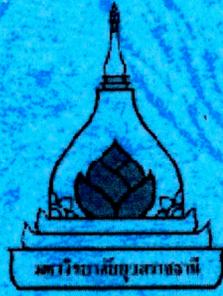


๒๕๐๗๗๕

ห้องสมุดงานวิจัย สำนักงานคณะกรรมการการวิจัยแห่งชาติ



250775



## รายงานการวิจัยฉบับสมบูรณ์

ขั้นตอนการทำซ้ำแบบใหม่พร้อมความคลาดเคลื่อนเพื่อหา  
จุดตรึงร่วมสำหรับการส่งแบบ asymptotically quasi-  
nonexpansive nonself-mappings ในปริภูมิบานาค

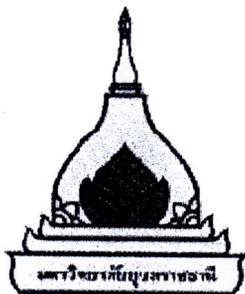
โดย

ผศ.ดร.อุทิศ อินทร์ประสิทธิ์ และคณะ

กันยายน 2553



250775



## รายงานการวิจัยฉบับสมบูรณ์

ขั้นตอนการทำซ้ำแบบใหม่พร้อมความคลาดเคลื่อนเพื่อหาจุดตรึงร่วมสำหรับการส่ง

แบบ asymptotically quasi-nonexpansive nonself-mappings ในปริภูมิบานาค

Fixed points of a new three-step iteration with errors of asymptotically quasi-nonexpansive nonself-mappings in Banach spaces.

คณะผู้วิจัย

สังกัด

1. ผศ.ดร.อุทิศ อินทร์ประสิทธิ์

คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยอุบลราชธานี

2. ดร.หทัยกาญจน์ วัฒนทวีกุล

คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยอุบลราชธานี



โครงการวิจัยนี้ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยจากสำนักงานงบประมาณแผ่นดิน

ประจำปีงบประมาณ 2553

(ความเห็นในรายงานนี้เป็นของผู้วิจัย ม.อบ. ไม่จำเป็นต้องเห็นด้วยเสมอไป)

## สารบัญ

บทสรุปผู้บริหาร	1
บทคัดย่อภาษาไทย	4
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	4
กิตติกรรมประกาศ	4
เนื้อหางานวิจัย	5
1. บทนำ	5
2. ความรู้เบื้องต้น	6
3. ขั้นตอนวิธีทำซ้ำแบบใหม่	7
4. ทฤษฎีบทหลักและอภิปรายผล	7
5. เอกสารอ้างอิง	20
ภาคผนวก	
ก. บทความวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์ในวารสารคณิตศาสตร์ระดับนานาชาติ	22
ข. ตารางเปรียบเทียบวัตถุประสงค กิจกรรรมที่วางแผนไว้ กิจกรรรมที่ดำเนินการมา และผลที่ได้รับตลอดโครงการ	23
ค. รายงานการเงิน	25

## บทสรุปผู้บริหาร

โครงการวิจัยได้ดำเนินการจนเสร็จสิ้นแล้วจึงขอสรุปรายงานผลการดำเนินงาน ดังต่อไปนี้

### 1. ข้อมูลทั่วไป

1.1 ชื่อโครงการวิจัย (ภาษาไทย): ขั้นตอนการทำซ้ำแบบใหม่พร้อมความคลาดเคลื่อนเพื่อหาจุดตรึงร่วมสำหรับการส่งแบบ asymptotically quasi-nonexpansive nonself-mappings ในปริภูมิบานาค

(ภาษาอังกฤษ): Common fixed points of a new three-step iteration with errors of asymptotically quasi-nonexpansive nonself-mappings in Banach spaces.

ลักษณะของโครงการวิจัย เป็นโครงการวิจัยใหม่ ประเภทการวิจัยพื้นฐาน สาขาวิทยาศาสตร์กายภาพและคณิตศาสตร์

### 1.2 ผู้รับผิดชอบโครงการวิจัย

หัวหน้าโครงการวิจัย: ผศ. ดร. อุทิศ อินทร์ประสิทธิ์

ผู้ร่วมโครงการวิจัย: ดร. หทัยกาญจน์ วัฒนทวีกุล

หน่วยงาน: ภาควิชาคณิตศาสตร์ สถิติและคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์

มหาวิทยาลัยอุบลราชธานี

1.3 งบประมาณที่ได้รับการจัดสรร: ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยของมหาวิทยาลัยอุบลราชธานี

ระยะเวลา 1 ปี ตั้งแต่วันที่ 1 ตุลาคม พ.ศ. 2552 ถึงวันที่ 30 กันยายน พ.ศ. 2553 เป็นจำนวน

112,200 บาท แบ่งเป็นค่าดำเนินการ 102,000 บาท และค่าสาธารณูปโภค 10,200 บาท

### 2. ความสำคัญของปัญหาวิจัย

ทฤษฎีจุดตรึง (Fixed Point Theory) เป็นแขนงหนึ่งของสาขาการวิเคราะห์เชิงฟังก์ชัน (Functional Analysis) ซึ่งนักคณิตศาสตร์ได้ศึกษา และวิจัยกันอย่างกว้างขวางและต่อเนื่อง ทฤษฎีหรือองค์ความรู้ใหม่ที่ค้นพบนั้นนับว่ามีประโยชน์อย่างมากทั้งต่อการพัฒนาความรู้ทางวิชาการ และการนำไปประยุกต์ในสาขาอื่น ๆ และเป็นพื้นฐานสำคัญในการพัฒนาวิทยาศาสตร์พื้นฐาน (Basic Science) ซึ่งถือเป็นรากฐานในการพัฒนาประเทศ

การศึกษาวิจัยเกี่ยวกับทฤษฎีจุดตรึงและการประยุกต์จะมีอยู่สองลักษณะคือ การมีจริง (existence) และการมีเพียงหนึ่งเดียว (uniqueness) ของจุดตรึง และวิธีการหาและการประมาณค่าของจุดตรึง นักคณิตศาสตร์กลุ่มหนึ่งได้สนใจศึกษาค้นคว้าหาทฤษฎีและเงื่อนไขของการมีจริงของจุดตรึงของการส่งแบบต่าง ๆ ซึ่งเกี่ยวข้องกับสมบัติทางเรขาคณิตของปริภูมิบานาค (Banach Space) ชนิด

ต่าง ๆ เมื่อมีทฤษฎีหรือเงื่อนไขรองรับการมีจริงของจุดตรึงของการส่งแล้ว ปัญหาที่น่าสนใจต่อไปก็คือ เราจะหาค่าของจุดตรึงนั้น (ซึ่งก็คือ ค่าตอบของสมการต่าง ๆ) ได้อย่างไร ปัญหานี้มีนักคณิตศาสตร์จำนวนมากสนใจศึกษา คิดค้นระเบียบวิธีหรือขั้นตอนต่าง ๆ ที่ใช้ในการประมาณค่าของคำตอบ (จุดตรึง) นั้น เช่น ระเบียบวิธีหรือขั้นตอนการทำซ้ำของ Picard, Ishikawa และ Mann เป็นต้น และต่อมามีการพัฒนาขั้นตอนวิธีทำซ้ำต่าง ๆ ให้ได้ผลลัพธ์ที่ดีขึ้นเรื่อย ๆ เพื่อเหมาะสมต่อการนำไปประยุกต์ใช้ในแต่ละสถานการณ์ปัญหา

ในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยต้องการศึกษาและพัฒนาขั้นตอนการทำซ้ำแบบใหม่แบบสามขั้นตอนพร้อมความคลาดเคลื่อน สำหรับประมาณค่าของจุดตรึงร่วมของสามการส่งที่เป็นการส่งแบบกึ่งไม่ขยายเชิงเส้นกำกับที่ไม่ส่งไปยังตัวมันเอง (asymptotically quasi-nonexpansive nonself-mapping) ในปริภูมิบานาคที่มีสมบัติเป็นคอนเวกซ์แบบเอกรูป (uniform convexity) พร้อมทั้งให้ทฤษฎีบทของการลู่เข้าแบบเข้มและแบบอ่อนด้วย ผลลัพธ์ที่ได้จะเป็นการขยายและปรับปรุงขั้นตอนวิธีทำซ้ำของผู้วิจัยหลายท่าน เช่น Suantai, Nilsrakoo and Saejung และ Xu and Noor เป็นต้น

### 3. วัตถุประสงค์หลักของแผนงานวิจัย

3.1 สร้างระเบียบวิธีทำซ้ำสำหรับหาจุดตรึงร่วมของการส่งแบบกึ่งไม่ขยายเชิงเส้นกำกับที่ไม่ส่งไปยังตัวมันเอง

3.2 หาเงื่อนไขที่เพียงพอสำหรับการลู่เข้าแบบอ่อนและแบบเข้ม (weak and strong convergences) สู่จุดตรึงร่วมของการส่งแบบกึ่งไม่ขยายเชิงเส้นกำกับที่ไม่ส่งไปยังตัวมันเอง โดยใช้ระเบียบวิธีทำซ้ำที่สร้างขึ้นตามข้อ 3.1

### 4. การดำเนินการวิจัยและระยะเวลาที่ใช้ดำเนินการ

งานวิจัยนี้จะใช้เวลาในการดำเนินการวิจัยทั้งสิ้น 1 ปี โดยเริ่มดำเนินการในเดือนตุลาคม 2552 ถึงเดือนกันยายน 2553 และดำเนินการวิจัยที่ภาควิชาคณิตศาสตร์ สถิติและคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยอุบลราชธานี

การดำเนินการวิจัย

4.1 ศึกษาหาความรู้เพิ่มเติมของการส่งแบบกึ่งไม่ขยายเชิงเส้นกำกับจากเอกสารอ้างอิง และจากผู้เชี่ยวชาญ

4.2 ศึกษาหาความรู้เพิ่มเติมในเรื่องทฤษฎีจุดตรึงจากเอกสารอ้างอิงและจากผู้เชี่ยวชาญ

4.3 ศึกษาระเบียบวิธีทำซ้ำสำหรับหาจุดตรึงร่วมของการส่งแบบกึ่งไม่ขยายเชิงเส้นกำกับ

4.4 สร้างระเบียบวิธีทำซ้ำสำหรับหาจุดตรึงร่วมของการส่งแบบกึ่งไม่ขยายเชิงเส้นกำกับที่ไม่ส่งไปยังตัวมันเอง

4.5 หาเงื่อนไขที่เพียงพอสำหรับการลู่เข้าแบบอ่อน และแบบเข้มสู่จุดตรึงร่วมของการส่งแบบกึ่งไม่ขยายเชิงเส้นกำกับที่ไม่ส่งไปยังตัวมันเอง

4.6 ปรึกษาผู้เชี่ยวชาญเกี่ยวกับผลลัพธ์ที่ได้และปรับปรุงแก้ไขให้ถูกต้อง

4.7 เขียนบทความเพื่อตีพิมพ์ในวารสารคณิตศาสตร์ระดับนานาชาติ

## 5. การใช้จ่ายงบประมาณ

ใช้จ่ายงบประมาณไปทั้งสิ้น 112,200 บาท โดยแยกเป็น

5.1 ค่าตอบแทนสำหรับผู้วิจัย (20%) เป็นเงิน 22,400 บาท

5.2 ค่าใช้สอยและวัสดุ (70 %) เป็นเงิน 79,600 บาท

5.3 ค่าสาธารณูปโภค (10%) เป็นเงิน 10,200 บาท

## 6. ผลสำเร็จของโครงการวิจัย

ได้ผลสำเร็จและความคุ้มค่าตามที่คาดไว้คือ ได้บทความวิจัย 1 เรื่องชื่อ Common Fixed Points of a New Three-Step Iteration with Errors of Asymptotically Quasi-Nonexpansive Nonself-Mappings in Banach spaces โดยได้รับการตีพิมพ์ในวารสารคณิตศาสตร์ระดับนานาชาติชื่อ Journal of Nonlinear Analysis and Optimization (ดูภาคผนวก ก) และเพิ่มศักยภาพในการทำวิจัยของผู้ร่วมวิจัย คือ ดร. หทัยกาญจน์ วัฒนทวีกุล ทำให้มีคุณสมบัติในการขอทุนทำวิจัยจากแหล่งต่างๆ และมีนักศึกษา ระดับปริญญาโทที่สนใจทำวิจัยด้านนี้ 2 คน คือ นายธีระพล เสาะแสวง และนางสาวชญญาภรณ์ สมบัติ

## บทคัดย่อ

250775

ในงานวิจัยนี้ได้สร้างขั้นตอนวิธีทำซ้ำสามขั้นตอนแบบใหม่พร้อมคลาดเคลื่อนเพื่อประมาณค่าจุดตรึงร่วมของการส่งซึ่งเป็นการส่งแบบกึ่งไม่ขยายเชิงเส้นกำกับที่ไม่ส่งไปยังตัวมันเองในปริภูมิบานาคและพิสูจน์ทฤษฎีบทการสู่เข้าแบบเข้มและแบบอ่อนในปริภูมิบานาคชนิดคอนเวกซ์แบบเอกรูป ผลงานวิจัยนี้ได้ขยายและปรับปรุงขั้นตอนวิธีทำซ้ำของผู้วิจัยหลายท่าน เช่น Nilsrakoo และ Saejung [8], Suantai [15], Xu และ Noor [17] เป็นต้น

## Abstract

250775

In this paper, we study a new three-step iterative scheme for approximating a common fixed point of three asymptotically quasi-nonexpansive nonself-mappings with errors and prove several strong and weak convergence results of the iterative sequences with errors in a uniformly convex Banach space. We also extend and improve some recent corresponding results in the literature.

## กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณ สำนักงานคณะกรรมการวิจัยแห่งชาติและมหาวิทยาลัยอุบลราชธานีที่ได้สนับสนุนทุนอุดหนุนการวิจัยนี้

คณะผู้วิจัย