

ภาคผนวก ก

สมการระนาบในปริภูมิสามมิติ

ตามที่ได้กล่าวไว้ในส่วนการประมาณค่าความเร็วอากาศ u ที่ตำแหน่ง และเวลาใดๆ ซึ่งเป็นการประมาณค่าเข้าด้วยกันแบบเชิงเส้น โดยในการประมาณค่าความเร็วนั้นจะเป็นการสร้างฟังก์ชันความเร็ว สำหรับบริเวณในแต่ละสมาชิกย่อย ณ แต่ละช่วงเวลา ซึ่งในการสร้างฟังก์ชันความเร็ว u ของสองตัวแปรเป็นระนาบในสามมิติ จะต้องอาศัยความรู้ของสมการระนาบในปริภูมิสามมิติ กล่าวคือ

กำหนดให้ P_0 เป็นจุดในระนาบ แทนด้วยคู่อันดับ (x_0, y_0, z_0)

P เป็นจุดใดๆบนระนาบ แทนด้วยคู่อันดับ (x, y, z)

$\vec{N}$ เป็นเวกเตอร์ที่ตั้งฉากกับระนาบในปริภูมิสามมิติ

เรียกว่า เวกเตอร์ปกติ

ทฤษฎีบท ให้สมการระนาบผ่านจุด $P_0(x_0, y_0, z_0)$ และตั้งฉากกับเวกเตอร์ $\vec{N} = \langle a, b, c \rangle$ ซึ่งไม่ใช่เวกเตอร์ศูนย์ แล้วสมการระนาบคือ $ax + by + cz + d = 0$

พิสูจน์ สมการระนาบที่ผ่าน $P_0(x_0, y_0, z_0)$ และตั้งฉากกับเวกเตอร์ $\vec{N} = \langle a, b, c \rangle$ ซึ่งไม่ใช่

เวกเตอร์ศูนย์ ถ้าให้ $P(x, y, z)$ เป็นจุดใดๆบนระนาบแล้ว $\overrightarrow{P_0P}$ จะตั้งฉากกับ $\vec{N}$

นั่นคือ $\overrightarrow{P_0P} \cdot \vec{N} = 0$

$$\langle x - x_0, y - y_0, z - z_0 \rangle \cdot \langle a, b, c \rangle = 0$$

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$$

$$ax + by + cz = ax_0 + by_0 + cz_0 = d$$

เมื่อกำหนดให้ $ax_0 + by_0 + cz_0 = d$ เป็นค่าคงที่ใดๆ

การใช้วิธีการสร้างสมการระนาบเพื่อประมาณค่าความเร็วอากาศ

ในกรณีที่ค่าความเร็วอากาศที่ต้องการไม่สามารถหาได้จากข้อมูลที่มีอยู่ จะต้องทำการประมาณค่าโดยการสร้างสมการระนาบ โดยขั้นตอนจะเกิดขึ้นเป็นขั้นสุดท้ายของการหาค่าที่ต้องการ โดยหลังจากที่หาเอลิเมนต์ที่เป็นจุดตกของตำแหน่งที่ต้องการได้แล้ว ให้นำค่าความเร็วอากาศที่ตำแหน่งของเอลิเมนต์นั้น(มีสี่ค่า) มาทำการสร้างสมการระนาบ ซึ่งจะแสดงตัวอย่าง ดังนี้

ตัวอย่าง สมมติต้องการหาค่าความเร็วอากาศ $\mathbf{u}(t_i, \mathbf{x}(t_i))$ ซึ่งตกอยู่ในเอลิเมนต์ที่มีค่าความเร็วและตำแหน่งแทนด้วยพิกัด $P(x_1, y_1, u_1)$, $Q(x_2, y_2, u_2)$, $R(x_3, y_3, u_3)$, $R(x_4, y_4, u_4)$

วิธีทำ ใช้พิกัด P, Q, R ในการสร้างสมการระนาบ

ขั้นที่ 1 สร้างเวกเตอร์ที่อยู่บนระนาบหรือเป็นเวกเตอร์ที่ขนานกับระนาบนั่นเอง คือ

$$\overrightarrow{PQ} \text{ และ } \overrightarrow{PR}$$

ขั้นที่ 2 หาเวกเตอร์ปกติ $\vec{N}$ โดยนำ $\overrightarrow{PQ} \times \overrightarrow{PR}$ โดยสมมติว่าเป็น $a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k}$

นั่นคือ $a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k}$ จะตั้งฉากกับ $\overrightarrow{PQ}$ และ $\overrightarrow{PR}$

ขั้นที่ 3 ใช้พิกัด $P(x_1, y_1, u_1)$ และเวกเตอร์ปกติ $a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k}$ สร้างสมการระนาบ

$$a(x - x_1) + b(y - y_1) + c(u - u_1) = 0$$

เมื่อได้สมการระนาบที่สร้างจากพิกัดของเอลิเมนต์ที่เป็นจุดตกของตำแหน่งที่ต้องการหาค่า $\mathbf{u}$ ให้แทนค่าตำแหน่งนั้นในสมการระนาบก็จะได้ค่าความเร็วอากาศที่ต้องการ และเนื่องจากความเร็วอากาศ $\mathbf{u}(t_i, \mathbf{x}(t_i))$ มีลักษณะเป็นเวกเตอร์ ดังนั้นจะต้องทำการประมาณค่าสองครั้งจากข้อมูลพิกัดสองชุดจนได้ค่าความเร็วตามแนวตั้งและแนวนอน