

บทที่ 5

สรุปและอภิปรายผล

การพัฒนาโปรแกรมเพื่อศึกษาแบบจำลองอนุภาคในบ่อศักย์แบบต่าง ๆ หลังจากได้ทดสอบการทำงานและแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ แล้ว สามารถสรุปและอภิปรายผลลัพธ์ที่ได้ดังนี้

5.1 สรุปผลการวิจัย

5.1.1 อนุภาคเคลื่อนที่ในบ่อศักย์แบบสี่เหลี่ยมที่มีความลึกจำกัด

อนุภาคมวล m เคลื่อนที่ในบ่อศักย์ที่มีความกว้างเท่ากับ $2a$ ความลึกของบ่อศักย์ V ดังนี้

$$V = \begin{cases} -V_0 & \text{if } -a < x < a \\ 0 & \text{if } |x| \geq a \end{cases}$$

การคำนวณพลังงาน (E) ของอนุภาคในบ่อศักย์ที่ระดับพลังงาน n ใด ๆ โดยวิธีวิเคราะห์สามารถหาได้จาก สมการ (2.32)

$$2a\sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(V_0 - E)} = (n-1)\pi + 2 \tan^{-1} \sqrt{\frac{E}{V_0 - E}}$$

ในหน่วยอะตอม สมการจะถูกลดรูปเหลือเพียง

$$2a\sqrt{2(V_0 - E)} = (n-1)\pi + 2 \tan^{-1} \sqrt{\frac{E}{V_0 - E}}$$

สมการนี้นำไปใช้ในการคำนวณหาพลังงาน E เมื่อกำหนดค่า $n = 1, 2, 3 \dots$ ให้ความกว้างของบ่อ เท่ากับ 4 หน่วย ($a = 2$) และความลึกของบ่อศักย์เท่ากับ 10 หน่วย

5.1.2 อนุภาคเคลื่อนที่ในบ่อศักย์แบบฮาร์มอนิก ออสซิลเลเตอร์

สมการของบ่อศักย์มีดังนี้

$$V = \frac{1}{2}x^2$$

การคำนวณพลังงาน (E) ของอนุภาคในบ่อศักย์ที่ระดับพลังงาน n ใด ๆ ($n = 1, 2, 3, \dots$) โดยวิธีวิเคราะห์สามารถหาได้จาก สมการ (2.45)

$$E_{n-1} = \hbar\omega(n - \frac{1}{2})$$

ในหน่วยอะตอม สมการจะถูกลดรูปเหลือเพียง ($\hbar = \omega = 1$)

$$E_{n-1} = (n - \frac{1}{2})$$

ผลลัพธ์ที่ได้จากโปรแกรมจำลองอนุภาคในบ่อศักย์ กับค่าที่ได้จากการคำนวณโดยการแทนค่าลงในสมการตามทฤษฎี พร้อมกับความคลาดเคลื่อน มีดังนี้

สถานะ n	Square well		% ความคลาด เคลื่อน	Parabolic (Harmonic Oscillator)		% ความคลาด เคลื่อน
	ผลลัพธ์จาก โปรแกรม	ผลลัพธ์จาก สมการ		ผลลัพธ์จาก โปรแกรม	ผลลัพธ์จาก สมการ	
1	-9.752 280	-9.750697	0.016	+0.500	+0.05	0
2	-9.011 696	-9.005423	0.069	+1.500	+1.50	0
3	-7.786 852	-7.772970	0.178	+2.500	+2.50	0
4	-6.095 848	-6.071860	0.395	+3.500	+3.50	0
5	-3.977 063	-3.941455	0.903	+4.500	+4.50	0
6	-1.536 339	-1.491250	3.023	+5.500	+5.50	0
7	+0.369 385	Unbound state	-	+6.500	+6.50	0
8	+0.567 383	Unbound state	-	+7.502	+7.50	0.026
9	+1.154 297	Unbound state	-	+8.511	+8.50	0.129
10	+2.072 021	Unbound state	-	+9.536	+9.50	0.379

5.1.3 ผลลัพธ์ที่ได้จากปอดักย์แบบอื่น ๆ แสดงเฉพาะค่าที่ได้จากการคำนวณของโปรแกรมจำลองอนุภาคในปอดักย์แบบต่าง ๆ ไม่ได้แสดงค่าความคลาดเคลื่อน เพราะไม่มีการคำนวณตามทฤษฎีมาเปรียบเทียบ

สถานะ n	Triangular	Square tangent	Square hyperbolic cosine
	$V = 2.0 x $	$V = \frac{1}{560} \tan^2 x$ $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$	$V = \frac{-10}{\cosh^2 x}$
1	+1.283 745	+0.397 526	-7.999 999
2	+2.945 831	+1.578 424	-4.999 999
3	+4.092 519	+3.507 880	-2.000 000
4	+5.150 50	+6.107 141	-0.498 165
5	+6.073 163	+9.112 893	+0.136 219
6	+6.957 181	+10.363 892	+0.488 270
7	+7.775 388	+10.466 563	+0.997 425
8	+8.593 503	+11.360 108	+1.639 515
9	+9.418 333	+11.729 493	+2.402 942
10	+10.318 601	+12.688 721	+3.281 116

5.2 อภิปรายผล

1. พลังงานที่เป็นค่าเจาะจงที่สถานะควอนตัม n ที่คำนวณได้จากปอดักย์แบบสี่เหลี่ยมที่มีความลึกจำกัดและปอดักย์แบบฮาร์มอนิก ออสซิลเลเตอร์ มีค่าใกล้เคียงกับที่คำนวณได้จากทฤษฎีการคำนวณของโปรแกรมยังคงใช้หน่วยอะตอม คือใช้มวลของอิเล็กตรอน และค่าคงที่ของพลังค์เท่ากับ 1 ยังไม่ได้มีการแปลงกลับให้เป็นหน่วย SI

2. ปอดักย์ที่ใช้ในแบบจำลอง ยังคงถูกจำกัดเป็นปอดักย์ที่มีเงื่อนไข $V(-x) = V(x)$ นอกจากนี้ยังไม่สามารถใช้ปอดักย์แบบอื่นที่ให้ค่า singularity ในช่วงของ x ที่กำหนดให้ เช่น ปอดักย์แบบคูโลมบ์ (Coulomb well) เป็นปอดักย์ที่เกิดจากแรงทางไฟฟ้าตามกฎของคูโลมบ์ ปอดักย์แบบยูกาวา (Yukawa Well) เป็นปอดักย์ที่เกิดจากแรงแบบเข้ม (Strong interaction) ที่ยึดเหนี่ยวอนุภาคกับอนุภาคภายในนิวเคลียส ทั้งสองกรณีจะเกิด singularity ที่ $x = 0$ ซึ่งจะต้องแก้ปัญหาในการที่จะให้โปรแกรมคำนวณ และยังคงแก้ปัญหาคำถามการเขียนกราฟที่ตำแหน่ง $x = 0$ นี้ด้วย

3. บ่อศักย์แบบอื่น ๆ ที่เหลือ ได้แก่บ่อศักย์แบบสามเหลี่ยมสมมาตร บ่อศักย์แบบแทนเจนต์กำลังสอง และบ่อศักย์ไฮเพอร์บอลิก โคไซน์กำลังสอง ยังไม่มีค่าที่ได้ตามทฤษฎีมาเปรียบเทียบ

5.3 ข้อเสนอแนะ

1. ในเรื่องบ่อศักย์แบบสี่เหลี่ยม ควรให้ผู้ใช้งานสามารถกำหนดความกว้าง และความลึกของบ่อ ควรกำหนดจำนวนบ่อที่ใช้ในการจำลองสถานการณ์ด้วย
2. ตรวจสอบความคลาดเคลื่อนในการคำนวณ หรือหา algorithm ที่ให้ความแม่นยำและความคลาดเคลื่อนน้อยกว่านี้ ค่าพลังงานที่คำนวณได้ที่ n ค่ามาก ๆ จะมีความคลาดเคลื่อนมากกว่าที่ n มีค่าน้อย ๆ ควรมีการแปลงหน่วยจากหน่วยอะตอมให้เป็นหน่วย SI เช่น หน่วยของระยะทาง และพลังงานควรมีหน่วยเป็นนาโนเมตร และอิเล็กตรอนโวลต์ ตามลำดับ
3. ควรเพิ่มขีดความสามารถให้ผู้ศึกษากำหนดฟังก์ชันของบ่อศักย์เองได้ตามความต้องการ
4. ควรพัฒนาโปรแกรมให้มีลักษณะเป็นมิตรกับผู้ใช้ (user friendly) สามารถใช้เมาส์เลือกพลังงาน หรือเลือกเลขควอนตัมได้ โดยที่ไม่ต้องพิมพ์ผ่านแป้นพิมพ์ สามารถบันทึกผลการจำลองสถานการณ์และพิมพ์ผลลัพธ์เก็บไว้ได้