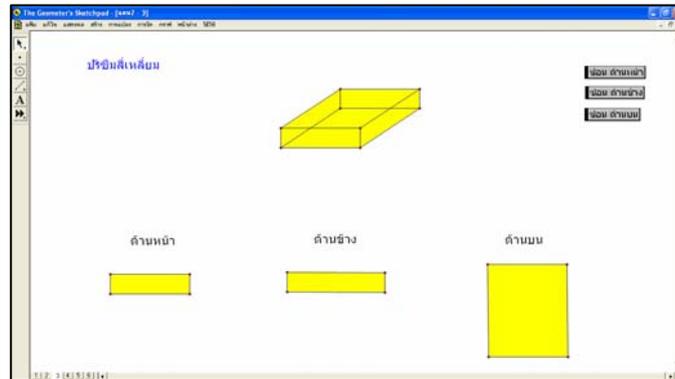
1 ภาพที่ได้จากการมองปริซึมสามเหลี่ยม



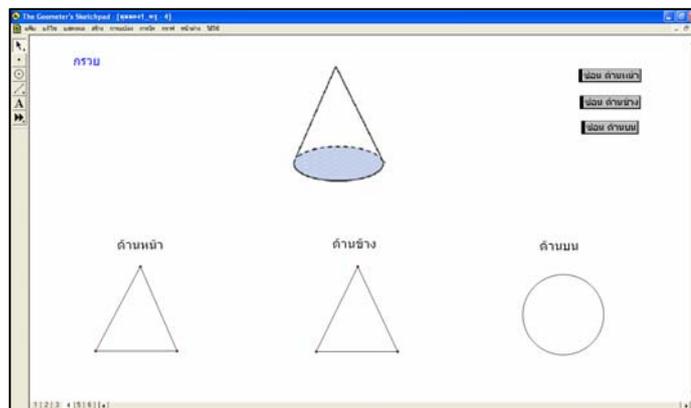
2 ภาพที่ได้จากการมองพีระมิดฐานสี่เหลี่ยม



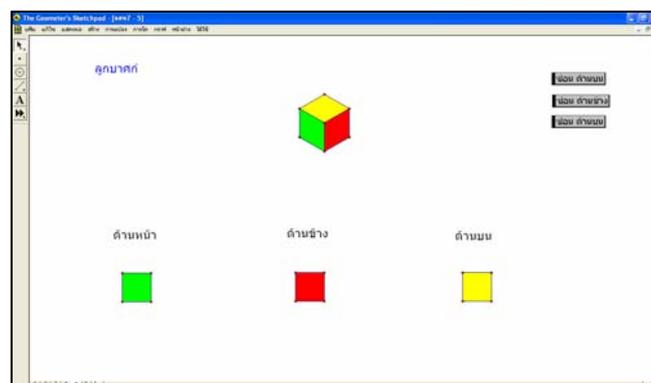
### 3 ภาพที่ได้จากการมองปริซึมสี่เหลี่ยม



### 4 ภาพที่ได้จากการมองกรวย



### 5 ภาพที่ได้จากการมองลูกบาศก์



### กิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูแสดงปริซึมสามเหลี่ยมและพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมให้นักเรียนดู แล้วให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับส่วนประกอบของปริซึมสามเหลี่ยมและพีระมิดฐานสี่เหลี่ยม เช่น จำนวนขอบ จำนวนจุดยอด จำนวนหน้า และลักษณะของหน้าของปริซึมสามเหลี่ยมและพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมว่าเป็นรูปเรขาคณิตสองมิติชนิดใดบ้าง

2. ครูอธิบายและแสดงตัวอย่างการมองปริซึมสามเหลี่ยมและพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจากมุมมองต่างๆ พร้อมบอกข้อกำหนดทิศทางการมอง ตามตัวอย่าง 1 และ 2

3. ครูให้นักเรียนร่วมกันตอบคำถามเกี่ยวกับภาพที่ได้จากการมองปริซึมสี่เหลี่ยม กรวย และลูกบาศก์ทางด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิตินั้น ตามตัวอย่าง 3, 4 และ 5 ตามลำดับ โดยครูตรวจสอบความถูกต้องและเฉลยให้นักเรียนดูด้วยโปรแกรม GSP (มุมมอง.gsp)

4. ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 7 ภายในเวลา 10 นาที จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันเฉลย

5. ครูแจกแผ่นภาพให้นักเรียนเพื่อทำกิจกรรมที่ 7 “ฉันมี เอมมี” โดยแต่ละคนจะได้แผ่นภาพที่แสดงมุมมองในด้านต่างๆ (ด้านหน้า ด้านข้าง หรือด้านบนอย่างใดอย่างหนึ่ง) ของรูปเรขาคณิตสามมิติและแผ่นภาพของรูปเรขาคณิตสามมิติ อย่างละ 2 รูป โดยครูเป็นผู้เริ่มด้วยการแสดงรูปเรขาคณิตสามมิติพร้อมระบุมุมมองที่ต้องการ ถ้านักเรียนคนใดมีรูปที่แสดงถึงมุมมองที่ครูระบุแล้ว ให้แสดงให้เพื่อนนักเรียนคนอื่นๆ ดู โดยครูและนักเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง ทำอย่างนี้ไปเรื่อยๆ จนใช้แผ่นภาพหมด นักเรียนคนที่ใช้แผ่นภาพหมดคนสุดท้ายถือว่าเป็นผู้แพ้

6. ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุปเกี่ยวกับหลักการมองวัตถุในมุมมองต่างๆ ทั้งด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบน

### สื่อการเรียนรู้

1. พีระมิดฐานสี่เหลี่ยม และปริซึมสามเหลี่ยม
2. โปรแกรม GSP (ไฟล์ มุมมอง.gsp)
3. ใบงานที่ 7
4. แผ่นภาพแสดงมุมมองในด้านต่างๆ ของรูปเรขาคณิตสามมิติ และแผ่นภาพของรูปเรขาคณิตสามมิติ (กิจกรรมที่ 7)

### การวัดผลและการประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถามและการมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม	1. นักเรียนส่วนใหญ่สามารถตอบคำถามได้อย่างถูกต้องและให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมต่างๆ เป็นอย่างดี
2. สังเกตจากการทำใบงานที่ 7	2. นักเรียนส่วนใหญ่สามารถทำใบงานที่ 7 ได้ถูกต้อง 89%
3. สังเกตจากการทำกิจกรรมที่ 7	3. นักเรียนส่วนใหญ่สามารถทำกิจกรรมที่ 7 ได้ถูกต้อง 94.1%

### บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

นักเรียนส่วนใหญ่สามารถเข้าใจบทเรียนได้ดี เนื่องจากครูใช้ของจริงมาแสดงให้นักเรียนดู ประกอบการอธิบายทำให้นักเรียนเข้าใจบทเรียนได้รวดเร็ว นักเรียนสามารถระบุภาพสองมิติที่ได้จากการมองทางด้านหน้า ด้านข้างและด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติที่กำหนดให้ได้ นักเรียนมีความสนใจ และมีความกระตือรือร้นในการเรียน ให้ความร่วมมือในการปฏิบัติกิจกรรมต่างๆ เป็นอย่างดี กล่าวคิดและกล้าแสดงความคิดเห็น เมื่อไม่เข้าใจบทเรียนนักเรียนจะถามครูเมื่อเพื่อนไม่สามารถอธิบายได้

ในด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ จากการถามตอบระหว่างครูกับนักเรียนแล้ว ทำให้ทราบว่านักเรียนสามารถสื่อสารและเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เคยได้เรียนไปแล้วได้เป็นอย่างดี ในเรื่องของจำนวนหน้า จำนวนขอบ และจำนวนจุดยอด และจากการปฏิบัติกิจกรรมที่ 7 “ฉันมี เรอมี” กิจกรรมนี้นักเรียนให้ความสนใจเป็นอย่างมากเพราะทุกคนมีส่วนร่วมในกิจกรรมทำให้นักเรียนเกิดการสื่อสารระหว่างกัน มีบางครั้งที่นักเรียนบางคนแสดงรูปมุมมองผิด แต่ก็จะมีนักเรียนคนอื่นคอยค้ำยันพร้อมให้เหตุผลว่าทำไมถึงผิด ซึ่งส่วนใหญ่แล้วที่ผิดคือ มุมมองทางด้านหน้าและด้านข้าง ซึ่งนักเรียนจะแสดงคำตอบสลับกัน



**คำสั่ง** จงจับคู่ภาพมุมมองทางด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบนกับรูปเรขาคณิตสามมิติ โดยนำตัวอักษรทางด้านขวามือที่มีความสัมพันธ์กันกับภาพด้านซ้ายมือมาใส่หน้าข้อ

**ภาพมุมมอง**

**รูปเรขาคณิตสามมิติ**

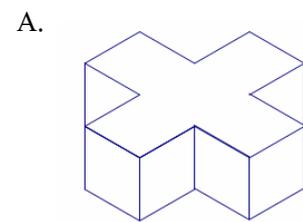
1.

ภาพด้านบน

.....

ภาพด้านหน้า

ภาพด้านข้าง



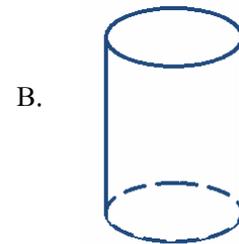
2.

ภาพด้านบน

.....

ภาพด้านหน้า

ภาพด้านข้าง



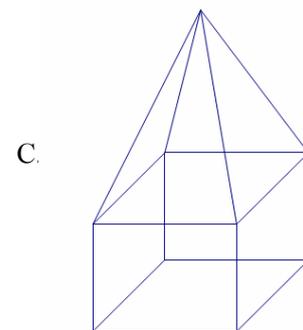
3.

ภาพด้านบน

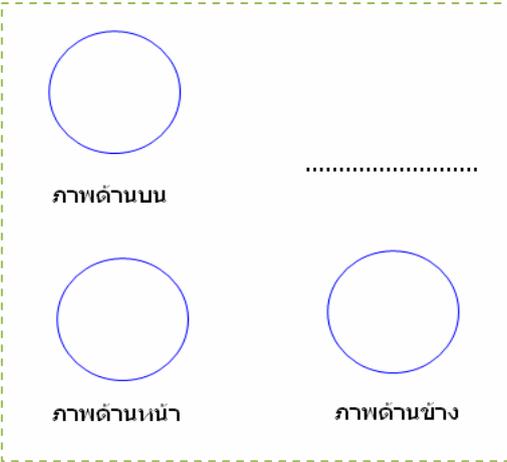
.....

ภาพด้านหน้า

ภาพด้านข้าง



4.

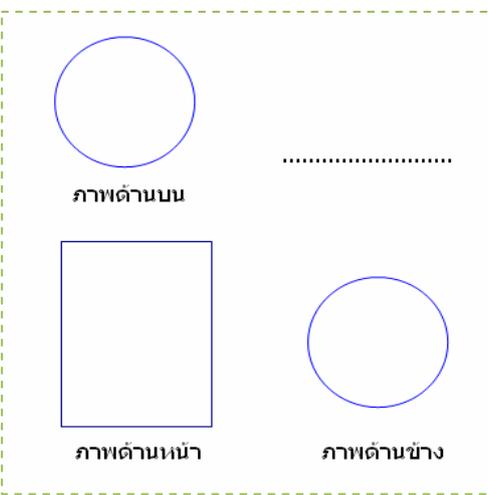


ภาพด้านบน

.....

ภาพด้านหน้า      ภาพด้านข้าง

5.

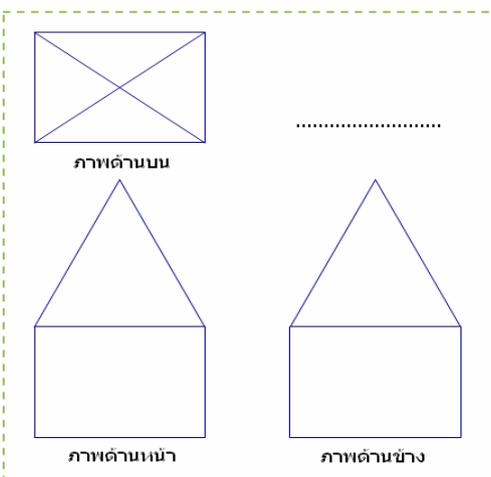


ภาพด้านบน

.....

ภาพด้านหน้า      ภาพด้านข้าง

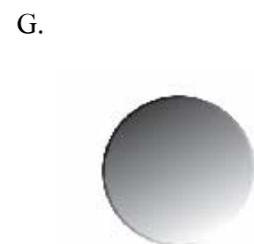
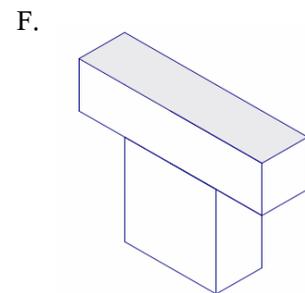
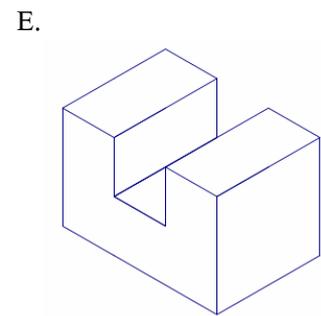
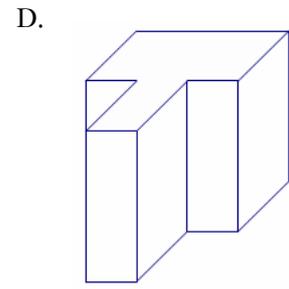
6.



ภาพด้านบน

.....

ภาพด้านหน้า      ภาพด้านข้าง



## กิจกรรมที่ 7 “ฉันมี เซอมี”

### อุปกรณ์

แผ่นภาพแสดงมุมมองในด้านต่างๆ ของรูปเรขาคณิตสามมิติ และแผ่นภาพของรูปเรขาคณิตสามมิติ

### กิจกรรมนี้เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ในด้าน

1. ความสามารถในการให้เหตุผล
2. ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอ

### วิธีดำเนินกิจกรรม

1. กิจกรรมนี้นักเรียนปฏิบัติร่วมกันทั้งชั้นเรียน
2. ครูแจกแผ่นภาพให้นักเรียน โดยแต่ละคนจะได้แผ่นภาพที่แสดงมุมมองในด้านต่างๆ (ด้านหน้า ด้านข้าง หรือด้านบนอย่างใดอย่างหนึ่ง) ของรูปเรขาคณิตสามมิติและแผ่นภาพของรูปเรขาคณิตสามมิติ อย่างละ 2 รูป
3. ครูเป็นผู้เริ่มด้วยการแสดงรูปเรขาคณิตสามมิติพร้อมระบุมุมมองที่ต้องการ หากนักเรียนคนใดมีรูปที่แสดงถึงมุมมองที่ครูระบุแล้ว ให้แสดงให้เพื่อนนักเรียนคนอื่นๆ ดู โดยครูและนักเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง จากนั้นให้นักเรียนคนเดิมแสดงแผ่นภาพรูปเรขาคณิตสามมิติพร้อมระบุมุมมองที่ต้องการ หากนักเรียนคนใดมีรูปที่แสดงถึงมุมมองที่ระบุแล้ว ให้แสดงให้เพื่อนนักเรียนคนอื่นๆ ดู ทำอย่างนี้ไปเรื่อยๆ จนใช้แผ่นภาพหมด คนที่ใช้แผ่นภาพหมดคนสุดท้ายถือว่าเป็นผู้แพ้

## แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8

หน่วยการเรียนรู้ ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ      ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1  
เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นด้วยลูกบาศก์      เวลา 50 นาที

---

### สาระสำคัญ

การเขียนภาพที่ได้จากการมองจากมุมมองด้านหน้า (front view) ด้านข้าง (side view) และด้านบน (top view) ของรูปเรขาคณิตสามมิติใช้เส้นทึบแสดงเฉพาะขอบนอกและขอบอื่นๆ ที่มองเห็นได้

### จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถเขียนภาพสองมิติที่ได้จากการมองภาพด้านหน้า (front view) ด้านข้าง (side view) และด้านบน (top view) ของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบจากลูกบาศก์ได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ นักเรียนมีความสามารถ

1. ในการสื่อสารและให้เหตุผล
2. ในการแก้ปัญหา
3. ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ

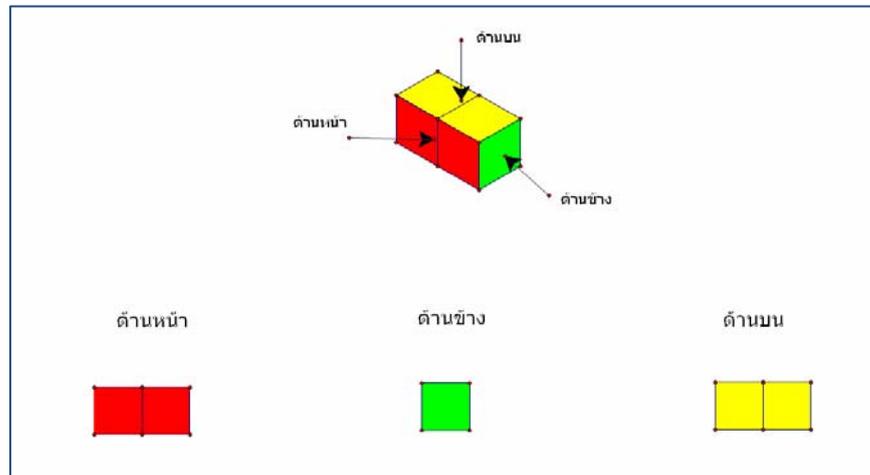
ด้านคุณลักษณะ นักเรียนมี

1. ความกล้าคิดและกล้าแสดงความคิดเห็น
2. ความสนใจและกระตือรือร้นในการเรียน
3. ความสามารถในการทำงานร่วมกับผู้อื่น

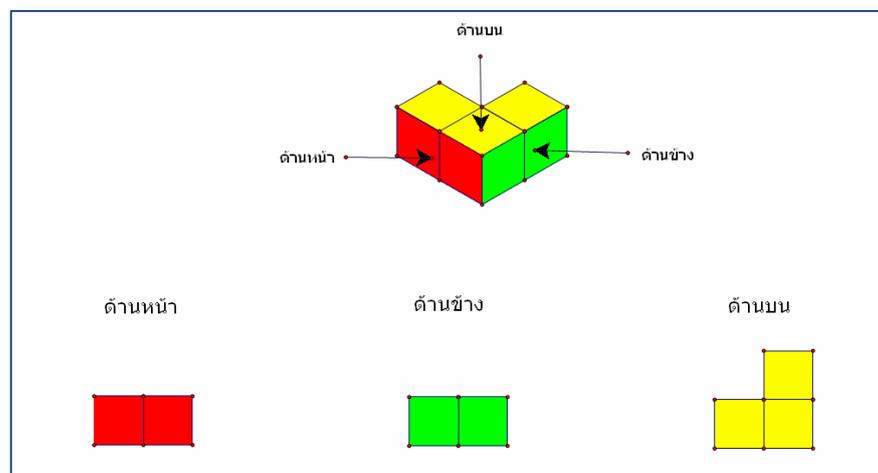
### สาระการเรียนรู้

การเขียนภาพที่ได้จากการมองจากมุมมองด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติใช้เส้นทึบแสดงเฉพาะขอบนอกและขอบอื่น ๆ ที่มองเห็นได้ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

1. ภาพมุมมองทางด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์



2. ภาพมุมมองทางด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์



กิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูนำลูกบาศก์ กรวย และปริซึมสามเหลี่ยมมาแสดงให้นักเรียนดูเพื่อทบทวนการมองรูปเรขาคณิตสามมิติในมุมมองทางด้านหน้า (front view) ด้านข้าง (side view) และด้านบน (top view) โดยใช้การถามตอบ

2. ครุณำลูกบาศก์มาวางเรียงกันดังในตัวอย่าง 1 และ 2 และสุ่มนักเรียนออกมาวาดรูปเรขาคณิตสองมิติที่ได้จากการมองทางด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบน โดยครูตรวจสอบความถูกต้องและเฉลยให้นักเรียนดูด้วยโปรแกรม GSP (ลูกบาศก์1.gsp)
3. ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 8 ภายในเวลา 15 นาที จากนั้นครูเฉลยให้นักเรียนดูด้วยโปรแกรม GSP
4. ครูให้นักเรียนจับคู่กันเพื่อทำกิจกรรมที่ 8 “รูปที่ซ่อนอยู่” โดยระหว่างทำครูเดินตรวจสอบความถูกต้องและคอยให้คำแนะนำกับนักเรียน เมื่อนักเรียนทำเสร็จแล้วครูสุ่มนักเรียนออกมาอภิปรายผลที่ได้จากการทำกิจกรรมหน้าห้องเรียน โดยครูตรวจสอบความถูกต้อง
5. ครูให้นักเรียนสรุปเรื่องการเขียนภาพที่ได้จากการมองจากมุมมองด้านหน้า (front view) ด้านข้าง (side view) และด้านบน (top view) ของการนำลูกบาศก์มาประกอบกันเป็นรูปเรขาคณิตสามมิติ
6. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 8 เป็นการบ้าน

### สื่อการเรียนรู้

1. ลูกบาศก์ กรวย และปริซึม
2. โปรแกรม GSP ไฟล์ ลูกบาศก์1.gsp
3. ใบงานที่ 8 “รูปที่ซ่อนอยู่”
4. ใบกิจกรรมที่ 8
5. แบบฝึกหัดที่ 8

### การวัดผลและการประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถามและการมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม	1. นักเรียนส่วนใหญ่สามารถตอบคำถามได้อย่างถูกต้องและให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมเป็นอย่างดี
2. สังเกตจากการทำใบงานที่ 8	2. นักเรียนส่วนใหญ่สามารถทำใบงานที่ 8 ได้ถูกต้อง 89.4%
3. สังเกตจากการทำกิจกรรมที่ 8	3. นักเรียนส่วนใหญ่สามารถทำกิจกรรมที่ 8 ได้ถูกต้อง 92.1%

### การวัดผลและการประเมินผล (ต่อ)

การวัดผล	การประเมินผล
4. สังเกตจากการทำแบบฝึกหัดที่ 8	4. นักเรียนส่วนใหญ่สามารถทำแบบฝึกหัดที่ 8 ได้ถูกต้อง 89.9%

### บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

นักเรียนสามารถเขียนภาพสองมิติที่ได้จากการมองภาพด้านหน้า (front view) ด้านข้าง (side view) และด้านบน (top view) ของการนำลูกบาศก์มาประกอบกันเป็นรูปเรขาคณิตสามมิติได้ นักเรียนให้ความร่วมมือในการปฏิบัติกิจกรรมต่างๆ สนใจเรียนและสามารถทำงานร่วมกับผู้อื่นได้

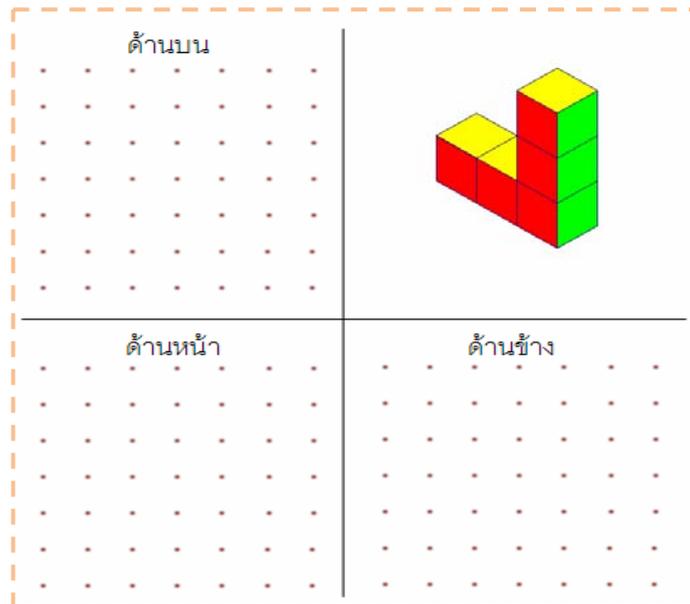
ในด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนต้องใช้ความรู้เรื่องภาพที่ได้จากการมองทางด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ ซึ่งจากการถามตอบระหว่างครูกับนักเรียนทำให้ทราบว่านักเรียนสามารถสื่อสารและเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เคยได้เรียนไปแล้วเป็นอย่างดี และจากการปฏิบัติกิจกรรมซึ่งให้นักเรียนทำเป็นคู่ นั้น นักเรียนสามารถสื่อสาร มีการถกเถียงถึงการได้มาซึ่งคำตอบว่าคำตอบที่ถูกต้องควรเป็นอย่างไร มีการคิดหาวิธีการแก้ปัญหาซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่ใช้ลูกบาศก์ที่ครูแจกให้ทำกิจกรรมตั้งแต่เริ่มเรียนมาใช้ประกอบการทำกิจกรรมนี้เพื่อแก้ปัญหา และเมื่อแต่ละคู่วางลูกบาศก์ครบแล้วครูได้สังเกตเห็นว่านักเรียนมีการตรวจสอบคำตอบเพื่อความแน่ใจ และจากการออกมออภิปรายและนำเสนอผลงานนักเรียนสามารถสื่อสารเพื่อให้เพื่อนนักเรียนคนอื่นๆ เข้าใจกระบวนการทำงานได้เป็นอย่างดี และเมื่อมีเพื่อนสงสัยหรือไม่เข้าใจก็สามารถให้เหตุผลได้

ปัญหาที่พบในคาบนี้ คือ จากการทำใบงาน กิจกรรม และแบบฝึกหัด นักเรียนส่วนใหญ่วาดภาพที่ได้จากมุมมองทางด้านบนผิด เนื่องจากลืมข้อกำหนดที่ว่า การเขียนภาพที่ได้จากมุมมองทางด้านบนจะต้องหันมุมมองทางด้านหน้าเข้าหาตัวก่อนแล้วจึงทำการมองภาพที่ได้จากมุมมองทางด้านบน ซึ่งครูได้แก้ไขปัญหานี้โดยการทบทวนให้นักเรียนฟังอีกครั้ง และให้นักเรียนนักเรียนแต่ละคนใช้เวลาในตอนเลิกเรียนมาท่องหลักการวาดภาพที่ได้จากมุมมองทางด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบน ของการนำลูกบาศก์มาประกอบกันเป็นรูปเรขาคณิตสามมิติ

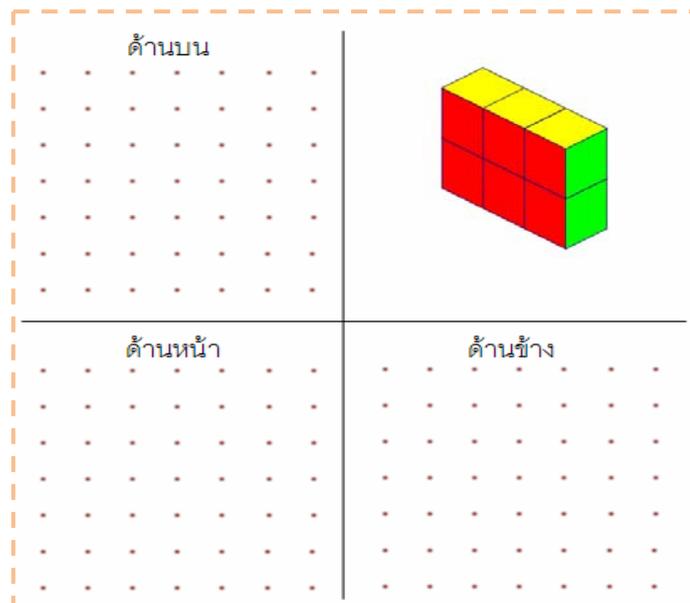
## ใบงานที่ 8

คำสั่ง จงเขียนภาพด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติต่อไปนี้

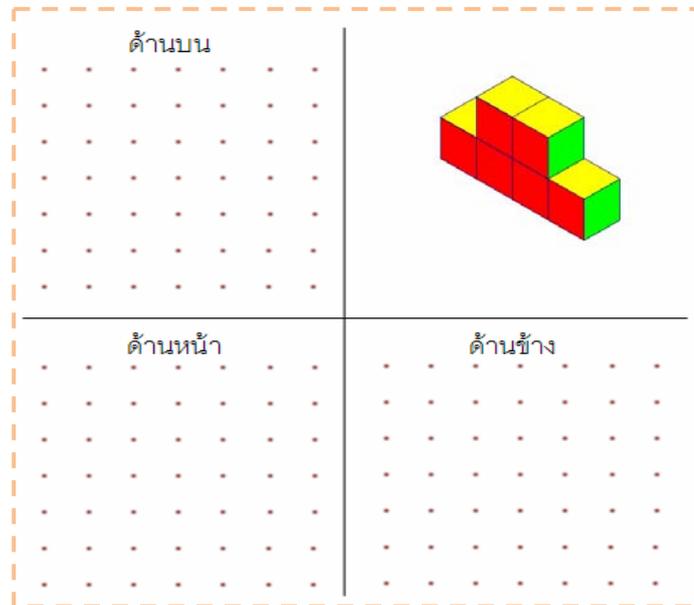
1.



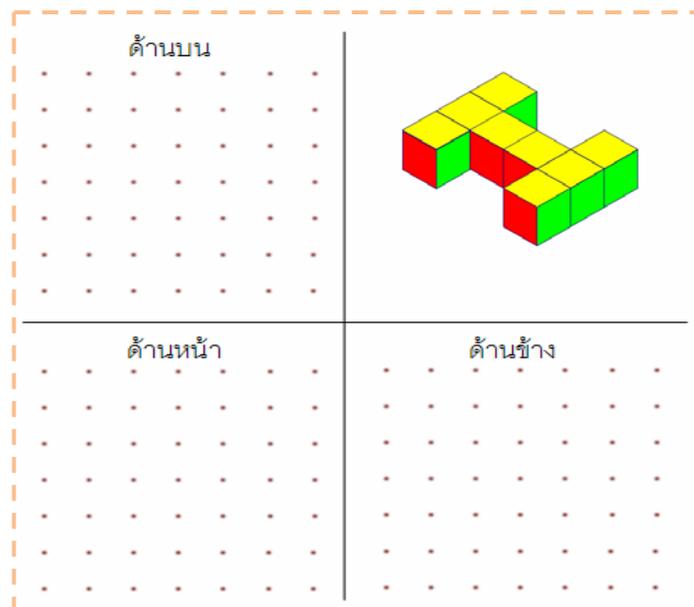
2.



3.



4.



## กิจกรรมที่ 8 “รูปที่ซ่อนอยู่”

### อุปกรณ์

1. ลูกบาศก์
2. ใบกิจกรรม

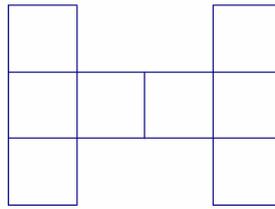
### กิจกรรมนี้เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ในด้าน

1. ความสามารถในการแก้ปัญหา
2. ความสามารถในการให้เหตุผล
3. ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอ

### วิธีดำเนินกิจกรรม

1. แบ่งนักเรียนให้ทำกิจกรรมเป็นคู่
2. ให้นักเรียนวาดภาพที่ได้จากมุมมองทางด้านหน้า และด้านข้างของการนำลูกบาศก์มาประกอบกันเป็นรูปเรขาคณิตสามมิติ ที่มีปริมาตร 10 ลูกบาศก์หน่วย เมื่อกำหนดภาพมุมมองที่ได้จากทางด้านบนมาให้

ใบกิจกรรมที่ 8  
“รูปที่ซ่อนอยู่”

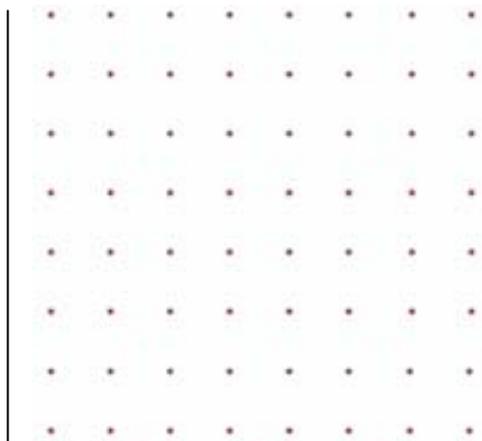


จากรูป เป็นภาพที่ได้จากมุมมองทางด้านบนของการนำลูกบาศก์ 1 หน่วย มาประกอบกันเป็นรูปเรขาคณิตสามมิติ ถ้ารูปเรขาคณิตสามมิตินี้มีปริมาตร 10 ลูกบาศก์หน่วย จงวาดรูปที่ได้จากมุมมองทางด้านหน้า และด้านข้าง

มุมมองด้านหน้า



มุมมองด้านข้าง

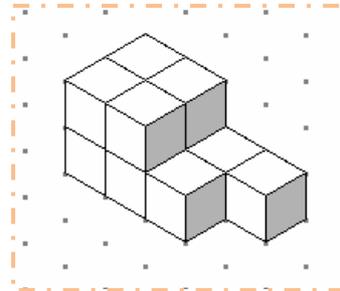


## แบบฝึกหัดที่ 8

**คำสั่ง** จงเขียนภาพด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติต่อไปนี้

1.

ด้านบน



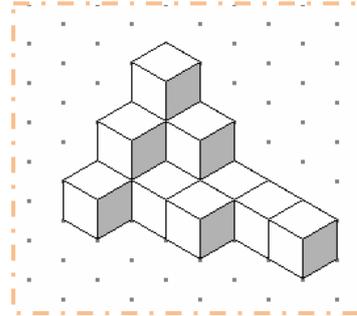
ด้านหน้า



ด้านข้าง



2. ด้านบน

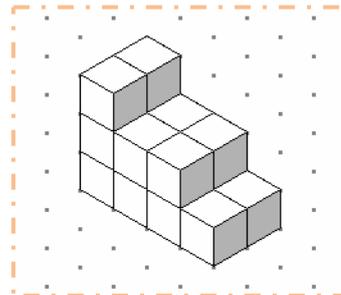


ด้านหน้า

ด้านข้าง



3. ด้านบน



ด้านหน้า

ด้านข้าง



## แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9

หน่วยการเรียนรู้ ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ      ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1  
เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นด้วยลูกบาศก์ (ต่อ)      เวลา 50 นาที

---

### สาระสำคัญ

การเขียนภาพที่ได้จากมุมมองทางด้านต่างๆ ของการนำลูกบาศก์มาประกอบกันเป็นรูปเรขาคณิตสามมิติโดยระบุตัวเลขแสดงจำนวนลูกบาศก์กำกับไว้ จะทำให้การประกอบลูกบาศก์เป็นรูปเรขาคณิตสามมิติใช้จำนวนลูกบาศก์เท่ากันและประกอบได้รูปเรขาคณิตสามมิติรูปเดียวกัน

### จุดประสงค์การเรียนรู้

**ด้านความรู้** นักเรียนสามารถเขียนภาพสองมิติพร้อมระบุตัวเลขแสดงจำนวนลูกบาศก์ที่ได้จากมุมมองทางด้านหน้า (front view) ด้านข้าง (side view) และด้านบน (top view) ของการนำลูกบาศก์มาประกอบกันเป็นรูปเรขาคณิตสามมิติที่กำหนดให้ได้

**ด้านทักษะ/กระบวนการ** นักเรียนมีความสามารถ

1. ในการสื่อสารและให้เหตุผล
2. ในการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน

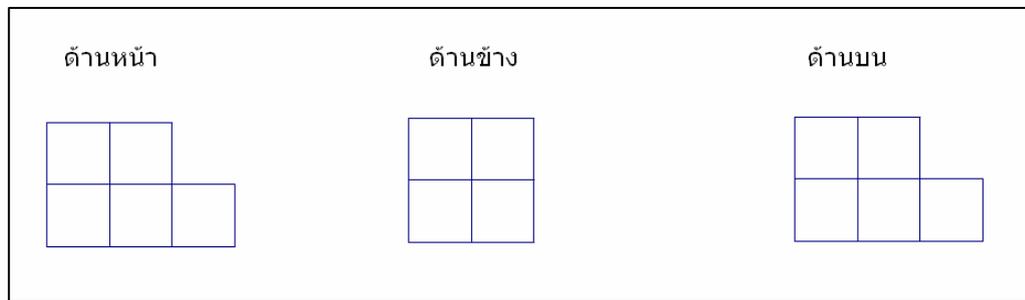
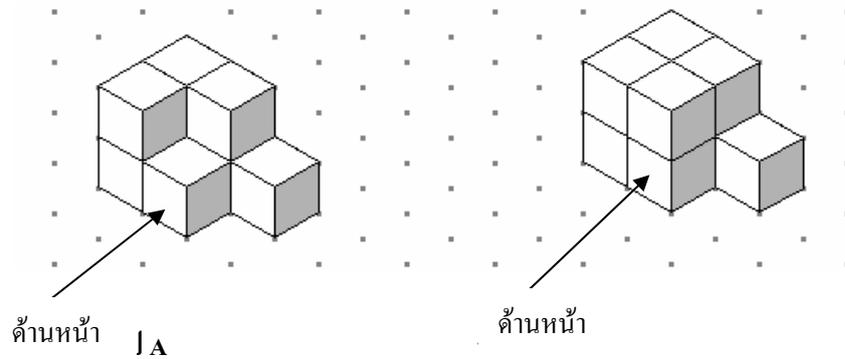
**ด้านคุณลักษณะ** นักเรียนมี

1. ความกล้าคิดและกล้าแสดงความคิดเห็น
2. ความสนใจและกระตือรือร้น
3. ความสามารถในการทำงานร่วมกับผู้อื่น
4. ความมีระเบียบเรียบร้อยในการทำงาน

### สาระการเรียนรู้

ภาพที่ได้จากการมองจากมุมมองด้านหน้า (front view) ด้านข้าง (side view) และด้านบน (top view) ของการนำลูกบาศก์มาประกอบกันเป็นรูปเรขาคณิตสามมิติภาพเดียวกัน อาจใช้จำนวนลูกบาศก์ไม่เท่ากันในการประกอบให้เป็นรูปเรขาคณิตสามมิตินั้น

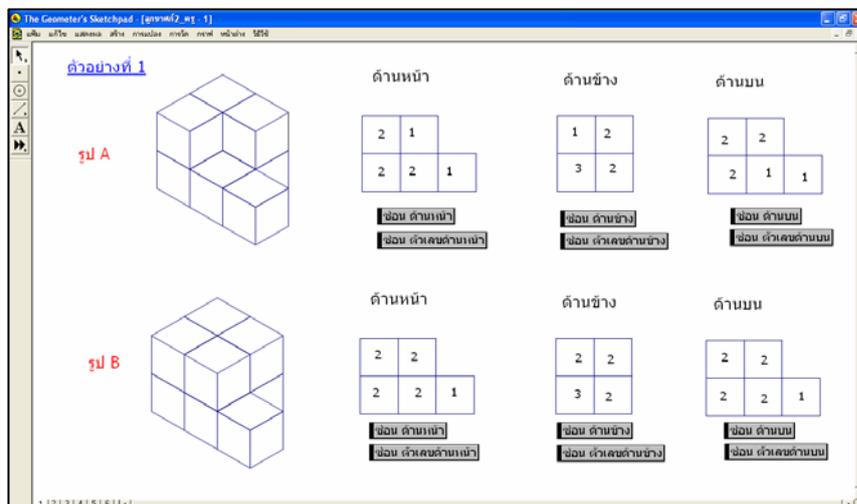
ภาพมุมมองทางด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ

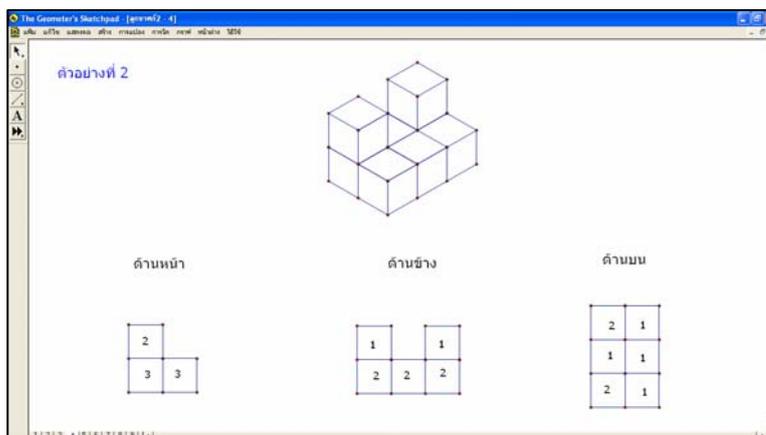


การเขียนภาพที่ได้จากมุมมองด้านหน้า (front view) ด้านข้าง (side view) และด้านบน (top view) ของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นมาจากลูกบาศก์โดยระบุจำนวนลูกบาศก์กำกับไว้ จะทำให้การประกอบลูกบาศก์ให้เป็นรูปเรขาคณิตสามมิติใช้จำนวนลูกบาศก์เท่ากันและประกอบได้รูปเรขาคณิตสามมิติรูปเดียวกัน ดังตัวอย่างต่อไปนี้

1. ภาพมุมมองทางด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ

เมื่อใส่ตัวเลขแสดงจำนวนลูกบาศก์





### กิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูแจกเอกสารประกอบการสอนชุดที่ 1 ให้นักเรียน จากนั้นทบทวนการเขียนภาพที่ได้จากมุมมองทางด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ โดยให้นักเรียนเขียนภาพที่ได้จากมุมมองทางด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบนของรูป A และ B ในตัวอย่าง 1 โดยผู้สอนนักเรียนออกมาวาดรูปบนกระดาน ส่วนนักเรียนที่เหลือให้วาดลงในเอกสารประกอบการสอนชุดที่ 1

2. ครูให้นักเรียนสังเกตภาพมุมมองทางด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบนของรูป A และรูป B ซึ่งจะพบว่าภาพมุมมองทางด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบนของรูป A และ B ที่ได้เหมือนกัน ทั้งด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบน แต่รูปเรขาคณิตสามมิติ A และ B แตกต่างกัน

3. ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า ถ้ามีการระบุตัวเลขแสดงจำนวนลูกบาศก์ที่เรียงซ้อนกัน จะทำให้เห็นข้อแตกต่างของรูปทั้งสองได้ จากนั้นให้นักเรียนช่วยกันเขียนตัวเลขแสดงจำนวนลูกบาศก์ลงในภาพด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบน ดังตัวอย่าง 1 ครูเฉลยคำตอบให้นักเรียนดู โดยใช้โปรแกรม GSP (ลูกบาศก์2.gsp)

4. ครูแสดงภาพมุมมองทางด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ระบุตัวเลขแสดงจำนวนลูกบาศก์ให้นักเรียนดูเพิ่มเติม จากนั้นให้นักเรียนฝึกเขียนตัวเลขแสดงจำนวนลูกบาศก์ลงในภาพด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ในใบงานที่ 9 ภายในเวลา 15 นาที โดยระหว่างทำครูเดินตรวจสอบความถูกต้องและคอยให้คำแนะนำนักเรียน จากนั้นครูเฉลยคำตอบ

5. ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4 – 5 คน ซึ่งคละความสามารถกันทั้งเก่ง ปานกลาง และอ่อน เพื่อทำกิจกรรมที่ 9 “บิงโกแสนสนุก” โดยแต่ละกลุ่มได้รับบัตรภาพ 2 ใบ ขนาด 3 x 3 ที่ภายในเป็นรูปที่ได้จากการมองด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติต่างๆ โดยครูแสดงรูปเรขาคณิตสามมิติ ถ้ากลุ่มใดมีรูปที่แสดงมุมมองในด้านต่างๆ ทั้งด้านหน้า

ด้านข้าง หรือด้านบนแล้วให้นำแผ่นกระดาษที่มีหมายเลขข้อมาปิดรูปนั้นๆ ไว้ ถ้ากลุ่มใดสามารถปิดรูปเรียงกันได้ 3 รูปก่อน (แนวตั้ง แนวนอน หรือแนวทแยง) จะเป็นผู้ชนะ โดยครูและนักเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

6. ครูให้นักเรียนสรุปเรื่องการเขียนภาพที่ได้จากการมองจากมุมมองด้านหน้า (front view) ด้านข้าง (side view) และด้านบน (top view) ของการนำลูกบาศก์มาประกอบกันเป็นรูปเรขาคณิตสามมิติ

7. ครูแจกแบบฝึกหัดที่ 9 ให้นักเรียนทำเป็นการบ้าน

### สื่อการเรียนรู้

1. โปรแกรม GSP ไฟล์ ลูกบาศก์2.gsp
2. เอกสารประกอบการสอนชุดที่ 1
3. บัตรภาพขนาด 3 x 3 ที่แสดงรูปที่ได้จากการมุมมองทางด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ (กิจกรรมที่ 9 “บิงโกแสนสนุก”)
4. ใบงานที่ 9
5. แบบฝึกหัดที่ 9

### การวัดผลและการประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถามและการมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม	1. นักเรียนส่วนใหญ่สามารถตอบคำถามได้อย่างถูกต้องและให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมเป็นอย่างดี
2. สังเกตจากการทำใบงานที่ 9	2. นักเรียนส่วนใหญ่สามารถทำใบงานที่ 9 ได้ถูกต้อง 80.4%
3. สังเกตจากการทำกิจกรรมที่ 9	3. นักเรียนส่วนใหญ่สามารถทำกิจกรรมที่ 9 ได้ถูกต้อง 89.7%
4. สังเกตจากการทำแบบฝึกหัดที่ 9	4. นักเรียนส่วนใหญ่สามารถทำแบบฝึกหัดที่ 9 ได้ถูกต้อง 86.7%

### บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

นักเรียนส่วนใหญ่สามารถเขียนภาพสองมิติพร้อมระบุตัวเลขแสดงจำนวนลูกบาศก์ที่ได้จากมุมมองทางด้านหน้า (front view) ด้านข้าง (side view) และด้านบน (top view) ของรูปการนำลูกบาศก์มาประกอบกันเป็นรูปเรขาคณิตสามมิติที่กำหนดให้ได้ นักเรียนมีความสนใจและตั้งใจเรียน กล้าคิดและกล้าแสดงความคิดเห็น

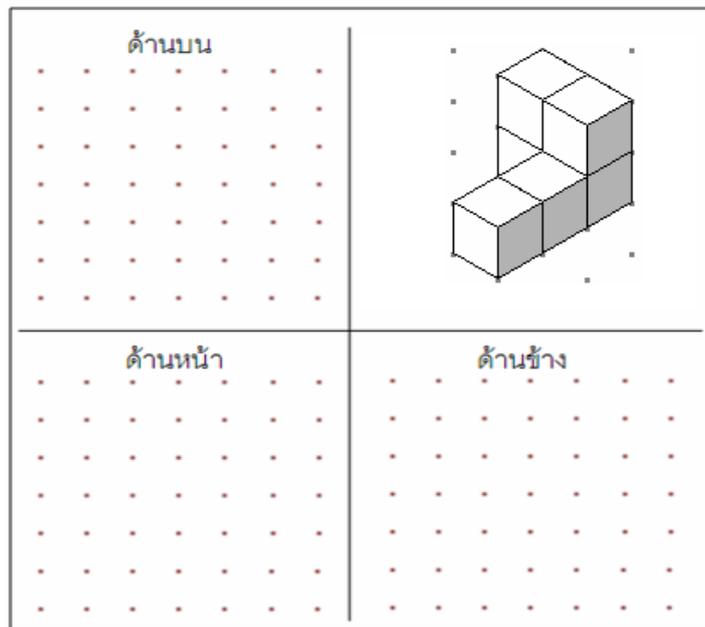
ด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ การเรียนรู้ในคาบนี้ นักเรียนต้องอาศัยพื้นฐานความรู้เดิม และนักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้เก่ากับความรู้ใหม่ได้ดีในระดับหนึ่ง สำหรับการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มนักเรียนให้ความร่วมมือเป็นอย่างดี มีการสื่อสารกันภายในกลุ่ม แลกเปลี่ยนความคิดเห็นกัน อธิบายเมื่อเพื่อนในกลุ่มไม่เข้าใจ และสามารถให้เหตุผลได้เมื่อกลุ่มอื่นทำไม่ถูกต้อง

ปัญหาที่เกิดขึ้นในคาบนี้ คือ ในการปฏิบัติกิจกรรมที่ 9 ในช่วงแรกนั้นนักเรียนยังไม่คุ้นเคยกับการปฏิบัติกิจกรรม ทำให้การปฏิบัติกิจกรรมในช่วงแรกจะเป็นไปอย่างช้าๆ ทำให้เสียเวลาในดำเนินการสอน แต่เมื่อนักเรียนเริ่มคุ้นเคยแล้วการดำเนินกิจกรรมจึงค่อยๆ รวดเร็วขึ้นตามลำดับ

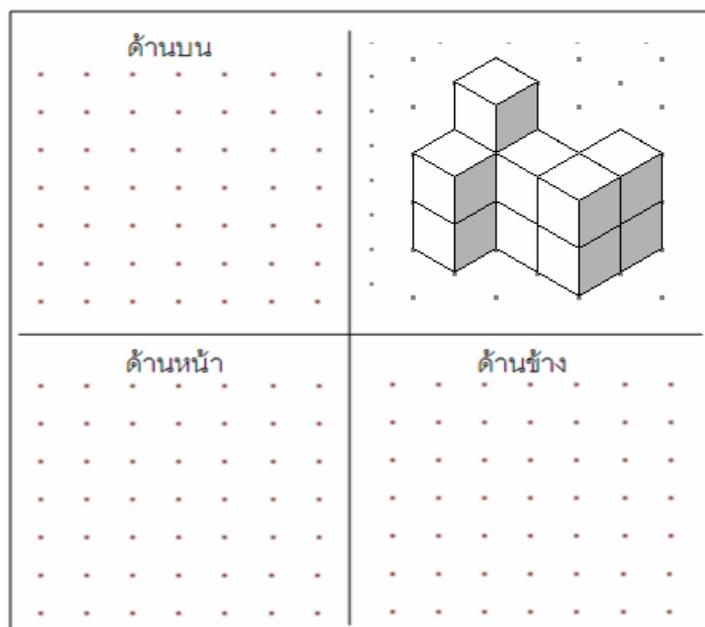
## ใบงานที่ 9

**คำสั่ง** จงเขียนภาพด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติต่อไปนี้ พร้อมระบุตัวเลขเพื่อแสดงจำนวนลูกบาศก์กำกับไว้

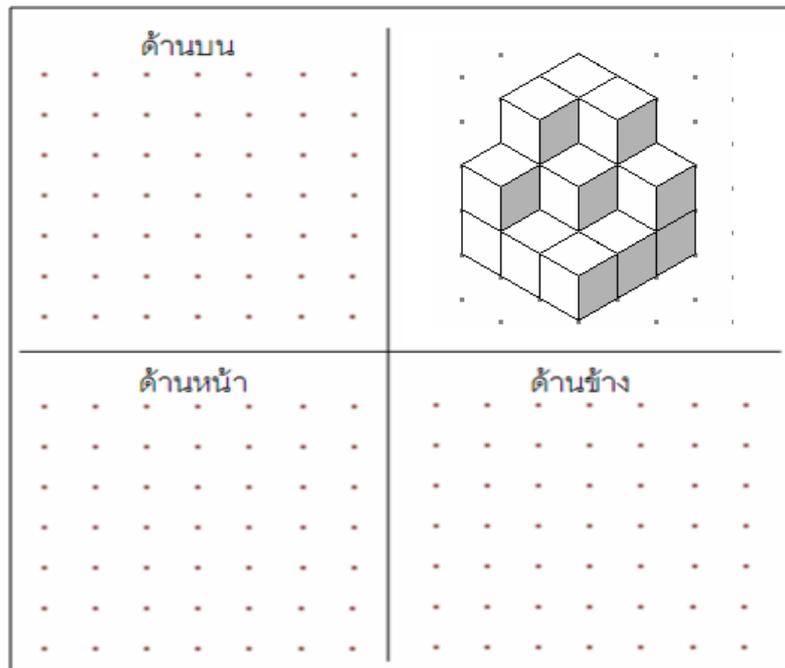
1.



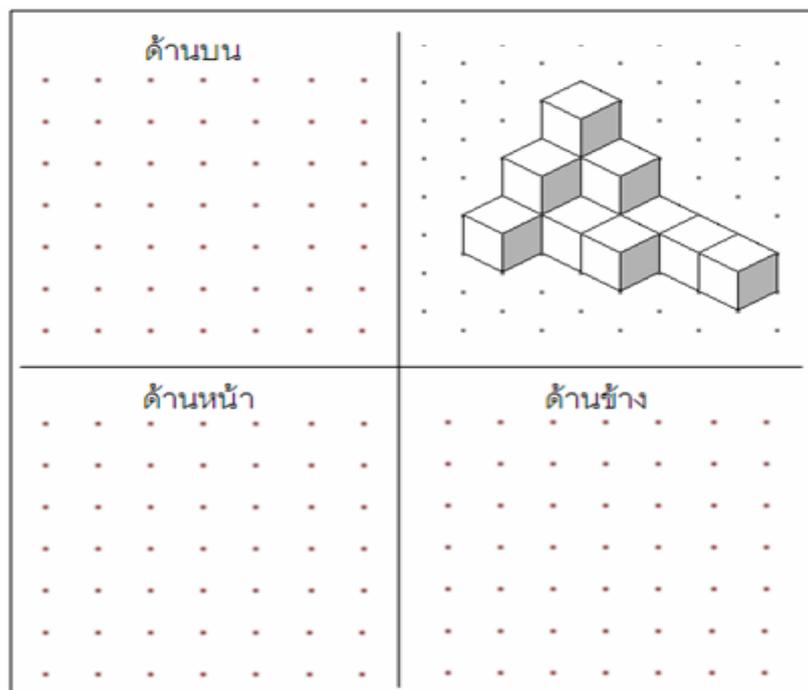
2.



3.



4.



## กิจกรรมที่ 9 “บิงโกแสนสนุก”

### อุปกรณ์

บัตรภาพขนาด 3 x 3 ที่แสดงรูปที่ได้จากการมุมมองทางด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบน  
ของรูปเรขาคณิตสามมิติ

### กิจกรรมนี้เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ในด้าน

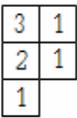
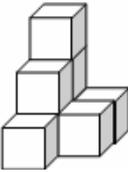
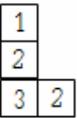
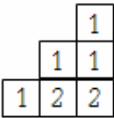
1. ความสามารถในการให้เหตุผล
2. ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอ

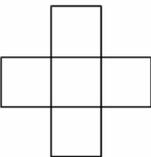
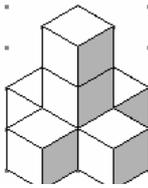
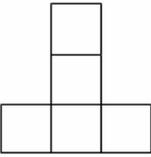
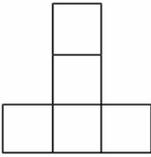
### วิธีดำเนินการกิจกรรม

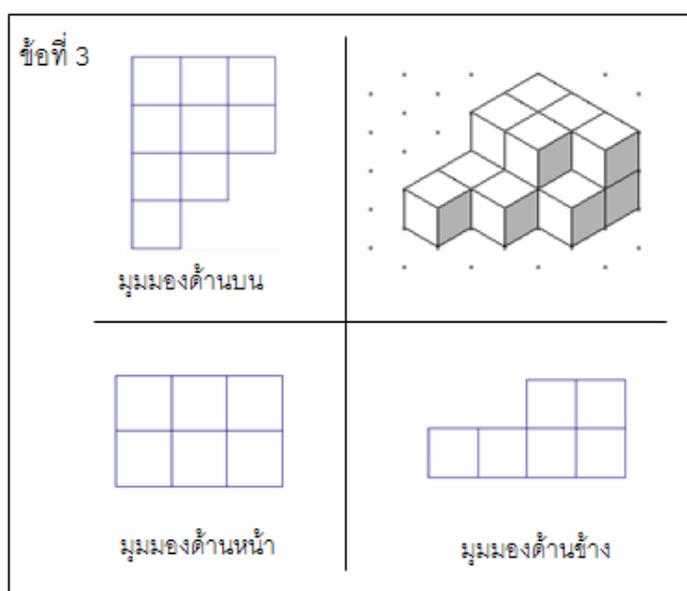
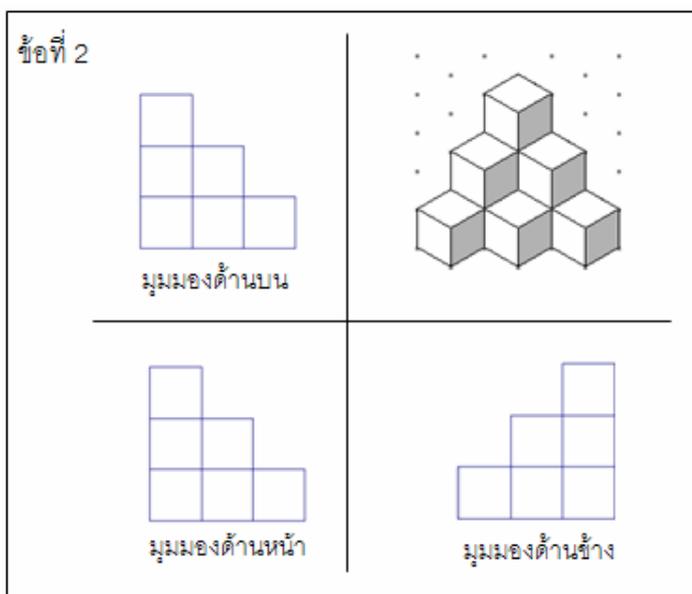
1. แบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4 – 5 คน ซึ่งแต่ละความสามารถกันทั้งเก่ง ปานกลาง และอ่อน
2. ครูแจกบัตรภาพ 2 ใบขนาด 3 x 3 ที่ภายในเป็นรูปที่ได้จากการมองด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติต่างๆ ให้แต่ละกลุ่ม
3. ครูเป็นผู้เริ่มแสดงรูปเรขาคณิตสามมิติ ถ้ากลุ่มใดมีรูปที่แสดงถึงมุมมองในด้านต่างๆ ทั้งด้านหน้า ด้านข้าง หรือด้านบนแล้วให้นำแผ่นกระดาษที่มีหมายเลขข้อมาปิดรูปนั้นๆ ไว้  
ถ้ากลุ่มใดสามารถปิดรูปเรียงกันได้ 3 รูปก่อน (แนวตั้ง แนวนอน หรือแนวทแยง) จะเป็นผู้ชนะ โดยครูและนักเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

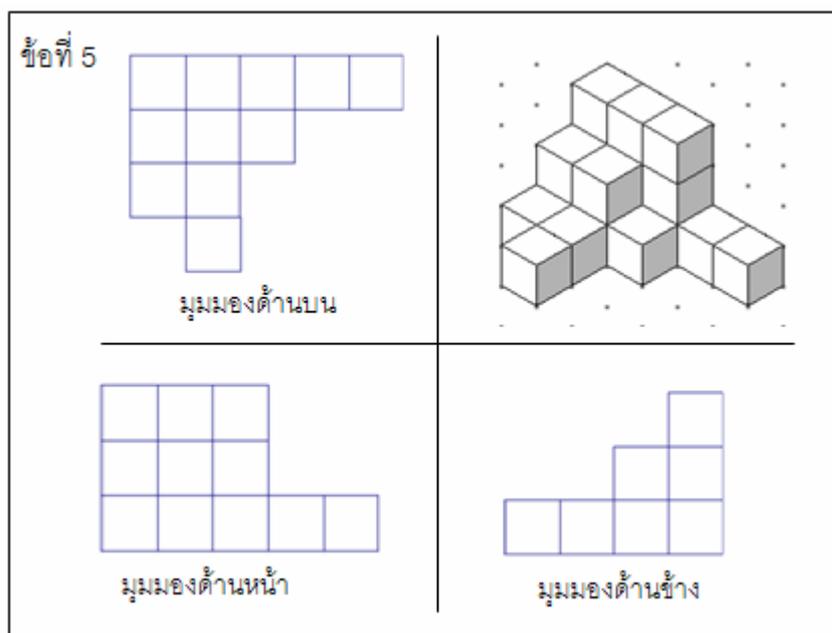
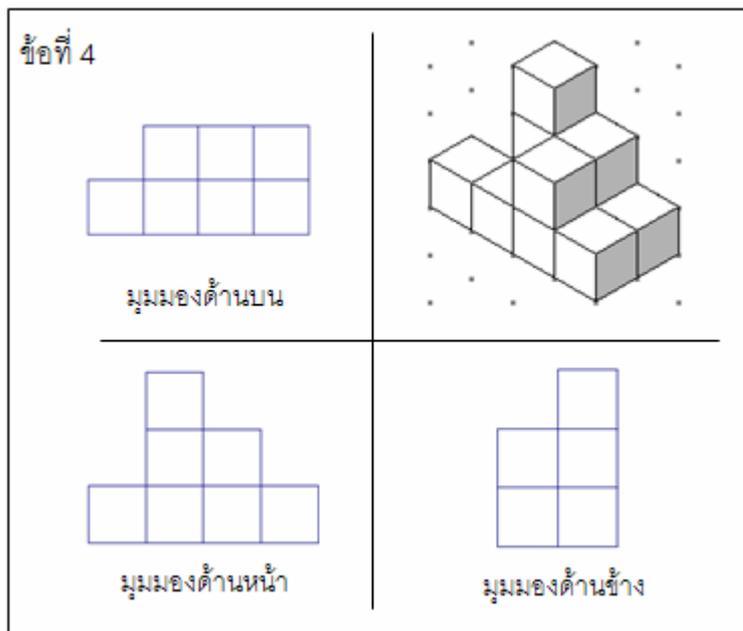
### แบบฝึกหัดที่ 9

**คำสั่ง** จงเขียนตัวเลขแสดงจำนวนลูกบาศก์ลงในตารางรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ได้จากมุมมองด้านหน้า ด้านข้าง ด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติที่กำหนดให้ต่อไปนี้

ตัวอย่าง	
	
มุมมองด้านบน	
	
มุมมองด้านหน้า	มุมมองด้านข้าง

ข้อที่ 1	
	
มุมมองด้านบน	
	
มุมมองด้านหน้า	มุมมองด้านข้าง





## แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10

หน่วยการเรียนรู้ ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ      ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1  
เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นด้วยลูกบาศก์(ต่อ)      เวลา 50 นาที

---

### สาระสำคัญ

การสร้างหรือวาดรูปเรขาคณิตที่ประกอบขึ้นด้วยลูกบาศก์ เราสามารถสร้างหรือวาดได้ โดยการมองภาพสองมิติ ได้แก่ ภาพด้านหน้า (front view) ด้านข้าง (side view) และ ด้านบน (top view)

### จุดประสงค์การเรียนรู้

**ด้านความรู้** นักเรียนสามารถสร้างหรือวาดรูปเรขาคณิตที่ประกอบจากลูกบาศก์เมื่อกำหนด ภาพจากมุมมองทางด้านหน้า (front view) ด้านข้าง (side view) และ ด้านบน (top view) มาให้ได้

**ด้านทักษะ/กระบวนการ** นักเรียนมีความสามารถ

1. ในการสื่อสารและให้เหตุผล
2. ในการแก้ปัญหา
3. ในการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน

**ด้านคุณลักษณะ** นักเรียนมี

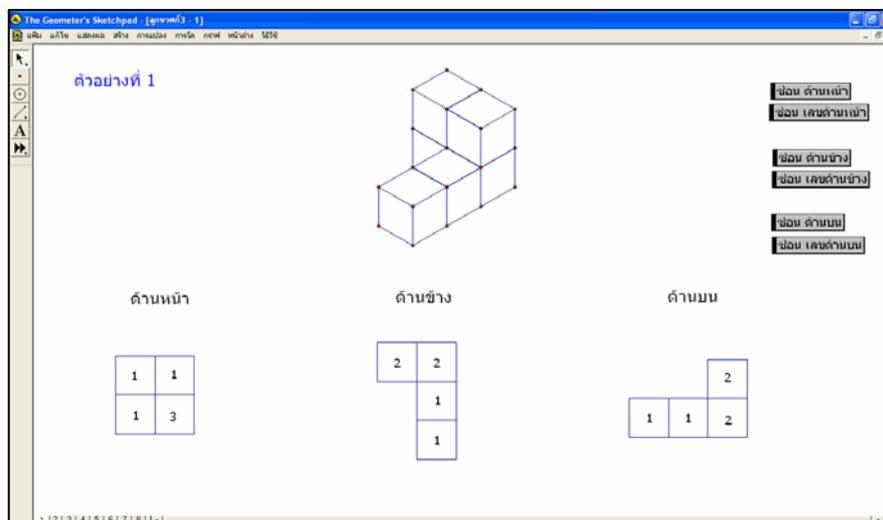
1. ความกล้าคิดและกล้าแสดงความคิดเห็น
2. ความสนใจและกระตือรือร้น
3. ความสามารถในการทำงานร่วมกับผู้อื่น

### สาระการเรียนรู้

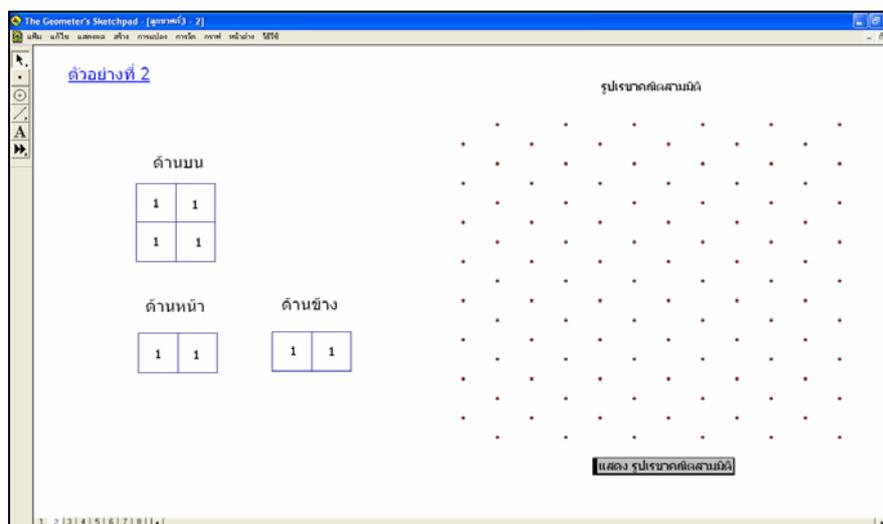
การสร้างรูปเรขาคณิตที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ เราสามารถประดิษฐ์ได้โดยการมองภาพสองมิติ ได้แก่ ภาพด้านหน้า (front view) ด้านข้าง (side view) และด้านบน (top view)

วิธีการสร้างนั้นให้ดูจากมุมมองด้านบนเป็นหลัก วางลูกบาศก์ให้เท่ากับจำนวนที่ได้ระบุไว้ในมุมมองด้านบน แล้วใช้มุมมองด้านหน้า และด้านข้าง ตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง ดังตัวอย่างต่อไปนี้

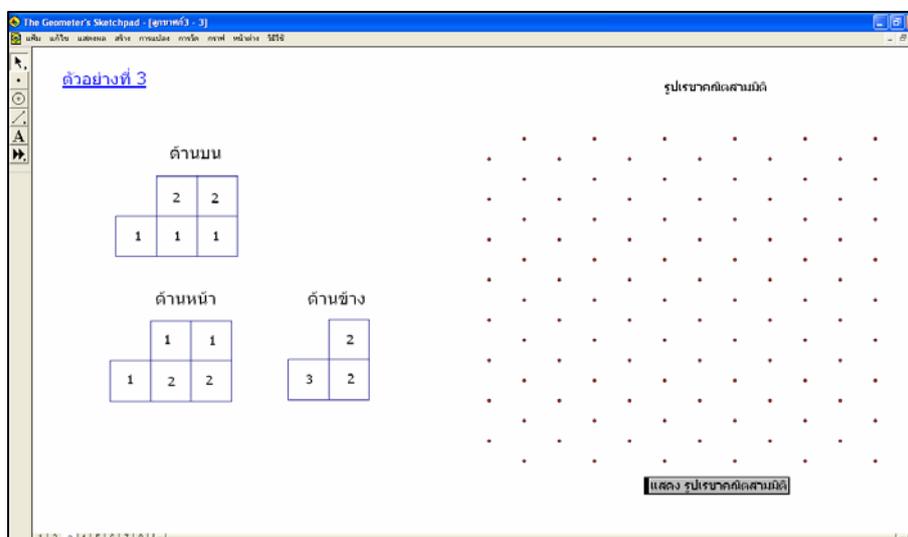
## 1. การวาดรูปมุมมองที่ระบุตัวเลขแสดงจำนวนลูกบาศก์



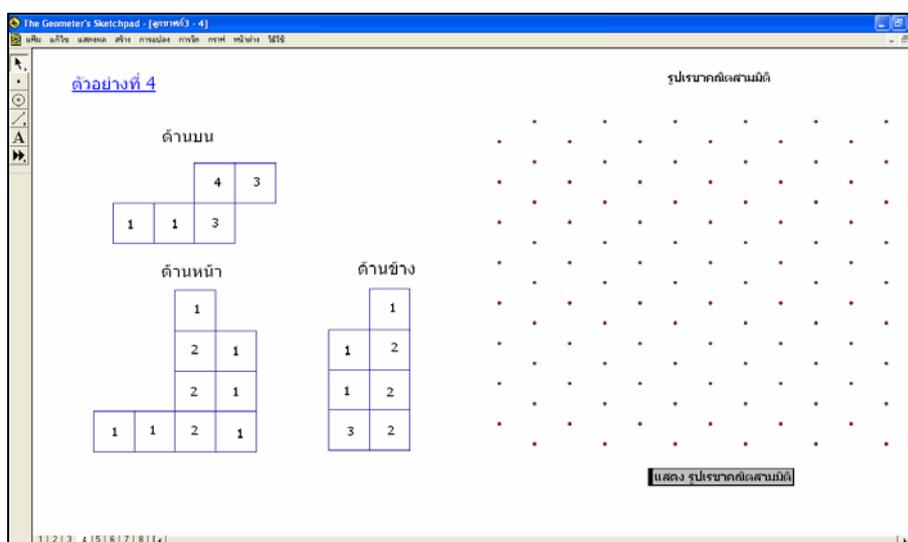
## 2. รูปเรขาคณิตสามมิติที่ได้จากการวาดจากมุมมองด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบน



### 3. รูปเรขาคณิตสามมิติที่ได้จากการวาดจากมุมมองด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบน



### 4 รูปเรขาคณิตสามมิติที่ได้จากการวาดจากมุมมองด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบน



### กิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูแจกเอกสารชุดที่ 2 ให้นักเรียน จากนั้นแสดงตัวอย่าง 1 ด้วยโปรแกรม GSP ให้นักเรียนดูเพื่อทบทวนการวาดรูปที่ได้จากมุมมองทางด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ระบุตัวเลขแสดงจำนวนลูกบาศก์ โดยสื่อนักเรียนออกมาวาดรูปบนกระดาน และนักเรียนที่เหลือให้วาดลงในเอกสารที่ครูแจกให้
2. ครูให้นักเรียนดูตัวอย่าง 2 ที่แสดงภาพมุมมองทางด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ แล้วให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายว่าถ้าสร้างหรือวาดเสร็จเรียบร้อยแล้วจะมีลักษณะอย่างไร จากนั้นเฉลยให้นักเรียนดูด้วยโปรแกรม GSP
3. ครูอธิบายเพิ่มเติมว่าในการสร้างหรือวาดรูปเรขาคณิตสามมิติ เมื่อกำหนดภาพมุมมองทางด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบนมาให้ให้นักเรียนดูจากมุมมองด้านบนเป็นหลัก จากนั้นวางหรือวาดลูกบาศก์ให้เท่ากับจำนวนที่ได้ระบุไว้ในมุมมองด้านบน แล้วใช้มุมมองด้านหน้า และด้านข้างตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง
4. ครูให้นักเรียนฝึกวาดรูปเรขาคณิตสามมิติ เมื่อกำหนดภาพมุมมองทางด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบนมาให้ ในตัวอย่าง 3 และ 4 โดยครูเดินตรวจสอบความถูกต้อง จากนั้นครูเฉลยให้นักเรียนดูด้วยโปรแกรม GSP
5. ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4 – 5 คน โดยแบ่งความสามารถ เก่ง ปานกลาง อ่อน จากนั้นแจกลูกบาศก์กลุ่มละ 20 ลูก เพื่อฝึกสร้างรูปเรขาคณิตที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ เมื่อกำหนดภาพมุมมองทางด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบนมาให้จากไฟล์งานลูกบาศก์3.gsp จำนวน 5 ข้อ จากนั้นสลับตัวแทนกลุ่มออกมาเฉลย โดยครูตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง
6. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มทำกิจกรรม “สร้างปราสาท” โดยแต่ละกลุ่มต้องสร้างรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นด้วยลูกบาศก์ เมื่อกำหนดมุมมองทางด้านหน้า และด้านบนมาให้เท่านั้น และเมื่อสร้างเสร็จแล้วให้วาดมุมมองที่ได้จากทางด้านข้างที่หายไปลงในใบกิจกรรม จากนั้นเป็นครูตรวจสอบความถูกต้อง
7. ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุปหลักการสร้างหรือวาดรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นด้วยลูกบาศก์ เมื่อกำหนดภาพมุมมองทางด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบนมาให้ โดยครูตรวจสอบความถูกต้อง
8. ครูแจกแบบฝึกหัดที่ 10 ให้นักเรียนทำเป็นการบ้าน

### สื่อการเรียนรู้

1. ลูกบาศก์
2. เอกสารชุดที่ 3
3. โปรแกรม GSP ไฟล์ ลูกบาศก์3.gsp
4. ใบกิจกรรมที่ 10 “สร้างปราสาท”
5. แบบฝึกหัดที่ 10

### การวัดผลและการประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถามและส่วนร่วมในการทำกิจกรรม	1. นักเรียนส่วนใหญ่สามารถตอบคำถามได้อย่างถูกต้องและให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมเป็นอย่างดี
2. สังเกตจากการทำกิจกรรมที่ 10	2. นักเรียนส่วนใหญ่สามารถทำกิจกรรมที่ 10 ได้ถูกต้อง 85.7%
3. สังเกตจากการทำแบบฝึกหัดที่ 10	3. นักเรียนส่วนใหญ่สามารถทำแบบฝึกหัดที่ 10 ได้ถูกต้อง 92%

### บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

นักเรียนสามารถสร้างหรือวาดรูปเรขาคณิตที่ประกอบขึ้นด้วยลูกบาศก์เมื่อกำหนดภาพจากมุมมองทางด้านหน้า (front view) ด้านข้าง (side view) และด้านบน (top view) มาให้ได้ นักเรียนสนใจเรียน ให้ความร่วมมือในการเรียนเป็นอย่างดี กล้าคิดและกล้าแสดงความคิดเห็น

ด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในคาบนี้นักเรียนต้องเชื่อมโยงความรู้เก่าในเรื่องมุมมองที่ได้จากทางด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ และการระบุตัวเลขเพื่อแสดงจำนวนลูกบาศก์ในภาพมุมมองที่ได้จากทางด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ เพื่อนำมาสร้างหรือวาดเป็นรูปเรขาคณิตสามมิติ จากการทบทวนและถามตอบในตัวอย่าง 1 ในเอกสารประกอบการเรียนพบว่านักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ได้เป็นอย่างดี เพราะนักเรียนสามารถสื่อสาร โดยการวาดรูปออกมาได้อย่างถูกต้อง และจากการสังเกต

พฤติกรรมของนักเรียนในการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มนั้นครูสังเกตเห็นว่าการสื่อสารกันภายในกลุ่มนั้นเป็นไปด้วยดี นักเรียนสามารถอธิบายพร้อมให้เหตุผลได้ดีในระดับหนึ่ง แต่ละกลุ่มนั้นได้คิดวางแผนแก้ปัญหาว่าแต่ละคนจะแบ่งหน้าที่กันอย่างไร เพื่อให้กลุ่มของตนทำได้เร็วที่สุดและถูกต้อง เช่น บางกลุ่มใช้การแบ่งกันทำคนละข้อ บางกลุ่มแบ่งกันทำข้อละสองคน หรือบางกลุ่มก็ช่วยกันทั้งห้าคนในแต่ละข้อ สำหรับการปฏิบัติกิจกรรมที่ 10 นักเรียนสามารถทำได้ในเวลาอันรวดเร็วเนื่องจากเข้าใจบทเรียนอย่างดีแล้ว และได้ใช้ลูกบาศก์ที่ครูแจกให้นักเรียนแต่ละกลุ่มมาใช้ในการแก้ปัญหา

ปัญหาที่เกิดขึ้นในคาบนี้ คือ ในการแข่งขันสร้างรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นด้วยลูกบาศก์นักเรียนขาดความรอบคอบในการสร้างเนื่องจากต้องการสร้างให้เสร็จเป็นกลุ่มแรก ซึ่งบางครั้งรูปที่ออกมาไม่ถูกต้อง ครูจึงแก้ปัญหาโดยเปลี่ยนเป็นให้สร้างรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นด้วยลูกบาศก์ของแต่ละข้อภายในเวลา 1 นาที ถ้ากลุ่มใดทำได้มีรางวัลให้ ผลปรากฏว่าทุกกลุ่มสามารถสร้างรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นด้วยลูกบาศก์ในแต่ละข้อได้ถูกต้องและเสร็จทันภายในเวลาที่กำหนด

## กิจกรรมที่ 10 “สร้างปราสาท”

### อุปกรณ์

1. ลูกบาศก์
2. ใบกิจกรรม

### กิจกรรมนี้เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ในด้าน

1. ความสามารถในการแก้ปัญหา
2. ความสามารถในการให้เหตุผล
3. ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอ

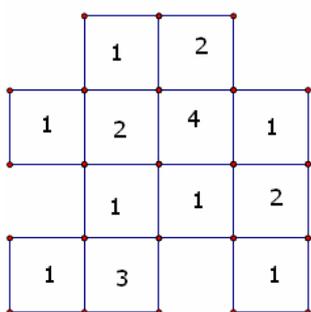
### วิธีดำเนินกิจกรรม

1. แบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4 – 5 คน ซึ่งละความสามารถกันทั้งเก่ง ปานกลาง และอ่อน
2. สร้างรูปเรขาคณิตสามมิติต่อไปนี้ เมื่อกำหนดภาพด้านหน้า และด้านบนมาให้ พร้อมวาดภาพจากมุมมองทางด้านข้างในใบกิจกรรม

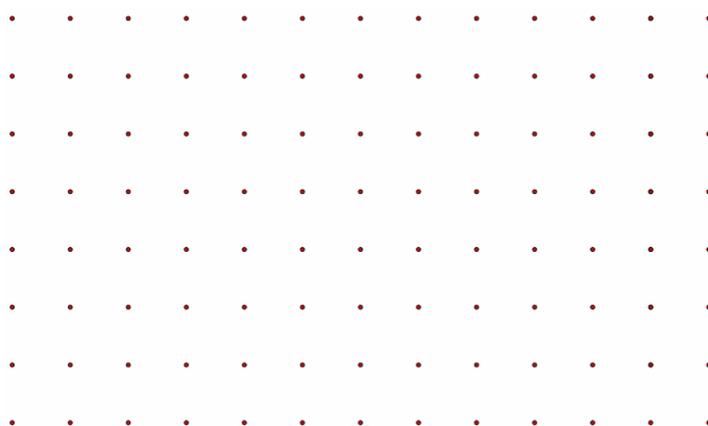
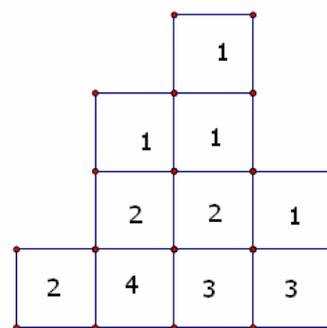
ใบกิจกรรมที่10  
“สร้างลูกบาศก์”

**คำสั่ง** จงสร้างรูปเรขาคณิตสามมิติต่อไปนี้ เมื่อกำหนดภาพด้านหน้า และด้านบนมาให้ พร้อมวาดภาพมุมมองทางด้านข้างที่ได้ลงในใบกิจกรรม

ภาพด้านบน



ภาพด้านหน้า



ภาพด้านข้าง

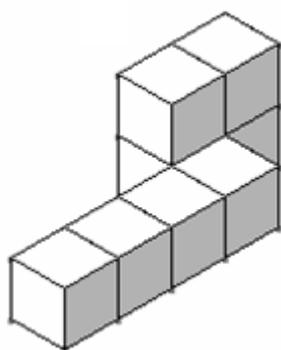
**แบบฝึกหัดที่ 10**

**คำสั่ง** จงจับคู่รูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นด้วยลูกบาศก์ กับภาพมุมมองทางด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบนที่กำหนดให้ต่อไปนี้

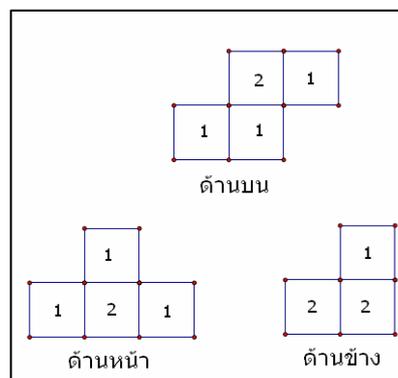
**ภาพมุมมอง**

**รูปเรขาคณิตสามมิติ**

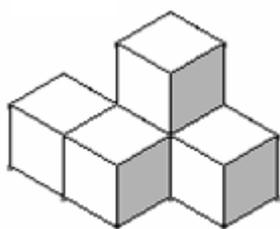
.....1



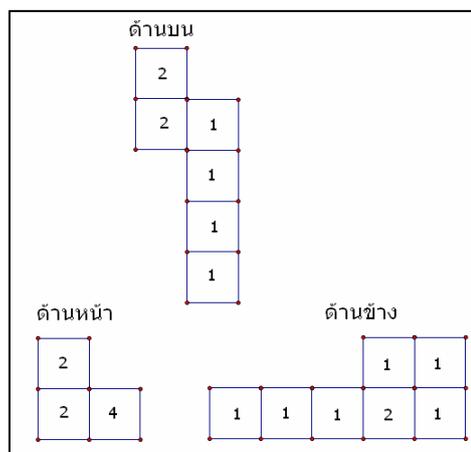
**A**



.....2



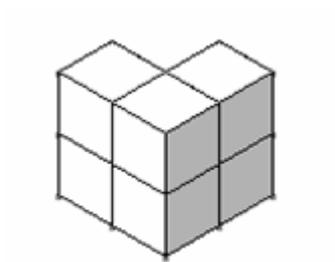
**B**



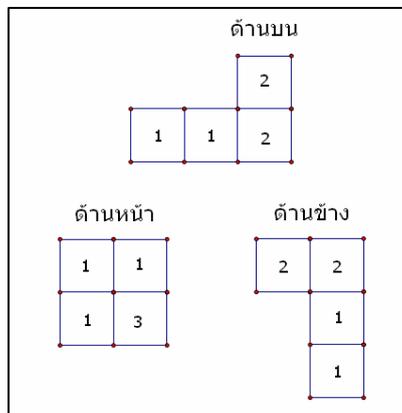
ภาพมุมมอง

รูปเรขาคณิตสามมิติ

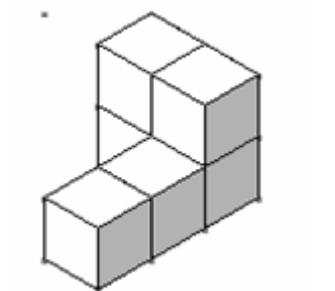
.....3



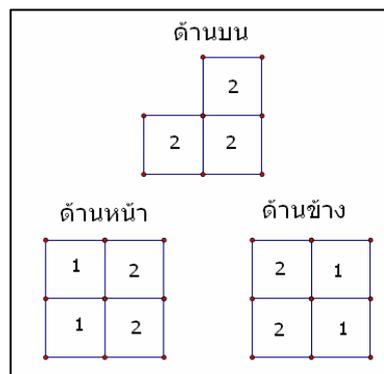
C



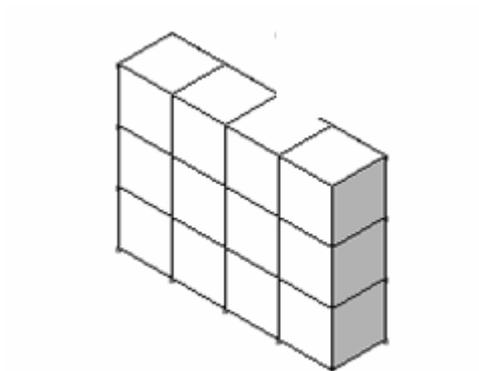
.....4



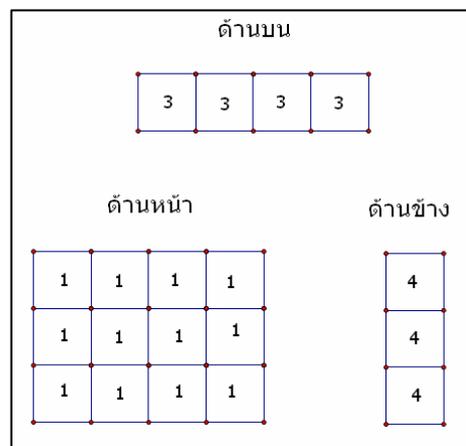
D



.....5



E



ภาคผนวก ข

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์  
เรื่อง "ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ"

**แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์**  
**เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ**  
**ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนวัดสามัคคยาราม**

**คำชี้แจง** แบบทดสอบชุดนี้มี 2 ตอน จำนวน 22 ข้อ คะแนนเต็ม 30 คะแนน  
 เวลาในการสอบ 50 นาที

**ตอนที่ 1** แบบทดสอบปรนัยแบบเลือกตอบ จำนวน 20 ข้อ 20 คะแนน

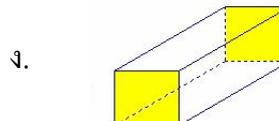
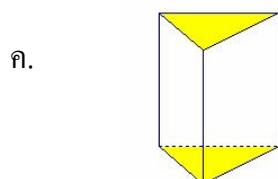
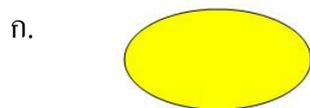
**ตอนที่ 2** แบบทดสอบแบบอัตนัยแสดงวิธีทำ จำนวน 2 ข้อ 10 คะแนน

**ตอนที่ 1** จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว (20 คะแนน)

1. ข้อใดต่อไปนี้เป็นรูปเรขาคณิตสองมิติ

- ก. ปริซึม คือ ทรงหลายหน้าที่ประกอบด้วยรูปหลายเหลี่ยมที่เหมือนกันและขนานกันสองรูป (ฐาน) เชื่อมกับรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน
- ข. รูปสามเหลี่ยม คือ รูปที่มีด้านทุกด้านยาวเท่ากัน
- ค. รูปเรขาคณิตสามมิติ คือ รูปที่ใช้แสดงขนาด
- ง. รูปเรขาคณิตสองมิติ คือ รูปที่มองเห็นเพียงด้านเดียว สามารถหาปริมาตรได้

2. รูปในข้อใดต่อไปนี้เป็นรูปเรขาคณิตสองมิติ



3. รูปที่กำหนดให้สร้างจากรูปเรขาคณิตสองมิติรูปใด จำนวน 7 รูป



ก.



ข.



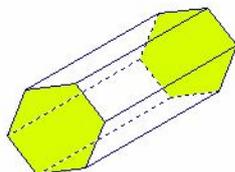
ค.



ง.



4. จากรูป ด้านของทรงสามมิติประกอบด้วยรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากกี่รูป



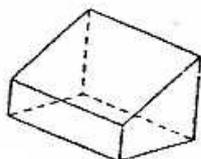
ก. 4 รูป

ข. 6 รูป

ค. 8 รูป

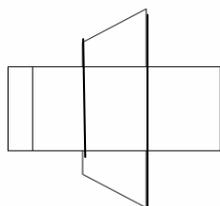
ง. 9 รูป

5. ถ้าใช้กระดาษมาสร้างทรงสามมิติ ได้ดังรูป

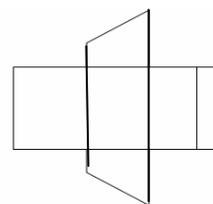


เมื่อคลี่กระดาษออกจะได้รูปในข้อใดต่อไปนี้

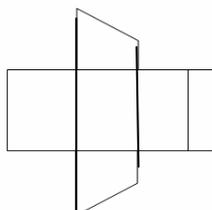
ก.



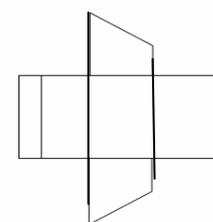
ข.



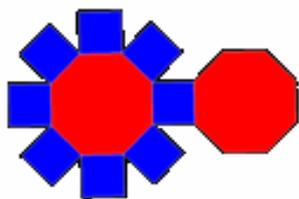
ค.



ง.

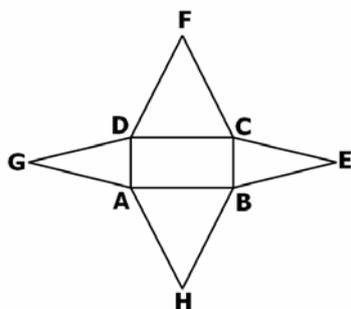


6. ข้อใดแสดงรูปประกอบของรูปคลี่ที่กำหนดให้



- ก. ทรงแปดหน้า
- ข. ทรงกลม
- ค. ปริซึมแปดเหลี่ยม
- ง. พีระมิดฐานแปดเหลี่ยม

7. จากรูป เป็นรูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติชนิดใด



- ก. ปริซึมสี่เหลี่ยมมุมฉาก
- ข. รูปดาวสี่แฉก
- ค. พีระมิดฐานสี่เหลี่ยม
- ง. กรวย

8. จากข้อ 7 เมื่อประกอบรูปคลี่ให้เป็นรูปเรขาคณิตสามมิติแล้ว ข้อใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง

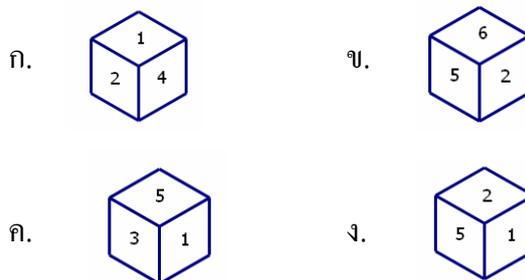
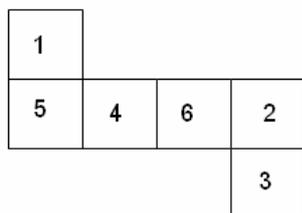
- ก.  $\overline{AH}, \overline{BH}, \overline{BE}, \overline{CE}, \overline{CF}, \overline{DF}, \overline{DG}, \overline{AG}$  คือส่วนสูงของรูปเรขาคณิตสามมิติ
- ข. ฐานของรูปเรขาคณิตสามมิติคือรูปสี่เหลี่ยม ABCD
- ค. เส้นของรูปเรขาคณิตสามมิติจะมี 4 เส้น และยาวเท่ากับ BH
- ง.  $AH = BH = BE = CE = CF = DF = DG = AG$

9. จากรูปที่กำหนดให้ ถ้าต้องการตัดเป็นรูปคลี่ของพีระมิดฐานสามเหลี่ยม จะได้พีระมิดฐานสามเหลี่ยม จำนวนกี่รูป

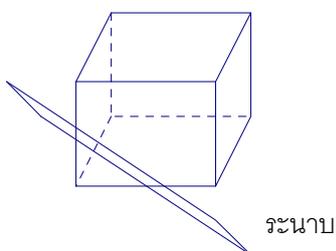


- ก. 3 รูป
- ข. 4 รูป
- ค. 5 รูป
- ง. 6 รูป

10. พิจารณารูปคลี่ที่กำหนดให้ เมื่อพับเป็นลูกบาศก์แล้วจะสอดคล้องกับรูปใดต่อไปนี้



11. จากรูป ถ้าใช้ระนาบตัดมุมของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากดังรูป รอยตัดจะเป็นรูปอะไร



- ก. รูปหกเหลี่ยม  
ข. รูปห้าเหลี่ยม  
ค. รูปสี่เหลี่ยม  
ง. รูปสามเหลี่ยม

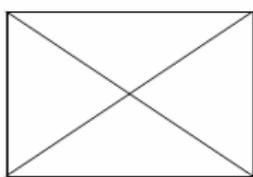
12. ถ้าใช้ระนาบตัดทรงกระบอกในแนวที่ไม่ขนานกับฐานและไม่ตั้งฉากกับฐาน จะได้หน้าตัดคล้ายรูปเรขาคณิตชนิดใด

- ก. รูปวงกลม  
ข. รูปวงรี  
ค. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า  
ง. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

13. ถ้าใช้ระนาบตัดกรวยในแนวที่ตั้งฉากกับฐาน โดยผ่านจุดยอดของกรวย จะได้หน้าตัดเป็นรูปเรขาคณิตชนิดใด

- ก. รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว  
ข. รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก  
ค. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า  
ง. รูปวงกลม

14. รูปที่กำหนดให้ เป็นภาพสองมิติที่เกิดจากการมองทางด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติชนิดใด

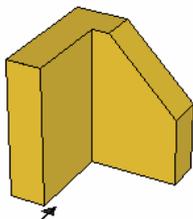


- ก. ลูกบาศก์  
ข. พีระมิดฐานสามเหลี่ยม  
ค. ปริซึมสี่เหลี่ยมผืนผ้า  
ง. พีระมิดฐานสี่เหลี่ยม

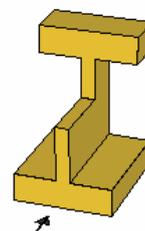
15. รูปที่กำหนดให้เป็นภาพสองมิติที่เกิดจากการมองทางด้านข้างของรูปเรขาคณิตสามมิติใดต่อไปนี (เมื่อลูกศรแสดงทิศทางการมองทางด้านหน้า)



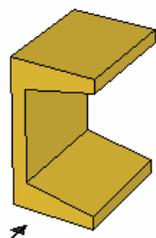
ก.



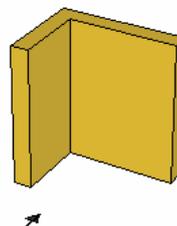
ข.



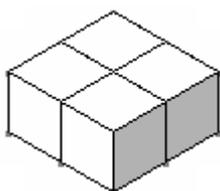
ค.



ง.



16. จงหาความสูงของปริซึมสี่เหลี่ยมมุมฉากที่สร้างโดยลูกบาศก์ 1 หน่วย จำนวน 32 ลูก ซึ่งฐานใช้ลูกบาศก์จำนวน 4 ลูก ดังรูป



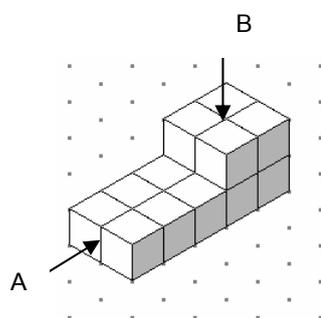
ก. 6 หน่วย

ข. 8 หน่วย

ค. 12 หน่วย

ง. 16 หน่วย

17. จากรูป เมื่่อมองจากด้านหน้าตามลูกศร A จะได้รูปเรขาคณิตสองมิติรูปใด



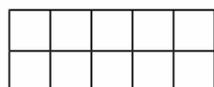
ก.



ข.



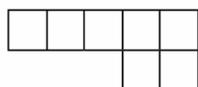
ค.



ง. ไม่มีข้อที่ถูกต้อง

18. จากรูปในข้อ 17 ถ้ามองจากด้านบนตามลูกศร B จะได้รูปเรขาคณิตสองมิติรูปใด

ก.



ข.



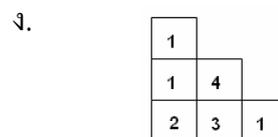
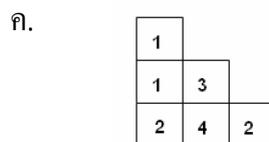
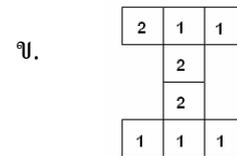
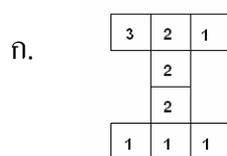
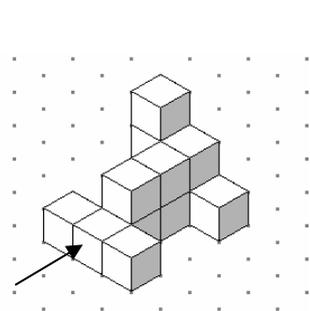
ค.



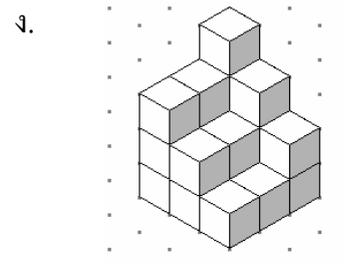
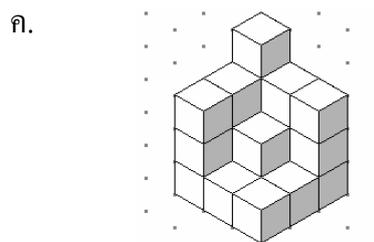
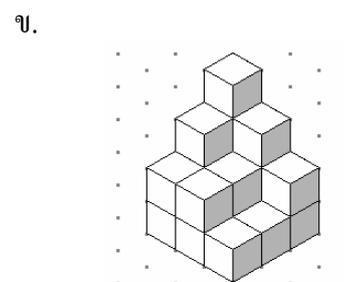
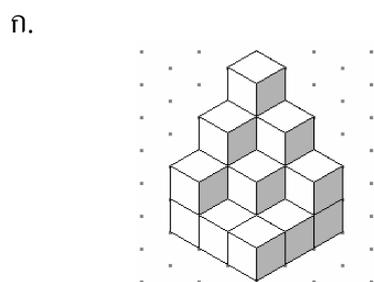
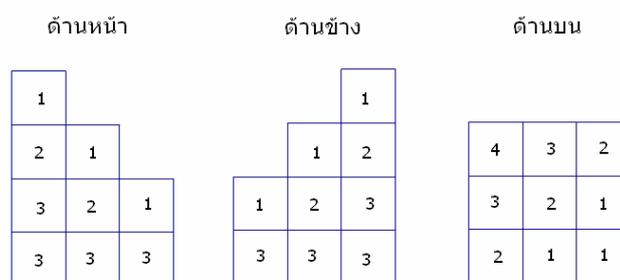
ง.



19. ข้อใดคือภาพที่ได้จากการมองทางด้านหน้าของรูปเรขาคณิตที่กำหนดให้

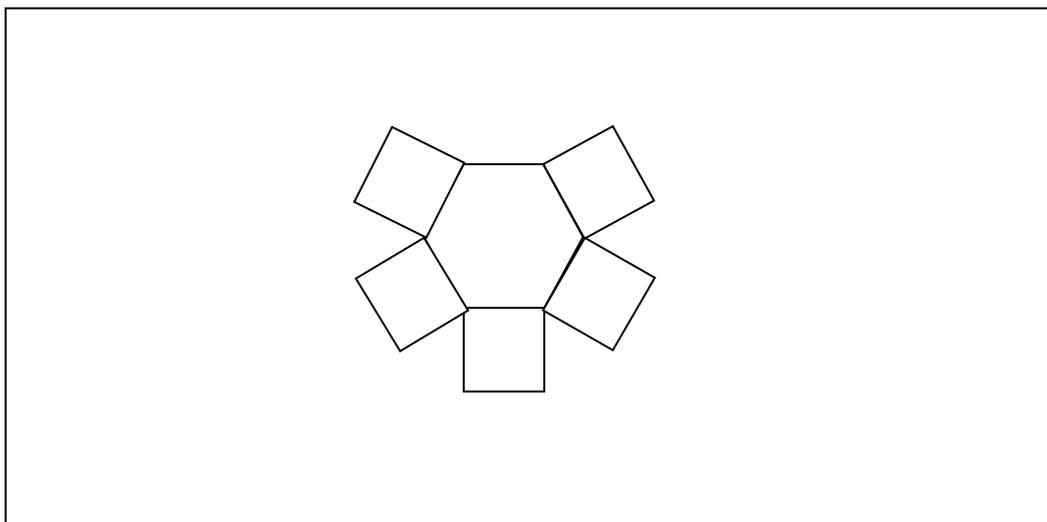


20. จากรูป เป็นภาพที่ได้จากมุมมองทางด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติใด

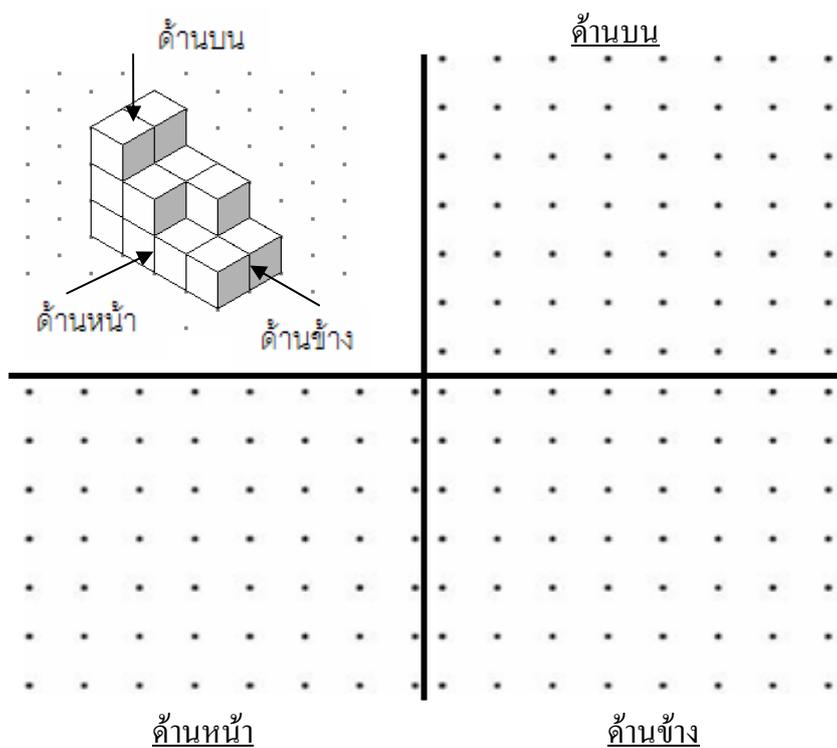


**ตอนที่ 2** จงสร้างรูปตามที่กำหนด (15 คะแนน)

1. จากรูปคลี่ของปริซึมหกเหลี่ยม ถ้ารูปคลี่นี้ขาดรูปที่จำเป็นไป 2 รูป ให้นักเรียนเขียนรูปที่ขาดไปนี้ลงในรูปคลี่ให้ถูกต้อง ( 5 คะแนน)



2. จงเขียนภาพด้านบน ด้านหน้า และด้านข้าง ของรูปเรขาคณิตสามมิติต่อไปนี้ พร้อมทั้งเขียนจำนวนลูกบาศก์เท่ากับไว้ในตารางรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส (5 คะแนน)



## ภาคผนวก ค

แบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

**แบบสอบถามความคิดเห็นที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้  
ที่เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์  
เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ**

**คำชี้แจง** แบบสอบถามความคิดเห็นฉบับนี้เป็นการสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ โดยให้นักเรียนอ่านข้อความที่กำหนดและแสดงความคิดเห็นโดยทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่ตรงกับระดับความคิดเห็นของนักเรียนมากที่สุด

ข้อความ	ระดับความคิดเห็น				
	เห็นด้วย อย่างยิ่ง	เห็น ด้วย	ไม่ แน่ใจ	ไม่เห็น ด้วย	ไม่เห็น ด้วย อย่างยิ่ง
<b>ด้านเนื้อหาสาระ</b>					
1. เนื้อหาที่เรียนสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้					
2. การจัดเรียงลำดับหัวข้อเนื้อหามีความเหมาะสม					
3. เนื้อหาที่เรียนมีความยากง่ายพอเหมาะ					
4. เนื้อหาที่เรียนเหมาะสมกับเวลา					
5. เนื้อหาที่เรียนมีความทันสมัยเหมาะสมกับนักเรียน					
6. เนื้อหาที่เรียนสามารถนำไปใช้เป็นพื้นฐานในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ชั้นสูงอื่น ๆ ได้ดี					

ข้อความ	ระดับความคิดเห็น				
	เห็นด้วย อย่างยิ่ง	เห็น ด้วย	ไม่ แน่ใจ	ไม่เห็น ด้วย	ไม่เห็น ด้วย อย่างยิ่ง
<b>ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้</b>					
7. กิจกรรมการเรียนรู้สอดคล้องกับ เนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้					
8. กิจกรรมการเรียนรู้เป็นไปตามขั้นตอน ของการจัดการเรียนการสอน คณิตศาสตร์จากง่ายไปยาก					
9. กิจกรรมการเรียนรู้ที่จัดขึ้นเป็น กิจกรรมที่ช่วยส่งเสริมนักเรียนให้เกิด ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้ เป็นอย่างดี					
10. กิจกรรมจัดการเรียนรู้มีความน่าสนใจ					
11. กิจกรรมการเรียนรู้ช่วยทำให้นักเรียน พัฒนาทักษะ/กระบวนการทาง คณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี					
<b>ด้านสื่อการเรียนรู้</b>					
12. สื่อการเรียนรู้ที่นำมาใช้ในการจัดการ เรียนรู้สอดคล้องกับเนื้อหาสาระ					
13. สื่อการเรียนรู้ที่นำมาใช้ในการจัดการ เรียนรู้ช่วยส่งเสริมทักษะ/กระบวนการ ทางคณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี					
14. สื่อการเรียนรู้ที่นำมาใช้ในการจัดการ เรียนรู้สื่อความหมายได้ชัดเจน					
15. นักเรียนมีส่วนร่วมในการใช้สื่อการ เรียนรู้					

ข้อความ	ระดับความคิดเห็น				
	เห็นด้วย อย่างยิ่ง	เห็น ด้วย	ไม่ แน่ใจ	ไม่เห็น ด้วย	ไม่เห็น ด้วย อย่างยิ่ง
<b>ด้านการวัดผลและการประเมินผลการเรียนรู้</b>					
16. เกณฑ์ประเมินผลมีความชัดเจน เหมาะสม และยุติธรรม					
17. การประเมินผลสามารถสะท้อน ความสามารถของนักเรียนได้อย่าง ถูกต้อง					
18. จำนวนข้อของแบบทดสอบวัดผล สัมฤทธิ์ทางการเรียนมีความเหมาะสม กับเวลาที่ใช้ในการทดสอบ					
<b>ด้านครูผู้สอน</b>					
19. ครูเอาใจใส่และให้ความเป็นกันเองกับ นักเรียนทำให้ช่วยส่งเสริมบรรยากาศ ในการเรียนรู้ได้ดี					
20. ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดง ความคิดเห็น ได้ปฏิบัติ และค้นพบ ความรู้ด้วยตนเอง					
21. ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนสอบถามข้อ สงสัยทั้งในและนอกเวลาของการเรียน การสอน					
22. ครูเอาใจใส่และคอยช่วยเหลือนักเรียน ให้เข้าใจบทเรียนอย่างเต็ม ความสามารถ					

ข้อความ	ระดับความคิดเห็น				
	เห็นด้วย อย่างยิ่ง	เห็น ด้วย	ไม่ แน่ใจ	ไม่เห็น ด้วย	ไม่เห็น ด้วย อย่างยิ่ง
23. ครูใช้วิธีการสอนที่กระตุ้นให้นักเรียนพัฒนาทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์					
24. ครูใช้วาจาที่สุภาพกับนักเรียน					
25. ครูให้เกียรติและยกย่องชมเชยนักเรียนอย่างเหมาะสม					
26. ครูส่งเสริมและสนับสนุนให้นักเรียนมีการพัฒนาตนเองอย่างต่อเนื่อง					
27. ครูตรวจชิ้นงานและการบ้านนักเรียนอย่างสม่ำเสมอ พร้อมให้คำแนะนำหากนักเรียนมีประเด็นที่ยังไม่เข้าใจหรือมีข้อบกพร่อง					

## ข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ภาคผนวก ง

แบบสังเกตทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

**แบบสังเกตทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์**  
**เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ**

คาบที่ ..... ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ .....

วัน/เดือน/ปี ที่สังเกต ..... ช่วงเวลา ..... น. ถึง ..... น.

**คำชี้แจง** แบบสังเกตนี้เป็นแบบสังเกตสำหรับใช้บันทึกผลการสังเกตเกี่ยวกับพฤติกรรมที่ปรากฏของนักเรียนในด้านต่างๆ ได้แก่ ความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการให้เหตุผล ความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ความสามารถในการแก้ปัญหา	
ประเด็นที่ประเมิน	พฤติกรรมนักเรียนที่ปรากฏ
<p>ใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหา อธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีการดังกล่าวได้ มีการวางแผนการทำงาน และเมื่อทำเสร็จแล้วมีการตรวจสอบการทำงาน หรือตรวจคำตอบอีกครั้ง</p>	

ความสามารถในการให้เหตุผล	
ประเด็นที่ประเมิน	พฤติกรรมนักเรียนที่ปรากฏ
มีการอ้างอิง เสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล	
ความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ	
ประเด็นที่ประเมิน	พฤติกรรมนักเรียนที่ปรากฏ
ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอโดยใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตารางแสดง ข้อมูลประกอบตามลำดับขั้นตอน ได้เป็นระบบ กระชับ ชัดเจน และมีรายละเอียดสมบูรณ์	

ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ	
ประเด็นที่ประเมิน	พฤติกรรมนักเรียนที่ปรากฏ
นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงกับสาระคณิตศาสตร์/สาระอื่น/ในชีวิตประจำวันเพื่อช่วยในการแก้ปัญหาหรือประยุกต์ใช้ได้อย่างสอดคล้องเหมาะสม	
ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์	
ประเด็นที่ประเมิน	พฤติกรรมนักเรียนที่ปรากฏ
มีแนวคิด วิธีการที่แปลกใหม่ สามารถนำไปปฏิบัติได้อย่างถูกต้อง	

ภาคผนวก จ  
รายนามผู้เชี่ยวชาญ

### ผู้เชี่ยวชาญประเมินสื่อการเรียนรู้

1. อาจารย์ทรงชัย อักษรคิด  
อาจารย์สาขาการสอนคณิตศาสตร์ ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์  
มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
2. อาจารย์ต้องตา สมใจเพ็ง  
อาจารย์สาขาการสอนคณิตศาสตร์ ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์  
มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
3. อาจารย์ประสิทธิ์ เสนาควงษ์  
ครู คศ.2 โรงเรียนวัดสามัคยาราม จังหวัดนครศรีธรรมราช

### ผู้เชี่ยวชาญประเมินแบบทดสอบ

1. รศ.กิตติ พัฒนาตระกูลสุข  
หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
2. อาจารย์สหัสศรี เพ็งบุญ  
อาจารย์วิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
3. อาจารย์ทรงชัย อักษรคิด  
อาจารย์สาขาการสอนคณิตศาสตร์ ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์  
มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ภาคผนวก จ  
ภาพการจัดกิจกรรมการเรียนรู้



ภาพผนวกที่ 1 ภาพการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

## ประวัติการศึกษาและการทำงาน

ชื่อ –นามสกุล

นางสาวอรอุมา รักษาชล

วัน เดือน ปี ที่เกิด

29 กรกฎาคม 2526

สถานที่เกิด

จังหวัดนครศรีธรรมราช

ประวัติการศึกษา

ปีการศึกษา 2548 สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรี ได้รับปริญญาศึกษาศาสตรบัณฑิต สาขาการสอนคณิตศาสตร์ ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์