2. ความรู้เบื้องต้น

ให้ X เป็นปริภูมินอร์มและ C เป็นเซตย่อยของ X จะเรียก C ว่าเป็นเซตการหด (retract) ของ X ถ้ามีการส่งที่ต่อเนื่อง $P: X \to C$ ที่ทำให้ $Px = x$ สำหรับทุกๆ $x \in C$ จะเรียกการส่ง $P: X \to C$ ว่าการหดตัว (retraction) ถ้า $\mathrm{P}^2 = P$ เราจะเห็นได้ว่า ถ้าการส่ง P เป็นการหดตัวแล้ว $Py = y$ สำหรับทุกๆ y ที่อยู่ในเรนจ์ของ P จะเรียกการส่ง $T: C \to X$ ว่า การส่งแบบกึ่งไม่ขยายเชิงเส้นกำกับ (asymptotically quasi-nonexpansive) ถ้า $F(T) \neq \emptyset$ และมีลำดับของจำนวนจริง $\{k_n\}$ ซึ่ง $k_{\mathrm{n}} \geq 1$ และ $\lim_{n\to\infty} k_n = 1$ ที่ทำให้

$$\|T(PT)^{n-1}x - T(PT)^{n-1}y\| \leq L\|x - y\|$$

สำหรับทุกๆ $x, y \in C$ และทุก $n \geq \mathbb{N}$

ให้ X เป็นปริภูมิบานาค จะเรียก X ว่าสอดคล้องกับเงื่อนไขโอเปียล (Opial's condition) [12] ถ้า $\{x_n\}$ ลู่เข้าสู่ x แบบอ่อน ขณะที่ $n \to \infty$ และ $x \neq y$ จะได้ว่า

$$\limsup_{\mathrm{n}\to\infty}\|x_n - x\| < \limsup_{\mathrm{n}\to\infty}\|x_n - y\|$$

บทตั้ง 1 [16] ให้ $\{a_n\}, \{b_n\}, \{\delta_n\}$ เป็นลำดับของจำนวนจริงที่ไม่เป็นลบซึ่งสอดคล้องกับอสมการ

$$a_{\mathrm{n}+1} \leq (1 + \delta_n)a_n + b_n \quad \forall n = 1,2, \ldots$$

ถ้า $\sum_{n=1}^{\infty} \delta_n < \infty$ และ $\sum_{n=1}^{\infty} b_n < \infty$ แล้ว

(1) $\lim_{n\to\infty} a_n$ มีจริง และ

(2) $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ เมื่อ $\liminf_{n\to\infty} a_n = 0$

บทตั้ง 2 [7] ให้ X เป็นปริภูมิบานาคชนิดคอนเวกซ์แบบเอกรูป และสำหรับ $r > 0$, $B_r = \{x \in X: \|x\| \leq r\}$ เป็นบอลปิดของ X แล้วจะมีฟังก์ชัน $g: [0, \infty) \to [0, \infty)$ เป็นฟังก์ชันเพิ่มโดยแท้ คอนเวกซ์ ต่อเนื่องและ $g(0) = 0$ ที่ทำให้

$$\|\lambda x + \mu y + \xi z + \vartheta w\|^2 \leq \lambda\|x\|^2 + \mu\|y\|^2 + \xi\|z\|^2 + \vartheta\|w\|^2 - \lambda\mu g(\|x - y\|)$$

สำหรับทุกๆ $x, y, z, w \in B_r$ และทุกๆ $\lambda, \mu, \xi, \vartheta \in [0,1]$ โดยที่ $\lambda + \mu + \xi + \vartheta = 1$

บทตั้ง 3 [15] ให้ X เป็นปริภูมิบานาคซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไขโอเปียล (Opial's condition) และ $\{x_n\}$ เป็นลำดับของ X ให้ $u, v \in X$ ที่ทำให้ $\lim_{n\to\infty}\|x_n - u\|$ และ $\lim_{n\to\infty}\|x_n - v\|$ มีจริง ถ้าลำดับย่อย $\{x_{n_k}\}$ และ $\{x_{m_k}\}$ ของ $\{x_n\}$ ซึ่งลู่เข้าแบบอ่อนสู่ u และ v ตามลำดับ แล้ว $u = v$