ใบรับรองวิทยานิพนธ์
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต (สถิติ)

ปริญญา

สถิติ สถิติ

สาขา **ภาควิชา**

เรื่อง การประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างสัดส่วนสองกลุ่มที่เป็นอิสระกัน: การเปรียบเทียบ 4 วิธี

Interval Estimation for the Difference between Independent Proportions: Comparison of Four Methods

นามผู้วิจัย นางสาวสุดารัตน์ นิจสุนกิจ

ได้พิจารณาเห็นชอบโดย

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก ....

(รองศาสตราจารย์ประสิทธิ์ พยัคฆพงษ์, M.S.)

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม ....

(รองศาสตราจารย์สายสุดา สมชิต, M.S.)

หัวหน้าภาควิชา ....

(อาจารย์อำไพ ทองธีรภาพ, Ph.D.)

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์รับรองแล้ว

....

(รองศาสตราจารย์กัญจนา ธีระกุล, D.Agr.)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

วันที่ .... **เดือน** .... **พ.ศ.** ....

วิทยานิพนธ์

เรื่อง

การประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างสัดส่วนสองกลุ่มที่เป็นอิสระกัน: การเปรียบเทียบ 4 วิธี

Interval Estimation for the Difference between Independent Proportions: Comparison of Four Methods

โดย

นางสาวสุดารัตน์ นิจสุนกิจ

เสนอ

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
เพื่อความสมบูรณ์แห่งปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต (สถิติ)
พ.ศ. 2553

สุดารัตน์ นิจสุนกิจ 2553: การประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างสัดส่วนสองกลุ่มที่เป็นอิสระกัน: การเปรียบเทียบ 4 วิธี ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต (สถิติ) สาขาสถิติ ภาควิชาสถิติ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก: รองศาสตราจารย์ประสิทธิ์ พยัคฆพงษ์, M.S. 106 หน้า

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาและเปรียบเทียบวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างสัดส่วนสองกลุ่ม ($p_1 - p_2$) ที่เป็นอิสระกัน 4 วิธี คือ วิธีของวาล์ด วิธี Adding – 4 วิธี T2 และ วิธี Recentered กำหนดขนาดตัวอย่างที่สุ่มมาจากประชากรกลุ่มที่ 1 และ 2 คือ n_1 และ n_2 โดยที่ n_2 มีค่าเท่ากับ 10, 30, 60, 100, 500 และ 1,000 พิจารณาความแตกต่างของขนาดตัวอย่าง 2 กรณีคือ $n_1 = n_2$ และ $n_1 = 1.5n_2$ กำหนดสัดส่วนทวินามในประชากรกลุ่มที่ 1 คือ p_1 มีค่า 0.1 ถึง 0.9 โดยเพิ่มค่าทีละ 0.1 และสัดส่วนทวินามในประชากรกลุ่มที่ 2 คือ p_2 มีค่า 0.1 ดังนั้น $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 ถึง 0.8 โดยเพิ่มค่าทีละ 0.1 ตามลำดับ ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นสำหรับสร้างช่วงความเชื่อมั่นคือ 0.95 และ 0.99 การวิจัยครั้งนี้สร้างแบบจำลองข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป SAS รุ่น 9.1.3 ทำการทดลองซ้ำ 50,000 ครั้ง ในแต่ละสถานการณ์ของการทดลอง เกณฑ์ที่ใช้เลือกวิธีการประมาณที่เหมาะสม คือวิธีที่มีค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด และมีค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด ผลการวิจัยสรุปวิธีการที่เหมาะสมสำหรับแต่ละกรณีได้ดังนี้

ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 และ 0.99 วิธีของวาล์ด เหมาะสมกับกลุ่มตัวอย่างขนาดใหญ่ ($n_1, n_2 \geq 500$) เนื่องจากมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นใกล้เคียงกับวิธีอื่น แต่มีความสะดวกในการคำนวณมากกว่า วิธี Adding – 4 เหมาะสมกับกรณี $n_1 = n_2 = 10$ และ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.4 – 0.6 วิธี T2 ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกกรณีที่ทำการศึกษา แต่มีความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นมากกว่าวิธีอื่น และวิธี Recentered เหมาะสมเกือบทุกกรณีที่ทำการศึกษา ยกเว้นกรณีที่กล่าวข้างต้น

______________________	______________________	___ / ___ / ___
ลายมือชื่อนิสิต	ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก	

Sudarat Nidsunkid 2010: Interval Estimation for the Difference between Independent Proportions: Comparison of Four Methods . Master of Science (Statistics), Major Field: Statistics, Department of Statistics. Thesis Advisor: Associate Professor Prasit Payakkapong, M.S. 106 pages.

The objective of this research is to compare the interval estimation methods for the difference between independent proportions. The methods under consideration in this study are the Wald method, the Adding-4 method, the T2 method, and the Recentered method. Determinations the sample sizes of two populations are $n_1 = n_2$ and $n_1 = 1.5n_2$, and the values of n_2 are set at 10, 30, 60, 100, 500 and 1,000. The values assigned to the first binomial proportions (p_1) range from 0.1 to 0.9 with an increase of 0.1. The second binomial proportion (p_2) is set at 0.1, $p_1 - p_2$ range from 0.0 to 0.8 with increment of 0.1. Confidence coefficient is determined to be 0.95 and 0.99. The simulation of this research is repeated 50,000 times in each situation by the application of the SAS 9.1.3 Statistical Package. The criteria to select the suitable confidence interval method are the coverage probability should not lower than the specified confidence coefficient and the shortest average width. The conclusions of the appropriate methods of this study are as follow:

For 0.95 and 0.99 confidence coefficient, The Wald method is suitable for large sample sizes ($n_1, n_2 \geq 500$), due to the average width which is as short as the others methods, however less complex to calculate. The Adding – 4 method is good for $n_1 = n_2 = 10$ and $p_1 - p_2$ are 0.4 – 0.6. The confidence interval from T2 method had the coverage probability not lower than the specified confidence coefficient but the average width was longer than the other methods. Lastly, the Recentered method is suitable for almost every case of study, except as noted above.

____________________________ ____________________________ ___ / ___ / ___

Student's signature Thesis Advisor's signature

กิตติกรรมประกาศ

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ รศ.ประสิทธิ์ พยัคฆพงษ์ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก ที่ได้ให้ความช่วยเหลือในการวางแผนการวิจัย ตลอดจนให้คำปรึกษา แนะนำและตรวจแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ขอขอบพระคุณ รศ.สายสุดา สมชิต อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม ผศ.ดร.กุศยา ปลั่งพงษ์พันธ์ ผู้ทรงคุณวุฒิภายนอก และ อ.ดร.อำไพ ทองธีรภาพ ประธานการสอบ ที่กรุณาให้คำปรึกษา แนะนำและช่วยเหลือการทำวิทยานิพนธ์ให้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

ผู้วิจัยขอน้อมรำลึกถึงพระคุณของบิดา มารดา และครอบครัวที่ส่งเสริมสนับสนุนการศึกษาของผู้วิจัยตลอดมา ขอขอบพระคุณครูและอาจารย์ทุกท่านที่ได้ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้แก่ผู้วิจัย ขอขอบคุณ คุณวันเพ็ญ จันทรังษี ที่ช่วยเหลือและให้คำแนะนำในการเขียนโปรแกรมสำหรับการวิจัย ขอขอบคุณเพื่อน พี่ และน้อง ๆ ทุกคนที่เป็นกำลังใจ และให้ความช่วยเหลือเป็นอย่างดีมาโดยตลอด

สุดารัตน์ นิจสุนกิจ
กุมภาพันธ์ 2553

สารบัญ

หน้า

สารบัญตาราง

ตารางที่ **หน้า**

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่		หน้า
13	ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมและค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 กรณี $n_1 = 1,500, n_2 = 1,000$	65
14	ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมและค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99 กรณี $n_1 = n_2 = 10$	68
15	ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมและค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99 กรณี $n_1 = n_2 = 30$	70
16	ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมและค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99 กรณี $n_1 = 15, n_2 = 10$	72
17	ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมและค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99 กรณี $n_1 = 45, n_2 = 30$	74
18	ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมและค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99 กรณี $n_1 = n_2 = 60$	76
19	ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมและค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99 กรณี $n_1 = n_2 = 100$	78
20	ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมและค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99 กรณี $n_1 = 90, n_2 = 60$	80
21	ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมและค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99 กรณี $n_1 = 150, n_2 = 100$	82
22	ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมและค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99 กรณี $n_1 = n_2 = 500$	84
23	ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมและค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99 กรณี $n_1 = n_2 = 1,000$	86
24	ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมและค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99 กรณี $n_1 = 750, n_2 = 500$	88

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่ **หน้า**

สารบัญภาพ

สารบัญภาพ (ต่อ)

การประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างสัดส่วนสองกลุ่มที่เป็นอิสระกัน: การเปรียบเทียบ 4 วิธี

Interval Estimation for the Difference between Independent Proportions: Comparison of Four Methods

คำนำ

สถิติเชิงอนุมาน (Inferential Statistics) เป็นศาสตร์ที่เกี่ยวกับการนำข้อมูลตัวอย่างซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของประชากรมาทำการวิเคราะห์ โดยอาศัยทฤษฎีความน่าจะเป็นเข้าช่วย เพื่อนำผลที่ได้ไปสรุปลักษณะของประชากร ซึ่งการสรุปดังกล่าวจะมีความถูกต้องหรือไม่ ขึ้นอยู่กับค่าประมาณที่ได้ว่าจะมีค่าใกล้เคียงกับค่าพารามิเตอร์มากน้อยเพียงใด สถิติเชิงอนุมานประกอบด้วย 2 ส่วน คือ การประมาณค่าพารามิเตอร์ (Estimation of Parameters) และการทดสอบสมมติฐาน (Testing of Hypothesis)

การประมาณค่าพารามิเตอร์ สามารถทำได้ 2 ลักษณะ คือ การประมาณค่าแบบจุด (Point Estimation) และการประมาณค่าแบบช่วง (Interval Estimation) การประมาณค่าแบบจุดเป็นการประมาณค่าพารามิเตอร์ของประชากรด้วยตัวเลขตัวใดตัวหนึ่งจากข้อมูลตัวอย่าง ซึ่งค่าประมาณแบบจุดนี้อาจจะมีค่าเท่ากับค่าพารามิเตอร์หรือไม่ก็ได้ เช่น การประมาณรายได้เฉลี่ย (μ) และค่าความแปรปรวนรายได้ (σ^2) ของคนไทยทั้งหมด ด้วยรายได้เฉลี่ย ($\overline{X}$) และค่าความแปรปรวนรายได้ (S^2) จากข้อมูลตัวอย่าง การประมาณค่าสัดส่วนของคนไทยที่ใช้รถยนต์ทั้งหมด (p) ด้วยสัดส่วนตัวอย่างคนไทยที่ใช้รถยนต์ ($\hat{p}$) ส่วนการประมาณค่าแบบช่วงเป็นการประมาณค่าพารามิเตอร์ของประชากรว่าจะอยู่ในช่วงใดช่วงหนึ่ง โดยอาศัยข้อมูลตัวอย่าง เช่นรายได้เฉลี่ยของคนกรุงเทพมหานครมีค่าอยู่ในช่วง 5,000 ถึง 12,000 บาท ($5{,}000 < \mu < 12{,}000$)

การประมาณค่าพารามิเตอร์แบบช่วงนั้น ช่วงที่ประมาณได้จะกว้างหรือแคบขึ้นอยู่กับค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (Confidence Coefficient) ขนาดตัวอย่าง และการกระจายของข้อมูลประชากรที่สนใจศึกษา โดยทั่วไปถ้าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นสูง หรือขนาดตัวอย่างเล็ก หรือข้อมูลประชากรมีการกระจายมาก ช่วงที่ประมาณได้จะกว้างกว่ากรณีที่ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นต่ำ หรือขนาดตัวอย่างใหญ่ หรือข้อมูลประชากรมีการกระจายน้อย ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น

หรือระดับความเชื่อมั่น (Confidence Level) คือโอกาสที่พารามิเตอร์ของประชากรจะอยู่ในช่วงของค่าที่ประมาณได้ เมื่อมีการกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นสามารถหาค่าประมาณช่วงความเชื่อมั่นที่ครอบคลุมค่าจริงของค่าพารามิเตอร์ได้

ค่าสัดส่วนทวินาม (p) เป็นค่าพารามิเตอร์ที่แสดงสัดส่วนที่ได้สิ่งที่สนใจจากการทดลองแบบทวินาม ซึ่งมีลักษณะเป็นการทดลองแบบเบอร์นูลลีซ้ำ ๆ กัน n ครั้งภายใต้ข้อจำกัดเดียวกัน โดยการทดลองแต่ละครั้งมีผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ 2 อย่าง คือ สิ่งที่สนใจ (success) หรือสิ่งที่ไม่สนใจ (failure) โดยการทดลองแต่ละครั้งเป็นอิสระจากกัน และความน่าจะเป็นที่ได้สิ่งที่สนใจมีค่าคงที่เท่ากันทุกครั้งของการทดลองคือเท่ากับ p และความน่าจะเป็นที่จะได้สิ่งที่ไม่สนใจเท่ากับ $1 - p$

ค่าประมาณแบบจุดของค่าสัดส่วนทวินาม (p) คือค่าสัดส่วนทวินามตัวอย่าง ($\hat{p}$) ส่วนค่าประมาณแบบช่วงนั้น พิจารณาได้จากการแจกแจงของค่าสัดส่วนทวินามตัวอย่าง กล่าวคือ เมื่อสุ่มตัวอย่าง n ขนาดใหญ่ จากทฤษฎีขีดจำกัดกลางได้ $\hat{p}$ มีการแจกแจงใกล้เคียงการแจกแจงแบบปกติ มีค่าเฉลี่ย p และความแปรปรวน $\dfrac{p(1-p)}{n}$

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยสนใจศึกษาวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างสัดส่วนทวินามสองกลุ่ม ($p_1 - p_2$) ที่เป็นอิสระกัน ค่าประมาณแบบจุดของ $p_1 - p_2$ คือ $\hat{p}_1 - \hat{p}_2$ วิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่นิยมใช้กันทั่วไปคือ วิธีของวาล์ด ซึ่งเป็นวิธีที่ง่ายและสะดวกในการคำนวณ แต่มักจะให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

Agresti and Caffo (2000) ได้เสนอวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างสัดส่วนทวินามสองกลุ่มที่เป็นอิสระกัน คือวิธี Adding – 4 ซึ่งเป็นการนำวิธีของวาล์ดมาปรับโดยการเพิ่มจำนวนลักษณะที่สนใจและจำนวนลักษณะที่ไม่สนใจอีก 2 ค่า (adding two successes and two failures) สำหรับแต่ละตัวอย่าง และพบว่าวิธีนี้ใช้ได้ดีกว่าวิธีของวาล์ด แม้กลุ่มตัวอย่างจะมีขนาดเล็กก็ตาม

ใน ค.ศ. 2002 Pan ปรับปรุงวิธี Adding – 4 โดยการใช้ตัวสถิติ t แทนตัวสถิติ Z ได้วิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นใหม่ เรียกว่าวิธี T2 และพบว่าในบางสถานการณ์ วิธี T2 จะให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมสูงกว่าวิธี Adding – 4

ต่อมา Brown and Li (2005) เสนอการประมาณช่วงความเชื่อมั่นด้วยวิธี Recentered ซึ่งเป็นการนำวิธีของวาล์ดมาปรับปรุง มีการสร้างพารามิเตอร์ตัวใหม่ การปรับช่วงความเชื่อมั่นให้เป็นศูนย์กลาง และใช้ตัวสถิติ t แทนตัวสถิติ Z วิธี Recentered นี้ถึงแม้จะมีความยุ่งยากในการคำนวณ แต่ก็ให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด และให้ความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นกว่าวิธีอื่น ที่ระดับความเชื่อมั่นเดียวกัน

นอกจากที่กล่าวมาแล้วข้างต้น มีวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างสัดส่วนทวินามสองกลุ่มอีกหลายวิธี เช่น วิธีของ Yule (Yule and Kendall, 1950) วิธีของ Newcombe (Newcombe, 1998) และวิธีของประมาณของ Jeffrey (Brown and Li, 2005) อย่างไรก็ตามในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยทำการศึกษาวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างสัดส่วนทวินามสองกลุ่มที่เป็นอิสระกัน 4 วิธี คือ วิธีของวาล์ด วิธี Adding – 4 วิธี T2 และวิธี Recentered ซึ่งแต่ละวิธีมีข้อดี ข้อเสีย และข้อจำกัดในการใช้แตกต่างกันขึ้นอยู่กับแต่ละสถานการณ์

วัตถุประสงค์

1. ศึกษาและเปรียบเทียบวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างสัดส่วนทวินามสองกลุ่มที่เป็นอิสระกัน 4 วิธี คือ

1.1 วิธีของวาล์ด (The Wald Method)

1.2 วิธี Adding – 4 (The Adding – 4 Method)

1.3 วิธี T2 (The T2 Method)

1.4 วิธี Recentered (The Recentered Method)

2. ศึกษารายละเอียด ข้อดี ข้อเสีย รวมถึงข้อจำกัดในการใช้ของแต่ละวิธี และเสนอแนะวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นที่เหมาะสมในแต่ละสถานการณ์ เพื่อการประมาณช่วงความเชื่อมั่นที่มีความแม่นยำ และน่าเชื่อถือ

ขอบเขตการวิจัย

ในการศึกษา กำหนดขนาดตัวอย่างที่สุ่มจากประชากรกลุ่มที่ 1 และ 2 คือ n_1 และ n_2 และสัดส่วนทวินามของประชากรกลุ่มที่ 1 และ 2 คือ p_1 และ p_2 ตามลำดับ โดยการกำหนดขอบเขตการวิจัยดังนี้

1. กำหนดขนาดตัวอย่างของกลุ่มที่ 2 คือ n_2 มีค่าเท่ากับ 10, 30, 60, 100, 500 และ 1,000 และพิจารณาความแตกต่างของขนาดตัวอย่าง 2 กรณีคือ $n_1 = n_2$ และ $n_1 = 1.5n_2$ ได้ขนาดตัวอย่างดังแสดงในตารางที่ 1

ตารางที่ 1 ขนาดตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษา

กลุ่มตัวอย่าง	ความแตกต่างของขนาดตัวอย่าง	
	$n_1 = n_2$	$n_1 = 1.5n_2$
ตัวอย่างขนาดเล็ก	$n_1 = n_2 = 10$	$n_1 = 15, n_2 = 10$
	$n_1 = n_2 = 30$	$n_1 = 45, n_2 = 30$
ตัวอย่างขนาดปานกลาง	$n_1 = n_2 = 60$	$n_1 = 90, n_2 = 60$
	$n_1 = n_2 = 100$	$n_1 = 150, n_2 = 100$
ตัวอย่างขนาดใหญ่	$n_1 = n_2 = 500$	$n_1 = 750, n_2 = 500$
	$n_1 = n_2 = 1,000$	$n_1 = 1,500, n_2 = 1,000$

2. กำหนด $p_1 - p_2$ มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับศูนย์ โดยให้ p_1 มีค่า 0.1 ถึง 0.9 เพิ่มค่าทีละ 0.1 และ p_2 มีค่าเท่ากับ 0.1 ดังนั้นได้ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 ถึง 0.8 โดยเพิ่มค่าทีละ 0.1

3. กำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นสำหรับสร้างช่วงความเชื่อมั่นเป็น 0.95 และ 0.99

4. สร้างแบบจำลองข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป SAS รุ่น 9.1.3 ทำการทดลองซ้ำ 50,000 ครั้ง ในแต่ละสถานการณ์ของการทดลอง

5. เกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นที่เหมาะสมคือ มีค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด และมีค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด รวมถึงมีความสะดวกในการคำนวณ

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. สามารถนำผลจากการวิจัยไปใช้เป็นแนวทางในการเลือกวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างสัดส่วนทวินามสองกลุ่มที่เป็นอิสระกัน ที่เหมาะสมกับแต่ละสถานการณ์

2. เป็นแนวทางในการพัฒนาวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างสัดส่วนทวินามสองกลุ่ม ที่มีประสิทธิภาพมากขึ้น

การตรวจเอกสาร

การตรวจเอกสารสำหรับการวิจัยครั้งนี้แบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ วิธีการทางสถิติและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

วิธีการทางสถิติ

1. ช่วงความเชื่อมั่นของค่าพารามิเตอร์

ให้ $X_1, X_2, \ldots, X_n$ เป็นตัวอย่างสุ่ม (Random Sample) ขนาด n จากการแจกแจงที่มีฟังก์ชันความหนาแน่น (Probability Density Function) เป็น $f(x;\theta)$ เมื่อ θ เป็นพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่า และให้ $L(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ และ $U(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ เป็นตัวสถิติ 2 ตัว ซึ่ง $L(X_1, X_2, \ldots, X_n) < U(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ โดยที่

$$P\left[L(X_1, X_2, \ldots, X_n) < \theta < U(X_1, X_2, \ldots, X_n)\right] = 1 - \alpha$$

เมื่อแทนค่าสังเกต $X_1 = x_1,\ X_2 = x_2,\ \ldots,\ X_n = x_n$ ลงในช่วงสุ่ม $\left[L(X_1, X_2, \ldots, X_n), U(X_1, X_2, \ldots, X_n)\right]$ จะได้ช่วงจำนวนจริง เรียกช่วงจำนวนจริง $\left[L(x_1, x_2, \ldots, x_n), U(x_1, x_2, \ldots, x_n)\right]$ ว่า $(1-\alpha)100\,\%$ ช่วงความเชื่อมั่นสำหรับพารามิเตอร์ θ และเรียก $1-\alpha$ ว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น

$L(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ คือขอบเขตล่าง (Lower Confidence Limit) ของพารามิเตอร์ θ ที่ระดับความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\,\%$ $U(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ คือขอบเขตบน (Upper Confidence Limit) ของพารามิเตอร์ θ ที่ระดับความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\,\%$ และ $U(x_1, x_2, \ldots, x_n) - L(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ คือความกว้างของช่วงความเชื่อมั่น (Length of Confidence Interval)

ช่วงความเชื่อมั่นใดที่มีสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นสูง จะมีความกว้างของช่วงมากกว่าช่วงความเชื่อมั่นที่มีสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นต่ำกว่า ในการนำไปใช้ประโยชน์ ช่วงความเชื่อมั่นที่แคบจะมีประโยชน์มากกว่าช่วงความเชื่อมั่นที่กว้าง แต่ช่วงความเชื่อมั่นที่เหมาะสมที่สุด คือช่วงความ

เชื่อมั่นที่มีค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด และมีความกว้างของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้น (จารุภา, 2541)

2. ความน่าจะเป็นครอบคลุม (Coverage Probability)

ประชุม (2545) กล่าวว่า ความน่าจะเป็นครอบคลุมของช่วงสุ่ม $\left[L(X_1, X_2, \ldots, X_n),\ U(X_1, X_2, \ldots, X_n)\right]$ ของพารามิเตอร์ θ คือ ความน่าจะเป็นที่ช่วงสุ่มนี้จะคลุมค่าที่แท้จริงของ θ เขียนแทนด้วย

$$P_\theta\left[\theta \in \left[L, U\right]\right] = P\left[\theta \in \left[L, U\right] \mid \theta\right]$$

3. ทฤษฎีขีดจำกัดกลาง (Central Limit Theorem)

ทฤษฎี 1 ถ้า $X_1, X_2, \ldots, X_n$ เป็นตัวอย่างสุ่มจากประชากรที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ μ และความแปรปรวน σ^2 ให้ $\overline{X}_n = \frac{\sum_i^n X_i}{n}$ แล้ว $Z_n = \frac{\sum_i^n X_i - n\mu}{\sqrt{n}\,\sigma} = \frac{\sqrt{n}\,(\overline{X}_n - \mu)}{\sigma}$ จะลู่เข้าสู่ตัวแปรสุ่มปกติมาตรฐาน Z กล่าวคือ Z_n มีลิมิตการแจกแจงเป็นการแจงแจงปกติมาตรฐาน

จากทฤษฎีขีดจำกัดกลางได้ว่า ในกรณีที่ประชากรมีการแจกแจงแบบใด ๆ ถ้าขนาดตัวอย่างใหญ่พอ (โดยทั่วไปมักจะใช้ $n \geq 30$) แล้ว ตัวสถิติ $\frac{\sum_i^n X_i - n\mu}{\sqrt{n}\,\sigma}$ หรือ $\frac{\sqrt{n}\,(\overline{X}_n - \mu)}{\sigma}$ มีการแจกแจงโดยประมาณแบบปกติมาตรฐาน

4. โมเมนต์ของการแจกแจง (Moment of Distribution)

ในทางสถิติ ใช้โมเมนต์ของการแจกแจง ของตัวแปรสุ่มเพื่ออธิบายลักษณะการแจกแจงของตัวแปรสุ่ม เช่น จุดศูนย์กลาง การกระจาย ความเบ้และความโด่งของการแจกแจง

นิยาม 1 ให้ X เป็นตัวแปรสุ่ม โมเมนต์ที่ k ของ X รอบจุดกำเนิด เขียนแทนด้วย μ'_k คือ $\mu'_k = E(X^k)$ เมื่อ $k = 0,1,2,\ldots$

นิยาม 2 ให้ X เป็นตัวแปรสุ่ม โมเมนต์ที่ k ของ X รอบค่าเฉลี่ย เขียนแทนด้วย μ_k คือ $\mu_k = E\left[(X-\mu_X)^k\right]$ เมื่อ $k = 0,1,2,\ldots$

จากนิยาม 1 พบว่า โมเมนต์ที่ 1 ของ X รอบจุดกำเนิด คือ $\mu'_1 = E(X)$ หรือค่าเฉลี่ยตัวแปรสุ่ม X และจากนิยาม 2 ได้ว่า โมเมนต์ที่ 2 ของ X รอบค่าเฉลี่ย คือ $\mu_2 = E\left[(X-\mu_X)^2\right]$ หรือความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X

5. ฟังก์ชันก่อกำเนิดโมเมนต์ (Moment Generating Function)

ถ้า X เป็นตัวแปรสุ่ม โมเมนต์ที่ k ของ X รอบจุดกำเนิดคือ $E(X^k)$ เมื่อ $k = 0,1,2,\ldots$ การคำนวณโมเมนต์ที่ k ของ X รอบจุดกำเนิดสำหรับทุกค่าของ k นั้นค่อนข้างยุ่งยาก วิธีการที่ง่ายกว่าคือการใช้ฟังก์ชันก่อกำเนิดโมเมนต์ ซึ่งเป็นฟังก์ชันที่จะให้ค่าโมเมนต์ต่าง ๆ ของการแจกแจงของตัวแปรสุ่ม X

นิยาม 3 ให้ X เป็นตัวแปรสุ่ม ฟังก์ชันก่อกำเนิดโมเมนต์ (mgf) ของ X คือ $M_X(t) = E(e^{tx})$ เมื่อ $E(e^{tx})$ มีจริง (exist) สำหรับ $-h < t < h$ และ $h > 0$

ทฤษฎี 2 ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีฟังก์ชันก่อกำเนิดโมเมนต์ $M_X(t)$ แล้วได้ว่า $E(X^k) = M_X^{(k)}(0)$ สำหรับทุกค่า $k = 1, 2, \ldots$

6. การแจกแจงแบบทวินาม (Binomial Distribution)

การแจกแจงแบบทวินาม เป็นการแจกแจงที่สำคัญและมีการใช้กันอย่างแพร่หลาย การแจกแจงเฉพาะอย่างหนึ่งของการแจกแจงทวินาม คือการแจกแจงแบบเบอร์นูลลี (Bernoulli Distribution) การแจกแจงแบบเบอร์นูลลีเป็นการแจกแจงของตัวแปรสุ่มที่เกิดจากการทดลอง 1 ครั้ง ซึ่งการทดลองนั้นมีผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ 2 ลักษณะคือ ได้สิ่งที่สนใจ (success) หรือสิ่งที่ไม่

สนใจ (failure) ถ้า X แทนจำนวนครั้งที่จะได้สิ่งที่สนใจ จะพบว่า X มีได้ 2 ค่า คือ $x = 0$ เมื่อได้สิ่งที่ไม่สนใจ หรือ $x = 1$ เมื่อได้สิ่งที่สนใจ นั่นคือ X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบเบอร์นูลลี

นิยาม 4 ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบเบอร์นูลลี ฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็นของ X คือ

$$f(x) = p^{x}(1-p)^{1-x} \qquad \text{เมื่อ } x = 0,1$$

และ p คือความน่าจะเป็นที่จะได้สิ่งที่สนใจจากการทดลองแต่ละครั้ง

ค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของการแจกแจงแบบเบอร์นูลลี คือ $\mu = E(X) = p$ และ $\sigma^2 = Var(X) = p(1-p)$

การแจกแจงแบบทวินามเกิดจากการทดลองแบบเบอร์นูลลีซ้ำ ๆ กัน n ครั้ง การทดลองแต่ละครั้งมีผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ 2 อย่าง คือ ได้สิ่งที่สนใจ หรือสิ่งที่ไม่สนใจ การทดลองแต่ละครั้งเป็นอิสระจากกัน ความน่าจะเป็นที่จะได้สิ่งที่สนใจมีค่าคงที่เท่ากันทุกครั้งของการทดลองคือเท่ากับ p และความน่าจะเป็นที่จะได้สิ่งที่ไม่สนใจเท่ากับ 1 - p

นิยาม 5 ให้ Y เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบทวินาม ฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็นของ Y คือ

$$f(y) = \binom{n}{y} p^{y}(1-p)^{n-y} \qquad \text{เมื่อ } y = 0,1,2,\ldots,n$$

ค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของการแจกแจงแบบทวินาม คือ $\mu = E(Y) = np$ และ $\sigma^2 = Var(Y) = np(1-p)$

ฟังก์ชันก่อกำเนิดโมเมนต์ของการแจกแจงแบบทวินาม คือ $M_Y(t) = \left[(1-p) + pe^{t}\right]^{n}$

7. วิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับสัดส่วนทวินาม

ให้ $X_1, X_2, ..., X_n$ เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบเบอร์นูลลีที่เป็นอิสระต่อกัน โดยมีพารามิเตอร์คือ p จะได้ $Y = \sum_{i=1}^{n} X_i$ เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบทวินามที่มีพารามิเตอร์ n , p หรืออาจจะเรียก p ว่าเป็นสัดส่วนทวินาม ค่าประมาณแบบจุดของสัดส่วนทวินามคือสัดส่วนทวินามตัวอย่าง $\hat{p} = \frac{Y}{n}$ ค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของ $\hat{p}$ คือ

$$E(\hat{p}) = \frac{1}{n}E(Y) = \frac{np}{n} = p$$

$$Var(\hat{p}) = \frac{1}{n^2}Var(Y) = \frac{np(1-p)}{n^2} = \frac{p(1-p)}{n}$$

จากทฤษฎีขีดจำกัดกลาง ถ้า n มีค่ามากแล้ว $\hat{p}$ จะมีการแจกแจงโดยประมาณแบบปกติ ที่มีค่าเฉลี่ย p และความแปรปรวน $\frac{p(1-p)}{n}$ ดังนั้น $\frac{\hat{p}-p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}}$ มีการแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน จากการกำหนดค่า $Z_{\alpha/2}$ ทำให้

$$P\left(-Z_{\alpha/2} \le \frac{\hat{p}-p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}} \le Z_{\alpha/2}\right) = 1-\alpha$$

เมื่อแก้อสมการในวงเล็บจะได้

$$P\left(\hat{p} - Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \le p \le \hat{p} + Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right) = 1-\alpha$$

แต่เนื่องจากไม่ทราบค่า p จึงไม่ทราบค่าความแปรปรวน $\frac{p(1-p)}{n}$ จึงประมาณค่าความแปรปรวนด้วยความแปรปรวนตัวอย่างคือ $\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}$ ดังนั้นเมื่อกำหนดระดับความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\,\%$ จะได้ช่วงความเชื่อมั่นสำหรับ p คือ

$$\hat{p} \pm Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

เมื่อ $Z_{\alpha/2}$ คือควอนไทล์ที่ $1-\alpha/2$ ของการแจกแจงปกติมาตรฐาน (ทวีรัตนา, 2539)

วิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับสัดส่วนทวินามนี้เรียกว่า วิธีของวาล์ด ซึ่งเป็นวิธีที่นิยมใช้กันอย่างแพร่หลาย เพราะมีความสะดวกในการคำนวณ

8. วิธีของเบส์

ประชุม (2545) กล่าวว่า สถิติในแนวของเบส์ (Baysian Approach) แตกต่างจากสถิติแนวเดิม (Classical Approach) กล่าวคือ ในแนวเดิมนั้นการประมาณค่าพารามิเตอร์ θ จะเริ่มที่การสุ่มตัวอย่างจากประชากรที่มีฟังก์ชันความหนาแน่นเป็น $f(x;\theta)$ และถือว่าพารามิเตอร์ θ เป็นค่าคงที่ที่ไม่ทราบค่า ส่วนในแนวของเบส์จะใช้ความรู้เดิมหรือข้อมูลเดิมเกี่ยวกับ θ ให้เป็นประโยชน์ ดังนั้นจึงถือว่า θ เป็นตัวแปรสุ่ม และมีการแจกแจงความน่าจะเป็นที่จะเรียกว่า Prior Distribution ซึ่งเป็นการแจกแจงที่ได้จากความรู้เบื้องต้นของผู้ทดลอง หลังจากนั้นเมื่อทำการสุ่มตัวอย่างจากประชากรมาศึกษาและข้อมูลที่ได้จากตัวอย่างนี้ นำไปปรับปรุง Prior Distribution และเรียกว่า Posterior Distribution

นิยาม 6 ให้ $X_1, X_2, \ldots, X_n$ เป็นตัวอย่างสุ่มจากประชากรที่มีฟังก์ชันความหนาแน่นเป็น $f(x|\theta)$ โดยที่ θ เป็นค่าของตัวแปรสุ่มที่มี Prior Distribution เป็น $h(\theta)$ ส่วน Posterior Distribution ซึ่งเป็นการแจกแจงแบบมีเงื่อนไข (Conditional Distribution) ของ θ เมื่อกำหนดตัวอย่างสุ่ม X คือ

$$h(\theta|x) = \frac{f(x;\theta)}{f(x)} = \frac{f(x|\theta)\,h(\theta)}{f(x)}$$

เมื่อ $f(x;\theta) = f(x|\theta)\,h(\theta)$ และ $f(x) = \int f(x|\theta)h(\theta)d\theta$ เป็น Marginal Distribution ของ X

Bayes Estimator ของ θ (เขียนแทนด้วย $\hat{\theta}_B$) คือค่าเฉลี่ยของ Posterior Distribution ดังนี้

$$\begin{aligned}
\hat{\theta}_B &= E\left[\theta|x\right] \\
&= \int \theta h(\theta\,|x)\,d\theta \\
&= \int \theta\left[\frac{f(x;\theta)}{f(x)}\right]d\theta \\
&= \frac{1}{f(x)}\int \theta f(x|\theta)\,h(\theta)\,d\theta \\
&= \frac{\int \theta f(x|\theta)\,h(\theta)\,d\theta}{\int f(x|\theta)\,h(\theta)\,d\theta}
\end{aligned}$$

9. การแจกแจงบีตา (Beta Distribution)

การแจกแจงบีตา เป็นการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มแบบไม่ต่อเนื่อง ที่ค่าของตัวแปรสุ่มอยู่ในช่วง (0, 1) ในการหาฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น (Probability Density Function) ของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงบีตานี้ ต้องอาศัยฟังก์ชันบีตา (Beta Function) ฟังก์ชันบีตาของ α และ β เขียนแทนด้วย $B(\alpha,\beta)$ ซึ่ง

$$B(\alpha,\beta) = \int_0^1 x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}\,dx = \frac{\Gamma(\alpha)\,\Gamma(\beta)}{\Gamma(\alpha+\beta)} \quad \text{เมื่อ} \quad \alpha>0,\ \beta>0$$

นิยาม 7 ถ้า X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงบีตา ที่มีพารามิเตอร์ α และ β ฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของ X คือ

$$f(x) = \frac{1}{B(\alpha,\beta)}\, x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1} \qquad \text{เมื่อ } 0 < x < 1 \,;\, \alpha > 0,\ \beta > 0$$

ค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของการแจกแจงบีตา คือ $\mu = E(X) = \dfrac{\alpha}{\alpha+\beta}$ และ $\sigma^2 = Var(X) = \dfrac{\alpha\beta}{(\alpha+\beta+1)(\alpha+\beta)^2}$

10. วิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างสัดส่วนทวินามสองกลุ่มที่เป็นอิสระกัน

วิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างสัดส่วนทวินามสองกลุ่มที่เป็นอิสระกันนั้น มีอยู่หลายวิธี สำหรับการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยศึกษาวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างสัดส่วนทวินามสองกลุ่มที่เป็นอิสระกัน 4 วิธี ดังต่อไปนี้

10.1 วิธีของวาล์ด

ให้ Y_1 และ Y_2 เป็นตัวแปรสุ่ม 2 ตัวที่เป็นอิสระกัน Y_1 มีการแจกแจงแบบทวินาม มีพารามิเตอร์ n_1, p_1 และ Y_2 มีการแจกแจงแบบทวินาม มีพารามิเตอร์ n_2, p_2 โดยที่ p_1 และ p_2 เป็นสัดส่วนประชากรกลุ่มที่ 1 และ 2 ตามลำดับ ค่าประมาณแบบจุดของสัดส่วนประชากร คือ $\hat{p}_1 = \dfrac{Y_1}{n_1}$ และ $\hat{p}_2 = \dfrac{Y_2}{n_2}$ จะได้ว่า $p_1 - p_2$ เป็นผลต่างระหว่างสัดส่วนทวินามสองกลุ่มที่เป็นอิสระกัน และ $\hat{p}_1 - \hat{p}_2$ เป็นค่าประมาณแบบจุดของ $p_1 - p_2$ ค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของ $\hat{p}_1 - \hat{p}_2$ คือ

$$E(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) = p_1 - p_2$$

$$Var(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) = \frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}$$

จากทฤษฎีขีดจำกัดกลาง ถ้า n_1 และ n_2 มีขนาดใหญ่แล้ว $\hat{p}_1 - \hat{p}_2$ จะมีการแจกแจงโดยประมาณแบบปกติ ที่มีค่าเฉลี่ย $p_1 - p_2$ และความแปรปรวน $\dfrac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \dfrac{p_2(1-p_2)}{n_2}$ ดังนั้น

$$\frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}}}$$

มีการแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน จากการกำหนดระดับความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ จะได้

$$P\left(-Z_{\alpha/2} \le \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}}} \le Z_{\alpha/2} \right) = 1-\alpha$$

เมื่อแก้อสมการในวงเล็บจะได้

$$P\left((\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}} \le p_1 - p_2 \le (\hat{p}_1 - \hat{p}_2) + Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}} \right) = 1-\alpha$$

แต่เนื่องจากไม่ทราบค่า p_1 และ p_2 ทำให้ไม่ทราบค่าความแปรปรวน $\frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}$ จึงประมาณค่าความแปรปรวนด้วยความแปรปรวนตัวอย่างคือ $\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}$ ดังนั้นเมื่อกำหนดระดับความเชื่อมั่นเป็น $(1-\alpha)100\%$ ช่วงความเชื่อมั่นสำหรับ $p_1 - p_2$ โดยวิธีของวาล์ด คือ (P_L , P_U) โดยที่

P_L เป็นขอบเขตล่างของช่วงความเชื่อมั่น คือ $(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}$

P_U เป็นขอบเขตบนของช่วงความเชื่อมั่น คือ $(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) + Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}$

เมื่อ $Z_{\alpha/2}$ คือควอนไทล์ที่ $1-\alpha/2$ ของการแจกแจงปกติมาตรฐาน

ช่วงความเชื่อมั่นวิธีของวาล์ด เป็นที่นิยมใช้กันอย่างแพร่หลาย เพราะสะดวกในการคำนวณ แต่มักจะให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

10.2 วิธี Adding – 4

Agresti and Caffo (2000) ได้แนะนำวิธีเพิ่มจำนวนลักษณะที่สนใจและจำนวนลักษณะที่ไม่สนใจอีก 2 ค่า (adding two successes and two failures) สำหรับแต่ละตัวอย่าง โดยนำแนวคิดเกี่ยวกับวิธีของเบส์มาประยุกต์ใช้ร่วมกับวิธีของวาล์ด ดังนี้

ให้ Y_1 เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบทวินาม มีพารามิเตอร์ n_1 , p_1 โดยที่ p_1 มี Prior Distribution เป็นการแจกแจงบีตา ที่มีพารามิเตอร์ $\alpha=1$ และ $\beta=1$ จะได้

$$h(p_1) = \frac{\Gamma(2)}{\Gamma(1)\Gamma(1)} p_1^{1-1}(1-p_1)^{1-1} = 1$$

ฟังก์ชันความหนาแน่นร่วมของ p_1 และ Y_1 คือ

$$\begin{aligned} f(y_1 ; p_1) &= f(y_1 | p_1)\, h(p_1) \\ &= \binom{n_1}{y_1} p_1^{y_1}(1-p_1)^{n_1-y_1}(1) \\ &= \binom{n_1}{y_1} p_1^{y_1}(1-p_1)^{n_1-y_1} \end{aligned}$$

และฟังก์ชันความหนาแน่นตามขอบ (Marginal Probability Density Function) ของ Y_1 คือ

$$
\begin{aligned}
f(y_1) &= \int_0^1 f(y_1 \mid p_1)\, h(p_1)\, dp_1 \\
&= \binom{n_1}{y_1} \int_0^1 p_1^{y_1} (1 - p_1)^{n_1 - y_1}\, dp_1 \\
&= \binom{n_1}{y_1} \frac{\Gamma(y_1 + 1)\, \Gamma(n_1 - y_1 + 1)}{\Gamma(n_1 + 2)}
\end{aligned}
$$

ดังนั้น Posterior Distribution ซึ่งเป็นการแจกแจงแบบมีเงื่อนไขของ p_1 เมื่อกำหนดตัวแปรสุ่ม Y_1 คือ

$$
\begin{aligned}
h(p_1 \mid y_1) &= \frac{f(y_1 ; p_1)}{f(y_1)} \\
&= \frac{\binom{n_1}{y_1} p_1^{y_1} (1 - p_1)^{n_1 - y_1}}{\binom{n_1}{y_1} \frac{\Gamma(y_1 + 1)\, \Gamma(n_1 - y_1 + 1)}{\Gamma(n_1 + 2)}} \\
&= \frac{\Gamma(n_1 + 2)}{\Gamma(y_1 + 1)\, \Gamma(n_1 - y_1 + 1)} p_1^{y_1} (1 - p_1)^{n_1 - y_1}
\end{aligned}
$$

จะได้ $p_1 \mid Y_1$ มีการแจกแจงบีตา มีพารามิเตอร์ $Y_1 + 1$ และ $n_1 - Y_1 + 1$ ดังนั้น Bayes Estimator ของ p_1 เขียนแทนด้วย $\tilde{p}_1$ คือค่าเฉลี่ยของ Posterior Distribution ดังนี้

$$
\tilde{p}_1 = E(p_1 \mid Y_1) = \frac{Y_1 + 1}{n_1 + 2}
$$

ในทำนองเดียวกัน ถ้าให้ Y_2 เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบทวินาม มีพารามิเตอร์ n_2 , p_2 โดยที่ p_2 มี Prior Distribution เป็นการแจกแจงบีตา มีพารามิเตอร์ $\alpha = 1$ และ $\beta = 1$ จะได้ Bayes Estimator ของ p_2 เขียนแทนด้วย $\tilde{p}_2$ ดังนี้

$$\tilde{p}_2 = E(p_2 \mid Y_2) = \frac{Y_2 + 1}{n_2 + 2}$$

เมื่อแทนค่า $\hat{p}_1, \hat{p}_2$ ในช่วงความเชื่อมั่นวิธีของวาล์ดด้วย $\tilde{p}_1 = \dfrac{Y_1 + 1}{n_1 + 2}$, $\tilde{p}_2 = \dfrac{Y_2 + 1}{n_2 + 2}$ และแทนค่า n_1 , n_2 ด้วย $n_1 + 2$, $n_2 + 2$ จะได้วิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นแบบใหม่ เรียกว่า วิธี Adding – 4 ดังนั้นเมื่อกำหนดระดับความเชื่อมั่นเป็น $(1-\alpha)100\%$ ช่วงความเชื่อมั่นสำหรับ $p_1 - p_2$ โดยวิธี Adding – 4 คือ (P_L , P_U) โดยที่

P_L เป็นขอบเขตล่างของช่วงความเชื่อมั่น คือ $(\tilde{p}_1 - \tilde{p}_2) - Z_{\alpha/2}\sqrt{\dfrac{\tilde{p}_1(1-\tilde{p}_1)}{n_1+2} + \dfrac{\tilde{p}_2(1-\tilde{p}_2)}{n_2+2}}$

P_U เป็นขอบเขตบนของช่วงความเชื่อมั่น คือ $(\tilde{p}_1 - \tilde{p}_2) + Z_{\alpha/2}\sqrt{\dfrac{\tilde{p}_1(1-\tilde{p}_1)}{n_1+2} + \dfrac{\tilde{p}_2(1-\tilde{p}_2)}{n_2+2}}$

เมื่อ $\tilde{p}_1 = \dfrac{Y_1 + 1}{n_1 + 2}$ และ $\tilde{p}_2 = \dfrac{Y_2 + 1}{n_2 + 2}$

วิธี Adding – 4 ใช้ได้ดีกับกลุ่มตัวอย่างขนาดเล็ก คือให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดและให้ค่าความกว้างเฉลี่ยที่สั้นกว่าวิธีของวาล์ด

10.3 วิธี T2

ในปี 2002 Pan ได้นำวิธี Adding – 4 มาปรับปรุงเป็นวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นใหม่ โดยการใช้ตัวสถิติ t แทนตัวสถิติ Z เรียกวิธีการประมาณดังกล่าวว่า วิธี T2 ดังนั้นเมื่อกำหนดระดับความเชื่อมั่นเป็น $(1-\alpha)100\%$ ช่วงความเชื่อมั่นสำหรับ $p_1 - p_2$ โดยวิธี T2 คือ (P_L , P_U) โดยที่

P_L เป็นขอบเขตล่างของช่วงความเชื่อมั่น คือ $(\tilde{p}_1 - \tilde{p}_2) - t_{d,\alpha/2}\sqrt{\dfrac{\tilde{p}_1(1-\tilde{p}_1)}{n_1+2} + \dfrac{\tilde{p}_2(1-\tilde{p}_2)}{n_2+2}}$

P_U เป็นขอบเขตบนของช่วงความเชื่อมั่น คือ $(\tilde{p}_1 - \tilde{p}_2) + t_{d,\alpha/2}\sqrt{\dfrac{\tilde{p}_1(1-\tilde{p}_1)}{n_1+2} + \dfrac{\tilde{p}_2(1-\tilde{p}_2)}{n_2+2}}$

โดยมีองศาอิสระ $d \approx \dfrac{2\left[\left(\dfrac{\tilde{p}_1(1-\tilde{p}_1)}{n_1+2}\right) + \left(\dfrac{\tilde{p}_2(1-\tilde{p}_2)}{n_2+2}\right)\right]^2}{\mathrm{Var}\left(\dfrac{\tilde{p}_1(1-\tilde{p}_1)}{n_1+2}\right) + \mathrm{Var}\left(\dfrac{\tilde{p}_2(1-\tilde{p}_2)}{n_2+2}\right)}$

ค่า $\mathrm{Var}\left(\dfrac{\tilde{p}_1(1-\tilde{p}_1)}{n_1+2}\right)$ และ $\mathrm{Var}\left(\dfrac{\tilde{p}_2(1-\tilde{p}_2)}{n_2+2}\right)$ สามารถกระจายเทอมได้ดังนี้

$$\mathrm{Var}\left(\frac{\tilde{p}_1(1-\tilde{p}_1)}{n_1+2}\right) = \frac{1}{(n_1+2)^2}\mathrm{Var}(\tilde{p}_1(1-\tilde{p}_1))$$

$$= \frac{1}{(n_1+2)^2}\mathrm{Var}\left(\frac{Y_1+1}{n_1+2}\left(1-\frac{Y_1+1}{n_1+2}\right)\right) = \frac{1}{(n_1+2)^2}\mathrm{Var}\left(\frac{Y_1+1}{n_1+2} - \left(\frac{Y_1+1}{n_1+2}\right)^2\right)$$

$$= \frac{1}{(n_1+2)^2}\left[\mathrm{Var}\left(\frac{Y_1+1}{n_1+2}\right) + \mathrm{Var}\left(\frac{Y_1+1}{n_1+2}\right)^2 - 2\mathrm{cov}\left(\left(\frac{Y_1+1}{n_1+2}\right),\left(\frac{Y_1+1}{n_1+2}\right)^2\right)\right]$$

$$= \frac{\mathrm{Var}(Y_1+1)}{(n_1+2)^4} + \frac{\mathrm{Var}(Y_1+1)^2}{(n_1+2)^6} - \frac{2(E(Y_1+1)^3 - E(Y_1+1)E(Y_1+1)^2)}{(n_1+2)^5}$$

$$= \frac{\mathrm{Var}(Y_1)}{(n_1 + 2)^4} + \frac{\mathrm{Var}(Y_1^2) + 4\mathrm{Var}(Y_1) + 2\mathrm{cov}(Y_1^2, 2Y_1 + 1)}{(n_1 + 2)^6}$$

$$- \frac{2\left[E(Y_1^3) + 3E(Y_1^2) + 3E(Y_1) + 1 - \left\{E(Y_1) + 1\right\}\left\{E(Y_1)^2 + 2E(Y_1) + 1\right\}\right]}{(n_1 + 2)^5}$$

$$= \frac{\mathrm{Var}(Y_1)}{(n_1 + 2)^4} + \frac{\mathrm{Var}(Y_1^2) + 4\mathrm{Var}(Y_1) + 2\left\{E(2Y_1^3 + Y_1^2) - E(Y_1^2)E(2Y_1 + 1)\right\}}{(n_1 + 2)^6}$$

$$- \frac{2\left\{E(Y_1^3) + 2E(Y_1^2) - E(Y_1)E(Y_1^2) - 2(E(Y_1))^2\right\}}{(n_1 + 2)^5}$$

$$= \frac{\mathrm{Var}(Y_1)}{(n_1 + 2)^4} + \frac{\mathrm{Var}(Y_1^2) + 4\mathrm{Var}(Y_1) + 4E(Y_1^3) - 4E(Y_1^2)E(Y_1)}{(n_1 + 2)^6}$$

$$- \frac{2E(Y_1^3) + 4E(Y_1^2) - 2E(Y_1^2)E(Y_1) - 4(E(Y_1))^2}{(n_1 + 2)^5}$$

$$= \frac{E(Y_1^2) - (E(Y_1))^2}{(n_1 + 2)^4}$$

$$+ \frac{E(Y_1^4) - (E(Y_1^2))^2 + 4E(Y_1^2) - 4(E(Y_1))^2 + 4E(Y_1^3) - 4E(Y_1^2)E(Y_1)}{(n_1 + 2)^6}$$

$$- \frac{2E(Y_1^3) + 4E(Y_1^2) - 2E(Y_1^2)E(Y_1) - 4(E(Y_1))^2}{(n_1 + 2)^5}$$

เนื่องจาก Y_1 มีการแจกแจงแบบทวินาม มีพารามิเตอร์ n_1, p_1 ดังนั้นฟังก์ชันก่อกำเนิดโมเมนต์ของ Y_1 คือ $M_{Y_1}(t) = \left[(1 - p_1) + p_1 e^t\right]^{n_1}$ เราสามารถหาค่า $E(Y_1), E(Y_1^2), E(Y_1^3)$ และ $E(Y_1^4)$ ได้ดังนี้

$$E(Y_1) = M'_{Y_1}(0) = n_1 p_1$$

$$E(Y_1^2) = M''_{Y_1}(0) = n_1(n_1-1)p_1^2 + n_1p_1$$

$$E(Y_1^3) = M'''_{Y_1}(0) = n_1(n_1-1)(n_1-2)p_1^3 + 3n_1(n_1-1)p_1^2 + n_1p_1$$

$$E(Y_1^4) = M^{IV}_{Y_1}(0) = n_1(n_1-1)(n_1-2)(n_1-3)p_1^4 + 6n_1(n_1-1)(n_1-2)p_1^3 + 7n_1(n_1-1)p_1^2 + n_1p_1$$

และในทำนองเดียวกันค่า $\mathrm{Var}\left(\frac{\tilde{p}_2(1-\tilde{p}_2)}{n_2+2}\right)$ สามารถกระจายเทอมได้เป็น

$$\mathrm{Var}\left(\frac{\tilde{p}_2(1-\tilde{p}_2)}{n_2+2}\right) = \frac{E(Y_2^2)-(E(Y_2))^2}{(n_2+2)^4}$$
$$+\frac{E(Y_2^4)-(E(Y_2^2))^2+4E(Y_2^2)-4(E(Y_2))^2+4E(Y_2^3)-4E(Y_2^2)E(Y_2)}{(n_2+2)^6}$$
$$-\frac{2E(Y_2^3)+4E(Y_2^2)-2E(Y_2^2)E(Y_2)-4(E(Y_2))^2}{(n_2+2)^5}$$

เมื่อ

$$E(Y_2) = M'_{Y_2}(0) = n_2p_2$$

$$E(Y_2^2) = M''_{Y_2}(0) = n_2(n_2-1)p_2^2 + n_2p_2$$

$$E(Y_2^3) = M'''_{Y_2}(0) = n_2(n_2-1)(n_2-2)p_2^3 + 3n_2(n_2-1)p_2^2 + n_2p_2$$

$$E(Y_2^4) = M^{IV}_{Y_2}(0) = n_2(n_2-1)(n_2-2)(n_2-3)p_2^4 + 6n_2(n_2-1)(n_2-2)p_2^3 + 7n_2(n_2-1)p_2^2 + n_2p_2$$

Pan (2002) พบว่าวิธี T2 ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมสูงกว่าวิธีของวาล์ด และมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้น

10.4 วิธี Recentered

ในปี 2005 Brown and Li เสนอวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างสัดส่วนสองกลุ่ม ที่เป็นอิสระกัน โดยมีการสร้างพารามิเตอร์ตัวใหม่ คือ p ภายใต้ข้อสมมติ $p_1 - p_2 \geq 0$ โดยที่

$$p = \frac{n_2 p_1 + n_1 p_2}{n_1 + n_2}$$

จาก p จัดรูปใหม่ได้

$$p = \frac{n_2 p_1 + n_1 \left\{ p_1 - (p_1 - p_2) \right\}}{n_1 + n_2}$$

$$(n_1 + n_2)p = n_2 p_1 + n_1 p_1 - n_1 (p_1 - p_2)$$

$$(n_1 + n_2)p + n_1 (p_1 - p_2) = p_1 (n_1 + n_2)$$

$$p_1 = \frac{(n_1 + n_2)p + n_1 (p_1 - p_2)}{(n_1 + n_2)}$$

$$p_1 = p + \frac{n_1 (p_1 - p_2)}{n_1 + n_2}$$

และ

$$p = \frac{n_2\left\{(p_1 - p_2) + p_2\right\} + n_1 p_2}{n_1 + n_2}$$

$$(n_1 + n_2)p = n_2(p_1 - p_2) + n_2 p_2 + n_1 p_2$$

$$(n_1 + n_2)p - n_2(p_1 - p_2) = p_2(n_1 + n_2)$$

$$p_2 = \frac{(n_1 + n_2)p - n_2(p_1 - p_2)}{(n_1 + n_2)}$$

$$p_2 = p - \frac{n_2(p_1 - p_2)}{n_1 + n_2}$$

ค่าประมาณของ p คือ $\hat{p} = \dfrac{\dfrac{\hat{p}_1}{n_1} + \dfrac{\hat{p}_2}{n_2}}{\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2}} = \dfrac{n_2\hat{p}_1 + n_1\hat{p}_2}{n_1 + n_2}$

การพิจารณาค่า $Var(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)$ ที่ได้จากพารามิเตอร์ตัวใหม่ (p) ทำได้ดังนี้

$$Var(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) = \frac{p_1(1 - p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1 - p_2)}{n_2}$$

$$= \frac{\left(p + \dfrac{n_1(p_1 - p_2)}{n_1 + n_2}\right)\left(1 - p - \dfrac{n_1(p_1 - p_2)}{n_1 + n_2}\right)}{n_1} + \frac{\left(p - \dfrac{n_2(p_1 - p_2)}{n_1 + n_2}\right)\left(1 - p + \dfrac{n_2(p_1 - p_2)}{n_1 + n_2}\right)}{n_2}$$

$$= \frac{p - p^2 - \frac{n_1 p(p_1 - p_2)}{n_1 + n_2} + \frac{n_1(1-p)(p_1 - p_2)}{n_1 + n_2} - \frac{(p_1 - p_2)^2 n_1^2}{(n_1 + n_2)^2}}{n_1}$$

$$+ \frac{p - p^2 + \frac{n_2 p(p_1 - p_2)}{n_1 + n_2} - \frac{n_2(1-p)(p_1 - p_2)}{n_1 + n_2} - \frac{(p_1 - p_2)^2 n_2^2}{(n_1 + n_2)^2}}{n_2}$$

$$= \frac{n_2 p - n_2 p^2 - \frac{(p_1 - p_2)^2 n_1^2 n_2}{(n_1 + n_2)^2} + n_1 p - n_1 p^2 - \frac{(p_1 - p_2)^2 n_1 n_2^2}{(n_1 + n_2)^2}}{n_1 n_2}$$

$$= \frac{p}{n_1} - \frac{p^2}{n_1} - \frac{(p_1 - p_2)^2 n_1}{(n_1 + n_2)^2} + \frac{p}{n_2} - \frac{p^2}{n_2} - \frac{(p_1 - p_2)^2 n_2}{(n_1 + n_2)^2}$$

$$= \left(\frac{p}{n_1} + \frac{p}{n_2}\right) - \left(\frac{p^2}{n_1} + \frac{p^2}{n_2}\right) - \frac{(p_1 - p_2)^2 (n_1 + n_2)}{(n_1 + n_2)^2}$$

$$= \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right) p - \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right) p^2 - \frac{(p_1 - p_2)^2}{n_1 + n_2}$$

$$= \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)(p - p^2) - \frac{(p_1 - p_2)^2}{n_1 + n_2}$$

ดังนั้น $\operatorname{Var}(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) = \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right) p(1-p) - \frac{(p_1 - p_2)^2}{n_1 + n_2}$

ขอบเขตของพารามิเตอร์ p พิจารณาได้จากข้อกำหนด $p_1 - p_2 \geq 0$ หรือ $p_1 \geq p_2$ และ $0 \leq p_1, p_2 \leq 1$ เมื่อแทนค่า $p_1 = 1$ ในสมการ $p_1 = p + \frac{n_1(p_1 - p_2)}{n_1 + n_2}$ จะได้ $p = 1 - \frac{n_1(p_1 - p_2)}{n_1 + n_2}$

จากนั้นแทนค่า $p_2 = 0$ ในสมการ $p_2 = p - \frac{n_2(p_1 - p_2)}{n_1 + n_2}$ จะได้ $p = \frac{n_2(p_1 - p_2)}{n_1 + n_2}$ นั่นคือ

พารามิเตอร์ p ที่กำหนดขึ้นนี้ มีค่าน้อยกว่า $1 - \frac{n_1(p_1 - p_2)}{n_1 + n_2}$ และมากกว่า $\frac{n_2(p_1 - p_2)}{n_1 + n_2}$ ซึ่ง $\hat{p}$ ก็มีขอบเขตเช่นเดียวกับ p จากขอบเขตของค่า $\hat{p}$ ดังกล่าว นำไปสู่การสร้างตัวประมาณใหม่แทน $\hat{p}$ คือ

$$\tilde{p} = \begin{cases} \dfrac{n_2(p_1 - p_2)}{n_1 + n_2} & ; \quad \hat{p} < \dfrac{n_2(p_1 - p_2)}{n_1 + n_2} \\ \hat{p} & ; \quad \dfrac{n_2(p_1 - p_2)}{n_1 + n_2} \le \hat{p} \le 1 - \dfrac{n_1(p_1 - p_2)}{n_1 + n_2} \\ 1 - \dfrac{n_1(p_1 - p_2)}{n_1 + n_2} & ; \quad \hat{p} > 1 - \dfrac{n_1(p_1 - p_2)}{n_1 + n_2} \end{cases}$$

จาก $\mathrm{Var}(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) = \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right) p(1 - p) - \frac{(p_1 - p_2)^2}{n_1 + n_2}$ แทนค่า $\hat{p}$ ด้วย $\tilde{p}$ จะได้

$$\mathrm{Var}(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) = \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right) \tilde{p}(1 - \tilde{p}) - \frac{(p_1 - p_2)^2}{n_1 + n_2}$$

การสร้างช่วงความเชื่อมั่นสำหรับ $p_1 - p_2$ กรณีที่ไม่ทราบค่าความแปรปรวนของ $p_1 - p_2$ ใช้ตัวสถิติดังนี้

$$t = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\mathrm{Var}(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)}}$$

มีการแจกแจงแบบ t ด้วยองศาอิสระ $n_1 + n_2 - 2$ พิจารณาจาก

$$\left| (\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (p_1 - p_2) \right| = t\sqrt{\mathrm{Var}(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)}$$

ยกกำลังสองทั้งสองข้างของสมการ จะได้

$$\left((\hat{p}_1-\hat{p}_2)-(p_1-p_2)\right)^2 - t^2\,\mathrm{Var}(\hat{p}_1-\hat{p}_2) = 0$$

แทนค่า Var $(\hat{p}_1-\hat{p}_2) = \left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)\tilde{p}(1-\tilde{p}) - \frac{(p_1-p_2)^2}{n_1+n_2}$ ในสมการข้างต้น จะได้

$$\left((\hat{p}_1-\hat{p}_2)-(p_1-p_2)\right)^2 - t^2\left\{\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)\tilde{p}(1-\tilde{p}) - \frac{(p_1-p_2)^2}{n_1+n_2}\right\} = 0$$

$$(\hat{p}_1-\hat{p}_2)^2 - 2(\hat{p}_1-\hat{p}_2)(p_1-p_2) + (p_1-p_2)^2 - t^2\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)\tilde{p}(1-\tilde{p}) + t^2\frac{(p_1-p_2)^2}{n_1+n_2} = 0$$

$$\left(1+\frac{t^2}{n_1+n_2}\right)(p_1-p_2)^2 - 2(\hat{p}_1-\hat{p}_2)(p_1-p_2) + (\hat{p}_1-\hat{p}_2)^2 - t^2\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)\tilde{p}(1-\tilde{p}) = 0$$

จะเห็นว่าอยู่ในรูปสมการกำลังสอง (Quadratic equation) คือ $ax^2 + bx + c = 0$ โดยที่ $a = 1+\frac{t^2}{n_1+n_2}$, $b = -2(\hat{p}_1-\hat{p}_2)$, $c = (\hat{p}_1-\hat{p}_2)^2 - t^2\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)\tilde{p}(1-\tilde{p})$ และ $x = p_1 - p_2$ รากของสมการกำลังสองคือ

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$p_1 - p_2 = \frac{2(\hat{p}_1-\hat{p}_2) \pm \sqrt{4(\hat{p}_1-\hat{p}_2)^2 - 4\left(1+\frac{t^2}{n_1+n_2}\right)\left((\hat{p}_1-\hat{p}_2)^2 - t^2\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)\tilde{p}(1-\tilde{p})\right)}}{2\left(1+\frac{t^2}{n_1+n_2}\right)}$$

$$p_1 - p_2 = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{1 + \frac{t^2}{n_1 + n_2}} \pm \frac{\sqrt{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)^2 - \left(1 + \frac{t^2}{n_1 + n_2}\right)\left((\hat{p}_1 - \hat{p}_2)^2 - t^2\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)\tilde{p}(1 - \tilde{p})\right)}}{1 + \frac{t^2}{n_1 + n_2}}$$

$$p_1 - p_2 = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{1 + \frac{t^2}{n_1 + n_2}} \pm$$

$$\frac{\sqrt{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)^2 - (\hat{p}_1 - \hat{p}_2)^2 + t^2\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)\tilde{p}(1 - \tilde{p}) - \frac{t^2(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)^2}{n_1 + n_2} + \frac{t^4\tilde{p}(1 - \tilde{p})}{n_1 + n_2}\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}{1 + \frac{t^2}{n_1 + n_2}}$$

$$p_1 - p_2 = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{1 + \frac{t^2}{n_1 + n_2}} \pm \frac{\sqrt{t^2\left[\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)\tilde{p}(1 - \tilde{p}) - \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)^2}{n_1 + n_2} + \frac{t^2\tilde{p}(1 - \tilde{p})}{n_1 + n_2}\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)\right]}}{1 + \frac{t^2}{n_1 + n_2}}$$

$$p_1 - p_2 = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{1 + \frac{t^2}{n_1 + n_2}} \pm \frac{t\sqrt{\left(1 + \frac{t^2}{n_1 + n_2}\right)\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)\tilde{p}(1 - \tilde{p}) - \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)^2}{n_1 + n_2}}}{1 + \frac{t^2}{n_1 + n_2}}$$

ดังนั้นเมื่อกำหนดระดับความเชื่อมั่นเป็น $(1 - \alpha)100\%$ ช่วงความเชื่อมั่นสำหรับ $p_1 - p_2$ โดยวิธี Recentered คือ $(P_L\ ,\ P_U)$ โดยที่ P_L เป็นขอบเขตล่างของช่วงความเชื่อมั่น คือ

$$\frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{1 + \frac{t^2}{n_1 + n_2}} - \frac{t\sqrt{\left(1 + \frac{t^2}{n_1 + n_2}\right)\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)\tilde{p}(1 - \tilde{p}) - \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)^2}{n_1 + n_2}}}{1 + \frac{t^2}{n_1 + n_2}}$$

P_U เป็นขอบเขตบนของช่วงความเชื่อมั่น คือ

$$\frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{1 + \frac{t^2}{n_1 + n_2}} + \frac{t\sqrt{\left(1 + \frac{t^2}{n_1 + n_2}\right)\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)\tilde{p}(1 - \tilde{p}) - \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)^2}{n_1 + n_2}}}{1 + \frac{t^2}{n_1 + n_2}}$$

เมื่อ $t = t_{n_1 + n_2 - 2, \alpha/2}$

เรียกช่วงความเชื่อมั่นนี้ว่า ช่วงความเชื่อมั่นแบบ Recentered เพราะมีการปรับให้เป็นศูนย์กลางด้วยค่า $1 + \frac{t^2}{n_1 + n_2}$

วิธี Recentered ถึงแม้จะมีวิธีการคำนวณที่ยุ่งยากแต่ก็มีประสิทธิภาพดี กล่าวคือให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดและมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นเมื่อกลุ่มตัวอย่างมีขนาดเล็ก

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

จารุภา (2541) ศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณแบบช่วง สำหรับผลต่างระหว่างค่าสัดส่วนของสองประชากร ที่มีการแจกแจงทวินามและเป็นอิสระต่อกัน 3 วิธี คือวิธีของ Hauck and Anderson วิธีของ Peskun และวิธีการประมาณอย่างง่าย เกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบคือความกว้างเฉลี่ย และความน่าจะเป็นครอบคลุมของช่วงความเชื่อมั่น การวิจัยใช้เทคนิคมอนติคาร์โลในการจำลองแบบ ผลการทดลองสรุปได้ว่า ช่วงความเชื่อมั่นของวิธีการประมาณอย่างง่าย มีความกว้างเฉลี่ยสั้นที่สุด และมีค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ช่วงความเชื่อมั่นของ Peskun มีความกว้างเฉลี่ยยาวที่สุด โดยมีค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมสูงกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น เมื่อกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.90 และ 0.95 แต่มีค่าเท่ากับค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นในกรณีกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99 ส่วนช่วงความเชื่อมั่นของ Hauck and Anderson มีความกว้างเฉลี่ยที่กว้างกว่าของวิธีการประมาณประมาณอย่างง่ายเล็กน้อย และค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมเท่ากับค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ดังนั้นวิธีของ Hauck and Anderson เป็นวิธีเหมาะสมที่สุดที่จะใช้ประมาณผลต่างระหว่างค่าสัดส่วนของสองประชากรแบบช่วง

ธาริณี (2539) ศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณแบบช่วงสำหรับผลต่างระหว่างค่าสัดส่วนของสองประชากร 4 วิธี ได้แก่ วิธีการประมาณอย่างง่าย (Classical Method) วิธีการประมาณโดยใช้ค่าปรับแก้เพื่อความต่อเนื่องของเยตส์ (The Estimation Method Using Continuity Correction By Yate) วิธีการประมาณโดยใช้ค่าปรับแก้เพื่อความต่อเนื่องของฮอคก์และแอนเดอร์สัน (The Estimation Method Using Continuity Correction by Hauck and Anderson) และวิธีการประมาณโดยใช้ค่าปรับแก้เพื่อความต่อเนื่องของเพสกัน (The Estimation Method Using Continuity Correction by Peskun) กำหนดขนาดตัวอย่าง n_1 และ n_2 เท่ากันเป็น 10, 20, 25, 30, 35, 40, 50, 60, 70, 80 กำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.90, 0.95 และ 0.99 ข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยได้จากการจำลองข้อมูลด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล ทำการทดลองซ้ำ ๆ กัน 20,000 ครั้ง ผลการทดลองสรุปว่า ช่วงความเชื่อมั่นจากวิธีใช้ค่าปรับแก้เพื่อความต่อเนื่องต่าง ๆ ทั้ง 3 วิธี ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ส่วนช่วงความเชื่อมั่นจากวิธีการประมาณอย่างง่าย ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อขนาดตัวอย่างทั้งสองมีค่าปานกลาง (n_1 , n_2 = 30 ขึ้นไป) ช่วงความเชื่อมั่นจากวิธีการใช้ค่าปรับแก้เพื่อความต่อเนื่องของเพสกัน จะให้ความยาวเฉลี่ยของช่วงต่ำสุดในกรณีตัวอย่างทั้งสองเล็ก (n_1 , n_2 = 10) วิธีการประมาณโดยใช้ค่าปรับแก้เพื่อความ

ต่อเนื่องของฮอคก์และแอนเดอร์สัน ให้ความยาวเฉลี่ยของช่วงต่ำสุด เมื่อตัวอย่างทั้งสองมีขนาดปานกลาง ($n_1, n_2 = 30, 35, 40$) วิธีการประมาณอย่างง่าย จะให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงต่ำสุด เมื่อตัวอย่างทั้งสองมีขนาดใหญ่ ($n_1, n_2 = 50, 60, 70, 80$) และวิธีการประมาณโดยใช้ค่าปรับแก้เพื่อความต่อเนื่องของเยจส์ ไม่สามารถให้ค่าความยาวเฉลี่ยต่ำสุดได้ในทุกกรณีที่ศึกษา

มัลลิกา (2551) ศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงทวินาม 3 วิธีคือ วิธีปกติ วิธีโลจิส และวิธีสคอร์แบบปรับความต่อเนื่อง โดยใช้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นและค่าความกว้างเฉลี่ยต่ำสุดของช่วงความเชื่อมั่นเป็นเกณฑ์ในการเลือกวิธีประมาณ ขอบเขตการศึกษาประกอบด้วย กำหนดขนาดตัวอย่างคือ ขนาดเล็ก (n เท่ากับ 5 และ 10) ขนาดปานกลาง (n เท่ากับ 30 และ 70) และขนาดใหญ่ (n เท่ากับ 100 และ 200) ค่าพารามิเตอร์ p เท่ากับ 0.05, 0.07, 0.09, 0.10, 0.30 และ 0.50 และระดับความเชื่อมั่นที่ใช้ในการประมาณค่าแบบช่วงคือ 90%, 95% และ 99% พบว่าการประมาณค่าแบบช่วงเมื่อตัวอย่างขนาดเล็ก ควรเลือกใช้วิธีสคอร์แบบปรับความต่อเนื่อง สำหรับค่า p เท่ากับ 0.05 ในขณะที่วิธีโลจิส ควรเลือกใช้สำหรับค่า p เท่ากับ 0.07 ถึง 0.50 เมื่อตัวอย่างขนาดปานกลางและใหญ่ ควรเลือกใช้วิธีโลจิสและวิธีปกติตามลำดับ สำหรับค่า p เท่ากับ 0.05 ถึง 0.10 และวิธีสคอร์แบบปรับความต่อเนื่อง ควรเลือกใช้สำหรับค่า p เท่ากับ 0.30 ถึง 0.50

สาริณีย์ (2546) ศึกษาเปรียบเทียบวิธีประมาณค่าแบบช่วงสำหรับพารามิเตอร์ในการแจกแจงทวินาม โดยการเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นและค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่คำนวณโดยวิธีการแตกต่างกัน 5 วิธี คือ วิธีปกติ วิธีค่าปรับแก้เพื่อความต่อเนื่องของเยจส์ วิธีแปลงแบบอาร์คไซน์ วิธีสคอร์ และ วิธีเพิ่มจำนวนลักษณะที่สนใจและจำนวนลักษณะที่ไม่สนใจอีก 2 ค่า ผลการวิจัยสรุปได้ดังนี้ เมื่อกลุ่มตัวอย่างมีขนาดเล็กและขนาดปานกลาง การประมาณช่วงความเชื่อมั่นด้วยวิธีสคอร์ จะให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ทั้งที่ระดับ 90%, 95% และ 99% และวิธีสคอร์มีค่าความกว้างเฉลี่ยต่ำสุดหรือใกล้ค่าต่ำสุด ในทุกค่าพารามิเตอร์ p ที่กำหนด เมื่อกลุ่มตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ช่วงความเชื่อมั่นที่คำนวณได้จากวิธีแปลงแบบอาร์คไซน์ จะให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด และมีค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุด เมื่อ $p \leq 0.15$ และ เมื่อ $p \geq 0.20$ วิธีสคอร์มีค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุด สำหรับวิธีเพิ่มลักษณะที่สนใจและไม่สนใจอีก 2 ค่า เป็นวิธีที่ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด แม้จะไม่สามารถให้ความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำที่สุดเท่ากับวิธีสคอร์ แต่สามารถให้ค่าใกล้เคียงกับค่าต่ำสุดได้ในทุกขนาดตัวอย่างและเกือบทุกค่าพารามิเตอร์

เนื่องจากวิธีนี้คำนวณง่ายและสะดวกกว่าวิธีสคอร์มาก จึงเป็นวิธีการที่เหมาะสมจะนำมาใช้ในการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับพารามิเตอร์ในการแจกแจงทวินามได้ในทุกๆขนาดตัวอย่าง และทุกค่า p ที่กำหนด

Agresti and Caffo (2000) ได้เสนอช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างของค่าสัดส่วนทวินาม $(p_1 - p_2)$ โดยทำการทดลองโดยเพิ่มจำนวนค่าสังเกตสมมติ (pseudo observations) จำนวน t ค่า เมื่อ t = 0, 2, 4, 8 ในช่วงความเชื่อมั่นแบบมาตรฐาน (Wald Interval) แล้วคำนวณหาช่วงความเชื่อมั่นที่ระดับความเชื่อมั่น 95% ที่ค่า (n_1, n_2) = (10, 10), (20, 20), (30, 30), (30, 10) พบว่าช่วงความเชื่อมั่นที่เกิดจากการเพิ่มจำนวนค่าสังเกตสมมติ 4 ค่า (Adding – 4 pseudo observations Method) เป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุด จากนั้นได้ศึกษาเปรียบเทียบช่วงความเชื่อมั่นแบบใหม่ที่ได้นี้กับช่วงความเชื่อมั่นแบบมาตรฐาน และช่วงความเชื่อมั่นแบบ hybrid score ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% ค่า (n_1, n_2) = (10, 10), (20, 10), (30, 10), (40, 10) พบว่า วิธีปกติให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ในทางตรงกันข้ามวิธีเพิ่มจำนวนค่าสังเกตสมมติ 4 ค่า จะให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ในทุก ๆ ขนาดตัวอย่าง

Brown and Li (2005) ได้เสนอช่วงความเชื่อมั่นแบบใหม่สำหรับการประมาณผลต่างของค่าสัดส่วน ให้ชื่อว่าช่วงความเชื่อมั่นแบบ Recentered (Recentered Confidence Interval) จากนั้นทำการศึกษาเปรียบเทียบช่วงความเชื่อมั่นด้วยแบบต่างๆ 6 รูปแบบคือ ช่วงความเชื่อมั่นแบบ Wald ช่วงความเชื่อมั่นแบบ Score ช่วงความเชื่อมั่นแบบ Newcombe ช่วงความเชื่อมั่นแบบ Jeffrey ช่วงความเชื่อมั่นแบบ Agresti และช่วงความเชื่อมั่นแบบ Recentered ที่ระดับความเชื่อมั่น 90% , 95% และ 99% กำหนดให้ $\Delta = p_1 - p_2$ พิจารณา Δ เป็น 2 กรณี คือ $\Delta \approx 0$ และ $\Delta \neq 0$ ให้ขนาดตัวอย่างกลุ่มที่ 1 และ 2 เป็น m และ n ตามลำดับ พิจารณา m, n แยกเป็นกรณีดังนี้ คือ $m = n$ หรือ $m \neq n$ และ m, n มีขนาดเล็ก หรือ m, n มีขนาดใหญ่ ผลการทดลองสรุปได้ดังนี้ เมื่อ m และ n มีขนาดเล็กช่วงความเชื่อมั่นแบบ Wald จะให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดแต่ให้ช่วงที่แคบ ในบางสถานการณ์เมื่อ m และ n มีขนาดเล็ก ช่วงความเชื่อมั่นแบบ Jeffrey และช่วงความเชื่อมั่นแบบ Agresti ให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมสูงกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ในเกือบทุกสถานการณ์ที่ทดลอง ช่วงความเชื่อมั่นแบบ Score ช่วงความเชื่อมั่นแบบ Newcombe และช่วงความเชื่อมั่นแบบ Recentered จะให้ผลที่คล้ายคลึงกันและมีประสิทธิภาพดี เมื่อ m และ n มีขนาดใหญ่ $(m, n \geq 50)$ ช่วงความเชื่อมั่นทุกช่วงจะมีประสิทธิภาพดี อย่างไรก็ตามในกรณีที่ m และ n มีขนาดใหญ่ แต่ค่า Δ เล็ก ช่วงความเชื่อมั่นแบบ

Recentered จะให้ผลไม่ดีเท่าที่ควร โดยทั่วไปเมื่อ Δ คงที่ ทุกช่วงความเชื่อมั่นจะให้ผลที่ดี เมื่อ p มีค่าใกล้ 0 หรือ 1 ยกเว้นบางกรณีจากช่วงความเชื่อมั่นแบบ Wald

Pan (2002) ศึกษาและเปรียบเทียบวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับสัดส่วนทวินาม (p) 4 วิธี คือ วิธี Wald วิธี Adding – 4 วิธี T1 และวิธี Score โดยกำหนด ขนาดตัวอย่าง n = 5, 10, 20 และ 30 โดยพิจารณาค่าความน่าจะเป็นครอบคลุม และความกว้างของช่วงความเชื่อมั่น พบว่าวิธี T1 และวิธี Wald ให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด วิธี Adding – 4 และ วิธี Score ส่วนใหญ่ให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมใกล้เคียงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด นอกจากนั้น Pan ได้ศึกษาวิธีประมาณช่วงความเชื่อมั่นของผลต่างระหว่างสัดส่วนทวินาม $(p_1 - p_2)$ ได้เสนอช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างของสัดส่วนทวินามสองกลุ่ม โดยการนำช่วงความเชื่อมั่นแบบ Adding – 4 ของ Agresti and Caffo (2000) ซึ่งใช้ตัวสถิติ Z ในการคำนวณมาเปลี่ยนเป็นการใช้ตัวสถิต t ที่มีองศาอิสระd แทน ช่วงความเชื่อมั่นแบบใหม่นี้เรียกว่าช่วงความเชื่อมั่นแบบ T2 จากนั้นทำการศึกษาเปรียบเทียบช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างของสัดส่วนทวินามสองกลุ่ม ด้วยวิธี Adding – 4 และวิธี T2 ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% กำหนด p_2 = 0.1, 0.3, 0.5 กำหนด (n_1, n_2) = (5, 5), (10, 10), (15, 5), (15, 10) ซึ่งจากการศึกษาพบว่า ช่วงความเชื่อมั่นแบบ T2 จะให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมที่สูงกว่าช่วงความเชื่อมั่นแบบ Adding – 4 และมีความกว้างของช่วงความเชื่อมั่นที่ใกล้เคียงกัน

อุปกรณ์และวิธีการ

อุปกรณ์

1. เครื่องไมโครคอมพิวเตอร์ของภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
2. โปรแกรมสำเร็จรูป SAS รุ่น 9.1.3

วิธีการ

ข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้จากการจำลองข้อมูลด้วยโปรแกรมสำเร็จรูป SAS รุ่น 9.1.3 ขั้นตอนในการวิจัยประกอบด้วย

1. การจำลองข้อมูลในการวิจัย

1.1 ประชากรที่ทำการศึกษาในการวิจัยครั้งนี้ คือประชากรที่มีการแจกแจงแบบทวินาม เมื่อกำหนดขนาดตัวอย่าง n_1, n_2 และค่าความน่าจะเป็นของการเกิดลักษณะที่สนใจ p_1, p_2 ทำการสร้างตัวแปรสุ่ม Y_1 และ Y_2 จากการแจกแจงแบบทวินามที่มีพารามิเตอร์ (n_1, p_1) และ (n_2, p_2) ตามลำดับ

1.2 คำนวณค่าสัดส่วนของลักษณะที่สนใจและค่าสัดส่วนของลักษณะที่ไม่สนใจจากข้อมูลตัวอย่าง สำหรับแต่ละวิธี

1.2.1 วิธีของวาล์ด

สัดส่วนลักษณะที่สนใจคือ $\hat{p}_1 = \dfrac{Y_1}{n_1}$ และ $\hat{p}_2 = \dfrac{Y_2}{n_2}$ สัดส่วนลักษณะที่ไม่สนใจคือ $1 - \hat{p}_1$ และ $1 - \hat{p}_2$

1.2.2 วิธี Adding – 4

สัดส่วนลักษณะที่สนใจคือ $\tilde{p}_1 = \frac{Y_1 + 1}{n_1 + 2}$ และ $\tilde{p}_2 = \frac{Y_2 + 1}{n_2 + 2}$ สัดส่วนลักษณะที่ไม่สนใจคือ $1 - \tilde{p}_1$ และ $1 - \tilde{p}_2$

1.2.3 วิธี T2

คำนวณเช่นเดียวกับวิธี Adding – 4

1.2.4 วิธี Recentered

มีการสร้างตัวประมาณพารามิเตอร์ p ขึ้นใหม่คือ

$$\hat{p} = \frac{n_2\hat{p}_1 + n_1\hat{p}_2}{n_1 + n_2}$$

เมื่อ $\hat{p}_1 = \frac{Y_1}{n_1}$ และ $\hat{p}_2 = \frac{Y_2}{n_2}$ จาก $\hat{p}$ ที่ได้ จะสร้างตัวประมาณใหม่อีกหนึ่งตัวแทน $\hat{p}$ คือ

$$\tilde{p} = \begin{cases} \frac{n_2(p_1 - p_2)}{n_1 + n_2} & ; \quad \hat{p} < \frac{n_2(p_1 - p_2)}{n_1 + n_2} \\ \hat{p} & ; \quad \frac{n_2(p_1 - p_2)}{n_1 + n_2} \le \hat{p} \le 1 - \frac{n_1(p_1 - p_2)}{n_1 + n_2} \\ 1 - \frac{n_1(p_1 - p_2)}{n_1 + n_2} & ; \quad \hat{p} > 1 - \frac{n_1(p_1 - p_2)}{n_1 + n_2} \end{cases}$$

ดังนั้น ลักษณะที่สนใจคือ $\tilde{p}$ และ ลักษณะที่ไม่สนใจคือ $1 - \tilde{p}$

2. การคำนวณช่วงความเชื่อมั่นด้วยวิธีประมาณ 4 วิธี

2.1 กำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น $1-\alpha$ ให้มีค่าเท่ากับ 0.95 และ 0.99 คำนวณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างค่าสัดส่วนทวินาม ด้วยวิธีการประมาณความเชื่อมั่น 4 วิธี ดังนี้

2.1.1 วิธีของวาล์ด

ที่ระดับความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\,\%$ ช่วงความเชื่อมั่นสำหรับ $p_1 - p_2$ โดยวิธีของวาล์ด คือ $(P_L\ ,\ P_U)$ โดยที่

P_L เป็นขอบเขตล่างของช่วงความเชื่อมั่น คือ $(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - Z_{\alpha/2}\sqrt{\dfrac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \dfrac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}$

P_U เป็นขอบเขตบนของช่วงความเชื่อมั่น คือ $(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) + Z_{\alpha/2}\sqrt{\dfrac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \dfrac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}$

เมื่อ $Z_{\alpha/2}$ คือควอนไทล์ที่ $1-\alpha/2$ ของการแจกแจงปกติมาตรฐาน

2.1.2 วิธี Adding – 4

ที่ระดับความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\,\%$ ช่วงความเชื่อมั่นสำหรับ $p_1 - p_2$ โดยวิธี Adding – 4 คือ $(P_L\ ,\ P_U)$ โดยที่

P_L เป็นขอบเขตล่างของช่วงความเชื่อมั่น คือ $(\tilde{p}_1 - \tilde{p}_2) - Z_{\alpha/2}\sqrt{\dfrac{\tilde{p}_1(1-\tilde{p}_1)}{n_1+2} + \dfrac{\tilde{p}_2(1-\tilde{p}_2)}{n_2+2}}$

P_U เป็นขอบเขตบนของช่วงความเชื่อมั่น คือ $(\tilde{p}_1 - \tilde{p}_2) + Z_{\alpha/2}\sqrt{\dfrac{\tilde{p}_1(1-\tilde{p}_1)}{n_1+2} + \dfrac{\tilde{p}_2(1-\tilde{p}_2)}{n_2+2}}$

เมื่อ $\tilde{p}_1 = \dfrac{Y_1 + 1}{n_1 + 2}$ และ $\tilde{p}_2 = \dfrac{Y_2 + 1}{n_2 + 2}$

2.1.3 วิธี T2

ที่ระดับความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\,\%$ ช่วงความเชื่อมั่นสำหรับ $p_1 - p_2$ โดยวิธี T2 คือ $(P_L\,,\,P_U)$ โดยที่

P_L เป็นขอบเขตล่างของช่วงความเชื่อมั่น คือ $(\tilde{p}_1 - \tilde{p}_2) - t_{d,\alpha/2}\sqrt{\dfrac{\tilde{p}_1(1-\tilde{p}_1)}{n_1+2} + \dfrac{\tilde{p}_2(1-\tilde{p}_2)}{n_2+2}}$

P_U เป็นขอบเขตบนของช่วงความเชื่อมั่น คือ $(\tilde{p}_1 - \tilde{p}_2) + t_{d,\alpha/2}\sqrt{\dfrac{\tilde{p}_1(1-\tilde{p}_1)}{n_1+2} + \dfrac{\tilde{p}_2(1-\tilde{p}_2)}{n_2+2}}$

โดยมีองศาอิสระ $d \approx \dfrac{2\left[\left(\dfrac{\tilde{p}_1(1-\tilde{p}_1)}{n_1+2}\right) + \left(\dfrac{\tilde{p}_2(1-\tilde{p}_2)}{n_2+2}\right)\right]^2}{\mathrm{Var}\left(\dfrac{\tilde{p}_1(1-\tilde{p}_1)}{n_1+2}\right) + \mathrm{Var}\left(\dfrac{\tilde{p}_2(1-\tilde{p}_2)}{n_2+2}\right)}$

2.1.4 วิธี Recentered

ที่ระดับความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\,\%$ ช่วงความเชื่อมั่นสำหรับ $p_1 - p_2$ โดยวิธี Recentered คือ $(P_L\,,\,P_U)$ โดยที่

$$\frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{1 + \dfrac{t^2}{n_1 + n_2}} - \frac{t\sqrt{\left(1 + \dfrac{t^2}{n_1 + n_2}\right)\left(\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2}\right)\tilde{p}(1-\tilde{p}) - \dfrac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)^2}{n_1 + n_2}}}{1 + \dfrac{t^2}{n_1 + n_2}}$$

P_U เป็นขอบเขตบนของช่วงความเชื่อมั่น คือ

$$\frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{1 + \frac{t^2}{n_1 + n_2}} + \frac{t\sqrt{\left(1 + \frac{t^2}{n_1 + n_2}\right)\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)\tilde{p}(1 - \tilde{p}) - \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)^2}{n_1 + n_2}}}{1 + \frac{t^2}{n_1 + n_2}}$$

เมื่อ $t = t_{n_1 + n_2 - 2, \alpha/2}$

2.2 ในแต่ละวิธีการประมาณ คำนวณช่วงความเชื่อมั่น 50,000 ช่วง นับจำนวนช่วงความเชื่อมั่นที่ครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ $(p_1 - p_2)$ แล้วบวกสะสมไว้ ได้เป็นจำนวนช่วงความเชื่อมั่นทั้งหมดที่ครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ และช่วงความเชื่อมั่นใดที่ครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ จะคำนวณความกว้างของช่วง โดยการหาผลต่างระหว่างขอบเขตบนและขอบเขตล่างของช่วงความเชื่อมั่น แล้วบวกสะสมไว้ ได้เป็น ผลรวมของผลต่างระหว่างขอบเขตบนและขอบเขตล่างของช่วงความเชื่อมั่นที่ครอบคลุมค่าพารามิเตอร์

3. การประมาณค่าความน่าจะเป็นครอบคลุม

ในแต่ละสถานการณ์ ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมของช่วงความเชื่อมั่น คำนวณได้จาก จำนวนช่วงความเชื่อมั่นทั้งหมดที่ครอบคลุมค่าพารามิเตอร์หารด้วย 50,000

4. การเปรียบเทียบค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมและการคำนวณความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น

นำค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุม ของช่วงความเชื่อมั่นจากการทดลองกรณีต่าง ๆ มาทำการวิเคราะห์ โดยการทดสอบสมมติฐาน (Ghosh, 1979) ดังนี้

H_0 : ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมมีค่าไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด $(c \ge c_0)$
H_1 : ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมมีค่าต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด $(c < c_0)$

กำหนดระดับนัยสำคัญ 0.05

ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบ $$Z = \frac{\hat{c} - c_0}{\sqrt{\frac{c_0(1 - c_0)}{n}}}$$

ปฏิเสธสมมติฐาน H_0 เมื่อ $\frac{\hat{c} - c_0}{\sqrt{\frac{c_0(1 - c_0)}{n}}} < -Z_\alpha = -Z_{0.05} = -1.645$

หรือ $\hat{c} < c_0 - 1.645\sqrt{\frac{c_0(1 - c_0)}{n}}$

และ ยอมรับสมมติฐาน H_0 เมื่อ $\hat{c} \geq c_0 - 1.645\sqrt{\frac{c_0(1 - c_0)}{n}}$

ดังนั้น ช่วงความเชื่อมั่นให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมมีค่าไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อ $\hat{c} \geq c_0 - 1.645\sqrt{\frac{c_0(1 - c_0)}{n}}$

โดยที่ α คือ ระดับนัยสำคัญหรือความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดแบบที่ 1 สำหรับการวิจัยครั้งนี้ กำหนดให้ $\alpha = 0.05$

c คือ ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุม

$\hat{c}$ คือ ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมที่ได้จากการทดลอง

c_0 คือ ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดไว้ในการสร้างช่วงความเชื่อมั่น มีค่า 0.95 และ 0.99

4.1 เมื่อกำหนดสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นเป็น 0.95

ช่วงความเชื่อมั่นให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมมีค่าไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อ $\hat{c} \geq c_0 - 1.645\sqrt{\dfrac{c_0(1-c_0)}{n}} = 0.95 - 1.645\sqrt{\dfrac{0.95 \times 0.05}{50,000}} = 0.94840$

4.2 เมื่อกำหนดสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นเป็น 0.99

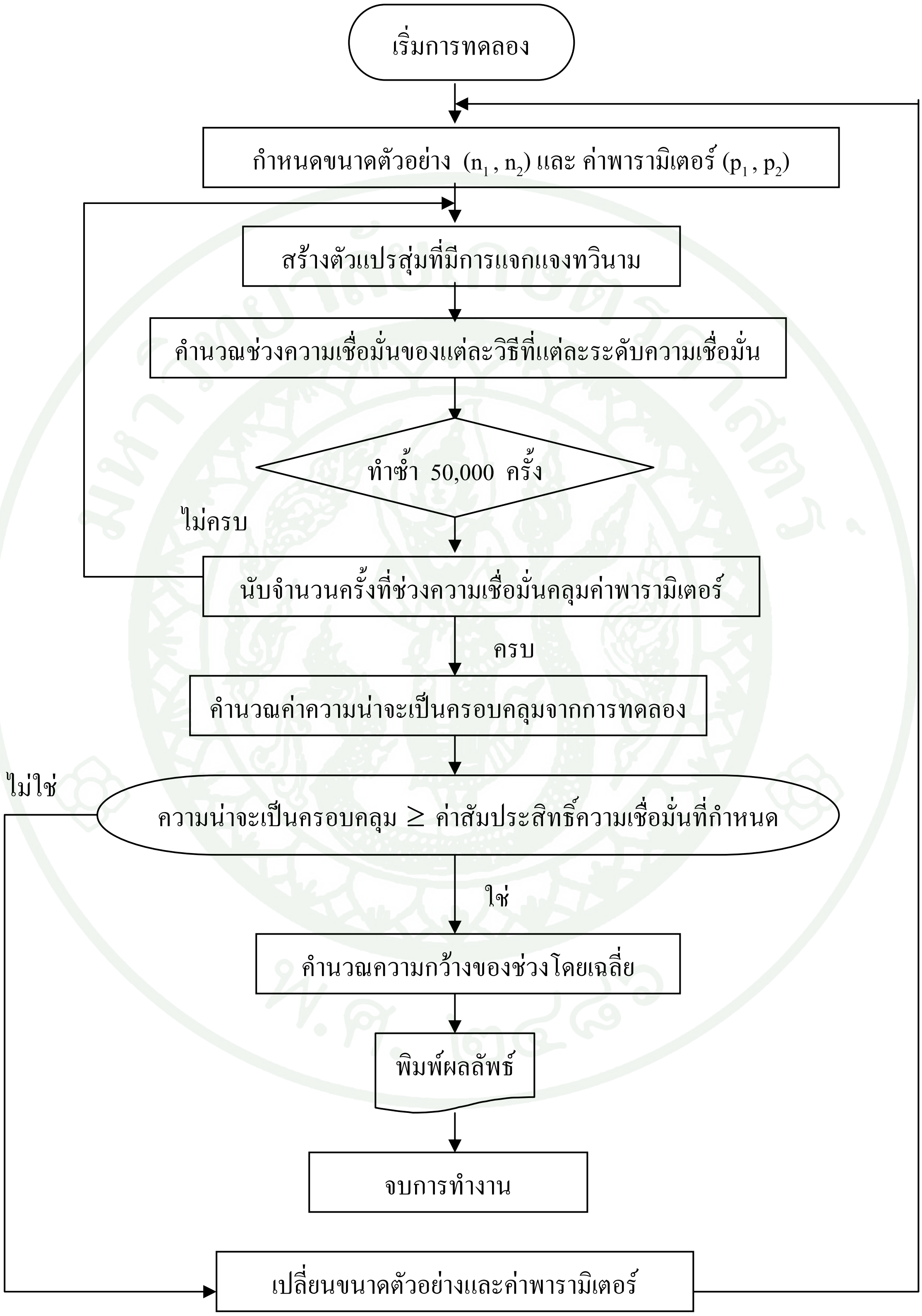
ช่วงความเชื่อมั่นให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมมีค่าไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อ $\hat{c} \geq c_0 - 1.645\sqrt{\dfrac{c_0(1-c_0)}{n}} = 0.99 - 1.645\sqrt{\dfrac{0.99 \times 0.01}{50,000}} = 0.98927$

นั่นคือ ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมที่ได้จากการทดลองจะต้องมีค่าไม่ต่ำกว่า 0.94840 และ 0.98727 ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 และ 0.99 ตามลำดับ จึงจะถือว่าช่วงความเชื่อมั่นนั้นให้ความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด และจะนำเฉพาะช่วงความเชื่อมั่นที่ให้ความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดนี้คำนวณค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น โดยความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น คำนวณจาก ผลรวมของผลต่างระหว่างขอบเขตบนและขอบเขตล่างของช่วงความเชื่อมั่นที่ครอบคลุมค่าพารามิเตอร์หารด้วยจำนวนช่วงความเชื่อมั่นทั้งหมดที่ครอบคลุมค่าพารามิเตอร์

5. การสรุปผลวิจัย

จากผลการวิจัย จะสรุปเพื่อเสนอแนะวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นที่เหมาะสมที่สุดสำหรับใช้ประมาณผลต่างระหว่างสัดส่วนทวินามสองกลุ่มที่เป็นอิสระกัน โดยพิจารณาจากวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นที่ให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด และมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด

ขั้นตอนการดำเนินงานวิจัยทั้งหมดสามารถสรุปเป็นแผนผังได้ ดังนี้



ภาพที่ 1 ขั้นตอนการดำเนินงานวิจัย

สถานที่และระยะเวลาทำการวิจัย

ทำการวิจัยที่ภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ใช้ระยะเวลาในการวิจัยตั้งแต่เดือนมิถุนายน 2551 สิ้นสุดเดือนกุมภาพันธ์ 2553

ผลและวิจารณ์

การวิจัยครั้งนี้ศึกษาวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างสัดส่วนสองกลุ่มที่เป็นอิสระกัน 4 วิธี คือ วิธีของวาลด์ วิธี Adding – 4 วิธี T2 และวิธี Recentered โดยพิจารณาค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมและความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นในแต่ละสถานการณ์ที่จำลองขึ้น เกณฑ์ที่ใช้เลือกวิธีการประมาณที่เหมาะสม คือวิธีที่มีค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด และมีค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด

การนำเสนอผลการวิจัยในครั้งนี้ แบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ ส่วนที่ 1 เมื่อสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.95 และส่วนที่ 2 เมื่อสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.99

ส่วนที่ 1 เมื่อสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.95

จากการทดสอบสมมติฐานด้วยวิธีของ Ghosh (1979) พบว่า ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 ถ้าวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นใดที่ให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่า 0.94840 ถือว่าวิธีการประมาณนั้นมีค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด และหลังจากนั้นจะพิจารณาความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแต่ละวิธี ผลการวิจัยจากแต่ละกรณีของขนาดตัวอย่าง และค่า $p_1 - p_2$ ที่แตกต่างกันได้ผลดังนี้

กรณี $n_1 = n_2 = 10$

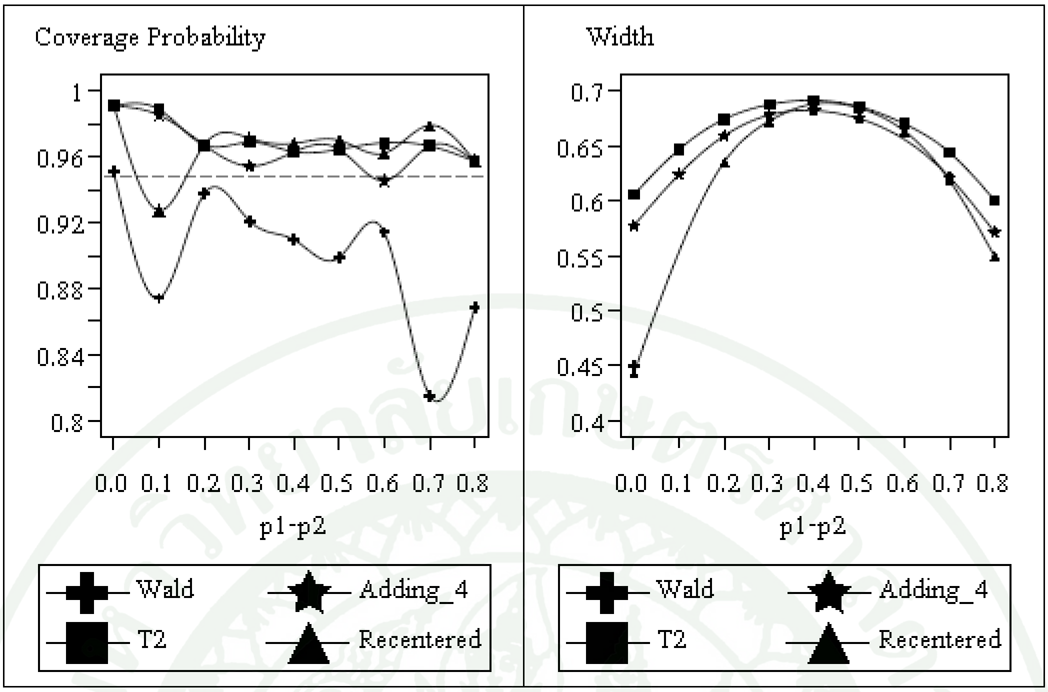
ตารางที่ 2 ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมและค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 กรณี $n_1 = n_2 = 10$

ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุม					
$p_1 - p_2$	p_1 , p_2	Wald	Adding–4	T2	Recentered
0.0	0.1 , 0.1	0.95082*	0.99128*	0.99128*	0.99128*
0.1	0.2 , 0.1	0.87398	0.98558*	0.98902*	0.92740
0.2	0.3 , 0.1	0.93764	0.96740*	0.96740*	0.96740*
0.3	0.4 , 0.1	0.92112	0.95448*	0.96906*	0.97144*
0.4	0.5 , 0.1	0.90962	0.96320*	0.96320*	0.96834*
0.5	0.6 , 0.1	0.89876	0.96476*	0.96476*	0.97020*
0.6	0.7 , 0.1	0.91412	0.94556	0.96876*	0.96234*
0.7	0.8 , 0.1	0.81508	0.96674*	0.96674*	0.97934*
0.8	0.9 , 0.1	0.86814	0.95744*	0.95744*	0.95744*
ค่าความกว้างเฉลี่ย					
$p_1 - p_2$	p_1 , p_2	Wald	Adding–4	T2	Recentered
0.0	0.1 , 0.1	0.44945	0.57725	0.60576	0.44307**
0.1	0.2 , 0.1	–	0.62417**	0.64693	–
0.2	0.3 , 0.1	–	0.65941	0.67460	0.63549**
0.3	0.4 , 0.1	–	0.67847	0.68802	0.67297**
0.4	0.5 , 0.1	–	0.68244**	0.69179	0.68861
0.5	0.6 , 0.1	–	0.67520**	0.68609	0.68479
0.6	0.7 , 0.1	–	–	0.67039	0.66387**
0.7	0.8 , 0.1	–	0.62155	0.64429	0.61871**
0.8	0.9 , 0.1	–	0.57124	0.60041	0.54905**

หมายเหตุ * หมายถึง วิธีการประมาณที่ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมของช่วงความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

– หมายถึง กรณีที่ไม่ได้หาความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เนื่องจากมีค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

** หมายถึง วิธีการประมาณที่ให้ความกว้างเฉลี่ยของช่วงสั้นที่สุด



ภาพที่ 2 ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมและความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 และ $n_1 = n_2 = 10$

จากตารางที่ 2 และภาพที่ 2 พบว่า วิธีของวาล์ด ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เพียงกรณีเดียวคือ เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 วิธี Adding – 4 ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกกรณียกเว้นเมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.6 วิธี T2 ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกกรณีที่ทำการศึกษา วิธี Recentered ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกกรณี ยกเว้นเมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.1 และเมื่อพิจารณาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นพบว่า วิธีของวาล์ด ส่วนใหญ่ไม่ได้คำนวณความกว้างเฉลี่ยเนื่องจากมีค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ยกเว้นเมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 ซึ่งก็ไม่ได้ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยต่ำสุด วิธี Adding – 4 ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยสั้นที่สุดเมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.1, 0.4 และ 0.5 วิธี T2 ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยมากกว่าวิธีอื่น วิธี Recentered ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยสั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0, 0.2, 0.3 และ 0.6 – 0.8 ดังนั้นกรณีนี้สรุปได้ว่า เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 – 0.3 และ 0.7 – 0.8 วิธี Recentered เป็นวิธีที่เหมาะสมในการประมาณช่วงความเชื่อมั่น และเมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.4 – 0.6 วิธี Adding – 4 เป็นวิธีที่เหมาะสมในการประมาณช่วงความเชื่อมั่น

กรณี $n_1 = n_2 = 30$

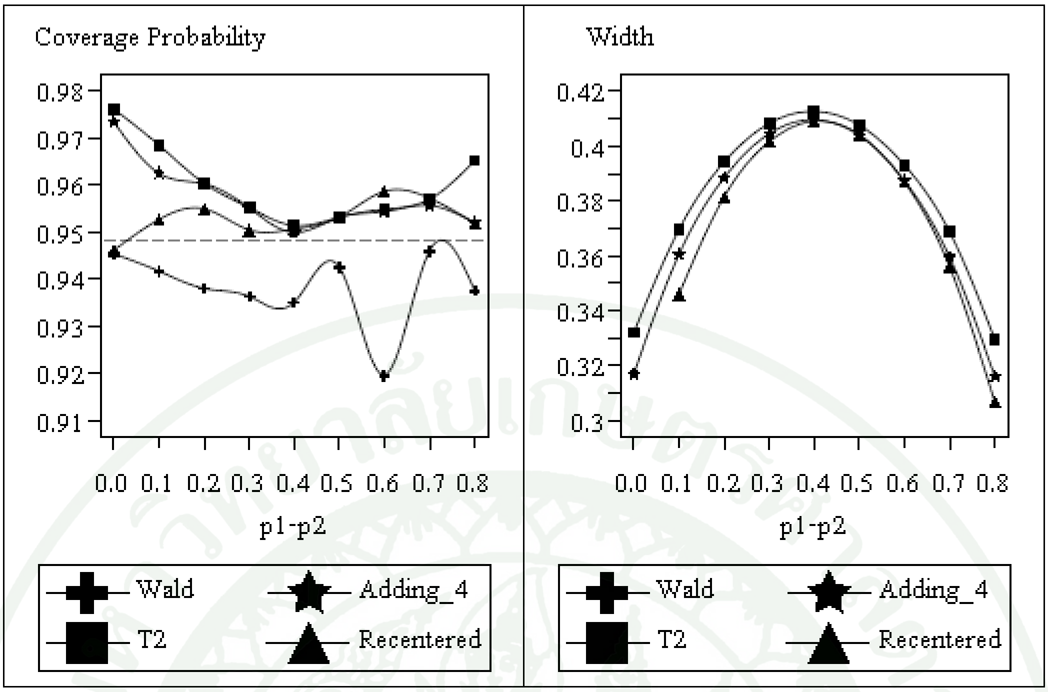
ตารางที่ 3 ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมและค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 กรณี $n_1 = n_2 = 30$

ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุม					
$p_1 - p_2$	p_1, p_2	Wald	Adding–4	T2	Recentered
0.0	0.1 , 0.1	0.94536	0.97348*	0.97624*	0.94614
0.1	0.2 , 0.1	0.94168	0.96254*	0.96854*	0.95270*
0.2	0.3 , 0.1	0.93798	0.96030*	0.96040*	0.95498*
0.3	0.4 , 0.1	0.93628	0.95514*	0.95520*	0.95046*
0.4	0.5 , 0.1	0.93500	0.94992*	0.95140*	0.95064*
0.5	0.6 , 0.1	0.94258	0.95316*	0.95316*	0.95316*
0.6	0.7 , 0.1	0.91958	0.95436*	0.95486*	0.95870*
0.7	0.8 , 0.1	0.94600	0.95568*	0.95700*	0.95724*
0.8	0.9 , 0.1	0.93752	0.95196*	0.96526*	0.95196*
ค่าความกว้างเฉลี่ย					
$p_1 - p_2$	p_1, p_2	Wald	Adding–4	T2	Recentered
0.0	0.1 , 0.1	–	0.31694**	0.33184	–
0.1	0.2 , 0.1	–	0.36043	0.36952	0.34583**
0.2	0.3 , 0.1	–	0.38846	0.39420	0.38146**
0.3	0.4 , 0.1	–	0.40457	0.40833	0.40166**
0.4	0.5 , 0.1	–	0.40956	0.41266	0.40909**
0.5	0.6 , 0.1	–	0.40395**	0.40771	0.40423
0.6	0.7 , 0.1	–	0.38739	0.39313	0.38694**
0.7	0.8 , 0.1	–	0.35952	0.36877	0.35605**
0.8	0.9 , 0.1	–	0.31610	0.32948	0.30681**

หมายเหตุ * หมายถึง วิธีการประมาณที่ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมของช่วงความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

– หมายถึง กรณีที่ไม่ได้หาความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เนื่องจากมีค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

** หมายถึง วิธีการประมาณที่ให้ความกว้างเฉลี่ยของช่วงสั้นที่สุด



ภาพที่ 3 ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมและความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 และ $n_1 = n_2 = 30$

จากตารางที่ 3 และภาพที่ 3 พบว่า วิธีของวาล์ด ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกกรณีที่ทำการศึกษา วิธี Adding – 4 และ วิธี T2 ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกกรณีที่ทำการศึกษา วิธี Recentered ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกกรณี ยกเว้นเมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 และเมื่อพิจารณาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นพบว่า วิธีของวาล์ด ไม่ได้คำนวณความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เนื่องจากค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกกรณีที่ทำการศึกษา วิธี Adding – 4 ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยสั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 และ 0.5 วิธี T2 ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยมากกว่าวิธีอื่นทุกกรณี วิธี Recentered ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยสั้นที่สุดทุกกรณี ยกเว้นเมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 ซึ่งไม่ได้คำนวณความกว้างเฉลี่ย เนื่องจากค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด และที่ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.5 ซึ่งค่าความกว้างเฉลี่ยของวิธี Recentered และวิธี Adding – 4 ใกล้เคียงกันมาก ดังนั้นกรณีนี้สรุปได้ว่า วิธี Recentered เป็นวิธีที่เหมาะสมในการประมาณช่วงความเชื่อมั่น

กรณี $n_1 = 15, n_2 = 10$

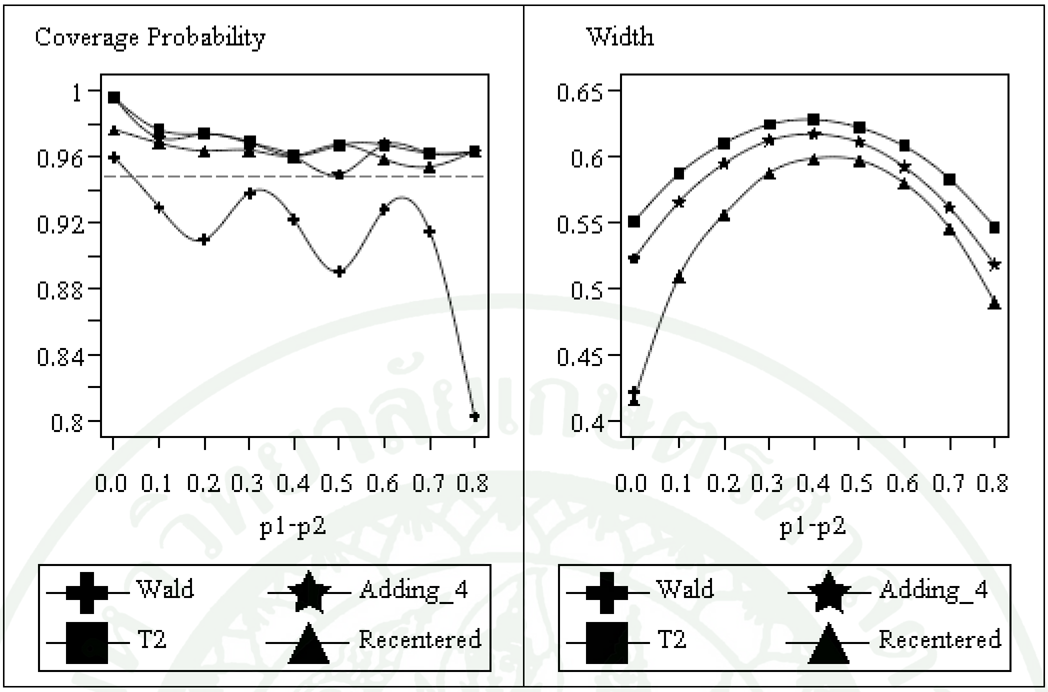
ตารางที่ 4 ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมและค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 กรณี $n_1 = 15, n_2 = 10$

		ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุม			
$p_1 - p_2$	p_1 , p_2	Wald	Adding–4	T2	Recentered
0.0	0.1 , 0.1	0.96012*	0.99628*	0.99628*	0.97690*
0.1	0.2 , 0.1	0.92952	0.97166*	0.97664*	0.96862*
0.2	0.3 , 0.1	0.90952	0.97410*	0.97410*	0.96380*
0.3	0.4 , 0.1	0.93826	0.96868*	0.96922*	0.96420*
0.4	0.5 , 0.1	0.92210	0.96050*	0.96070*	0.96070*
0.5	0.6 , 0.1	0.89020	0.94924*	0.96720*	0.96764*
0.6	0.7 , 0.1	0.92840	0.96750*	0.96750*	0.95880*
0.7	0.8 , 0.1	0.91512	0.96240*	0.96240*	0.95414*
0.8	0.9 , 0.1	0.80202	0.96332*	0.96332*	0.96384*
		ค่าความกว้างเฉลี่ย			
$p_1 - p_2$	p_1 , p_2	Wald	Adding–4	T2	Recentered
0.0	0.1 , 0.1	0.42187	0.52243	0.55066	0.41552**
0.1	0.2 , 0.1	–	0.56581	0.58725	0.50885**
0.2	0.3 , 0.1	–	0.59503	0.61065	0.55645**
0.3	0.4 , 0.1	–	0.61262	0.62476	0.58797**
0.4	0.5 , 0.1	–	0.61741	0.62851	0.59909**
0.5	0.6 , 0.1	–	0.61129	0.62250	0.59763**
0.6	0.7 , 0.1	–	0.59250	0.60828	0.58016**
0.7	0.8 , 0.1	–	0.56162	0.58338	0.54589**
0.8	0.9 , 0.1	–	0.51813	0.54686	0.48954**

หมายเหตุ * หมายถึง วิธีการประมาณที่ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมของช่วงความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

– หมายถึง กรณีที่ไม่ได้หาความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เนื่องจากมีค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

** หมายถึง วิธีการประมาณที่ให้ความกว้างเฉลี่ยของช่วงสั้นที่สุด



ภาพที่ 4 ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมและความกว้างเฉลี่ยช่วงความเชื่อมั่น ของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 และ $n_1 = 15, n_2 = 10$

จากตารางที่ 4 และภาพที่ 4 พบว่า วิธีของวาล์ด ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเพียงกรณีเดียวคือเมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 วิธี Adding – 4 วิธี T2 และ วิธี Recentered ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกกรณีที่ทำการศึกษา และเมื่อพิจารณาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นพบว่า วิธี Recentered ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยสั้นที่สุดทุกกรณี ดังนั้นกรณีนี้สรุปได้ว่า วิธี Recentered เป็นวิธีที่เหมาะสมในการประมาณช่วงความเชื่อมั่น

กรณี $n_1 = 45, n_2 = 30$

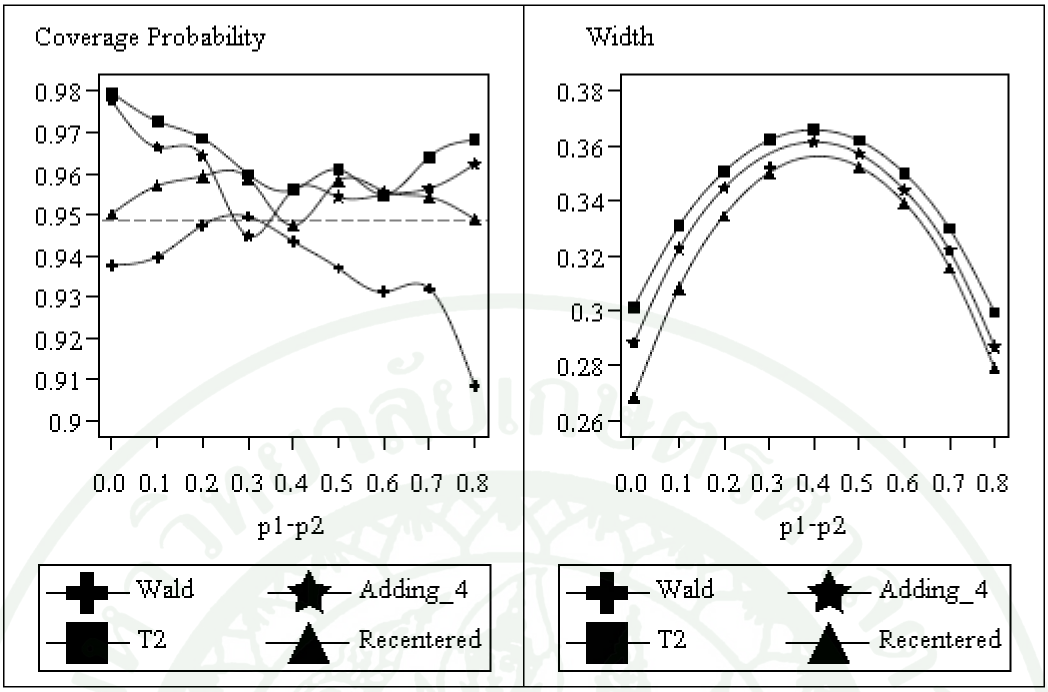
ตารางที่ 5 ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมและค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ p_1 - p_2 ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 กรณี $n_1 = 45, n_2 = 30$

ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุม					
$p_1 - p_2$	p_1 , p_2	Wald	Adding–4	T2	Recentered
0.0	0.1 , 0.1	0.93770	0.97770*	0.97968*	0.95018*
0.1	0.2 , 0.1	0.93972	0.96634*	0.97274*	0.95698*
0.2	0.3 , 0.1	0.94742	0.96430*	0.96854*	0.95940*
0.3	0.4 , 0.1	0.94948*	0.94472	0.95980*	0.95890*
0.4	0.5 , 0.1	0.94348	0.95596*	0.95596*	0.94728
0.5	0.6 , 0.1	0.93690	0.95424*	0.96098*	0.95820*
0.6	0.7 , 0.1	0.93110	0.95480*	0.95480*	0.95568*
0.7	0.8 , 0.1	0.93194	0.95632*	0.96406*	0.95428*
0.8	0.9 , 0.1	0.90834	0.96226*	0.96816*	0.94886*
ค่าความกว้างเฉลี่ย					
$p_1 - p_2$	p_1 , p_2	Wald	Adding–4	T2	Recentered
0.0	0.1 , 0.1	–	0.28810	0.30116	0.26841**
0.1	0.2 , 0.1	–	0.32236	0.33080	0.30817**
0.2	0.3 , 0.1	–	0.34470	0.35066	0.33468**
0.3	0.4 , 0.1	0.35249	–	0.36220	0.35033**
0.4	0.5 , 0.1	–	0.36149**	0.36587	–
0.5	0.6 , 0.1	–	0.35725	0.36204	0.35247**
0.6	0.7 , 0.1	–	0.34395	0.35010	0.33929**
0.7	0.8 , 0.1	–	0.32180	0.32984	0.31564**
0.8	0.9 , 0.1	–	0.28666	0.29924	0.27896**

หมายเหตุ * หมายถึง วิธีการประมาณที่ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมของช่วงความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

– หมายถึง กรณีที่ไม่ได้หาความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เนื่องจากมีค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

** หมายถึง วิธีการประมาณที่ให้ความกว้างเฉลี่ยของช่วงสั้นที่สุด



ภาพที่ 5 ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมและความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 และ $n_1 = 45, n_2 = 30$

จากตารางที่ 5 และภาพที่ 5 พบว่า วิธีของวาล์ด ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเพียงกรณีเดียวคือเมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.3 วิธี Adding – 4 ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกกรณี ยกเว้นเมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.3 วิธี T2 ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกกรณีที่ทำการศึกษา วิธี Recentered ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกกรณี ยกเว้นเมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.4 และเมื่อพิจารณาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นพบว่า วิธี Adding – 4 ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยสั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.4 วิธี T2 ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยมากกว่าวิธีอื่น วิธี Recentered ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยสั้นที่สุดทุกกรณี ยกเว้นเมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.4 ซึ่งที่จุดนี้ไม่ได้คำนวณค่าความกว้างเฉลี่ยเนื่องจากมีค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด แต่เมื่อพิจารณาจากภาพ วิธี Recentered ก็มีแนวโน้มที่จะให้ค่าความกว้างเฉลี่ยสั้นที่สุดในทุกกรณี ดังนั้นกรณีนี้สรุปได้ว่า วิธี Recentered เป็นวิธีที่เหมาะสมในการประมาณช่วงความเชื่อมั่น

กรณี $n_1 = n_2 = 60$

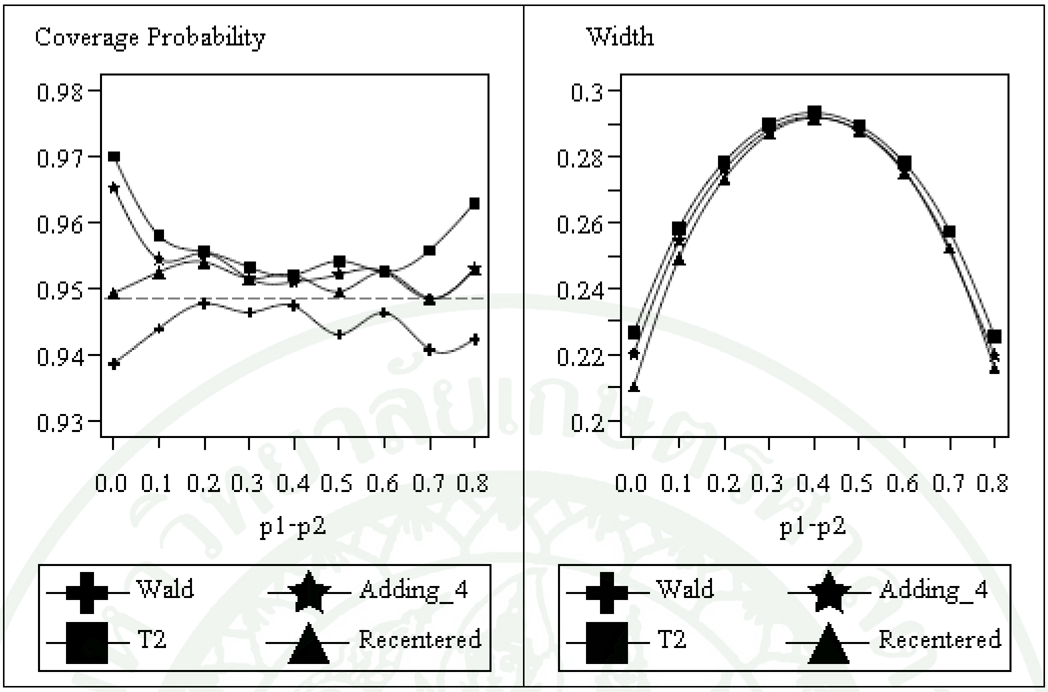
ตารางที่ 6 ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมและค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 กรณี $n_1 = n_2 = 60$

ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุม					
$p_1 - p_2$	p_1 , p_2	Wald	Adding–4	T2	Recentered
0.0	0.1 , 0.1	0.93868	0.96530*	0.97010*	0.94928*
0.1	0.2 , 0.1	0.94388	0.95442*	0.95804*	0.95248*
0.2	0.3 , 0.1	0.94768	0.95538*	0.95558*	0.95402*
0.3	0.4 , 0.1	0.94634	0.95146*	0.95320*	0.95154*
0.4	0.5 , 0.1	0.94728	0.95094*	0.95204*	0.95204*
0.5	0.6 , 0.1	0.94298	0.95210*	0.95418*	0.94950*
0.6	0.7 , 0.1	0.94630	0.95252*	0.95252*	0.95252*
0.7	0.8 , 0.1	0.94078	0.94836	0.95578*	0.94854*
0.8	0.9 , 0.1	0.94228	0.95300*	0.96300*	0.95300*
ค่าความกว้างเฉลี่ย					
$p_1 - p_2$	p_1 , p_2	Wald	Adding–4	T2	Recentered
0.0	0.1 , 0.1	–	0.22021	0.22647	0.21038**
0.1	0.2 , 0.1	–	0.25451	0.25832	0.24918**
0.2	0.3 , 0.1	–	0.27612	0.27851	0.27342**
0.3	0.4 , 0.1	–	0.28835	0.28987	0.28718**
0.4	0.5 , 0.1	–	0.29218	0.29349	0.29192**
0.5	0.6 , 0.1	–	0.28805**	0.28953	0.28808
0.6	0.7 , 0.1	–	0.27582	0.27821	0.27542**
0.7	0.8 , 0.1	–	–	0.25747	0.25239**
0.8	0.9 , 0.1	–	0.21962	0.22539	0.21584**

หมายเหตุ * หมายถึง วิธีการประมาณที่ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมของช่วงความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

– หมายถึง กรณีที่ไม่ได้หาความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เนื่องจากมีค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

** หมายถึง วิธีการประมาณที่ให้ความกว้างเฉลี่ยของช่วงสั้นที่สุด



ภาพที่ 6 ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมและความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 และ $n_1 = n_2 = 60$

จากตารางที่ 6 และภาพที่ 6 พบว่า วิธีของวาล์ด ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกกรณีที่ทำการศึกษา วิธี Adding – 4 ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกกรณี ยกเว้น $p_1 - p_2$ มีค่า 0.7 วิธี T2 และวิธี Recentered ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกกรณีที่ทำการศึกษา เมื่อพิจารณาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น พบว่า วิธี Adding – 4 ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยสั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.5 วิธี T2 ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยมากกว่าวิธีอื่น วิธี Recentered ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยสั้นที่สุดทุกกรณี ยกเว้นเมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.5 ซึ่งที่จุดนี้ค่าความกว้างเฉลี่ยจากวิธี Adding – 4 และ วิธี Recentered มีค่าใกล้เคียงกันมาก ดังนั้นกรณีนี้สรุปได้ว่า วิธี Recentered เป็นวิธีที่เหมาะสมในการประมาณช่วงความเชื่อมั่น

กรณี $n_1 = n_2 = 100$

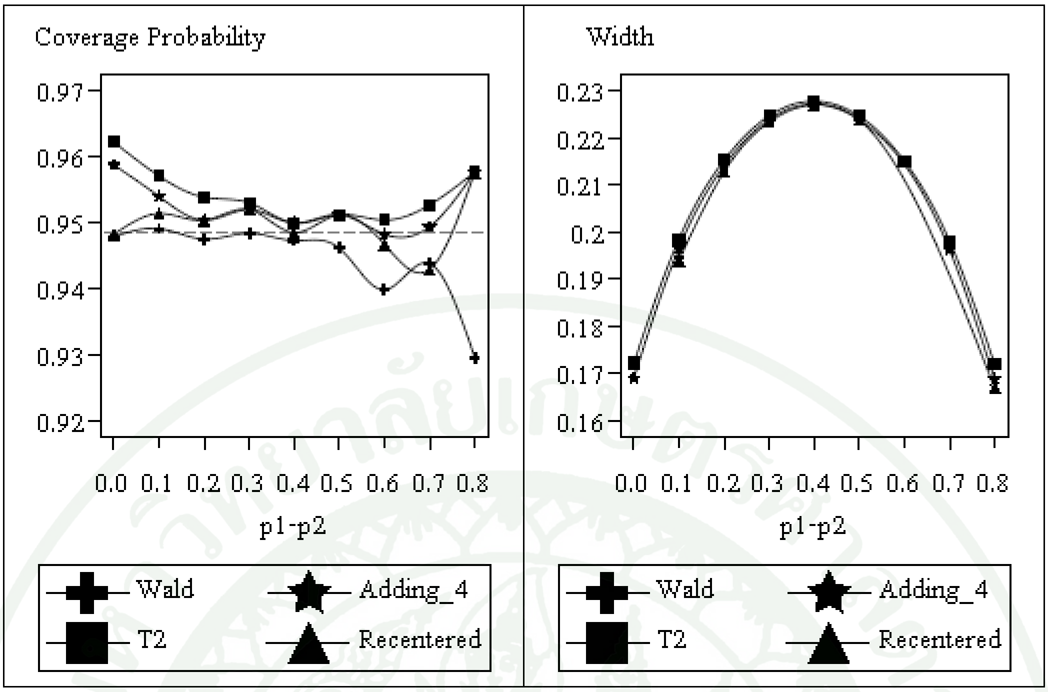
ตารางที่ 7 ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมและค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 กรณี $n_1 = n_2 = 100$

ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุม					
$p_1 - p_2$	p_1, p_2	Wald	Adding–4	T2	Recentered
0.0	0.1 , 0.1	0.94788	0.95880*	0.96228*	0.94824
0.1	0.2 , 0.1	0.94910*	0.95400*	0.95712*	0.95140*
0.2	0.3 , 0.1	0.94750	0.95038*	0.95388*	0.95038*
0.3	0.4 , 0.1	0.94840	0.95200*	0.95302*	0.95200*
0.4	0.5 , 0.1	0.94728	0.94996*	0.94996*	0.94850*
0.5	0.6 , 0.1	0.94614	0.95122	0.95124*	0.95120*
0.6	0.7 , 0.1	0.93976	0.94824	0.95040*	0.94672
0.7	0.8 , 0.1	0.94382	0.94938*	0.95270*	0.94286
0.8	0.9 , 0.1	0.92958	0.95770*	0.95770*	0.95768*
ค่าความกว้างเฉลี่ย					
$p_1 - p_2$	p_1, p_2	Wald	Adding–4	T2	Recentered
0.0	0.1 , 0.1	–	0.16902**	0.17214	–
0.1	0.2 , 0.1	0.19469	0.19661	0.19855	0.19405**
0.2	0.3 , 0.1	–	0.21418	0.21535	0.21287**
0.3	0.4 , 0.1	–	0.22406	0.22482	0.22350**
0.4	0.5 , 0.1	–	0.22727	0.22790	0.22714**
0.5	0.6 , 0.1	–	0.22399	0.22476	0.22396**
0.6	0.7 , 0.1	–	–	0.21516**	–
0.7	0.8 , 0.1	–	0.19627**	0.19813	–
0.8	0.9 , 0.1	–	0.16875	0.17191	0.16690**

หมายเหตุ * หมายถึง วิธีการประมาณที่ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมของช่วงความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

– หมายถึง กรณีที่ไม่ได้หาความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เนื่องจากมีค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

** หมายถึง วิธีการประมาณที่ให้ความกว้างเฉลี่ยของช่วงสั้นที่สุด



ภาพที่ 7 ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมและความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 และ $n_1 = n_2 = 100$

จากตารางที่ 7 และภาพที่ 7 พบว่าวิธีของวาล์ด ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเพียงกรณีเดียวคือ เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.1 วิธี Adding – 4 ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกกรณี ยกเว้นเมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.6 วิธี T2 ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกกรณีที่ทำการศึกษา วิธี Recentered ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกกรณี ยกเว้นเมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0, 0.6 และ 0.7 เมื่อพิจารณาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นพบว่า วิธี Adding – 4 ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยสั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 และ 0.7 วิธี T2 ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยมากกว่าวิธีอื่น วิธี Recentered ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยสั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.1– 0.5 และ 0.8 ดังนั้นกรณีนี้สรุปได้ว่า เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.1 – 0.5 และ 0.8 วิธี Recentered เป็นวิธีที่เหมาะสมในการประมาณช่วงความเชื่อมั่น และเมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 และ 0.7 วิธี Adding – 4 เป็นวิธีที่เหมาะสมในการประมาณช่วงความเชื่อมั่น

กรณี $n_1 = 90, n_2 = 60$

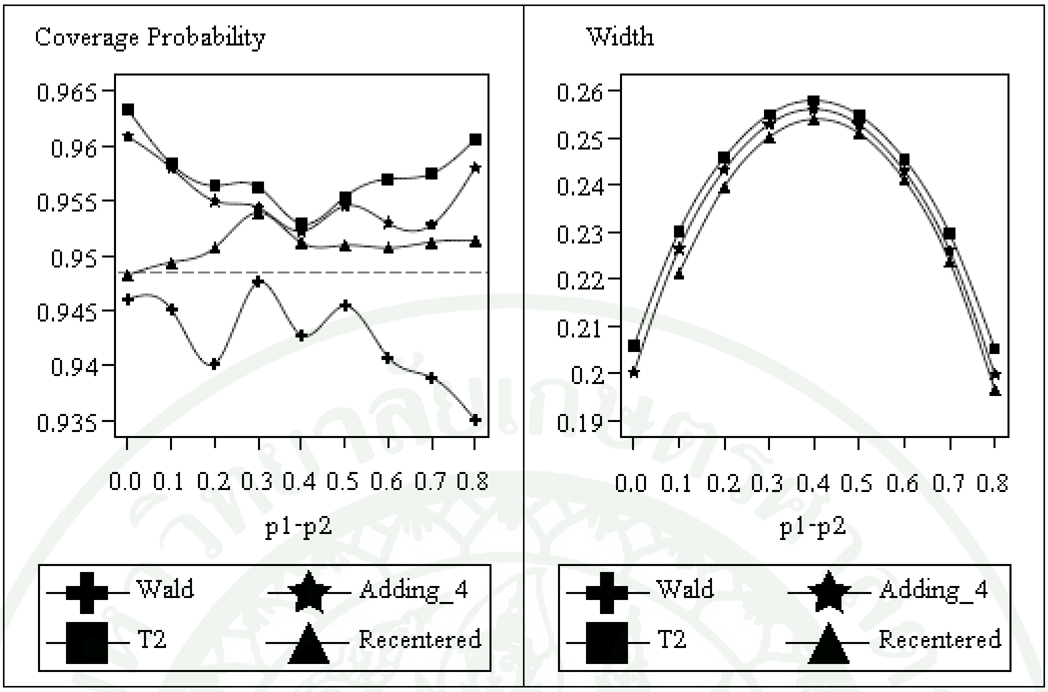
ตารางที่ 8 ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมและค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 กรณี $n_1 = 90, n_2 = 60$

ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุม					
$p_1 - p_2$	p_1 , p_2	Wald	Adding–4	T2	Recentered
0.0	0.1 , 0.1	0.94602	0.96088*	0.96334*	0.94822
0.1	0.2 , 0.1	0.94506	0.95800*	0.95836*	0.94938*
0.2	0.3 , 0.1	0.94016	0.95496*	0.95638*	0.95072*
0.3	0.4 , 0.1	0.94758	0.95440*	0.95628*	0.95394*
0.4	0.5 , 0.1	0.94272	0.95220*	0.95288*	0.95118*
0.5	0.6 , 0.1	0.94540	0.95454*	0.95534*	0.95094*
0.6	0.7 , 0.1	0.94074	0.95294*	0.95700*	0.95070*
0.7	0.8 , 0.1	0.93890	0.95280*	0.95748*	0.95124*
0.8	0.9 , 0.1	0.93504	0.95804*	0.96060*	0.95140*
ค่าความกว้างเฉลี่ย					
$p_1 - p_2$	p_1 , p_2	Wald	Adding–4	T2	Recentered
0.0	0.1 , 0.1	–	0.20019**	0.20571	–
0.1	0.2 , 0.1	–	0.22645	0.23012	0.22125**
0.2	0.3 , 0.1	–	0.24325	0.24586	0.23959**
0.3	0.4 , 0.1	–	0.25303	0.25509	0.25028**
0.4	0.5 , 0.1	–	0.25620	0.25804	0.25409**
0.5	0.6 , 0.1	–	0.25291	0.25492	0.25109**
0.6	0.7 , 0.1	–	0.24299	0.24556	0.24114**
0.7	0.8 , 0.1	–	0.22610	0.22972	0.22383**
0.8	0.9 , 0.1	–	0.19980	0.20517	0.19661**

หมายเหตุ * หมายถึง วิธีการประมาณที่ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมของช่วงความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

– หมายถึง กรณีที่ไม่ได้หาความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เนื่องจากมีค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

** หมายถึง วิธีการประมาณที่ให้ความกว้างเฉลี่ยของช่วงสั้นที่สุด



ภาพที่ 8 ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมและความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 และ $n_1 = 90, n_2 = 60$

จากตารางที่ 8 และภาพที่ 8 พบว่า วิธีของวาล์ด ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกกรณีที่ทำการศึกษา วิธี Adding – 4 และ วิธี T2 ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกกรณีที่ทำการศึกษา วิธี Recentered ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกกรณี ยกเว้นเมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 และเมื่อพิจารณาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นพบว่า วิธี Adding – 4 ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยสั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 วิธี T2 ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยมากกว่าวิธีอื่น วิธี Recentered ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยสั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่าระหว่าง 0.1 – 0.8 ดังนั้นกรณีนี้สรุปได้ว่า วิธี Recentered เป็นวิธีที่เหมาะสมในการประมาณช่วงความเชื่อมั่น ยกเว้นเมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0

กรณี $n_1 = 150, n_2 = 100$

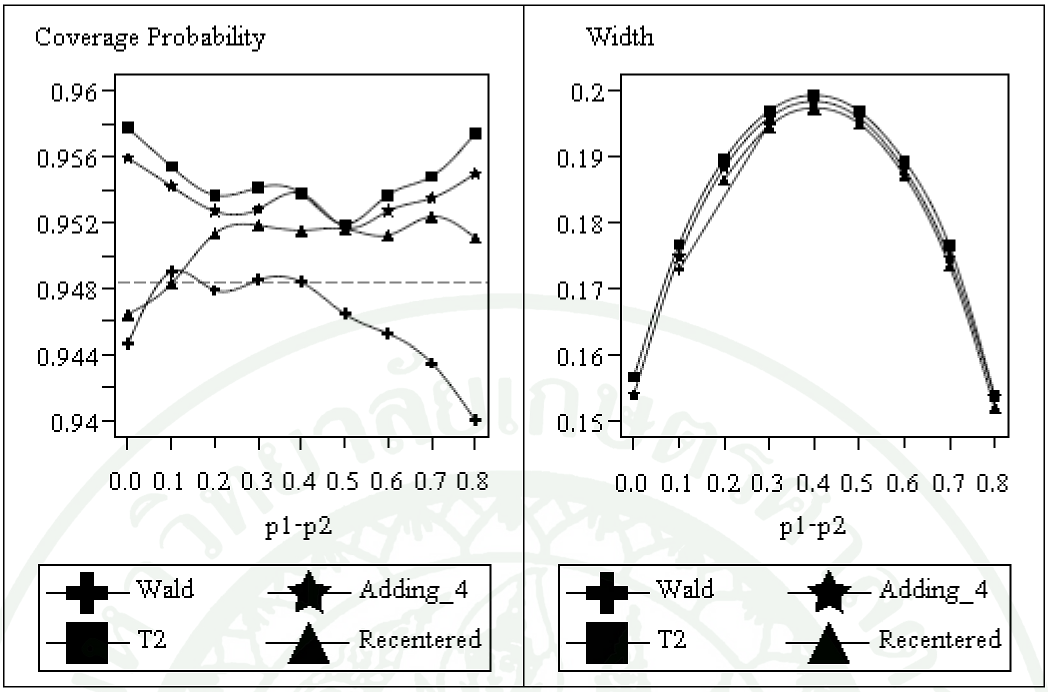
ตารางที่ 9 ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมและค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 กรณี $n_1 = 150, n_2 = 100$

ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุม					
$p_1 - p_2$	p_1 , p_2	Wald	Adding–4	T2	Recentered
0.0	0.1 , 0.1	0.94462	0.95594*	0.95776*	0.94644
0.1	0.2 , 0.1	0.94902*	0.95422*	0.95542*	0.94828
0.2	0.3 , 0.1	0.94788	0.95270*	0.95368*	0.95134*
0.3	0.4 , 0.1	0.94850*	0.95282*	0.95414*	0.95184*
0.4	0.5 , 0.1	0.94838	0.95378*	0.95378*	0.95154*
0.5	0.6 , 0.1	0.94644	0.95174*	0.95190*	0.95162*
0.6	0.7 , 0.1	0.94524	0.95272*	0.95370*	0.95124*
0.7	0.8 , 0.1	0.94348	0.95350*	0.95482*	0.95238*
0.8	0.9 , 0.1	0.94000	0.95500*	0.95744*	0.95108*
ค่าความกว้างเฉลี่ย					
$p_1 - p_2$	p_1 , p_2	Wald	Adding–4	T2	Recentered
0.0	0.1 , 0.1	–	0.15386**	0.15659	–
0.1	0.2 , 0.1	0.17283**	0.17481	0.17666	–
0.2	0.3 , 0.1	–	0.18834	0.18963	0.18656**
0.3	0.4 , 0.1	0.19513	0.19601	0.19703	0.19473**
0.4	0.5 , 0.1	–	0.19848	0.19942	0.19748**
0.5	0.6 , 0.1	–	0.19597	0.19699	0.19509**
0.6	0.7 , 0.1	–	0.18813	0.18945	0.18721**
0.7	0.8 , 0.1	–	0.17467	0.17646	0.17349**
0.8	0.9 , 0.1	–	0.15356	0.15360	0.15197**

หมายเหตุ * หมายถึง วิธีการประมาณที่ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมของช่วงความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

– หมายถึง กรณีที่ไม่ได้หาความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เนื่องจากมีค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

** หมายถึง วิธีการประมาณที่ให้ความกว้างเฉลี่ยของช่วงสั้นที่สุด



ภาพที่ 9 ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมและความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 และ $n_1 = 150, n_2 = 100$

จากตารางที่ 9 และภาพที่ 9 พบว่า วิธีของวาล์ด ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.1 และ 0.3 วิธี Adding – 4 และวิธี T2 ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกกรณีที่ทำการศึกษา วิธี Recentered ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกกรณี ยกเว้นเมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 และ 0.1 เมื่อพิจารณาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นพบว่า วิธีของวาล์ดให้ค่าความกว้างเฉลี่ยสั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.1 วิธี Adding – 4 ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยสั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 วิธี T2 ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยมากกว่าวิธีอื่น วิธี Recentered ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยสั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.2 – 0.8 ดังนั้นกรณีนี้สรุปได้ว่า เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 วิธี Adding – 4 เป็นวิธีที่เหมาะสมในการประมาณช่วงความเชื่อมั่น เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.1 วิธีของวาล์ด เป็นวิธีที่เหมาะสมในการประมาณช่วงความเชื่อมั่น และเมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.2 – 0.8 วิธี Recentered เป็นวิธีที่เหมาะสมในการประมาณช่วงความเชื่อมั่น

กรณี $n_1 = n_2 = 500$

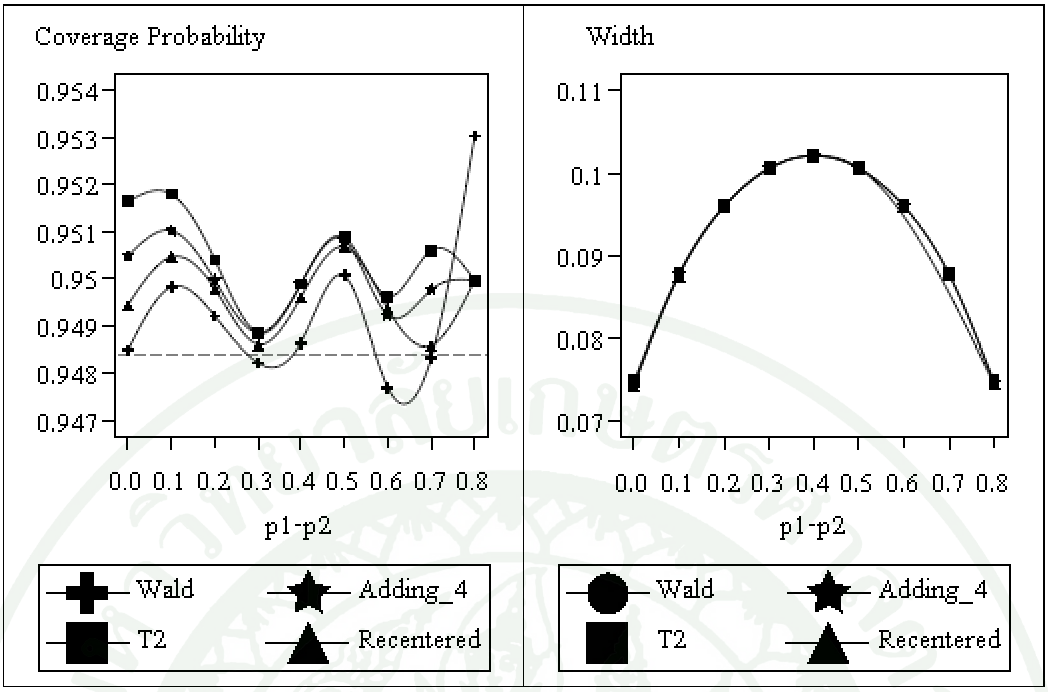
ตารางที่ 10 ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมและค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 กรณี $n_1 = n_2 = 500$

ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุม					
$p_1 - p_2$	p_1 , p_2	Wald	Adding–4	T2	Recentered
0.0	0.1 , 0.1	0.94848*	0.95048*	0.95164*	0.94944*
0.1	0.2 , 0.1	0.94982*	0.95102*	0.95180*	0.95046*
0.2	0.3 , 0.1	0.94920*	0.94996*	0.95040*	0.94978*
0.3	0.4 , 0.1	0.94822	0.94884*	0.94884*	0.94860*
0.4	0.5 , 0.1	0.94864*	0.94988*	0.94988*	0.94960*
0.5	0.6 , 0.1	0.95006*	0.95082*	0.95088*	0.95068*
0.6	0.7 , 0.1	0.94770	0.94922*	0.94962*	0.94936*
0.7	0.8 , 0.1	0.94832	0.94976*	0.95060*	0.94858*
0.8	0.9 , 0.1	0.95304*	0.94996*	0.94996*	0.94996*
ค่าความกว้างเฉลี่ย					
$p_1 - p_2$	p_1 , p_2	Wald	Adding–4	T2	Recentered
0.0	0.1 , 0.1	0.074278	0.074654	0.074968	0.074227**
0.1	0.2 , 0.1	0.087575	0.087748	0.087940	0.087517**
0.2	0.3 , 0.1	0.095930	0.095994	0.096109	0.095875**
0.3	0.4 , 0.1	–	0.10062	0.10070	0.10057**
0.4	0.5 , 0.1	0.10213	0.10210	0.10216	0.10209**
0.5	0.6 , 0.1	0.10063	0.10061	0.10068	0.10060**
0.6	0.7 , 0.1	–	0.095962	0.096077	0.095945**
0.7	0.8 , 0.1	–	0.087707	0.087898	0.087647**
0.8	0.9 , 0.1	0.074364**	0.074637	0.074949	0.074461

หมายเหตุ * หมายถึง วิธีการประมาณที่ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมของช่วงความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

– หมายถึง กรณีที่ไม่ได้หาความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เนื่องจากมีค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

** หมายถึง วิธีการประมาณที่ให้ความกว้างเฉลี่ยของช่วงสั้นที่สุด



ภาพที่ 10 ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมและความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 และ $n_1 = n_2 = 500$

จากตารางที่ 10 และภาพที่ 10 พบว่า วิธีของวาล์ด ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 – 0.2, 0.4 – 0.5 และ 0.8 วิธี Adding – 4 วิธี T2 และ วิธี Recentered ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกกรณีที่ทำการศึกษา และเมื่อพิจารณาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นพบว่า วิธีของวาล์ดให้ค่าความกว้างเฉลี่ยสั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.8 วิธี Adding – 4 และ วิธี T2 ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยมากกว่าวิธีอื่น วิธี Recentered ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยสั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 – 0.7 แต่เมื่อสังเกตจากภาพแสดงค่าความกว้างเฉลี่ยพบว่า ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นจากทุกวิธีมีค่าใกล้เคียงกันมาก จึงอาจกล่าวได้ว่าสามารถใช้วิธีการใดก็ได้ในการประมาณช่วงความเชื่อมั่น และเนื่องจากวิธีของวาล์ดเป็นวิธีที่ง่ายต่อการคำนวณมากที่สุด ดังนั้นเพื่อความสะดวก ในกรณีนี้ควรเลือกใช้วิธีของวาล์ดในการประมาณช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$

กรณี $n_1 = n_2 = 1,000$

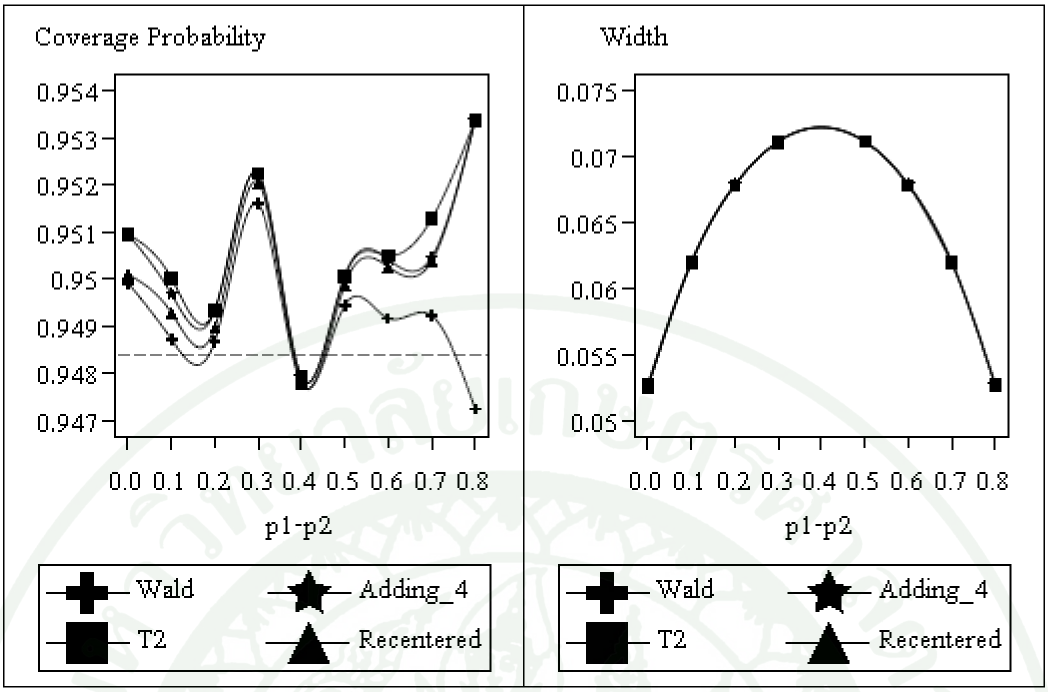
ตารางที่ 11 ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมและค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ p_1 - p_2 ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 กรณี $n_1 = n_2 = 1,000$

ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุม					
$p_1 - p_2$	p_1 , p_2	Wald	Adding–4	T2	Recentered
0.0	0.1 , 0.1	0.94992*	0.95096*	0.95096*	0.95010*
0.1	0.2 , 0.1	0.94872*	0.94968*	0.95002*	0.94928*
0.2	0.3 , 0.1	0.94868*	0.94934*	0.94934*	0.94896*
0.3	0.4 , 0.1	0.95160*	0.95224*	0.95226*	0.95206*
0.4	0.5 , 0.1	0.94778	0.94792	0.94792	0.94780
0.5	0.6 , 0.1	0.94944*	0.95006*	0.95006*	0.94988*
0.6	0.7 , 0.1	0.94916*	0.95042*	0.95050*	0.95026*
0.7	0.8 , 0.1	0.94922*	0.95046*	0.95128*	0.95038*
0.8	0.9 , 0.1	0.94724	0.95338*	0.95338*	0.95338*
ค่าความกว้างเฉลี่ย					
$p_1 - p_2$	p_1 , p_2	Wald	Adding–4	T2	Recentered
0.0	0.1 , 0.1	0.052546	0.052680	0.052792	0.052527**
0.1	0.2 , 0.1	0.061950	0.062012	0.062080	0.061929**
0.2	0.3 , 0.1	0.067862	0.067885	0.067926	0.067843**
0.3	0.4 , 0.1	0.071168	0.071169	0.071195	0.071151**
0.4	0.5 , 0.1	–	–	–	–
0.5	0.6 , 0.1	0.071185	0.071177	0.071203	0.071176**
0.6	0.7 , 0.1	0.067883	0.067885	0.067926	0.067879**
0.7	0.8 , 0.1	0.061962**	0.061987	0.062056	0.061965
0.8	0.9 , 0.1	–	0.052693	0.052805	0.052630**

หมายเหตุ * หมายถึง วิธีการประมาณที่ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมของช่วงความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

– หมายถึง กรณีที่ไม่ได้หาความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เนื่องจากมีค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

** หมายถึง วิธีการประมาณที่ให้ความกว้างเฉลี่ยของช่วงสั้นที่สุด



ภาพที่ 11 ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมและความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 และ $n_1 = n_2 = 1,000$

จากตารางที่ 11 และภาพที่ 11 พบว่า วิธีของวาล์ด ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 – 0.3 และ 0.5 – 0.7 วิธี Adding – 4 วิธี T2 และ วิธี Recentered ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกกรณี ยกเว้น เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.4 และเมื่อพิจารณาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นพบว่า วิธีของวาล์ดให้ค่าความกว้างเฉลี่ยสั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.7 วิธี Adding – 4 และ วิธี T2 ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยมากกว่าวิธีอื่น วิธี Recentered ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยสั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 – 0.3 , 0.5 – 0.6 และ 0.8 แต่เมื่อสังเกตจากภาพแสดงค่าความกว้างเฉลี่ยพบว่า ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นจากทุกวิธีมีค่าใกล้เคียงกันมาก จึงอาจกล่าวได้ว่าสามารถใช้วิธีการใดก็ได้ในการประมาณช่วงความเชื่อมั่น และเนื่องจากวิธีของวาล์ดเป็นวิธีที่ง่ายต่อการคำนวณมากที่สุด ดังนั้นเพื่อความสะดวก ในกรณีนี้ควรเลือกใช้วิธีของวาล์ดในการประมาณช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$

กรณี $n_1 = 750, n_2 = 500$

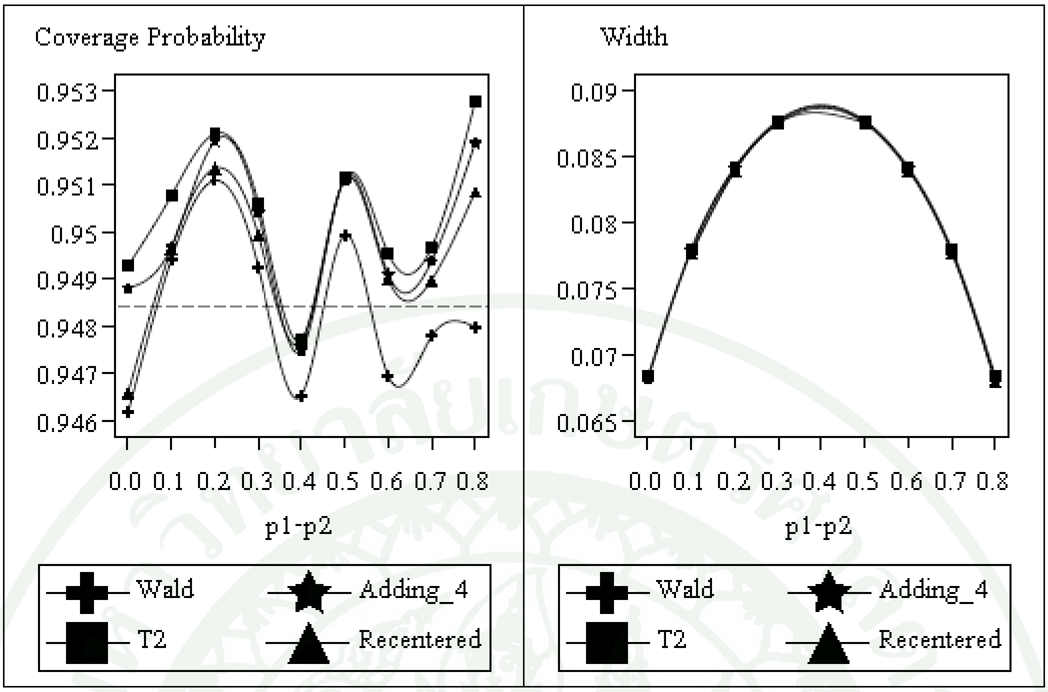
ตารางที่ 12 ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมและค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ p_1 - p_2 ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 กรณี $n_1 = 750, n_2 = 500$

ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุม					
$p_1 - p_2$	p_1 , p_2	Wald	Adding–4	T2	Recentered
0.0	0.1 , 0.1	0.94616	0.94880*	0.94928*	0.94658
0.1	0.2 , 0.1	0.94942*	0.94968*	0.95078*	0.94966*
0.2	0.3 , 0.1	0.95110*	0.95194*	0.95210*	0.95136*
0.3	0.4 , 0.1	0.94926*	0.95042*	0.95062*	0.94994*
0.4	0.5 , 0.1	0.94652	0.94748	0.94770	0.94766
0.5	0.6 , 0.1	0.94994*	0.95116*	0.95116*	0.95112*
0.6	0.7 , 0.1	0.94694	0.94910*	0.94954*	0.94900*
0.7	0.8 , 0.1	0.94778	0.94938*	0.94968*	0.94898*
0.8	0.9 , 0.1	0.94798	0.95190*	0.95278*	0.95086*
ค่าความกว้างเฉลี่ย					
$p_1 - p_2$	p_1 , p_2	Wald	Adding–4	T2	Recentered
0.0	0.1 , 0.1	–	0.068094**	0.068362	–
0.1	0.2 , 0.1	0.077679	0.077861	0.078039	0.077635**
0.2	0.3 , 0.1	0.084000	0.084117	0.084244	0.083957**
0.3	0.4 , 0.1	0.087594	0.087676	0.087776	0.087557**
0.4	0.5 , 0.1	–	–	–	–
0.5	0.6 , 0.1	0.087606	0.087668	0.087768	0.087586**
0.6	0.7 , 0.1	–	0.084102	0.084228	0.084015**
0.7	0.8 , 0.1	–	0.077826	0.078003	0.077719**
0.8	0.9 , 0.1	–	0.068097	0.068364	0.067949**

หมายเหตุ * หมายถึง วิธีการประมาณที่ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมของช่วงความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

– หมายถึง กรณีที่ไม่ได้หาความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เนื่องจากมีค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

** หมายถึง วิธีการประมาณที่ให้ความกว้างเฉลี่ยของช่วงสั้นที่สุด



ภาพที่ 12 ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมและความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 และ $n_1 = 750, n_2 = 500$

จากตารางที่ 12 และภาพที่ 12 พบว่า วิธีของวาล์ด ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.1 – 0.3 และ 0.5 วิธี Adding – 4 และ วิธี T2 ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกกรณียกเว้นเมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.4 วิธี Recentered ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ยกเว้นกรณี $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 และ 0.4 และเมื่อพิจารณาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นพบว่า วิธีของวาล์ดและวิธี T2 ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยมากกว่าวิธีอื่น วิธี Adding – 4 ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยสั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 วิธี Recentered ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยสั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.1 – 0.3 และ 0.5 – 0.8 แต่เมื่อสังเกตจากภาพแสดงค่าความกว้างเฉลี่ยพบว่า ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นจากทุกวิธีมีค่าใกล้เคียงกันมาก จึงอาจกล่าวได้ว่าสามารถใช้วิธีการใดก็ได้ในการประมาณช่วงความเชื่อมั่น และเนื่องจากวิธีของวาล์ดเป็นวิธีที่ง่ายต่อการคำนวณมากที่สุด ดังนั้นเพื่อความสะดวก ในกรณีนี้ควรเลือกใช้วิธีของวาล์ดในการประมาณช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$

กรณี $n_1 = 1,500, n_2 = 1,000$

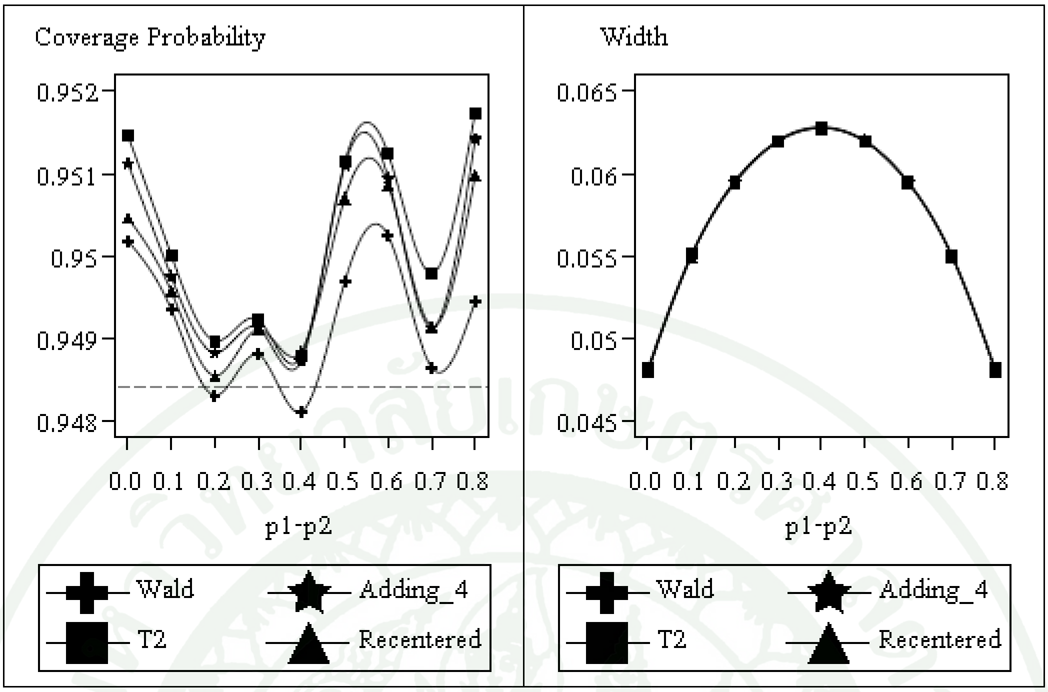
ตารางที่ 13 ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมและค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 กรณี $n_1 = 1,500, n_2 = 1,000$

ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุม					
$p_1 - p_2$	p_1 , p_2	Wald	Adding–4	T2	Recentered
0.0	0.1 , 0.1	0.95018*	0.95112*	0.95146*	0.95046*
0.1	0.2 , 0.1	0.94934*	0.94974*	0.95000*	0.94956*
0.2	0.3 , 0.1	0.94830	0.94882*	0.94896*	0.94854*
0.3	0.4 , 0.1	0.94880*	0.94912*	0.94922*	0.94910*
0.4	0.5 , 0.1	0.94810	0.94872*	0.94878*	0.94884*
0.5	0.6 , 0.1	0.94968*	0.95110*	0.95114*	0.95070*
0.6	0.7 , 0.1	0.95024*	0.95094*	0.95124*	0.95086*
0.7	0.8 , 0.1	0.94864*	0.94912*	0.94978*	0.94914*
0.8	0.9 , 0.1	0.94944*	0.95142*	0.95174*	0.95098*
ค่าความกว้างเฉลี่ย					
$p_1 - p_2$	p_1 , p_2	Wald	Adding–4	T2	Recentered
0.0	0.1 , 0.1	0.047985	0.048087	0.048183	0.047971**
0.1	0.2 , 0.1	0.054956	0.055021	0.055084	0.054941**
0.2	0.3 , 0.1	–	0.059465	0.059511	0.059409**
0.3	0.4 , 0.1	0.061959	0.061988	0.062024	0.061946**
0.4	0.5 , 0.1	–	0.062801	0.062834	0.062768**
0.5	0.6 , 0.1	0.061956	0.061977	0.062013	0.061948**
0.6	0.7 , 0.1	0.059429	0.059457	0.059503	0.059427**
0.7	0.8 , 0.1	0.054973**	0.055014	0.055078	0.054977
0.8	0.9 , 0.1	0.048061**	0.048087	0.048181	0.048033

หมายเหตุ * หมายถึง วิธีการประมาณที่ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมของช่วงความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

– หมายถึง กรณีที่ไม่ได้หาความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เนื่องจากมีค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

** หมายถึง วิธีการประมาณที่ให้ความกว้างเฉลี่ยของช่วงสั้นที่สุด



ภาพที่ 13 ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมและความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 และ $n_1 = 1,500, n_2 = 1,000$

จากตารางที่ 13 และภาพที่ 13 พบว่า วิธีของวาล์ด ส่วนใหญ่ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด วิธี Adding – 4 วิธี T2 และวิธี Recentered ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกกรณีที่ทำการศึกษา และเมื่อพิจารณาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นพบว่า วิธีของวาล์ดให้ค่าความกว้างเฉลี่ยสั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.7 – 0.8 วิธี Adding – 4 และวิธี T2 ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยมากกว่าวิธีอื่น วิธี Recentered ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยสั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 – 0.6 แต่เมื่อสังเกตจากภาพแสดงค่าความกว้างเฉลี่ยพบว่า ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นจากทุกวิธีมีค่าใกล้เคียงกันมาก จึงอาจกล่าวได้ว่าสามารถใช้วิธีการใดก็ได้ในการประมาณช่วงความเชื่อมั่น และเนื่องจากวิธีของวาล์ดเป็นวิธีที่ง่ายต่อการคำนวณมากที่สุด ดังนั้นเพื่อความสะดวก ในกรณีนี้ควรเลือกใช้วิธีของวาล์ดในการประมาณช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$

ส่วนที่ 2 เมื่อสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.99

จากการทดสอบสมมติฐานด้วยวิธีของ Ghosh (1979) พบว่า ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99 ถ้าวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นใดที่ให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่า 0.98927 ถือว่าวิธีการประมาณนั้นมีค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด และหลังจากนั้นจะพิจารณาความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแต่ละวิธี ผลการวิจัยจากแต่ละกรณีของขนาดตัวอย่าง และค่า $p_1 - p_2$ ที่แตกต่างกันได้ผลดังนี้

กรณี $n_1 = n_2 = 10$

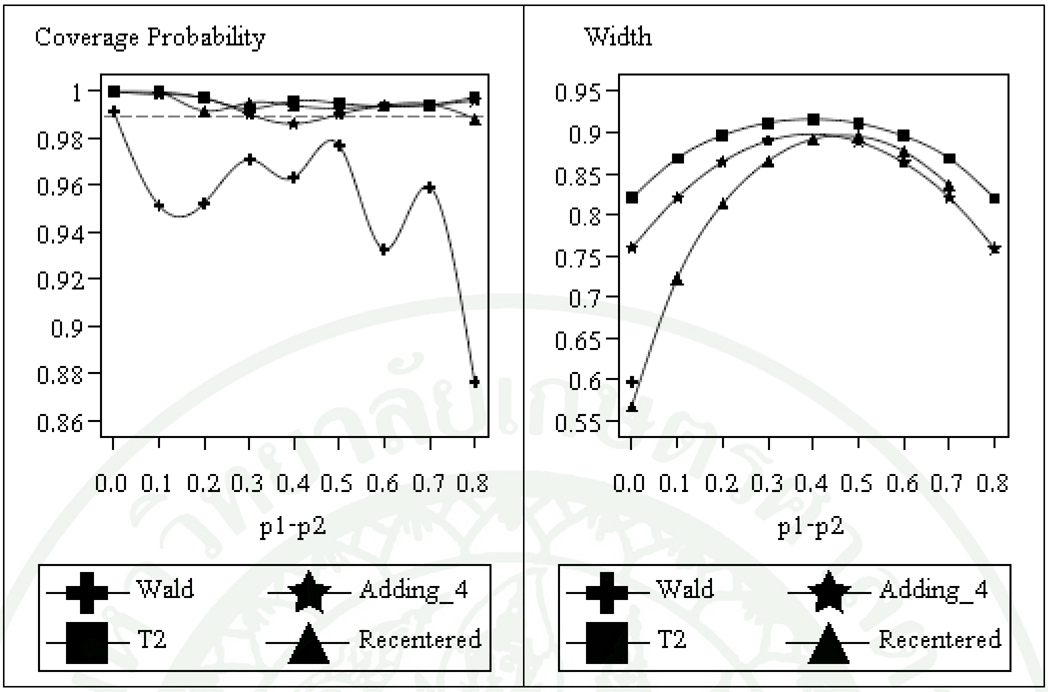
ตารางที่ 14 ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมและค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ p_1 - p_2 ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99 กรณี $n_1 = n_2 = 10$

ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุม					
$p_1 - p_2$	p_1 , p_2	Wald	Adding–4	T2	Recentered
0.0	0.1 , 0.1	0.99128*	0.99986*	0.99986*	0.99986*
0.1	0.2 , 0.1	0.95130	0.99874*	0.99966*	0.99986*
0.2	0.3 , 0.1	0.95228	0.99712*	0.99712*	0.99174*
0.3	0.4 , 0.1	0.97090	0.99034*	0.99272*	0.99520*
0.4	0.5 , 0.1	0.96318	0.98620	0.99594*	0.99394*
0.5	0.6 , 0.1	0.97708	0.99028*	0.99492*	0.99284*
0.6	0.7 , 0.1	0.93240	0.99360*	0.99360*	0.99414*
0.7	0.8 , 0.1	0.95932	0.99426*	0.99426*	0.99456*
0.8	0.9 , 0.1	0.87610	0.99612*	0.99746*	0.98836
ค่าความกว้างเฉลี่ย					
$p_1 - p_2$	p_1 , p_2	Wald	Adding–4	T2	Recentered
0.0	0.1 , 0.1	0.59729	0.75935	0.82030	0.56757**
0.1	0.2 , 0.1	–	0.82070	0.86845	0.72242**
0.2	0.3 , 0.1	–	0.86421	0.89652	0.81302**
0.3	0.4 , 0.1	–	0.88974	0.91175	0.86533**
0.4	0.5 , 0.1	–	–	0.91616	0.89180**
0.5	0.6 , 0.1	–	0.88885**	0.91124	0.89530
0.6	0.7 , 0.1	–	0.86312**	0.89558	0.87699
0.7	0.8 , 0.1	–	0.82074**	0.86845	0.83626
0.8	0.9 , 0.1	–	0.75840**	0.81976	–

หมายเหตุ * หมายถึง วิธีการประมาณที่ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมของช่วงความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

– หมายถึง กรณีที่ไม่ได้หาความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เนื่องจากมีค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

** หมายถึง วิธีการประมาณที่ให้ความกว้างเฉลี่ยของช่วงสั้นที่สุด



ภาพที่ 14 ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมและความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99 และ $n_1 = n_2 = 10$

จากตารางที่ 14 และภาพที่ 14 พบว่า วิธีของวาล์ด ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเพียงกรณีเดียว คือเมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 วิธี Adding – 4 ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกกรณี ยกเว้นเมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.4 วิธี T2 ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกกรณีที่ทำการศึกษา วิธี Recentered ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกกรณี ยกเว้นเมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.8 เมื่อพิจารณาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นพบว่า วิธี Adding – 4 ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยสั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.5 – 0.8 วิธี T2 ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยมากกว่าวิธีอื่นทุกกรณี วิธี Recentered ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยสั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 – 0.4 ดังนั้นกรณีนี้สรุปได้ว่า เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 – 0.4 วิธี Recentered เป็นวิธีที่เหมาะสมในการประมาณช่วงความเชื่อมั่น และเมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.5 – 0.8 วิธี Adding – 4 เป็นวิธีที่เหมาะสมในการประมาณช่วงความเชื่อมั่น

กรณี $n_1 = n_2 = 30$

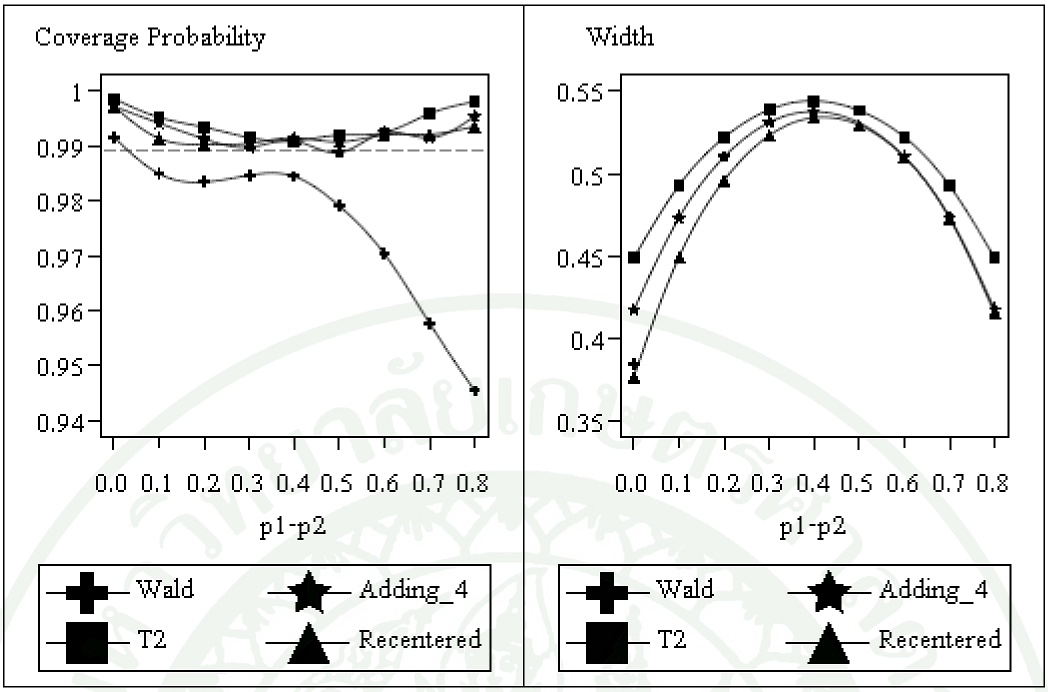
ตารางที่ 15 ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมและค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99 กรณี $n_1 = n_2 = 30$

ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุม					
$p_1 - p_2$	p_1 , p_2	Wald	Adding–4	T2	Recentered
0.0	0.1 , 0.1	0.99162*	0.99728*	0.99868*	0.99728*
0.1	0.2 , 0.1	0.98496	0.99420*	0.99526*	0.99140*
0.2	0.3 , 0.1	0.98342	0.99132*	0.99346*	0.99030*
0.3	0.4 , 0.1	0.98468	0.98980*	0.99156*	0.99054*
0.4	0.5 , 0.1	0.98448	0.99096*	0.99096*	0.99150*
0.5	0.6 , 0.1	0.97908	0.98880	0.99202*	0.99078*
0.6	0.7 , 0.1	0.97032	0.99248*	0.99248*	0.99202*
0.7	0.8 , 0.1	0.95766	0.99150*	0.99592*	0.99216*
0.8	0.9 , 0.1	0.94538	0.99546*	0.99814*	0.99360*
ค่าความกว้างเฉลี่ย					
$p_1 - p_2$	p_1 , p_2	Wald	Adding–4	T2	Recentered
0.0	0.1 , 0.1	0.38471	0.41678	0.44848	0.37657**
0.1	0.2 , 0.1	–	0.47305	0.49276	0.44911**
0.2	0.3 , 0.1	–	0.51009	0.52196	0.49590**
0.3	0.4 , 0.1	–	0.53112	0.53887	0.52320**
0.4	0.5 , 0.1	–	0.53771	0.54425	0.53400**
0.5	0.6 , 0.1	–	–	0.53837	0.52953**
0.6	0.7 , 0.1	–	0.51022	0.52220	0.51008**
0.7	0.8 , 0.1	–	0.47334	0.49265	0.47289**
0.8	0.9 , 0.1	–	0.41715	0.44850	0.41488**

หมายเหตุ * หมายถึง วิธีการประมาณที่ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมของช่วงความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

– หมายถึง กรณีที่ไม่ได้หาความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เนื่องจากมีค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

** หมายถึง วิธีการประมาณที่ให้ความกว้างเฉลี่ยของช่วงสั้นที่สุด



ภาพที่ 15 ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมและความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99 และ $n_1 = n_2 = 30$

จากตารางที่ 15 และภาพที่ 15 พบว่า วิธีของวาล์ด ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเพียงกรณีเดียว คือเมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 วิธี Adding – 4 ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกกรณียกเว้นเมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.5 วิธี T2 และวิธี Recentered ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกกรณีที่ทำการศึกษา เมื่อพิจารณาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นพบว่า วิธี Recentered ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยสั้นที่สุดทุกค่า $p_1 - p_2$ ที่ทำการศึกษา ดังนั้นกรณีนี้สรุปได้ว่า วิธี Recentered เป็นวิธีที่เหมาะสมในการประมาณช่วงความเชื่อมั่น

กรณี $n_1 = 15, n_2 = 10$

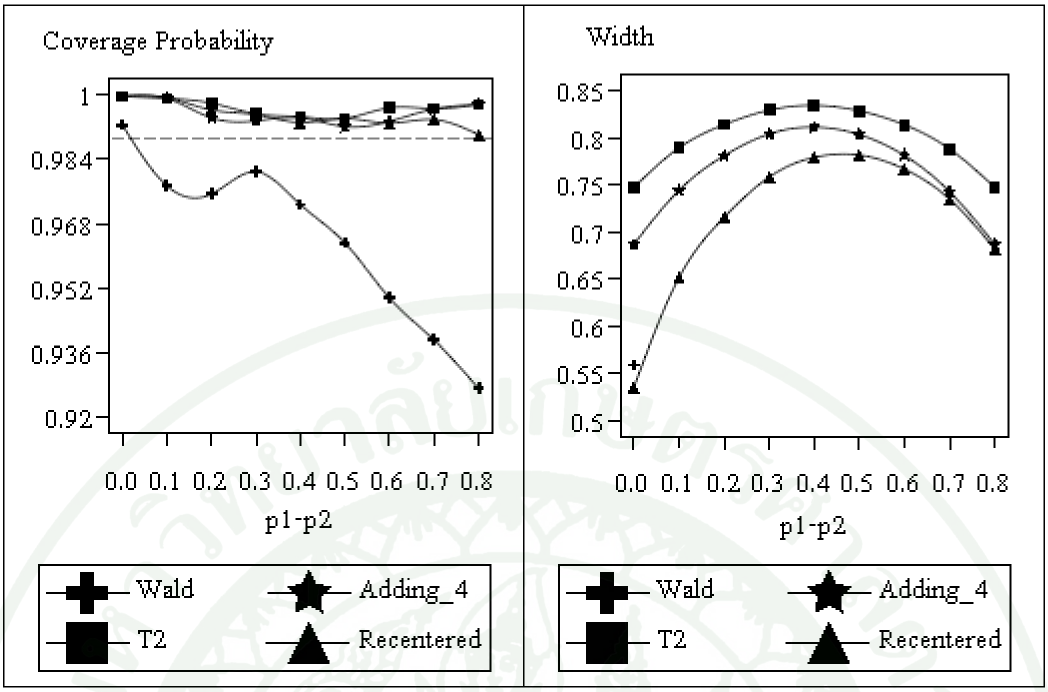
ตารางที่ 16 ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมและค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99 กรณี $n_1 = 15, n_2 = 10$

ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุม					
$p_1 - p_2$	p_1 , p_2	Wald	Adding–4	T2	Recentered
0.0	0.1 , 0.1	0.99260*	0.99946*	0.99962*	0.99982*
0.1	0.2 , 0.1	0.97744	0.99910*	0.99910*	0.99930*
0.2	0.3 , 0.1	0.97538	0.99428*	0.99794*	0.99624*
0.3	0.4 , 0.1	0.98096	0.99354*	0.99528*	0.99506*
0.4	0.5 , 0.1	0.97282	0.99430*	0.99456*	0.99314*
0.5	0.6 , 0.1	0.96332	0.99210*	0.99412*	0.99412*
0.6	0.7 , 0.1	0.94962	0.99340*	0.99678*	0.99298*
0.7	0.8 , 0.1	0.93922	0.99648*	0.99658*	0.99386*
0.8	0.9 , 0.1	0.92726	0.99760*	0.99760*	0.99012*
ค่าความกว้างเฉลี่ย					
$p_1 - p_2$	p_1 , p_2	Wald	Adding–4	T2	Recentered
0.0	0.1 , 0.1	0.55890	0.68691	0.74766	0.53495**
0.1	0.2 , 0.1	–	0.74456	0.78986	0.65148**
0.2	0.3 , 0.1	–	0.78150	0.81466	0.71581**
0.3	0.4 , 0.1	–	0.80467	0.83004	0.75882**
0.4	0.5 , 0.1	–	0.81192	0.83514	0.77959**
0.5	0.6 , 0.1	–	0.80405	0.82931	0.78219**
0.6	0.7 , 0.1	–	0.78175	0.81452	0.76722**
0.7	0.8 , 0.1	–	0.74324	0.78875	0.73523**
0.8	0.9 , 0.1	–	0.68710	0.74776	0.68232**

หมายเหตุ * หมายถึง วิธีการประมาณที่ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมของช่วงความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

– หมายถึง กรณีที่ไม่ได้หาความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เนื่องจากมีค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

** หมายถึง วิธีการประมาณที่ให้ความกว้างเฉลี่ยของช่วงสั้นที่สุด



ภาพที่ 16 ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมและความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99 และ $n_1 = 15, n_2 = 10$

จากตารางที่ 16 และภาพที่ 16 พบว่า วิธีของวาล์ดให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเพียงกรณีเดียว คือเมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 วิธี Adding – 4 วิธี T2 และวิธี Recentered ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกกรณีที่ทำการศึกษา เมื่อพิจารณาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นพบว่า วิธี Recentered ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยสั้นที่สุดทุกค่า $p_1 - p_2$ ที่ทำการศึกษา ดังนั้นกรณีนี้สรุปได้ว่า วิธี Recentered เป็นวิธีที่เหมาะสมในการประมาณช่วงความเชื่อมั่น

กรณี $n_1 = 45, n_2 = 30$

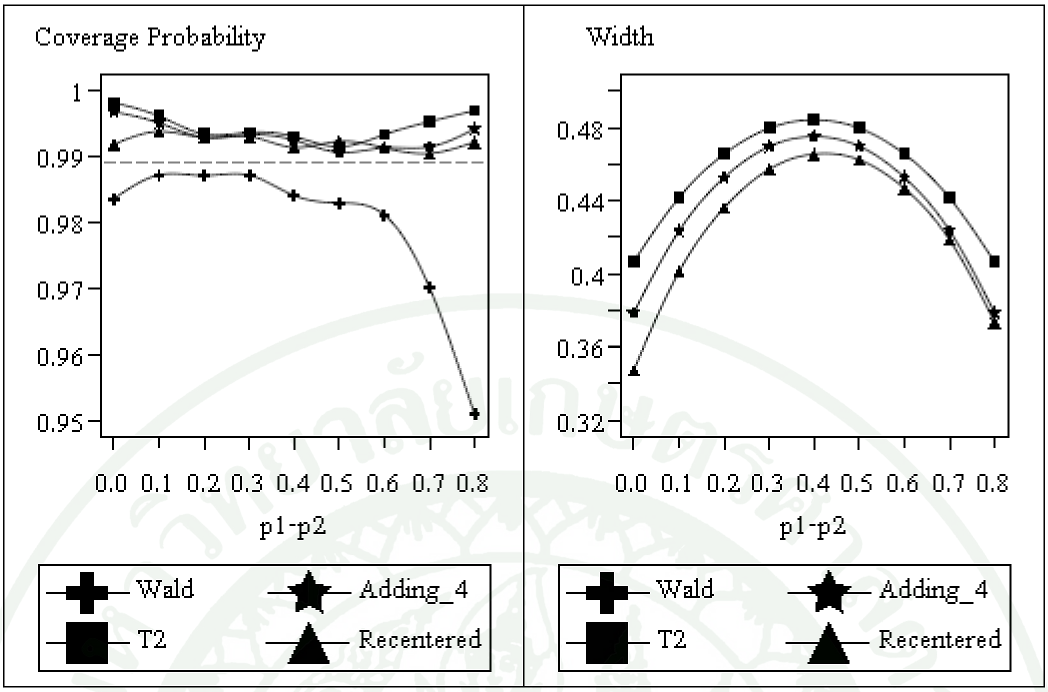
ตารางที่ 17 ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมและค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99 กรณี $n_1 = 45, n_2 = 30$

ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุม					
$p_1 - p_2$	p_1 , p_2	Wald	Adding–4	T2	Recentered
0.0	0.1 , 0.1	0.98366	0.99690*	0.99828*	0.99194*
0.1	0.2 , 0.1	0.98728	0.99520*	0.99624*	0.99390*
0.2	0.3 , 0.1	0.98718	0.99300*	0.99350*	0.99300*
0.3	0.4 , 0.1	0.98724	0.99338*	0.99376*	0.99314*
0.4	0.5 , 0.1	0.98416	0.99258*	0.99314*	0.99146*
0.5	0.6 , 0.1	0.98302	0.99072*	0.99158*	0.99240*
0.6	0.7 , 0.1	0.98120	0.99140*	0.99342*	0.99140*
0.7	0.8 , 0.1	0.97012	0.99156*	0.99540*	0.99056*
0.8	0.9 , 0.1	0.95084	0.99430*	0.99708*	0.99230*
ค่าความกว้างเฉลี่ย					
$p_1 - p_2$	p_1 , p_2	Wald	Adding–4	T2	Recentered
0.0	0.1 , 0.1	–	0.37876	0.40677	0.34754**
0.1	0.2 , 0.1	–	0.42343	0.44176	0.40108**
0.2	0.3 , 0.1	–	0.45278	0.46567	0.43618**
0.3	0.4 , 0.1	–	0.46980	0.47983	0.45737**
0.4	0.5 , 0.1	–	0.47522	0.48436	0.46566**
0.5	0.6 , 0.1	–	0.46995	0.47989	0.46255**
0.6	0.7 , 0.1	–	0.45290	0.46568	0.44685**
0.7	0.8 , 0.1	–	0.42371	0.44168	0.41868**
0.8	0.9 , 0.1	–	0.37855	0.40643	0.37361**

หมายเหตุ * หมายถึง วิธีการประมาณที่ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมของช่วงความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

– หมายถึง กรณีที่ไม่ได้หาความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เนื่องจากมีค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

** หมายถึง วิธีการประมาณที่ให้ความกว้างเฉลี่ยของช่วงสั้นที่สุด



ภาพที่ 17 ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมและความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99 และ $n_1 = 45, n_2 = 30$

จากตารางที่ 17 และภาพที่ 17 พบว่า วิธีของวาล์ด ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกกรณีที่ทำการศึกษา วิธี Adding – 4 วิธี T2 และวิธี Recentered ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกกรณีที่ทำการศึกษา เมื่อพิจารณาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นพบว่า วิธี Recentered ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยสั้นที่สุดทุกค่า $p_1 - p_2$ ที่ทำการศึกษา ดังนั้นกรณีนี้สรุปได้ว่า วิธี Recentered เป็นวิธีที่เหมาะสมในการประมาณช่วงความเชื่อมั่น

กรณี $n_1 = n_2 = 60$

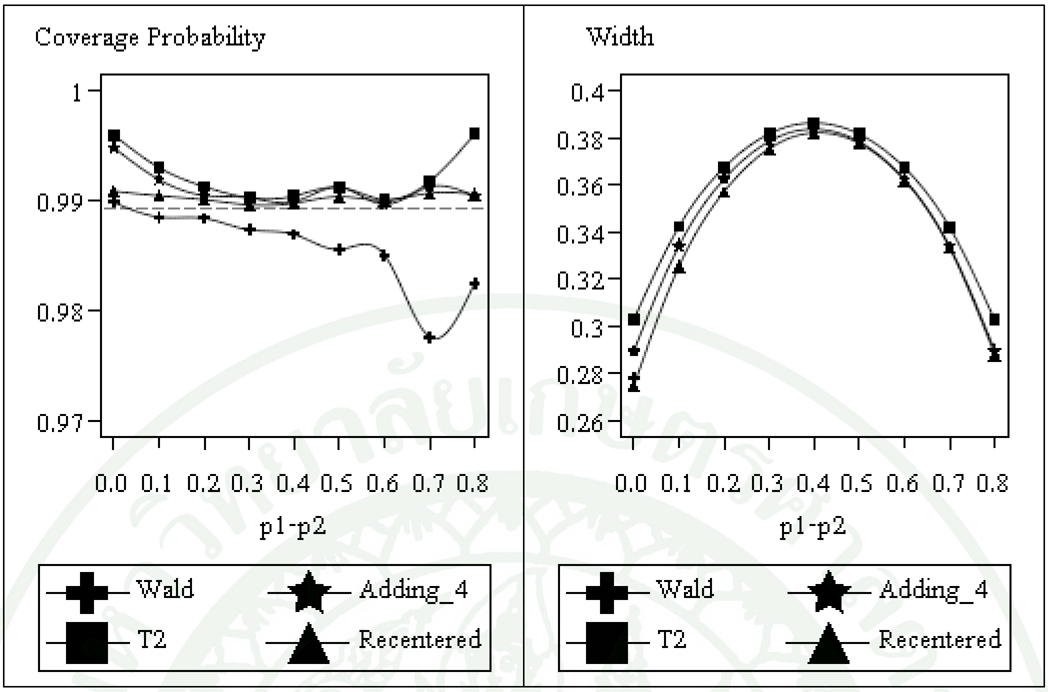
ตารางที่ 18 ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมและค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99 กรณี $n_1 = n_2 = 60$

ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุม					
$p_1 - p_2$	p_1, p_2	Wald	Adding–4	T2	Recentered
0.0	0.1 , 0.1	0.98986*	0.99486*	0.99602*	0.99088*
0.1	0.2 , 0.1	0.98852	0.99194*	0.99304*	0.99046*
0.2	0.3 , 0.1	0.98840	0.99050*	0.99130*	0.99010*
0.3	0.4 , 0.1	0.98734	0.99028*	0.99028*	0.98964*
0.4	0.5 , 0.1	0.98694	0.98992*	0.99044*	0.98978*
0.5	0.6 , 0.1	0.98556	0.99124*	0.99124*	0.99038*
0.6	0.7 , 0.1	0.98506	0.98968*	0.99010*	0.99006*
0.7	0.8 , 0.1	0.97756	0.99128*	0.99176*	0.99070*
0.8	0.9 , 0.1	0.98248	0.99042*	0.99610*	0.99060*
ค่าความกว้างเฉลี่ย					
$p_1 - p_2$	p_1, p_2	Wald	Adding–4	T2	Recentered
0.0	0.1 , 0.1	0.27782	0.28929	0.30272	0.27469**
0.1	0.2 , 0.1	–	0.33416	0.34238	0.32538**
0.2	0.3 , 0.1	–	0.36265	0.36763	0.35729**
0.3	0.4 , 0.1	–	0.37872	0.38195	0.37564**
0.4	0.5 , 0.1	–	0.38391	0.38657	0.38233**
0.5	0.6 , 0.1	–	0.37857	0.38180	0.37791**
0.6	0.7 , 0.1	–	0.36253	0.36753	0.36218**
0.7	0.8 , 0.1	–	0.33392	0.34217	0.33338**
0.8	0.9 , 0.1	–	0.28955	0.30248	0.28789**

หมายเหตุ * หมายถึง วิธีการประมาณที่ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมของช่วงความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

– หมายถึง กรณีที่ไม่ได้หาความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เนื่องจากมีค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

** หมายถึง วิธีการประมาณที่ให้ความกว้างเฉลี่ยของช่วงสั้นที่สุด



ภาพที่ 18 ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมและความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99 และ $n_1 = n_2 = 60$

จากตารางที่ 18 และภาพที่ 18 พบว่า เมื่อ วิธีของวาล์ด ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดกรณีเพียงเดียว คือเมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 วิธี Adding – 4 วิธี T2 และวิธี Recentered ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกกรณีที่ทำการศึกษา เมื่อพิจารณาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นพบว่า วิธี Recentered ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยสั้นที่สุดทุกค่า $p_1 - p_2$ ที่ทำการศึกษา ดังนั้นกรณีนี้สรุปได้ว่า วิธี Recentered เป็นวิธีที่เหมาะสมในการประมาณช่วงความเชื่อมั่น

กรณี $n_1 = n_2 = 100$

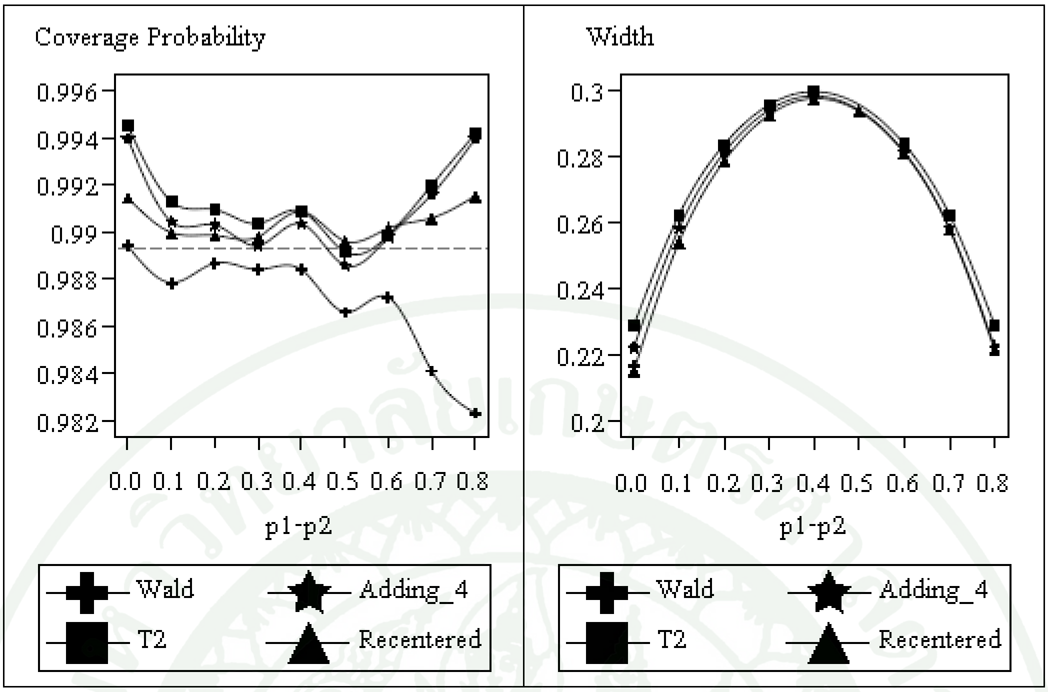
ตารางที่ 19 ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมและค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ p_1 - p_2 ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99 กรณี $n_1 = n_2 = 100$

ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุม					
$p_1 - p_2$	p_1 , p_2	Wald	Adding–4	T2	Recentered
0.0	0.1 , 0.1	0.98940*	0.99398*	0.99452*	0.99146*
0.1	0.2 , 0.1	0.98784	0.99044*	0.99130*	0.98998*
0.2	0.3 , 0.1	0.98868	0.99030*	0.99096*	0.98986*
0.3	0.4 , 0.1	0.98840	0.98942*	0.99036*	0.98980*
0.4	0.5 , 0.1	0.98840	0.99036*	0.99090*	0.99088*
0.5	0.6 , 0.1	0.98658	0.98858	0.98916	0.98962*
0.6	0.7 , 0.1	0.98722	0.98978*	0.98986*	0.99016*
0.7	0.8 , 0.1	0.98410	0.99160*	0.99200*	0.99060*
0.8	0.9 , 0.1	0.98230	0.99398*	0.99418*	0.99154*
ค่าความกว้างเฉลี่ย					
$p_1 - p_2$	p_1 , p_2	Wald	Adding–4	T2	Recentered
0.0	0.1 , 0.1	0.21662	0.22204	0.22872	0.21513**
0.1	0.2 , 0.1	–	0.25828	0.26237	0.25409**
0.2	0.3 , 0.1	–	0.28135	0.28383	0.27881**
0.3	0.4 , 0.1	–	0.29435	0.29593	0.29288**
0.4	0.5 , 0.1	–	0.29861	0.29991	0.29784**
0.5	0.6 , 0.1	–	–	–	0.29394**
0.6	0.7 , 0.1	–	0.28144	0.28392	0.28124**
0.7	0.8 , 0.1	–	0.25831	0.26240	0.25800**
0.8	0.9 , 0.1	–	0.22207	0.22873	0.22126**

หมายเหตุ * หมายถึง วิธีการประมาณที่ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมของช่วงความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

– หมายถึง กรณีที่ไม่ได้หาความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เนื่องจากมีค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

** หมายถึง วิธีการประมาณที่ให้ความกว้างเฉลี่ยของช่วงสั้นที่สุด



ภาพที่ 19 ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมและความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99 และ $n_1 = n_2 = 100$

จากตารางที่ 19 และภาพที่ 19 พบว่า วิธีของวาล์ด ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดกรณีเดียวคือ เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 วิธี Adding – 4 และวิธี T2 ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ยกเว้นเมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.5 วิธี Recentered ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกกรณีที่ทำการศึกษา และเมื่อพิจารณาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นพบว่า วิธี Recentered ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยสั้นที่สุดทุกค่า $p_1 - p_2$ ที่ทำการศึกษา ดังนั้นกรณีนี้สรุปได้ว่า วิธี Recentered เป็นวิธีที่เหมาะสมในการประมาณช่วงความเชื่อมั่น

กรณี $n_1 = 90, n_2 = 60$

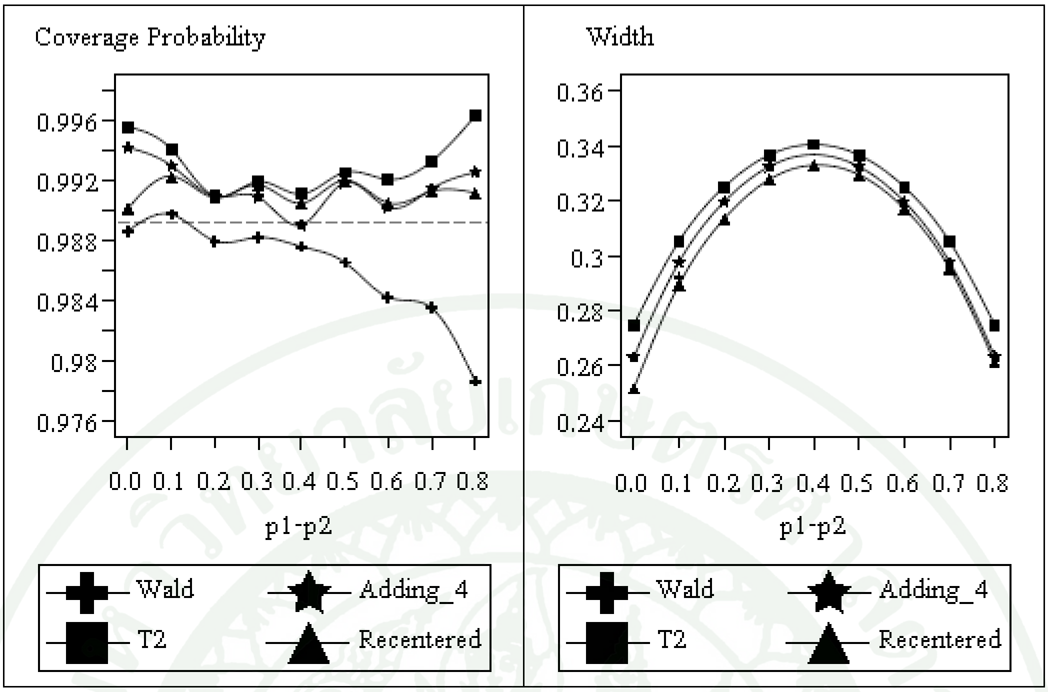
ตารางที่ 20 ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมและค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ p_1 - p_2 ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99 กรณี $n_1 = 90, n_2 = 60$

ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุม					
$p_1 - p_2$	p_1 , p_2	Wald	Adding–4	T2	Recentered
0.0	0.1 , 0.1	0.98866	0.99424*	0.99562*	0.99016*
0.1	0.2 , 0.1	0.98976*	0.99302*	0.99412*	0.99232*
0.2	0.3 , 0.1	0.98798	0.99098*	0.99098*	0.99088*
0.3	0.4 , 0.1	0.98822	0.99092*	0.99196*	0.99174*
0.4	0.5 , 0.1	0.98760	0.98904	0.99112*	0.99050*
0.5	0.6 , 0.1	0.98654	0.99188*	0.99258*	0.99206*
0.6	0.7 , 0.1	0.98420	0.99022*	0.99210*	0.99052*
0.7	0.8 , 0.1	0.98348	0.99148*	0.99332*	0.99130*
0.8	0.9 , 0.1	0.97862	0.99258*	0.99634*	0.99120*
ค่าความกว้างเฉลี่ย					
$p_1 - p_2$	p_1 , p_2	Wald	Adding–4	T2	Recentered
0.0	0.1 , 0.1	–	0.26305	0.27470	0.25171**
0.1	0.2 , 0.1	0.29191	0.29757	0.30523	0.28935**
0.2	0.3 , 0.1	–	0.31965	0.32510	0.31346**
0.3	0.4 , 0.1	–	0.33254	0.33678	0.32781**
0.4	0.5 , 0.1	–	–	0.34057	0.33304**
0.5	0.6 , 0.1	–	0.33249	0.33673	0.32954**
0.6	0.7 , 0.1	–	0.31966	0.32508	0.31720**
0.7	0.8 , 0.1	–	0.29760	0.30518	0.29543**
0.8	0.9 , 0.1	–	0.26330	0.27472	0.26113**

หมายเหตุ * หมายถึง วิธีการประมาณที่ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมของช่วงความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

– หมายถึง กรณีที่ไม่ได้หาความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เนื่องจากมีค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

** หมายถึง วิธีการประมาณที่ให้ความกว้างเฉลี่ยของช่วงสั้นที่สุด



ภาพที่ 20 ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมและความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99 และ $n_1 = 90, n_2 = 60$

จากตารางที่ 20 และภาพที่ 20 พบว่า วิธีของวาล์ด ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดกรณีเดียวคือ เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.1 วิธี Adding – 4 ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ยกเว้น เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.4 วิธี T2 และวิธี Recentered ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกกรณีที่ทำการศึกษา เมื่อพิจารณาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นพบว่า วิธี Recentered ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยสั้นที่สุดทุกค่า $p_1 - p_2$ ที่ทำการศึกษา ดังนั้นกรณีนี้สรุปได้ว่า วิธี Recentered เป็นวิธีที่เหมาะสมในการประมาณช่วงความเชื่อมั่น

กรณี $n_1 = 150, n_2 = 100$

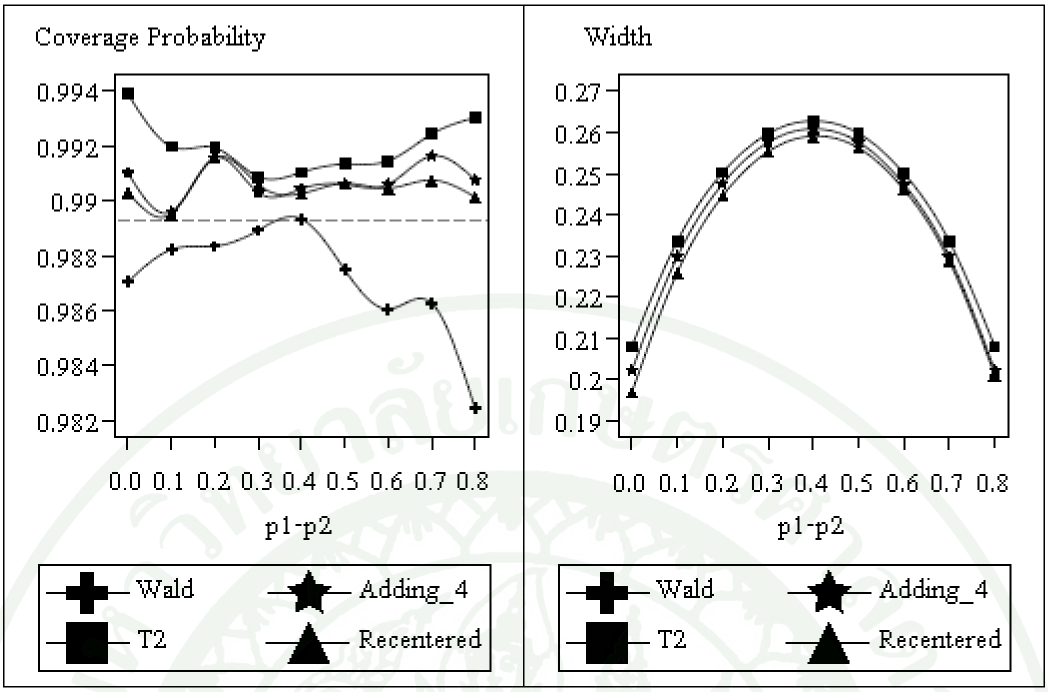
ตารางที่ 21 ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมและค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ p_1 - p_2 ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99 กรณี $n_1 = 150, n_2 = 100$

ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุม					
$p_1 - p_2$	p_1 , p_2	Wald	Adding–4	T2	Recentered
0.0	0.1 , 0.1	0.98704	0.99102*	0.99390*	0.99030*
0.1	0.2 , 0.1	0.98822	0.98960*	0.99198*	0.98952*
0.2	0.3 , 0.1	0.98834	0.99158*	0.99194*	0.99158*
0.3	0.4 , 0.1	0.98892	0.99030*	0.99088*	0.99060*
0.4	0.5 , 0.1	0.98934*	0.99044*	0.99104*	0.99026*
0.5	0.6 , 0.1	0.98748	0.99060*	0.99134*	0.99064*
0.6	0.7 , 0.1	0.98604	0.99060*	0.99146*	0.99046*
0.7	0.8 , 0.1	0.98626	0.99164*	0.99244*	0.99076*
0.8	0.9 , 0.1	0.98242	0.99076*	0.99304*	0.99014*
ค่าความกว้างเฉลี่ย					
$p_1 - p_2$	p_1 , p_2	Wald	Adding–4	T2	Recentered
0.0	0.1 , 0.1	–	0.20212	0.20789	0.19678**
0.1	0.2 , 0.1	–	0.22972	0.23352	0.22583**
0.2	0.3 , 0.1	–	0.24749	0.25021	0.24456**
0.3	0.4 , 0.1	–	0.25759	0.25971	0.25533**
0.4	0.5 , 0.1	0.25978	0.26086	0.26280	0.25909**
0.5	0.6 , 0.1	–	0.25767	0.25979	0.25625**
0.6	0.7 , 0.1	–	0.24735	0.25006	0.24615**
0.7	0.8 , 0.1	–	0.22974	0.23352	0.22865**
0.8	0.9 , 0.1	–	0.20220	0.20789	0.20106**

หมายเหตุ * หมายถึง วิธีการประมาณที่ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมของช่วงความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

– หมายถึง กรณีที่ไม่ได้หาความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เนื่องจากมีค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

** หมายถึง วิธีการประมาณที่ให้ความกว้างเฉลี่ยของช่วงสั้นที่สุด



ภาพที่ 21 ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมและความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99 และ $n_1 = 150, n_2 = 100$

จากตารางที่ 21 และภาพที่ 21 พบว่า วิธีของวาล์ด ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.4 วิธี Adding – 4 วิธี T2 และวิธี Recentered ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกกรณีที่ทำการศึกษา และเมื่อพิจารณาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นพบว่า วิธี Recentered ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยสั้นที่สุดทุกค่า $p_1 - p_2$ ที่ทำการศึกษา ดังนั้นกรณีนี้สรุปได้ว่า วิธี Recentered เป็นวิธีที่เหมาะสมในการประมาณช่วงความเชื่อมั่น

กรณี $n_1 = n_2 = 500$

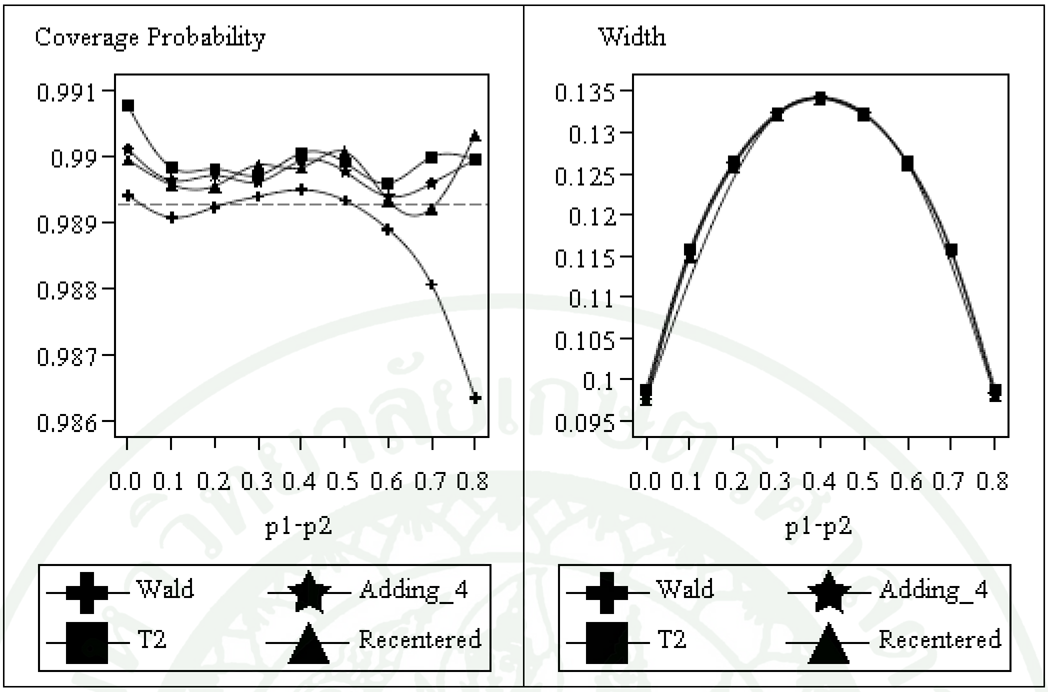
ตารางที่ 22 ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมและค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ p_1 - p_2 ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99 กรณี $n_1 = n_2 = 500$

ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุม					
$p_1 - p_2$	p_1 , p_2	Wald	Adding–4	T2	Recentered
0.0	0.1 , 0.1	0.98942*	0.99012*	0.99078*	0.98996*
0.1	0.2 , 0.1	0.98908	0.98964*	0.98984*	0.98958*
0.2	0.3 , 0.1	0.98924	0.98972*	0.98982*	0.98956*
0.3	0.4 , 0.1	0.98940*	0.98962*	0.98972*	0.98988*
0.4	0.5 , 0.1	0.98950*	0.98994*	0.99006*	0.98984*
0.5	0.6 , 0.1	0.98934*	0.98978*	0.98992*	0.99008*
0.6	0.7 , 0.1	0.98890	0.98940*	0.98960*	0.98934*
0.7	0.8 , 0.1	0.98806	0.98960*	0.99000*	0.98922
0.8	0.9 , 0.1	0.98634	0.98996*	0.98996*	0.99034*
ค่าความกว้างเฉลี่ย					
$p_1 - p_2$	p_1 , p_2	Wald	Adding–4	T2	Recentered
0.0	0.1 , 0.1	0.097581	0.098077	0.098725	0.097444**
0.1	0.2 , 0.1	–	0.11529	0.11569	0.11491**
0.2	0.3 , 0.1	–	0.12613	0.12637	0.12590**
0.3	0.4 , 0.1	0.13222	0.13222	0.13238	0.13209**
0.4	0.5 , 0.1	0.13419	0.13417	0.13429	0.13410**
0.5	0.6 , 0.1	0.13222	0.13222	0.13237	0.13218**
0.6	0.7 , 0.1	–	0.12614	0.12638	0.12611**
0.7	0.8 , 0.1	–	0.11529**	0.11568	–
0.8	0.9 , 0.1	–	0.098087	0.098736	0.097998**

หมายเหตุ * หมายถึง วิธีการประมาณที่ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมของช่วงความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

– หมายถึง กรณีที่ไม่ได้หาความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เนื่องจากมีค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

** หมายถึง วิธีการประมาณที่ให้ความกว้างเฉลี่ยของช่วงสั้นที่สุด



ภาพที่ 22 ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมและความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99 และ $n_1 = n_2 = 500$

จากตารางที่ 22 และภาพที่ 22 พบว่า วิธีของวาล์ด ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุม ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 และ 0.3 – 0.5 วิธี Adding – 4 และวิธี T2 ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกกรณีที่ทำการศึกษา วิธี Recentered ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกกรณี ยกเว้นเมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.7 และเมื่อพิจารณาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นพบว่า วิธีของวาล์ด และวิธี T2ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยมากกว่าวิธีอื่น วิธี Adding – 4 ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยสั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.7 วิธี Recentered ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยสั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 – 0.6 และ 0.8 แต่เมื่อสังเกตจากภาพแสดงค่าความกว้างเฉลี่ยพบว่า ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นจากทุกวิธีมีค่าใกล้เคียงกันมาก จึงอาจกล่าวได้ว่าสามารถใช้วิธีการใดก็ได้ในการประมาณช่วงความเชื่อมั่น และเนื่องจากวิธีของวาล์ดเป็นวิธีที่ง่ายต่อการคำนวณมากที่สุด ดังนั้นเพื่อความสะดวก ในกรณีนี้ควรเลือกใช้วิธีของวาล์ดในการประมาณช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$

กรณี $n_1 = n_2 = 1,000$

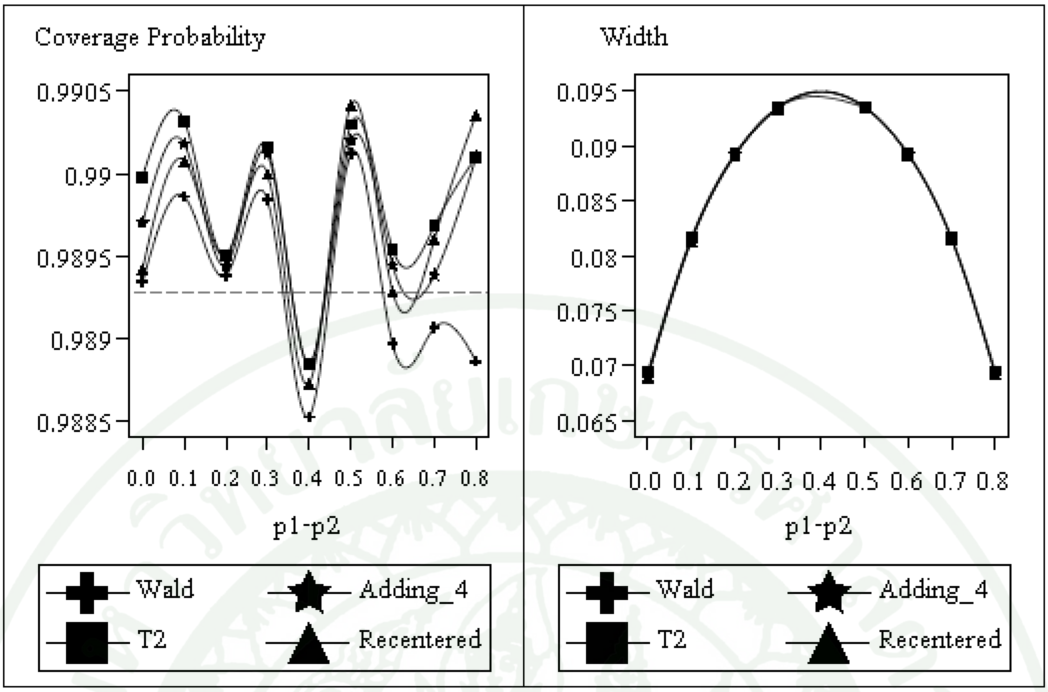
ตารางที่ 23 ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมและค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ของ p_1 - p_2 ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99 กรณี $n_1 = n_2 = 1,000$

ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุม					
$p_1 - p_2$	p_1 , p_2	Wald	Adding–4	T2	Recentered
0.0	0.1 , 0.1	0.98934*	0.98970*	0.98998*	0.98942*
0.1	0.2 , 0.1	0.98986*	0.99018*	0.99032*	0.99008*
0.2	0.3 , 0.1	0.98938*	0.98944*	0.98950*	0.98950*
0.3	0.4 , 0.1	0.98984*	0.99012*	0.99016*	0.99000*
0.4	0.5 , 0.1	0.98852	0.98884	0.98884	0.98872
0.5	0.6 , 0.1	0.99012*	0.99020*	0.99030*	0.99042*
0.6	0.7 , 0.1	0.98896	0.98944*	0.98954*	0.98928*
0.7	0.8 , 0.1	0.98906	0.98938*	0.98968*	0.98960*
0.8	0.9 , 0.1	0.98886	0.99010*	0.99010*	0.99036*
ค่าความกว้างเฉลี่ย					
$p_1 - p_2$	p_1 , p_2	Wald	Adding–4	T2	Recentered
0.0	0.1 , 0.1	0.069046	0.069222	0.069454	0.068998**
0.1	0.2 , 0.1	0.081407	0.081488	0.081630	0.081352**
0.2	0.3 , 0.1	0.089179	0.089208	0.089294	0.089126**
0.3	0.4 , 0.1	0.093524	0.093526	0.093580	0.093478**
0.4	0.5 , 0.1	–	–	–	–
0.5	0.6 , 0.1	0.093539	0.093538	0.093593	0.093525**
0.6	0.7 , 0.1	–	0.089219	0.089304	0.089211**
0.7	0.8 , 0.1	–	0.081475	0.081615	0.081462**
0.8	0.9 , 0.1	–	0.069260	0.069492	0.069229**

หมายเหตุ * หมายถึง วิธีการประมาณที่ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมของช่วงความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

– หมายถึง กรณีที่ไม่ได้หาความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เนื่องจากมีค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

** หมายถึง วิธีการประมาณที่ให้ความกว้างเฉลี่ยของช่วงสั้นที่สุด



ภาพที่ 23 ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมและความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99 และ $n_1 = n_2 = 1,000$

จากตารางที่ 23 และภาพที่ 23 พบว่า วิธีของวาล์ด ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 – 0.3 และ 0.5 วิธี Adding – 4 วิธี T2 และวิธี Recentered ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกกรณี ยกเว้นเมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.4 และเมื่อพิจารณาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นพบว่า วิธี Recentered ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยสั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 – 0.3 และ 0.5 – 0.8 แต่เมื่อสังเกตจากภาพแสดงค่าความกว้างเฉลี่ยพบว่า ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นจากทุกวิธีมีค่าใกล้เคียงกันมาก จึงอาจกล่าวได้ว่าสามารถใช้วิธีการใดก็ได้ในการประมาณช่วงความเชื่อมั่น และเนื่องจากวิธีของวาล์ดเป็นวิธีที่ง่ายต่อการคำนวณมากที่สุด ดังนั้นเพื่อความสะดวก ในกรณีนี้ควรเลือกใช้วิธีของวาล์ดในการประมาณช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$

กรณี $n_1 = 750, n_2 = 500$

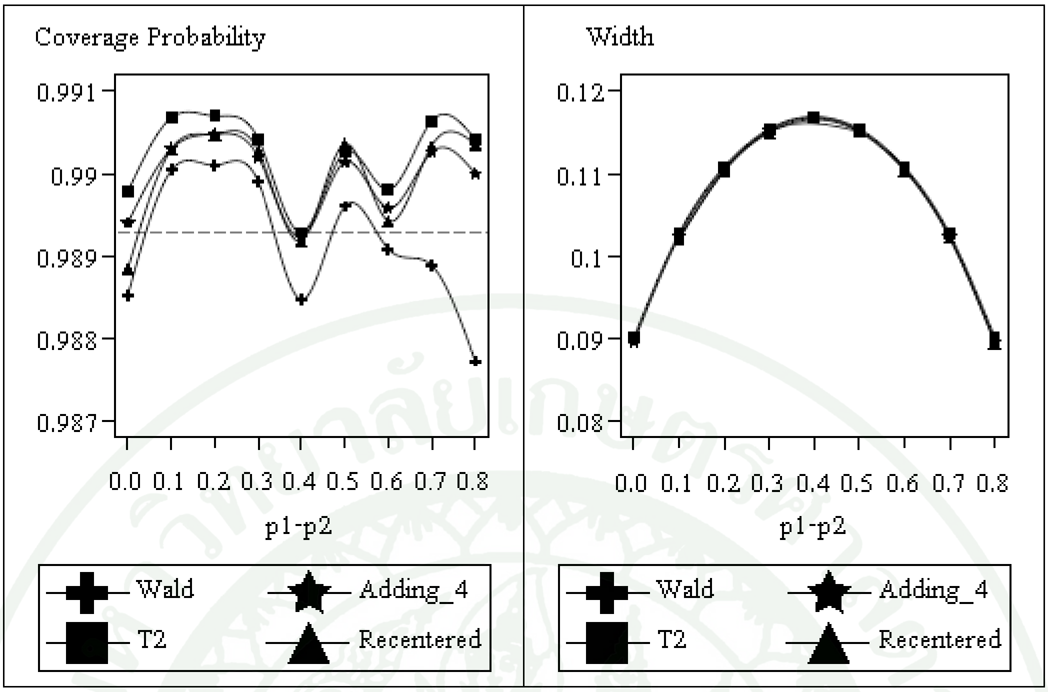
ตารางที่ 24 ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมและค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ p_1 - p_2 ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99 กรณี $n_1 = 750, n_2 = 500$

ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุม					
$p_1 - p_2$	p_1 , p_2	Wald	Adding–4	T2	Recentered
0.0	0.1 , 0.1	0.98852	0.98940*	0.98978*	0.98884
0.1	0.2 , 0.1	0.99004*	0.99030*	0.99068*	0.99030*
0.2	0.3 , 0.1	0.99010*	0.99048*	0.99070*	0.99048*
0.3	0.4 , 0.1	0.98990*	0.99020*	0.99042*	0.99028*
0.4	0.5 , 0.1	0.98846	0.98922	0.98928*	0.98918
0.5	0.6 , 0.1	0.98960*	0.99014*	0.99026*	0.99036*
0.6	0.7 , 0.1	0.98908	0.98958*	0.98980*	0.98942*
0.7	0.8 , 0.1	0.98888	0.99026*	0.99064*	0.99034*
0.8	0.9 , 0.1	0.98772	0.99000*	0.99042*	0.99036*
ค่าความกว้างเฉลี่ย					
$p_1 - p_2$	p_1 , p_2	Wald	Adding–4	T2	Recentered
0.0	0.1 , 0.1	–	0.089460**	0.090015	–
0.1	0.2 , 0.1	0.10206	0.10231	0.10268	0.10195**
0.2	0.3 , 0.1	0.11037	0.11054	0.11080	0.11027**
0.3	0.4 , 0.1	0.11510	0.11522	0.11543	0.11501**
0.4	0.5 , 0.1	–	–	0.11692**	–
0.5	0.6 , 0.1	0.11511	0.11522	0.11542	0.11508**
0.6	0.7 , 0.1	–	0.11053	0.11079	0.11041**
0.7	0.8 , 0.1	–	0.10229	0.10266	0.10219**
0.8	0.9 , 0.1	–	0.089508	0.090059	0.089396**

หมายเหตุ * หมายถึง วิธีการประมาณที่ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมของช่วงความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

– หมายถึง กรณีที่ไม่ได้หาความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เนื่องจากมีค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

** หมายถึง วิธีการประมาณที่ให้ความกว้างเฉลี่ยของช่วงสั้นที่สุด



ภาพที่ 24 ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมและความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99 และ $n_1 = 750, n_2 = 500$

จากตารางที่ 24 และภาพที่ 24 พบว่า วิธีของวาล์ดให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.1 – 0.3 , 0.5 วิธี Adding – 4 ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกกรณี ยกเว้นเมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.4 วิธี T2 ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกกรณีที่ทำการศึกษา วิธี Recentered ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกกรณี ยกเว้นเมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.4 และเมื่อพิจารณาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นพบว่า วิธีของวาล์ดให้ค่าความกว้างเฉลี่ยมากกว่าวิธีอื่นวิธี Adding – 4 ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยสั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 วิธี T2 ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยมากกว่าวิธีอื่น วิธี Recentered ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยสั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.1 – 0.3 และ 0.5 – 0.8 แต่เมื่อสังเกตจากภาพแสดงค่าความกว้างเฉลี่ยพบว่า ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นจากทุกวิธีมีค่าใกล้เคียงกันมาก จึงอาจกล่าวได้ว่าสามารถใช้วิธีการใดก็ได้ในการประมาณช่วงความเชื่อมั่น และเนื่องจากวิธีของวาล์ดเป็นวิธีที่ง่ายต่อการคำนวณมากที่สุด ดังนั้นเพื่อความสะดวก ในกรณีนี้ควรเลือกใช้วิธีของวาล์ดในการประมาณช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$

กรณี $n_1 = 1,500, n_2 = 1,000$

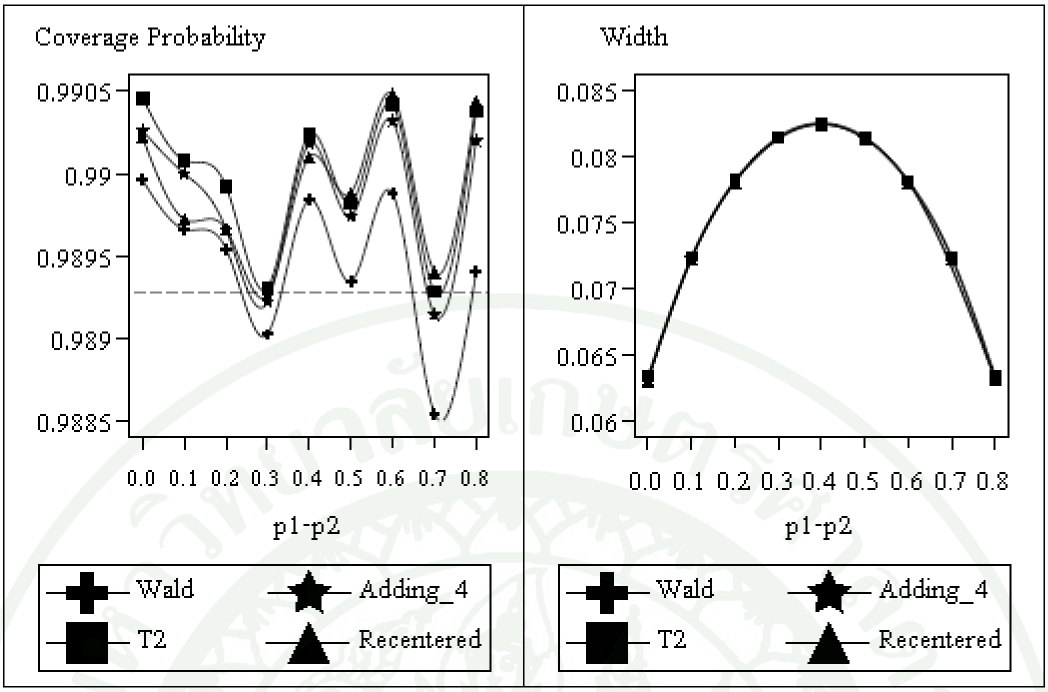
ตารางที่ 25 ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมและค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ p_1 - p_2 ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99 กรณี $n_1 = 1,500, n_2 = 1,000$

ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุม					
$p_1 - p_2$	p_1 , p_2	Wald	Adding–4	T2	Recentered
0.0	0.1 , 0.1	0.98996*	0.99026*	0.99046*	0.99022*
0.1	0.2 , 0.1	0.98966*	0.99000*	0.99008*	0.98972*
0.2	0.3 , 0.1	0.98954*	0.98966*	0.98992*	0.98966*
0.3	0.4 , 0.1	0.98902	0.98922	0.98930*	0.98926
0.4	0.5 , 0.1	0.98984*	0.99018*	0.99024*	0.99010*
0.5	0.6 , 0.1	0.98934*	0.98974*	0.98982*	0.98988*
0.6	0.7 , 0.1	0.98988*	0.99032*	0.99042*	0.99048*
0.7	0.8 , 0.1	0.98854	0.98914	0.98928*	0.98940*
0.8	0.9 , 0.1	0.98940*	0.99020*	0.99038*	0.99044*
ค่าความกว้างเฉลี่ย					
$p_1 - p_2$	p_1 , p_2	Wald	Adding–4	T2	Recentered
0.0	0.1 , 0.1	0.063049	0.063188	0.063385	0.063014**
0.1	0.2 , 0.1	0.072216	0.072302	0.072434	0.072177**
0.2	0.3 , 0.1	0.078088	0.078145	0.078240	0.078050**
0.3	0.4 , 0.1	–	–	0.081536**	–
0.4	0.5 , 0.1	0.082497	0.082532	0.082600	0.082474**
0.5	0.6 , 0.1	0.081413	0.081452	0.081526	0.081404**
0.6	0.7 , 0.1	0.078086**	0.078139	0.078233	0.078098
0.7	0.8 , 0.1	–	–	0.072433	0.072263**
0.8	0.9 , 0.1	0.063075**	0.063199	0.063396	0.063158

หมายเหตุ * หมายถึง วิธีการประมาณที่ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมของช่วงความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

– หมายถึง กรณีที่ไม่ได้หาความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เนื่องจากมีค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

** หมายถึง วิธีการประมาณที่ให้ความกว้างเฉลี่ยของช่วงสั้นที่สุด



ภาพที่ 25 ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมและความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99 และ $n_1 = 1,500, n_2 = 1,000$

จากตารางที่ 25 และภาพที่ 25 พบว่า วิธีของวาล์ด และวิธี Adding – 4 ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกกรณี ยกเว้นเมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.3 และ 0.7 วิธี T2 ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกกรณีที่ทำการศึกษา และวิธี Recentered ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกกรณี ยกเว้นเมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.3 เมื่อพิจารณาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นพบว่า วิธีของวาล์ดให้ค่าความกว้างเฉลี่ยสั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.6 และ 0.8 วิธี Adding – 4 ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยมากกว่าวิธีอื่น วิธี T2 ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยสั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.3 วิธี Recentered ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยสั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.1 – 0.3 และ 0.5 – 0.8 แต่เมื่อสังเกตจากภาพแสดงค่าความกว้างเฉลี่ยพบว่า ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นจากทุกวิธีมีค่าใกล้เคียงกันมาก จึงอาจกล่าวได้ว่าสามารถใช้วิธีการใดก็ได้ในการประมาณช่วงความเชื่อมั่น และเนื่องจากวิธีของวาล์ดเป็นวิธีที่ง่ายต่อการคำนวณมากที่สุด ดังนั้น เพื่อความสะดวก ในกรณีนี้ควรเลือกใช้วิธีของวาล์ดในการประมาณช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$

สรุปและข้อเสนอแนะ

สรุป

วิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างสัดส่วนสองกลุ่ม ($p_1 - p_2$) ที่เป็นอิสระกันทั้ง 4 วิธี คือ วิธีของวาล์ด วิธี Adding – 4 วิธี T2 และ วิธี Recentered นั้นมีความเหมาะสมในสถานการณ์ต่าง ๆ ที่แตกต่างกัน ดังนี้

วิธีของวาล์ด ส่วนใหญ่ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด กรณีกลุ่มตัวอย่างทั้งสองมีขนาดเล็ก ($n_1, n_2 < 45$) และขนาดปานกลาง ($60 \le n_1, n_2 \le 150$) แต่เมื่อกลุ่มตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ($n_1, n_2 \ge 500$) วิธีของวาล์ดให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมสูงขึ้น และมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นใกล้เคียงกับอีก 3 วิธี นอกจากนั้นยังเป็นวิธีที่นิยมใช้ทั่วไปและมีความสะดวกในการคำนวณ ดังนั้นสำหรับกลุ่มตัวอย่างขนาดใหญ่ ควรเลือกใช้วิธีของวาล์ดในการประมาณช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$

วิธี Adding – 4 ส่วนใหญ่ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกขนาดตัวอย่าง และมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุดเมื่อสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นเป็น 0.95, $n_1 = n_2 = 10$ และ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.4 – 0.6 และเมื่อสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นเป็น 0.99, $n_1 = n_2 = 10$ และ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.4 – 0.8

วิธี T2 ให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกกรณีที่ทำการศึกษาแต่มีความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นมากกว่าวิธีอื่น ดังนั้นสรุปได้ว่าวิธี T2 ไม่เหมาะสมในทุกกรณี

วิธี Recentered ส่วนใหญ่ให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกขนาดตัวอย่าง และมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุดเกือบทุกกรณีที่ทำการศึกษา

ผลการวิจัย สรุปวิธีการประมาณที่เหมาะสมในแต่ละขนาดตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ ($p_1 - p_2$) ได้ตามตารางที่ 1 และ 2

ตารางที่ 26 วิธีการประมาณที่เหมาะสมในแต่ละขนาดตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95

ขนาดตัวอย่าง	ค่าพารามิเตอร์ $(p_1 - p_2)$		
	0.0 – 0.3	0.4 – 0.6	0.7 – 0.8
$n_1 = n_2 = 10$	Recentered	Adding – 4	Recentered
$n_1 = n_2 = 30$	Recentered	Recentered	Recentered
$n_1 = 15, n_2 = 10$	Recentered	Recentered	Recentered
$n_1 = 45, n_2 = 30$	Recentered	Recentered	Recentered
$n_1 = n_2 = 60$	Recentered	Recentered	Recentered
$n_1 = n_2 = 100$	Recentered	Recentered	Recentered
$n_1 = 90, n_2 = 60$	Recentered	Recentered	Recentered
$n_1 = 150, n_2 = 100$	Recentered	Recentered	Recentered
$n_1 = n_2 = 500$	วาล์ด	วาล์ด	วาล์ด
$n_1 = n_2 = 1,000$	วาล์ด	วาล์ด	วาล์ด
$n_1 = 750, n_2 = 500$	วาล์ด	วาล์ด	วาล์ด
$n_1 = 1,500, n_2 = 1,000$	วาล์ด	วาล์ด	วาล์ด

ตารางที่ 27 วิธีการประมาณที่เหมาะสมในแต่ละขนาดตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99

ขนาดตัวอย่าง	ค่าพารามิเตอร์ ($p_1 - p_2$)		
	0.0 – 0.3	0.4 – 0.6	0.7 – 0.8
$n_1 = n_2 = 10$	Recentered	Adding – 4	Adding – 4
$n_1 = n_2 = 30$	Recentered	Recentered	Recentered
$n_1 = 15, n_2 = 10$	Recentered	Recentered	Recentered
$n_1 = 45, n_2 = 30$	Recentered	Recentered	Recentered
$n_1 = n_2 = 60$	Recentered	Recentered	Recentered
$n_1 = n_2 = 100$	Recentered	Recentered	Recentered
$n_1 = 90, n_2 = 60$	Recentered	Recentered	Recentered
$n_1 = 150, n_2 = 100$	Recentered	Recentered	Recentered
$n_1 = n_2 = 500$	วาล์ด	วาล์ด	วาล์ด
$n_1 = n_2 = 1,000$	วาล์ด	วาล์ด	วาล์ด
$n_1 = 750, n_2 = 500$	วาล์ด	วาล์ด	วาล์ด
$n_1 = 1,500, n_2 = 1,000$	วาล์ด	วาล์ด	วาล์ด

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะจากการวิจัย

เมื่อกลุ่มตัวอย่างมีขนาดใหญ่ วิธีของวาล์ดให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมสูงกว่า เมื่อกลุ่มตัวอย่างมีขนาดเล็กและปานกลาง และมีความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นใกล้เคียงกับอีก 3 วิธี นอกจากนั้นยังเป็นวิธีที่นิยมใช้ทั่วไปและมีความสะดวกในการคำนวณ ดังนั้นสำหรับกลุ่มตัวอย่างขนาดใหญ่ ($n_1, n_2 \geq 500$) ควรเลือกใช้วิธีของวาล์ดในการประมาณช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$

เมื่อกลุ่มตัวอย่างมีขนาดปานกลาง วิธี Adding – 4 ส่วนใหญ่ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด และมีค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุดใกล้เคียงกับวิธี Recentered เนื่องจากวิธี Adding – 4 เป็นวิธีที่มีความสะดวกในการคำนวณมากกว่า ดังนั้นสำหรับกลุ่มตัวอย่างขนาดปานกลาง ($60 \leq n_1, n_2 \leq 150$) ควรเลือกใช้วิธี Adding – 4 ในการประมาณช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$

ข้อเสนอสำหรับจากการทำวิจัยครั้งต่อไป

1. วิธีของวาล์ด วิธี Adding – 4 และ วิธี T2 สามารถใช้ประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับสัดส่วนทวินามในประชากรเดียว (p) ได้

2. วิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างสัดส่วนสองกลุ่ม ที่เป็นอิสระกัน นอกจาก 4 วิธีที่ได้ทำการวิจัยแล้วข้างต้นแล้ว มีหลายวิธีที่น่าสนใจและสามารถทำการวิจัยต่อไปได้ เช่น วิธีของ Yule (Yule and Kendall, 1950) วิธีของ Newcombe (Newcombe, 1998) และวิธีของประมาณของ Jeffrey (Brown and Li, 2005)

3. ศึกษาวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นของค่าพารามิเตอร์สำหรับการแจกแจงแบบอื่น ๆ อาทิเช่น การแจกแจงเรขาคณิต การแจกแจงทวินามลบ เป็นต้น

เอกสารและสิ่งอ้างอิง

กัลยา วาณิชย์บัญชา. 2547. **หลักสถิติ.** ครั้งที่ 7. โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ.

จารุภา ตรีระพงศ์. 2541. **การศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับผลต่างระหว่างค่าสัดส่วนของสองประชากร.** วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

จิรัชย์ สุขะเกตุ. 2548. **ความน่าจะเป็นและทฤษฎีสถิติเบื้องต้น.** สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, กรุงเทพฯ.

ทวีรัตนา ศิวดุลย์. 2539. **สถิติและความน่าจะเป็น.** แมคกรอ-ฮิลอินเตอร์เนชั่นแนลเอ็นเตอร์ไพรส์อิงค์, กรุงเทพฯ.

ธาริณี คงคาธเนศ. 2539. **การเปรียบเทียบวิธีการประมาณแบบช่วงสำหรับผลต่างระหว่างค่าสัดส่วนของสองประชากร.** วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ประชุม สุวัตถี. 2545. **ทฤษฎีการอนุมานเชิงสถิติ.** ครั้งที่ 2. โครงการส่งเสริมเอกสารวิชาการสถาบันบัณฑิตพัฒนบริหารศาสตร์, กรุงเทพฯ.

ประสิทธิ์ พยัคฆพงษ์. 2545. **สถิติเชิงคณิตศาสตร์ : ทฤษฎีและการประยุกต์.** สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, กรุงเทพฯ.

มัลลิกา ทานุสิทธิ์. 2551. **การศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับการแจกแจงทวินาม.** วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

สายชล สินสมบูรณ์ทอง. 2549. **สถิติคณิตศาสตร์ 1.** ครั้งที่ 4. จามจุรีโปรดักท์, กรุงเทพฯ.

สาริณีย์ คงกัน. 2546. **การเปรียบเทียบวิธีประมาณค่าแบบช่วงสำหรับพารามิเตอร์ในการแจกแจงทวินาม.** วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

Agresti, A. and B. Caffo. 2000. Simple and Effective Confidence Intervals for Proportions and Differences of Proportions Result from Adding Two Successes and Two Failures. **The American Statistician** (54): 280-288.

Brown, L. and X. Li. 2005. Confidence Intervals for Two Sample Binomial Distribution. **Journal of Statistical Planning and Inference** (130): 359-375.

Ghosh, B.K. 1979. Comparison of some approximate confidence intervals for binomial parameter. **Journal of the American Statistical Association**. (74):894-900.

Newcombe, R. 1998. Interval Estimation for the Difference between Independent Proportions: Comparison of Eleven Methods. **Statist. Med.** (17): 873-890.

Pan, W. 2002. Approximate Confidence Intervals for One Proportion and Difference of Two Proportions. **Computational Statistics & Data Analysis** (40): 143-157.

William M.B. 2004. **Introduction to Bayesian Statistics**. John Wiley and Sons,Inc., New York.

Yule, G.U. and M.G. Kendall. 1950. **An Introduction to the Theory of Statistics.** 14 ed. Hafner Publishing Co., New York.

ภาคผนวก

โปรแกรมที่ใช้ในการวิจัย

ขั้นที่ 1 การจำลองข้อมูลในการวิจัย

สร้างตัวแปรสุ่ม Y_1 และ Y_2 จากการแจกแจงแบบทวินามที่มีพารามิเตอร์ n_1 , p_1 และ n_2 , p_2 ตามลำดับ

```
data Random_Binomial ;
n1 = 10 ;
n2 = 10 ;
p1 = 0.1 ;
p2 = 0.1 ;
diff_p = p1-p2 ;
        do I = 1 to 50000 ;
        seed = 20001 ;
        Y1 = ranbin(seed,n1,p1) ;
        Y2 = ranbin(seed,n2,p2) ;
        output ;
        end ;
/*
proc print data = Random_Binomial ;
run ;
*/
```

ขั้นที่ 2 การคำนวณช่วงความเชื่อมั่นด้วยวิธีประมาณ 4 วิธี

```
data Wald_Method ;              *Wald Method ;
set Random_Binomial ;
        alpha = 0.01 ;
        p_hat1 = Y1/n1 ;
        q_hat1 = 1-p_hat1 ;
        p_hat2 = Y2/n2 ;
        q_hat2 = 1-p_hat2 ;
```

```
        z = probit(1-alpha/2) ;
        Lower_Wald = (p_hat1-p_hat2)-
                        (z*SQRT((p_hat1*q_hat1/n1)+(p_hat2*q_hat2/n2))) ;
        Upper_Wald = (p_hat1-p_hat2)+
                    (z*SQRT((p_hat1*q_hat1/n1)+(p_hat2*q_hat2/n2))) ;
        if diff_p <= Upper_Wald & diff_p >= Lower_Wald
            then Wald = 1 ; else Wald = 0 ;
        if Wald = 1 then OK_Wald : Sum_Wald+Wald ;
        if Wald = 1 then Width_Wald = Upper_Wald-Lower_Wald ;
        if Width_Wald ^= .
            then OK_Width_Wald : Sum_Width_Wald+Width_Wald ;
output ;
/*
proc print data = Wald_Method ;
run ;
*/
data Adding4_Method ;          *Adding-4 Method ;
set Random_Binomial ;
        alpha = 0.01 ;
        p_hat1_adding4 = (Y1+1)/(n1+2) ;
        q_hat1_adding4 = 1-p_hat1_adding4 ;
        p_hat2_adding4 = (Y2+1)/(n2+2) ;
        q_hat2_adding4 = 1-p_hat2_adding4 ;
        z=probit(1-alpha/2) ;
        Lower_Adding4 = (p_hat1_adding4-p_hat2_adding4)-
                            (z*SQRT((p_hat1_adding4*q_hat1_adding4/(n1+2))+
                            (p_hat2_adding4*q_hat2_adding4/(n2+2)))) ;
        Upper_Adding4 = (p_hat1_adding4-p_hat2_adding4)+
                            (z*SQRT((p_hat1_adding4*q_hat1_adding4/(n1+2))+
                            (p_hat2_adding4*q_hat2_adding4/(n2+2)))) ;
        if diff_p <= Upper_Adding4 & diff_p >= Lower_Adding4
```

```
            then Adding4 = 1 ; else Adding4 = 0 ;
    if Adding4 = 1 then OK_Adding4 : Sum_Adding4+Adding4 ;
    if Adding4 = 1 then Width_Adding4 = Upper_Adding4-Lower_Adding4 ;
    if Width_Adding4 ^= .
            then OK_Width_Adding4 : Sum_Width_Adding4+Width_Adding4 ;
output ;
/*
proc print data = Adding4_Method ;
run ;
*/
data T2_Method ;                *T2 Method ;
set Random_Binomial ;
    alpha = 0.01 ;
    p_hat1_T2 = (Y1+1)/(n1+2) ;
    q_hat1_T2 = 1-p_hat1_T2 ;
    p_hat2_T2 = (Y2+1)/(n2+2) ;
    q_hat2_T2 = 1-p_hat2_T2 ;
    E_Y1_1 = (n1*p1) ;
    E_Y1_2 = (n1*(n1-1)*(p1**2))+(n1*p1) ;
    E_Y1_3 = (n1*(n1-1)*(n1-2)*(p1**3))+
                    (3*n1*(n1-1)*(p1**2))+(n1*p1) ;
    E_Y1_4 = (n1*(n1-1)*(n1-2)*(n1-3)*(p1**4))+
                    (6*n1*(n1-1)*(n1-2)*(p1**3))+
                (7*n1*(n1-1)*(p1**2))+(n1*p1) ;
    Var_p_hat1_T2 = ( (E_Y1_2-(E_Y1_1**2))/((n1+2)**4) ) +
                                ( (E_Y1_4-(E_Y1_2**2)+(4*E_Y1_2)-
                                (4*E_Y1_1**2)+(4*E_Y1_3)-
                                (4*E_Y1_2*E_Y1_1))/((n1+2)**6) ) -
                                ( ((2*E_Y1_3)+(4*E_Y1_2)-(2*E_Y1_2*E_Y1_1)-
                                (4*E_Y1_1**2))/((n1+2)**5) ) ;

    E_Y2_1 = (n2*p2) ;
```

```
        E_Y2_2 = (n2*(n2-1)*(p2**2))+(n2*p2) ;
        E_Y2_3 = (n2*(n2-1)*(n2-2)*(p2**3))+
                        (3*n2*(n2-1)*(p2**2))+(n2*p2) ;
        E_Y2_4 = (n2*(n2-1)*(n2-2)*(n2-3)*(p2**4))+
                        (6*n2*(n2-1)*(n2-2)*(p2**3))+
                        (7*n2*(n2-1)*(p2**2))+(n2*p2) ;
        Var_p_hat2_T2 = ( (E_Y2_2-(E_Y2_1**2))/((n2+2)**4) ) +
                                ( (E_Y2_4-(E_Y2_2**2)+(4*E_Y2_2)-
                                (4*E_Y2_1**2)+(4*E_Y2_3)-
                                (4*E_Y2_2*E_Y2_1))/((n2+2)**6) ) -
                                ( ((2*E_Y2_3)+(4*E_Y2_2)-(2*E_Y2_2*E_Y2_1)-
                                (4*E_Y2_1**2))/((n2+2)**5) );
        df_T2 = 2*(((p_hat1_T2*q_hat1_T2/(n1+2))+
                        (p_hat2_T2*q_hat2_T2/(n2+2)))**2)/
                    (Var_p_hat1_T2+Var_p_hat2_T2) ;
        t = tinv(1-alpha/2,df_T2) ;
        Lower_T2 = (p_hat1_T2-p_hat2_T2)-
                        (t*SQRT((p_hat1_T2*q_hat1_T2/(n1+2))+
                        (p_hat2_T2*q_hat2_T2/(n2+2)))) ;
        Upper_T2 = (p_hat1_T2-p_hat2_T2)+
                        (t*SQRT((p_hat1_T2*q_hat1_T2/(n1+2))+
                        (p_hat2_T2*q_hat2_T2/(n2+2)))) ;
        if diff_p <= Upper_T2 & diff_p >= Lower_T2
            then T2 = 1 ; else T2 = 0 ;
        if T2 = 1 then OK_T2 : Sum_T2+T2 ;
        if T2 = 1 then Width_T2 = Upper_T2-Lower_T2 ;
        if Width_T2 ^= .
            then OK_Width_T2 : Sum_Width_T2+Width_T2;
output ;
/*
proc print data = T2_Method ;
```

```
run ;
*/
data Recentered_Method ;                    *Recentered Method ;
set Random_Binomial ;
        alpha = 0.01 ;
        p_hat1 = Y1/n1 ;
        q_hat1 = 1-p_hat1 ;
        p_hat2 = Y2/n2 ;
        q_hat2 = 1-p_hat2 ;
        p_hat = ((n2*p_hat1)+(n1*p_hat2))/(n1+n2) ;
        if p_hat < ((p1-p2)*n2)/(n1+n2)
                then p_hat_Recentered = ((p1-p2)*n2)/(n1+n2) ;
        else if p_hat <= 1-((p1-p2)*n1)/(n1+n2)&
                        p_hat >= ((p1-p2)*n2)/(n1+n2)
                then p_hat_Recentered = p_hat ;
        else if p_hat > (1-((p1-p2)*n1)/(n1+n2))
                then p_hat_Recentered = 1-((p1-p2)*n1)/(n1+n2) ;
        df_Recentered = n1+n2-2 ;
        k = tinv(1-alpha/2,df_Recentered) ;
        Lower_Recentered = ( (p_hat1-p_hat2)/(1+(k**2/(n1+n2))) )-
                                  ( k*SQRT((1+(k**2/(n1+n2)))*((1/n1)+(1/n2))*
                                  (p_hat_Recentered*(1-p_hat_Recentered))-
                                  (((p_hat1-p_hat2)**2)/(n1+n2)))/
                                  (1+(k**2/(n1+n2))) ) ;
        Upper_Recentered = (p_hat1-p_hat2)/(1+(k**2/(n1+n2)))+
                                  ( k*SQRT((1+(k**2/(n1+n2)))*((1/n1)+(1/n2))*
                                  (p_hat_Recentered*(1-p_hat_Recentered))-
                                  (((p_hat1-p_hat2)**2)/(n1+n2)))/
                                  (1+(k**2/(n1+n2))) ) ;
        if diff_p <= Upper_Recentered & diff_p >= Lower_Recentered
                then Recentered = 1 ; else Recentered = 0 ;
```

```
        if Recentered = 1
                then OK_Recentered : Sum_Recentered+Recentered ;
        if Recentered = 1
                then Width_Recentered = Upper_Recentered-Lower_Recentered ;
        if Width_Recentered ^= .
                then OK_Width_Recentered : Sum_Width_Recentered+Width_Recentered ;
        keep Sum_Recentered Lower_Recentered Upper_Recentered
                 Recentered Width_Recentered Sum_Width_Recentered ;
output ;
/*
proc print data = Recentered_Method ;
run ;
*/
```

ขั้นที่ 3 การประมาณค่าความน่าจะเป็นครอบคลุม การเปรียบเทียบค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมและการคำนวณความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น

```
data Compute ;
set Wald_Method (firstobs=50000 obs=50000 ) ;
Coverage_Wald = Sum_Wald/50000 ;
if Coverage_Wald < 1 & Coverage_Wald > 0.98927
        then Average_Width_Wald = Sum_Width_Wald/Sum_Wald ;
set Adding4_Method (firstobs=50000 obs=50000) ;
Coverage_Adding4 = Sum_Adding4/50000 ;
if Coverage_Adding4 < 1 & Coverage_Adding4 > 0.98927
        then Average_Width_Adding4 = Sum_Width_Adding4/Sum_Adding4 ;
set T2_Method (firstobs=50000 obs=50000) ;
Coverage_T2 = Sum_T2/50000 ;
if Coverage_T2 < 1 & Coverage_T2 > 0.98927
        then Average_Width_T2 = Sum_Width_T2/Sum_T2 ;
set Recentered_Method (firstobs=50000 obs=50000) ;
Coverage_Recentered = Sum_Recentered/50000 ;
```

```
if Coverage_Recentered < 1 & Coverage_Recentered > 0.98927
        then Average_Width_Recentered = Sum_Width_Recentered/Sum_Recentered ;
output ;
/*
proc print data = Compute ;
run ;
*/
```

ขั้นที่ 4 การพิมพ์ผลลัพธ์

```
data Coverage_and_Width ;
set Compute ;
keep n1 n2 p1 p2 diff_p alpha I
        Coverage_Wald Average_Width_Wald
        Coverage_Adding4 Average_Width_Adding4
        Coverage_T2 Average_Width_T2
        Coverage_Recentered Average_Width_Recentered ;
output ;
proc print data = Coverage_and_Width label ;
label Coverage_Wald='Co_Wald' Average_Width_Wald='Wi_Wald'
        Coverage_Adding4='Co_Add4' Average_Width_Adding4='Wi_Add4'
        Coverage_T2='Co_T2' Average_Width_T2='Wi_T2'
        Coverage_Recentered='Co_Re' Average_Width_Recentered='Wi_RE' ;
run ;
```

ประวัติการศึกษา และการทำงาน

ชื่อ –นามสกุล	นางสาวสุดารัตน์ นิจสุนกิจ	
วัน เดือน ปี ที่เกิด	วันที่ 25 สิงหาคม 2523	
สถานที่เกิด	อำเภอเมืองนครศรีธรรมราช จังหวัดนครศรีธรรมราช	
ประวัติการศึกษา	พ.ศ. 2544	วท.บ. (คณิตศาสตร์)
		มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
	พ.ศ. 2545	ประกาศนียบัตรบัณฑิต (วิชาชีพครู)
		มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช
ตำแหน่งหน้าที่การงานปัจจุบัน	–	
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	–	
ผลงานดีเด่นและรางวัลทางวิชาการ	–	
ทุนการศึกษาที่ได้รับ	ทุนผู้ช่วยสอน ประจำภาคต้น ปีการศึกษา 2551	
	บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์	