

หัวข้อ	การทดสอบสมมติฐานเชิงสถิติ ภายใต้การแจกแจงทวินามลบ Statistical Hypotheses Testing Under Negative Binomial Distribution
ผู้วิจัย	อ.บุญญสิทธิ์ วรรณทร์
ผู้ร่วมวิจัย	รศ.สายชล สันสมบุรณ์ทอง
สาขา	สถิติประยุกต์
พ.ศ.	2555

บทคัดย่อ

การศึกษาเรื่องการทดสอบสมมติฐานเชิงสถิติ ภายใต้การแจกแจงทวินามลบ โดยหาการทดสอบที่มีกำลังสูงสุด การทดสอบที่มีกำลังสูงสุดอย่างเสมอต้นเสมอปลาย และการทดสอบที่ไม่เอนเอียงและมีกำลังสูงสุดอย่างเสมอต้นเสมอปลาย ใช้จำนวนครั้งของการทดลองทั้งหมดจนกว่าจะประสบความสำเร็จ (r) เท่ากับ 1, 2, 3, 4 และ 5 และขนาดของการทดสอบเท่ากับ 0.01 และ 0.05

ผลการศึกษาการทดสอบที่มีกำลังสูงสุดในการทดสอบสมมติฐาน $H_0 : \theta = \theta_0$ เทียบกับ $H_1 : \theta = \theta_1, \theta_1 < \theta_0$ จะพบว่าเมื่อ $\alpha = 0.0$ และ $\alpha = 0.05$ สำหรับค่า θ_1 ใด ๆ ที่ $\theta_0 = 0.5$ ถ้า r มีค่าเพิ่มขึ้นจาก 1 ถึง 5 แล้วความน่าจะเป็นที่จะปฏิเสธสมมติฐานหลัก (γ) จะมีค่าลดลงแล้วเพิ่มขึ้น สลับกันไปเรื่อย ๆ ส่วนค่าวิกฤต (c_1) และกำลังของการทดสอบ ($1 - \beta$) จะมีค่าเพิ่มขึ้น และในการทดสอบที่มีกำลังสูงสุดในการทดสอบสมมติฐาน $H_0 : \theta = \theta_0$ เทียบกับ $H_1 : \theta = \theta_1, \theta_1 > \theta_0$ จะพบว่าเมื่อ $\alpha = 0.05$ สำหรับ $r = 5$ และ $\theta_0 = 0.5$ ถ้า θ_1 มีค่าเพิ่มขึ้นจาก 0.6 ถึง 0.9 แล้ว γ และค่าวิกฤต (c_2) จะมีค่าคงที่ แต่ $1 - \beta$ จะมีค่าเพิ่มขึ้น ส่วน $r = 1$ ถึง 4 จะไม่สามารถหาค่า c_2 , γ และ $1 - \beta$ ได้

ในการทดสอบที่มีกำลังสูงสุดอย่างเสมอต้นเสมอปลายในการทดสอบสมมติฐาน $H_0 : \theta = \theta_0$ เทียบกับ $H_1 : \theta < \theta_0$ จะพบว่าเมื่อ $\alpha = 0.01$ และ $\alpha = 0.05$ สำหรับค่า θ_0 ใด ๆ ถ้า r มีค่าเพิ่มขึ้นจาก 1 ถึง 5 แล้ว γ จะมีค่าเพิ่มขึ้นและลดลงที่ไม่แน่นอน ส่วน c_1 จะมีค่าเพิ่มขึ้นและในการทดสอบที่มีกำลังสูงสุดอย่างเสมอต้นเสมอปลายในการทดสอบสมมติฐาน $H_0 : \theta = \theta_0$ เทียบกับ $H_1 : \theta > \theta_0$ จะพบว่าเมื่อ $\alpha = 0.01$ และ $\alpha = 0.05$ สำหรับค่า θ_0 ใด ๆ ถ้า r มีค่าเพิ่มขึ้นจาก 1 ถึง 5 แล้วส่วนใหญ่จะไม่สามารถหาค่า γ และ c_2 ได้

ในการทดสอบที่มีกำลังสูงสุดอย่างเสมอต้นเสมอปลายในการทดสอบสมมติฐาน

$H_0: \theta \leq \theta_1$ หรือ $\theta \geq \theta_2$ เทียบกับ $H_1: \theta_1 < \theta < \theta_2$ เมื่อ $\theta_1 = 0.25, \theta_2 = 0.75$ จะพบว่าเมื่อ $\alpha = 0.01$ และ $\alpha = 0.05$ สำหรับ r มีค่าเพิ่มขึ้นจาก 1 ถึง 5 แล้วความน่าจะเป็นที่จะปฏิเสธสมมติฐานหลัก (γ_1, γ_2) จะมีค่าลดลงและเพิ่มขึ้นที่ไม่แน่นอน ส่วน c_1 และ c_2 จะมีค่าเพิ่มขึ้น

ในการทดสอบที่ไม่เอนเอียงและมีกำลังสูงสุดอย่างเสมอต้นเสมอปลายในการทดสอบ

สมมติฐาน $H_0: \theta_1 \leq \theta \leq \theta_2$ เทียบกับ $H_1: \theta < \theta_1$ หรือ $\theta > \theta_2$ เมื่อ $\theta_1 = 0.25, \theta_2 = 0.75$ จะพบว่าเมื่อ $\alpha = 0.01$ และ $\alpha = 0.05$ และ $r = 10$ จะไม่สามารถหาค่า $c_1, c_2, \gamma_1, \gamma_2$ ได้ ถ้า r มีค่าเพิ่มขึ้นจาก 20 ถึง 50 แล้ว γ_1, γ_2 จะมีค่าเพิ่มขึ้นและลดลงที่ไม่แน่นอน ส่วน c_1 และ c_2 จะมีค่าเพิ่มขึ้น

และในการทดสอบที่ไม่เอนเอียงและมีกำลังสูงสุดอย่างเสมอต้นเสมอปลายในการทดสอบ

สมมติฐาน $H_0: \theta = \theta_0$ เทียบกับ $H_1: \theta \neq \theta_0$ เมื่อ $\theta_0 = 0.25$ จะพบว่าเมื่อ $\alpha = 0.01$ และ $\alpha = 0.05$ ถ้า $r = 3$ จะสามารถหาค่า $c_1, c_2, \gamma_1, \gamma_2$ ได้

คำสำคัญ : การทดสอบที่มีกำลังสูงสุด การทดสอบที่มีกำลังสูงสุดอย่างเสมอต้นเสมอปลาย การทดสอบที่ไม่เอนเอียงและมีกำลังสูงสุดอย่างเสมอต้นเสมอปลาย และการแจกแจงทวินามลบ

Thesis Title	Statistical Hypotheses Testing Under Negative Binomial Distribution
Researcher	Lecturer Boonyasit Warachan
Co-Researcher	Assoc.Prof. Saichon Sinsomboonthong
Programme	Applied Statistics
Year	2012

Abstract

In this study, the most powerful test, uniformly most powerful test and uniformly most powerful unbiased test were investigated under Negative binomial distribution with r of 1, 2, 3, 4 and 5, and the test size of 0.01 and 0.05.

The result of the most powerful test for $H_0 : \theta = \theta_0$ versus $H_1 : \theta = \theta_1, \theta_1 < \theta_0$ showed that at $\alpha = 0.01$ and $\alpha = 0.05$ for any θ_1 and $\theta_0 = 0.5$ when r increased from 1 to 5, γ showed an certain decrease and increase value, while c_1 and $1 - \beta$ had an increase. In addition, in the most powerful test for $H_0 : \theta = \theta_0$ versus $H_1 : \theta = \theta_1, \theta_1 > \theta_0$ showed that at $\alpha = 0.01$ and $\alpha = 0.05$ for any $r = 5$ and $\theta_0 = 0.5$ when θ_1 increased from 0.6 to 0.9, γ and c_2 had constant, while $1 - \beta$ had an increase. However, when there was an increase of r from 1 to 4, c_2 , γ and $1 - \beta$ could not be found.

In the uniformly most powerful test for $H_0 : \theta = \theta_0$ versus $H_1 : \theta < \theta_0$ showed that at $\alpha = 0.01$ and $\alpha = 0.05$ for any θ_0 when r increased from 1 to 5 and γ showed an uncertain value, while c_1 had an increase. In addition, in the uniformly most powerful test for $H_0 : \theta = \theta_0$ versus $H_1 : \theta > \theta_0$ showed that at $\alpha = 0.01$ and $\alpha = 0.05$ for any θ_0 when r increased from 1 to 5, γ and c_2 almost could not be found.

In the uniformly most powerful test for $H_0 : \theta \leq \theta_1$ or $\theta \geq \theta_2$ versus $H_1 : \theta_1 < \theta < \theta_2$, $\theta_1 = 0.25$ and $\theta_2 = 0.75$ for $\alpha = 0.01$ and $\alpha = 0.05$ if r had an increase from 1 to 5 then γ_1, γ_2 showed an uncertain value, while c_1 and c_2 increased.

The result of the uniformly most powerful unbiased test for $H_0 : \theta_1 \leq \theta \leq \theta_2$ versus $H_1 : \theta < \theta_1$ or $\theta > \theta_2$, $\theta_1 = 0.25$ and $\theta_2 = 0.75$ showed that $c_1, c_2, \gamma_1, \gamma_2$ could not be found when $\alpha = 0.01$ and $\alpha = 0.05$ and $r = 10$. However, when there was an increase of r from 20 to 50, γ_1, γ_2 had uncertain value, and there was an increase for c_1 and c_2 .

In addition, the result of the uniformly most powerful unbiased test for $H_0 : \theta = \theta_0$ versus $H_1 : \theta \neq \theta_0$, $\theta_0 = 0.25$ showed that $c_1, c_2, \gamma_1, \gamma_2$ could be found when $\alpha = 0.01$ and $\alpha = 0.05$ with $r = 3$.

Keywords : Most powerful test, Uniformly most powerful test, Uniformly most powerful unbiased test and Negative binomial distribution

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์เล่มนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี เนื่องจากผู้จัดทำได้รับความช่วยเหลือจากบุคคลผู้มีพระคุณหลายท่าน ดังนี้

ขอขอบพระคุณโครงการวิจัยที่เอื้อเพื่อทุนสนับสนุนในการวิจัยครั้งนี้ โดยใช้เงินรายได้ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ขอขอบคุณนายศราวุธ สุวรรณอัคร์ นักศึกษาปริญญาโท ชั้นปีที่ 2 สาขาวิชาคณิตศาสตร์ ประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ที่คอยให้ความช่วยเหลือด้านการเขียนโปรแกรม

ขอขอบคุณทุกท่านที่มีได้เอื้อนามในที่นี้ที่ให้คำแนะนำที่เป็นประโยชน์ต่าง ๆ และคอยเป็นกำลังใจให้วิทยานิพนธ์เล่มนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

.....
อ.บุญญสิทธิ์ วรรณทร์
(หัวหน้าโครงการวิจัย)

.....
รศ.สายชล สีนสมบุญทอง
(ผู้ร่วมโครงการวิจัย)

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	III
กิตติกรรมประกาศ	V
สารบัญ	VI
สารบัญตาราง	IX
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 ความสำคัญและที่มาของปัญหา	1
1.2 วัตถุประสงค์ของงานวิจัย	1
1.3 ขอบเขตของงานวิจัย	2
1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากงานวิจัย	2
1.5 นิยามคำศัพท์	2
บทที่ 2 ทฤษฎีและรายงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	3
2.1 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง	3
2.1.1 การทดสอบที่มีกำลังสูงสุด	3
2.1.2 การทดสอบที่มีกำลังสูงสุดอย่างเสมอต้นเสมอปลาย	6
2.1.3 การทดสอบที่ไม่เอนเอียงและมีกำลังสูงสุดอย่างเสมอต้นเสมอปลาย	12
2.2 รายงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	13
บทที่ 3 วิธีดำเนินงานวิจัย	16
3.1 อุปกรณ์ในการวิจัย	16
3.1.1 อุปกรณ์ที่มีอยู่แล้ว	16
3.1.2 อุปกรณ์ที่ต้องการเพิ่มเติม	16
3.2 ขั้นตอนการดำเนินงานวิจัย	16
3.3 โปรแกรมที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล	17

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

บทที่ 4 ผลการวิจัยและอภิปรายผล	18
4.1 การทดสอบที่มีกำลังสูงสุด	18
4.1.1 การทดสอบที่มีกำลังสูงสุดในการทดสอบสมมติฐาน $H_0 : \theta = \theta_0$ เทียบกับ $H_1 : \theta = \theta_1, \theta_1 < \theta_0$	18
4.1.2 การทดสอบที่มีกำลังสูงสุดในการทดสอบสมมติฐาน $H_0 : \theta = \theta_0$ เทียบกับ $H_1 : \theta = \theta_1, \theta_1 > \theta_0$	23
4.2 การทดสอบที่มีกำลังสูงสุดอย่างเสมอด้านเสมอปลาย	26
4.2.1 การทดสอบที่มีกำลังสูงสุดอย่างเสมอด้านเสมอปลายในการทดสอบ สมมติฐาน $H_0 : \theta = \theta_0$ เทียบกับ $H_1 : \theta < \theta_0$	26
4.2.2 การทดสอบที่มีกำลังสูงสุดอย่างเสมอด้านเสมอปลายในการทดสอบ สมมติฐาน $H_0 : \theta = \theta_0$ เทียบกับ $H_1 : \theta > \theta_0$	31
4.2.3 การทดสอบสมมติฐานเชิงประกอบ	35
4.2.4 การทดสอบที่มีกำลังสูงสุดอย่างเสมอด้านเสมอปลายในการทดสอบ สมมติฐาน $H_0 : \theta \leq \theta_1$ หรือ $\theta \geq \theta_2$ เทียบกับ $H_1 : \theta_1 < \theta < \theta_2$	38
4.3 การทดสอบที่ไม่เอนเอียงและมีกำลังสูงสุดอย่างเสมอด้านเสมอปลาย	41
4.3.1 การทดสอบที่ไม่เอนเอียงและมีกำลังสูงสุดอย่างเสมอด้านเสมอปลาย ในการทดสอบสมมติฐาน $H_0 : \theta_1 \leq \theta \leq \theta_2$ เทียบกับ $H_1 : \theta < \theta_1$ หรือ $\theta > \theta_2$	41
4.3.2 การทดสอบที่ไม่เอนเอียงและมีกำลังสูงสุดอย่างเสมอด้านเสมอปลาย ในการทดสอบสมมติฐาน $H_0 : \theta = \theta_0$ เทียบกับ $H_1 : \theta \neq \theta_0$	44
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ	47
5.1 สรุปผลการวิจัย	47
5.2 ข้อเสนอแนะ	48
บรรณานุกรม	49

สารบัญตาราง

หน้า

ตารางที่ 4.1	ความน่าจะเป็นที่จะปฏิเสธสมมติฐานหลัก γ ค่าวิกฤต c_1 และกำลังของการทดสอบ $1-\beta$ สำหรับการทดสอบสมมติฐาน $H_0:\theta=\theta_0$ เทียบกับ $H_1:\theta=\theta_1, \theta_1 < \theta_0$	21
ตารางที่ 4.2	ความน่าจะเป็นที่จะปฏิเสธสมมติฐานหลัก γ ค่าวิกฤต c_2 และกำลังของการทดสอบ $1-\beta$ สำหรับการทดสอบสมมติฐาน $H_0:\theta=\theta_0$ เทียบกับ $H_1:\theta=\theta_1, \theta_1 > \theta_0$	25
ตารางที่ 4.3	ความน่าจะเป็นที่จะปฏิเสธสมมติฐานหลัก γ และค่าวิกฤต c_1 สำหรับการทดสอบสมมติฐาน $H_0:\theta=\theta_0$ เทียบกับ $H_1:\theta < \theta_0$	29
ตารางที่ 4.4	ความน่าจะเป็นที่จะปฏิเสธสมมติฐานหลัก γ และค่าวิกฤต c_2 สำหรับการทดสอบสมมติฐาน $H_0:\theta=\theta_0$ เทียบกับ $H_1:\theta > \theta_0$	33
ตารางที่ 4.5	ความน่าจะเป็นที่จะปฏิเสธสมมติฐานหลัก γ_1, γ_2 และค่าวิกฤต c_1, c_2 สำหรับการทดสอบสมมติฐาน $H_0:\theta \leq 0.25$ หรือ $\theta \geq 0.75$ เทียบกับ $H_1:0.25 < \theta < 0.75$	40
ตารางที่ 4.6	ความน่าจะเป็นที่จะปฏิเสธสมมติฐานหลัก γ_1, γ_2 และค่าวิกฤต c_1, c_2 สำหรับการทดสอบสมมติฐาน $H_0:0.25 \leq \theta \leq 0.75$ เทียบกับ $H_1:\theta < 0.25$ หรือ $\theta > 0.75$	43
ตารางที่ 4.7	ความน่าจะเป็นที่จะปฏิเสธสมมติฐานหลัก γ_1, γ_2 และค่าวิกฤต c_1, c_2 สำหรับการทดสอบสมมติฐาน $H_0:\theta = 0.25$ เทียบกับ $H_1:\theta \neq 0.25$	46