



ใบรับรองวิทยานิพนธ์  
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต (วิศวกรรมเครื่องกล)

ปริญญา

วิศวกรรมเครื่องกล

วิศวกรรมเครื่องกล

สาขา

ภาควิชา

เรื่อง การประยุกต์ใช้บอล-บาร์สำหรับชดเชยค่าความผิดพลาดทางตำแหน่งของแขนกล  
อุตสาหกรรม 6 องศาอิสระ

An Application of Ballbar for Six Joints Manipulator Positioning Error Compensation

นามผู้วิจัย นายภูมิเรศ แสงงาม

ได้พิจารณาเห็นชอบโดย

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

( อาจารย์ชัชยากร จันทร์สุวรรณ, Ph.D. )

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม

( อาจารย์ชนะ รักษ์ศิริ, D.Eng. )

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม

( อาจารย์คุณชุต เอี่ยมสอาด, Ph.D. )

หัวหน้าภาควิชา

( รองศาสตราจารย์ชวลิต กิตติชัยการ, Ph.D. )

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์รับรองแล้ว

( รองศาสตราจารย์กัญญา ชีระกุล, D.Agr. )

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ....

วิทยานิพนธ์

เรื่อง

การประยุกต์ใช้บอล-บาร์สำหรับชดเชยค่าความผิดพลาดทางตำแหน่ง  
ของแขนกลอุตสาหกรรม 6 องศาอิสระ

An Application of Ballbar for Six Joints Manipulator Positioning Error Compensation

โดย

นายภูมเรศ แสงราม

เสนอ

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์  
เพื่อความสมบูรณ์แห่งปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต (วิศวกรรมเครื่องกล)

พ.ศ. 2553

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

กุมเรศ แสงราม 2553: การประยุกต์ใช้บอล-บาร์สำหรับชดเชยค่าความผิดพลาดทางตำแหน่งของแขนกลอุตสาหกรรม 6 องศาอิสระ ปรินญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต (วิศวกรรมเครื่องกล) สาขาวิศวกรรมเครื่องกล ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล  
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก: อาจารย์ชัยยกร จันทร์สุวรรณ, Ph.D. 85 หน้า

บอล-บาร์เป็นเครื่องมือสำหรับทดสอบประสิทธิภาพของเครื่องจักรกลซีเอ็นซี โดยวิธีการเดินแกน 2 แกนพร้อมกันเป็นวงกลมในระนาบอ้างอิงและสามารถตรวจสอบหาความผิดพลาดของเครื่องจักรได้หลายแบบ เช่น ความผิดพลาดเนื่องมาจากความตั้งฉากของแกน, ความเข้ากันของระบบเซอร์โวในแต่ละแกน, ระยะเวลาคลอน, การสั่นสะเทือนของแกน และความกลมของการเคลื่อนที่

งานวิจัยนี้นำเสนอวิธีการประยุกต์ใช้บอล-บาร์สำหรับชดเชยค่าความผิดพลาดทางตำแหน่งในแขนกลอุตสาหกรรม 6 องศาอิสระ โดยไม่นำผลกระทบจากพฤติกรรมทางด้านพลศาสตร์ของแขนกลมาพิจารณาค่าความผิดพลาด ซึ่งผลการวิจัยพบว่า แขนกลมีความผิดพลาดทางตำแหน่งเกิดขึ้นโดยเบี่ยงเบนไปจากเส้นทางการเคลื่อนวงกลมจริง จากการทดลองพบว่าสามารถใช้บอล-บาร์ขนาดความยาว 150 มิลลิเมตร วัดค่าความผิดพลาดทางตำแหน่งแขนกลอุตสาหกรรม 6 องศาอิสระ โดยผลการวัดการเคลื่อนที่ ณ ตำแหน่งต่างๆ กันของเส้นทางเดินวงกลมในระนาบ  $XY$  ที่ความสูงตามแกน  $Z$  เท่ากัน พบว่าค่าความผิดพลาดเฉลี่ยและค่าความกลมอยู่ที่ค่า 0.091 มิลลิเมตรและ 338.69 ไมโครเมตรตามลำดับ เมื่อทำการชดเชยค่าความผิดพลาดของข้อต่อต่างๆ โดยใช้หลักพื้นฐานของ Jacobian พบว่า ค่าความผิดพลาดเฉลี่ยและค่าความกลมมีค่าลดลงอยู่ที่ค่า -0.028 มิลลิเมตร และ 211.28 ไมโครเมตร หรือมีความกลมเพิ่มขึ้นร้อยละ 37.62 ตามลำดับ ซึ่งแสดงให้เห็นว่าแขนกลอุตสาหกรรมมีความถูกต้องแม่นยำเพิ่มขึ้น สามารถประยุกต์ใช้บอล-บาร์สำหรับชดเชยค่าความผิดพลาดในแขนกล เป็นการช่วยเพิ่มขีดความสามารถของบอล-บาร์ และสามารถนำองค์ความรู้ที่ได้จากงานวิจัยนี้ไปประยุกต์ใช้ในภาคอุตสาหกรรมต่อไป

ลายมือชื่อนิสิต

ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

Phumaret Sangram 2010: An Application of Ballbar for Six Joints Manipulator Positioning Error Compensation. Master of Engineering (Mechanical Engineering), Major Field: Mechanical Engineering, Department of Mechanical Engineering. Thesis Advisor: Mr. Chaiyakorn Jansuwan, Ph.D. 85 pages.

Ball-bar system is the tool for the CNC machine performance testing in circular motion. It can use to analyze many CNC machine errors components such as: squareness error, servo mismatch, backlash, machine vibration and roundness error.

This research is proposed the new method to apply 150 millimeter Ballbar compensate for the positioning error along circular path of the six joints industrial manipulator by neglected all dynamics effect of the manipulator. The manipulator positioning errors that deviated from the real position along circular path in  $XY$  plane with  $Z$  value constant are point to point measured with the average positioning errors and roundness along circular path is 0.091 millimeter and 338.69 micrometer, the compensation based on Robot Jacobian technique of the manipulator joints error are shown the average positioning errors and roundness along circular path in  $XY$  plane with  $Z$  value constant are reduced to -0.028 millimeter and 211.28 micrometer or 37.62% roundness increased. The result is shown the manipulator has increased accuracy and the Ballbar can be applied for the positioning error compensation in the manipulator. This study further strengthens the ability of Ballbar and can be applied to the industry.

---

Student's signature

---

Thesis Advisor's signature

## กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบพระคุณ อาจารย์ชัยยาศกร จันทร์สุวรรณ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ อาจารย์คุณยุต เอี่ยมสอาด กรรมการที่ปรึกษาร่วม ผู้ให้คำแนะนำและข้อคิดเห็นต่างๆ รวมถึงแนวทางในการแก้ไขปัญหาในการทำวิจัยวิทยานิพนธ์เล่มนี้เสร็จสมบูรณ์

ขอขอบคุณบริษัท แมชชีนเนอร์รี่ เอ็มโปเรียม จำกัด ที่ให้การสนับสนุนอุปกรณ์ในงานวิจัย

ขอขอบคุณ คุณฉัตรทิพย์ ดอกขจร คุณปิยวุฒิ พลรัตน์ คุณไกรสร ถิ่นน้อย คุณธนศ เชื้อสุวรรณ จากบริษัท ไทยอาร์แอนดีโซลูชั่น จำกัด ที่คอยอำนวยความสะดวกในการจัดหาเครื่องมือ ตลอดจนคำแนะนำต่างๆ งานวิจัยเสร็จสมบูรณ์

ขอขอบคุณ คุณเบญจพร เลิศพัฒน์นันทน์ คุณชัชวาล โรจนประทีป คุณกฤติยา พาอิม ที่คอยตรวจทานและให้คำแนะนำในการเขียนบทความและวิทยานิพนธ์จนสำเร็จลุล่วงไปด้วยดี

ขอขอบพระคุณงานหอพัก กองกิจการนิสิตที่อำนวยความสะดวกด้านที่พักตลอดระยะเวลาที่เรียนและทำวิทยานิพนธ์เล่มนี้

ขอขอบพระคุณ อาจารย์ชนะ รัศมีศิริ ผู้ให้คำแนะนำต่างๆ การใช้ชีวิต การแก้ปัญหาต่างๆ โอกาส ความรู้และประสบการณ์อันประเมินค่ามิได้ รวมทั้งค่าใช้จ่ายต่างๆ ค่าหนังสือ ตลอดจนค่าครองชีพตลอดระยะเวลาที่ศึกษาเล่าเรียน จนทำให้วิทยานิพนธ์เล่มนี้เสร็จสมบูรณ์และขอขอบคุณทุกท่านที่ไม่ได้กล่าวถึง ณ ที่นี้ ที่ให้ความช่วยเหลือและให้กำลังใจด้วยดีเสมอมา

ขอกราบพระคุณบุพการี ที่สนับสนุนทั้งกำลังทรัพย์และกำลังใจด้วยดีเสมอมา

ภูมเรศ แสงราม

กุมภาพันธ์ 2553

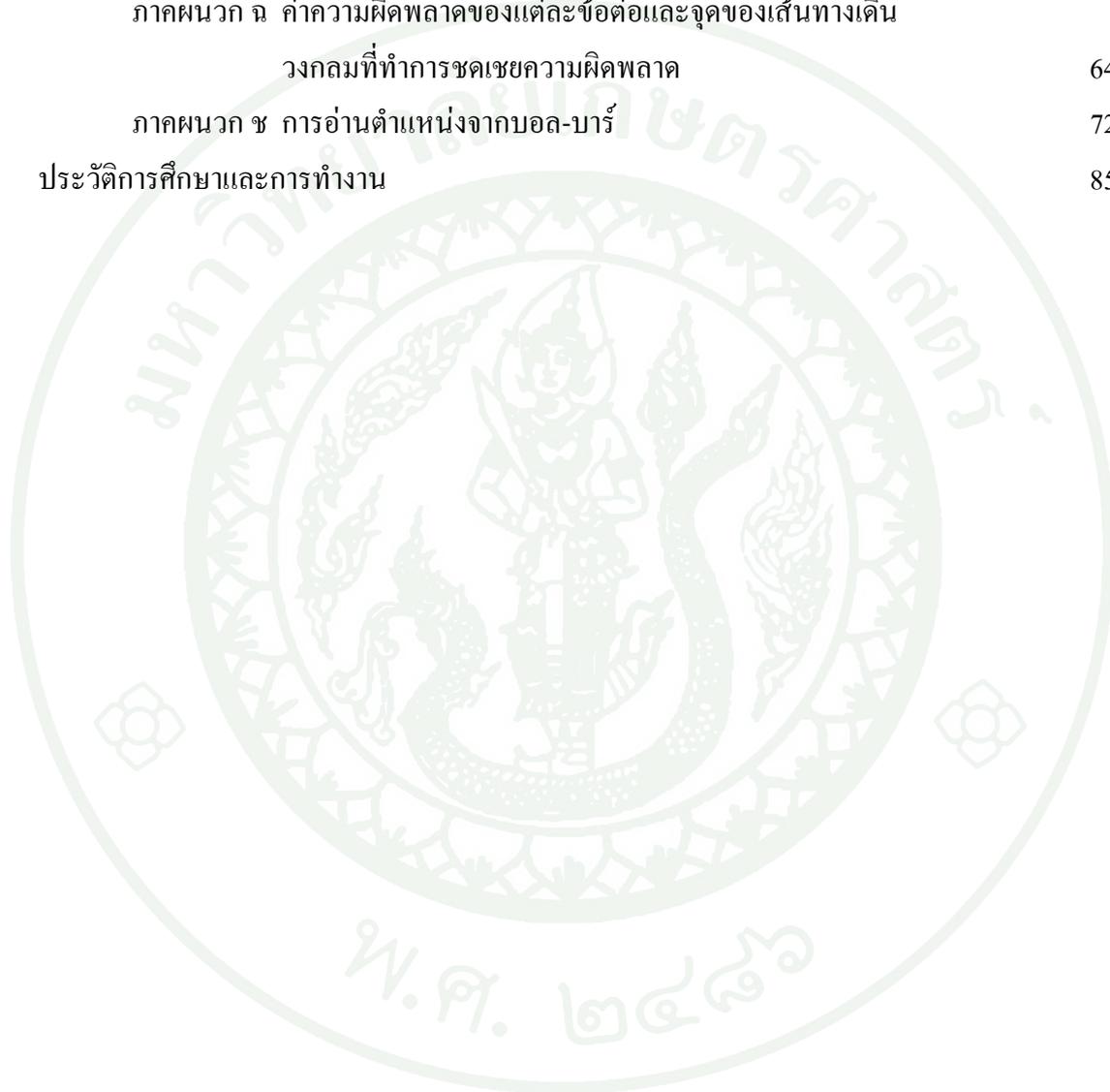
## สารบัญ

	หน้า
สารบัญ	(1)
สารบัญตาราง	(3)
สารบัญภาพ	(4)
คำนำ	1
วัตถุประสงค์	3
การตรวจเอกสาร	4
อุปกรณ์และวิธีการ	14
อุปกรณ์	14
วิธีการ	14
ผลและวิจารณ์	29
ผล	29
วิจารณ์	32
สรุปและข้อเสนอแนะ	33
สรุป	33
ข้อเสนอแนะ	34
เอกสารและสิ่งอ้างอิง	35
ภาคผนวก	38
ภาคผนวก ก ขนาดของแขนกล สมการ Forward Kinematics และ ตำแหน่งจุดศูนย์กลางของเส้นทางเดินวงกลม	39
ภาคผนวก ข จุดในเส้นทางเดินวงกลมของแขนกลในพิกัดคาร์ทีเซียน	47
ภาคผนวก ค สมการ Inverse Kinematics	50
ภาคผนวก ง จุดของเส้นทางการเคลื่อนที่ของแขนกลแสดงเป็นค่ามุม ที่ข้อต่อต่างๆ	58
ภาคผนวก จ ค่าที่อ่านได้จากบอล-บาร์ก่อนทำการชดเชยค่าความผิดพลาด	61

## สารบัญ (ต่อ)

### หน้า

ภาคผนวก ฉ ค่าความผิดพลาดของแต่ละข้อต่อและจุดของเส้นทางเดิน วงกลมที่ทำการชดเชยความผิดพลาด	64
ภาคผนวก ช การอ่านตำแหน่งจากบอล-บาร์	72
ประวัติการศึกษาและการทำงาน	85



## สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
1	ตารางสำหรับใส่ค่าตัวแปรของแกนแต่ละแกนในแขนกลตามวิธีการของ DH	5
2	สรุปขั้นตอนวิธีการการสร้างเส้นทางเดินวงกลมในระนาบสำหรับแขนกล	25
3	ตำแหน่งที่อ่านได้จากบอล-บาร์ก่อนการชดเชยค่าความผิดพลาด	29
4	ตำแหน่งที่อ่านได้จากบอล-บาร์หลังการชดเชยค่าความผิดพลาด	30
5	เปรียบเทียบตำแหน่งทั้งก่อนและหลังการชดเชยค่าความผิดพลาด	31
ตารางผนวกที่		
ก1	ตัวแปรต่างๆ ตามหลักการของ Denavit-Hartenberg ของแขนกล	42
ก2	สูตรทางตรีโกณมิติสำหรับแก้ปัญหา Inverse Kinematics	46
ข1	ตำแหน่งของจุดในเส้นทางเดินของแขนกลที่มีจุดศูนย์กลางวงกลมอยู่ที่ตำแหน่ง $(X, Y, Z) = (905.569, -42.298, 763.131)$	48
ง1	เส้นทางเดินของแขนกลที่ได้จากสมการ IK ก่อนทำการชดเชยค่าความผิดพลาด	59
จ1	ค่าที่อ่านได้จากบอล-บาร์ก่อนทำการชดเชยค่าความผิดพลาด	62
ฉ1	ค่าความผิดพลาดในข้อต่อต่างๆ ของแขนกล	65
ฉ2	เส้นทางเดินของแขนกลที่ได้จากการชดเชยความผิดพลาด	67
ฉ3	ค่าที่อ่านได้จากบอล-บาร์หลังการชดเชยความผิดพลาด	69
ช1	ตัวแปรต่างๆ ตามหลักการของ Denavit-Hartenberg ของบอล-บาร์	76
ช2	คุณสมบัติของบอล-บาร์ที่ใช้ในงานวิจัย	80
ช3	ตัวอย่างรูปแบบความผิดพลาดทางตำแหน่งจากการวัดโดยใช้บอล-บาร์	81

## สารบัญภาพ

ภาพที่		หน้า
1	ตัวแปรต่างๆ ของแกนในแขนกล	4
2	ความสัมพันธ์ระหว่าง Forward Kinematics และ Inverse Kinematics ในแขนกล	6
3	การสร้างระนาบอ้างอิงใน Ballbar	8
4	ขั้นตอนโดยรวมสำหรับการชดเชยความผิดพลาดในแขนกล	13
5	การปรับศูนย์ของ Tool cup ให้ตรงกับข้อต่อที่ 6	15
6	การปรับตั้งแกนของ Tool cup ให้ตั้งฉากกับโต๊ะวางชิ้นงาน	15
7	ขอบเขตการทำงานของแกนแต่ละแกนของแขนกล	16
8	ขั้นตอนการหาสมการ FK	17
9	การกำหนดจุดของการเดินในแนววงกลม โดยรูปซ้ายมือ $N_i = 10$ และรูปขวามือ $N_i = 5$	18
10	ผังวัตถุอิสระของบอล-บาร์	19
11	มุมยกของบอล-บาร์	20
12	เส้นทางเดินวงกลมของแขนกล	21
13	ระนาบเส้นทางการเดินแบบวงกลมของแขนกล	22
14	โปรแกรมสร้าง, จำลองและชดเชยความผิดพลาดของเส้นทางเดิน แบบวงกลมสำหรับแขนกล	23
15	การติดตั้งบอล-บาร์กับปลายแขนกล	24
16	ตำแหน่งที่อ่านได้จากบอล-บาร์ก่อนการชดเชยค่าความผิดพลาด	30
17	ตำแหน่งที่อ่านได้จากบอล-บาร์หลังการชดเชยค่าความผิดพลาด	31

## สารบัญญภาพ (ต่อ)

ภาพผนวกที่		หน้า
ก1	การตั้งจุดศูนย์กลางการหมุนและแกนหมุนที่ข้อต่อระหว่างแกนต่างๆ ในแขนกล	40
ก2	การตั้งแกนที่ข้อต่อระหว่างแกนต่างๆ ในแขนกล	41
ก3	ระยะระหว่างข้อต่อของแกนต่างๆ ในแขนกล	41
ข1	แนวเส้นทางเดินวงกลมจากพิกัดในตารางผนวกที่ ข1	49
ค1	การสร้างเวกเตอร์แสดงตำแหน่งของจุดหมุน $w$ ในแขนกล	51
ค2	รูปแบบการวางตัวตามแนวด้านซ้ายและด้านขวา	56
ค3	รูปแบบการวางตัวตามแนวด้านบนและด้านล่าง	56
ค4	รูปแบบการวางตัวแบบหงายและแบบคว่ำ	57
ค5	จำนวนคำตอบของสมการ Inverse Kinematics	57
ฉ1	ค่าความผิดพลาดในข้อต่อต่างๆ ของแขนกล	66
ฉ2	ค่าที่อ่านได้จากบอล-บาร์ก่อนและหลังการชดเชยค่าความผิดพลาด	71
ฉ3	ค่าที่อ่านได้จากบอล-บาร์ก่อนและหลังการชดเชยค่าความผิดพลาด ในรูปพิกัดเชิงขั้ว	71
ช1	ส่วนประกอบของระบบบอล-บาร์	73
ช2	การตั้งแกนตามหลักของ DH ในระบบบอล-บาร์	74
ช3	การกำหนดจุดของการเดินในแนววงกลม โดยรูปขั้วมือ $N_i = 10$ และรูปขั้วมือ $N_i = 5$	77
ช4	ผังวัตถุอิสระของบอล-บาร์	78
ช5	มุมยกของบอล-บาร์	79

การประยุกต์ใช้บอล-บาร์สำหรับชดเชยค่าความผิดพลาดทางตำแหน่ง  
ของแขนกลอุตสาหกรรม 6 องศาอิสระ

An Application of Ballbar for Six Joints Manipulator  
Positioning Error Compensation

คำนำ

เครื่องมือสำหรับใช้ตรวจวัดหรือตรวจสอบความถูกต้องแม่นยำทางตำแหน่งของเครื่องจักรที่พบมากในปัจจุบันมักจะใช้สำหรับตรวจวัดแกนการเคลื่อนที่แบบเชิงเส้น (Linear Axis) ส่วนเครื่องมือสำหรับตรวจวัดแกนการเคลื่อนที่แบบเชิงมุม (Rotary Axis) มีน้อยมาก และเนื่องจากเครื่องจักรสมัยใหม่ เช่น เครื่องเมชชีนนึงเซ็นเตอร์ 5 แกน หรือแขนกลอุตสาหกรรมตั้งแต่ 5 แกนขึ้นไป มีความซับซ้อนของโครงสร้างและการทำงานค่อนข้างมาก ทำให้พบข้อต่อที่มีการเคลื่อนที่แบบเชิงมุมหรือข้อต่อที่มีการเคลื่อนที่แบบเชิงเส้นแต่ทำงานร่วมกับข้อต่ออื่น ทำให้เกิดการเคลื่อนที่ในลักษณะเชิงมุมเพิ่มมากขึ้น จึงจำเป็นที่จะต้องมียุทธศาสตร์หรืออุปกรณ์สำหรับใช้ตรวจวัดและทดสอบความผิดพลาดต่างๆ ได้อย่างเพียงพอและมีประสิทธิภาพ

บอล-บาร์เป็นเครื่องมือสำหรับทดสอบประสิทธิภาพของเครื่องจักรกลซีเอ็นซี โดยวิธีการเดินแกน 2 แกนพร้อมกันเป็นวงกลมในระนาบอ้างอิงและสามารถตรวจสอบหาความผิดพลาดของเครื่องจักรได้หลายแบบ เช่น ความผิดพลาดเนื่องมาจากความตั้งฉากของแกน, ความเข้ากันของระบบเซอร์โวในแต่ละแกน, ระยะเวลาคลอน, การสั่นสะเทือนของแกน และความกลมของการเคลื่อนที่ เป็นต้น

งานวิจัยนี้ทำการศึกษาถึงกระบวนการชดเชยค่าความผิดพลาดทางตำแหน่งที่เกิดขึ้นในแขนกลอุตสาหกรรมโดยประยุกต์ใช้บอล-บาร์สำหรับวัดตำแหน่งของแขนกล เพื่อนำข้อมูลที่วัดได้มาทำการศึกษาและเปรียบเทียบกับตำแหน่งจริงที่ได้จากการคำนวณ โดยใช้พื้นฐานของสมการวงกลม สมการ Forward Kinematics และสมการ Inverse Kinematics แล้วนำผลต่างที่ได้มาทำการชดเชยเพื่อลดความผิดพลาดทางตำแหน่งที่เกิดขึ้นในแขนกลอุตสาหกรรมตามหลักของ Jacobian โดยไม่นำผลกระทบจากพฤติกรรมทางด้านพลศาสตร์ของแขนกลมาพิจารณาค่าความผิดพลาด ซึ่งผลการวิจัยพบว่า แขนกลมีความผิดพลาดทางตำแหน่งเกิดขึ้นโดยเบี่ยงเบนไปจากเส้นทางการเคลื่อนที่วงกลมจริง

จากการทดลองพบว่าสามารถใช้บอล-บาร์ขนาด 150 มิลลิเมตรในการวัดค่าความผิดพลาดทางตำแหน่ง  
แกนกลอุตสาหกรรม 6 องศาอิสระ โดยผลการวัดการเคลื่อนที่ในระนาบ  $XY$  ที่ความสูงตามแกน  $Z$   
คงที่พบว่าค่าความผิดพลาดที่พบมากที่สุด และค่าความกลมอยู่ที่ค่า 0.091 มิลลิเมตร และ 338.69  
ไมโครเมตรตามลำดับ เมื่อทำการชดเชยค่าความผิดพลาดของข้อต่อต่างๆ โดยใช้หลักพื้นฐานของ  
Jacobian พบว่า ค่าความผิดพลาดเฉลี่ยและค่าความกลมมีค่าลดลงอยู่ที่ค่า -0.028 มิลลิเมตรและ  
211.28 ไมโครเมตร หรือมีความกลมเพิ่มขึ้นร้อยละ 37.62 ตามลำดับ ซึ่งแสดงให้เห็นว่าแกนกล  
อุตสาหกรรมมีความถูกต้องแม่นยำเพิ่มขึ้น สามารถประยุกต์ใช้บอล-บาร์สำหรับชดเชยค่าความผิดพลาด  
ในแกนกล เป็นการช่วยเพิ่มขีดความสามารถของบอล-บาร์ และสามารถนำองค์ความรู้ที่ได้จาก  
งานวิจัยนี้ไปประยุกต์ใช้ในภาคอุตสาหกรรมต่อไป

## วัตถุประสงค์

ประยุกต์ใช้บอถบาร้สำหรับชดเชยค่าความผิดพลาดทางตำแหน่งที่เกิดขึ้นในแขนกล  
อุตสาหกรรม 6 องศาอิสระ



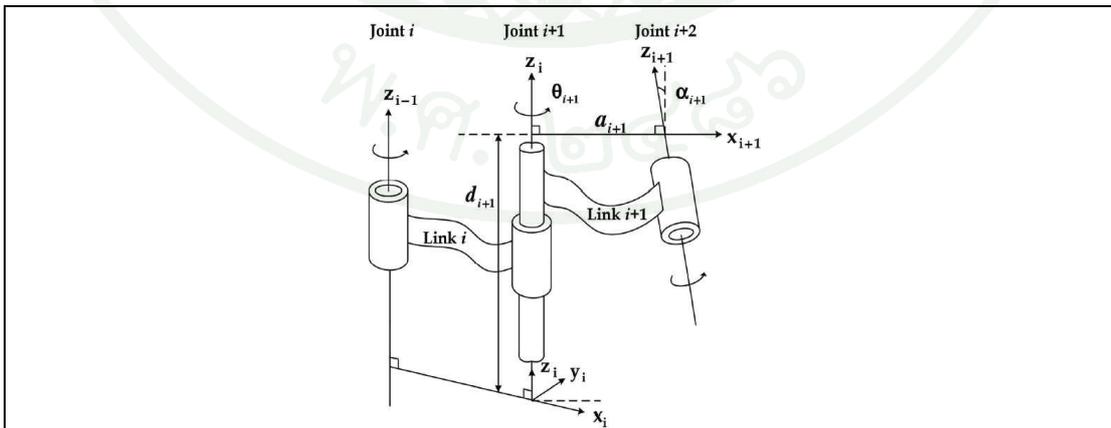
## การตรวจเอกสาร

### การเคลื่อนที่ในระนาบอ้างอิงของแขนกล

การศึกษาเกี่ยวกับกลไกการเคลื่อนที่ของแขนกลอุตสาหกรรมโดยมากจะทำการกำหนดกรอบอ้างอิง (Reference Frame,  $A_i$ ) ที่ฐานของแขนกล, ปลายแขนกล และที่ข้อต่อต่างๆ และหาความสัมพันธ์ระหว่างกรอบอ้างอิงที่สนใจศึกษา โดยความสัมพันธ์ระหว่างกรอบอ้างอิงจะบอกตำแหน่ง ( $P_i$ ) และทิศทางการวางตัว ( $R_i$ ) ของกรอบอ้างอิงที่สนใจเทียบกับกรอบอ้างอิงฐาน ซึ่งสามารถเขียนให้อยู่ในรูปเมตริกซ์ ดังสมการที่ 1 (Ye *et al.*, 2006)

$${}^{i-1}T = A_i = \begin{bmatrix} R_i & P_i \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & p_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & p_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Alici and Shirinzadeh (2003) นำเสนอวิธีการหาสมการการเคลื่อนที่ของแขนกลตามวิธีการของ DH จากความสัมพันธ์ระหว่างมุมของข้อต่อในแต่ละข้อต่อกับตำแหน่งในพิกัดคาร์ทีเซียนของปลายแขนกลและยังสามารถเปลี่ยนรูปให้เป็นพิกัดอื่นได้อีกหลายแบบ วิธีนี้พิจารณาแขนกลซึ่งมีแกนหลายแกนเชื่อมต่อกัน (Joint  $i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ ) ด้วยข้อต่อซึ่งมีจุดต่อที่สามารถเป็นได้ทั้งแบบหมุน (Rotary Joint) และแบบเลื่อน (Prismatic Joint) (สยาม และวิทยา, 2546; วิบูลย์ และณัฐสร, 2551)



ภาพที่ 1 ตัวแปรต่างๆ ของแกนในแขนกล

ภาพที่ 1 แสดงพิกัดแกนที่จุดต่อต่างๆ โดยกำหนดให้แกน  $Z$  มีทิศทางแนวข้อต่อที่มีจุดต่อเป็นจุดหมุนหรือเลื่อนแกน  $X$  มีทิศทางออกจากจุดที่เป็นระยะทางที่สั้นที่สุดจากแกน  $Z_{i-1}$  ถึง  $Z_i$  ส่วนแกน  $Y$  มีทิศทางตามกฎมือขวา  $d$  แทนระยะระหว่างแกน  $X_{i-1}$  ถึง  $X_i$  โดยวัดตามแนวแกน  $Z_i$ ,  $a$  แทนระยะจากแกน  $Z_{i-1}$  ถึง  $Z_i$  โดยวัดตามแนวแกน  $X_{i-1}$ ,  $\alpha$  แทนมุมระหว่างแกน  $Z_{i-1}$  กับ  $Z_i$  วัดรอบแกน  $X_{i-1}$ ,  $\theta$  แทนมุมระหว่างแกน  $X_{i-1}$  กับ  $X_i$  วัดรอบแกน  $Z_i$  สามารถสรุปค่าตัวแปรได้ดังตารางที่ 1 และเมตริกซ์การเปลี่ยนรูปจะมาจากผลคูณของเมตริกซ์การหมุนรอบแกน  $Z$ , เมตริกซ์การเคลื่อนที่ตามแนวแกน  $Z$ , เมตริกซ์การเคลื่อนที่ตามแนวแกน  $X$  และเมตริกซ์การหมุนรอบแกน  $X$  ตามสมการที่ 2 (Ye *et al.*, 2006)

$${}^{i-1}T = Rot(x_{i-1}, \alpha_i) \times Trans(a_i, 0, 0) \times Rot(z_i, \theta_i) \times Trans(0, 0, d_i) \quad (2)$$

$${}^{i-1}T = A_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C\alpha_i & -S\alpha_i & 0 \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i & 0 & 0 \\ S\theta_i & C\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

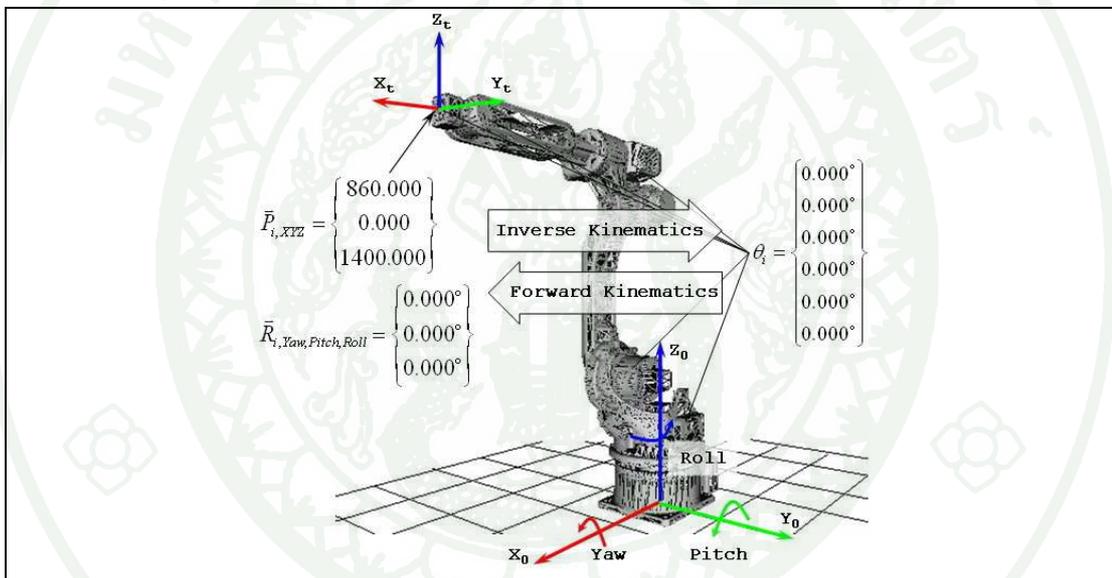
$$A_i = \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i & 0 & a_i \\ S\theta_i C\alpha_i & C\theta_i C\alpha_i & -S\alpha_i & -d_i S\alpha_i \\ S\theta_i S\alpha_i & C\theta_i S\alpha_i & C\alpha_i & d_i C\alpha_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ตารางที่ 1 ตารางสำหรับใส่ค่าตัวแปรของแกนแต่ละแกนในแขนกลตามวิธีการของ DH

Link	$\alpha$	$a$	$\theta$	$d$
1				
2				
:				
n				

### Forward Kinematics และ Inverse Kinematics ของแขนกล

สกล และพีระยศ (2551); DeltaTAU (2006) FK และ IK เป็นสมการทางคณิตศาสตร์สำหรับอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างตำแหน่งการวางตัวของปลายแขนกลและมุมของข้อต่อแต่ละตัว โดยที่ FK จะอธิบายถึงตำแหน่ง และการวางตัวของปลายแขนกลเทียบกับระนาบที่อ้างอิงที่เป็นฟังก์ชันของมุมในแต่ละข้อต่อของแขนกล [ $\vec{P}, \vec{R} = f(\theta_i)$ ] (วิบูลย์ และสุภชัย, 2551; Mavroidis, 1997) ซึ่งสามารถแสดงได้ดังสมการที่ 4 ส่วน IK จะอธิบายถึงค่ามุมของข้อต่อแต่ละตัว ซึ่งเป็นฟังก์ชันของตำแหน่งและการวางตัวของปลายแขนกลเทียบกับระนาบอ้างอิง [ $\theta_i = f(\vec{P}, \vec{R})$ ] (Balkan *et al.*, 2000; Chapelle, 2004) ดังภาพที่ 2



ภาพที่ 2 ความสัมพันธ์ระหว่าง Forward Kinematics และ Inverse Kinematics ในแขนกล

$${}^0T = {}^1T {}^2T \dots {}^{t-1}T = A_1 A_2 A_3 \dots A_t = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & P_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & P_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$FK = {}^0T = \begin{bmatrix} \vec{R} & \vec{P} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

### ความสัมพันธ์ระหว่างมุม RPY กับเมตริกซ์การหมุน

สมการที่ 4 มีส่วนประกอบ 2 ส่วนคือ ส่วนของการเคลื่อนที่ (Translation,  $P_{xyz}$ ) ซึ่งบอกตำแหน่งในพิกัดคาร์ทีเซียนของแกนกล และส่วนของการหมุน (Rotation,  $r_{ij}$ ) ซึ่งการบอกทิศทางวางตัวของแกนกลที่ระนาบสุดท้ายทำกับระนาบอ้างอิง โดยที่แถวแรก ( $r_{11}, r_{21}, r_{31}$ ) จะบอกทิศทางของแกน  $X$  ที่ระนาบสุดท้ายเทียบกับระนาบอ้างอิง และแถวที่ 2 ( $r_{12}, r_{22}, r_{32}$ ) และ 3 ( $r_{13}, r_{23}, r_{33}$ ) จะบอกทิศทางของแกน  $Y$  และ  $Z$  ที่ระนาบสุดท้ายเทียบกับแกน  $Y$  และ  $Z$  ของระนาบอ้างอิงตามลำดับ นอกจากนั้นแกนกลสามารถบอกทิศทางเป็นค่ามุม  $Yaw(\alpha)$  ซึ่งเป็นมุมหมุนรอบแกน  $z$ ,  $Pitch(\beta)$  ซึ่งเป็นมุมหมุนรอบแกน  $y$  และ  $Roll(\gamma)$  ซึ่งเป็นมุมหมุนรอบแกน  $x$  โดยสามารถหาได้จากสมการที่ 5 และ 6

$$RPY(\alpha, \beta, \gamma) = Rot(r_{i3}, \gamma)Rot(r_{i2}, \beta)Rot(r_{i1}, \alpha)$$

$$RPY(\alpha, \beta, \gamma) = \begin{bmatrix} C\gamma C\beta & C\gamma S\beta S\alpha - S\gamma C\alpha & C\gamma S\beta C\alpha + S\gamma S\alpha & 0 \\ S\gamma C\beta & S\gamma S\beta S\alpha + C\gamma C\alpha & S\gamma S\beta C\alpha - C\gamma S\alpha & 0 \\ -S\beta & C\beta S\alpha & C\beta C\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

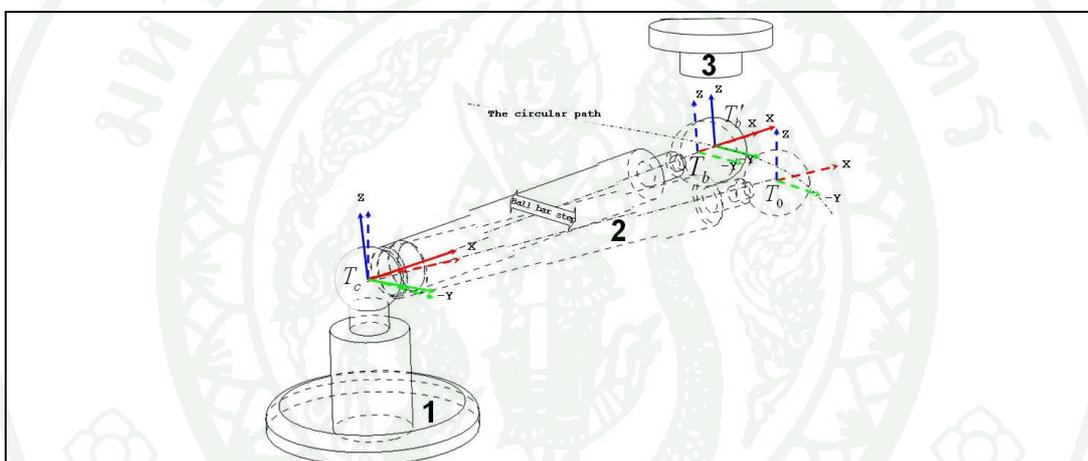
$$\begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & 0 \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & 0 \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C\gamma C\beta & C\gamma S\beta S\alpha - S\gamma C\alpha & C\gamma S\beta C\alpha + S\gamma S\alpha & 0 \\ S\gamma C\beta & S\gamma S\beta S\alpha + C\gamma C\alpha & S\gamma S\beta C\alpha - C\gamma S\alpha & 0 \\ -S\beta & C\beta S\alpha & C\beta C\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

จะได้ความสัมพันธ์ดังนี้

$$\begin{aligned} \alpha &= ATAN2(r_{21}, r_{11}) \\ \beta &= ATAN2\left(-r_{31}, \sqrt{r_{32}^2 + r_{33}^2}\right) \\ \gamma &= ATAN2(r_{32}, r_{33}) \end{aligned} \quad (7)$$

## บอล-บาร์

บอล-บาร์เป็นเครื่องมือสำหรับวัดตำแหน่งการเคลื่อนที่ในเครื่องจักรโดยการเดินแกน 2 แกน พร้อมกันเป็นวงกลมในระนาบอ้างอิงของเครื่องจักรตามมาตรฐาน ISO 230 (ISO, 2005; Mekid, 2008) ภาพที่ 3 ระบบบอล-บาร์ประกอบด้วย Pivot Assembly (หมายเลข 1) สำหรับติดที่โต๊ะวางชิ้นงาน, Tool Cup (หมายเลข 3) สำหรับติดที่ปลายแกนกลและมีเซ็นเซอร์จำพวก Linear Variable Displacement Transformer: LVDT สำหรับตรวจวัดการเปลี่ยนแปลงการเคลื่อนที่และส่งสัญญาณไปให้คอมพิวเตอร์เพื่อวิเคราะห์ผลโดย LVDT จะติดอยู่กับ Extension bars (หมายเลข 2) ที่เชื่อมต่อกับ Pivot Assembly และ Tool Cup ด้วยแรงดึงคูดของแม่เหล็ก (Goswami *et al.*, 1993)



ภาพที่ 3 การสร้างระนาบอ้างอิงใน Ball bar

Zargarbashi (2005) ทำการลดความผิดพลาดจากการใช้บอล-บาร์ เนื่องมาจากการเอียงศูนย์กลางของตำแหน่ง Pivot Assembly กับเส้นแนวทางการเดินวงกลมของเครื่องจักรโดยสร้างสมการวงกลมและกำหนดให้มีตัวแปรสำหรับปรับค่าการเอียงศูนย์กลาง จากภาพที่ 3 แนวเส้นทางการเดินของแกนกลจะเป็นรูปวงกลม (Circular Path) ที่มีจุดศูนย์กลางกลางอยู่ที่ตำแหน่งของระนาบ Pivot Assembly ( $T_c$ ) และรัศมีของเส้นทางการเคลื่อนที่มีค่าเท่ากับความยาวของบอล-บาร์ ( $R_b$ ) เมื่อปลายแกนกลมีการเคลื่อนที่จะทำให้ตำแหน่งและทิศทางของบอล-บาร์เปลี่ยนไปจากตำแหน่งที่ระนาบเริ่มต้น ( $T_0$ ) เป็นตำแหน่งที่ระนาบใหม่ ( $T_b$ ) และหากการเคลื่อนที่ของแกนกลเกิดความผิดพลาด จะทำให้รัศมีของเส้นทางการเคลื่อนที่เบี่ยงเบนไปจากเดิมเป็น  $R_b + \Delta R$  และตำแหน่งของบอล-บาร์ที่เกิดความผิดพลาดก็จะเปลี่ยนเป็นระนาบ  $T'_b$  โดยสามารถเขียนเป็นความสัมพันธ์ได้ดังสมการที่ 8

$$T_o = {}^o_c T = \begin{bmatrix} \bar{R}_o & \bar{P}_o \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, T_b = {}^b_c T = \begin{bmatrix} \bar{R}_b & \bar{P}_b \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, T_{b'} = {}^{b'}_c T = \begin{bmatrix} \bar{R}_{b'} & \bar{P}_{b'} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

การเคลื่อนที่ของบอล-บาร์ทำให้ตำแหน่งในพิกัดคาร์ทีเซียนเปลี่ยนไป ความผิดพลาดทางตำแหน่งในพิกัดคาร์ทีเซียน (Hornig, 1998) สามารถหาได้จากสมการที่ 9

$$\Delta R = \sqrt{\bar{P}_{b'}^2 - \bar{P}_b^2} = \sqrt{(P_{x,b'} - P_{x,b})^2 + (P_{y,b'} - P_{y,b})^2 + (P_{z,b'} - P_{z,b})^2} \quad (9)$$

### ความผิดพลาดในแขนกล

เมื่อใช้งานเครื่องจักรกลไปเรื่อยๆ ความถูกต้องแม่นยำจะลดลงไปตามระยะเวลาการใช้งาน ซึ่งจากงานวิจัยที่ผ่านมาพบว่า ความไม่แม่นยำในเครื่องจักรจะส่งผลกระทบต่อความผิดพลาดของชิ้นงานถึง 60-65 เปอร์เซ็นต์ โดยแหล่งที่มาของความผิดพลาดที่เกิดขึ้นในเครื่องจักรทั่วไปได้แก่ ความผิดพลาดเนื่องมาจากรูปทรงและโครงสร้างของเครื่องจักร กลไกการเคลื่อนที่ ความร้อน การใช้งานเครื่องจักรที่มีแรงภายนอกและแรงตัดเฉือน เครื่องมือวัดหรืออุปกรณ์ป้อนกลับมีความละเอียดต่ำหรือมีความผิดพลาด วัสดุที่ใช้ทำโครงสร้างของเครื่องจักร การสึกกร่อนของเครื่องมือตัด เกียร์ ลูกปืน และเนื่องมาจากสาเหตุอื่นๆ เช่น ความผิดพลาดเนื่องมาจากระบบควบคุมแบบเซอร์โว

Rahman (2004) จำแนกความผิดพลาดในเครื่องจักรออกเป็น 2 กลุ่ม คือ ความผิดพลาดเชิงระบบ (Systematic Error) กับความผิดพลาดเชิงสุ่ม (Random Error) โดยความผิดพลาดเชิงระบบเป็นความผิดพลาดที่เกิดจากคุณสมบัติของวัสดุและอุปกรณ์ภายในแขนกล เช่น ระยะเวลาในระบบ เกียร์ รูปทรง รวมไปถึงการเปลี่ยนแปลงของสิ่งแวดล้อมขณะใช้งานเครื่องจักร เช่น อุณหภูมิ ความชื้น การสั่นสะเทือน ความดัน สัญญาณรบกวนที่ปนมากับแรงดันไฟฟ้า ซึ่งจะส่งผลกระทบต่อการทำงานของเครื่องจักร และความผิดพลาดนี้จะคงอยู่ไม่เปลี่ยนแปลงไปแม้จะใช้งานซ้ำๆ กันหลายๆ รอบภายใต้เงื่อนไขการใช้งานเดียวกันก็ตาม โดยจะมีลักษณะการเกิดขึ้นสม่ำเสมอที่ปริมาณคงเดิม และถึงแม้จะทราบแหล่งที่มาของความผิดพลาดชนิดนี้ แต่การหาปริมาณที่แน่นอนจากแต่ละแหล่งเป็นเรื่องที่ยากมาก ในทางปฏิบัติสามารถทำนายได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (จิตติภูมิ, 2551) ส่วนความผิดพลาดเชิงสุ่มเป็นความผิดพลาดที่เกิดขึ้นมาจากความผันแปรแบบสุ่มของการตรวจวัด ไม่สามารถคาดการณ์ได้ว่าจะเกิดขึ้นในลักษณะใดอีกทั้งยังมีรูปแบบที่ไม่แน่นอน

Mavroidis *et al.* (1997) หาความผิดพลาดความผิดพลาดทางตำแหน่งและทิศทางการวางตัวที่เกิดขึ้นในแขนกลโดยพิจารณาจากความผิดพลาดเนื่องมาจากกระบวนการผลิต (Machining Error) ซึ่งเกิดจากการให้ระยะเผื่อและความผิดพลาดของขนาด ความผิดพลาดเนื่องมาจากการประกอบซึ่งจะทำให้เกิดความผิดพลาดเชิงเส้นและความผิดพลาดเชิงมุมกับชิ้นส่วนของแขนกล การยึดหุ่นตัวของวัสดุที่นำมาทำแขนกลเมื่อได้รับแรงหรือเมื่ออุณหภูมิภายนอกเปลี่ยนแปลง ความผิดพลาดในข้อต่อเนื่องมาจากความเสียหายในตลับลูกปืน และความผิดพลาดเนื่องมาจากระยะคลอน เป็นต้น โดยผลรวมความผิดพลาดต่างๆ ที่เกิดขึ้น จะนำไปใช้ร่วมกับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของแขนกลเพื่อบอกถึงความผิดพลาดทางตำแหน่งและทิศทางการวางตัว

### การเปลี่ยนแปลงการเคลื่อนที่ในแขนกล

ความสัมพันธ์ระหว่างตำแหน่งและทิศทางของปลายแขนกลกับมุมในแต่ละข้อต่อสามารถแสดงได้ดังสมการที่ 10

$$Y_i = f_i(x_1, x_2, x_3, \dots, x_j) \quad (10)$$

เมื่อแขนกลมีการเคลื่อนที่ ตำแหน่งและทิศทางของปลายแขนกลที่เปลี่ยนไปสามารถเขียนให้อยู่ในรูปอนุพันธ์บางส่วนของสมการที่ 10 เทียบกับมุมในแต่ละข้อต่อที่เปลี่ยนแปลงไป ดังสมการที่ 11

$$\begin{aligned} \delta Y_1 &= \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \delta x_1 + \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \delta x_2 + \dots + \frac{\partial f_1}{\partial x_j} \delta x_j \\ \delta Y_2 &= \frac{\partial f_2}{\partial x_1} \delta x_1 + \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \delta x_2 + \dots + \frac{\partial f_2}{\partial x_j} \delta x_j \\ &\vdots \\ \delta Y_i &= \frac{\partial f_i}{\partial x_1} \delta x_1 + \frac{\partial f_i}{\partial x_2} \delta x_2 + \dots + \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \delta x_j \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} \delta Y_1 \\ \delta Y_2 \\ \vdots \\ \delta Y_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_j} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \dots & \dots & \dots \\ \vdots & & & \\ \frac{\partial f_i}{\partial x_1} & & & \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta x_1 \\ \delta x_2 \\ \vdots \\ \delta x_j \end{bmatrix} \quad (12)$$

ในแขนกลที่มี 6 ข้อต่อ สมการที่ 12 สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของสมการที่ 13 โดยที่  $dx, dy$  และ  $dz$  คือการเปลี่ยนแปลงการเคลื่อนที่ตามแนวแกน  $x, y$  และ  $z$  ส่วน  $\delta x, \delta y$  และ  $\delta z$  คือการเปลี่ยนแปลงทิศทางของมุม *Yaw, Pitch* และ *Roll* ของปลายแขนกล

$$\begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \\ \delta x \\ \delta y \\ \delta z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Robot} \\ \text{Jacobian} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\theta_1 \\ d\theta_2 \\ d\theta_3 \\ d\theta_4 \\ d\theta_5 \\ d\theta_6 \end{bmatrix}, \quad \text{or } [D] = [J][D_\theta] \quad (13)$$

สำหรับการเปลี่ยนแปลงการเคลื่อนที่ของแขนกลสามารถแสดงได้ดังสมการที่ 14

$$\begin{aligned} [T + dT] &= [Trans(dx, dy, dz)Rot(k, d\theta)][T] \\ \text{หรือ} \quad [dT] &= [\Delta][T] \end{aligned} \quad (14)$$

โดยที่

$$[\Delta] = [Trans(dx, dy, dz) \times Rot(k, d\theta) - I] \quad (15)$$

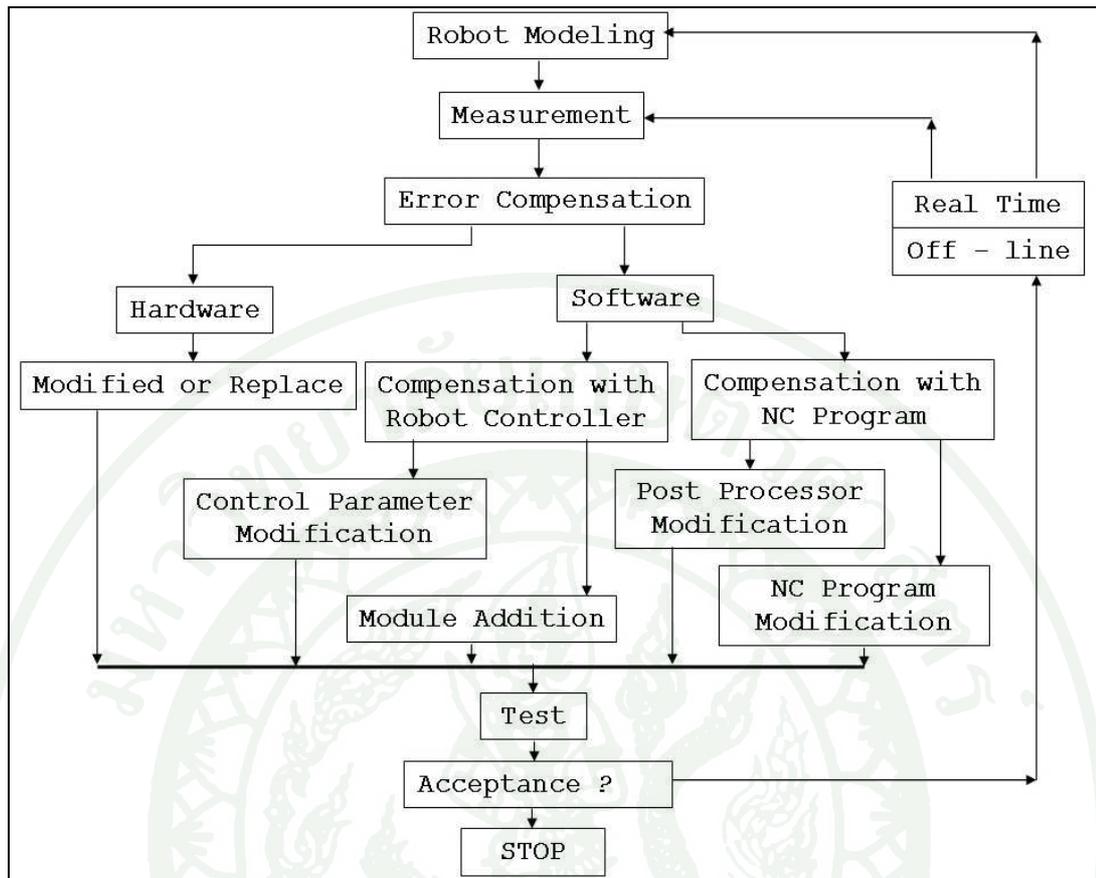
$$\Delta = Trans(dx, dy, dz) \times Rot(k, d\theta) - I \quad (16)$$

$$\Delta = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & dx \\ 0 & 1 & 0 & dy \\ 0 & 0 & 1 & dz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -\delta z & \delta y & 0 \\ \delta z & 1 & -\delta x & 0 \\ -\delta y & \delta x & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\Delta = \begin{bmatrix} 0 & -\delta z & \delta y & dx \\ \delta z & 0 & -\delta x & dy \\ -\delta y & \delta x & 0 & dz \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

### การชดเชยความผิดพลาดในแกนกล

การชดเชยความผิดพลาดในแกนกลแบ่งออกเป็น 2 ประเภทใหญ่ๆ คือ การชดเชยความผิดพลาดในฮาร์ดแวร์และการชดเชยความผิดพลาดในซอฟต์แวร์ การชดเชยความผิดพลาดในฮาร์ดแวร์เป็นการชดเชยโดยการปรับแต่งฮาร์ดแวร์ต่างๆ เช่น การปรับระยะแกน การเปลี่ยนสายพาน การเปลี่ยนชุดเฟืองขับ การใส่ยางรองแท่นเครื่องเพื่อลดสั่นสะเทือน เป็นต้น ส่วนการชดเชยความผิดพลาดในซอฟต์แวร์สามารถแบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ การชดเชยที่ชุดควบคุมซึ่งเป็นการชดเชยโดยการปรับตัวแปรต่างๆ ในชุดควบคุมเช่น ปรับตั้งระยะพิตช์, ระยะคลอน, และค่าคงที่ของระบบเซอร์โวต่างๆ เป็นต้น โดยการปรับตั้งในส่วนนี้จะขึ้นอยู่กับการยอมให้เข้าถึงสถาปัตยกรรมหรือภายในของชุดควบคุมของผู้ผลิตแกนกลนั้นๆ และการชดเชยก่อนเข้าสู่ชุดควบคุม เช่น การปรับแต่งที่ CL-Data, การปรับแต่งที่ Post processor เป็นต้น ซึ่งในกรณีผู้ใช้สามารถปรับแต่งได้ง่ายกว่าในกรณีแรก สามารถสรุปวิธีการชดเชยความผิดพลาดในแกนกลได้ดังภาพที่ 4



ภาพที่ 4 ขั้นตอนโดยรวมสำหรับการชดเชยความผิดพลาดในแขนกล

## อุปกรณ์และวิธีการ

### อุปกรณ์

1. ชุดบอล-บาร์ของ Renishaw รุ่น QC10
2. แขนกลอุตสาหกรรม FANUC M-6iB
3. ชุดตรวจวัดการตั้งศูนย์ VA-11
4. เครื่องคอมพิวเตอร์สำหรับรวบรวมและประมวลผลข้อมูล
5. ฐานวางชิ้นงานแบบปรับระดับได้

### วิธีการ

#### 1. การสร้างเส้นทางเดินวงกลมในระนาบสำหรับแขนกลและการวัดความผิดพลาดทางตำแหน่งโดยใช้บอล-บาร์

1.1 การเคลื่อนแขนกลเพื่อกำหนดจุดศูนย์กลางของเส้นทางเดินวงกลมที่จะใช้ทดสอบและอ่านค่ามุมของแต่ละข้อต่อ

ขั้นตอนนี้เป็น การติดตั้ง Tool cup เข้ากับปลายแขนกลและติดตั้ง Pivot Assembly เข้ากับโต๊ะวางชิ้นงานที่ทำการปรับระดับด้วยระดับน้ำแล้ว การปรับศูนย์ของ Tool cup ให้ตรงกับศูนย์ของปลายแขนกล (แกนที่ 6) ทำได้โดยการติดตั้ง Dial gauge ที่ปลายของ Tool cup แล้วทำการหมุนปลายแขนกลจนกว่าค่าใน Dial gauge ไม่มีการเปลี่ยนแปลง ดังภาพที่ 5 จากนั้นทำการปรับระนาบให้แกนของปลายแขนกลตั้งฉากกับโต๊ะวางชิ้นงาน โดยการติดตั้ง Dial gauge ให้สัมผัสกับ Tool cup โดยวางตัวทำมุมกัน 90 องศา แล้วเลื่อนปลายแขนกลขึ้นลงตามแกน Z จากนั้นทำการปรับมุมข้อต่อที่ 4 และ 5 ของแขนกลจนกว่าค่าใน Dial gauge ไม่มีการเปลี่ยนแปลง ดังภาพที่ 6



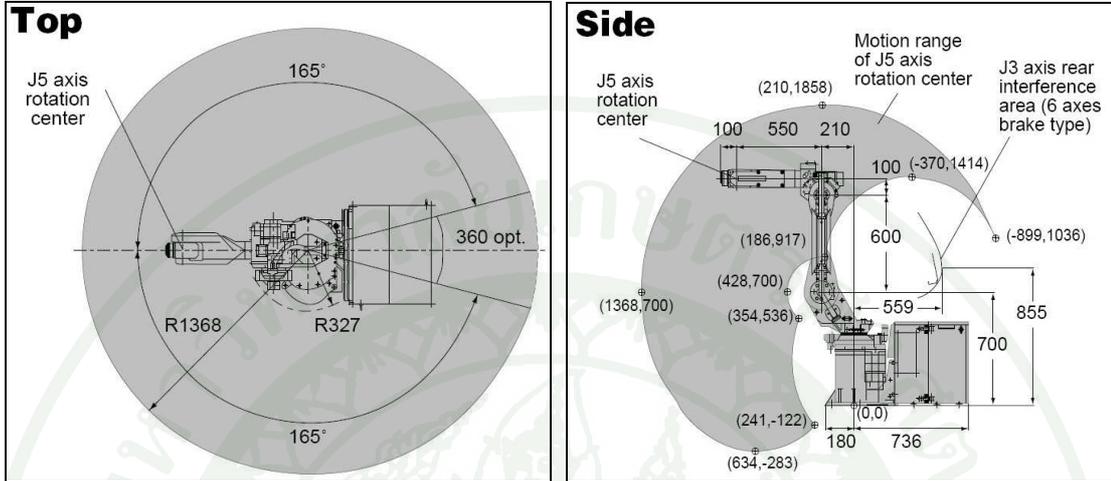
ภาพที่ 5 การปรับศูนย์ของ Tool cup ให้ตรงกับข้อต่อที่ 6



ภาพที่ 6 การปรับตั้งแกนของ Tool cup ให้ตั้งฉากกับโต๊ะวางชิ้นงาน

ทำการเคลื่อนแกนกลไปที่จุดที่ต้องการให้เป็นจุดศูนย์กลางของเส้นทางการเดินแบบวงกลม โดยพิจารณาจากรัศมีของเส้นทางการเดินที่ต้องการใช้ (ความยาวของบอล-บาร์ที่ต้องการ), ขอบเขตการทำงานของแกนแต่ละแกนของแกนกล ดังภาพที่ 7 และให้ Tool cup สัมผัสกับ Pivot Assembly พอดี จากนั้นทำการขันยึด Pivot Assembly ให้แน่นแล้วทำการบันทึกค่ามุมในชุดควบคุมของแกนกล

ซึ่งผลที่ได้จากขั้นตอนนี้คือ ค่ามุมที่ตำแหน่งศูนย์กลางเส้นทางการเดินแบบวงกลมของข้อต่อแต่ละข้อต่อ  $(\theta_{1c}, \theta_{2c}, \theta_{3c}, \theta_{4c}, \theta_{5c}, \theta_{6c})$



ภาพที่ 7 ขอบเขตการทำงานของแต่ละแกนของแขนกล

1.2 การหาตำแหน่งและทิศทางของจุดศูนย์กลางของเส้นทางการเดินวงกลม

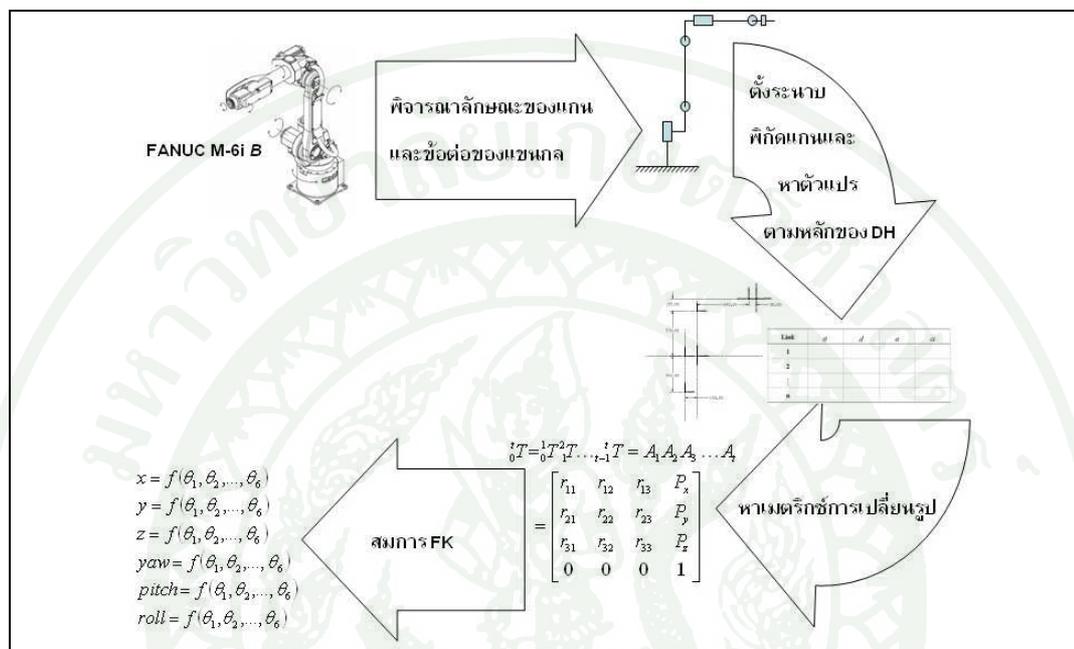
แขนกล FANUC m-6i เป็นแขนกลแบบอนุกรมซึ่งมีแกนหลายแกนเชื่อมต่อกันด้วยข้อต่อทั้งหมด 6 ข้อต่อซึ่งแต่ละข้อต่อเป็นแบบหมุน (Revolute Joints) เมื่อทำการตั้งแกนตามหลักของ DH จะได้ตำแหน่งและทิศทางการวางตัวของปลายแขนกล ซึ่งเป็นฟังก์ชันของค่ามุมในแต่ละข้อต่อ โดยสามารถอธิบายได้ด้วยสมการ FK ดังสมการที่ 18

$$T_0^e = \begin{bmatrix} n_{xc} & o_{xc} & a_{xc} & x_c \\ n_{yc} & o_{yc} & a_{yc} & y_c \\ n_{zc} & o_{zc} & a_{zc} & z_c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = f(\theta_{1c}, \theta_{2c}, \theta_{3c}, \theta_{4c}, \theta_{5c}, \theta_{6c}) \tag{18}$$

จากสมการที่ (6), (7) และ (18) จะได้ค่ามุม Yaw, Pitch และ Roll ดังนี้

$$\begin{aligned} \alpha_c &= ATAN2(n_{yc}, n_{xc}) \\ \beta_c &= ATAN2(-n_{zc}, \sqrt{o_{zc}^2 + a_{zc}^2}) \\ \gamma_c &= ATAN2(o_{zc}, a_{zc}) \end{aligned} \tag{19}$$

จากสมการที่ (18) และ (19) จะได้ตัวแปรทั้งหมด 6 ตัว คือ ตำแหน่งของจุดศูนย์กลางเส้นทางเดินวงกลม ( $x_c, y_c, z_c$ ) และทิศทางการวางตัวของปลายแขนกลที่จุดศูนย์กลางเส้นทางเดินวงกลม ( $\alpha_c, \beta_c, \gamma_c$ ) ดังภาคผนวกที่ ก



## ภาพที่ 8 ขั้นตอนการหาสมการ FK

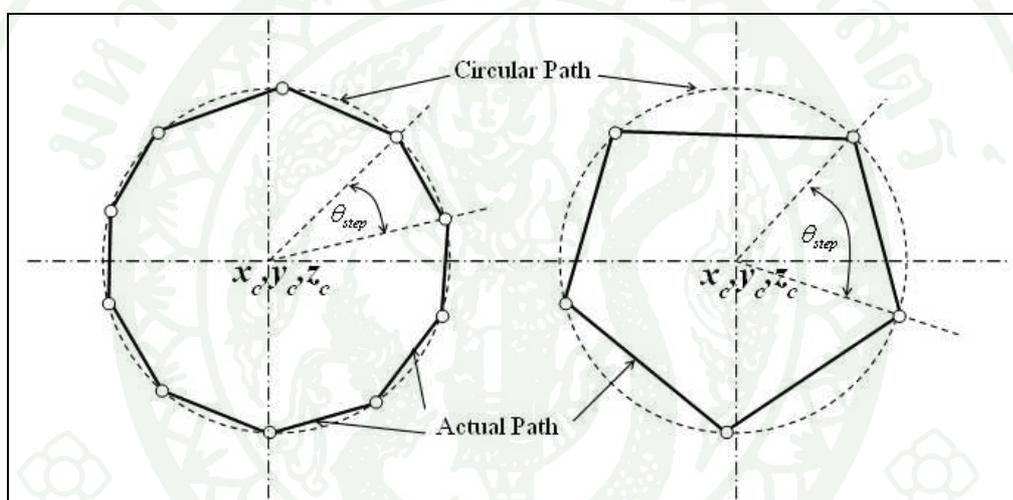
### 1.3 การกำหนดความยาวบอล-บาร์

การกำหนดความยาวบอล-บาร์จะเป็นการกำหนดครีสมิของเส้นทางเดินแบบวงกลมของแขนกล โดยความยาวที่เหมาะสมจะต้องพิจารณาจากจุดศูนย์กลางของวงกลม ขอบเขตการทำงานของแกนแต่ละแกนของแขนกล และความยาวมาตรฐานของบอล-บาร์ สำหรับครีสมิที่ต่างกันจะมีผลกระทบโดยตรงกับความผิดพลาดที่เกิดขึ้น โดย (Rahman, 2004) ได้อ้างอิงมาตรฐาน ISO (ISO 230-2 1990) สำหรับการตรวจสอบความผิดพลาดของเครื่องจักรซีเอ็นซีซึ่งเป็นวิธีการเปรียบเทียบเส้นทางเดินแบบวงกลมในระนาบกับแผ่นวงกลมมาตรฐาน โดยการวางแผ่นวงกลมไว้ในระนาบใดๆ ( $XY$ ,  $YZ$  และ  $XZ$ ) ซึ่งแผ่นวงกลมขนาดเล็กจะใช้สำหรับตรวจสอบความผิดพลาดของระบบควบคุมเชิงตัวเลข (Numerical Control Error) เช่น ความผิดพลาดของระบบเซอร์โว โดยจะให้ความผิดพลาดทางรูปทรง (Geometric Error) มีค่าน้อยมาก ส่วนแผ่นวงกลมขนาดใหญ่จะสำหรับตรวจสอบความผิดพลาดทางรูปทรงเป็นหลัก โดยงานวิจัยนี้ได้เลือกใช้ความยาวบอล-บาร์ขนาด 150 มิลลิเมตร

#### 1.4 การกำหนดจุดของการเดินในแนววงกลม

การกำหนดจุดของการเดิน ( $P_i$ ) ในแนววงกลมเป็นการกำหนดองศาที่จะให้แขนกลเดินไปตามแนวเส้นทางเดินวงกลม หากกำหนดองศาของการเดินน้อย จุดที่แขนกลจะต้องเดินก็จะมีจำนวนมาก ความกลมของเส้นทางเดินก็จะมากขึ้นตามไปด้วย ในทางตรงข้ามหากกำหนดองศาของการเดินมาก จุดที่แขนกลจะต้องเดินจะน้อย ความกลมของเส้นทางเดินก็จะน้อย ดังสมการที่ 20

$$\text{Total Points; } N_i = \frac{360}{\theta_{step}} \quad (20)$$

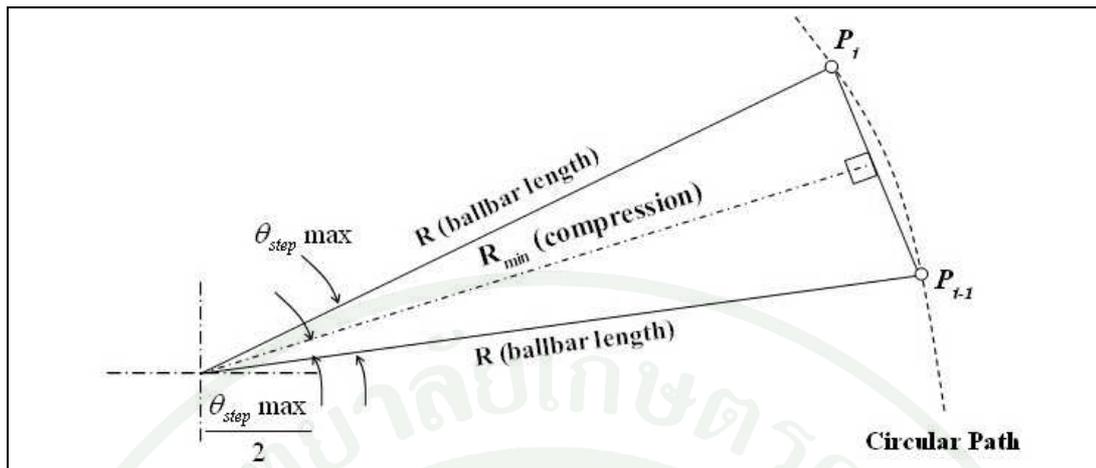


ภาพที่ 9 การกำหนดจุดของการเดินในแนววงกลม โดยรูปซ้ายมือ  $N_i = 10$   
และรูปขวามือ  $N_i = 5$

สำหรับองศาของการเดินที่มากที่สุด ( $\theta_{step, \max}$ ) จะพิจารณาจากขอบเขตการเคลื่อนที่ของบอล-บาร์ โดยจะใช้ระยะทางมากที่สุดและน้อยที่สุดที่บอล-บาร์สามารถเคลื่อนที่ได้ (Maximum Tension Length และ Maximum Compression Length) ดังสมการที่ 21 โดยงานวิจัยนี้ได้ทำการเลือกใช้อองศาของการเดินเท่ากับ 10 องศา ( $\theta_{step} = 10^\circ$ )

$$R_{\min}(\text{compression}) = R \cos\left(\frac{\theta_{step \max}}{2}\right) \quad (21)$$

$$\text{Maximum Step Degree; } \theta_{step \max} = 2 \cos^{-1}\left(\frac{R_{\min}(\text{compression})}{R}\right)$$

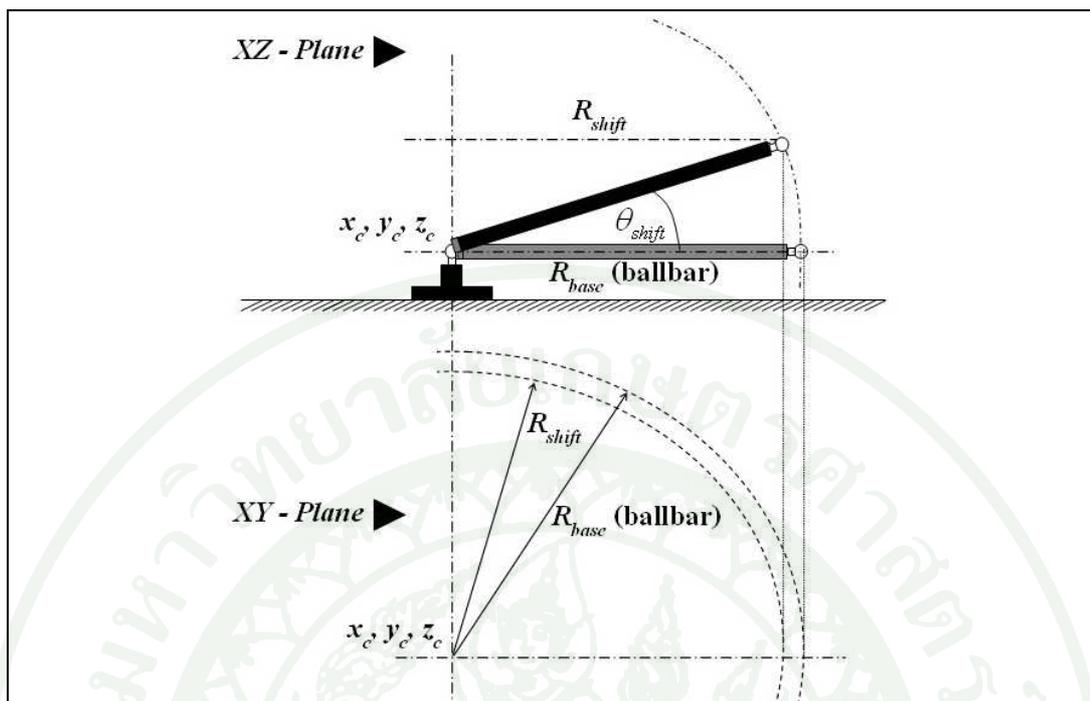


ภาพที่ 10 ผังวัดอุทิสระของบอล-บาร์

### 1.5 การกำหนดมุมยกของบอล-บาร์

การกำหนดมุมยกของบอล-บาร์ ( $\theta_{shift}$ ) ใช้สำหรับกรณีที่ต้องการวัดค่าความผิดพลาด เนื่องจากการเคลื่อนที่ของแขนกลเป็นทรงกลม โดยเป็นตัวแปรสำหรับสร้างเส้นทางเดินวงกลมที่ ระบายต่างๆ กันตามค่ามุมยก โดยหากค่ามุมยกมีค่าน้อย เส้นทางเดินวงกลมของแขนกลก็จะมีรัศมี ขนาดใหญ่ และหากค่ามุมยกมีค่ามาก เส้นทางเดินวงกลมของแขนกลก็จะมีรัศมีขนาดเล็ก ดังสมการ ที่ 22 สำหรับค่ามุมยกที่มากที่สุด ( $\theta_{shift, max}$ ) จะพิจารณาเหมือนกับองศาของการเดินที่มากที่สุด ดังสมการที่ 21

$$\text{Radius}_{shift}; R_{shift} = R_{base} \cos \theta_{shift} \quad (22)$$



ภาพที่ 11 มุมยกของบอล-บาร์

#### 1.6 การคำนวณหาเส้นทางเดินจากสมการวงกลม

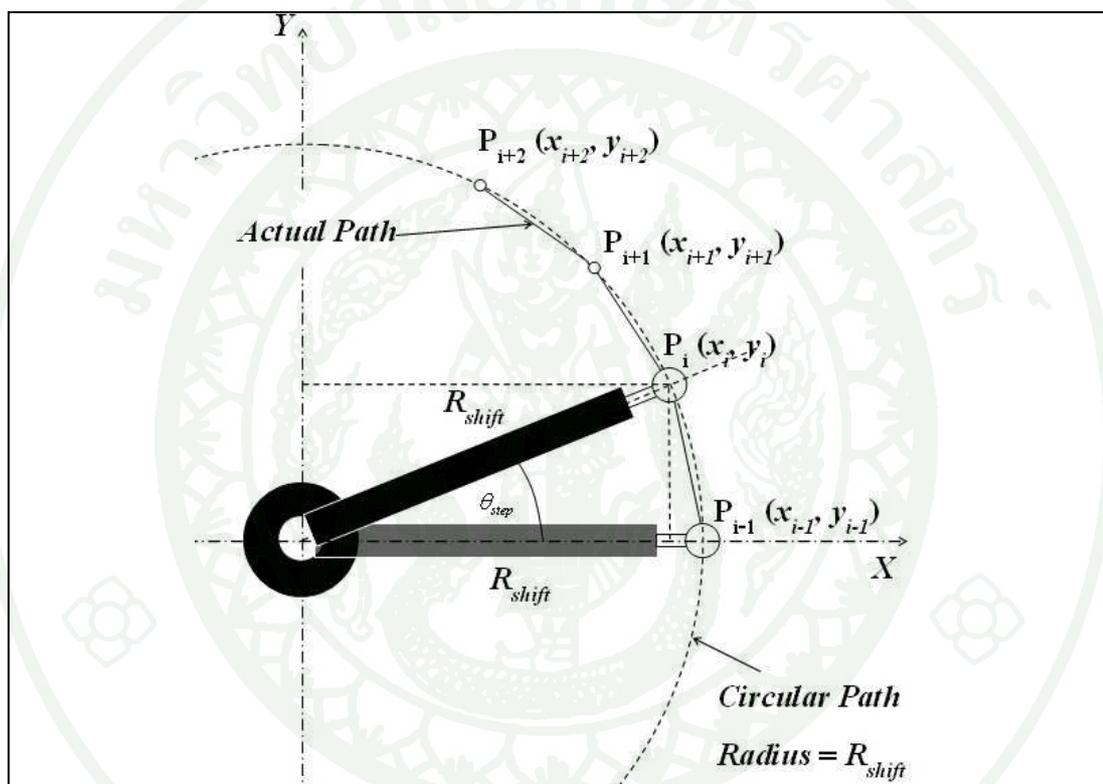
การสร้างเส้นทางการเดินรูปวงกลมจะใช้สมการทรงกลมพื้นฐานคือ

$$(x_i - x_c)^2 + (y_i - y_c)^2 + (z_i - z_c)^2 = R_{shift}^2 \quad (23)$$

เมื่อต้องการเคลื่อนแกนกลในระนาบใดระนาบหนึ่ง จะต้องทำการกำหนดความสูงของแกนที่เหลือให้คงที่ โดยงานวิจัยนี้ได้ทำการเคลื่อนแกนกลในระนาบ  $XY$  และได้ทำการกำหนดความสูงของแกน  $Z$  ให้มีค่าเท่ากับความสูงของจุดศูนย์กลางของเส้นทางการเดินวงกลม ( $z_c$ ) ซึ่งมีค่าเท่ากับ 763.13 มิลลิเมตร สมการทรงกลมจะเปลี่ยนเป็นสมการวงกลมในระนาบดังสมการที่ 24

$$(x_i - x_c)^2 + (y_i - y_c)^2 = R_{shift}^2 \quad (24)$$

โดยที่  $x_i = R_{shift} \cos(\theta_{step} i)$   
 $y_i = R_{shift} \sin(\theta_{step} i)$   
 $R_{shift}$  = รัศมีของเส้นทางเดินวงกลมตามมุมยกของบอล-บาร์  
 $R$  = ความยาวมาตรฐานของบอล-บาร์ที่เลือกใช้  
 $\theta_{step}$  = องศาของการเดินในแนววงกลม  
 $i$  = ตำแหน่งจุดของเส้นทางเดินวงกลม

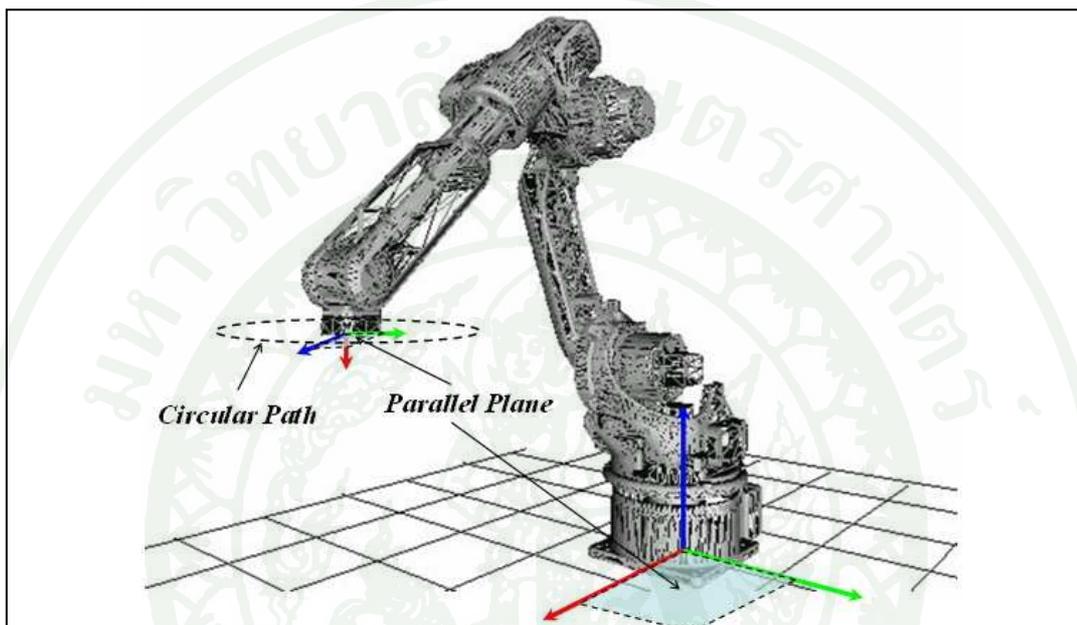


ภาพที่ 12 เส้นทางเดินวงกลมของแขนกล

ในขั้นตอนนี้จะได้จุดและพิกัด  $[P_i = f(x_i, y_i, z_i)]$  ของเส้นทางเดินวงกลมสำหรับนำไปใช้ในการหาค่ามุมของแต่ละข้อต่อในขั้นตอนนี้ไป ดังแสดงในภาคผนวกที่ ข

### 1.7 การหาค่ามุมของแต่ละข้อต่อที่จุดต่าง ๆ บนเส้นทางเดินวงกลม

การเคลื่อนแขนกลให้เป็นเส้นทางเดินวงกลมในระนาบคงที่ของงานวิจัยนี้ได้บังคับให้ปลายของแขนกลเคลื่อนที่ในระนาบ XY ตลอดเวลาการเคลื่อนที่ ดังภาพที่ 13

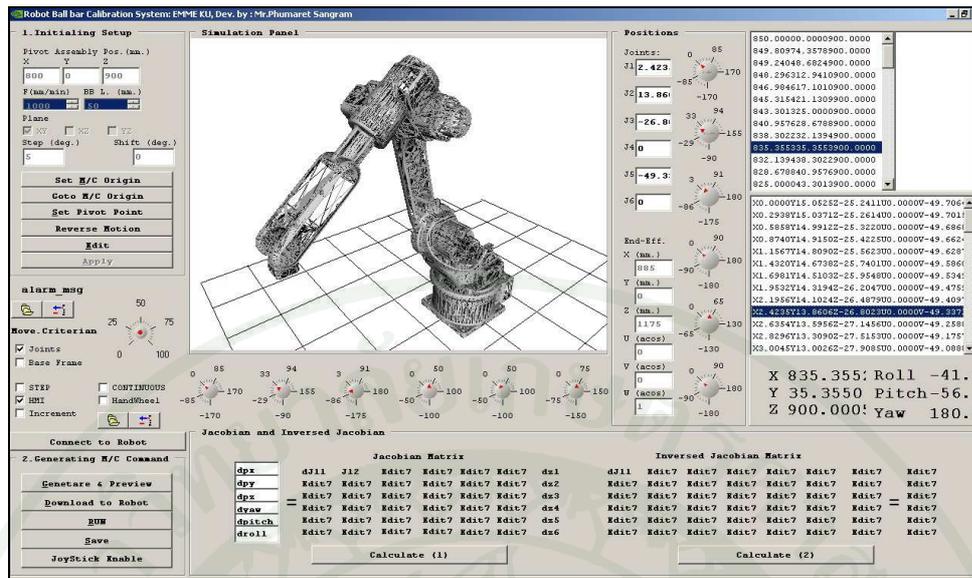


ภาพที่ 13 ระนาบเส้นทางการเดินแบบวงกลมของแขนกล

ตำแหน่งในเส้นทางเดินวงกลมสามารถเปลี่ยนรูปให้เป็นค่ามุมของแต่ละข้อต่อโดยใช้สมการ Inverse Kinematics (IK) ดังแสดงในภาคผนวก ก ในขั้นตอนนี้จะได้จุดและพิกัด  $[P_i = f(\theta_{1,i}, \theta_{2,i}, \theta_{3,i}, \theta_{4,i}, \theta_{5,i}, \theta_{6,i})]$  ของเส้นทางเดินวงกลมสำหรับนำไปใช้ในการโปรแกรมลงในชุดควบคุมของแขนกล ดังภาคผนวก ง

### 1.8 การจำลองการเคลื่อนที่ของแขนกล

ขั้นตอนนี้เป็นการนำจุดและพิกัดของเส้นทางเดินวงกลม  $[P_i = f(\theta_{1,i}, \theta_{2,i}, \theta_{3,i}, \theta_{4,i}, \theta_{5,i}, \theta_{6,i})]$  ไปจำลองการเคลื่อนที่เพื่อดูตำแหน่งและรูปแบบทิศทางการวางตัวของแขนกลในโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นมา เพื่อป้องกันความผิดพลาดที่อาจจะเกิดขึ้นก่อนนำไปโปรแกรมลงในชุดควบคุมของแขนกล ดังภาพที่ 14



ภาพที่ 14 โปรแกรมสร้าง, จำลองและชดเชยความผิดพลาดของเส้นทางเดินแบบวงกลมสำหรับแขนกล

1.9 การโปรแกรมลงในชุดควบคุมของแขนกล

ขั้นตอนนี้เป็น การนำจุดและพิกัดของเส้นทางเดินวงกลมไปโปรแกรมลงในชุดควบคุมของแขนกล  $[P_i = f(\theta_{1,i}, \theta_{2,i}, \theta_{3,i}, \theta_{4,i}, \theta_{5,i}, \theta_{6,i})]$

1.10 การทดสอบการเคลื่อนที่ของแขนกล

ขั้นตอนนี้เป็น การทดสอบการเคลื่อนที่ของแขนกลตามเส้นทางเดินของวงกลมจากจุดและพิกัดที่คำนวณได้ เพื่อดูเส้นทางเคลื่อนที่ของแขนกลก่อนที่จะติดตั้งบอล-บาร์สำหรับวัดตำแหน่งจริง

1.11 การติดตั้งบอล-บาร์ที่ปลายแขนกล

ทำการติดตั้งบอล-บาร์ เข้ากับ Pivot Assembly และ Tool cup ดังภาพที่ 15



ภาพที่ 15 การติดตั้งบอล-บาร์กับปลายแขนกล

#### 1.12 การเคลื่อนแขนกลเพื่อวัดตำแหน่ง

ทำการเคลื่อนแขนกลไปที่ละจุดแล้วทำการบันทึกค่าที่อ่านได้จากบอล-บาร์ โดยเก็บค่าทั้งแบบเดินตามเข็มนาฬิกาและทวนเข็มนาฬิกาเพื่อลดปัญหา เนื่องมาจากระยะคลอนของชุดขับเคลื่อนค่าที่บันทึกได้ในงานวิจัยนี้แสดงในภาคผนวก จ

ขั้นตอนการสร้างเส้นทางเดินและการวัดความผิดพลาดสามารถสรุปได้ดังตารางที่ 2

ตารางที่ 2 สรุปขั้นตอนวิธีการการสร้างเส้นทางเดินวงกลมในระนาบสำหรับแขนกล

ลำดับ	รายการ	ข้อมูลประกอบ	ผลที่ได้
1	เคลื่อนแขนกลเพื่อกำหนดจุดศูนย์กลางของเส้นทางเดินวงกลมที่จะใช้ทดสอบและอ่านค่ามุมของแต่ละข้อต่อ	-	มุมของแต่ละข้อต่อที่จุดศูนย์กลางการของเส้นทางเดิน
2	หาดำแหน่งและทิศทางของจุดศูนย์กลางเส้นทางเดินวงกลม	1	ตำแหน่งพิกัดแบบ X, Y, Z, Yaw, Pitch, Roll ของจุดศูนย์กลางเส้นทางเดินวงกลม
3	กำหนดความยาวบอล-บาร์	-	รัศมีของเส้นทางเดินวงกลม
4	กำหนดจุดของการเดินในแนววงกลมในแต่ละครั้ง	-	จำนวนจุดในวงกลมที่แขนกลจะต้องเคลื่อนที่ไป
5	กำหนดมุมยกของบอล-บาร์	-	ใช้ในกรณีที่จะเดินแขนกลแบบครึ่งทรงกลม
6	คำนวณหาเส้นทางเดินจากสมการวงกลม	2, 3, 4, 5	พิกัดตำแหน่งในแต่ละจุดของแขนกล
7	การหาค่ามุมของแต่ละข้อต่อที่จุดต่าง ๆ บนเส้นทางเดินวงกลม	6	มุมของข้อต่อในแต่ละจุดสำหรับใช้โปรแกรมลงในชุดควบคุมของแขนกล
8	จำลองการเคลื่อนที่ของแขนกลใน โปรแกรมที่พัฒนาขึ้น	7	สำหรับตรวจสอบความผิดพลาดก่อนใช้ในแขนกลจริง
9	โปรแกรมจุดในข้อ [8] ลงในชุดควบคุมของแขนกล	6, 7	แขนกลพร้อมที่จะเคลื่อนที่เป็นวงกลมในระนาบ
10	ทดสอบการเคลื่อนที่ของแขนกล	9	สำหรับตรวจสอบความผิดพลาดก่อนติดตั้งบอล-บาร์
11	ติดตั้งบอล-บาร์ที่ปลายแขนกล	10	เตรียมการใช้บอล-บาร์วัดตำแหน่ง
12	เคลื่อนที่แขนกลเพื่อวัดตำแหน่ง	11	ข้อมูลของความยาวที่อ่านได้จากบอล-บาร์

## 2. จำนวนรอบของการเก็บข้อมูล

จำนวนรอบของการเก็บข้อมูลขึ้นอยู่กับช่วงความเชื่อมั่นของผลลัพธ์ที่ต้องการ โดยขั้นต้นต้องทำการทดลองเพื่อเก็บข้อมูลคร่าวๆ ก่อน เพื่อพิจารณาการกระจายตัวของข้อมูล และสามารถประมาณค่าได้จากส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของผลการทดลอง จากนั้นนำไปคำนวณหาค่าความคลาดเคลื่อนในการทดลองดังสมการที่ 25 (ฐิติภูมิ, 2551)

$$e = \frac{t_{\alpha/2, n-1}}{\sqrt{n}} s \quad (25)$$

โดย  $e$  คือ ค่าความคลาดเคลื่อนของระบบ

$\alpha$  คือ ระดับนัยสำคัญ

$n$  คือ จำนวนรอบการทดลอง

$s$  คือ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

ทำการกำหนดความคลาดเคลื่อนของระบบขึ้นใหม่ให้อยู่ในช่วงที่ต้องการ ซึ่งปกติจะมีค่าน้อยกว่าผลของความคลาดเคลื่อนของระบบที่ได้จากการคำนวณในสมการที่ 25 แล้วนำไปหาจำนวนรอบของการเก็บข้อมูลที่เหมาะสมได้จากสมการที่ 26

$$n' = \left( \frac{Z_{\alpha/2} s}{e} \right)^2 \quad (26)$$

โดย  $n'$  คือ จำนวนของการเก็บข้อมูลที่เหมาะสม

งานวิจัยนี้กำหนดระดับนัยสำคัญที่  $\alpha = 0.05$  ทำการทดลองเริ่มต้นที่ 3 รอบ ได้ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของการทดลองเท่ากับ 0.180 เพราะฉะนั้นจะได้ความคลาดเคลื่อนของระบบเท่ากับ

$$e = \frac{t_{0.025, 2}}{\sqrt{3}} (0.180) = 2.20 \quad \mu\text{m} \quad (27)$$

กำหนดให้ความคลาดเคลื่อนของระบบที่ต้องการให้มีค่าเท่ากับ 10% ของค่าความคลาดเคลื่อนของระบบที่คำนวณได้ ดังนั้นความคลาดเคลื่อนของระบบที่ต้องการจะมีค่าเท่ากับ 0.22 ไมโครเมตร นำผลของความคลาดเคลื่อนของระบบที่ต้องการไปทำการคำนวณหาจำนวนรอบทำซ้ำของการทดลองที่เหมาะสมได้

จากสมการที่ 26 ที่ระดับนัยสำคัญ  $\alpha = 0.05$  ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.180 และความคลาดเคลื่อนของระบบที่ต้องการเท่ากับ 0.22 ไมโครเมตรจะได้จำนวนรอบทำซ้ำ

$$n' = \left( \frac{1.96 \times 0.18}{0.22} \right)^2 = 2.57 \quad (28)$$

จากสมการที่ 28 จำนวนรอบการเก็บข้อมูลที่ต้องการมีค่าเท่ากับ 2.57 หรือ 3 รอบ ซึ่งในงานวิจัยนี้ทำการทดลองโดยการเคลื่อนที่แขนกลไปตามแนวเส้นทางเดิมวงกลมไปครั้งละ 10 องศา ซึ่งได้จำนวนรอบการเก็บข้อมูลที่เหมาะสมเท่ากับ 3 รอบ ซึ่งจำนวนรอบการเก็บข้อมูลดังกล่าวนี้เพียงพอต่อความเชื่อมั่นที่ร้อยละ 95 ของผลลัพธ์ที่ได้จากการทดลองในด้านของความถูกต้องแม่นยำและความเชื่อมั่นของผลลัพธ์

### 3. การชดเชยค่าความผิดพลาดในแขนกล

#### 3.1 ความผิดพลาดที่อ่านได้จากบอล-บาร์

ค่าที่อ่านได้จากบอล-บาร์จะเป็นค่ารัศมีของจุดบนเส้นทางเดินวงกลมที่ทำการวัด ซึ่งจะต้องทำการแปลงให้เป็นค่าความผิดพลาดทางตำแหน่ง ( $dx, dy, dz$ ) และค่าความผิดพลาดเชิงมุมของทิศทางการวางตัวของบอล-บาร์ ( $d\alpha, d\beta, d\gamma$ ) ซึ่งจากสมการ 8, 9 และหลักการของ DH สามารถเขียนความสัมพันธ์ได้ดังสมการที่ 29 สำหรับวิธีการอ่านค่าความผิดพลาดจากบอล-บาร์สามารถดูได้จากภาคผนวก ช

$$\begin{Bmatrix} dx \\ dy \\ dz \\ \delta x \\ \delta y \\ \delta z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta RC_{shift} C_{step} \\ \Delta RC_{shift} S_{step} \\ \Delta RS_{shift} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (29)$$

### 3.2 การชดเชยค่าความผิดพลาดในแขนกล

จากสมการที่ 4, 14 และ 29 จะได้สมการ FK ของแขนกลใหม่คือ

$$[dT] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \Delta RC_{shift} C_{step} \\ 0 & 0 & 0 & \Delta RC_{shift} S_{step} \\ 0 & 0 & 0 & \Delta RS_{shift} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & P_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & P_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (30)$$

จากสมการที่ 13 จะได้

$$\begin{bmatrix} d\theta_1 \\ d\theta_2 \\ d\theta_3 \\ d\theta_4 \\ d\theta_5 \\ d\theta_6 \end{bmatrix}_i = \begin{bmatrix} \\ \\ Robot \\ Jacobian \\ \\ \end{bmatrix}_i^{-1} \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \\ \delta x \\ \delta y \\ \delta z \end{bmatrix}_i, \quad or \quad [D_\theta]_i = [J]_i^{-1} [D]_i \quad (31)$$

ทำค่ามุมที่เปลี่ยนไปจากสมการที่ 31 ไปชดเชยลงในสมการ FK จะได้จุดในเส้นทางเดินวงกลมใหม่ดังสมการที่ 32 และนำตำแหน่งของข้อต่อที่ชดเชยนี้ไปโปรแกรมลงในชุดควบคุมเพื่อวัดผลที่ได้ต่อไป

$$P'_i = f[(\theta_1 + d\theta_1)_i, (\theta_2 + d\theta_2)_i, (\theta_3 + d\theta_3)_i, (\theta_4 + d\theta_4)_i, (\theta_5 + d\theta_5)_i, (\theta_6 + d\theta_6)_i] \quad (32)$$

## ผลและวิจารณ์

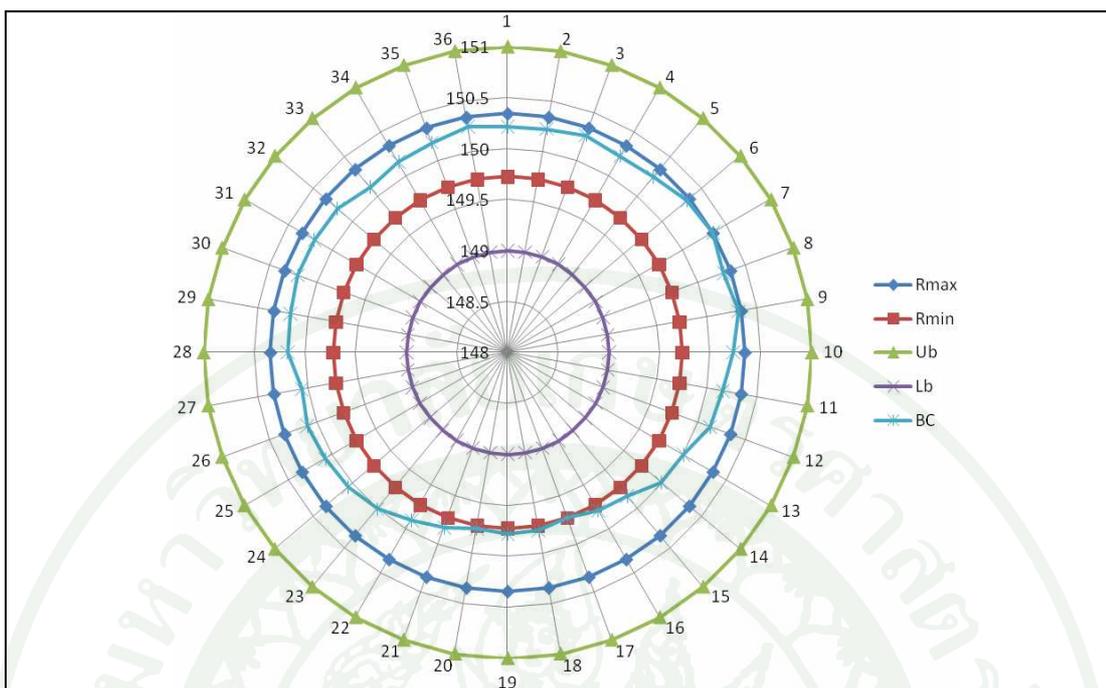
### ผล

งานวิจัยนี้ได้ทำการทดลองใช้บอล-บาร์ขนาดความยาว 150 มิลลิเมตร วัดค่าความผิดพลาดของแขนกล โดยกำหนดให้มีจุดศูนย์กลางการเคลื่อนที่ตามแนวเส้นทางเดินวงกลมที่ระยะตามแนวแกน  $X$ ,  $Y$  และ  $Z$  เท่ากับ 905.569, -42.298 และ 763.13 มิลลิเมตร ตามลำดับ กำหนดให้เดินในระนาบ  $XY$  ขนานกับแนวระดับ ( $\theta_{shift} = 0^\circ$ ) มีจุดการเคลื่อนที่ในแนวเส้นทางเดินวงกลมทั้งหมด 36 จุด ( $\theta_{step} = 10^\circ$ ) และทำการเก็บค่าตำแหน่งจำนวนทั้งหมด 4 รอบในทิศทางเดินตามเข็มนาฬิกาและทวนเข็มนาฬิกา ค่าที่วัดได้สามารถสรุปได้ดังตารางที่ 3

ตารางที่ 3 ตำแหน่งที่อ่านได้จากบอล-บาร์ก่อนการชดเชยค่าความผิดพลาด

ครั้งที่	รัศมีที่วัดได้ (มิลลิเมตร)			เบี่ยงเบนจากรัศมีจริง (มิลลิเมตร)	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	ความกลม (ไมโครเมตร)
	Max	Min	Average			
1	150.334	149.730	150.092	0.092	0.177	345.392
2	150.330	149.725	150.089	0.089	0.178	335.530
3	150.347	149.724	150.090	0.090	0.185	335.411
4	150.361	149.722	150.092	0.092	0.190	338.427
เฉลี่ย	150.343	149.725	150.091	0.091	0.182	338.690

ตำแหน่งของเส้นทางเดินวงกลมที่วัดได้จากบอล-บาร์ที่ตำแหน่งจุดศูนย์กลางวงกลมตามแนวแกน  $(X, Y, Z) = (905.569, -42.298, 763.13)$  ซึ่งคิดจากค่าเฉลี่ยของการเดินแบบตามเข็มนาฬิกาและทวนเข็มนาฬิกา พบว่า มีความความผิดพลาดเฉลี่ยและความกลมเฉลี่ยที่ค่า 0.091 มิลลิเมตร และ 338.690 ไมโครเมตร ตามลำดับ มีค่าเบี่ยงเบนจากรัศมีจริงเฉลี่ยร้อยละ 0.061 โดยเมื่อคิดค่าความกลมแล้วจะได้รัศมีวงกลมที่เล็กที่สุด รัศมีวงกลมที่ใหญ่ที่สุด และรัศมีวงกลมเฉลี่ยเท่ากับ 149.920, 150.259 และ 150.091 มิลลิเมตร ตามลำดับ ดังภาพที่ 16



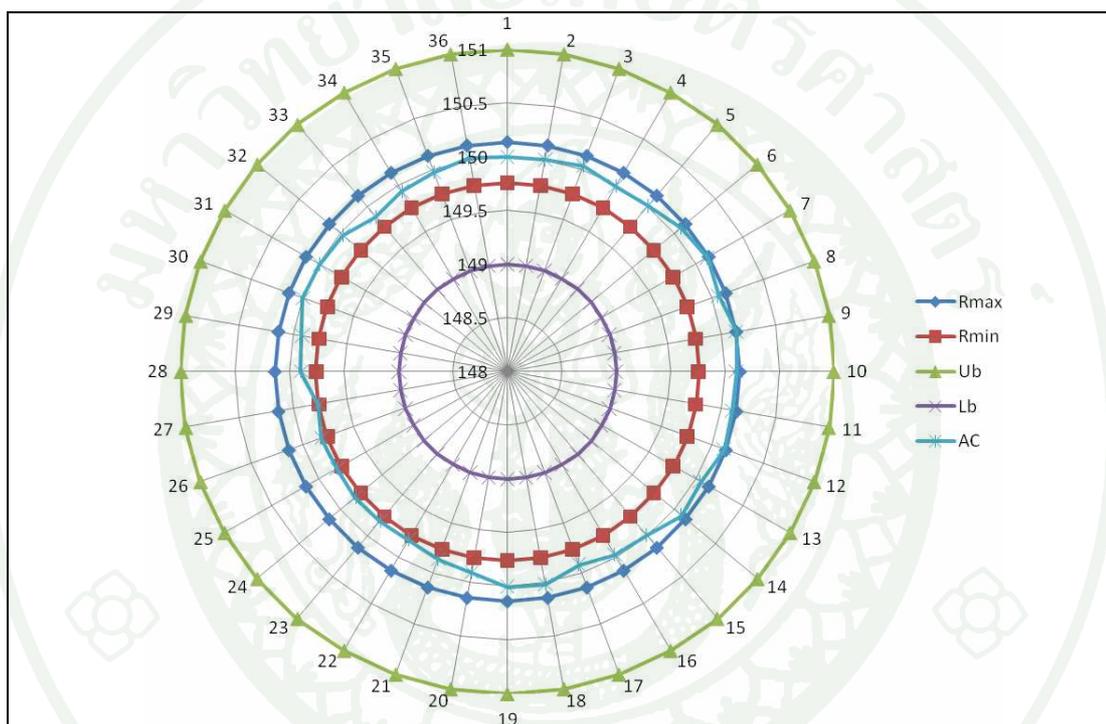
ภาพที่ 16 ตำแหน่งที่อ่านได้จากบอล-บาร์ก่อนการชดเชยค่าความผิดพลาด

เมื่อทำการชดเชยค่าความผิดพลาดทำการเก็บค่าตำแหน่งจำนวนทั้งหมด 4 รอบในทิศทางเดินตามเข็มนาฬิกา ค่าที่วัดได้สามารถสรุปได้ดังตารางที่ 4

ตารางที่ 4 ตำแหน่งที่อ่านได้จากบอล-บาร์หลังการชดเชยค่าความผิดพลาด

ครั้งที่	รัศมีที่วัดได้ (มิลลิเมตร)			เบี่ยงเบนจากรัศมีจริง (มิลลิเมตร)	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	ความกลม (ไมโครเมตร)
	Max	Min	Average			
1	150.104	149.789	149.977	-0.023	0.077	250.168
2	150.119	149.791	149.973	-0.027	0.087	214.422
3	150.169	149.720	149.967	-0.033	0.133	220.282
4	150.165	149.738	149.973	-0.027	0.125	205.222
เฉลี่ย	150.137	149.759	149.972	-0.028	0.102	211.283

เมื่อพิจารณาค่าความกลมหลังการชดเชยค่าแล้วจะได้ค่ารัศมีวงกลมที่เล็กที่สุด รัศมีวงกลมที่ใหญ่ที่สุด และรัศมีวงกลมเฉลี่ยเท่ากับ 149.880, 150.092 และ 149.972 มิลลิเมตร ตามลำดับ ดังภาพที่ 17 และเมื่อเปรียบเทียบกับค่าความกลมก่อนการชดเชยค่าความผิดพลาดพบว่า ค่าความกลมมีค่าเพิ่มขึ้นร้อยละ 37.62 มีการเบี่ยงเบนจากรัศมีจริงเฉลี่ยร้อยละ 0.019 ซึ่งการเบี่ยงเบนจากรัศมีจริงนี้มีค่าลดลงจากเดิมก่อนการชดเชยค่าความผิดพลาดถึงร้อยละ 68.85 ข้อมูลเปรียบเทียบทั้งก่อนและหลังการชดเชยค่าความผิดพลาดในแขนกลสามารถแสดงได้ดังตารางที่ 5



ภาพที่ 17 ตำแหน่งที่อ่านได้จากบอล-บาร์หลังการชดเชยค่าความผิดพลาด

ตารางที่ 5 เปรียบเทียบตำแหน่งทั้งก่อนและหลังการชดเชยค่าความผิดพลาด

ขั้นตอน	รัศมีที่วัดได้ (มิลลิเมตร)			ค่าเบี่ยงเบนจากรัศมีจริง	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	ความกลม	
	Max	Min	Average			$\mu m$	$\pm \%$
ก่อน	150.343	149.725	150.091	0.091	0.182	338.690	-
หลัง	150.137	149.759	149.972	-0.028	0.102	211.283	37.62

## วิจารณ์

การทดลองที่ใช้บอล-บาร์ขนาด 150 มิลลิเมตรและกำหนดให้แกนเดินในระนาบ  $XY$  ขนานกับแนวระดับ ( $\theta_{shift} = 0^\circ$ ) ที่ระยะความสูงตามแกน  $Z$  เท่ากับ 763.13 มิลลิเมตร มีจุดการเคลื่อนที่ในแนวเส้นทางเดินวงกลมทั้งหมด 36 จุด ( $\theta_{step} = 10^\circ$ ) และทำการเก็บค่าตำแหน่งจำนวนทั้งหมด 4 รอบ ซึ่งจะทำให้ข้อมูลมีความเชื่อมั่นร้อยละ 95 พบว่า เมื่อเคลื่อนแกนกลไปตามจุดในแนวเส้นทางเดินวงกลมแล้วตำแหน่งที่อ่านได้จากบอล-บาร์ยังมีความกลมค่อนข้างน้อย ซึ่งควรทำการเพิ่มจุดการเคลื่อนที่ให้มากขึ้นจึงจะได้ข้อมูลที่ละเอียดเพิ่มมากขึ้น

เนื่องจากแกนกลที่ใช้ในการทดลองเป็นแกนกลที่ไม่อนุญาตให้ผู้ใช้ได้ทำการปรับแต่งชุดควบคุมและไม่อนุญาตให้ผู้ใช้ดาวน์โหลดข้อมูลลงไปได้ การกำหนดจุดการเคลื่อนที่หลายๆ จึงใช้เวลาค่อนข้างมากตามไปด้วย อย่างไรก็ตามจำนวนจุดที่ใช้ในการทดลองนี้เป็นจำนวนจุดที่น้อยที่สุดที่เหมาะสมสำหรับการใช้บอล-บาร์ที่ยาว 150 มิลลิเมตร และจากผลการทดลองเมื่อทำการชดเชยค่าความผิดพลาดแล้วมีค่าความกลมเพิ่มมากขึ้นร้อยละ 37.62 จึงทำให้สามารถสรุปได้ว่าสามารถนำบอล-บาร์ไปใช้ในการชดเชยค่าความผิดพลาดในแกนกลอุตสาหกรรมได้

## สรุปและข้อเสนอแนะ

### สรุป

งานวิจัยนี้ทำการประยุกต์ใช้บอล-บาร์สำหรับชดเชยค่าความผิดพลาดของแขนกล 6 องศาอิสระ โดยการสร้างจุดการเคลื่อนที่สำหรับแขนกลตามแนวเส้นทางเดินวงกลมที่มีรัศมีเท่ากับความยาวของบอล-บาร์ที่เลือกใช้แล้วทำการเคลื่อนแขนกล และเก็บค่ารัศมีของบอล-บาร์ในรูปพิกัดเชิงขั้วเพื่อนำมาใช้ในการคำนวณหาค่าความผิดพลาดตามหลักของ Jacobian และทำการชดเชยค่าความผิดพลาดลงในชุดควบคุมของแขนกล

การทดลองทำการเก็บค่ารัศมีเชิงขั้วซึ่งอ่านได้จากบอล-บาร์ขนาด 150 มิลลิเมตร และได้กำหนดให้แขนเดินในระนาบ  $XY$  ขนานกับแนวระดับ ( $\theta_{shift} = 0^\circ$ ) ที่ระยะความสูงตามแกน  $Z$  เท่ากับ 763.13 มิลลิเมตร มีจุดการเคลื่อนที่ในแนวเส้นทางเดินวงกลมทั้งหมด 36 จุด ( $\theta_{step} = 10^\circ$ ) และทำการเก็บค่าตำแหน่งจำนวนทั้งหมด 4 รอบ ซึ่งจะทำให้ข้อมูลมีความเชื่อมั่นร้อยละ 95 พบว่าแนวเส้นทางเดินของวงกลมมีการเบี่ยงเบนไปจากที่ควรจะเป็นในทุกพิกัดจุดและในการเดินแบบตามเข็มนาฬิกาและทวนเข็มนาฬิกาค่าที่อ่านได้จะแตกต่างกันค่อนข้างมาก จึงต้องทำการเฉลี่ยค่าเพื่อนำค่าที่ได้มาทำการคำนวณหาค่าความผิดพลาดที่มุมของข้อต่อต่างๆ สำหรับนำไปชดเชยค่าความผิดพลาด

เมื่อทำการชดเชยความผิดพลาดแล้วเส้นทางเดินของแขนกลมีค่าความกลมเพิ่มมากขึ้นร้อยละ 37.62 ดังนั้น จึงสามารถสรุปได้ว่าสามารถประยุกต์ใช้บอล-บาร์สำหรับชดเชยค่าความผิดพลาดทางตำแหน่งของแขนกล 6 ได้

## ข้อเสนอแนะ

### 1. ปัญหาที่พบ

1.1 การสันสะเทือนเนื่องมาจากสิ่งแวดล้อมภายนอก เนื่องจากบริเวณที่ทำการทดลองเป็นบริเวณที่มีเครื่องจักรกลอื่นทำงานอยู่ตลอดเวลาทำให้พื้นเกิดการสันสะเทือนค่อนข้างมาก ซึ่งส่งผลกระทบต่อการทำงานทดลอง

1.2 เนื่องจากแขนกลที่ใช้ไม่สามารถดาวน์โหลดข้อมูล หรือ โปรแกรมจากภายนอกเข้าไปในชุดควบคุมได้ การวัดความผิดพลาดและการชดเชยข้อมูลจึงใช้เวลาค่อนข้างมาก

### 2. แนวทางการพัฒนา

2.1 เนื่องจากบริเวณที่ตั้งของแขนกลมีเครื่องจักรอื่นทำงานอยู่ด้วย จึงควรทำการทดลองขณะที่เครื่องจักรอื่นๆ หยุดทำงานเพื่อลดปัญหาเรื่องการสันสะเทือนจากปัจจัยภายนอก

2.2 ควรทำการวัดและชดเชยข้อมูลให้เสร็จภายในช่วงเวลาเดียวกัน เพื่อความน่าเชื่อถือของข้อมูล

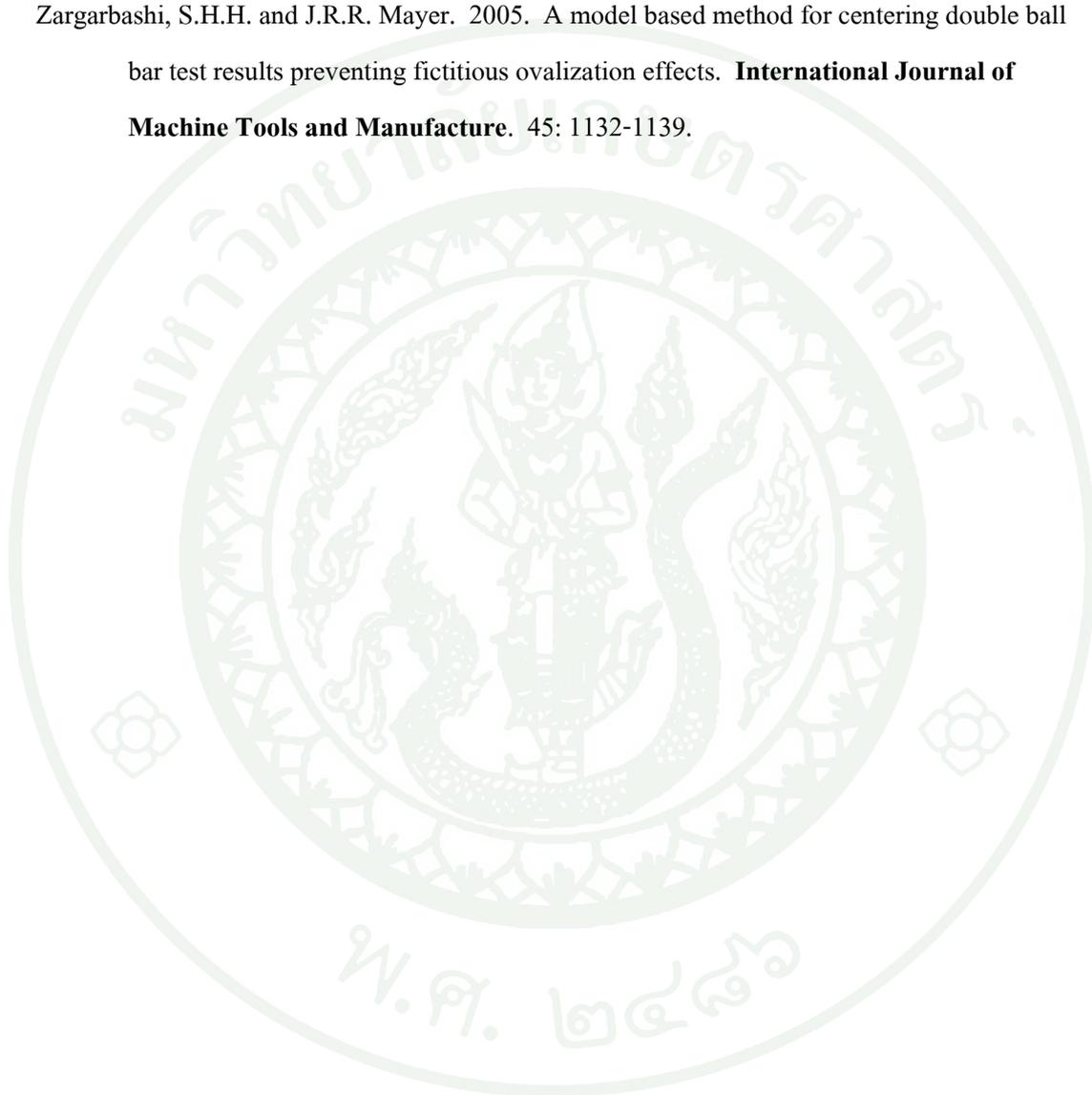
## เอกสารและสิ่งอ้างอิง

- ฐิติภูมิ คอกยอ. 2551. การประยุกต์ใช้เลเซอร์อินเตอร์เฟียโรมิเตอร์ในการวัดความกลม. วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- วิบูลย์ แสงวีระพันธุ์ศิริ และ ฉัฐพร พรหมเพ็ชร. 2551. การวิเคราะห์ทางคิเนแมติกส์และไดนามิกส์ของแขนกล PA10-7C, ใน การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทยครั้งที่ 22. มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์, ปทุมธานี.
- วิบูลย์ แสงวีระพันธุ์ศิริ และ สุกชัย วงศ์บุญยง. 2551. ระบบแขนกลนำและตาม 6 องศาอิสระสำหรับงานขนาดเล็ก, ใน การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทยครั้งที่ 22. มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์, ปทุมธานี.
- สกล กงแก้ว และ พีระยศ แสนโกชณ์. 2551. การออกแบบระบบควบคุมแขนหุ่นยนต์ผ่านอินเตอร์เน็ต, ใน การประชุมวิชาการเทคโนโลยี และนวัตกรรมสำหรับการพัฒนาอย่างยั่งยืน. คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น, ขอนแก่น.
- สยาม เจริญเสียง และ วิทยา ชรรมาวุฒิกุล. 2546. การพัฒนาโปรแกรมจำลองแขนกลด้วยไดเรคเอกซ์, ใน การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทยครั้งที่ 17. ปราจีนบุรี.
- Alici and Shirinzadeh, Gursel Alici and Bijan Shirinzadeh. 2003. Laser Interferometer Based Robot Position Error Modeling for Kinematic Calibration. *In Proceedings of the 2003 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and System.* Las Vegas, USA.
- DeltaTAU. 2006. **Turbo PMAC/PMAC2 Software Reference Manual.** Delta Tau Data Systems, Inc. USA.

- Frederic, C. and B. Philippe. 2004. Closed form solutions for inverse kinematics approximation of general 6R manipulators. **Mechanism and Machine Theory** 39: 323-338.
- Goswami, A., Q. Arthur and P. Michael. 1993. Complete Parameter Identification of a Robot from partial pose information. **IEEE International Conference on Robotics and Automation**.
- Horning, R.J. 1998. **A Comparison of Identification Techniques for Robot Calibration**. M.Sc. Thesis, Case Western Reserve University.
- ISO (International Organization for Standardization). 2005. **ISO230-4 Test code for machine Tools-Part 4: Circular tests for numerically controlled machine tools**.
- Mavroidis, C., S. Dubowsky, P. Drouet, J. Hintersteiner and J. Flanz. 1997. A Systematic Error Analysis of Robotic Manipulator: Application to a High Performance Medical Robot. **In Preceeding of the 1997 IEEE International Conference on Robotics and Automation**. Albuquerque, Mexico.
- Mekid, S. 2008. **Introduction to precision machine design and error assessment**. CRC Press, Boca Raton. Florida.
- Rahman and Mahbubur. 2004. **Modeling and measurement of multi-axis machine tools To improve positioning accuracy in a software way**. Production Technology Laboratory, Department of Mechanical Engineering, University of Oulu, Finland.
- Tuna, B., M.K. Ozgoren, M.A. Sahir and H.M. Baykurt. 2000. A method of inverse kinematics solution including singular and multiple configurations for a class of robotic manipulator. **Mechanism and Machine Theory**. 35: 1221-1237.

Ye, S.H., Y. Wang, Y.J. Ren and D.K. Li. 2006. Robot Calibration Using Iteration and Differential Kinematics. **Journal of Physics: Conference Series 48**. 1-6 International Symposium on Instrumentation Science and Technology.

Zargarbashi, S.H.H. and J.R.R. Mayer. 2005. A model based method for centering double ball bar test results preventing fictitious ovalization effects. **International Journal of Machine Tools and Manufacture**. 45: 1132-1139.





ภาคผนวก



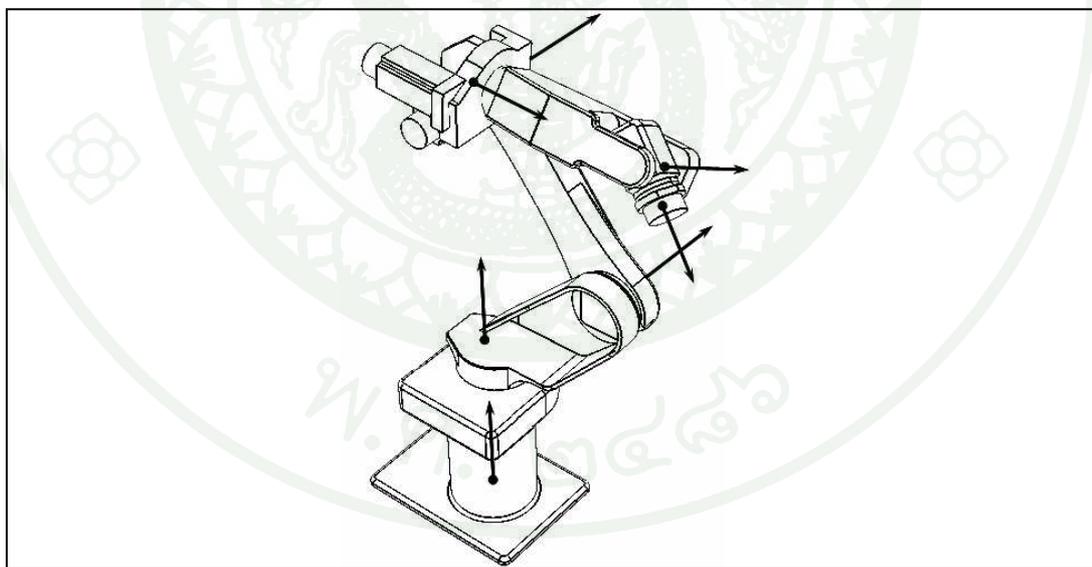
ภาคผนวก ก

ขนาดของแกนกลสมการ Forward Kinematics และตำแหน่งจุดศูนย์กลางของเส้นทางเดินวงกลม

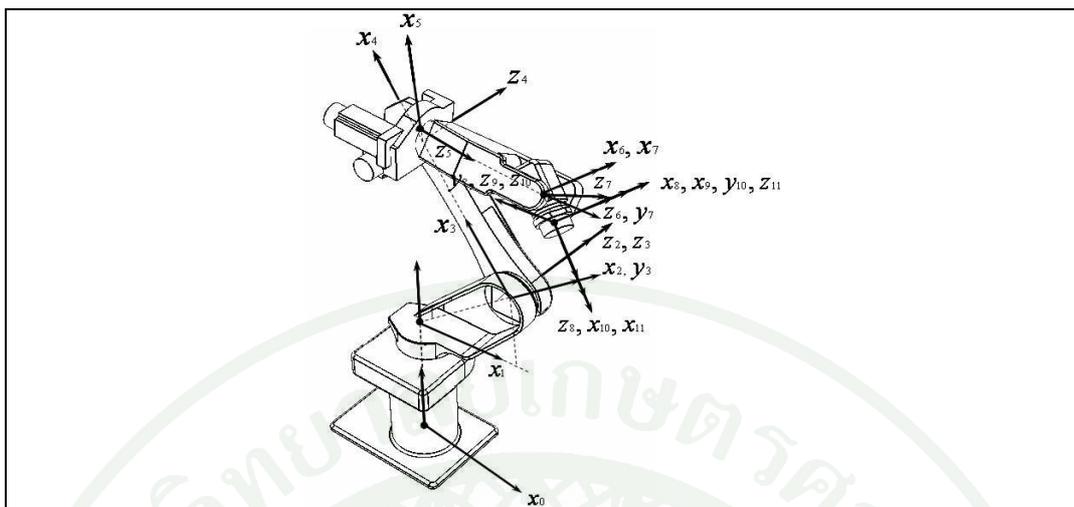
### Forward Kinematics ของแขนกล

การเคลื่อนที่ของแขนกลอุตสาหกรรม หากพิจารณาที่แกนต่างๆ แล้วจะพบว่าแกนต่างๆ นั้น ต่อเข้าด้วยกันด้วยข้อต่อแบบหมุน (Revolute Joints) โดยต่อกันในแบบอนุกรม ดังนั้นเมื่อเกิดการเคลื่อนที่ ตำแหน่งที่ปลายของแขนกลจะขึ้นอยู่กับมุมหมุนของข้อต่อต่างๆ ในทุกข้อต่อของแขนกล หากต้องการทราบตำแหน่งของปลายแขนกลในพิกัดคาร์ทีเซียนจำเป็นจะต้องมีสมการสำหรับช่วย เปลี่ยนการเคลื่อนที่แบบหมุนในข้อต่อต่างๆ ให้มาเป็นตำแหน่งในพิกัดคาร์ทีเซียน โดยเรียกสมการนี้ว่า Forward Kinematics

การสร้างสมการ Forward Kinematics สามารถทำได้โดยใช้หลักการของ Denavit-Hartenberg ซึ่งจะเริ่มจากการกำหนดจุดหมุนหรือจุดเชื่อมต่อระหว่างแกนต่างๆ ( $O_i$ ) จากนั้นทำการกำหนดแกน  $Z_i$  ซึ่งเป็นได้ทั้งแกนหมุน (Rotational Axis) และแกนเลื่อน (Prismatic Axis) ดังภาพผนวกที่ ก 1 จากนั้นทำการตั้งแกน  $X_i$  โดยพิจารณาทิศทางตามระยะทางที่สั้นที่สุดจากแกน  $Z_{i-1}$  ถึง  $Z_i$  และตั้งแกน  $Y_i$  ตามกฎมือขวาดังภาพผนวกที่ ก 2



ภาพผนวกที่ ก 1 การตั้งจุดศูนย์กลางการหมุนและแกนหมุนที่ข้อต่อระหว่างแกนต่างๆ ในแขนกล



ภาพผนวกที่ ก2 การตั้งแกนที่เชื่อมต่อระหว่างแกนต่างๆ ในแขนกล

เมื่อทำการตั้งแกนเสร็จทุกแกนแล้วจะได้ตัวแปรต่างๆ ดังต่อไปนี้

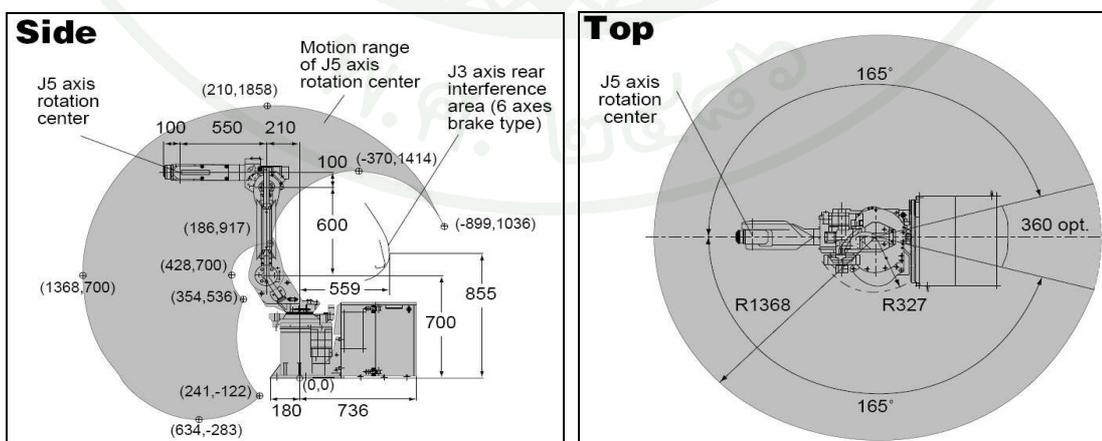
$\alpha_i$  คือ มุมระหว่างแกน  $Z_{i-1}$  ถึง  $Z_i$  โดยหมุนรอบแกน  $X_{i-1}$

$a_i$  คือ ระยะทางตามแนวแกน  $X_{i-1}$  โดยคิดจากแกน  $Z_{i-1}$  ถึง  $Z_i$

$\theta_i$  คือ มุมระหว่างแกน  $X_{i-1}$  ถึง  $X_i$  โดยหมุนรอบแกน  $Z_i$

$d_i$  คือ ระยะทางตามแนวแกน  $Z_i$  โดยคิดจากแกน  $X_{i-1}$  ถึง  $X_i$

ตัวแปรต่างๆ เหล่านี้สามารถเขียนสรุปได้ดังตารางที่ 1



ภาพผนวกที่ ก3 ระยะระหว่างข้อต่อของแกนต่างๆ ในแขนกล

ตารางผนวกที่ ก1 ตัวแปรต่างๆ ตามหลักการของ Denavit-Hartenberg ของแขนกล

Link	$\alpha_i$	$a_i$	$\theta_i$	$d_i$
1	$0^\circ$	0	$\theta_1$	$v_1$
2	$-90^\circ$	$h_1$	$\theta_2$	0
3	$0^\circ$	0	$-90^\circ$	0
4	$0^\circ$	$v_2$	$\theta_3$	0
5	$-90^\circ$	$v_3$	$\theta_4$	0
6	$0^\circ$	0	$0^\circ$	$h_2$
7	$90^\circ$	0	$\theta_5$	0
8	$-90^\circ$	0	$\theta_6$	$h_3$
9	$90^\circ$	0	$0^\circ$	0
10	$0^\circ$	0	$90^\circ$	0
11	$90^\circ$	0	$0^\circ$	0

ความสัมพันธ์ของตำแหน่งและทิศทางระหว่างแกนต่างๆ ในแขนกลสามารถพิจารณาเหมือนกับการเปลี่ยนตำแหน่งของวัตถุในพิกัดคาร์ทีเซียน จากตารางผนวกที่ ก1 สามารถเขียนความสัมพันธ์ระหว่างแกนที่  $i$  กับแกนที่  $i+1$  ได้ดังนี้

$${}^{i-1}T = Rot(x_{i-1}, \alpha_i) \times Trans(a_i, 0, 0) \times Rot(z_i, \theta_i) \times Trans(0, 0, d_i) \quad (1)$$

$${}^{i-1}T = A_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C\alpha_i & -S\alpha_i & 0 \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i & 0 & 0 \\ S\theta_i & C\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$A_i = \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i & 0 & a_i \\ S\theta_i C\alpha_i & C\theta_i C\alpha_i & -S\alpha_i & -d_i S\alpha_i \\ S\theta_i S\alpha_i & C\theta_i S\alpha_i & C\alpha_i & d_i C\alpha_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

จากตารางผนวกที่ ก1 และสมการที่ 2 สามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างแกนต่างๆ ได้ดังนี้

$$A_1=^1_0T = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1) & -\sin(\theta_1) & 0 & 0 \\ \sin(\theta_1) & \cos(\theta_1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & v_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$A_2=^2_1T = \begin{bmatrix} \cos(\theta_2) & -\sin(\theta_2) & 0 & h_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\theta_2) & -\cos(\theta_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$A_3=^3_2T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$A_4=^4_3T = \begin{bmatrix} \cos(\theta_3) & -\sin(\theta_3) & 0 & v_2 \\ \sin(\theta_3) & \cos(\theta_3) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$A_5=^5_4T = \begin{bmatrix} \cos(\theta_4) & -\sin(\theta_4) & 0 & v_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\theta_4) & -\cos(\theta_4) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$A_6=^6_5T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & h_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$A_7=^7T_6 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_5) & \sin(\theta_5) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\theta_5) & -\cos(\theta_5) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$A_8=^8T_7 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_6) & -\sin(\theta_6) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -h_3 \\ \sin(\theta_6) & \cos(\theta_6) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$A_9=^9T_8 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$A_{10}=^{10}T_9 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$A_{11}=^{11}T_{10} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

ความสัมพันธ์ระหว่างฐานกับปลายแขนกลสามารถเขียนได้เป็น

$$^{11}T_0 = ^5T_5 = A_1 A_2 A_3 A_4 A_5 A_6 A_7 A_8 A_9 A_{10} A_{11} \quad (14)$$

$$^{11}T_0 = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

โดยที่

$$n_x = S_1 S_4 S_5 + C_1 (C_{23} C_5 + C_4 S_{23} S_5)$$

$$n_y = C_{23} C_5 S_1 + (C_4 S_1 S_{23} + C_1 S_4) S_5$$

$$n_z = -C_5 S_{23} + C_{23} C_4 S_5$$

$$o_x = C_5 S_1 S_4 S_6 + C_4 (C_1 C_5 S_{23} S_6 - C_6 S_1) + C_1 (C_6 S_{23} S_4 - C_{23} S_5 S_6)$$

$$o_y = C_1 (C_4 C_6 - C_5 S_4 S_6) + S_1 [C_6 S_{23} S_4 + (C_4 C_5 S_{23} - C_{23} S_5) S_6]$$

$$o_z = S_{23} S_5 S_6 + C_{23} (C_6 S_4 + C_4 C_5 S_6)$$

$$a_x = S_1 (C_5 C_6 S_4 + C_4 S_6) + C_1 [C_3 C_6 (C_4 C_5 S_2 - C_2 S_5) + C_6 S_3 (C_2 C_4 C_5 + S_2 S_5) - S_{23} S_4 S_6]$$

$$a_y = C_6 (C_4 C_5 S_1 S_{23} - C_1 C_5 S_4 - C_{23} S_1 S_5) - (C_1 C_4 + S_1 S_{23} S_4) S_6$$

$$a_z = C_6 S_{23} S_5 + C_{23} (C_4 C_5 C_6 - S_4 S_6)$$

$$p_x = h_3 S_1 S_4 S_5 + C_1 [h_1 + C_{23} (h_2 + h_3 C_5) + v_2 S_2 + S_{23} (v_3 + h_3 C_4 S_5)]$$

$$p_y = -h_3 C_1 S_4 S_5 + S_1 [h_1 + C_{23} (h_2 + h_3 C_5) + v_2 S_2 + S_{23} (v_3 + h_3 C_4 S_5)]$$

$$p_z = v_1 + v_2 C_2 - (h_2 + h_3 C_5) S_{23} + C_{23} (v_3 + h_3 C_4 S_5)$$

การบอกทิศทางการวางตัวของปลายแขนกล สามารถแสดงได้ในอีกรูปแบบหนึ่งซึ่งใช้ในแขนกลอุตสาหกรรมทั่วไปคือการบอกทิศทางการวางตัวของปลายแขนกลแบบ RPY (Roll, Pitch, Yaw) โดยหากพิจารณา

$$RPY(\alpha, \beta, \gamma) = Rot(z, \gamma) Rot(y, \beta) Rot(x, \alpha)$$

$$RPY(\alpha, \beta, \gamma) = \begin{bmatrix} C\gamma C\beta & C\gamma S\beta S\alpha - S\gamma C\alpha & C\gamma S\beta C\alpha + S\gamma S\alpha & 0 \\ S\gamma C\beta & S\gamma S\beta S\alpha + C\gamma C\alpha & S\gamma S\beta C\alpha - C\gamma S\alpha & 0 \\ -S\beta & C\beta S\alpha & C\beta C\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

เมื่อพิจารณาสูตรทางตรีโกณมิติดังตารางผนวกที่ ก2 แล้วเปรียบเทียบกับสมการที่ 15 กับ 16 แล้วจะได้รับความสัมพันธ์ดังนี้

$$\begin{aligned}
 \alpha &= A \tan 2 \left( \frac{n_y}{n_x} \right) \\
 \beta &= A \tan 2 \left( \frac{-n_z}{\sqrt{a_z^2 + a_x^2}} \right) \\
 \gamma &= A \tan 2 \left( \frac{a_z}{a_x} \right)
 \end{aligned}
 \tag{17}$$

ตารางผนวกที่ ก2 สูตรทางตรีโกณมิติสำหรับแก้ปัญหา Inverse Kinematics

รูปแบบ	ผลเฉลย
1. $\cos \theta = b$	$\theta = A \tan 2 \left( \frac{\pm \sqrt{1-b^2}}{b} \right)$ ; <i>i.e., both <math>\theta</math> and <math>-\theta</math></i>
2. $\sin \theta = a$	$\theta = A \tan 2 \left( \frac{a}{\pm \sqrt{1-a^2}} \right)$ ; <i>i.e., both <math>\theta</math> and <math>(180^\circ - \theta)</math></i>
3. $\frac{\sin \theta = a}{\cos \theta = b}$	$\theta = A \tan 2 \left( \frac{a}{b} \right)$
4. $a \cos \theta - b \sin \theta = 0$	<i>and</i> $\theta = A \tan 2 \left( \frac{a}{b} \right)$ <i>i.e., both <math>\theta</math> and <math>\theta \pm 180^\circ</math></i>
5. $\frac{\sin \theta \sin \phi = a}{\cos \theta \sin \phi = b}$ Also, if $\cos \phi = c$	$\theta = A \tan 2 \left( \frac{a}{b} \right)$ and $\theta = A \tan 2 \left( \frac{-a}{-b} \right)$ , <i>or <math>\theta \pm 180^\circ</math></i> $\phi = A \tan 2 \left( \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{c} \right)$ and $\phi = A \tan 2 \left( \frac{-\sqrt{a^2 + b^2}}{c} \right)$ , <i>or <math>-\phi</math></i>
<b>Note:</b>	$\phi$ corresponds to $\theta$ while $-\phi$ corresponds to $\theta \pm 180^\circ$
6. $a \cos \theta + b \sin \theta = c$	$\theta = A \tan 2 \left( \frac{b}{a} \right) + A \tan 2 \left( \frac{\pm \sqrt{a^2 + b^2 - c^2}}{c} \right)$
7. $\frac{a \cos \theta - b \sin \theta = c}{a \sin \theta + b \cos \theta = d}$	$\theta = A \tan 2 \left( \frac{ad - bc}{ac + bd} \right)$ $a^2 + b^2 = c^2 + d^2$

ที่มา: Wolovich (1987)



ภาคผนวก ข

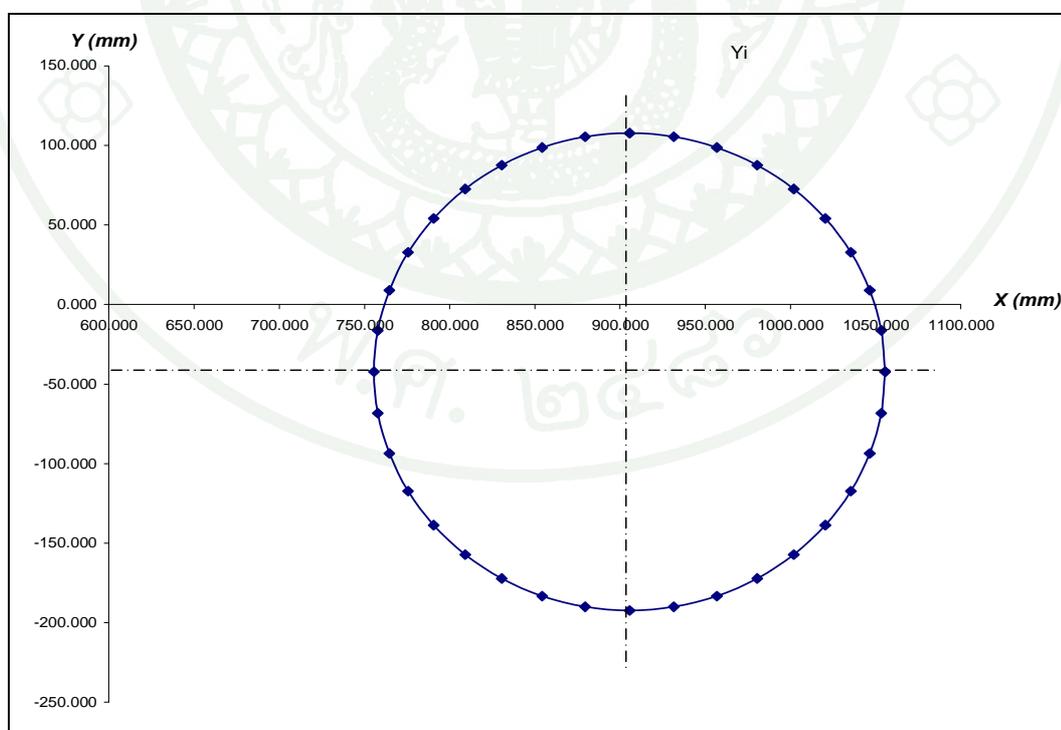
จุดในเส้นทางเดินวงกลมของแขนกลในพิกัดคาร์ทีเซียน

ตารางผนวกที่ ข1 ตำแหน่งของจุดในเส้นทางเดินของแขนกลที่มีจุดศูนย์กลางวงกลมอยู่ที่  
ตำแหน่ง  $(X, Y, Z) = (905.569, -42.298, 763.131)$

จุดที่	ตำแหน่งของปลายแขนกล		
	X	Y	Z
0	1055.5688	-42.2981	763.1305
1	1053.2900	-16.2508	763.1305
2	1046.5229	9.0049	763.1305
3	1035.4728	32.7019	763.1305
4	1020.4756	54.1201	763.1306
5	1001.9871	72.6086	763.1306
6	980.5688	87.6057	763.1305
7	956.8720	98.6558	763.1306
8	931.6161	105.4231	763.1305
9	905.5688	107.7019	763.1305
10	879.5217	105.4231	763.1306
11	854.2661	98.6558	763.1306
12	830.5688	87.6057	763.1306
13	809.1508	72.6086	763.1304
14	790.6622	54.1201	763.1306
15	775.6652	32.7019	763.1306
16	764.6150	9.0050	763.1304
17	757.8476	-16.2508	763.1306
18	755.5688	-42.2981	763.1306
19	757.8477	-68.3453	763.1306
20	764.6148	-93.6011	763.1306
21	775.6651	-117.2981	763.1306
22	790.6623	-138.7162	763.1306
23	809.1507	-157.2047	763.1305
24	830.5689	-172.2019	763.1306

## ตารางผนวกที่ ข1 (ต่อ)

จุดที่	ตำแหน่งของปลายแขนกล		
	X	Y	Z
25	854.2659	-183.2520	763.1305
26	879.5216	-190.0192	763.1304
27	905.5690	-192.2981	763.1305
28	931.6161	-190.0193	763.1306
29	956.8719	-183.2520	763.1307
30	980.5690	-172.2019	763.1305
31	1001.9870	-157.2047	763.1306
32	1020.4757	-138.7162	763.1306
33	1035.4727	-117.2981	763.1304
34	1046.5229	-93.6011	763.1304
35	1053.2898	-68.3453	763.1305



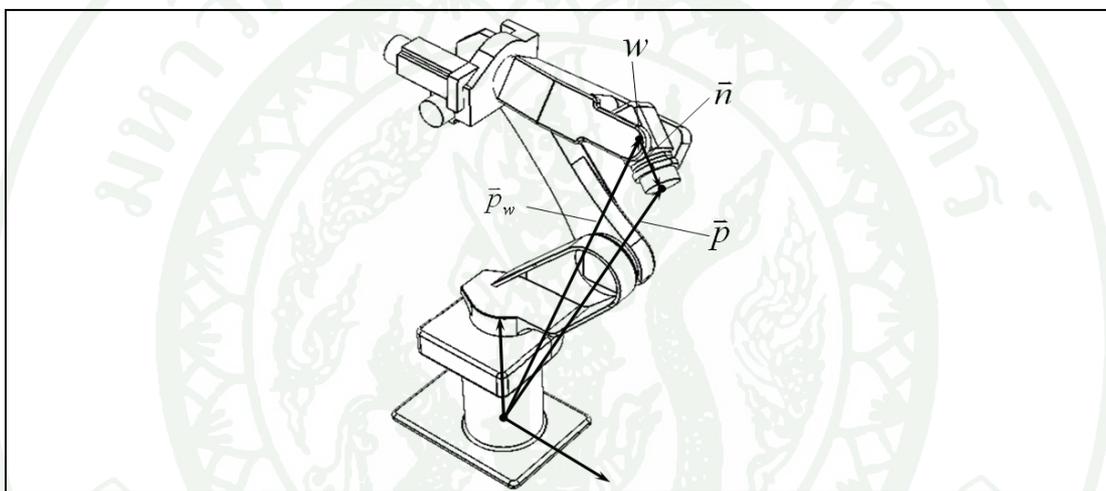
ภาพผนวกที่ ข1 แนวเส้นทางเดินวงกลมจากพิกัดในตารางผนวกที่ ข1



### Inverse Kinematics ของแขนกล

การเคลื่อนที่จากตำแหน่งหนึ่งไปยังอีกตำแหน่งหนึ่งในพิกัดคาร์ทีเซียนจำเป็นจะต้องใช้ Inverse Kinematics มาช่วยในการเปลี่ยนค่าพิกัดตำแหน่งให้เป็นค่ามุมของข้อต่อต่างๆ ในแขนกล จากภาพผนวกที่ ค1 เมื่อพิจารณาเวกเตอร์ตำแหน่ง ผลรวมของเวกเตอร์จะมีค่าดังนี้

$$\begin{aligned} -\bar{p} + \bar{p}_w + \bar{n} &= 0 \\ \therefore \bar{p}_w &= \bar{p} - \bar{n} \end{aligned} \quad (1)$$



ภาพผนวกที่ ค1 การสร้างเวกเตอร์แสดงตำแหน่งของจุดหมุน  $w$  ในแขนกล

$$\begin{Bmatrix} \bar{p}_{wx} \\ \bar{p}_{wy} \\ \bar{p}_{wz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{p}_x \\ \bar{p}_y \\ \bar{p}_z \end{Bmatrix} - h_3 \begin{Bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{Bmatrix} \quad (2)$$

ความสัมพันธ์ของการเปลี่ยนตำแหน่งจากฐานแขนกลจนถึงจุด  $w$  สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเมตริกซ์ได้ดังนี้

$${}^7T_w = A_1 A_2 A_3 A_4 A_5 A_6 A_7$$

$${}^7T_w = \begin{bmatrix} n_{wx} & o_{wx} & a_{wx} & p_{wx} \\ n_{wy} & o_{wy} & a_{wy} & p_{wy} \\ n_{wz} & o_{wz} & a_{wz} & p_{wz} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$A_2^{-1} A_1^{-1} [{}^7T_w] = A_3 A_4 A_5 A_6 A_7$$

$$\begin{bmatrix} v_2 + v_3 C_3 - h_2 S_3 \\ h_2 C_3 + v_3 S_3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_2 (-h_1 + p_{wx} C_1 + p_{wy} S_1) + (-p_{wz} + v_1) S_2 \\ S_2 (h_1 - p_{wx} C_1 - p_{wy} S_1) + (-p_{wz} + v_1) C_2 \\ p_{wy} C_1 - p_{wx} S_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

จากสมการที่ 4 สามารถนำสมาชิกในแถวที่ 3 ของหลักด้านซ้ายมือของเมตริกซ์มาเขียนเป็นสมการเพื่อหาค่ามุม  $\theta_1$  ได้ดังนี้

$$p_{wy} C_1 - p_{wx} S_1 = 0 \quad (5)$$

จากสูตรที่ 4 ในตารางผนวกที่ ก2 จะได้ผลเฉลยของสมการที่ 5 ดังนี้

$$\theta_1 = A \tan 2 \left( \frac{p_{wy}}{p_{wx}} \right) \quad \text{and} \quad \theta_1 = A \tan 2 \left( \frac{-p_{wy}}{-p_{wx}} \right) \quad (6)$$

จากสมการที่ 4 สามารถนำสมาชิกของแถวที่ 1 และ 2 ของเมตริกซ์มาเขียนเป็นสมการเพื่อหาค่ามุม  $\theta_3$  ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} v_2 + v_3 C_3 - h_2 S_3 &= C_2 (-h_1 + p_{wx} C_1 + p_{wy} S_1) + (-p_{wz} + v_1) S_2 \\ h_2 C_3 + v_3 S_3 &= S_2 (h_1 - p_{wx} C_1 - p_{wy} S_1) + (-p_{wz} + v_1) C_2 \end{aligned} \quad (7)$$

จัดรูปสมการที่ 7 ใหม่เป็น

$$aC_2 - bS_2 = h_2 C_3 + v_3 S_3 \quad (8)$$

$$aS_2 + bC_2 = v_2 + v_3C_3 - h_3S_3 \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \text{โดยที่ } a &= -p_{wz} + v_1 \\ b &= -h_1 + p_{wx}C_1 + p_{wy}S_1 \end{aligned}$$

นำสมการที่ 8 และ 9 ยกกำลังสองแล้วรวมกันจะได้

$$\begin{aligned} (aC_2 - bS_2)^2 &= (h_2C_3 + v_3S_3)^2 \\ (aS_2 + bC_2)^2 &= (v_2 + v_3C_3 - h_3S_3)^2 \\ a^2 + b^2 &= h_2^2 + v_2^2 + v_3^2 + 2v_2v_3C_3 - 2h_2v_2S_3 \\ 2v_2v_3C_3 - 2h_2v_2S_3 &= a^2 + b^2 - (h_2^2 + v_2^2 + v_3^2) \\ cC_3 + dS_3 &= e \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \text{โดยที่ } a &= -p_{wz} + v_1, \quad b = -h_1 + p_{wx}C_1 + p_{wy}S_1, \\ c &= 2v_2v_3, \quad d = -2h_2v_2, \quad e = a^2 + b^2 - (h_2^2 + v_2^2 + v_3^2) \end{aligned}$$

จากสูตรที่ 6 ในตารางผนวกที่ ก2 จะได้ผลเฉลยของสมการที่ 10 ดังนี้

$$\theta_3 = A \tan 2\left(\frac{d}{c}\right) + A \tan 2\left(\frac{\pm\sqrt{c^2 + d^2 - e^2}}{e}\right) \quad (11)$$

แทนค่า  $\theta_1$  และ  $\theta_3$  ลงในสมการที่ 7 และจัดรูปใหม่จะได้

$$\begin{aligned} aC_2 - bS_2 &= c \\ aS_2 + bC_2 &= d \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \text{โดยที่ } a &= -p_{wz} + v_1 \\ b &= -h_1 + p_{wx}C_1 + p_{wy}S_1 \\ c &= h_2C_3 + v_3S_3 \end{aligned}$$



หาผลเฉลยของ จากสมการที่ 14 จะได้

$$A_1^{-1}A_2^{-1}A_3^{-1}A_4^{-1}T = A_5A_6A_7A_8A_9A_{10}A_{11}$$

$$\begin{bmatrix} \cdots & \cdots & a_z C_{23} + (a_x C_1 + a_y S_1) S_{23} & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & a_y C_1 - a_x S_1 & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdots & \cdots & C_4 C_5 C_6 - S_4 S_6 & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & -S_4 C_5 C_6 - C_4 S_6 & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (17)$$

ทำการแทนค่ามุม  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_5$  ลงในสมการที่ 17 และนำมาเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$aC_6 + bS_6 = c \quad (18)$$

โดยที่  $a = C_4 C_5$ ,  $b = -S_4$  และ  $c = a_z C_{23} + (a_x C_1 + a_y S_1) S_{23}$

จากสูตรที่ 6 ในตารางผนวกที่ ก2 จะได้ผลเฉลยของสมการที่ 18 ดังนี้

$$\theta_6 = A \tan 2\left(\frac{b}{a}\right) + A \tan 2\left(\frac{\pm \sqrt{a^2 + b^2 - c^2}}{c}\right) \quad (19)$$

### จำนวนคำตอบของสมการ Inverse Kinematics

การวางตัวของปลายแขนกลอุตสาหกรรมสามารถทำได้หลายแบบโดยที่ตำแหน่งและทิศทางเหมือนกัน ดังนี้

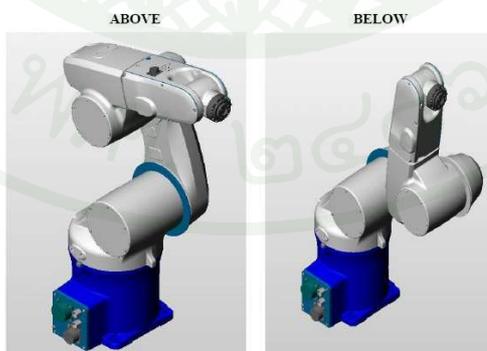
#### 1. การวางตัวตามแนวด้านซ้ายและด้านขวา (Rightly and Lefty)



ภาพผนวกที่ ค2 รูปแบบการวางตัวตามแนวด้านซ้ายและด้านขวา

ที่มา: Adept Technology, Inc. (2007)

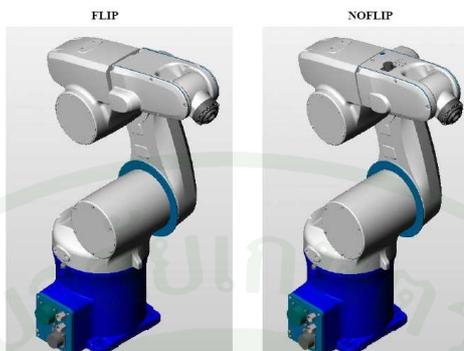
#### 2. การวางตัวตามแนวด้านบนและด้านล่าง (Above and Below)



ภาพผนวกที่ ค3 รูปแบบการวางตัวตามแนวด้านบนและด้านล่าง

ที่มา: Adept Technology, Inc. (2007)

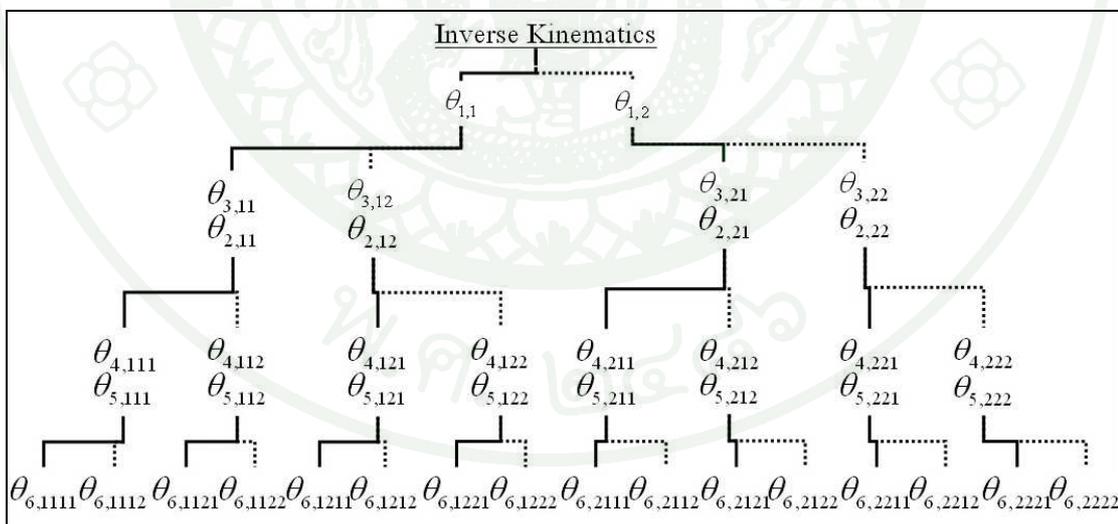
### 3. การวางตัวแบบหงายและแบบคว่ำ (Flip and No Flip)



ภาพผนวกที่ ค4 รูปแบบการวางตัวแบบหงายและแบบคว่ำ

ที่มา: Adept Technology, Inc. (2007)

จากสมการที่ 6, 11, 13, 16 และ 19 สามารถเขียนแผนภาพต้นไม้แสดงจำนวนคำตอบของสมการ Inverse Kinematics ได้ดังภาพผนวกที่ ค5



ภาพผนวกที่ ค5 จำนวนคำตอบของสมการ Inverse Kinematics



**ภาคผนวก**

จุดของเส้นทางการเคลื่อนที่ของแขนกลแสดงเป็นคำมูมที่ข้อต่อต่างๆ

ตารางผนวกที่ ง1 เส้นทางเดินของแขนกลที่ได้จากสมการ IK ก่อนทำการชดเชยค่าความผิดพลาด

จุดที่	ตำแหน่งของข้อต่อ (องศา)					
	1	2	3	4	5	6
0	-2.295	38.932	-4.267	0.000	-46.802	0.000
1	-0.884	38.69	-4.702	0.000	-46.608	0.000
2	0.493	38.141	-5.689	0.000	-46.17	0.000
3	1.809	37.301	-7.194	0.000	-45.505	0.000
4	3.036	36.194	-9.165	0.000	-44.641	0.000
5	4.145	34.85	-11.539	0.000	-43.611	0.000
6	5.105	33.306	-14.241	0.000	-42.453	0.000
7	5.886	31.6	-17.192	0.000	-41.209	0.000
8	6.456	29.774	-20.307	0.000	-39.919	0.000
9	6.782	27.873	-23.5	0.000	-38.627	0.000
10	6.835	25.945	-26.681	0.000	-37.374	0.000
11	6.588	24.044	-29.761	0.000	-36.196	0.000
12	6.021	22.223	-32.648	0.000	-35.128	0.000
13	5.128	20.545	-35.255	0.000	-34.199	0.000
14	3.916	19.073	-37.497	0.000	-33.43	0.000
15	2.414	17.871	-39.294	0.000	-32.835	0.000
16	0.675	16.996	-40.581	0.000	-32.422	0.000
17	-1.228	16.497	-41.309	0.000	-32.194	0.000
18	-3.204	16.401	-41.447	0.000	-32.151	0.000
19	-5.153	16.715	-40.992	0.000	-32.293	0.000
20	-6.979	17.42	-39.96	0.000	-32.62	0.000
21	-8.599	18.477	-38.392	0.000	-33.131	0.000
22	-9.951	19.831	-36.348	0.000	-33.821	0.000
23	-10.994	21.421	-33.901	0.000	-34.677	0.000
24	-11.713	23.183	-31.133	0.000	-35.684	0.000
25	-12.107	25.054	-28.132	0.000	-36.814	0.000

## ตารางผนวกที่ ง1 (ต่อ)

จุดที่	ตำแหน่งของข้อต่อ (องศา)					
	1	2	3	4	5	6
26	-12.191	26.977	-24.986	0.000	-38.037	0.000
27	-11.989	28.896	-21.788	0.000	-39.316	0.000
28	-11.528	30.762	-18.626	0.000	-40.612	0.000
29	-10.841	32.53	-15.588	0.000	-41.883	0.000
30	-9.96	34.154	-12.76	0.000	-43.086	0.000
31	-8.917	35.596	-10.224	0.000	-44.18	0.000
32	-7.741	36.817	-8.057	0.000	-45.126	0.000
33	-6.463	37.785	-6.328	0.000	-45.887	0.000
34	-5.111	38.472	-5.094	0.000	-46.433	0.000
35	-3.713	38.858	-4.399	0.000	-46.743	0.000



ตารางผนวกที่ ๑1 ค่าที่อ่านได้จากบอลล-บาร์ก่อนทำการชดเชยค่าความผิดพลาด

จุดที่	ครั้งที่เก็บข้อมูล												ค่าเฉลี่ย
	1			2			3			4			
	CW	CCW	ค่าเฉลี่ย	CW	CCW	ค่าเฉลี่ย	CW	CCW	ค่าเฉลี่ย	CW	CCW	ค่าเฉลี่ย	
0	150.2393	150.2273	150.2333	150.2159	150.2401	150.228	150.1532	150.2556	150.2044	150.0991	150.2639	150.1815	150.2118
1	150.1318	150.2822	150.207	150.1279	150.2969	150.2124	150.1411	150.3157	150.2284	150.153	150.3215	150.2373	150.2213
2	150.1655	150.3368	150.2512	150.1566	150.3482	150.2524	150.1741	150.3748	150.27445	150.1853	150.3736	150.2795	150.2644
3	150.1418	150.2783	150.2101	150.1307	150.2977	150.2142	150.1466	150.3091	150.22785	150.1559	150.3158	150.2359	150.2220
4	150.1699	150.2953	150.2326	150.1581	150.3054	150.2318	150.1825	150.3191	150.2508	150.1902	150.3312	150.2607	150.2440
5	150.2470	150.3595	150.3033	150.2367	150.3696	150.3032	150.2582	150.3834	150.3208	150.2736	150.3996	150.3366	150.3160
6	150.2713	150.3966	150.334	150.2566	150.4031	150.3299	150.2788	150.4146	150.3467	150.293	150.4295	150.3613	150.3429
7	150.2188	150.3192	150.269	150.2034	150.3172	150.2603	150.2235	150.3267	150.2751	150.2391	150.3419	150.2905	150.2737
8	150.2741	150.3541	150.3141	150.2579	150.3529	150.3054	150.2782	150.3645	150.32135	150.2931	150.3699	150.3315	150.3181
9	150.2058	150.2245	150.2152	150.1896	150.2481	150.2189	150.2044	150.2571	150.23075	150.2196	150.2700	150.2448	150.2274
10	150.1715	150.1409	150.1562	150.1519	150.1466	150.1493	150.1674	150.1564	150.1619	150.1787	150.1668	150.1728	150.1600
11	150.1595	150.0934	150.1265	150.1445	150.0936	150.1191	150.161	150.1011	150.13105	150.1672	150.1132	150.1402	150.1292
12	150.0699	149.9507	150.0103	150.0532	149.9521	150.0027	150.066	149.9578	150.0119	150.072	149.9371	150.0046	150.0074
13	150.0431	149.9184	149.9808	150.0317	149.9161	149.9739	150.0414	149.925	149.9832	150.0437	149.9293	149.9865	149.9811
14	149.9026	149.7761	149.8394	149.8926	149.7704	149.8315	149.8948	149.7746	149.8347	149.9004	149.7807	149.8406	149.8365
15	149.8658	149.7125	149.7892	149.8662	149.716	149.7911	149.8562	149.7099	149.78305	149.8664	149.7165	149.7915	149.7887
16	149.8120	149.6483	149.7302	149.8075	149.6432	149.7254	149.8037	149.6443	149.724	149.8038	149.6391	149.7215	149.7252
17	149.7888	149.7668	149.7778	149.7846	149.7749	149.7798	149.7718	149.7615	149.76665	149.7667	149.7608	149.7638	149.772

ตารางผนวกที่ จ1 (ต่อ)

จุดที่	ครั้งที่เก็บข้อมูล												ค่าเฉลี่ย
	1			2			3			4			
	CW	CCW	ค่าเฉลี่ย	CW	CCW	ค่าเฉลี่ย	CW	CCW	ค่าเฉลี่ย	CW	CCW	ค่าเฉลี่ย	
18	149.7871	149.7865	149.7868	149.7842	149.7877	149.786	149.7667	149.7779	149.7723	149.7673	149.7676	149.7675	149.7781
19	149.6848	149.8365	149.7607	149.6791	149.836	149.7576	149.6621	149.8275	149.7448	149.6606	149.8105	149.7356	149.7496
20	149.7540	149.9193	149.8367	149.7442	149.9114	149.8278	149.7268	149.9062	149.8165	149.7279	149.8893	149.8086	149.8224
21	149.8386	149.986	149.9123	149.8271	149.9795	149.9033	149.8138	149.9747	149.89425	149.8146	149.9554	149.885	149.8987
22	149.9336	150.1034	150.0185	149.9213	150.0937	150.0075	149.9045	150.0883	149.9964	149.9068	150.0717	149.9893	150.0029
23	149.9899	150.1484	150.0692	149.9789	150.1398	150.0594	149.9596	150.1339	150.04675	149.9598	150.1215	150.0407	150.054
24	150.0240	150.1715	150.0978	150.0052	150.1588	150.082	149.9885	150.1566	150.07255	149.9932	150.1415	150.0674	150.0799
25	150.0563	150.1758	150.1161	150.0444	150.1792	150.1118	150.0251	150.1699	150.0975	150.0284	150.1567	150.0926	150.1045
26	150.0917	150.0721	150.0819	150.0759	150.0665	150.0712	150.0593	150.0605	150.0599	150.0627	150.0478	150.0553	150.0671
27	150.2678	150.1017	150.1848	150.2587	150.0975	150.1781	150.2465	150.093	150.16975	150.2476	150.0839	150.1658	150.1746
28	150.2969	150.0885	150.1927	150.2903	150.0889	150.1896	150.2441	150.0843	150.1642	150.2796	150.0778	150.1787	150.1813
29	150.3193	150.1025	150.2109	150.3143	150.1027	150.2085	150.3118	150.0992	150.2055	150.3086	150.0999	150.2043	150.2073
30	150.2996	150.1002	150.1999	150.3016	150.1066	150.2041	150.3057	150.1084	150.20705	150.3002	150.1111	150.2057	150.2042
31	150.2587	150.1211	150.1899	150.2649	150.1212	150.1931	150.2648	150.1261	150.19545	150.2661	150.1212	150.1937	150.1930
32	150.1913	150.0133	150.1023	150.1982	150.0283	150.1133	150.2051	150.0361	150.1206	150.1985	150.0254	150.112	150.1120
33	150.2395	150.0514	150.1455	150.2501	150.0669	150.1585	150.2498	150.0717	150.16075	150.2549	150.0784	150.1667	150.1578
34	150.2664	150.0917	150.1791	150.2745	150.0996	150.1871	150.2819	150.1041	150.193	150.2878	150.1115	150.1997	150.1897
35	150.2360	150.2251	150.2306	150.2446	150.2317	150.2382	150.2501	150.2351	150.2426	150.2681	150.2538	150.261	150.2431



ภาคผนวก จ

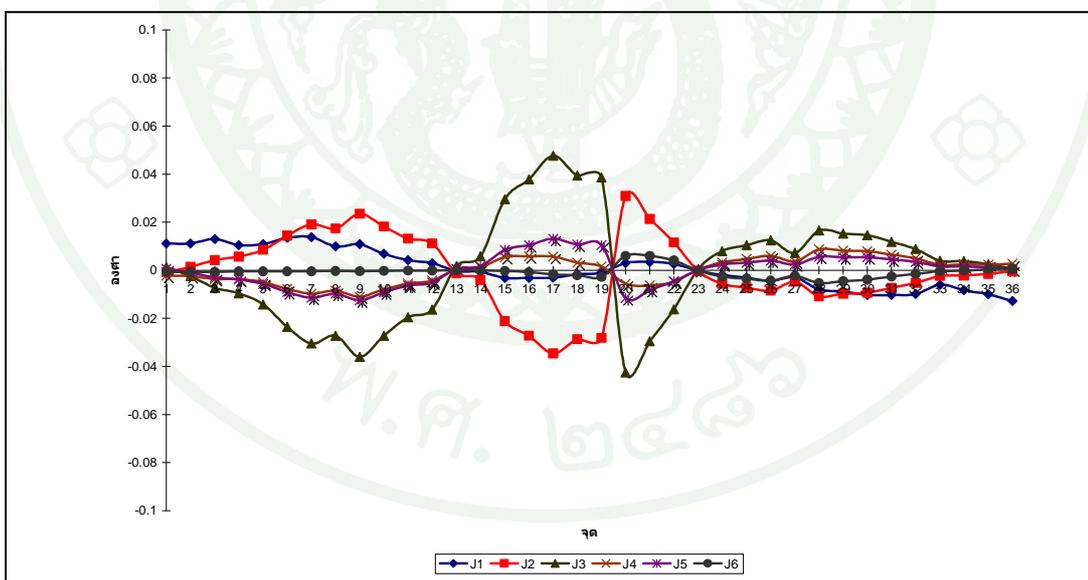
ค่าความผิดพลาดของแต่ละข้อต่อและจุดของเส้นทางเดินวงกลมที่ทำการชดเชยความผิดพลาด

ตารางผนวกที่ ๑1 ค่าความผิดพลาดในข้อต่อต่างๆ ของแขนกล

จุดที่	ความผิดพลาดของข้อต่อ (องศา)					
	1	2	3	4	5	6
0	0.0112	-0.0008	0.0013	-0.0023	0.0006	-0.0008
1	0.0112	0.0014	-0.0025	-0.0025	-0.0010	-0.0007
2	0.013	0.0042	-0.0073	-0.0036	-0.0030	-0.0007
3	0.0104	0.0057	-0.0096	-0.0036	-0.0039	-0.0005
4	0.0109	0.0085	-0.0142	-0.0049	-0.0057	-0.0005
5	0.0135	0.0144	-0.0235	-0.0077	-0.0091	-0.0005
6	0.0138	0.0191	-0.0305	-0.0097	-0.0114	-0.0005
7	0.0099	0.0174	-0.0272	-0.0085	-0.0098	-0.0003
8	0.0108	0.0235	-0.036	-0.011	-0.0125	-0.0004
9	0.0068	0.0182	-0.0273	-0.008	-0.0092	-0.0002
10	0.0042	0.0132	-0.0195	-0.0055	-0.0063	-0.0001
11	0.0029	0.0112	-0.0163	-0.0043	-0.0051	-0.0001
12	-0.0003	-0.0013	0.0018	0.0005	0.0006	0.0000
13	-0.0007	-0.0041	0.0058	0.0013	0.0017	0.0000
14	-0.0032	-0.0212	0.0296	0.0055	0.0085	-0.0003
15	-0.0032	-0.0272	0.0378	0.0058	0.0105	-0.0008
16	-0.0031	-0.0346	0.0477	0.0057	0.0131	-0.0017
17	-0.0017	-0.0287	0.0394	0.0032	0.0107	-0.0021
18	-0.0009	-0.0281	0.0386	0.0016	0.0105	-0.0028
19	0.003	0.0309	-0.0425	-0.0056	-0.0116	0.0060
20	0.0035	0.0213	-0.0295	-0.0063	-0.0082	0.0060
21	0.0026	0.0116	-0.0162	-0.0047	-0.0046	0.0041
22	-0.0001	-0.0003	0.0005	0.0002	0.0001	-0.0001
23	-0.002	-0.0056	0.008	0.0033	0.0024	-0.0026
24	-0.0031	-0.0072	0.0104	0.0047	0.0032	-0.0035
25	-0.0044	-0.0085	0.0124	0.006	0.0040	-0.0043

ตารางผนวกที่ ๑1 (ต่อ)

จุดที่	ความผิดพลาดของข้อต่อ (องศา)					
	1	2	3	4	5	6
26	-0.003	-0.0048	0.0072	0.0037	0.0024	-0.0024
27	-0.008	-0.0108	0.0165	0.0087	0.0056	-0.0053
28	-0.0088	-0.0098	0.0152	0.0082	0.0054	-0.0045
29	-0.0103	-0.0093	0.0146	0.008	0.0054	-0.0039
30	-0.0103	-0.0073	0.0118	0.0065	0.0045	-0.0026
31	-0.0099	-0.0053	0.0088	0.005	0.0035	-0.0015
32	-0.006	-0.0024	0.004	0.0023	0.0016	-0.0004
33	-0.0083	-0.0022	0.0038	0.0025	0.0016	-0.0001
34	-0.01	-0.0015	0.0025	0.0024	0.0011	0.0004
35	-0.0128	-0.0005	0.0008	0.0027	0.0003	0.0008



ภาพผนวกที่ ๑1 ค่าความผิดพลาดในข้อต่อต่างๆ ของแขนกล

ตารางผนวกที่ ๓2 เส้นทางเดินของแขนกลที่ได้จากการชดเชยความผิดพลาด

จุดที่	ตำแหน่งของข้อต่อ (องศา)					
	1	2	3	4	5	6
0	-2.2908	38.9317	-43.1982	-0.0009	-46.8018	-0.0008
1	-0.8810	38.6904	-43.3930	-0.0006	-46.6083	-0.0004
2	0.4967	38.1422	-43.8333	-0.0008	-46.1708	-0.0004
3	1.8127	37.3030	-44.5003	-0.0012	-45.5063	-0.0006
4	3.0396	36.1967	-45.3660	-0.0016	-44.6426	-0.0006
5	4.1498	34.8550	-46.4020	-0.0025	-43.6140	-0.0008
6	5.1098	33.3124	-47.5634	-0.0030	-42.4565	-0.0008
7	5.8888	31.6051	-48.8049	-0.0022	-41.2118	-0.0003
8	6.4583	29.7793	-50.0944	-0.0023	-39.9218	-0.0002
9	6.7844	27.8790	-51.3878	-0.0025	-38.6298	-0.0004
10	6.8367	25.9498	-52.6376	-0.0019	-37.3760	-0.0003
11	6.5890	24.0471	-53.8125	-0.0011	-36.1972	-0.0002
12	6.0212	22.2235	-54.8720	-0.0001	-35.1281	-0.0001
13	5.1283	20.5455	-55.8011	0.0000	-34.1990	-0.0001
14	3.9158	19.0706	-56.5641	0.0008	-33.4289	-0.0001
15	2.4137	17.8670	-57.1554	0.0010	-32.8334	-0.0002
16	0.6746	16.9905	-57.5640	0.0011	-32.4200	-0.0003
17	-1.2279	16.4967	-57.8049	0.0002	-32.1936	-0.0002
18	-3.2040	16.4022	-57.8504	0.0001	-32.1510	-0.0002
19	-5.1530	16.7142	-57.7056	-0.0005	-32.2931	0.0008
20	-6.9795	17.4164	-57.3721	0.0000	-32.6192	0.0005
21	-8.6009	18.4683	-56.8491	0.0019	-33.1285	-0.0005
22	-9.9546	19.8187	-56.1505	0.0041	-33.8171	-0.0017
23	-10.9986	21.4083	-55.2923	0.0053	-34.6727	-0.0022
24	-11.7182	23.1710	-54.2875	0.0058	-35.6796	-0.0022
25	-12.1133	25.0417	-53.1566	0.0065	-36.8093	-0.0021

## ตารางผนวกที่ ๓2 (ต่อ)

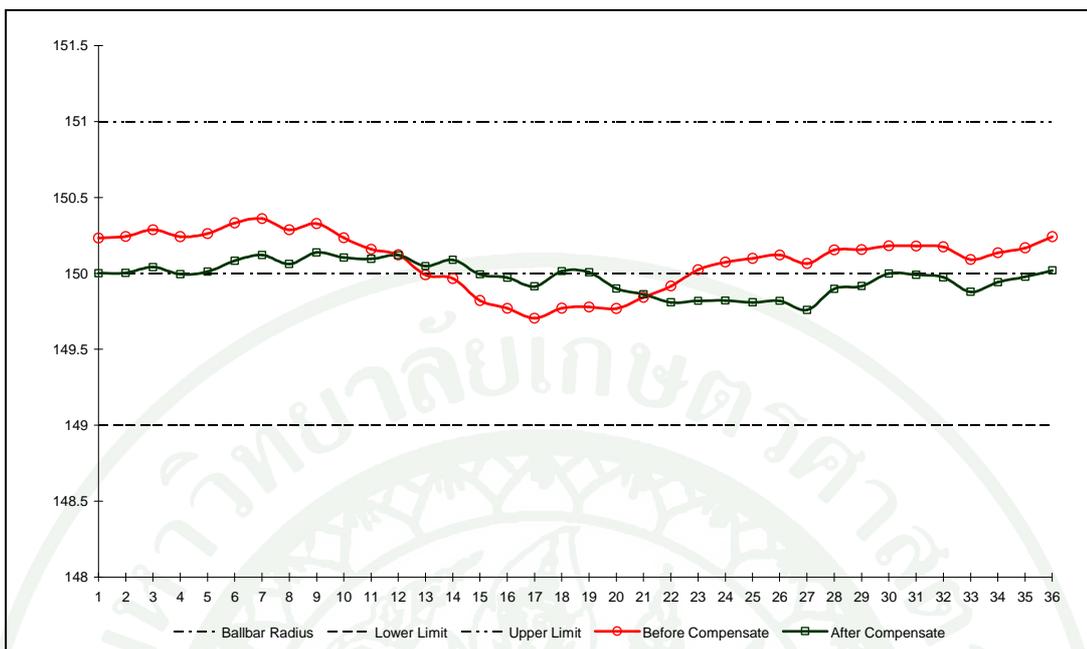
จุดที่	ตำแหน่งของข้อต่อ (องศา)					
	1	2	3	4	5	6
26	-12.1962	26.9685	-51.9426	0.0049	-38.0336	-0.0012
27	-11.9958	28.8867	-50.6613	0.0061	-39.3119	-0.0017
28	-11.5339	30.7554	-49.3716	0.0047	-40.6088	-0.0012
29	-10.8493	32.5224	-48.0990	0.0056	-41.8792	-0.0007
30	-9.9669	34.1488	-46.9010	0.0040	-43.0833	0.0000
31	-8.9235	35.5922	-45.8104	0.0032	-44.1779	0.0005
32	-7.7450	36.8152	-44.8695	0.0017	-45.1250	0.0006
33	-6.4674	37.7837	-44.1096	0.0014	-45.8862	0.0007
34	-5.1148	38.4714	-43.5644	0.0009	-46.4326	0.0006
35	-3.7183	38.8578	-43.2564	0.0013	-46.7429	0.0010

ตารางผนวกที่ ๓3 ค่าที่อ่านได้จากบอล-บาร์หลังการชดเชยความผิดพลาด

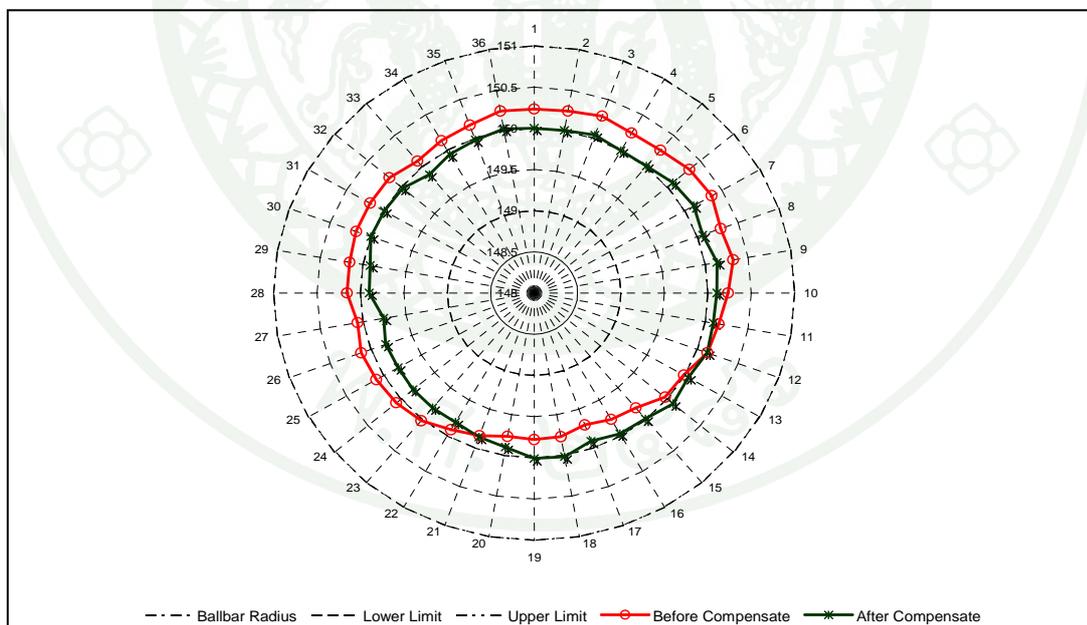
จุดที่	ครั้งที่เก็บข้อมูล												ค่าเฉลี่ย
	1			2			3			4			
	CW	CCW	ค่าเฉลี่ย	CW	CCW	ค่าเฉลี่ย	CW	CCW	ค่าเฉลี่ย	CW	CCW	ค่าเฉลี่ย	
0	149.9672	149.9867	149.977	149.9906	149.9963	149.9935	149.9239	150.0682	149.9961	150.0091	150.0655	150.0373	150.0009
1	149.8665	150.0382	149.9524	149.881	150.0562	149.9686	149.9681	150.1307	150.0494	149.9625	150.1256	150.0441	150.0036
2	149.8889	150.0859	149.9874	149.9016	150.1037	150.0027	149.9969	150.1799	150.0884	149.9886	150.1829	150.0858	150.0411
3	149.8555	150.0276	149.9416	149.8619	150.0372	149.9496	149.9641	150.1258	150.045	149.9554	150.131	150.0432	149.9948
4	149.8827	150.0372	149.96	149.895	150.0448	149.9699	149.9875	150.1299	150.0587	149.9815	150.1306	150.0561	150.0112
5	149.9657	150.1011	150.0334	149.9786	150.1112	150.0449	150.0671	150.1921	150.1296	150.0629	150.1869	150.1249	150.0832
6	149.9995	150.145	150.0723	150.0128	150.1557	150.0843	150.0962	150.2334	150.1648	150.0942	150.2274	150.1608	150.1205
7	149.9661	150.0767	150.0214	149.9742	150.0847	150.0295	150.0522	150.1493	150.1008	150.0481	150.1416	150.0949	150.0616
8	150.0587	150.1493	150.104	150.0647	150.1563	150.1105	150.1289	150.2096	150.1693	150.1291	150.1999	150.1645	150.1371
9	150.0441	150.1171	150.0806	150.0532	150.1288	150.091	150.1028	150.1684	150.1356	150.107	150.1106	150.1088	150.1040
10	150.0772	150.0646	150.0709	150.0794	150.0757	150.0776	150.1142	150.1102	150.1122	150.1195	150.1168	150.1182	150.0947
11	150.083	150.0835	150.0833	150.1476	150.0899	150.1188	150.1609	150.1091	150.135	150.1621	150.1178	150.14	150.1192
12	150.0101	150.0045	150.0073	150.1123	150.0092	150.0608	150.1041	150.0138	150.059	150.1114	150.0212	150.0663	150.0483
13	150.0526	150.0481	150.0504	150.1709	150.0515	150.1112	150.1489	150.0348	150.0919	150.1595	150.0439	150.1017	150.0888
14	150.0664	149.9446	150.0055	150.0745	149.9456	150.0101	150.0332	149.9184	149.9758	150.0397	149.9275	149.9836	149.9937
15	150.0679	149.9199	149.9939	150.0715	149.9203	149.9959	150.0141	149.8733	149.9437	150.0288	149.8834	149.9561	149.9724
16	150.0188	149.863	149.9409	150.0193	149.8573	149.9383	149.9507	149.789	149.8699	149.9681	149.8415	149.9048	149.9135
17	150.0581	150.0469	150.0525	150.0534	150.0481	150.0508	149.9772	149.9687	149.973	149.9902	149.9764	149.9833	150.0149

ตารางผนวกที่ ๓3 (ต่อ)

จุดที่	ครั้งที่เก็บข้อมูล												ค่าเฉลี่ย
	1			2			3			4			
	CW	CCW	ค่าเฉลี่ย	CW	CCW	ค่าเฉลี่ย	CW	CCW	ค่าเฉลี่ย	CW	CCW	ค่าเฉลี่ย	
18	150.0471	150.0548	150.051	150.0438	150.0488	150.0463	149.957	149.9602	149.9586	149.9687	149.9763	149.9725	150.0071
19	149.8694	150.0265	149.948	149.8646	150.016	149.9403	149.7682	149.9187	149.8435	149.7739	149.9657	149.8698	149.9004
20	149.8282	149.9916	149.9099	149.8271	149.9796	149.9034	149.7297	149.8813	149.8055	149.7335	149.9233	149.8284	149.8618
21	149.7816	149.9259	149.8538	149.7731	149.9178	149.8455	149.6796	149.8177	149.7487	149.69	149.8864	149.7882	149.8090
22	149.786	149.9519	149.869	149.7822	149.9435	149.8629	149.6881	149.8458	149.767	149.7022	149.8492	149.7757	149.8186
23	149.7914	149.9431	149.8673	149.7939	149.9352	149.8646	149.6961	149.8429	149.7695	149.7201	149.8449	149.7825	149.8210
24	149.7781	149.9304	149.8543	149.7732	149.9221	149.8477	149.6861	149.8337	149.7599	149.7068	149.8368	149.7718	149.8084
25	149.7933	149.9252	149.8593	149.7949	149.9189	149.8569	149.7147	149.8375	149.7761	149.7213	149.8414	149.7814	149.8184
26	149.7886	149.7892	149.7889	149.7886	149.7924	149.7905	149.7227	149.7182	149.7205	149.7298	149.7454	149.7376	149.7594
27	150.0038	149.8397	149.9218	150.0046	149.8397	149.9222	149.9482	149.7894	149.8688	149.941	149.8197	149.8804	149.8983
28	150.015	149.8917	149.9534	150.0166	149.8302	149.9234	149.9753	149.8093	149.8923	149.9704	149.8248	149.8976	149.9167
29	150.0927	149.9218	150.0073	150.0975	149.9272	150.0124	150.0773	149.9043	149.9908	150.069	149.9048	149.9869	149.9993
30	150.0674	150.0536	150.0605	150.0684	149.8817	149.9751	150.0622	149.869	149.9656	150.0535	149.8757	149.9646	149.9914
31	150.0186	150.0107	150.0147	150.0285	149.8817	149.9551	150.0379	149.8923	149.9651	150.0339	149.8917	149.9628	149.9744
32	149.9221	149.9161	149.9191	149.9358	149.7613	149.8486	149.9565	149.7897	149.8731	149.9449	149.7961	149.8705	149.8778
33	149.9829	149.9822	149.9826	149.9939	149.8046	149.8993	150.0401	149.8501	149.9451	150.0305	149.8463	149.9384	149.9413
34	150.0071	150.0051	150.0061	150.0182	149.8411	149.9297	150.0845	149.8994	149.992	150.0709	149.8957	149.9833	149.9778
35	149.9802	149.9797	149.98	149.9933	149.9823	149.9878	150.0664	150.0561	150.0613	150.0555	150.0421	150.0488	150.0195



ภาพผนวกที่ ๓2 ค่าที่อ่านได้จากบอล-บาร์ก่อนและหลังการชดเชยค่าความผิดพลาด



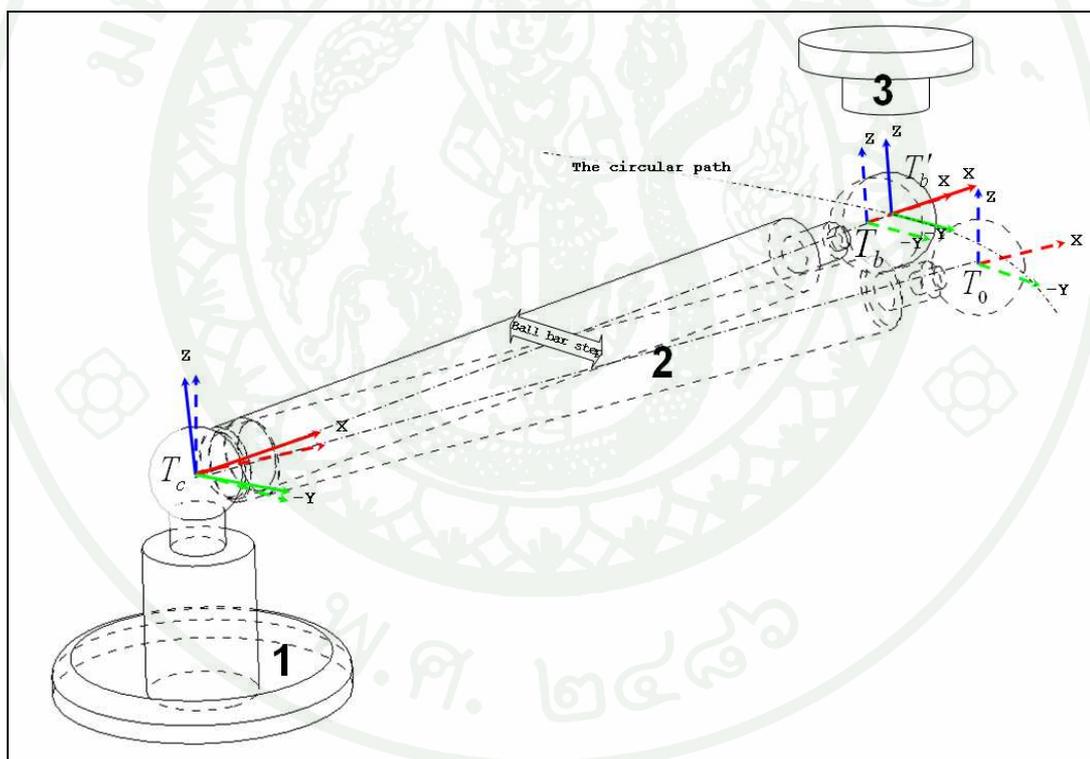
ภาพผนวกที่ ๓3 ค่าที่อ่านได้จากบอล-บาร์ก่อนและหลังการชดเชยค่าความผิดพลาด  
ในรูปพิกัดเชิงขั้ว



ภาคผนวก ข  
การอ่านตำแหน่งจากบอล-บาร์

### การอ่านตำแหน่งจากบอล-บาร์

Renishaw (2010) บอล-บาร์เป็นเครื่องมือสำหรับวัดตำแหน่งการเคลื่อนที่ในเครื่องจักรโดยการเดินแกน 2 แกนพร้อมกันเป็นวงกลมในระนาบอ้างอิงของเครื่องจักรตามมาตรฐาน ISO 230 (ISO, 2005; Mekid, 2008) ภาพผนวกที่ ข1 ระบบบอล-บาร์ประกอบด้วย Pivot Assembly (หมายเลข 1) สำหรับติดที่โต๊ะวางชิ้นงาน, Tool Cup (หมายเลข 3) สำหรับติดที่ปลายแขนกลและมีเซ็นเซอร์จำพวก Linear Variable Displacement Transformer: LVDT สำหรับตรวจวัดการเปลี่ยนแปลงการเคลื่อนที่และส่งสัญญาณไปให้คอมพิวเตอร์เพื่อวิเคราะห์ผลโดย LVDT จะติดอยู่กับ Extension bars (หมายเลข 2) ที่เชื่อมต่อกับ Pivot Assembly และ Tool Cup ด้วยแรงดึงคูดของแม่เหล็ก (Goswami *et al.*, 1993)



ภาพผนวกที่ ข1 ส่วนประกอบของระบบบอล-บาร์

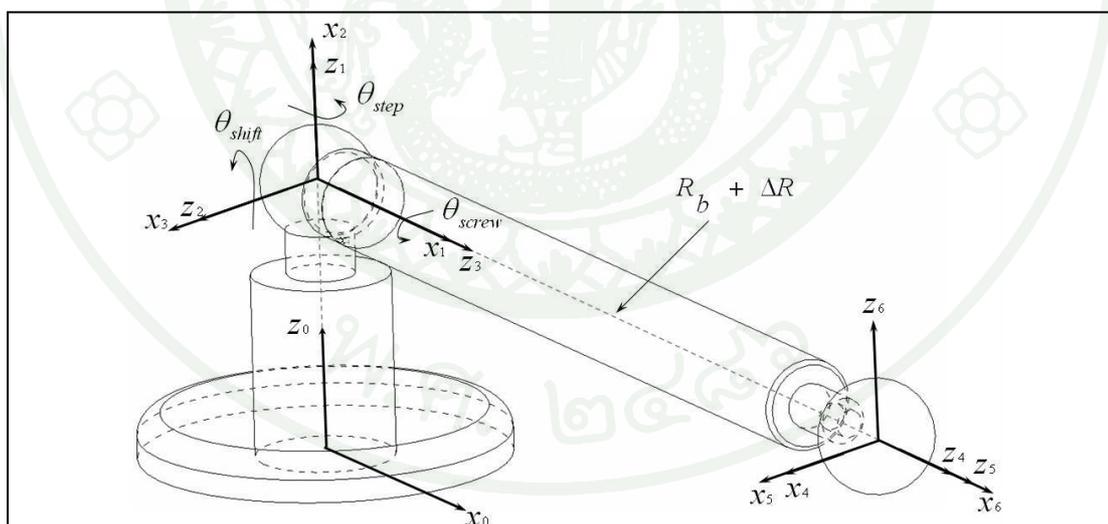
เมื่อปลายแขนกลมีการเคลื่อนที่ ตำแหน่งและทิศทางของบอล-บาร์เปลี่ยนไปจากตำแหน่งที่ระนาบเริ่มต้น ( $T_o$ ) เป็นตำแหน่งที่ระนาบใหม่ ( $T_b$ ) และหากการเคลื่อนที่ของแขนกลเกิดความผิดพลาดจะทำให้รัศมีของเส้นทางการเคลื่อนที่เบี่ยงเบนไปจากเดิมเป็น  $R_b + \Delta R$  และตำแหน่งของบอล-บาร์ที่เกิดความผิดพลาดก็จะเปลี่ยนเป็นระนาบ  $T'_b$  โดยสามารถเขียนเป็นความสัมพันธ์ได้ดังสมการที่ 1

$$T_o = {}^oT = \begin{bmatrix} \bar{R}_o & \bar{P}_o \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, T_b = {}^bT = \begin{bmatrix} \bar{R}_b & \bar{P}_b \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, T'_b = {}^{b'}T = \begin{bmatrix} \bar{R}_{b'} & \bar{P}_{b'} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

### สมการ Forward Kinematics ของบอล-บาร์

สมการ Forward Kinematics ของบอล-บาร์ใช้สำหรับช่วยในการหาความผิดพลาดทางตำแหน่งที่เกิดขึ้นเมื่อแขนกลมีการเคลื่อนที่ ดังสมการที่ 2

$$\Delta T = T'_b - T_b \quad (2)$$



ภาพผนวกที่ ๒ การตั้งแกนตามหลักของ DH ในระบบบอล-บาร์

เมื่อทำการตั้งแกนและหาสมการ Forward Kinematics ตามหลักของ Denavit-Hartenberg ซึ่งมีตัวแปรของแกนต่างๆ ดังตารางผนวกที่ ข1 ซึ่งเมื่อหาผลเฉลยมาแล้ว สามารถแสดงได้ดังสมการที่ 3 และ 4 โดย  $\theta_{step}$  คือ องศาของการเดินในแนววงกลมของแต่ละจุด,  $\theta_{shift}$  มุมยกของบอล-บาร์ และ  $\theta_{screw}$  คือ มุมบิดรอบแกนบอล-บาร์ ซึ่งในที่นี้  $\theta_{screw} = 0$

$$T_b = A_1 A_2 A_3 A_4 A_5 A_6$$

$$T_b = \begin{bmatrix} C_{shift} C_{step} & -C_{step} S_{screw} S_{shift} - C_{screw} S_{step} & -C_{screw} C_{step} S_{shift} + S_{screw} S_{step} & R_b C_{shift} C_{step} \\ C_{shift} S_{step} & C_{screw} C_{step} - S_{screw} S_{shift} S_{step} & -C_{step} S_{screw} - C_{screw} S_{shift} S_{step} & R_b C_{shift} S_{step} \\ S_{shift} & C_{shift} S_{screw} & C_{screw} C_{shift} & R_b S_{shift} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$T'_b = A'_1 A'_2 A'_3 A'_4 A'_5 A'_6$$

$$T'_b = \begin{bmatrix} C_{shift} C_{step} & -C_{step} S_{screw} S_{shift} - C_{screw} S_{step} & -C_{screw} C_{step} S_{shift} + S_{screw} S_{step} & (R_b + \Delta R) C_{shift} C_{step} \\ C_{shift} S_{step} & C_{screw} C_{step} - S_{screw} S_{shift} S_{step} & -C_{step} S_{screw} - C_{screw} S_{shift} S_{step} & (R_b + \Delta R) C_{shift} S_{step} \\ S_{shift} & C_{shift} S_{screw} & C_{screw} C_{shift} & (R_b + \Delta R) S_{shift} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

โดยที่

$$A_1 = A'_1 = \begin{bmatrix} C_{step} & -S_{step} & 0 & 0 \\ S_{step} & C_{step} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = A'_2 = \begin{bmatrix} -S_{shift} & -C_{shift} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ C_{shift} & -S_{shift} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_3 = A'_3 = \begin{bmatrix} -S_{screw} & -C_{screw} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ C_{screw} & -S_{screw} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & R_b \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad A'_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & R_b + \Delta R \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_5 = A'_5 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_6 = A'_6 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ตารางผนวกที่ ข1 ตัวแปรต่างๆ ตามหลักการของ Denavit-Hartenberg ของบอล-บาร์

Link	$\alpha_i$	$a_i$	$\theta_i$	$d_i$
1	$0^\circ$	0	$\theta_{step}$	0
2	$90^\circ$	0	$\theta_{shift} + 90^\circ$	0
3	$90^\circ$	0	$\theta_{screw} + 90^\circ$	$R_b, R_b + \Delta R$
4	$0^\circ$	0	$0^\circ$	0
5	$0^\circ$	0	$0^\circ$	0
6	$90^\circ$	0	$90^\circ$	0

การกำหนดจุดของการเดินในแนววงกลม

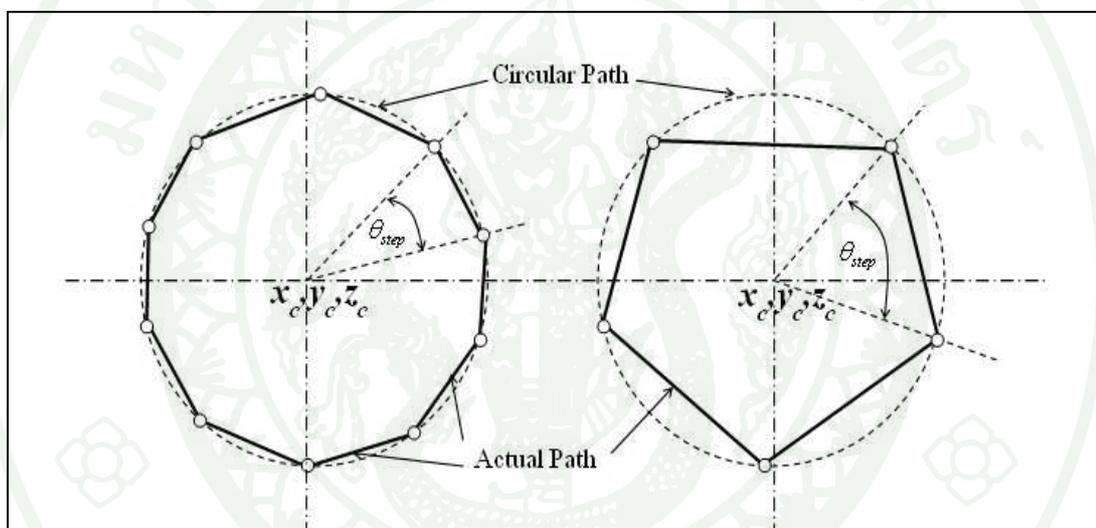
การกำหนดจุดของการเดิน ( $P_i$ ) ในแนววงกลมเป็นการกำหนดองศาที่จะให้แขนกลเดินไปตามแนวเส้นทางเดินวงกลม หากกำหนดองศาของการเดินน้อย จุดที่แขนกลจะต้องเดินก็จะมีจำนวนมาก ความกลมของเส้นทางเดินก็จะมากขึ้นตามไปด้วย ในทางตรงข้ามหากกำหนดองศาของการเดินมาก จุดที่แขนกลจะต้องเดินจะน้อย ความกลมของเส้นทางเดินก็จะน้อย ดังสมการที่ 5

$$\text{Total Points; } N_i = \frac{360}{\theta_{step}} \quad (5)$$

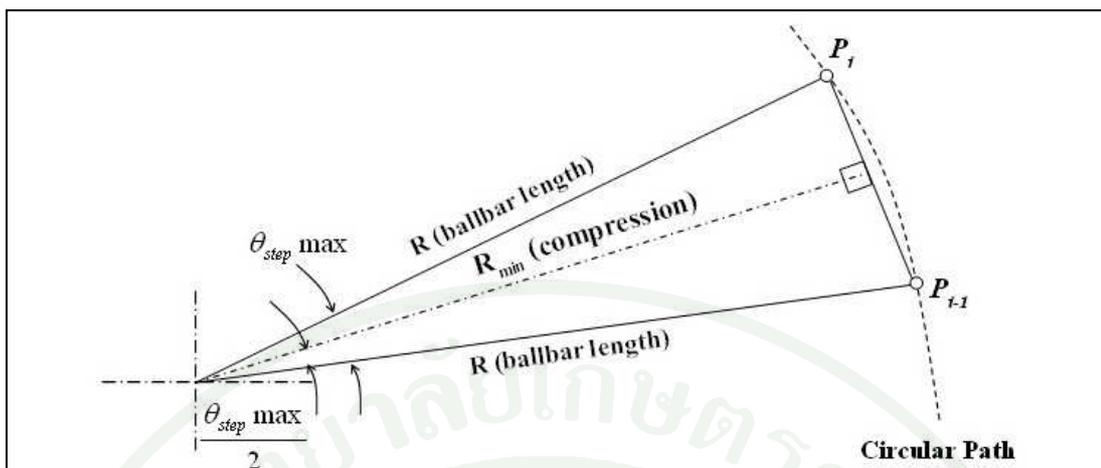
สำหรับองศาของการเดินที่มากที่สุด ( $\theta_{step, max}$ ) จะพิจารณาจากขอบเขตการเคลื่อนที่ของบอล-บาร์ โดยจะใช้ระยะทางมากที่สุดและน้อยที่สุดที่บอล-บาร์สามารถเคลื่อนที่ได้ (Maximum Tension Length และ Maximum Compression Length) ดังสมการที่ 6 โดยงานวิจัยนี้ได้ทำการเลือกใช้อองศาของการเดินเท่ากับ 10 องศา ( $\theta_{step} = 10^\circ$ )

$$R_{min} (compression) = R \cos\left(\frac{\theta_{step, max}}{2}\right) \quad (6)$$

$$\text{Maximum Step Degree; } \theta_{step, max} = 2 \cos^{-1}\left(\frac{R_{min} (compression)}{R}\right)$$



ภาพผนวกที่ ๓ การกำหนดจุดของการเดินในแนววงกลม โดยรูปซ้ายมือ  $N_i = 10$   
และรูปขวามือ  $N_i = 5$

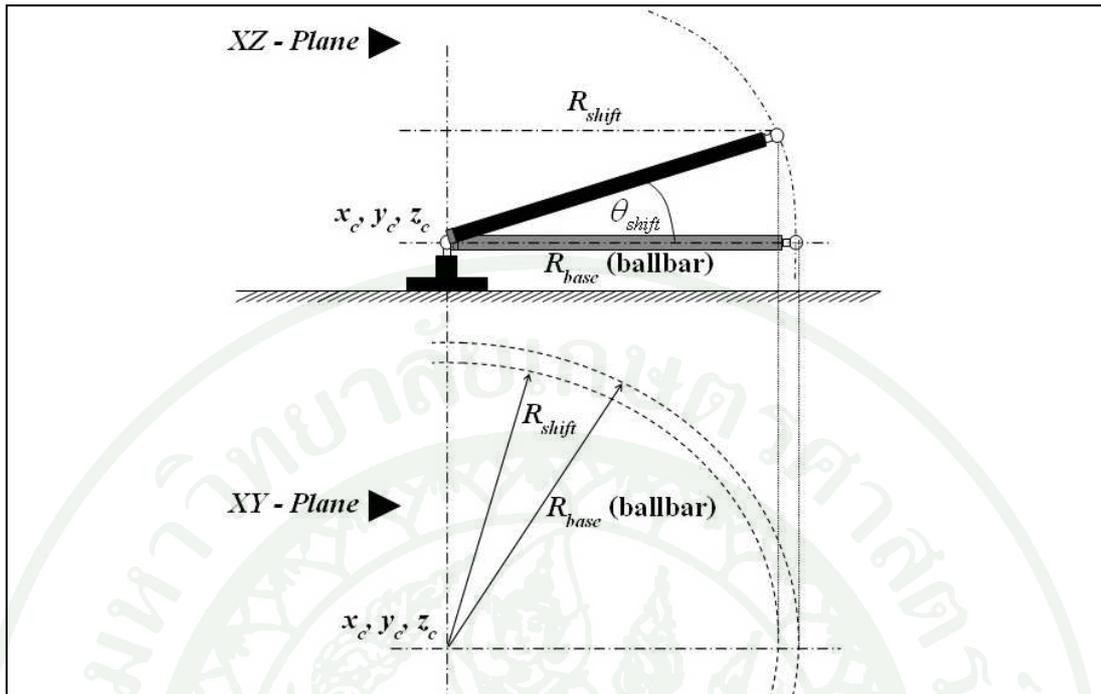


ภาพผนวกที่ ข4 ฟังก์ชันตรีโกณมิติของบอล-บาร์

#### การกำหนดมุมยกของบอล-บาร์

การกำหนดมุมยกของบอล-บาร์ ( $\theta_{shift}$ ) ใช้สำหรับกรณีที่ต้องการวัดค่าความผิดพลาดเนื่องจากการเคลื่อนที่ของแขนกลเป็นทรงกลม โดยเป็นตัวแปรสำหรับสร้างเส้นทางเดินวงกลมที่ระนาบต่างๆ กันตามค่ามุมยก โดยหากค่ามุมยกมีค่าน้อย เส้นทางเดินวงกลมของแขนกลก็จะมีรัศมีขนาดใหญ่ และหากค่ามุมยกมีค่ามาก เส้นทางเดินวงกลมของแขนกลก็จะมีรัศมีขนาดเล็ก ดังสมการที่ 7 สำหรับค่ามุมยกที่มากที่สุด ( $\theta_{shift, max}$ ) จะพิจารณาเหมือนกับองศาของการเดินที่มากที่สุดดังสมการที่ 6

$$\text{Radius}_{\text{shift}}; R_{\text{shift}} = R_{\text{base}} \cos \theta_{\text{shift}} \quad (7)$$



ภาพผนวกที่ ๕ มุมยกของบอล-บาร์

ค่าความผิดพลาดทางตำแหน่งของแกนกล

เมื่อแกนกลเคลื่อนที่และมีค่าความผิดพลาดทางตำแหน่งเกิดขึ้น เมื่อพิจารณาสมการที่ 2, 3, และ 4 แล้วพบว่า ค่าความผิดพลาดทางตำแหน่งสามารถแสดงได้ดังสมการที่ 8 และนำค่านี้ไปใช้ในการชดเชยค่าความผิดพลาดทางตำแหน่งต่อไป

$$\Delta T = T'_b - T_b = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & dx \\ 0 & 0 & 0 & dy \\ 0 & 0 & 0 & dz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \Delta RC_{shift} C_{step} \\ 0 & 0 & 0 & \Delta RC_{shift} S_{step} \\ 0 & 0 & 0 & \Delta RS_{shift} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\text{โดยที่ } \Delta R = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}$$

คุณสมบัติของบอล-บาร์ Renishaw QC10

คุณสมบัติเบื้องต้นของบอล-บาร์ที่ใช้ในงานวิจัยนี้ สามารถแสดงได้ดังตารางที่ 2

## ตารางผนวกที่ ข2 คุณสมบัติของบอล-บาร์ที่ใช้ในงานวิจัย

ความละเอียด	0.1 ไมโครเมตร
ความแม่นยำของเซ็นเซอร์	$\pm 0.5$ ไมโครเมตร (ที่อุณหภูมิ 20 องศาเซลเซียส)
ความเร็วการเก็บค่าตัวอย่าง	250 ค่าต่อวินาที
ความยาวของ Extension bars	50, 150, 300 มิลลิเมตร
อุณหภูมิสภาพแวดล้อมการใช้งาน	0 – 40 องศาเซลเซียส

ที่มา: Renishaw (2005)

### การวิเคราะห์สาเหตุเนื่องมาจากความผิดพลาดทางตำแหน่งโดยใช้บอล-บาร์

ความผิดพลาดทางตำแหน่งที่เกิดขึ้นจากการวัดหรือตรวจสอบโดยระบบบอล-บาร์ สามารถแบ่งออกเป็น 2 ประเภทหลักๆ คือ ความผิดพลาดเนื่องมาจากเครื่องจักร (แขนกล) กับความผิดพลาดเนื่องมาจากการทดสอบ

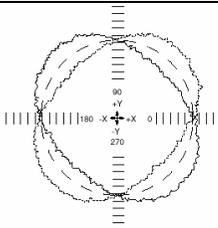
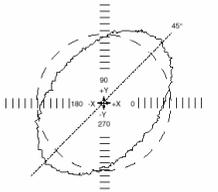
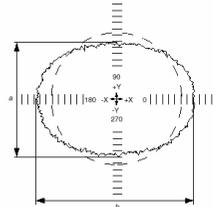
ความผิดพลาดเนื่องมาจากเครื่องจักร (Machine Error) เป็นความผิดพลาดที่เกิดขึ้นในตัวเครื่องจักรเนื่องมาจากสาเหตุต่างๆ เช่น ชิ้นส่วนข้อต่อระหว่างแกนแต่ละแกนมีระยะคลอน, ระบบเซอร์โวมีปัญหา, การวางแกนไม่ตั้งฉากกัน เป็นต้น ส่วนความผิดพลาดเนื่องมาจากการทดสอบ (Test Error) เป็นความผิดพลาดที่เกิดขึ้นในระหว่างการทดสอบโดยใช้บอล-บาร์ โดยรูปแบบความผิดพลาดต่างๆ สามารถสรุปได้ดังตารางผนวกที่ ข3

สำหรับในแขนกลอุตสาหกรรม แกนต่างๆ จะมีข้อต่อเป็นแบบหมุนและต่อเข้าด้วยกันแบบอนุกรม เมื่อแขนกลมีการเคลื่อนที่เปลี่ยนตำแหน่ง ตำแหน่งและทิศทางต่างๆ ตามพิกัดคาร์ทีเซียนของปลายแขนจะมีความสัมพันธ์กับมุมของข้อต่อต่างๆ จึงจำเป็นต้องใช้สมการ Forward Kinematics และ Inverse Kinematics สำหรับควบคุมให้ปลายแขนกลไปยังตำแหน่งและมีทิศทางการวางตัวเป็นไปตามรูปแบบที่ต้องการตลอดเวลา การวิเคราะห์หาสาเหตุของความผิดพลาดทางตำแหน่งจึงทำได้ยากกว่าเครื่องจักรกลแบบอื่นๆ มาก เพราะไม่สามารถบอกชี้เฉพาะไปได้ว่าแกนใดหรือข้อต่อใดเกิดระยะคลอน แกนใดวางแกนไม่ตั้งฉากกัน แกนใดมีปัญหาทางด้านระบบเซอร์โว เป็นต้น

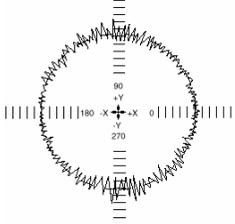
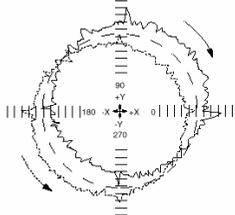
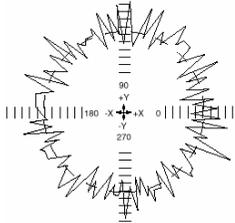
ตารางผนวกที่ 3 ตัวอย่างรูปแบบความผิดพลาดทางตำแหน่งจากการวัดโดยใช้บอล-บาร์

รูปภาพ	ลักษณะของความผิดพลาด	ประเภทของความผิดพลาด	สาเหตุของการเกิดความผิดพลาด
	<p>แนวเส้นทางเดินวงกลมมีความแตกต่างกันมากเมื่อเปลี่ยนทิศทางการเคลื่อนที่</p>	<p>ความผิดพลาด เนื่องจากเครื่องจักร</p>	<p>ชุดเกียร์ขับแกนมีระยะคลอน สายพานขับแกนหย่อน</p>
	<p>แนวเส้นทางเดินวงกลมเหลื่อมกัน</p>	<p>ความผิดพลาด เนื่องจากเครื่องจักร</p>	<p>แกนวางเอียงกับแนวระดับและมีระยะคลอนที่รายนำทาง</p>
	<p>แนวเส้นทางเดินวงกลมไม่เรียบ สม่่าเสมอมีรัศมีกระจายตัวมาก</p>	<p>ความผิดพลาด เนื่องจากเครื่องจักร</p>	<p>แกนเคลื่อนที่ไป-มามากเกินไปจนเกิดความเสียหายเอ็นโคดเดอร์ไม่ร่วมศูนย์กับแกนหรือมอเตอร์</p>
	<p>แนวเส้นทางเดินวงกลมมีลักษณะเป็นกลีบ 3 กลีบ</p>	<p>ความผิดพลาด เนื่องจากเครื่องจักร</p>	<p>รายนำทางโค้งตัว</p>

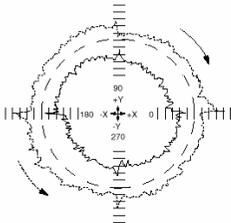
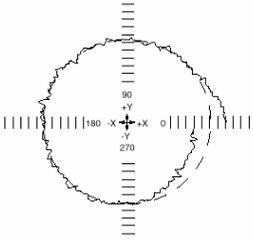
ตารางผนวกที่ ข3 (ต่อ)

รูปภาพ	ลักษณะของความผิดพลาด	ประเภทของ ความผิดพลาด	สาเหตุของการเกิดความผิดพลาด
	แนวเส้นทางเดินเป็นรูปวงรีเอียง ตัดกัน	ความผิดพลาด เนื่องจากเครื่องจักร	Servo loop gain ของแกนแต่ละแกนมีค่า ไม่สัมพันธ์กัน
	แนวเส้นทางเดินเป็นรูปวงรีเอียง ในแนวเดียวกัน	ความผิดพลาด เนื่องจากเครื่องจักร	แกนในระนาบที่ทดสอบวางตัวไม่ตั้งฉากกัน
	แนวเส้นทางเดินเป็นรูปวงรีเอียง ไปในแนวแกนใดแกนหนึ่ง	ความผิดพลาด เนื่องจากเครื่องจักร	อัตราทหรือ Scale ในแกนมีความผิดพลาด สายพานอาจตึงหรือหย่อนเกินไป มี Pitch error ที่บอลสกรู

ตารางผนวกที่ ข3 (ต่อ)

รูปภาพ	ลักษณะของความผิดพลาด	ประเภทของความผิดพลาด	สาเหตุของการเกิดความผิดพลาด
	<p>แนวเส้นทางเดินวงกลม มีการสั่นสะเทือนมาก</p>	<p>ความผิดพลาด เนื่องมาจากเครื่องจักร</p>	<p>เกิดจากสิ่งแวดล้อมภายนอก ระบบเซอร์โวของมอเตอร์, ระบบอัตราทดเกียร์มีปัญหา</p>
	<p>แนวเส้นทางเดินวงกลมเลื่อนตำแหน่งไปจากเดิม</p>	<p>ความผิดพลาด เนื่องมาจากการทดสอบ</p>	<p>ตำแหน่งที่วาง Tool cup และ Pivot Assembly มีการเคลื่อนที่</p>
	<p>แนวเส้นทางเดินวงกลมไม่สม่ำเสมอ แต่รัศมีไม่กระจายตัวมาก</p>	<p>ความผิดพลาด เนื่องมาจากการทดสอบ</p>	<p>จุดต่อระหว่าง Extension bar และ LVDT หลวม สายส่งสัญญาณจาก LVDT หลุด</p>

ตารางผนวกที่ ข3 (ต่อ)

รูปภาพ	ลักษณะของความผิดพลาด	ประเภทของความผิดพลาด	สาเหตุของการเกิดความผิดพลาด
	รัศมีของแนวเส้นทางเดินวงกลมเปลี่ยนแปลงอย่างคงที่	ความผิดพลาดเนื่องมาจากการทดสอบ	อุณหภูมิในห้องทดสอบเปลี่ยนแปลง ยึด Pivot Assembly ไม่แน่น
	รัศมีของแนวเส้นทางเดินวงกลมเปลี่ยนขนาดไปเรื่อยๆ	ความผิดพลาดเนื่องมาจากการทดสอบ	สายสัญญาณไปคล้อยเกี่ยวกับอุปกรณ์ภายนอก ทำให้บอลหลุดออกจาก Tool cup ยึด Pivot Assembly ไม่แน่น

## ประวัติการศึกษาและการทำงาน

ชื่อ-นามสกุล	นายภูมเรศ แสงราม
วัน เดือน ปี ที่เกิด	13 ธันวาคม 2527
สถานที่เกิด	จังหวัดสุรินทร์
ประวัติการศึกษา	วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต (วิศวกรรมไฟฟ้าเครื่องกลการผลิต) คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
ตำแหน่งหน้าที่การงานปัจจุบัน	-
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	-
ผลงานดีเด่นและรางวัลทางวิชาการ	-
ทุนการศึกษาที่ได้รับ	-