

บทที่ 3

ทฤษฎีไฟฟ้าในทอเลเมนต์

3.1 บทนำ

บทนี้จะกล่าวถึงทฤษฎีไฟฟ้าในทอเลเมนต์ในรูปแบบเมตริกซ์สมการพื้นฐานทางด้านสนามแม่เหล็กไฟฟ้า การวิเคราะห์สนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่ความถี่สูง และสมการความสัมพันธ์ของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าและอนุภาค

3.2 พื้นฐานสมการทางด้านสนามแม่เหล็กไฟฟ้า

$$\nabla \times \{H\} = \{J\} + \left\{ \frac{\partial D}{\partial t} \right\} = \{J_s\} + \{J_e\} + \{J_v\} + \left\{ \frac{\partial D}{\partial t} \right\} \quad (3.1)$$

$$\nabla \times \{E\} = - \left\{ \frac{\partial B}{\partial t} \right\} \quad (3.2)$$

$$\nabla \cdot \{B\} = 0 \quad (3.3)$$

$$\nabla \cdot \{D\} = \rho \quad (3.4)$$

เมื่อ $\nabla \times$ = ตัวปฏิบัติการเคิร์ล

$\nabla \cdot$ = ตัวปฏิบัติการไดเวอร์เจนซ์

$\{H\}$ = เวกเตอร์ความเข้มของสนามแม่เหล็ก

$\{J\}$ = เวกเตอร์ความหนาแน่นของกระแสรวม

$\{J_s\}$ = เวกเตอร์ความหนาแน่นของแหล่งกำเนิดกระแส

$\{J_e\}$ = เวกเตอร์ความหนาแน่นของกระแสที่เกิดจากการเหนี่ยวนำ

$\{J_v\}$ = เวกเตอร์อัตราความเร็วของความหนาแน่นของกระแส

$\{D\}$ = เวกเตอร์ความหนาแน่นของฟลักซ์ไฟฟ้า

$\{E\}$ = เวกเตอร์ความเข้มของสนามไฟฟ้า

$\{B\}$ = เวกเตอร์ความหนาแน่นฟลักซ์แม่เหล็ก

ρ = ความหนาแน่นของประจุไฟฟ้า

t = เวลา

สมการที่ (3.5) เป็นสมการแสดงการหาค่าของเวกเตอร์ความหนาแน่นฟลักซ์แม่เหล็ก

$$\{B\} = [\mu]\{H\} \quad (3.5)$$

เมื่อ $[\mu]$ = ค่าความซึมซับแม่เหล็กในรูปแบบของเมตริกซ์ (Magnetic permeability)

เมื่อสมการที่ (3.5) แสดงค่าความซึมซับแม่เหล็กในรูปแบบของเมตริกซ์

$$[\mu] = \mu_0 \begin{bmatrix} \mu_{rx} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{ry} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{rz} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

เมื่อ μ_0 = ค่าความซึมซับแม่เหล็กในสุญญากาศ

μ_{rx} = ค่าความซึมซับแม่เหล็กสัมพัทธ์ในแนวแกน x

สมการที่ (3.7) แสดงการหาเวกเตอร์ความหนาแน่นของกระแสรวม

$$\{D\} = [\sigma][\{E\} + \{V\} \times \{B\}] \quad (3.7)$$

สมการที่ (3.8) แสดงการหาเวกเตอร์ความหนาแน่นของกระแส

$$\{D\} = [\sigma][\{E\}] \quad (3.8)$$

เมื่อ

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz} \end{bmatrix} = \text{เมตริกซ์ของสภาพการนำไฟฟ้า}$$

$$[\varepsilon] = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} = \text{เมตริกซ์ของสภาพการนำไฟฟ้า}$$

$$\{V\} = \begin{Bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{Bmatrix}$$

σ_{xx} = สภาพการนำไฟฟ้าในแนวแกน x มีหน่วยเป็น S/m

ε_{xx} = สภาพยอมทางไฟฟ้าในแนวแกน x มีหน่วยเป็น F/m

3.3 การวิเคราะห์สนามแม่เหล็กที่ความถี่สูง

จากสมการ (3.1) และสมการ (3.2) เป็นสมการแมกซ์เวลล์ถ้าพิจารณาในกรณีที่มีสัญญาณฮาร์มอนิก โดยเขียนในรูปของ $e^{j\omega t}$ จะได้เวกเตอร์ของสนามไฟฟ้าในรูปของสมการเฮล์มโฮลตซ์ดังสมการที่ (3.9)

$$\nabla \times [\bar{\mu}_r^{-1} \cdot (\nabla \times \vec{E})] - k_0^2 \bar{\varepsilon}_r \cdot \vec{E} = -j\omega\mu_0 \vec{J}_s \quad (3.9)$$

เมื่อ $\vec{E}$ = เวกเตอร์สนามไฟฟ้า

$\bar{\varepsilon}_r$ = ความยอมทางไฟฟ้าสัมพัทธ์

μ_0 = ค่าความซึมซับแม่เหล็กในฟรีสเปซ

$\bar{\mu}_r$ = ค่าความซึมซับแม่เหล็กในฟรีสเปซ

k_0 = จำนวนคลื่น (vacuum wave number)

ω = ค่าความถี่เชิงมุม

$\vec{J}_s$ = เวกเตอร์ความหนาแน่นของกระแสแหล่งกำเนิด

จากสมการ (3.9) สามารถหาค่าของสนามไฟฟ้าได้จากสมการที่ (3.10) และหาค่าของสนามแม่เหล็กได้จากสมการที่ (3.11)

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^N \bar{W}_i E_i \quad (3.10)$$

$$\vec{H} = \frac{j}{\omega\mu_0} \bar{\mu}_r^{-1} \cdot \sum_{i=1}^N \bar{W}_i E_i \quad (3.11)$$

เมื่อ $\vec{E}$ = เวกเตอร์ความเข้มของสนามไฟฟ้า

$\vec{H}$ = เวกเตอร์ความเข้มของสนามแม่เหล็ก

E_i = สนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นในแต่ละเอลิเมนต์

$\vec{W}$ = รูปแบบฟังก์ชันเวกเตอร์ของเอลิเมนต์แต่ละแบบ

3.4 สมการความสัมพันธ์ระหว่างคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าและอุณหภูมิ

ความสัมพันธ์ระหว่างคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า กับความร้อนที่ใช้ในวิธีการทางไฟฟ้าในทฤษฎีเอลิเมนต์มีรูปแบบของสมการทางคณิตศาสตร์แบบเมตริกซ์ซึ่งแสดงได้ดังสมการ 3.12

$$\begin{bmatrix} [C] & [0] \\ [0] & [0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{T\} \\ \{0\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [K_c] & [0] \\ [0] & [K_v] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{T\} \\ \{0\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{Q\} \\ \{I\} \end{Bmatrix} \quad (3.12)$$

เมื่อ $\{Q\} = \{Q^{nd}\} + \{Q^g\} + \{Q^j\} + \{Q^c\}$

และ $[C]$ = เมตริกซ์ของความร้อนจำเพาะ

$\{T\}$ = เอลิเมนต์ของการนำความร้อน

$\{T\}$ = เวกเตอร์การเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิที่โหนดโดยสัมพันธ์กับเวลา

$\{V\}$ = เวกเตอร์แรงดันที่โหนด

$[K_c]$ = เวกเตอร์อัตราการไหลของความร้อนที่โหนดนั้นๆ

$[K_v]$ = เวกเตอร์อัตราการเกิดความร้อนภายใน

$[K^m]$ = เวกเตอร์อัตราการเกิดความร้อนจากสมการ Joule heating

$\{Q\}$ = ความร้อนรวม

$\{Q^{nd}\}$ = เวกเตอร์อัตราการไหลของความร้อนที่โหนดนั้นๆ

$\{Q^g\}$ = เวกเตอร์อัตราการเกิดความร้อนภายใน

$\{Q^j\}$ = เวกเตอร์อัตราการเกิดความร้อนจากสมการ Joule heating

$\{Q^c\}$ = เวกเตอร์การพาความร้อนที่ผิว

$\{I\}$ = โหลดเวกเตอร์อันเนื่องมาจากการไหลของกระแสที่โหนด

จากสมการที่ (3.12) เป็นสมการที่มีการใช้ลักษณะการคำนวณของเมตริกซ์ ที่มีความสัมพันธ์รูปแบบของอุณหภูมิ และกระแสไฟฟ้า ฟลักซ์แม่เหล็ก และค่าพารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้องกับอุณหภูมิซึ่งจะถูกกำหนด

ด้วยการนำพาความร้อน Q , อุณหภูมิ T , ความร้อนจำเพาะ C , การนำพาความร้อน K และในส่วนของ พารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้องกับพลังงานไฟฟ้า จะถูกกำหนดด้วยแรงดัน V , กระแส I , ในสมการค่าของ พารามิเตอร์ Q^j เวกเตอร์อัตราการผลิตความร้อนจากสมการ Joule heat ดังในสมการที่ (3.13)

$$Q^j = Re \left(\frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n [\rho] \{U_{ti}\} \cdot U_{ti}^* \right) \quad (3.13)$$

- เมื่อ Q^j = Joule Heat ต่อหน่วยปริมาตร
 n = จำนวนเอลิเมนต์ที่อินทิเกรต
 $[\rho]$ = เมตริกซ์ของสภาพความต้านทาน
 Re = จำนวนจริงขององค์ประกอบ
 $\{U_{ti}\}$ = ความหนาแน่นของกระแสรวมในแต่ละเอลิเมนต์
 U_{ti}^* = คอนจูเกตของความหนาแน่นของกระแสรวมในแต่ละเอลิเมนต์