



วารสารคณิตศาสตร์ โดยสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์  
ปริมา 68 เล่มที่ 711 กันยายน – ธันวาคม 2566

<http://www.mathassociation.net>

Email: [MathThaiOrg@gmail.com](mailto:MathThaiOrg@gmail.com)

เกมคณิตศาสตร์: ทหารรักษาเมือง  
Mathematical Game: City Guard

DOI: 10.14456/mj-math.xxxx.x

สุธน ตาดดี

สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเทพสตรี ลพบุรี 15000

Suton Tadee

Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology,

Thepsatri Rajabhat University, Lopburi 15000

Email: [suton.t@lawasri.tru.ac.th](mailto:suton.t@lawasri.tru.ac.th)

วันที่รับบทความ : 26 กุมภาพันธ์ 2566 วันที่แก้ไขบทความ : 20 พฤษภาคม 2566 วันที่ตอบรับบทความ : 24 พฤศจิกายน 2566

**บทคัดย่อ**

ในบทความนี้ได้นำเสนอเกมคณิตศาสตร์ โดยเกมดังกล่าวจะเรียกว่า ทหารรักษาเมือง ซึ่งเป็นเกมที่ช่วยพัฒนาทักษะและกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์

**คำสำคัญ:** เกมคณิตศาสตร์

**ABSTRACT**

In this article, we present a mathematical game. The game is called City Guard. This is a game that helps develop mathematical skills and thinking processes.

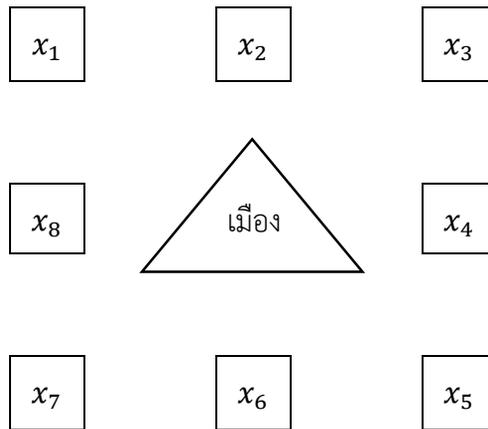
**Keywords:** Mathematical game

## 1. บทนำ

เป็นที่ยอมรับกันว่า การเล่นเกมคณิตศาสตร์นั้น มีผลทำให้เกิดการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหา การคิดอย่างมีเหตุมีผล และเป็นการกระตุ้นการเรียนรู้ของผู้เล่น [1, 3] ด้วยเหตุนี้จึงมีผู้คิดค้น เกมคณิตศาสตร์มากมาย [2, 4] ในบทความนี้ ผู้วิจัยได้คิดค้นและนำเสนอเกมคณิตศาสตร์หนึ่งเกม ซึ่งเรียกว่า ทหารรักษาเมือง (City Guard) ซึ่งเกมนี้จะเล่นเพียงคนเดียวหรือเป็นกลุ่มก็ได้ โดยบุคคลใดหรือกลุ่มใดได้คำตอบก่อน จะถือว่าเป็นผู้ชนะ ซึ่งหลังจากที่ผู้วิจัยได้นำเกมดังกล่าวทดลองใช้ พบว่าเป็นเกมทหารรักษาเมืองนี้เหมาะกับนักเรียนทุกระดับชั้น โดยความยากง่ายของเกมขึ้นกับสถานการณ์ของปัญหาที่กำหนดในการเล่น

## 2. กติกาการเล่น

ในเมืองหนึ่ง มีการจัดทหารเพื่อป้องกันเมือง โดยกำหนดให้ทหารอยู่ประจำการในป้อมที่ล้อมรอบเมืองทั้งแปดทิศ ดังรูป



รูปที่ 2.1 แผนผังเมืองและป้อมทหารทั้งแปดทิศ

### กำหนดสัญลักษณ์

- 1) ให้  $x_i$  แทน จำนวนทหารที่อยู่ในป้อมที่  $i$  เมื่อ  $i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
- 2) ให้  $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8)$  แทน รูปแบบการจัดทหารรักษาเมือง

## ข้อตกลง

ถ้าพิจารณารูปแบบการจัดทหารรักษาเมือง  $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8)$  ตามรูปที่ 2.1 ในทิศตามหรือทวนเข็มนาฬิกา แล้วได้ชุดเดียวกัน ถือว่าเป็นรูปแบบเดียวกัน เช่น  $(6, 1, 2, 4, 3, 5, 1, 2) = (2, 4, 3, 5, 1, 2, 6, 1) = (6, 2, 1, 5, 3, 4, 2, 1) = (1, 5, 3, 4, 2, 1, 6, 2)$

**ยุทธวิธี** ในการจัดรูปแบบทหารรักษาเมือง มีดังนี้

- 1) ทุกป้อมจะต้องมีทหารอย่างน้อย 1 คน
- 2) ทุกด้านจะต้องมีทหารอยู่ประจำการทั้ง 3 ป้อม รวมกันได้ 9 คน

ดังนั้น จากรูปที่ 2.1 จะได้ว่า

$$x_1 + x_2 + x_3 = 9 \quad (1)$$

$$x_3 + x_4 + x_5 = 9 \quad (2)$$

$$x_5 + x_6 + x_7 = 9 \quad (3)$$

$$x_7 + x_8 + x_1 = 9 \quad (4)$$

หากเป็นไปตามยุทธวิธีข้างต้น พบว่า เป็นการใช้จ่ายจำนวนทหารที่น้อยที่สุด เพื่อป้องกันเมืองในแต่ละด้าน โดยศัตรูจะไม่สามารถโจมตีเข้ามาในเมืองได้ ดังนั้นในการจัดรูปแบบทหารรักษาเมืองทุกครั้งจะต้องเป็นไปตามยุทธวิธีนี้

ก่อนที่จะเริ่มเล่นเกมจะให้  $x_i = 3$  สำหรับทุก  $i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$  ซึ่งจะเห็นได้ชัดว่า เป็นไปตามยุทธวิธีและใช้ทหารรักษาเมืองทั้งหมด 24 คน

หลังจากนั้น จะมีสถานการณ์ปัญหา ให้ผู้เล่นเกมได้คิดวิธีการแก้ไขปัญหา และผู้ที่แก้ไขปัญหาหรือหารูปแบบการจัดทหารรักษาเมืองได้ก่อน จะถือว่าเป็นผู้ชนะ

## 3. สถานการณ์ปัญหา พร้อมแนวคิด

ในหัวข้อนี้จะยกตัวอย่างสถานการณ์ปัญหา พร้อมแนวคิด เพื่อให้ครูผู้สอนสามารถนำไปปรับใช้ให้เหมาะสมกับนักเรียนในชั้นเรียนต่อไป

**สถานการณ์ปัญหา 3.1** ถ้ามีทหาร 2 คน จาก 24 คน ไม่สบาย ทำให้ไม่สามารถปฏิบัติหน้าที่ได้ ดังนั้น เหลือทหารอยู่ 22 คน เรายังคงสามารถจัดทหารได้ตามยุทธวิธีข้างต้นได้หรือไม่ ถ้าได้ จัดทหารได้ที่รูปแบบ และมีรูปแบบอะไรบ้าง

**แนวคิด**

จากยุทธวิธีในหัวข้อ 2 ทั้ง 2 ข้อ จะได้ว่า  $1 \leq x_i \leq 7$  สำหรับทุก  $i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$  และจากที่มีทหารอยู่ 22 คน ดังนั้น  $\sum_{i=1}^8 x_i = 22$

จาก (1) และ (3) จะได้ว่า

$$x_4 + x_8 = 4 \tag{5}$$

และจาก (2) และ (4) จะได้ว่า

$$x_2 + x_6 = 4 \tag{6}$$

จาก (5) และ (6) และข้อตกลง เป็นการเพียงพอที่จะพิจารณาเฉพาะในกรณีต่อไปนี้

กรณี 1  $x_2 = 1, x_6 = 3, x_4 = 1, x_8 = 3$

ถ้า  $x_1 = 1$  จาก (1) จะได้ว่า  $x_3 = 7$  และจาก (2) จะได้ว่า  $x_5 = 1$  และจาก (3) จะได้ว่า  $x_7 = 5$  เพราะฉะนั้น  $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8) = (1, 1, 7, 1, 1, 3, 5, 3)$

ถ้า  $x_1 = 2$  จาก (1) จะได้ว่า  $x_3 = 6$  และจาก (2) จะได้ว่า  $x_5 = 2$  และจาก (3) จะได้ว่า  $x_7 = 4$  เพราะฉะนั้น  $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8) = (2, 1, 6, 1, 2, 3, 4, 3)$

ถ้า  $x_1 = 3$  จาก (1) จะได้ว่า  $x_3 = 5$  และจาก (2) จะได้ว่า  $x_5 = 3$  และจาก (3) จะได้ว่า  $x_7 = 3$  เพราะฉะนั้น  $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8) = (3, 1, 5, 1, 3, 3, 3, 3)$

ถ้า  $x_1 = 4$  จาก (1) จะได้ว่า  $x_3 = 4$  และจาก (2) จะได้ว่า  $x_5 = 4$  และจาก (3) จะได้ว่า  $x_7 = 2$  เพราะฉะนั้น  $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8) = (4, 1, 4, 1, 4, 3, 2, 3)$

ถ้า  $x_1 = 5$  จาก (1) จะได้ว่า  $x_3 = 3$  และจาก (2) จะได้ว่า  $x_5 = 5$  และจาก (3) จะได้ว่า  $x_7 = 1$  เพราะฉะนั้น  $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8) = (5, 1, 3, 1, 5, 3, 1, 3)$

ถ้า  $x_1 = 6$  จาก (1) จะได้ว่า  $x_3 = 2$  และจาก (2) จะได้ว่า  $x_5 = 6$  และจาก (3) จะได้ว่า  $x_7 = 0$  ซึ่งเป็นไปไม่ได้

ถ้า  $x_1 = 7$  จาก (1) จะได้ว่า  $x_3 = 1$  และจาก (2) จะได้ว่า  $x_5 = 7$  และจาก (3) จะได้ว่า  $x_7 = -1$  ซึ่งเป็นไปไม่ได้

กรณี 2  $x_2 = 1, x_6 = 3, x_4 = 2, x_8 = 2$

ถ้า  $x_1 = 1$  จาก (1) จะได้ว่า  $x_3 = 7$  และจาก (2) จะได้ว่า  $x_5 = 0$  ซึ่งเป็นไปไม่ได้

- ถ้า  $x_1 = 2$  จาก (1) จะได้ว่า  $x_3 = 6$  และจาก (2) จะได้ว่า  $x_5 = 1$  และจาก (3) จะได้ว่า  $x_7 = 5$  เพราะฉะนั้น  $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8) = (2, 1, 6, 2, 1, 3, 5, 2)$
- ถ้า  $x_1 = 3$  จาก (1) จะได้ว่า  $x_3 = 5$  และจาก (2) จะได้ว่า  $x_5 = 2$  และจาก (3) จะได้ว่า  $x_7 = 4$  เพราะฉะนั้น  $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8) = (3, 1, 5, 2, 2, 3, 4, 2)$
- ถ้า  $x_1 = 4$  จาก (1) จะได้ว่า  $x_3 = 4$  และจาก (2) จะได้ว่า  $x_5 = 3$  และจาก (3) จะได้ว่า  $x_7 = 3$  เพราะฉะนั้น  $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8) = (4, 1, 4, 2, 3, 3, 3, 2)$
- ถ้า  $x_1 = 5$  จาก (1) จะได้ว่า  $x_3 = 3$  และจาก (2) จะได้ว่า  $x_5 = 4$  และจาก (3) จะได้ว่า  $x_7 = 2$  เพราะฉะนั้น  $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8) = (5, 1, 3, 2, 4, 3, 2, 2) = (3, 1, 5, 2, 2, 3, 4, 2)$
- ถ้า  $x_1 = 6$  จาก (1) จะได้ว่า  $x_3 = 2$  และจาก (2) จะได้ว่า  $x_5 = 5$  และจาก (3) จะได้ว่า  $x_7 = 1$  เพราะฉะนั้น  $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8) = (6, 1, 2, 2, 5, 3, 1, 2) = (2, 1, 6, 2, 1, 3, 5, 2)$
- ถ้า  $x_1 = 7$  จาก (1) จะได้ว่า  $x_3 = 1$  และจาก (2) จะได้ว่า  $x_5 = 6$  และจาก (3) จะได้ว่า  $x_7 = 0$  ซึ่งเป็นไปไม่ได้

กรณี 3  $x_2 = 2, x_6 = 2, x_4 = 2, x_8 = 2$

- ถ้า  $x_1 = 1$  จาก (1) จะได้ว่า  $x_3 = 6$  และจาก (2) จะได้ว่า  $x_5 = 1$  และจาก (3) จะได้ว่า  $x_7 = 6$  เพราะฉะนั้น  $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8) = (1, 2, 6, 2, 1, 2, 6, 2)$
- ถ้า  $x_1 = 2$  จาก (1) จะได้ว่า  $x_3 = 5$  และจาก (2) จะได้ว่า  $x_5 = 2$  และจาก (3) จะได้ว่า  $x_7 = 5$  เพราะฉะนั้น  $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8) = (2, 2, 5, 2, 2, 2, 5, 2)$
- ถ้า  $x_1 = 3$  จาก (1) จะได้ว่า  $x_3 = 4$  และจาก (2) จะได้ว่า  $x_5 = 3$  และจาก (3) จะได้ว่า  $x_7 = 4$  เพราะฉะนั้น  $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8) = (3, 2, 4, 2, 3, 2, 4, 2)$
- ถ้า  $x_1 = 4$  จาก (1) จะได้ว่า  $x_3 = 3$  และจาก (2) จะได้ว่า  $x_5 = 4$  และจาก (3) จะได้ว่า  $x_7 = 3$  เพราะฉะนั้น  $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8) = (4, 2, 3, 2, 4, 2, 3, 2) = (3, 2, 4, 2, 3, 2, 4, 2)$
- ถ้า  $x_1 = 5$  จาก (1) จะได้ว่า  $x_3 = 2$  และจาก (2) จะได้ว่า  $x_5 = 5$  และจาก (3) จะได้ว่า  $x_7 = 2$  เพราะฉะนั้น  $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8) = (5, 2, 2, 2, 5, 2, 2, 2) = (2, 2, 5, 2, 2, 2, 5, 2)$

ถ้า  $x_1 = 6$  จาก (1) จะได้ว่า  $x_3 = 1$  และจาก (2) จะได้ว่า  $x_5 = 6$  และจาก (3) จะได้ว่า  $x_7 = 1$  เพราะฉะนั้น  $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8) = (6, 2, 1, 2, 6, 2, 1, 2) = (1, 2, 6, 2, 1, 2, 6, 2)$

ถ้า  $x_1 = 7$  จาก (1) จะได้ว่า  $x_3 = 0$  ซึ่งเป็นไปไม่ได้ เพราะฉะนั้น สามารถจัดทหารได้ทั้งหมด 11 รูปแบบ ดังนี้

$(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8) = (1, 1, 7, 1, 1, 3, 5, 3), (2, 1, 6, 1, 2, 3, 4, 3), (3, 1, 5, 1, 3, 3, 3, 3), (4, 1, 4, 1, 4, 3, 2, 3), (5, 1, 3, 1, 5, 3, 1, 3), (2, 1, 6, 2, 1, 3, 5, 2), (3, 1, 5, 2, 2, 3, 4, 2), (4, 1, 4, 2, 3, 3, 3, 2), (1, 2, 6, 2, 1, 2, 6, 2), (2, 2, 5, 2, 2, 2, 5, 2), (3, 2, 4, 2, 3, 2, 4, 2)$

**สถานการณ์ปัญหา 3.2** จำนวนทหารน้อยที่สุดที่สามารถจัดได้ตามยุทธวิธีข้างต้นคือเท่าใด เพราะเหตุใด และจัดทหารได้ที่รูปแบบ

### แนวคิด

จาก (1) และ (3) จะได้ว่า  $x_1 + x_2 + x_3 + x_5 + x_6 + x_7 = 18$  และจากยุทธวิธีที่ 1 จะได้ว่า  $x_4$  และ  $x_8$  ที่น้อยที่สุดที่เป็นไปได้ คือ  $x_4 = x_8 = 1$  เพราะฉะนั้น  $\sum_{i=1}^8 x_i = 20$  นั่นคือ จำนวนทหารน้อยที่สุดที่สามารถจัดได้ตามยุทธวิธี เท่ากับ 20 คน ในทำนองเดียวกัน จาก (2) และ (4) จะได้ว่า  $x_3 + x_4 + x_5 + x_7 + x_8 + x_1 = 18$  ดังนั้น  $x_2 = x_6 = 1$  และจากยุทธวิธีทั้ง 2 จะได้ว่า  $1 \leq x_i \leq 7$  สำหรับทุก  $i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$  เพราะฉะนั้นสามารถแยกพิจารณาได้ดังนี้

ถ้า  $x_1 = 1$  จาก (1) จะได้ว่า  $x_3 = 7$  และจาก (2) จะได้ว่า  $x_5 = 1$  และจาก (3) จะได้ว่า  $x_7 = 7$  เพราะฉะนั้น  $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8) = (1, 1, 7, 1, 1, 1, 7, 1)$

ถ้า  $x_1 = 2$  จาก (1) จะได้ว่า  $x_3 = 6$  และจาก (2) จะได้ว่า  $x_5 = 2$  และจาก (3) จะได้ว่า  $x_7 = 6$  เพราะฉะนั้น  $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8) = (2, 1, 6, 1, 2, 1, 6, 1)$

ถ้า  $x_1 = 3$  จาก (1) จะได้ว่า  $x_3 = 5$  และจาก (2) จะได้ว่า  $x_5 = 3$  และจาก (3) จะได้ว่า  $x_7 = 5$  เพราะฉะนั้น  $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8) = (3, 1, 5, 1, 3, 1, 5, 1)$

ถ้า  $x_1 = 4$  จาก (1) จะได้ว่า  $x_3 = 4$  และจาก (2) จะได้ว่า  $x_5 = 4$  และจาก (3) จะได้ว่า  $x_7 = 4$  เพราะฉะนั้น  $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8) = (4, 1, 4, 1, 4, 1, 4, 1)$

ถ้า  $x_1 = 5$  จาก (1) จะได้ว่า  $x_3 = 3$  และจาก (2) จะได้ว่า  $x_5 = 5$  และจาก (3) จะได้ว่า  $x_7 = 3$  เพราะฉะนั้น  $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8) = (5, 1, 3, 1, 5, 1, 3, 1) = (3, 1, 5, 1, 3, 1, 5, 1)$

ถ้า  $x_1 = 6$  จาก (1) จะได้ว่า  $x_3 = 2$  และจาก (2) จะได้ว่า  $x_5 = 6$  และจาก (3) จะได้ว่า  $x_7 = 2$  เพราะฉะนั้น  $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8) = (6, 1, 2, 1, 6, 1, 2, 1) = (2, 1, 6, 1, 2, 1, 6, 1)$

ถ้า  $x_1 = 7$  จาก (1) จะได้ว่า  $x_3 = 1$  และจาก (2) จะได้ว่า  $x_5 = 7$  และจาก (3) จะได้ว่า  $x_7 = 1$  เพราะฉะนั้น  $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8) = (7, 1, 1, 1, 7, 1, 1, 1) = (1, 1, 7, 1, 1, 1, 7, 1)$

ดังนั้น จำนวนทหารน้อยที่สุดที่สามารถจัดได้ตามยุทธวิธี เท่ากับ 20 คน และจัดได้ทั้งหมด 4 รูปแบบ คือ  $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8) = (1, 1, 7, 1, 1, 1, 7, 1), (2, 1, 6, 1, 2, 1, 6, 1), (3, 1, 5, 1, 3, 1, 5, 1)$  และ  $(4, 1, 4, 1, 4, 1, 4, 1)$

**สถานการณ์ปัญหา 3.3** ถ้าเพิ่มทหารอีก 2 คน จากเดิม 24 คน (มีทหารทั้งหมด 26 คน) เรายังคงสามารถจัดทหารได้ตามยุทธวิธีข้างต้นได้หรือไม่ ถ้าได้ จัดทหารได้กี่รูปแบบ และมีรูปแบบอะไรบ้าง

#### แนวคิด

จากยุทธวิธีทั้ง 2 จะได้ว่า  $1 \leq x_i \leq 7$  สำหรับทุก  $i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$  และจากที่มีทหารทั้งหมดอยู่ 26 คน จะได้ว่า  $\sum_{i=1}^8 x_i = 26$

จาก (1) และ (3) จะได้ว่า  $x_4 + x_8 = 8$  และจาก (2) และ (4) จะได้ว่า  $x_2 + x_6 = 8$  พิจารณาในทำนองเดียวกับสถานการณ์ปัญหา 3.1 จะได้ว่า สามารถจัดทหารได้ทั้งหมด 16 รูปแบบ ดังนี้  $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8) = (7, 1, 1, 7, 1, 7, 1, 1), (5, 2, 2, 6, 1, 6, 2, 2), (6, 2, 1, 6, 2, 6, 1, 2), (3, 3, 3, 5, 1, 5, 3, 3), (4, 3, 2, 5, 2, 5, 2, 3), (5, 3, 1, 5, 3, 5, 1, 3), (1, 4, 4, 4, 1, 4, 4, 4), (2, 4, 3, 4, 2, 4, 3, 4), (6, 1, 2, 6, 1, 7, 1, 2), (5, 1, 3, 5, 1, 7, 1, 3), (4, 1, 4, 4, 1, 7, 1, 4), (4, 2, 3, 5, 1, 6, 2, 3), (5, 2, 2, 5, 2, 6, 1, 3), (3, 2, 4, 4, 1, 6, 2, 4), (2, 3, 4, 4, 1, 5, 3, 4)$  และ  $(3, 3, 3, 4, 2, 5, 2, 4)$

**สถานการณ์ปัญหา 3.4** จำนวนทหารมากที่สุดที่สามารถจัดได้ตามยุทธวิธีข้างต้นคือเท่าใด เพราะเหตุใด และจัดทหารได้กี่รูปแบบ

#### แนวคิด

จาก (1) และ (3) จะได้ว่า  $x_1 + x_2 + x_3 + x_5 + x_6 + x_7 = 18$  และจากยุทธวิธีทั้ง 2 จะได้ว่า  $1 \leq x_i \leq 7$  สำหรับทุก  $i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$  ดังนั้น  $x_4$  และ  $x_8$  ที่มากที่สุดที่เป็นไปได้ คือ  $x_4 = x_8 = 7$  เพราะฉะนั้น  $\sum_{i=1}^8 x_i = 32$  นั่นคือ จำนวนทหารมากที่สุดที่สามารถจัดได้ตามยุทธวิธี เท่ากับ 32 คน

จาก (2) และ  $x_4 = 7$  จะได้ว่า  $x_3 = x_5 = 1$  และจาก (4) และ  $x_8 = 7$  จะได้ว่า  $x_1 = x_7 = 1$  และจาก (1) และ (3) จะได้ว่า  $x_2 = 7$  และ  $x_6 = 7$  ตามลำดับ เพราะฉะนั้นสามารถจัดทหารได้เพียง 1 รูปแบบ คือ  $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8) = (1, 7, 1, 7, 1, 7, 1, 7)$

#### 4. บทสรุปเกมทหารรักษาเมือง

ในการเล่นเกมทหารรักษาเมืองแต่ละครั้ง อาจกำหนดจำนวนทหารรักษาเมืองเท่ากับ  $n$  คน โดยที่  $20 \leq n \leq 32$  ได้ ซึ่งรูปแบบการจัดทหารรักษาเมืองทั้งหมดที่เป็นไปได้ในแต่ละ  $n$  เป็นดังตารางที่ 4.1

ตารางที่ 4.1 รูปแบบการจัดทหารรักษาเมืองเป็นไปได้ในแต่ละ  $n$  โดยที่  $20 \leq n \leq 32$

จำนวนทหาร ( $n$ )	รูปแบบการจัดทหารรักษาเมือง $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8)$
20	$(1, 1, 7, 1, 1, 1, 7, 1), (2, 1, 6, 1, 2, 1, 6, 1), (3, 1, 5, 1, 3, 1, 5, 1), (4, 1, 4, 1, 4, 1, 4, 1)$
21	$(2, 1, 6, 2, 1, 2, 6, 1), (3, 1, 5, 2, 2, 2, 5, 1), (4, 1, 4, 2, 3, 2, 4, 1), (5, 1, 3, 2, 4, 2, 3, 1), (6, 1, 2, 2, 5, 2, 2, 1), (7, 1, 1, 2, 6, 2, 1, 1)$
22	$(1, 1, 7, 1, 1, 3, 5, 3), (2, 1, 6, 1, 2, 3, 4, 3), (3, 1, 5, 1, 3, 3, 3, 3), (4, 1, 4, 1, 4, 3, 2, 3), (5, 1, 3, 1, 5, 3, 1, 3), (2, 1, 6, 2, 1, 3, 5, 2), (3, 1, 5, 2, 2, 3, 4, 2), (4, 1, 4, 2, 3, 3, 3, 2), (1, 2, 6, 2, 1, 2, 6, 2), (2, 2, 5, 2, 2, 2, 5, 2), (3, 2, 4, 2, 3, 2, 4, 2)$
23	$(4, 1, 4, 4, 1, 4, 4, 1), (5, 1, 3, 4, 2, 4, 3, 1), (6, 1, 2, 4, 3, 4, 2, 1), (7, 1, 1, 4, 4, 4, 1, 1), (2, 2, 5, 3, 1, 3, 5, 2), (3, 2, 4, 3, 2, 3, 4, 2), (4, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 2), (5, 2, 2, 3, 4, 3, 2, 2), (6, 2, 1, 3, 5, 3, 1, 2), (3, 1, 5, 3, 1, 4, 4, 2), (4, 1, 4, 3, 2, 4, 3, 2), (5, 1, 3, 3, 3, 4, 2, 2), (6, 1, 2, 3, 4, 4, 1, 2)$
24	$(5, 1, 3, 5, 1, 5, 3, 1), (6, 1, 2, 5, 2, 5, 2, 1), (7, 1, 1, 5, 3, 5, 1, 1), (3, 2, 4, 4, 1, 4, 4, 2), (4, 2, 3, 4, 2, 4, 3, 2), (5, 2, 2, 4, 3, 4, 2, 2), (6, 2, 1, 4, 4, 4, 1, 2), (1, 3, 5, 3, 1, 3, 5, 3), (2, 3, 4, 3, 2, 3, 4, 3), (3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3), (4, 1, 4, 4, 1, 5, 3, 2), (5, 1, 3, 4, 2, 5, 2, 2), (6, 1, 2, 4, 3, 5, 1, 2), (3, 1, 5, 3, 1, 5, 3, 3), (4, 1, 4, 3, 2, 5, 2, 3), (2, 2, 5, 3, 1, 4, 4, 3), (3, 2, 4, 3, 2, 4, 3, 3)$
25	$(6, 1, 2, 6, 1, 6, 2, 1), (7, 1, 1, 6, 2, 6, 1, 1), (4, 2, 3, 5, 1, 5, 3, 2), (5, 2, 2, 5, 2, 5, 2, 2), (6, 2, 1, 5, 3, 5, 1, 2), (2, 3, 4, 4, 1, 4, 4, 3), (3, 3, 3, 4, 2, 4, 3, 3), (4, 3, 2, 4, 3, 4, 2, 3), (5, 3, 1, 4, 4, 4, 1, 3), (5, 1, 3, 5, 1, 6, 2, 2), (6, 1, 2, 5, 2, 6, 1, 2), (4, 1, 4, 4, 1, 6, 2, 3), (5, 1, 3, 4, 2, 6, 1, 3), (3, 2, 4, 4, 1, 5, 3, 3), (4, 2, 3, 4, 2, 5, 2, 3), (5, 2, 2, 4, 3, 5, 1, 3)$

จำนวนทหาร (n)	รูปแบบการจัดทหารรักษาเมือง ( $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8$ )
26	(7, 1, 1, 7, 1, 7, 1, 1), (5, 2, 2, 6, 1, 6, 2, 2), (6, 2, 1, 6, 2, 6, 1, 2), (3, 3, 3, 5, 1, 5, 3, 3), (4, 3, 2, 5, 2, 5, 2, 3), (5, 3, 1, 5, 3, 5, 1, 3), (1, 4, 4, 4, 1, 4, 4, 4), (2, 4, 3, 4, 2, 4, 3, 4), (6, 1, 2, 6, 1, 7, 1, 2), (5, 1, 3, 5, 1, 7, 1, 3), (4, 1, 4, 4, 1, 7, 1, 4), (4, 2, 3, 5, 1, 6, 2, 3), (5, 2, 2, 5, 2, 6, 1, 3), (3, 2, 4, 4, 1, 6, 2, 4), (2, 3, 4, 4, 1, 5, 3, 4), (3, 3, 3, 4, 2, 5, 2, 4)
27	(6, 2, 1, 7, 1, 7, 1, 2), (4, 3, 2, 6, 1, 6, 2, 3), (5, 3, 1, 6, 2, 6, 1, 3), (2, 4, 3, 5, 1, 5, 3, 4), (3, 4, 2, 5, 2, 5, 2, 4), (4, 4, 1, 5, 3, 5, 1, 4), (5, 2, 2, 6, 1, 7, 1, 3), (4, 2, 3, 5, 1, 7, 1, 4), (3, 3, 3, 5, 1, 6, 2, 4), (4, 3, 2, 5, 2, 6, 1, 4)
28	(5, 3, 1, 7, 1, 7, 1, 3), (3, 4, 2, 6, 1, 6, 2, 4), (4, 4, 1, 6, 2, 6, 1, 4), (1, 5, 3, 5, 1, 5, 3, 5), (2, 5, 2, 5, 2, 5, 2, 5), (4, 3, 2, 6, 1, 7, 1, 4), (3, 3, 3, 5, 1, 7, 1, 5), (2, 4, 3, 5, 1, 6, 2, 5)
29	(4, 4, 1, 7, 1, 7, 1, 4), (2, 5, 2, 6, 1, 6, 2, 5), (3, 5, 1, 6, 2, 6, 1, 5), (3, 4, 2, 6, 1, 7, 1, 5)
30	(3, 5, 1, 7, 1, 7, 1, 5), (1, 6, 2, 6, 1, 6, 2, 6), (2, 5, 2, 6, 1, 7, 1, 6)
31	(2, 6, 1, 7, 1, 7, 1, 6)
32	(1, 7, 1, 7, 1, 7, 1, 7)

นอกจากนี้ เพื่อให้เกิดความหลากหลาย สามารถปรับกติกาหรือยุทธวิธีในการเล่นเกมนี้นี้ได้ เช่น เปลี่ยนจำนวนทหารรวมในทุกด้านซึ่งต้องประจำการอยู่ทั้ง 3 ป้อม จาก 9 เป็นจำนวนอื่น หรือ เพิ่มจำนวนป้อมหรือเปลี่ยนการจัดเรียงป้อมล้อมเมืองในรูปแบบอื่น

### เอกสารอ้างอิง

- [1] Chizary, F. and Farhangi, A. (2017). Efficiency of Educational Games on Mathematics Learning of Students at Second Grade of Primary School. *Journal of History Culture and Art Research*, 6 (1), p. 232 – 240.
- [2] Ferreira, J.L. (2020). *Game Theory: An Applied Introduction*. London: Red Globe Press.
- [3] Mani, A. (2015). Maths Games: An Effective Pedagogical Tool to Enhance Learning. *Scholarly Journal of Scientific Research and Essay*, 4 (5), p. 74 – 76.
- [4] Zaslavsky, C. (1998). *Math Games & Activities from Around the World*. Chicago: Chicago Review Press.