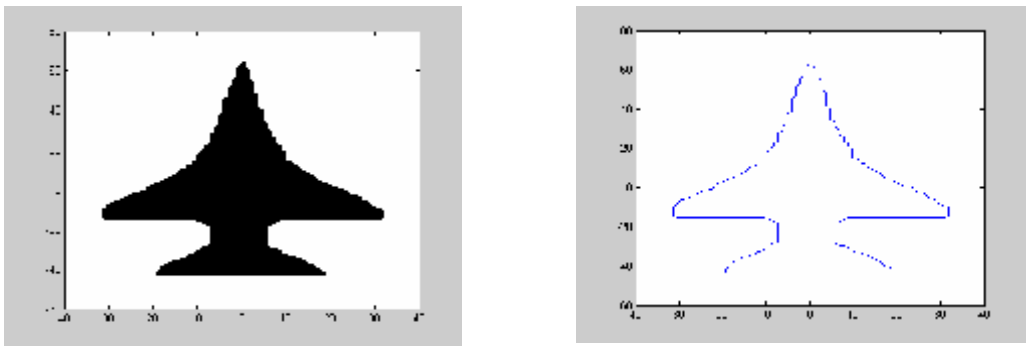
บทที่ 5
ขั้นตอนที่ใช้ในการลงทะเบียนภาพ

5.1 บทนำ

เนื้อหาในบทนี้กล่าวถึงวิธีการที่ใช้ลงทะเบียนภาพ รวมถึงขั้นตอนต่างๆที่ใช้ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ได้แก่การหาคอนทัวร์ของภาพด้วยวิธีคอนทัวร์โฟลโลเวอร์ (Contour Follower) การแทนเส้นโค้งด้วยบีสไปลน์ การหาค่าความโค้งสูงสุด และการลดระดับความละเอียดของคอนทัวร์ของขอบภาพ โดยการแปลงเวฟเล็ตแบบเต็มหน่วย เพื่อใช้ในการลงทะเบียนภาพ

5.2 การหาคอนทัวร์ของภาพด้วยวิธีคอนทัวร์โฟลโลเวอร์(Contour Follower)



รูปที่ 5.1 ภาพต้นฉบับและคอนทัวร์ที่หาได้จากวิธีคอนทัวร์โฟลโลเวอร์

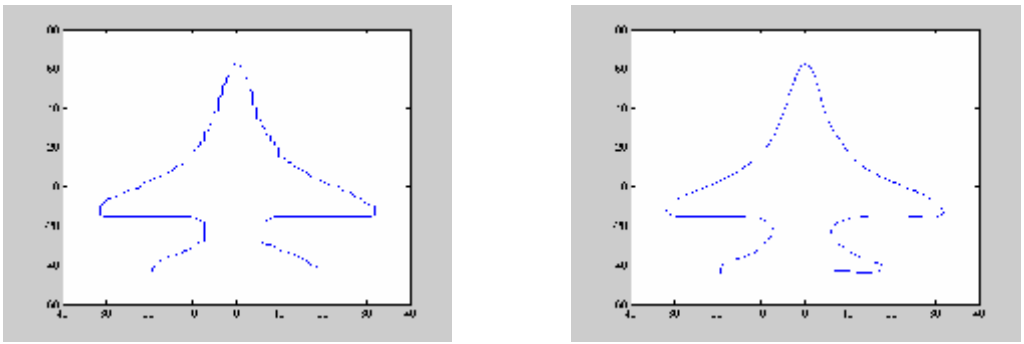
คอนทัวร์โฟลโลเวอร์เป็นวิธีการหาขอบภาพวิธีหนึ่งซึ่งให้พิกัดของขอบภาพนั้นเป็นผลลัพธ์ โดยอัลกอริทึมที่ใช้นั้นสามารถเข้าใจได้ง่ายและประมวลผลได้อย่างรวดเร็ว

โดยหลักการของคอนทัวร์โฟลโลเวอร์นั้น ขอบภาพคือพิกเซลที่แบ่งแยกระหว่างส่วนที่เป็นวัตถุและส่วนนอกวัตถุ โดยพิจารณาจากค่าระดับสีที่เกินกว่าค่าเทรชโฮลที่กำหนด และมีขั้นตอนในการหาขอบภาพในทิศทางตามเข็มนาฬิกาดังนี้

1. กำหนดให้จุดบนสุดของขอบภาพเป็นจุดเริ่มต้นของขอบภาพ
2. จากนั้นจะพิจารณาว่าจุดใดเป็นจุดต่อไป โดยพิจารณาพิกเซลที่ติดอยู่กับจุดเริ่มต้นบนขอบภาพทางด้านซ้าย พิจารณาค่าที่พิกเซลนั้นว่าเป็นจุดภายในวัตถุหรือไม่ ถ้าใช่จะถือว่าพิกเซลนั้นเป็นจุดที่สองบนขอบภาพ หากไม่ใช่จะพิจารณาจุดที่ติดกันตามทิศทางตามเข็มนาฬิกา
3. ทำซ้ำในขั้นตอนที่ 2 จนกว่าจะได้จุดล่าสุดบนขอบภาพมีค่าเท่ากับจุดเริ่มต้นบนขอบภาพจะได้เส้นรอบวงปิดของขอบภาพนั้นๆ

5.3 การแทนเส้นโค้งด้วยบีสไปลน์

ทำการแทนเส้นขอบภาพที่หาได้จากวิธีคอนทัวร์โฟลโลเวอร์ ด้วยการประมาณเส้นโค้งบีสไปลน์ โดยกำหนดให้มีดีกรีของเส้นโค้งบีสไปลน์เป็น 3 โดยกำหนดจำนวนจุดควบคุม(Control points) ต่อจำนวนข้อมูลของเส้นขอบ [17-18] เป็น 10:1 โดยประมาณและเลือกใช้พารามิเตอร์แบบพื้นที่ (Area Parameter) และสร้างเส้นโค้งใหม่ให้มีจำนวนจุดเป็น 2^j จุดสำหรับเวฟเล็ตแม่แบบ Haar หรือ 2^j+3 จุดสำหรับเวฟเล็ตแม่แบบบีสไปลน์ โดยที่ j คือระดับของการแปลงเวฟเล็ต เพื่อให้เส้นโค้งใหม่ที่ได้มีจำนวนจุดที่เท่ากัน และสามารถทำการแปลงเวฟเล็ตแบบเต็มหน่วยได้



(ก) (ข)

รูปที่ 5.2 (ก) ก่อนการประมาณ (ข) หลังจากการประมาณด้วยบีสไปลน์

5.4 การหาแลนมาร์ค

การหาแลนมาร์คเริ่มจากการหาจุดที่มีค่าความโค้งสูงสุด เพื่อใช้เป็นจุดเริ่มต้นที่สอดคล้องกันของคอนทัวร์ของขอบภาพทั้งสอง จากนั้นทำการลดระดับความละเอียดของคอนทัวร์ของขอบภาพลง ด้วยการแปลงเวฟเล็ตแบบเต็มหน่วย

5.4.1 **จุดที่มีค่าความโค้งสูงสุด** (Maximum Curvature Points)

กำหนดให้ $r(t)=[x(t),y(t)]$ แทนเส้นโค้ง C ในระบบพิกัดคาร์ทีเชียน เมื่อ t เป็นพารามิเตอร์แบบ Chord length จะได้ความโค้งของเส้นโค้ง C ซึ่งแทนด้วยสัญลักษณ์ $k(t)$ ดังสมการที่ 5.1

$$k(t)=\frac{r'(t)\times r''(t)}{|r'(t)|^3}=\frac{x'(t)y''(t)-x''(t)y'(t)}{\left(x'^2(t)+y'^2(t)\right)^{3/2}} \tag{5.1}$$

เมื่อ $r'(t)$ เป็นอนุพันธ์อันดับที่หนึ่งของเส้นโค้งบีสไปลน์

$r''(t)$ เป็นอนุพันธ์อันดับที่สองของเส้นโค้งบีสไปลน์

$x'(t), y'(t)$ เป็นตำแหน่งพิกัดของอนุพันธ์อันดับที่หนึ่งของเส้นโค้งบีสไปลน์

$x''(t), y''(t)$ เป็นตำแหน่งพิกัดของอนุพันธ์อันดับที่สองของเส้นโค้งบีสไปลน์

และให้ $C_a = r_a(t)$ แทนเส้นโค้งที่ถูกแปลงแอฟไฟน์ เมื่อ t เป็นพารามิเตอร์ จะได้ความสัมพันธ์ของเส้นโค้ง C และ C_a เป็น

$$\begin{bmatrix} x_a(t) \\ y_a(t) \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & b_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \\ 1 \end{bmatrix} \tag{5.2}$$

เมื่อ $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}$ จะมีค่าขึ้นอยู่กับพารามิเตอร์ของการหมุน สเกลและการเฉือน และ b_1, b_2 เป็นพารามิเตอร์สำหรับการเลื่อน ในทำนองเดียวกันจะได้ความโค้งของเส้นโค้ง C_a ซึ่งแทนด้วยสัญลักษณ์ $k_a(t)$

จากคุณสมบัติของการแปลงแอฟไฟน์จะได้

$$\begin{vmatrix} x'_a(t) & x''_a(t) \\ y'_a(t) & y''_a(t) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x'(t) & x''(t) \\ y'(t) & y''(t) \end{vmatrix} \tag{5.3}$$

หรือ

$$|r'_a(t) \times r''_a(t)| = |a| \cdot |r'(t) \times r''(t)| \tag{5.4}$$

เส้นโค้ง

$$C: \qquad k(t) = \frac{r'(t) \times r''(t)}{|r'(t)|^3} = 0 \tag{5.5}$$

ดังนั้น $$|r'(t) \times r''(t)| = 0$$

เส้นโค้ง

$$C_a: \qquad k_a(t) = \frac{r'_a(t) \times r''_a(t)}{|r'_a(t)|^3} = 0 \tag{5.6}$$

ดังนั้น $$|r_a'(t)\times r_a''(t)|=0$$

แทนสมการที่ 5.4 ในสมการที่ 5.6 จะได้

$$|a|\cdot|r'(t)\times r''(t)|=0$$

$$\therefore |r'(t)\times r''(t)|=0 \tag{5.7}$$

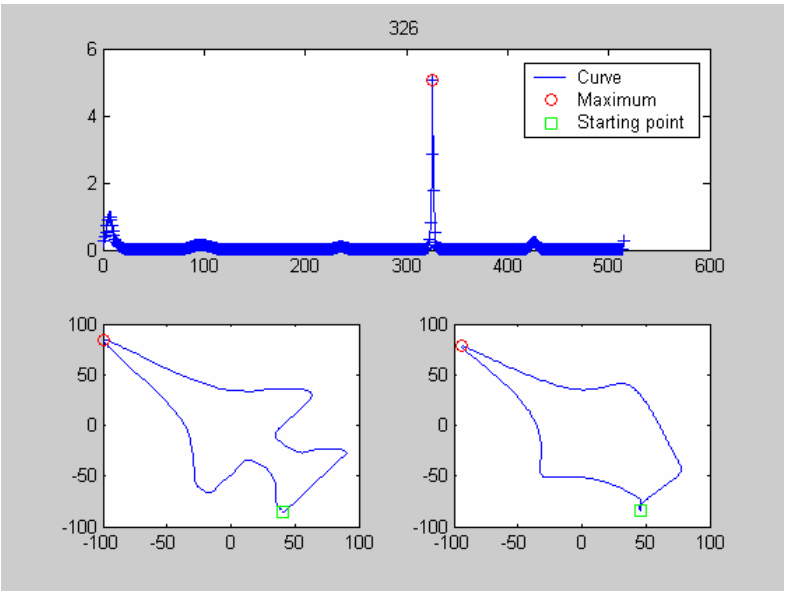
จะเห็นว่าสมการที่ 5.6 เท่ากันกับสมการที่ 5.7 ดังนั้นจุดเปลี่ยนเว้าจึงมีคุณสมบัติไม่ผันแปรแบบสัมบูรณ์

จุดที่มีค่าความโค้งสูงสุดของเส้นโค้ง C สามารถหาได้จากการหาอนุพันธ์อันดับหนึ่งของสมการที่ 5.1 และพิจารณาตำแหน่งที่ให้ค่าเป็นศูนย์ ดังสมการที่ 5.8

$$\left|r^{(3)}(t)\right|^3\left|r^{(1)}(t)\times r^{(2)}(t)\right|^{(1)}-\left|r^{(1)}(t)\times r^{(2)}(t)\right|\left(\left|r^{(3)}(t)\right|^3\right)^{(1)}=0 \tag{5.8}$$

ในทำนองเดียวกันจะได้ค่าความโค้งสูงสุดของเส้นโค้ง C_a หาได้ดังสมการที่ 5.9

$$\left|r_a^{(3)}(t)\right|^3\left|r_a^{(1)}(t)\times r_a^{(2)}(t)\right|^{(1)}-\left|r_a^{(1)}(t)\times r_a^{(2)}(t)\right|\left(\left|r_a^{(3)}(t)\right|^3\right)^{(1)}=0 \tag{5.9}$$



รูปที่ 5.3 จุดที่มีค่าความโค้งสูงสุดของภาพที่แปลงแอฟไฟน์

จากสมการที่ 5.8 และสมการที่ 5.9 หาอนุพันธ์ของเส้นโค้ง $r^{(n)}(t)$ และ $r_a^{(n)}(t)$ ได้จากการประมาณเส้นโค้งด้วยบีสไปลน์ ดีกรี 3 โดยกำหนดจุดควบคุมจำนวน 10 จุด จะได้จุดที่มีส่วนโค้งสูงสุด ดังรูปที่ 5.3

5.4.2 การลดระดับความละเอียดของคอนทัวร์ของขอบภาพ

หลังจากได้จุดที่มีค่าความโค้งสูงสุดของเส้นโค้งแล้ว จะทำการย้ายจุดเริ่มต้นของคอนทัวร์ของขอบภาพมายังจุดที่มีค่าความโค้งสูงสุด จากนั้นทำการลดระดับความละเอียดของคอนทัวร์ของขอบภาพโดยการแปลงเวฟเล็ตแบบเต็มหน่วยกับสมการที่ 5.2 สัญญาณที่ผ่านตัวกรองความถี่ต่ำถูกเรียกว่าสัญญาณโดยประมาณ (Approximation Signal) ซึ่งเป็นตัวแทนของสัญญาณอินพุท และสัญญาณรายละเอียด (Detail Signal) จะผ่านตัวกรองความถี่สูงผ่าน จากคุณสมบัติเชิงเส้นของการแปลง จะได้ความสัมพันธ์ระหว่างค่าประมาณของสัญญาณ A_j และค่ารายละเอียดของสัญญาณ W_j ของ $x_a, y_a, x,$ และ y ที่ระดับความละเอียด j จะได้ดังสมการที่ 5.10 และ 5.11 [19]

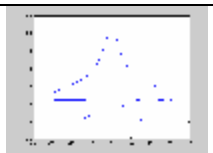
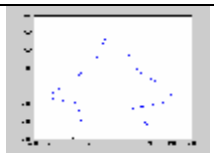
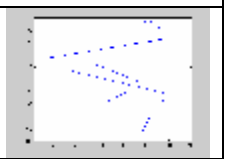
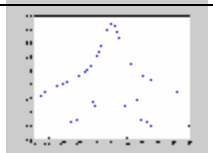
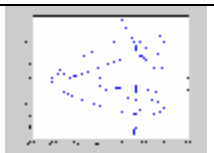
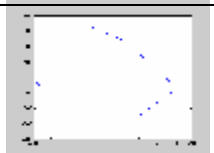
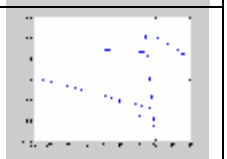
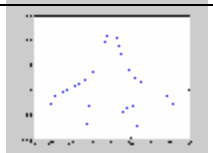
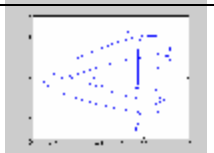
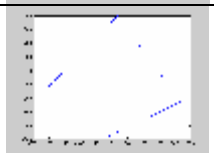
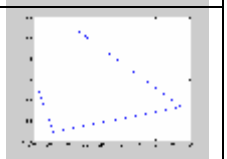
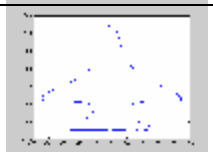
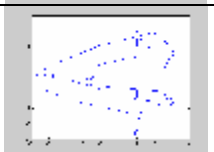
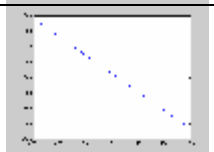
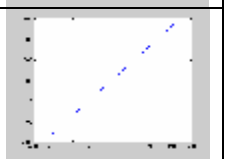
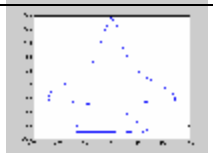
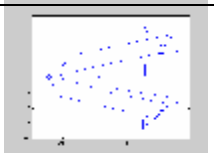
$$\begin{aligned} A_j x_a &= a_{11} A_j x + a_{12} A_j y + 2^{\frac{j}{2}} b_1 \\ A_j y_a &= a_{21} A_j x + a_{22} A_j y + 2^{\frac{j}{2}} b_2 \end{aligned} \tag{5.10}$$

$$\begin{aligned} W_j x_a &= a_{11} W_j x + a_{12} W_j y \\ W_j y_a &= a_{21} W_j x + a_{22} W_j y \end{aligned} \tag{5.11}$$

จากสมการด้านบนจะเห็นว่าในส่วนของค่าประมาณของสัญญาณ จะขึ้นอยู่กับตำแหน่งของคอนทัวร์บนภาพ แต่ค่ารายละเอียดของสัญญาณจะไม่ขึ้นอยู่กับตำแหน่งของคอนทัวร์ ดังนั้นถ้าเซ็นทรอยของภาพถูกย้ายมาที่จุดศูนย์กลางจะทำให้ค่า $b_1 = b_2 = 0$ จะได้สมการใหม่ดังสมการที่ 5.12

$$\begin{bmatrix} A_j x_a & W_j x_a \\ A_j y_a & W_j y_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_j x & W_j x \\ A_j y & W_j y \end{bmatrix} \tag{5.12}$$

ทำการลดระดับความละเอียดของคอนทัวร์ของขอบภาพโดยการแปลงเวฟเล็ตแบบเต็มหน่วยลงที่ระดับความละเอียดที่ต้องการ จากนั้นนำจุดที่ได้เป็นจุดแลนมาร์คสำหรับหาเมตริกซ์ของการแปลง รูปที่ 5.4 ผลการลดระดับความละเอียดโดยใช้เวฟเล็ตแม่แบบ Haar ทำการลดระดับความละเอียดจาก 512 จุด ที่ระดับความละเอียด $j = 9$ ลงมาที่ระดับความละเอียด $j = 1$

ระดับ (j)	สัญญาณที่ประมาณ	สัญญาณรายละเอียด	ระดับ (j)	สัญญาณที่ประมาณ	สัญญาณรายละเอียด
9			4		
8			3		
7			2		
6			1		
5					

รูปที่ 5.4 การลดระดับความละเอียดด้วยการแปลงเวฟเล็ตแบบเต็มหน่วย เวฟเล็ตแม่แบบ Haar

จากการลดระดับความละเอียดของคอนทัวร์ของขอบภาพลง เราสามารถที่จะเลือกจำนวนจุดที่จะใช้เป็นแลนมาร์ค เพื่อใช้ในการหาเมตริกซ์ของการแปลงในการลงทะเบียนภาพ ซึ่งในการทดลองจะเลือกใช้ 4 จุดสำหรับเวฟเล็ตแม่แบบ Haar และ 5 จุดสำหรับเวฟเล็ตแม่แบบบีสไปลน์ ซึ่งเพียงพอสำหรับการแปลงแอฟไฟน์ [4]

5.5 หาเมตริกซ์ของการแปลง

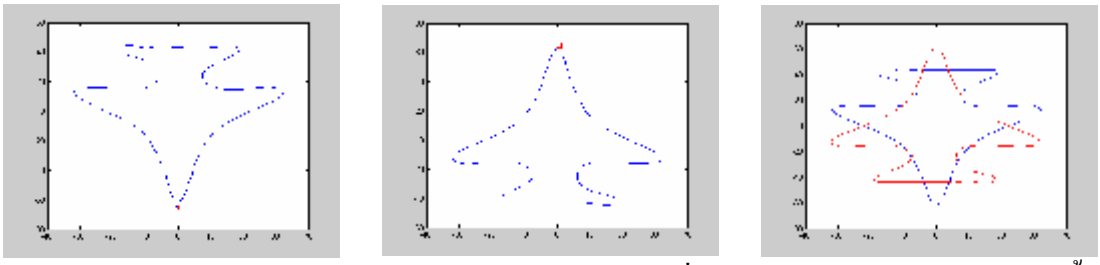
สำหรับภาพที่ถูกแปลงแบบเชิงเส้นสามารถหาเมตริกซ์ของการแปลงได้จากการแก้สมการ Normal Equation

$$AX = Y \tag{5.13}$$

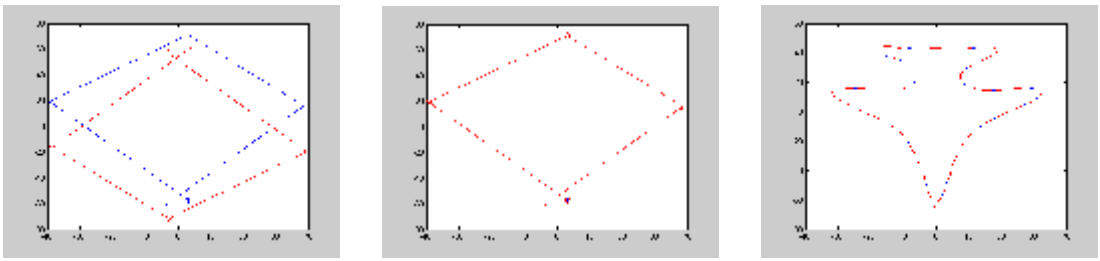
$$A^T AX = A^T Y \tag{5.14}$$

$$X = \left(A^T A\right)^{-1} \cdot \left(A^T Y\right) \tag{5.15}$$

เมื่อ X คือเมตริกซ์ของการแปลง และ A, Y เป็นจุดสอดคล้องบนภาพต้นฉบับและภาพที่ถูกแปลงตามลำดับ จะหาค่า X จากสมการที่ 5.14 (Normal Equation) โดยจำนวนจุดสอดคล้องต่ำสุดมีค่าขึ้นกับรูปแบบของการแปลง ดังตารางที่ 5.1 [4]



(ก) คอนทัวร์ของขอบภาพอ้างอิง (ข) คอนทัวร์ของขอบภาพที่จะนำมาลงทะเบียน (ค) คอนทัวร์ของขอบภาพทั้งสอง



(ง) ผลการลดระดับความละเอียด (จ) ผลการลงทะเบียนภาพที่ระดับที่ 1 (ฉ) ผลการลงทะเบียนภาพ

รูปที่ 5.5 ผลของขอบภาพจากการลงทะเบียนภาพ

ตารางที่ 5.1 แสดงจำนวนจุดสอดคล้องสำหรับการหาเมตริกซ์ของการแปลงแบบต่างๆ [4]

รูปแบบการแปลง	จำนวนจุดสอดคล้องต่ำสุด
สิมิลาริตี้	2
แอฟไฟน์	3
เพอร์สเปกทีฟ	4

5.6 ค่าผิดพลาดของการลงทะเบียนภาพ

ค่าผิดพลาดของการลงทะเบียนภาพหาได้จากผลรวมของระยะทางที่สั้นที่สุด ระหว่างขอบของผลภาพที่ได้จากการลงทะเบียนเทียบกับภาพต้นฉบับ (ภาพอ้างอิง) ดังสมการที่ 5.16 จะได้ว่าค่า *Error* เป็นระยะทางที่ผิดพลาดไปโดยเฉลี่ยต่อหนึ่งพิกเซลนั่นเอง

$$Error = \frac{\sum_{i=1,j=1}^{n} \min \left| P_i - P_j \right|}{n} \tag{5.16}$$

เมื่อ P_i, P_j เป็นจุดบนขอบภาพต้นฉบับและผลภาพที่ได้จากการลงทะเบียนตามลำดับ

n เป็นจำนวนจุดบนขอบภาพ