

เนื้อหาวิจัย

1. บทนำ

ให้ X เป็นปริภูมินอร์ม และ C เป็นเซตย่อยที่ไม่เป็นเซตว่างของ X จะเรียกการส่ง $T: C \rightarrow C$ ว่า การส่งแบบไม่ขยายเชิงเส้นกำกับ (asymptotically nonexpansive) ถ้ามีลำดับของจำนวนจริง $\{k_n\}$ ซึ่ง $k_n \geq 1$ และ $\lim_{n \rightarrow \infty} k_n = 1$ ที่ทำให้ $\|T^n x - T^n y\| \leq k_n \|x - y\|$ สำหรับทุก ๆ $x, y \in C$ และทุกจำนวนนับ n

ในปีค.ศ. 1972 Goebel และ Kirk ได้พิสูจน์ว่า ถ้า C เป็นเซตย่อยซึ่งเป็นเซตปิด และมีขอบเขตของปริภูมิบานาคแบบเอกรูปแล้ว สำหรับทุกการส่งแบบไม่ขยายเชิงเส้นกำกับที่ส่งไปยังตัวมันเองจะมีจุดตรึงเสมอ จะเรียกการส่ง $T: C \rightarrow C$ ว่า การส่งแบบกึ่งไม่ขยายเชิงเส้นกำกับ (asymptotically quasi-nonexpansive) ถ้า $F(T) \neq \emptyset$ และมีลำดับของจำนวนจริง $\{k_n\}$ ซึ่ง $k_n \geq 1$ และ $\lim_{n \rightarrow \infty} k_n = 1$ ที่ทำให้ $\|T^n x - q\| \leq k_n \|x - q\|$ สำหรับทุก ๆ $x \in C, q \in F(T), n \geq 1$ โดยที่ $F(T)$ เป็นเซตของจุดตรึงของ T จะเรียกการส่ง T ว่า L ลิพชิตซ์แบบเอกรูป (uniformly L -Lipschitzian) ถ้ามีค่าคงตัวบวก L ที่ทำให้ $\|T^n x - T^n y\| \leq L \|x - y\|$ สำหรับทุก ๆ $x, y \in C$ และทุก $n \geq 1$

ในปีค.ศ. 2000 Noor [9] ได้สร้างขั้นตอนวิธีทำซ้ำสามขั้นตอนและศึกษาการประมาณค่าผลเฉลยของการแปรผันในปริภูมิฮิลเบิร์ต

Glowinski และ Tallec [4] ได้ประยุกต์ขั้นตอนวิธีทำซ้ำสามขั้นตอนเพื่อประมาณค่าผลเฉลยของปัญหา elastoviscoplasticity และปัญหาค่าเฉพาะ (eigenvalue)

ในปีค.ศ. 2006 Bnouhachem และคณะ [1] ได้พิสูจน์ให้เห็นว่าขั้นตอนวิธีทำซ้ำสามขั้นตอนดีกว่าขั้นตอนวิธีทำซ้ำสองขั้นตอนและหนึ่งขั้นตอนในการหาค่าตอบของสมการการแปรผัน นอกจากนั้น ขั้นตอนวิธีทำซ้ำสามขั้นตอนนี้ยังช่วยในการหาค่าตอบของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยอีกด้วย [9,10,11]

Khan และ Takahashi [5] ได้ประมาณค่าจุดตรึงร่วมของการส่งแบบไม่ขยายเชิงเส้นกำกับสองการส่งโดยใช้ modified Ishikawa iteration ต่อมา Shahzad และ Udomene [14] ได้พิสูจน์ทฤษฎีบทการลู่เข้าสู่จุดตรึงร่วมของการส่งแบบกึ่งไม่ขยายเชิงเส้นกำกับสองการส่งโดยใช้ modified Ishikawa iteration [2,6,13,14]

ในงานวิจัยนี้จะสร้างขั้นตอนวิธีทำซ้ำสามขั้นตอนแบบใหม่ และพิสูจน์ทฤษฎีบทการลู่เข้าแบบเข้มและแบบอ่อนของการส่งแบบกึ่งไม่ขยายเชิงเส้นกำกับที่ไม่ส่งไปยังตัวมันเองในปริภูมิบานาคชนิดคอนเวกซ์แบบเอกรูป ซึ่งผลงานวิจัยนี้ได้ขยายผลงานของ Nilsrakoo และ Saejung [8], Suantai [15], Xu และ Noor [17]