



วารสารคณิตศาสตร์ โดยสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์
ปริมา 69 เล่มที่ 712 กันยายน – ธันวาคม 2567

<https://www.mathassociation.or.th>

Email: MathThaiOrg@gmail.com

คณิต คิด สอน: เมื่อครูจัดการเรียนรู้เชิงรุกในวิชาคณิตศาสตร์ Teaching Mathematics: When Using Active Learning in Mathematics Classroom

DOI: 10.14456/mj-math.2024.x

เมธาสิตี ธัญรัตน์ศรีสกุล^{1,*} วันดี เกษมสุขพิพัฒน์² และชานนท์ จันทรา³

¹กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนราชินีบูรณะ จังหวัดนครปฐม 73000

^{2,3}สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ กรุงเทพมหานคร 10900

Mathasiti Tanyarattanasrisakul^{1,*} Wandee Kasemsukpipat² and Chanon Chuntra³

¹Mathematics Department, Rachineeburana School, Nakhon Pathom 73000

^{2,3}Division of Mathematics, Faculty of Education, Kasetsart University, Bangkok 10900

Email: ¹mathasiti24@gmail.com ²feduwdk@ku.ac.th ³feducnc@ku.ac.th

วันที่รับบทความ : 7 ธันวาคม 2566

วันที่แก้ไขบทความ : 24 กรกฎาคม 2567

วันที่ตอบรับบทความ : 13 ธันวาคม 2567

บทคัดย่อ

การจัดการเรียนรู้เชิงรุกในวิชาคณิตศาสตร์ ไม่ได้เป็นเพียงการจัดกิจกรรมที่เน้นความสนุกสนานหรือบ่งชี้เพียงการจัดให้มีการอภิปรายกลุ่ม การลงมือปฏิบัติ และการสอนผู้อื่นหรือการนำความรู้ไปใช้ในทันทีเท่านั้น บทความนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อนำเสนอแนวคิดการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ลักษณะการจัดการเรียนรู้เชิงรุกในวิชาคณิตศาสตร์ และตัวอย่างการจัดการเรียนรู้เชิงรุกในวิชาคณิตศาสตร์

*ผู้เขียนหลัก

เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส สำคัญของบทความ ประกอบด้วย 1) การจัดการเรียนรู้เชิงรุก เป็นการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้อย่างกระตือรือร้น ได้ใช้ความรู้ ทักษะ และกระบวนการคิดขั้นสูง เพื่อสร้างความรู้ด้วยตนเองจากการปฏิสัมพันธ์ทางสังคม ผ่านกลไกสำคัญของการเรียนรู้ คือ การดูดซึมประสบการณ์ และการปรับเปลี่ยนโครงสร้างความรู้ความเข้าใจ เพื่อให้เกิดความสมดุล 2) การจัดการเรียนรู้เชิงรุกในวิชาคณิตศาสตร์ มีลักษณะสำคัญ คือ การนำเสนอกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ที่เชิญชวนให้นักเรียนมีส่วนร่วม การมีส่วนร่วมของนักเรียนในกิจกรรมเพื่อตอบสนองต่อความสงสัยใคร่รู้ การสะท้อนผลหลังกิจกรรมการเรียนรู้ และการเข้าร่วมและมีปฏิสัมพันธ์กับสังคม เพื่อสื่อสารและอภิปรายเกี่ยวกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่แฝงอยู่ในกิจกรรม และ 3) ตัวอย่างการจัดการเรียนรู้เชิงรุกในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ซึ่งเป็นการจัดการเรียนรู้ผ่านกิจกรรมที่มีชื่อว่า “เรขาคณิตบนร่มแปดเหลี่ยม” เริ่มต้นจากการนำเสนอข้อมูลที่สร้างความสนใจ การจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้ใช้คณิตศาสตร์หาคำตอบที่ตนเองตั้งไว้ การสะท้อนสิ่งที่ได้เรียนรู้ และการอภิปรายเพื่อสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ตนเองได้รับ

คำสำคัญ: การจัดการเรียนรู้เชิงรุกในวิชาคณิตศาสตร์ ทฤษฎีบทพีทาโกรัส กิจกรรมเรขาคณิตบนร่มแปดเหลี่ยม

ABSTRACT

Active learning in mathematics goes beyond simply having fun activities, group discussions, hands-on activities, transferring knowledge to others, or immediate application of knowledge. This academic article aims to present the concept of active learning, its characteristics in mathematics education, and example of active learning in mathematics, specifically on the Pythagorean theorem. The main points include: 1) Active learning approach encourages students to actively participate in learning activities, using their knowledge, skills, and higher-order thinking processes to construct their understanding through social interactions. It involves the assimilation of new experiences and the accommodation of their existing schemas to achieve equilibration; 2) The key features of active learning in mathematics include presenting mathematical activities that invite student participation, engaging students in activities that respond to their curiosity, reflecting on learning activities, and participating in

social interactions to communicate and discuss mathematical concepts embedded in the activities; and 3) One example of using active learning in mathematics on Pythagorean theorem is a lesson called “Geometry on an Octagonal Umbrella”. It starts with presenting engaging information, organizing activities where students use mathematics to find answers to their questions, reflecting on what they have learned, and discussing to communicate their mathematical ideas.

Keywords: Active learning in mathematics, Pythagorean theorem, Geometry on an octagonal umbrella activity

1. บทนำ

ความมุ่งหมายประการหนึ่งของหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 คือ การให้นักเรียนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื่องด้วยคณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญต่อความสำเร็จในการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 ช่วยให้นักเรียนมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบและถี่ถ้วน ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา ได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ประสบความสำเร็จ จะต้องเตรียมนักเรียนให้มีความพร้อมที่จะเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ พร้อมทั้งจะประกอบอาชีพเมื่อสำเร็จการศึกษา หรือสามารถศึกษาต่อในระดับที่สูงขึ้นได้ [1]

แนวการสอนหนึ่งที่ได้รับ ความสนใจและเป็นจุดเน้นในเชิงนโยบายของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา ได้แก่ การเรียนรู้เชิงรุก (active learning) ซึ่งวาทกรรมที่ได้รับการกล่าวถึงเป็นอย่างมากของการเรียนรู้เชิงรุก คือ นักเรียนลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง และมีส่วนร่วมในบทเรียนอย่างกระตือรือร้น หลายคนจึงตีความว่าเป็นความสนุกสนานในการเรียนรู้ผ่านกระบวนการกลุ่ม ให้นักเรียนเล่นเกม ร้องเพลง มีการแข่งขันกัน เพื่อสร้างบรรยากาศที่สะท้อนถึงความกระตือรือร้น ในอีกมุมหนึ่งตีความแบ่งแยกลักษณะของการเรียนรู้เชิงรุกและการเรียนรู้เชิงรับ (passive learning) ไปที่พฤติกรรมการสอนของครู ตามกรวยแห่งประสบการณ์การเรียนรู้ (cone of experience) ของ Dale [4] ที่มักถูกนำเสนอเพื่ออธิบายการเรียนรู้เชิงรุก ทำให้เข้าใจว่า การเรียนรู้เชิงรุก เป็นการให้นักเรียนได้อภิปรายกลุ่ม ลงมือปฏิบัติ และสอนผู้อื่นหรือนำไปใช้ในทันที

ในขณะที่การเรียนรู้เชิงรุกเป็นการให้นักเรียนฟังบรรยายจากครู อ่านข้อความ ฟัง ดู หรือชมการสาธิตจากครู

ความเข้าใจดังกล่าวส่งผลสืบเนื่องมาสู่การสร้างแนวปฏิบัติสำหรับการเรียนรู้เชิงรุกในวิชาคณิตศาสตร์ที่ดีความว่า การให้นักเรียนลงมือปฏิบัติผ่านการทำแบบฝึกหัดคณิตศาสตร์ การให้นักเรียนเข้ากลุ่มทำงานร่วมกันและพูดคุยกันเพื่อหวังให้เป็นการอภิปราย และการให้นักเรียนทำใบงานด้วยกันเป็นคู่แบบเพื่อนช่วยเพื่อนเพื่อให้เกิดการสอนผู้อื่น เป็นการเรียนรู้เชิงรุก ซึ่งเป็นแนวปฏิบัติที่คลาดเคลื่อนและยังไม่เพียงพอสำหรับการเรียนรู้เชิงรุก เพื่อพัฒนาการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียน บทความนี้จึงมีวัตถุประสงค์เพื่อนำเสนอแนวการจัดการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ลักษณะการจัดการเรียนรู้เชิงรุกในวิชาคณิตศาสตร์ และตัวอย่างการจัดการเรียนรู้เชิงรุกในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ผ่านกิจกรรมที่มีชื่อว่า “เรขาคณิตบนร่มแปดเหลี่ยม”

2. แนวคิดการจัดการเรียนรู้เชิงรุก

คำว่า “การเรียนรู้เชิงรุก” ที่ใช้กันในปัจจุบัน พบว่า มีความหมายครอบคลุมการปฏิบัติของนักเรียนและครู ซึ่งสื่อความหมายถึงบทบาทของนักเรียนที่ต้องมีการเรียนรู้เชิงรุก ในขณะที่ครูก็ต้องมีบทบาทในการจัดการเรียนรู้เชิงรุกด้วย ดังนั้น เพื่อสะท้อนให้เห็นถึงบทบาทของครูที่ชัดเจน บทความนี้จะใช้คำว่า การจัดการเรียนรู้เชิงรุกเป็นหลัก ซึ่งอาจมีการให้ความหมายไม่คงที่ [2] แต่มีสาระสำคัญเดียวกัน คือ เป็นการจัดการเรียนรู้ใด ๆ ก็ตามที่ให้นักเรียนลงมือปฏิบัติสิ่งต่าง ๆ และคิดในสิ่งที่ตนเองกระทำอยู่ [2, 7] ภายใต้สมมติฐานพื้นฐาน 2 ประการ คือ 1) การเรียนรู้เป็นความพยายามโดยธรรมชาติของมนุษย์ และ 2) แต่ละบุคคลมีแนวทางการเรียนรู้ที่ต่างกัน นักเรียนถูกเปลี่ยนบทบาทจากผู้รับความรู้ (receive) ไปสู่การมีส่วนร่วมในการสร้างความรู้ (co-creators) [7] นั่นคือ เปิดโอกาสให้นักเรียนเข้ามามีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมด้วยพลังปัญญา ร่างกาย จิตใจ สังคม ได้ความรู้ด้วยความเข้าใจ และสามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงได้ การจัดการเรียนรู้เชิงรุกสนับสนุนด้วยทฤษฎีการสร้างความรู้ด้วยตนเอง (constructivism) ที่มีสมมติฐานว่า บุคคลไม่สามารถรับความรู้ผ่านประสาทสัมผัสหรือด้วยวิธีการบอกเล่าและสื่อสารถ่ายทอดความรู้จากผู้อื่น แต่ความรู้จะเกิดขึ้นด้วยการสร้างขึ้นภายในตัวบุคคลเอง จากการปรับโครงสร้างความรู้ความเข้าใจ (mental structure) ให้สอดคล้องหรือนำไปใช้งานในสถานการณ์ใหม่ได้ [8] ทั้งนี้ การเรียนรู้จะเกิดขึ้นจากกระบวนการที่สร้างขึ้นมามีภายในตนเองอย่างต่อเนื่องผ่านการดูดซึม (assimilation) และการปรับเปลี่ยนโครงสร้าง (accommodation) เพื่อให้เกิดความสมดุล (equilibration) ผ่าน

การได้รับประสบการณ์ใหม่ที่ก่อให้เกิดความไม่สมดุลจากการปฏิสัมพันธ์ทางสังคม ทำให้บุคคลต้องปรับเปลี่ยนความรู้ความเข้าใจที่มีอยู่เดิมให้เข้ากับประสบการณ์ใหม่ เพื่อให้ตนเองมีโครงสร้างความรู้ความเข้าใจที่มีความสมดุลอีกครั้ง [6] สะท้อนให้เห็นว่า การจัดการเรียนรู้เชิงรุกที่อยู่ภายใต้ทฤษฎีการสร้างความรู้ด้วยตนเอง มีลักษณะสำคัญ คือ การจัดประสบการณ์ให้นักเรียนลงมือทำงานที่ต้องเผชิญความขัดแย้งกับความรู้ความเข้าใจเดิมหรือรับรู้ว่าความรู้ความเข้าใจที่มีอยู่เดิมไม่เพียงพอ ซึ่งอาศัยการปฏิสัมพันธ์ทางสังคมเข้ามาช่วยให้นักเรียนพบกับความขัดแย้ง เสนอข้อมูลใหม่เพื่อให้นักเรียนนำไปปรับ ผสาน หรือสร้างความรู้ความเข้าใจใหม่ จากนั้นให้นักเรียนนำความรู้ใหม่นั้นมาใช้เพื่อสะท้อนให้เห็นถึงการปรับโครงสร้างความรู้ความเข้าใจที่ได้ผนวกข้อมูลใหม่นั้นแล้ว ทั้งนี้ปฏิสัมพันธ์ทางสังคมจะเข้ามามีส่วนช่วยตรวจสอบว่า ความรู้ความเข้าใจถูกต้องและสอดคล้องกับสิ่งที่ได้เรียนรู้หรือไม่ รวมทั้งยังช่วยในการขยายความรู้ความเข้าใจนั้นในมุมมองที่ต่างออกไป ครูผู้สอนจำเป็นต้องช่วยเหลือและอำนวยความสะดวกให้นักเรียนสร้างความรู้ที่ถูกต้อง อาจทำได้โดยใช้รูปแบบการแสดงแทนความคิดที่เหมาะสมกับนักเรียนตามแนวคิดของบรูเนอร์ ได้แก่ การแสดงแทนความคิดด้วยการกระทำ (enactive representation) ซึ่งเป็นการเรียนรู้ผ่านการสัมผัสจับต้องกับสิ่งของจริงด้วยตัวนักเรียนเอง การแสดงแทนความคิดด้วยการนิยภาพ (iconic representation) เป็นการเรียนรู้โดยใช้ภาพแทนสิ่งของจริง และการแสดงแทนความคิดด้วยสัญลักษณ์ (symbolic representation) เป็นการเรียนรู้ผ่านสิ่งที่เป็นามธรรมโดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ต่าง ๆ รวมทั้งปรับบทบาทเป็นผู้อำนวยความสะดวก ช่วยเหลือ แนะนำนักเรียนให้เกิดการเรียนรู้ เมื่อพบว่านักเรียนยังไม่สามารถทำกิจกรรมที่กำหนดได้ ตามแนวคิดเรื่องพื้นที่รอยต่อพัฒนาการ (zone of proximal development) ของไวทสกี้ เพื่อให้นักเรียนขยายขอบเขตของการทำได้ให้กว้างขึ้น และเพื่อเป็นการช่วยให้นักเรียนมีสมาธิสนใจกับบทเรียน อาจใช้สถานการณ์ที่ดึงดูดความสนใจเพื่อให้นักเรียนเกิดความใส่ใจ เมื่อเกิดความใส่ใจแล้ว ข้อมูลต่าง ๆ จะเข้าไปอยู่ในหน่วยความจำระยะสั้นและพร้อมที่จะนำไปใช้ในการทำกิจกรรมการเรียนรู้ต่อไปตามทฤษฎีการประมวลผลข้อมูล (cognitive information processing) ซึ่งจะช่วยส่งเสริมให้เกิดการสร้างความรู้ด้วยตนเองได้สำเร็จ [6]

โดยสรุปแล้ว การจัดการเรียนรู้เชิงรุก เป็นการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้อย่างกระตือรือร้น ได้ใช้ความรู้ ทักษะ และกระบวนการคิดขั้นสูงเพื่อสร้างความรู้ด้วยตนเองจากการปฏิสัมพันธ์ทางสังคม ผ่านกลไกสำคัญของการเรียนรู้ คือ การดูซึม และการปรับเปลี่ยนโครงสร้างความรู้ความเข้าใจเพื่อให้เกิดความสมดุล อย่างไรก็ตาม การจัดการเรียนรู้

คณิตศาสตร์ได้มีการนำแนวคิดการจัดการเรียนรู้เชิงรุกมาใช้ในระยะหนึ่งแล้ว ซึ่งจะอธิบายไว้ในหัวข้อถัดไป

3. การจัดการเรียนรู้เชิงรุกในวิชาคณิตศาสตร์

การจัดการเรียนรู้เชิงรุกในวิชาคณิตศาสตร์ เป็นการจัดการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นให้นักเรียนมีส่วนร่วมอย่างกระตือรือร้นผ่านงานทางคณิตศาสตร์ [3] ซึ่งเป็นกิจกรรมหรือปัญหาที่ออกแบบมาเพื่อให้ นักเรียนมีส่วนร่วมในการคิดและฝึกฝนทักษะพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ไปจนถึงการแก้ปัญหาที่ซับซ้อนและไม่คุ้นเคย โดยเป็นการเปลี่ยนบทบาทครูจากการใช้วิธีการแบบบรรยาย ไปสู่ห้องเรียนที่นักเรียนเป็นศูนย์กลาง [9] ผ่านการจัดการเรียนรู้ที่ดึงดูดให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้ [12] โดยใช้ประสบการณ์และการมีปฏิสัมพันธ์ต่อโลกหรือสิ่งต่าง ๆ ที่อยู่รอบตัวของนักเรียน มากกว่าอาศัยหนังสือตำราเรียนพื้นฐานเป็นที่ยึดหรือแหล่งข้อมูลของการเรียนรู้ รวมทั้งใช้ประโยชน์จากความอยากรู้อยากเห็นตามธรรมชาติของนักเรียน เพื่อกระตุ้นให้เกิดการเรียนรู้ มอบประสบการณ์ที่หลากหลาย น่าสนใจ โดยใช้ทั้งสื่อทางกายภาพและสิ่งแวดล้อม และสามารถปรับมาเป็นการเรียนรู้รายบุคคลเมื่อนักเรียนเกิดความพร้อม [9] ลักษณะหนึ่งของการจัดการเรียนรู้เชิงรุกในวิชาคณิตศาสตร์ คือ นักเรียนจะแสดงบทบาทเชิงรุก (active role) ในการเรียนรู้ของตนเองมากกว่าการรับข้อมูลจากครู โดยนักเรียนได้สื่อสารความคิดทางคณิตศาสตร์ ไตร่ตรอง สะท้อนคิด รวมทั้งได้ร่วมอภิปรายเพื่อแลกเปลี่ยนมุมมองที่ต่างกันไป [5]

ช่วงเวลาที่ผ่านมา การจัดการเรียนรู้เชิงรุกได้รับความสนใจและเป็นจุดเน้นสำหรับการพัฒนาการรู้เรื่องคณิตศาสตร์เป็นอย่างมาก ดังที่สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (National Council of Teachers of Mathematics: NCTM) ได้เน้นย้ำและชี้ให้เห็นว่าการจัดการเรียนรู้เชิงรุกช่วยปรับปรุงประสิทธิภาพการปฏิบัติงานทางคณิตศาสตร์และเพิ่มขีดความสามารถในการใช้คณิตศาสตร์เพื่อแสวงหาความรู้ทางวิชาการและวิชาชีพให้กับนักเรียน [10] อย่างไรก็ตามการจัดการเรียนรู้เชิงรุกในวิชาคณิตศาสตร์เป็นแนวคิดที่มีมาระยะหนึ่งแล้ว Smith [13] ได้อธิบายว่า ตั้งแต่คริสต์ศักราช 1982 หรือพุทธศักราช 2525 ได้มีการเน้นให้ใช้การจัดการเรียนรู้เชิงรุกในวิชาคณิตศาสตร์ของโรงเรียนมากขึ้น โดยให้เหตุผลว่า คณิตศาสตร์สามารถเรียนรู้ได้อย่างมีประสิทธิภาพผ่านการมีส่วนร่วมในการทดลอง การตั้งคำถาม การไตร่ตรอง สะท้อนคิด การค้นพบ การประดิษฐ์ และการอภิปราย ดังนั้น บทบาทหน้าที่ของครูสำหรับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกในวิชาคณิตศาสตร์ตามทฤษฎีการสร้างความรู้ด้วยตนเอง จึงเป็นการเตรียมการและจัดประสบการณ์ต่าง ๆ

ที่ช่วยให้นักเรียนสร้างและพัฒนาความเข้าใจในคณิตศาสตร์ของตนเอง นั่นคือ การอำนวยความสะดวกให้นักเรียนมีโครงสร้างความรู้ความเข้าใจที่ขยายและลุ่มลึกมากขึ้นกว่าเดิม ผู้เขียนได้นำแนวคิดของ Smith [13] ที่อธิบายถึงลักษณะสำคัญของการจัดการเรียนรู้เชิงรุกในวิชาคณิตศาสตร์ มาอธิบายเชื่อมโยงให้เห็นถึงแนวทางปฏิบัติที่สนับสนุนด้วยทฤษฎีการเรียนรู้ ได้ดังนี้

1. การนำเสนอกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ (presentation) ในการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ควรนำเสนอกิจกรรมที่เชิญชวนให้นักเรียนมีส่วนร่วมและใช้ความสามารถในการคิดอย่างเต็มที่ เช่น การใช้เกม ปริศนา สถานการณ์ที่ชวนสงสัยและสร้างความประหลาดใจ เพื่อกระตุ้นความอยากรู้อยากเห็น และดึงความสนใจของนักเรียนออกมาได้อย่างเต็มที่ และที่สำคัญกิจกรรมนั้น ควรนำไปสู่ข้อมูลที่ขัดแย้งกับความรู้ความเข้าใจเดิม หรือสร้างการรับรู้ว่า ความรู้ความเข้าใจเดิมที่นักเรียนมีอยู่ไม่เพียงพอ อนึ่ง เมื่อนักเรียนได้รับข้อมูลที่น่าสนใจ จะเกิดความสนใจ ซึ่งทำให้ข้อมูลนั้นเข้าไปอยู่ในหน่วยความจำระยะสั้น พร้อมทั้งจะใช้งานในกิจกรรมการเรียนรู้ที่กำลังจะเกิดขึ้น และนำไปสู่กลไกการสร้างความรู้ด้วยตนเองในลำดับต่อไป

2. การมีส่วนร่วมในกิจกรรม (pupil activity) ในการจัดการเรียนรู้เชิงรุก นักเรียนต้องดำเนินการหาคำตอบให้กับความสงสัยใคร่รู้ของตนเอง สร้างความเข้าใจในสิ่งที่กำลังคิดและทำ ลักษณะสำคัญของกิจกรรมการเรียนรู้ที่จะสร้างการมีส่วนร่วมของนักเรียน คือ เป็นกิจกรรมที่นักเรียนได้เรียนรู้ผ่านสถานการณ์ใหม่ที่ไม่คุ้นเคย และไม่ใช้กิจวัตรประจำของการเรียนคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ เมื่อนักเรียนลงมือทำกิจกรรมแล้ว จะพบว่าสิ่งที่กำลังเรียนรู้อยู่นั้นขัดแย้งกับความรู้เดิมที่มีหรือความรู้เดิมไม่เพียงพอที่จะหาคำตอบได้ นักเรียนจะดูตลึงข้อมูลความรู้ที่ครูนำเสนอเข้าไปปรับโครงสร้างความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับเรื่องนั้น หรือหากเป็นข้อมูลความรู้ใหม่ที่ไม่เกี่ยวข้องกับความรู้เดิม นักเรียนจะสร้างโครงสร้างความรู้ความเข้าใจขึ้นมาอีกโครงสร้างหนึ่ง และกลับสู่ความสมดุลอีกครั้ง

3. การสะท้อนผลหลังกิจกรรมการเรียนรู้ (reflection) เมื่อทำกิจกรรมหรืองานทางคณิตศาสตร์เสร็จสิ้น ครูควรจัดให้มีการทบทวนการเรียนรู้ที่ได้จากการทำกิจกรรมร่วมกัน ซึ่งจะเป็นประโยชน์อย่างมากในการช่วยให้นักเรียนบูรณาการและเชื่อมโยงความคิดทางคณิตศาสตร์ที่ได้รับกับความรู้และประสบการณ์เดิมที่มีอยู่ ทั้งนี้การให้นักเรียนสะท้อนผลด้วยตนเองเป็นรายบุคคลตามลำพังไม่ได้รับประกันว่านักเรียนได้เรียนรู้แล้ว ขั้นตอนนี้ยังเป็นการตรวจสอบว่า นักเรียนได้สร้างความรู้ที่ถูกต้องหรือไม่ ซึ่งเป็นผลมาจากการลงมือทำกิจกรรมและได้ดูตลึงข้อมูลความรู้เข้าไปปรับโครงสร้างความรู้

ความเข้าใจให้อยู่ในความสมดุล การสะท้อนผลจะช่วยให้ครูผู้สอนทราบว่า ข้อมูลความรู้ใหม่ได้เข้าไปต่อเติมกับโครงสร้างความรู้ความเข้าใจที่นักเรียนมี และเกิดเป็นความรู้ใหม่ที่ต้องการหรือไม่ หากพบว่าไม่ถูกต้อง จะได้ทำการแก้ไขได้ในทันที

4. การเข้าร่วมและปฏิสัมพันธ์กับสังคม (socialization) หลังร่วมกิจกรรมการเรียนรู้และได้พัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เรื่องใดเรื่องหนึ่งแล้ว นักเรียนควรได้รับการส่งเสริมให้อภิปรายหรือสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์นั้นกับผู้อื่น ซึ่งจะสะท้อนให้เห็นถึงความรู้ ความเข้าใจ และการใช้ภาษาที่เหมาะสม เป็นการขัดเกลาให้นักเรียนมีทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ดี และช่วยต่อเติมแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของตนเองให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น และขั้นตอนนี้เอง จะช่วยให้นักเรียนรับรู้ว่าคุณสมบัติที่สร้างขึ้นมีความสอดคล้องหรือขัดแย้งกับสังคม รวมทั้งยังเป็นโอกาสที่นักเรียนจะได้ขยายแนวคิดของตนเองผ่านการดูซึม และการปรับเปลี่ยนโครงสร้างความรู้ความเข้าใจเพื่อให้เกิดความสมดุลอย่างต่อเนื่องในระหว่างทำกิจกรรม อีกมุมหนึ่ง การปฏิสัมพันธ์กับสังคมนักเรียนจะได้พบความช่วยเหลือในการเรียนรู้จากทั้งเพื่อนและครู และทำให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการเรียนรู้ได้เร็วขึ้น

โดยสรุปแล้ว การจัดการเรียนรู้เชิงรุกในวิชาคณิตศาสตร์ เป็นการจัดการเรียนรู้ที่ใช้กิจกรรมหรืองานทางคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับเรื่องที่นักเรียนสนใจมากระตุ้นให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้ ส่งเสริมให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรมและได้รับประสบการณ์การใช้คณิตศาสตร์เพื่อสร้างความรู้หรือตอบคำถามจากความสงสัยของตนเอง ได้ไตร่ตรอง สะท้อนคิด และอภิปรายเกี่ยวกับความรู้ทางคณิตศาสตร์ โดยการจัดการเรียนรู้เชิงรุกในวิชาคณิตศาสตร์มีลักษณะสำคัญ คือ การนำเสนอกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ที่เชิญชวนให้นักเรียนมีส่วนร่วม การมีส่วนร่วมของนักเรียนในกิจกรรมเพื่อตอบสนองความสงสัยใคร่รู้ของตนเอง การสะท้อนผลหลังกิจกรรมการเรียนรู้ และการเข้าร่วมและมีปฏิสัมพันธ์กับสังคม เพื่อสื่อสารและอภิปรายเกี่ยวกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่แฝงอยู่ในกิจกรรม และเพื่อให้เห็นลักษณะของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ชัดเจนยิ่งขึ้น ทั้งนี้ ขอยกตัวอย่างการจัดการเรียนรู้เชิงรุกไว้ในหัวข้อถัดไป

4. ตัวอย่างการจัดการเรียนรู้เชิงรุกในวิชาคณิตศาสตร์

การจัดการเรียนรู้เชิงรุก เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ในรายวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ครูคณิตศาสตร์มีความคุ้นเคยในเนื้อหาเกี่ยวกับทฤษฎีบทพีทาโกรัสเป็นอย่างดีอยู่แล้ว กิจกรรมดังกล่าวมีชื่อว่า “เรขาคณิตบนร่มแปดเหลี่ยม” ออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ฐานคิดจาก

สถานการณ์ที่เสนอโดยสภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM) [11] ซึ่งมีจุดประสงค์การเรียนรู้ คือ 1) นักเรียนนำทฤษฎีบทพีทาโกรัสไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ที่กำหนดได้ 2) นักเรียนมีทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ สามารถเชื่อมโยงความรู้เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัสกับชีวิตจริงได้ 3) นักเรียนมีทักษะการสื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ สามารถอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของตนเองให้ผู้อื่นเข้าใจได้ และ 4) นักเรียนมีความมุ่งมั่นในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้กิจกรรมดังกล่าวสามารถใช้ในการจัดการเรียนรู้หลังจากที่นักเรียนได้เรียนทฤษฎีบทพีทาโกรัสไปแล้ว หรืออาจจะนำไปปรับใช้เพื่อสอนทฤษฎีบทพีทาโกรัสไปพร้อมกันในช่วงของการหาความสูงของรูปสามเหลี่ยมก็ได้เช่นกัน ลักษณะการจัดการเรียนรู้ของกิจกรรมเรขาคณิตบนร่มแปดเหลี่ยมเป็นดังนี้

1. ให้นักเรียนชมภาพร่มบนหน้าจอที่ครูแสดงดังรูปที่ 4.1 จากนั้นใช้คำถาม “นักเรียนเห็นสิ่งใดในภาพนี้บ้าง” ซึ่งนักเรียนอาจตอบว่า “ร่มที่มีสีต่าง ๆ กัน” “ร่มเหล่านี้มีรูปร่างเหมือนแปดเหลี่ยม” “รูปแปดเหลี่ยมประกอบขึ้นจากรูปสามเหลี่ยมแปดรูป” “มีร่มสีฟ้าแค่สองคันในรูปนี้” “ด้ามจับของร่มเป็นสีดำ” “ร่มดูเหมือนซีกหนึ่งของโลก” เป็นต้น และใช้คำถาม “นักเรียนมีข้อสงสัยใดบ้าง” ซึ่งนักเรียนอาจตอบว่า “ร่มทั้งหมดนี้จะมีขนาดเท่ากันไหม” “ร่มทั้งหมดนี้มีรูปร่างเป็นแปดเหลี่ยมใช่ไหม” “มีร่มทั้งหมดอยู่กี่คัน” “วันนี้ฝนจะตกหรือคะ” เป็นต้น



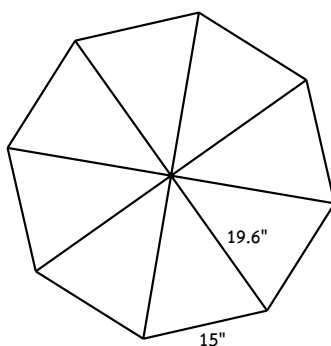
รูปที่ 4.1 ร่มแปดเหลี่ยม (ที่มา [https://www.nctm.org/Classroom-](https://www.nctm.org/Classroom-Resources/Features/Notice-and-Wonder/Lesson-Plans/downloads/Umbrella-7-10/)

[Resources/Features/Notice-and-Wonder/Lesson-Plans/downloads/Umbrella-7-10/](https://www.nctm.org/Classroom-Resources/Features/Notice-and-Wonder/Lesson-Plans/downloads/Umbrella-7-10/))

2. ครูพูดคุยกับนักเรียนและอธิบายว่า ทุกคำถามของนักเรียนน่าสนใจทั้งสิ้น มีนักเรียนคนใดสามารถเปลี่ยนคำถามดังกล่าวมาเป็นคำถามทางคณิตศาสตร์ได้บ้าง จากนั้นให้นักเรียนยกมือขึ้นตอบคำถามนี้ 3 - 4 คน นักเรียนอาจตั้งคำถามว่า “ร่มแต่ละคันขนาดเป็นเท่าไร” “รูปแปดเหลี่ยมนั้นขนาดเท่าไร” “รูปสามเหลี่ยมแต่ละรูปมีพื้นที่เท่าไร” หรือ “ร่มนี้สามารถคลุมพื้นที่ได้ทั้งหมดเท่าไร”

จากคำถามเหล่านี้ ครูอธิบายให้นักเรียนทราบว่า นักเรียนจำเป็นต้องมีข้อมูลการมาร่วมมาช่วยในการหาคำตอบ

3. ครูนำเสนอข้อมูลเกี่ยวกับส่วนประกอบต่าง ๆ ของร่มแปดเหลี่ยมให้นักเรียนทราบ ดังนี้ “บริษัท Rain Away ซึ่งทำการผลิตร่มออกจำหน่าย โดยออกแบบร่มที่มีด้ามจับและมีผ้าคาดเพดาน (canopy) แบบแปดเหลี่ยมที่ประกอบจากรูปสามเหลี่ยมแปดชิ้น รูปสามเหลี่ยมแต่ละชิ้นเชื่อมต่อกันด้วยโครงอลูมิเนียม และรูปสามเหลี่ยมแต่ละชิ้นที่ประกอบกันเป็นผ้าคาดเพดาน มีฐานยาว 15 นิ้ว และความยาวด้านข้างยาวละ 19.6 นิ้ว” จากนั้น ครูขออาสาสมัคร 1 คน ออกมาวาดภาพประกอบ เมื่อนักเรียนวาดภาพบนกระดานได้ถูกต้องแล้ว ครูใช้ภาพนั้นในการจัดการเรียนรู้ในขั้นต่อไป ทั้งนี้ ภาพที่นักเรียนวาดควรสอดคล้องกับรูปที่ 4.2



รูปที่ 4.2 ภาพร่มที่แสดงควมยาวฐานและความยาวด้านข้างของรูปสามเหลี่ยมที่ประกอบเป็นผ้าคาดเพดาน (ที่มา <https://www.nctm.org/Classroom-Resources/Features/Notice-and-Wonder/Lesson-Plans/downloads/Umbrella-7-10/>)

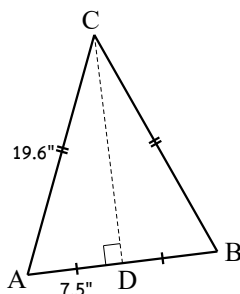
4. จากภาพที่นักเรียนวาดในข้อ 3 ครูให้นักเรียนร่วมกันตอบคำถามดังนี้

4.1 รูปสามเหลี่ยมในภาพเป็นรูปสามเหลี่ยมประเภทใด เพราะเหตุใด

คำถามนี้นักเรียนสามารถตอบได้โดยง่ายว่าเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว แต่อาจให้เหตุผลที่แตกต่างกัน เช่น “เนื่องจากรูปสามเหลี่ยมทั้งแปดรูปเหมือนกันและต้องนำมาประกอบเป็นรูปแปดเหลี่ยมได้พอดี แสดงว่า ความยาวด้านข้างอีกข้างหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมต้องเท่ากับ 19.6 นิ้ว ด้วย” หรือ “เนื่องจากสถานการณ์ระบุว่ารูปสามเหลี่ยมแต่ละชิ้นที่ประกอบกันเป็นผ้าคาดเพดานมีด้านข้างยาว 19.6 นิ้ว แสดงว่าทั้งสองข้างยาวเท่ากัน” เป็นต้น ให้นักเรียนอภิปรายในแ่งมุมต่าง ๆ อย่างรอบคอบ

4.2 รูปสามเหลี่ยมนั้นมีพื้นที่เท่าใด และนักเรียนมีวิธีการหาพื้นที่อย่างไร

เพื่อตอบคำถามนี้ ครูเลือกนักเรียน 1 คน ตอบคำถาม “ในการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม นักเรียนคิดว่าต้องทราบสิ่งใดบ้าง” (ความยาวฐาน ความสูง และสูตรการคำนวณหาพื้นที่) และเลือกนักเรียนอีก 1 คน วาดภาพประกอบและเขียนระบุความยาวฐานและความสูงที่นักเรียนหมายถึงว่าคือส่วนใด จากนั้น ครูให้นักเรียนทั้งห้องพิจารณาว่า ภาพที่นักเรียนวาดซึ่งระบุความยาวฐานและความสูงถูกต้องหรือไม่ และใช้คำถาม “ส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดยอดลงมาตั้งฉากที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ทำให้เกิดอะไรขึ้น” ให้นักเรียนร่วมกันอธิบาย สุดท้าย ครูทำการสรุปให้นักเรียนทั้งห้องทราบว่า ผลที่เกิดขึ้น คือ ส่วนของเส้นตรงนั้นจะแบ่งครึ่งฐาน ซึ่งนักเรียนควรเขียนภาพที่มีลักษณะสอดคล้องกับรูปที่ 4.3 และระบุได้ว่า $AB = 15$ นิ้ว $AD = BD = 7.5$ นิ้ว และ $AC = 19.6$ นิ้ว



รูปที่ 4.3 รายละเอียดส่วนต่าง ๆ ในรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วซึ่งประกอบกันเป็นโครงสร้างของผ้าคาดพาดาน

จากนั้น ครูให้นักเรียนอภิปรายร่วมกันว่า จะหาความสูงของรูปสามเหลี่ยมนี้ หรือหาความยาวด้าน CD ได้อย่างไร เมื่อนักเรียนเกิดความสงสัยและพยายามคิดหาวิธีสักครู่หนึ่งแล้วพบว่า ข้อมูลที่ปรากฏยังไม่เพียงพอที่จะหาคำตอบได้ ครูจึงเชื่อมโยงไปสู่ทฤษฎีบทพีทาโกรัสที่นักเรียนได้เรียนไปแล้ว (หรือครูอาจทำการสอนในขั้นนี้) และให้นักเรียนอธิบายทฤษฎีบทพีทาโกรัส เช่น บอกได้ว่า ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ผลรวมของความยาวด้านประกอบมุมฉากยกกำลังสอง เท่ากับความยาวด้านตรงข้ามมุมฉากยกกำลังสอง ครูเขียนรูปสามเหลี่ยมมุมฉากและแสดงความสัมพันธ์ของความยาวด้านทั้งสามในรูปของตัวแปร หรือทบทวนผ่านตัวแสดงแทนทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ เพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจมากขึ้น ต่อไปครูให้นักเรียนเชื่อมโยงทฤษฎีบทพีทาโกรัสมาใช้กับรูปสามเหลี่ยม ACD ซึ่งถ้านักเรียนพิจารณารูปสามเหลี่ยม ACD ซึ่งมี D เป็นมุมฉาก จะได้ความสัมพันธ์ว่า $AD^2 + CD^2 = AC^2$ ทำให้ได้ว่า $7.5^2 + CD^2 = 19.6^2$ และได้ผลลัพธ์ คือ $CD \approx 18.11$ ซึ่งหมายถึง

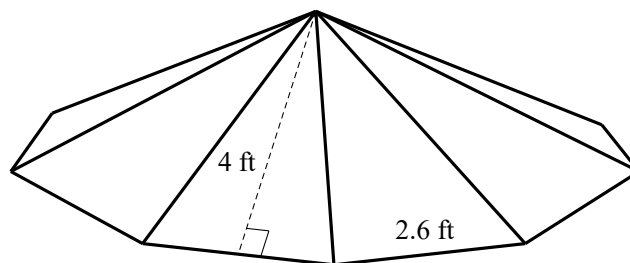
รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วรูปนี้ สูงประมาณ 18.11 นิ้ว ครูปล่อยให้เวลานักเรียนแต่ละคนคำนวณและได้คำตอบด้วยตนเองว่า รูปสามเหลี่ยมนั้นมีพื้นที่ประมาณ 135.83 ตารางนิ้ว

5. ครูนำนักเรียนพิจารณาว่าจากคำถามทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนสงสัย มีคำถามใดที่ยังไม่ได้รับคำตอบหรือไม่ ซึ่งนักเรียนอาจตอบว่ายังมีคำถามที่ว่า “รมนี่สามารถคลุมพื้นที่ได้ทั้งหมดเท่าไร” ครูใช้คำถามนี้เพื่อให้นักเรียนช่วยกันหาคำตอบด้วยวิธีการและมุมมองต่าง ๆ ในกรณีหนึ่งนักเรียนอาจคูณพื้นที่โดยประมาณของรูปสามเหลี่ยมที่คำนวณได้ด้วยจำนวนรูปสามเหลี่ยม ทำให้ได้ผลลัพธ์เป็น 1,086.64 ตารางนิ้ว จุดนี้ ครูอาจให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายว่า พื้นที่ที่รมนี่คลุมได้ทั้งหมดหมายถึงส่วนใด เป็นส่วนของพื้นที่ผ้ามืดเตาดิน หรือเป็นส่วนภาพฉายจากด้านบนของร่ม และสำหรับการใช้งานร่ม นักเรียนคิดว่าพื้นที่ที่รมนี่คลุมได้ทั้งหมด ควรหมายถึงส่วนใด นักเรียนบางคนอาจอภิปรายและชี้ให้เห็นว่า “ปกติร่มจะใช้บังแดดหรือกันฝนในบริเวณศีรษะของเรา ดังนั้น ส่วนที่รมนี่คลุมได้ควรจะเป็นส่วนผ้าทั้งหมดนั่นมากกว่า” โอกาสนี้ ครูอาจสอนให้นักเรียนรู้จักการสร้างข้อตกลงเบื้องต้น (assumption) ของการคำนวณ เช่น รมนี่สามารถคลุมพื้นที่ได้ประมาณ 1,086.64 ตารางนิ้ว เมื่อพื้นที่ในที่นี้คือพื้นที่ของผ้ามืดเตาดิน ลำดับถัดมา ใช้คำถามกับนักเรียนทั้งห้องว่า “นักเรียนคิดว่า ร่มที่คลุมพื้นที่ได้ขนาด 1,086.64 ตารางนิ้ว นักเรียนสามารถใช้งานได้พร้อมกันได้ทั้งหมดกี่คน” เพื่อให้นักเรียนคาดคะเนพื้นที่กับการนำร่มไปใช้ เช่นเดียวกันกับคำถามอื่น ๆ ที่นักเรียนสงสัย และตั้งคำถามขึ้นในช่วงแรก แต่ยังไม่ได้รับคำตอบ ครูจะช่วยให้นักเรียนได้รับคำตอบทั้งหมด และร่วมกันอภิปรายถึงวิธีการได้มาซึ่งคำตอบรวมทั้งความสมเหตุสมผลของคำตอบเหล่านั้น

6. ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน ให้แต่ละกลุ่มร่วมกันพูดคุยทบทวนความรู้และสิ่งที่ได้จากการทำกิจกรรมร่วมกัน เขียนสะท้อนผลสิ่งที่ได้เรียนรู้ทั้งความรู้ทางคณิตศาสตร์ มุมมองและประสบการณ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา หรือสิ่งที่ได้เรียนรู้อื่น ๆ ในรูปแบบแผนภาพหรืออินโฟกราฟิก กลุ่มละ 5 ประเด็น และนำเสนอหน้าชั้นเรียนทุกกลุ่ม โดยกลุ่มที่ 1 นำเสนอ 1 ประเด็น และกลุ่มถัดไปจะนำเสนอประเด็นที่ไม่ซ้ำกับกลุ่มก่อนหน้า ทำเช่นนี้จนครบทุกประเด็นที่นักเรียนเขียนในชั้นตอนนี้ ทั้งนี้ครูทำการตรวจสอบว่าสิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้มีความถูกต้องหรือเป็นสิ่งที่ก่อให้เกิดประโยชน์กับนักเรียนหรือไม่

7. ครูตั้งคำถามกับนักเรียนทั้งห้องว่า “นักเรียนเคยเห็นร่มที่ใหญ่กว่านี้หรือไม่ เห็นที่ไหน” นักเรียนอาจตอบว่าเห็นที่ตลาดนัดหรือชายทะเล เป็นต้น ครูจึงนำเสนอสถานการณ์เกี่ยวกับร่มที่มีขนาดใหญ่กว่าเดิม ดังนี้ “บริษัท Rain Away ได้ออกแบบร่มขนาดใหญ่ที่ใช้สำหรับกางบริเวณลาน

กว้าง เช่น ตลาดนัดและชายทะเล ซึ่งมีลักษณะเป็นรูปสี่เหลี่ยม ดังรูป” แสดงภาพโครงสร้างของร่มสี่เหลี่ยมดังรูปที่ 4.4



รูปที่ 4.4 รูปเรขาคณิตแทนโครงสร้างผ้าคาดเพดานของร่มสี่เหลี่ยม

(ที่มา <https://www.nctm.org/Classroom-Resources/Features/Notice-and-Wonder/Lesson-Plans/downloads/Umbrella-7-10/>)

ครูให้นักเรียนจับคู่กับเพื่อนและใช้ข้อมูลนี้ร่วมกันตอบคำถามต่อไปนี้

- 7.1 รูปสามเหลี่ยมในภาพเป็นรูปสามเหลี่ยมประเภทใด (รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว)
- 7.2 ก้านอลูมิเนียมแต่ละชั้นยาวกี่ฟุต แล้วนักเรียนมีวิธีการหาอย่างไร (ยาวประมาณ 4.21 ฟุต หาได้จากการคำนวณตามทฤษฎีบทพีทาโกรัส)
- 7.3 ปริมาณผ้าที่ใช้ทำผ้าคาดเพดานรูปสามเหลี่ยมแต่ละชั้นเป็นเท่าใด (ประมาณ 5.2 ตารางฟุต)
- 7.4 การทำร่มนี้หนึ่งคัน ต้องใช้ผ้าคาดเพดานประมาณเท่าใด (ประมาณ 52 ตารางฟุต)

จากการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ด้วยกิจกรรม “เรขาคณิตบนร่มแปดเหลี่ยม” ที่อธิบายไว้ข้างต้น สะท้อนให้เห็นถึงการจัดการเรียนรู้เชิงรุกในวิชาคณิตศาสตร์ดังนี้

1. ครูให้นักเรียนเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ร่มแปดเหลี่ยมผ่านการตั้งคำถามของตนเอง จะเห็นว่าในการจัดการเรียนรู้ ครูได้ให้นักเรียนตั้งคำถามที่ตนเองสงสัย ส่วนมากเป็นคำถามทั่วไปที่ไม่จำเป็นต้องใช้คณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ แต่หลังจากนั้น ครูให้นักเรียนเปลี่ยนคำถามให้เป็นคำถามทางคณิตศาสตร์ จุดนี้นักเรียนจะเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ได้เอง ซึ่งครูคาดหวังให้ชั้นเรียนเกิดคำถามที่สำคัญคือ “รูปสามเหลี่ยมแต่ละรูปมีพื้นที่เท่าไร” ซึ่งจะต้องใช้ความรู้เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัสในการหาคำตอบ อย่างไรก็ตาม ทุกคำถามทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนตั้งขึ้นเป็นความท้าทายนักเรียนในการหาคำตอบและเกิดความสนใจที่จะเรียนรู้มากขึ้น สอดคล้องกับลักษณะการจัดการเรียนรู้เชิงรุกในวิชาคณิตศาสตร์ ที่ควรนำเสนอกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ให้นักเรียนมีส่วนร่วม

และใช้ความสามารถในการคิด เช่น การใช้เกม ปริศนา หรือการใช้สถานการณ์ที่ชวนสงสัยหรือสร้างความประหลาดใจเพื่อสร้างความสนใจในบทเรียน และสนับสนุนด้วยทฤษฎีการประมวลผลข้อมูล ที่อธิบายว่าเมื่อเกิดความสนใจแล้วข้อมูลนั้นจะเข้าไปอยู่ในหน่วยความจำระยะสั้นและพร้อมที่จะนำไปใช้ในการทำกิจกรรมการเรียนรู้ต่อไป

2. การหาความสูงของรูปสามเหลี่ยม เมื่อนักเรียนเกิดความสงสัยและพยายามคิดหาวิธีสักครู่หนึ่ง แล้วพบว่าข้อมูลที่มีปรากฏยังไม่เพียงพอที่จะหาคำตอบได้ ครูจึงชี้แนะให้ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสมาช่วยในการหาคำตอบ ขั้นนี้จะเห็นว่าจากการที่ครูจัดกิจกรรมและให้ประสบการณ์ต่าง ๆ เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม จนสุดท้ายนักเรียนจำเป็นต้องหาความสูงของรูปสามเหลี่ยม แต่กลับพบว่าไม่สามารถทำได้ เนื่องจากความรู้ที่มีไม่เพียงพอ ครูจึงชี้แนะ (หรืออาจทำการสอนทฤษฎีบทพีทาโกรัส) และท้ายที่สุดนักเรียนสามารถนำความรู้เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัสไปใช้หาความสูงและหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมได้สำเร็จ สอดคล้องกับลักษณะการจัดการเรียนรู้เชิงรุกในวิชาคณิตศาสตร์ ที่ควรให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรม ดำเนินการเพื่อหาคำตอบให้กับความสงสัยใคร่รู้ สร้างความเข้าใจในสิ่งที่กำลังคิดและทำ และเป็นไปตามกลไกการสร้างความรู้ด้วยตนเอง นั่นคือ ช่วงที่นักเรียนใช้ความรู้และประสบการณ์เดิมเกี่ยวกับการหาพื้นที่รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก พบความขัดแย้ง คือ ความรู้ที่มีไม่เพียงพอ ซึ่งนักเรียนกำลังอยู่ในสถานะที่ไม่สมดุล เนื่องจากยังไม่สามารถแก้ปัญหาได้ในสถานการณ์การเรียนรู้ที่เผชิญอยู่ได้ นักเรียนจึงนำความรู้เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัสที่ครูชี้แนะมาใช้ พร้อมทั้งปรับโครงสร้างความรู้ความเข้าใจใหม่ว่า สามารถนำทฤษฎีบทพีทาโกรัสมาช่วยหาความสูงของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้ และทำการแก้ปัญหาได้สำเร็จ ทำให้ปัญหาที่เผชิญอยู่หมดไปและโครงสร้างความรู้ความเข้าใจของนักเรียนกลับสู่ความสมดุลอีกครั้ง อีกมุมหนึ่งจะเห็นว่า เมื่อนักเรียนพบอุปสรรคในการเรียนรู้ นั่นคือไม่สามารถหาความสูงของรูปสามเหลี่ยมได้ ครูได้เข้าไปช่วยชี้แนะ (หรือสอน) ว่าสามารถใช้ความรู้เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัสหาคำตอบได้ เป็นการช่วยเหลือให้นักเรียนสามารถทำได้ เป็นไปตามแนวคิดเรื่องพื้นที่รอยต่อพัฒนาการ ที่อธิบายว่า นักเรียนสามารถเรียนรู้และก้าวข้ามขีดจำกัดได้หากได้รับความช่วยเหลือ และในขั้นตอนเดียวกันนี้ ครูได้ให้นักเรียนอธิบายทฤษฎีบทพีทาโกรัส เช่น บอกได้ว่าในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ผลรวมของความยาวด้านประกอบมุมฉากยกกำลังสอง เท่ากับความยาวด้านตรงข้ามมุมฉากยกกำลังสอง ในประเด็นเดียวกันนี้ ครูเขียนรูปสามเหลี่ยมมุมฉากและแสดงความสัมพันธ์ของความยาวด้านทั้งสามในรูปตัวแปร เริ่มต้นเป็นการให้นักเรียนแสดงความเข้าใจผ่านการใช้ภาษา ซึ่งอาจมีนักเรียนหลายคนในห้องที่ไม่เข้าใจ ครูจึงใช้การเขียนรูปสามเหลี่ยมมาช่วย

ในการอธิบาย เป็นไปตามการใช้รูปแบบการแสดงแทนความคิดที่เหมาะสมกับนักเรียน ซึ่งครูเลือกที่จะใช้การแสดงแทนความคิดด้วยการนิยามมาช่วยนักเรียนที่ยังไม่เข้าใจการแสดงแทนความคิดด้วยสัญลักษณ์

3. การแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน โดยให้แต่ละกลุ่มร่วมกันทบทวนความรู้และสิ่งที่ได้จากการทำกิจกรรม และนำเสนอให้ครูฟังทีละกลุ่ม เป็นการให้นักเรียนได้สะท้อนในสิ่งที่ได้เรียนรู้เกี่ยวกับทฤษฎีบทพีทาโกรัสและการนำไปใช้เป็นเครื่องมือในการหาความสูงของรูปสามเหลี่ยม สอดคล้องกับลักษณะการจัดการเรียนรู้เชิงรุกในวิชาคณิตศาสตร์ที่ควรจัดให้มีการสะท้อนผลการเรียนรู้ซึ่งช่วยให้นักเรียนบูรณาการเชื่อมโยงความคิดทางคณิตศาสตร์ที่ได้รับกับความรู้และประสบการณ์เดิมที่มี และยังเป็นการตรวจสอบว่านักเรียนได้สร้างความรู้ที่ถูกต้องหรือไม่

4. หลังจากนักเรียนประสบความสำเร็จในการทำกิจกรรมเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมแล้ว นักเรียนได้รับข้อมูลสถานการณ์ร่มสปีดและจับคู่กับเพื่อนเพื่อร่วมกันตอบคำถามที่กำหนด ซึ่งครูออกแบบคำถามให้มีการใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสในสถานการณ์ที่คล้ายคลึงกัน สอดคล้องกับลักษณะการจัดการเรียนรู้เชิงรุกในวิชาคณิตศาสตร์ ที่หลังจากนักเรียนร่วมกิจกรรมการเรียนรู้และได้พัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เรื่องใดเรื่องหนึ่งแล้ว นักเรียนควรได้รับการส่งเสริมให้อภิปรายและสื่อสารแนวคิดกับผู้อื่น ในกิจกรรมการเรียนรู้นี้ได้ใช้สถานการณ์ที่คล้ายคลึงกันเป็นจุดเริ่มต้นของการอภิปราย ซึ่งจะสะท้อนให้เห็นถึงความรู้ ความเข้าใจ และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน อีกทั้งช่วยต่อเติมแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของตนเองให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น เป็นไปตามกลไกของการสร้างความรู้ด้วยตนเอง ที่ใช้ปฏิสัมพันธ์ทางสังคมในการปรับโครงสร้างความรู้ความเข้าใจให้มีความสมดุล ขั้นตอนนี้จะช่วยให้นักเรียนรับรู้ ว่า ความรู้ที่สร้างขึ้นสอดคล้องหรือขัดแย้งกับความรู้ของเพื่อนหรือไม่ รวมทั้งยังเป็นโอกาสที่นักเรียนได้ขยายแนวคิดของตนเองจากความรู้ของเพื่อนผ่านการดูซึม และการปรับเปลี่ยนโครงสร้างความรู้ความเข้าใจเพื่อให้เกิดความสมดุลอย่างต่อเนื่องในระหว่างทำกิจกรรมคู่ อีกมุมหนึ่ง นักเรียนจะได้รับความช่วยเหลือในการเรียนรู้จากเพื่อน ทำให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการเรียนรู้ได้เร็วขึ้น

5. สรุป

การจัดการเรียนรู้เชิงรุกในวิชาคณิตศาสตร์ ครูควรให้ความสำคัญกับงานทางคณิตศาสตร์ที่จะกระตุ้นให้นักเรียนเชื่อมโยงระหว่างสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตจริงกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ด้วยความสงสัยใคร่รู้ของนักเรียนเอง ส่งเสริมให้นักเรียนได้ปฏิบัติงานทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิด

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง แสดงการมีส่วนร่วมในการอภิปราย แลกเปลี่ยน มุมมอง สืบค้น ตรวจสอบ ต่อเติมแนวคิด และสื่อสารเพื่อสะท้อนความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้เป้าหมายสำคัญ คือ การพัฒนาแนวคิดและการปฏิบัติงานทางคณิตศาสตร์ รวมทั้ง เพิ่มขีดความสามารถในการใช้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง ซึ่งเป็นพื้นฐานสำคัญและจำเป็นของความพร้อมที่จะเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ พร้อมทั้งจะประกอบอาชีพเมื่อสำเร็จการศึกษา หรือสามารถศึกษาต่อในระดับที่สูงขึ้นได้

เอกสารอ้างอิง

- [1] สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. (2560). *ตัวชี้วัดสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2551*. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
Office of the Basic Education Commission. (2017). *Indicators and Core Content of Mathematics Learning Group (Revised edition 2017) According to the Basic Education Core Curriculum 2008*. Bangkok: The Secretariat of the House of Representatives.
- [2] Bonwell, C. C. and Eison, J. A. (1991). *Active Learning: Creating Excitement in the Classroom*. Washington, D.C.: The George Washington University, School of Education and Human Development.
- [3] Boyer, K. R. (2002). Using Active Learning Strategies to Motivate Students. *Mathematical Teaching in the Middle School*, 8 (1), p. 48 – 51.
- [4] Dale, E. (1946). *Audio-Visual Methods in Teaching*. New York: The Dryden Press.
- [5] Draper, R. J. (1997). Active Learning in Mathematics: Desktop Teaching. *The Mathematics Teacher*, 90 (8), p. 622 – 625.
- [6] Driscoll, M. P. (2014). *Psychology of Learning for Instruction*. US: Pearson.
- [7] Fedler, R. M. and Brent, R. (1996). Navigating the Bumpy Road to Student-Centered Instruction. *College Teaching*, 44 (2), p. 43 – 47.
- [8] Glasersfeld, E. V. (1990). *An Exposition of Constructivism: Why Some Like It Radical*, in Davis, R.B., Maher, C.A. Noddings, N. (Eds.), *Constructivist View on the*

- Teaching and Learning of Mathematics* (p. 19 – 29), Reston: National Council of Teachers of Mathematics
- [9] Masalski, W. J. (1978). Mathematics and the Active Learning Approach. *Arithmetic Teacher*, 26 (2), p. 10 – 12.
- [10] National Council of Teachers of Mathematics. (2016). *NCTM Supports CBMS's Efforts for Active Learning in the Classroom*. Retrieved 1 October, 2023, from <https://www.nctm.org/News-and-Calendar/News/NCTM-News-Releases>
- [11] National Council of Teachers of Mathematics. (2023). *Notice and Wonder: Umbrellar 7-10*. Retrieved 22 September, 2023, from <https://www.nctm.org/Classroom-Resources/Features/Notice-and-Wonder/Lesson-Plans/downloads/Umbrella-7-10/>
- [12] Reinholz, D., Johnson, E., Larson, C. A., Johnstone, A. S., Smith, J., Mullins, B., Fortune, N., Keene, K. and Shah, N. (2022). When Active Learning Is Inequitable: Women's Participation Predicts Gender Inequities in Mathematical Performance. *Journal for Research in Mathematics Education*, 53 (3), p. 204 – 226.
- [13] Smith, J. (1999). Active learning of Mathematics. *Mathematical Teaching in the Middle School*, 5 (2), p. 108 – 110.