

การวิเคราะห์ลักษณะสำคัญของงานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ออกแบบโดย
นักศึกษาคูครูคณิตศาสตร์

Analysis of the Features of Mathematical Modelling Tasks Designed by
Pre-Service Mathematics Teachers

สกล ตั้งเก้าสกุล* ทรงชัย อักษรคิด วันดี เกษมสุขพิพัฒน์ และ ชนิศวรา เลิศอมรพงษ์
Sakon Tangkawsakul* Songchai Ugsonkid Wandee Kasemsukpipat and
Chanisvara Lertamornpong

ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
Department of Education, Faculty of Education, Kasetsart University
*Corresponding author, E-mail: sakon.ta@ku.th, โทร. 065-1203195
วันที่ส่งบทความ 15 กุมภาพันธ์ 2565 วันที่แก้ไขครั้งสุดท้าย 28 เมษายน 2565
วันที่ตอบรับบทความ 5 พฤษภาคม 2565 วันที่เผยแพร่ออนไลน์ 1 กรกฎาคม 2566

บทคัดย่อ

งานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เป็นเครื่องมือในการสอนที่เน้นให้ผู้เรียนได้นำความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปแก้สถานการณ์ปัญหาในโลกจริง การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อวิเคราะห์ลักษณะสำคัญของงานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่มีระดับคุณภาพแตกต่างกัน เพื่อให้ผู้อ่านได้นำข้อค้นพบดังกล่าวไปใช้เป็นแนวทางและข้อพิจารณาในการออกแบบงานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ การดำเนินการวิจัยแบ่งออกเป็น 2 ขั้นตอน ได้แก่ 1) ศึกษาคุณภาพของงานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ออกแบบโดยนักศึกษาคู จำนวน 6 งานตามเกณฑ์การประเมินที่กำหนด และ 2) คัดเลือกและวิเคราะห์ลักษณะสำคัญของงานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่มีระดับคุณภาพตั้งแต่ B ขึ้นไป (B, B+, A และ A+) ระดับคุณภาพละ 1 งาน รวมเป็น 4 งาน การวิเคราะห์ข้อมูลใช้การวิเคราะห์เอกสารและนำเสนอผลการวิเคราะห์ด้วยการพรรณานำเสนอ ผลการวิจัยสรุปได้ว่า 1) งานทุกระดับคุณภาพมีลักษณะสำคัญความเหมือนกันที่พบคือ บริบทของสถานการณ์ปัญหาที่มีความเชื่อมโยงกับโลกจริง และมีความเปิดให้ผู้แก้ปัญหาได้ตีความและตั้งข้อตั้งตั้งเบื้องต้น และ 2) ความแตกต่างของงานแต่ละระดับที่พบคือ ความสมจริงและความชัดเจนของข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหา และความซับซ้อนและท้าทายของคำถามในสถานการณ์ปัญหาที่สัมพันธ์กับกระบวนการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

คำสำคัญ: การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ลักษณะสำคัญของงานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ระดับคุณภาพของงานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ นักศึกษาคูครูคณิตศาสตร์

Abstract

Mathematical modelling tasks are teaching materials that encourage students to apply their knowledge and mathematical process to solve real-world problems. This study aimed to analyze significant features of the mathematical modelling tasks with varying quality levels designed by pre-service math teachers (PSTs) so that the findings will assist the teachers in the development of the guidelines in the design of their mathematical modelling tasks. The research was divided into two stages as 1) studying the quality levels of six mathematical modelling tasks designed by PSTs based on the established criteria and 2) selecting and analyzing the features of four quality mathematical modelling tasks obtaining Grades B, B+, A and A+, one task from a grade level totaling 4 tasks. This research adopted documentary analysis presented by narration.

The research results indicated that 1) all the selected tasks shared a similarity, that is, the mathematical situational contexts were related to the real world problems offering open choices for the problem solvers to interpret and establish their preliminary assumptions, and 2) the situational problems showed differences in data authenticity and information and condition explicitness in situational problems, as well as problem situation complexity and challenging questions in the problematic situations in relation to the mathematical modelling process across all task quality levels.

Keywords: *Mathematical modelling, Feature of the mathematical modelling tasks, Quality of the mathematical modelling tasks, Pre-service mathematics teachers*

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์บนฐานคิดที่มุ่งเน้นการประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับโลกความจริง เพื่อส่งเสริมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียนอย่างมีความหมาย ถือเป็นเป้าหมายหนึ่งในหลักสูตรการศึกษาคณิตศาสตร์ของหลายประเทศที่ได้กำหนดไว้เป็นส่วนหนึ่งของการจัดการเรียนสอนของครูและการเรียนรู้ของผู้เรียนในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ ตั้งแต่ช่วงศตวรรษที่ 19 (Kaiser, 2014) เช่นเดียวกับหลักสูตรของประเทศไทยในปัจจุบัน การเชื่อมโยงสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงกับคณิตศาสตร์เป็นหนึ่งในจุดเน้นของตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560)

การพัฒนาสมรรถนะด้านการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับโลกความจริงให้กับผู้เรียนจำเป็นต้องอาศัยครูผู้สอนที่มีสมรรถนะด้านการสอนและมีเครื่องมือสำคัญที่ช่วยกระตุ้นการเรียนรู้ของผู้เรียนคือ งานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นงานทางคณิตศาสตร์ประเภทหนึ่งที่มีลักษณะสำคัญแตกต่างจากงานทางคณิตศาสตร์ทั่วไป (Maaß, 2010) งานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในที่นี้ เป็นสถานการณ์ปัญหาในโลกจริงที่มีความคลุมเครือ ขาดข้อมูล/เงื่อนไขสำคัญที่เพียงพอต่อการแก้สถานการณ์ปัญหา ทำให้ผู้แก้ปัญหาจำเป็นต้องอาศัยการตีความสถานการณ์ปัญหาในโลกจริง การกำหนดข้อตกลงเบื้องต้น และหาข้อมูลเพิ่มเติมเพื่อทำสถานการณ์ปัญหาให้ง่ายขึ้น แล้วจึงคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ (mathematizing) เพื่อสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับสถานการณ์ปัญหาและดำเนินการทางคณิตศาสตร์ให้ได้ผลลัพธ์ แล้วจึงตีความหมายของผลลัพธ์ย้อนกลับมาเป็นข้อสรุปของสถานการณ์ปัญหาในโลกจริง (Ferri, 2018) กระบวนการที่กล่าวถึงนี้อาจ

เรียกว่า “การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์” ซึ่งการส่งเสริมให้ผู้เรียนได้มีโอกาสเรียนรู้การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ จะเป็นการฝึกให้ผู้เรียนได้คิดแบบนักคณิตศาสตร์ประยุกต์และเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ในฐานะเครื่องมือในการวิเคราะห์ ทำความเข้าใจ และแก้สถานการณ์ปัญหาในโลกจริง (Niss & Blum, 2020) จากเอกสารและงานวิจัยสะท้อนให้เห็นว่า งานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่มีคุณภาพและสอดคล้องกับเป้าหมายในการเรียนรู้ที่มีความสำคัญต่อการพัฒนาผู้เรียนโดยตรง

ประสบการณ์และองค์ความรู้ที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในการศึกษาของประเทศไทยถือเป็นประเด็นหนึ่งที่ต้องได้รับการพิจารณา ด้วยเหตุเพราะ 1) ผลการประเมินความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ของผู้เรียนไทยตั้งแต่การประเมิน PISA 2000 เรื่อยมาจนถึงปัจจุบันที่ล่าช้ากว่าเพื่อนวัยเดียวกันจากประเทศในภูมิภาคเดียวกัน และต่ำกว่ามาตรฐานนานาชาติ OECD (Klainin, 2015) ซึ่งการประเมิน PISA กำหนดให้กระบวนการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และสมรรถนะการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนหนึ่งในการพิจารณาความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ (Stacey & Turner, 2014) และ 2) ผลการประเมินสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาคณิตศาสตร์ในประเทศไทยกลุ่มหนึ่ง พบว่า สมรรถนะการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับต่ำที่สุดและจำเป็นต้องได้รับการพัฒนามากที่สุด เพราะนักศึกษาคณิตศาสตร์อาจเคยมีประสบการณ์ในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ไม่เพียงพอ จึงทำให้มีสมรรถนะในระดับต่ำที่สุด (นवल นนทภา, 2562) นอกจากนี้ สารสนเทศที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับครูที่มีเผยแพร่อยู่ยังขาดแนวปฏิบัติให้ครูได้เรียนรู้และสามารถนำไปปรับใช้ในชั้นเรียนจริงได้โดยตรง (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี [สสวท.], 2555)

สภาพปัญหาจากเอกสารและงานวิจัยที่กล่าวถึงข้างต้นนั้น สะท้อนให้เห็นว่าการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในการศึกษาของประเทศไทยควรได้รับการพัฒนาและเตรียมความพร้อมด้านความรู้เชิงทฤษฎีและการปฏิบัติกับครูตั้งแต่ขณะเป็นนักศึกษาคูให้เกิดสมรรถนะ โดยเฉพาะอย่างยิ่งสมรรถนะการออกแบบงานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของผู้สอน เพราะงานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่มีคุณภาพมีความสำคัญต่อการพัฒนาผู้เรียนในอนาคตให้มีสมรรถนะการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ดียิ่งขึ้น (Blum, 2015) ดังนั้น การวิเคราะห์งานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ออกแบบโดยนักศึกษาคูจึงมีความสำคัญต่อการพัฒนาสมรรถนะของนักศึกษาคู เพราะงานที่ออกแบบโดยนักศึกษาคูเป็นหลักฐานการเรียนรู้และผลผลิตที่สะท้อนความสามารถของผู้ออกแบบ (กมลวรรณ ตังธนกันท์, 2557) และข้อค้นพบที่ได้จากการวิเคราะห์งานนั้นจะช่วยให้ผู้ออกแบบและผู้สนใจมีความเข้าใจเกี่ยวกับลักษณะสำคัญด้านต่าง ๆ ของงานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อย่างเป็นรูปธรรมมากยิ่งขึ้น โดยการพิจารณาระดับคุณภาพของงานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์นั้น พิจารณาได้จากระดับความสอดคล้องของงานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์กับเกณฑ์ที่ผู้วิจัยกำหนดขึ้นจากการสังเคราะห์เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง แบ่งออกเป็นประเด็นการพิจารณา 4 ด้าน ได้แก่ ความเชื่อมโยงกับโลกจริงและความสมจริง ความเปิดของสถานการณ์ปัญหา ความท้าทายและความซับซ้อน และความสอดคล้องกับกระบวนการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Ferri, 2018; Galbraith, 2006; Maaß, 2010) รวมถึงจุดเด่นและจุดที่ควรพิจารณาให้งานมีลักษณะสำคัญแต่ละด้านที่ชัดเจนและมีคุณภาพมากยิ่งขึ้น

ด้วยเหตุผลและความสำคัญของการพัฒนาสมรรถนะการออกแบบงานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ข้างต้น ผู้วิจัยจึงได้ทำการวิจัยเพื่อพัฒนาสมรรถนะการออกแบบงานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ให้นักศึกษาคู โดยได้จัดประสบการณ์การออกแบบงานให้กับนักศึกษาคูจนกระทั่งสามารถออกแบบงานสำเร็จและผ่านการประเมินคุณภาพของงานในระดับมาตรฐานขึ้นไปจากผู้เชี่ยวชาญร่วมกับการประเมินจากนักศึกษาเอง ทั้งนี้ ผู้วิจัยเล็งเห็นความสำคัญของการวิเคราะห์ลักษณะสำคัญของงานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่นักศึกษาคูได้ออกแบบขึ้นซึ่งเป็นหลักฐานการเรียนรู้และผลผลิตที่สะท้อนสมรรถนะการออกแบบงานสร้าง

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาคณะศึกษาศาสตร์ เพื่อเป็นสารสนเทศให้กับครูหรือผู้ที่สนใจในการออกแบบงานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้ศึกษากรณีตัวอย่างของงานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ลักษณะสำคัญของงานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และแนวการประเมินงานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ รวมถึงเป็นสารสนเทศให้แก่อาจารย์ผู้สอนในการวางแผนพัฒนาสมรรถนะการออกแบบงานให้มีคุณภาพและสอดคล้องกับลักษณะสำคัญมากยิ่งขึ้น บทความวิจัยนี้ จึงมุ่งนำเสนอผลการวิเคราะห์งานที่นักศึกษาคณะศึกษาศาสตร์ออกแบบ ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งในงานวิจัยพัฒนาสมรรถนะการออกแบบงานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาคณะศึกษาศาสตร์

คำถามการวิจัย

ลักษณะสำคัญของงานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในด้านความเชื่อมโยงกับโลกจริงและความสมจริง ความเปิดของสถานการณ์ปัญหา ความท้าทายและความซับซ้อน และความสอดคล้องกับกระบวนการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในแต่ละระดับคุณภาพ มีความเหมือนและความแตกต่างกันอย่างไร

วัตถุประสงค์การวิจัย

เพื่อวิเคราะห์ลักษณะสำคัญของงานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่มีระดับคุณภาพแตกต่างกัน

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. **งานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์** หมายถึง โจทย์ปัญหาที่มีสถานการณ์ในโลกจริงที่เชื่อมโยงกับคณิตศาสตร์และมีเป้าหมายเพื่อใช้ในการพัฒนาสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนในด้านการแก้สถานการณ์ปัญหาในโลกจริงด้วยกระบวนการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ขั้นตอนต่าง ๆ เช่น การทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาในโลกจริงและการทำปัญหาให้ง่ายขึ้น การคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ และการแปลความหมายและตรวจสอบผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ เพื่ออธิบาย วิเคราะห์ และคาดการณ์สิ่งที่จะเกิดขึ้นในโลกจริง

2. **ลักษณะสำคัญของงานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์** หมายถึง ประเด็นที่ใช้ในการพิจารณางานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 4 ด้าน ได้แก่ ความเชื่อมโยงกับโลกจริงและความสมจริง ความเปิดของสถานการณ์ปัญหา ความท้าทายและความซับซ้อน และความสอดคล้องกับกระบวนการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

3. **ระดับคุณภาพของงานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์** หมายถึง ผลที่ได้จากการประเมินงานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ โดยมีผู้ประเมินเป็นนักศึกษาคณะศึกษาศาสตร์ที่ผ่านการเรียนรู้ในรายวิชาที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในการศึกษา และผู้เชี่ยวชาญด้านการออกแบบงานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ทำหน้าที่เป็นผู้พิจารณาความสอดคล้องระหว่างงานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์กับเงื่อนไขที่กำหนดให้

การดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ เป็นการวิจัยเชิงบรรยาย มีวัตถุประสงค์เพื่อวิเคราะห์ลักษณะสำคัญของงานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่มีระดับคุณภาพแตกต่างกัน โดยมีรายละเอียดของการดำเนินการวิจัยดังต่อไปนี้

1. ศักยภาพของงานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ แบ่งเป็นการดำเนินการดังนี้
 - 1.1) ผู้วิจัยรวบรวมงานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ จำนวนทั้งหมด 6 งาน ที่ออกแบบโดยนักศึกษาคณะศึกษาศาสตร์ ซึ่งเป็นนักศึกษาระดับปริญญาตรี จำนวน 18 คนที่กำลังศึกษาอยู่ชั้นปีที่ 3 สาขาวิชา

การสอนคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยแห่งหนึ่ง และผ่านการร่วมกิจกรรมในรายวิชาการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในการศึกษามาแล้ว โดยนักศึกษาคูได้ร่วมกันออกแบบงานเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 3 คน ตามความสะดวกในการทำงานกลุ่ม

1.2) ผู้วิจัยนำผลงานดังกล่าวไปให้ผู้ประเมิน 2 กลุ่มที่อิสระต่อกัน เพื่อลดความลำเอียงที่อาจเกิดขึ้น โดยอาศัยมุมมองการประเมินจากผู้ประเมินที่หลากหลายบทบาท ได้แก่ 1) กลุ่มนักศึกษาคณะศึกษาศาสตร์จำนวน 18 คน ซึ่งเป็นนักศึกษากลุ่มเดิมที่เป็นผู้ออกแบบงาน นักศึกษากลุ่มนี้มีความรู้ความเข้าใจเชิงทฤษฎีเกี่ยวกับการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในการศึกษา และผ่านประสบการณ์การวิเคราะห์งานการออกแบบงาน รวมถึงการประเมินงานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จากมุมมองการประเมินงานที่ตนเองออกแบบและการประเมินงานที่เพื่อนนักศึกษาคูออกแบบ และ 2) กลุ่มผู้เชี่ยวชาญด้านการออกแบบงานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จำนวน 3 คน ที่มีประสบการณ์ด้านการออกแบบงานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ทำหน้าที่เป็นผู้ประเมินงานทุกชิ้นตามมุมมองของผู้เชี่ยวชาญอย่างอิสระต่อกัน ผู้ประเมินทั้ง 2 กลุ่ม ทำการประเมินงานตามเกณฑ์การประเมินที่แสดงไว้ดังตารางที่ 1 และประเด็นการพิจารณาที่แบ่งออกเป็น 4 ด้าน (Ferri, 2018; Galbraith, 2006; Maaß, 2010) ต่อไปนี้

- 1) **ความเชื่อมโยงกับโลกจริงและความสมจริง** เป็นเกณฑ์ที่ใช้พิจารณาสถานการณ์ปัญหาว่ามีอยู่หรือเกิดขึ้นจริงในโลกจริงและมีความสมเหตุสมผลตามความเป็นจริงหรือไม่
- 2) **ความเปิดของสถานการณ์ปัญหา** เป็นเกณฑ์ที่ใช้พิจารณาสถานการณ์ปัญหาว่ามีแนวทางให้ผู้ใช้ปัญหาได้ตั้งข้อตั้งข้อตั้งเบื้องต้น คาดการณ์ และตีความได้หลากหลายหรือไม่
- 3) **ความท้าทายและความซับซ้อน** เป็นเกณฑ์ที่ใช้พิจารณาสถานการณ์ปัญหาว่ามีอุปสรรคที่ทำให้ผู้แก้ปัญหาไม่สามารถหาคำตอบและความรู้คณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาได้ทันทีหรือไม่
- 4) **ความสอดคล้องกับกระบวนการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์** เป็นเกณฑ์ที่ใช้พิจารณาสถานการณ์ปัญหาว่ามีแนวทางการหาคำตอบหรือข้อสรุปได้ด้วยกระบวนการสร้างแบบจำลองหรือไม่

ตารางที่ 1 เกณฑ์การประเมินงานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

ระดับคะแนน	คำอธิบาย/เงื่อนไขของระดับความสอดคล้อง
2	งานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ มีลักษณะสอดคล้องกับประเด็นการประเมินอย่างชัดเจน
1	งานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ มีลักษณะสอดคล้องกับประเด็นการประเมินเพียงบางส่วน
0	งานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ มีลักษณะไม่สอดคล้องกับประเด็นการประเมิน

1.3) ผู้วิจัยนำผลคะแนนที่ได้จากการประเมินของผู้ประเมินทั้ง 2 กลุ่มมารวมกัน โดยให้นำหน้าหาคะแนนที่ได้จากผู้ประเมินเท่ากันทั้ง 2 กลุ่ม และแปลงเป็นค่าร้อยละของคะแนนเต็ม แล้วเปรียบเทียบกับเกณฑ์การแปลความหมายของคะแนนรวม (%) ที่ผู้วิจัยกำหนดขึ้นจากเกณฑ์มาตรฐานคะแนนรวมตั้งแต่ 80% ขึ้นไป จึงจะถือว่างานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ออกแบบโดยนักศึกษาคูมีคุณภาพระดับมาตรฐาน (B) ดังตารางที่ 2 โดยผลการวิเคราะห์ระดับคุณภาพของงานโดยภาพรวม พบว่า งานที่นักศึกษาคูออกแบบขึ้นทั้งหมดมีลักษณะตามเกณฑ์ของงานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดไว้ทั้ง 4 ประเด็น และมีคุณภาพระดับมาตรฐาน (B) ขึ้นไป โดยงานที่ได้รับคะแนนมากที่สุด เป็นงานที่มีระดับคุณภาพยอดเยี่ยม (A+) คือ งานที่ 6 เครื่องฟอกอากาศของสมใจ และงานที่ได้รับคะแนนการน้อยที่สุด เป็นงานที่มีงานระดับคุณภาพมาตรฐาน (B) คือ งานที่ 3 ต้นไม้ผลัดกระดาก สรุปลงได้ดังตารางที่ 3

ตารางที่ 2 เกณฑ์การประเมินงานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

คะแนนรวม (%)	คำอธิบาย/ระดับคุณภาพของงานที่ออกแบบขึ้น
ตั้งแต่ 95% ขึ้นไป	งานที่ออกแบบขึ้นมีคุณภาพระดับยอดเยี่ยม (A+)
90% ขึ้นไปแต่ไม่ถึง 95%	งานที่ออกแบบขึ้นมีคุณภาพระดับดีมาก (A)
85% ขึ้นไปแต่ไม่ถึง 90%	งานที่ออกแบบขึ้นมีคุณภาพระดับดีกว่ามาตรฐาน (B+)
80% ขึ้นไปแต่ไม่ถึง 85%	งานที่ออกแบบขึ้นมีคุณภาพระดับมาตรฐาน (B)
น้อยกว่า 80%	งานที่ออกแบบขึ้นมีคุณภาพระดับต่ำกว่ามาตรฐาน (N/A)

ตารางที่ 3 ผลการประเมินงานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่นักศึกษาออกแบบขึ้น

งานที่นักศึกษาคู่ออกแบบ	เกณฑ์ / คะแนนการประเมิน (%) [ระดับคุณภาพ]				รวม (%)	ระดับคุณภาพ
	Reality	Openness	Complexity	Processes		
1. เครื่องฟอกอากาศของสมใจ	95.24 [A+]	100.00 [A+]	90.48 [A]	97.62 [A+]	95.83	A+
2. สามสาวกับเงินเก็บ	97.62 [A+]	97.62 [A+]	85.71 [B+]	95.24 [A+]	94.05	A
3. ทาสีบ้านกันเถอะ	87.10 [B+]	100.00 [A+]	83.33 [B]	92.86 [A]	91.07	A
4. 10 ปีที่ลอยคอ	92.86 [A]	97.62 [A+]	80.95 [B]	88.10 [B+]	89.88	B+
5. หน้ากากอนามัยของวรภพ	95.24 [A+]	100.00 [A+]	71.23 [N/A]	88.10 [B+]	88.69	B+
6. ต้นไม้ผลิตระดาษ	76.19 [B-]	92.86 [A]	78.57 [N/A]	83.33 [B]	82.74	B

หมายเหตุ: 1) Reality แทน ความเชื่อมโยงกับโลกจริงและความสมจริง 2) Openness แทน ความเปิดของสถานการณ์ปัญหา
3) Complexity แทน ความท้าทายและความซับซ้อน 4) Processes แทน ความสอดคล้องกับกระบวนการสร้างแบบจำลองฯ

2. คัดเลือกและวิเคราะห์งานที่มีระดับคุณภาพแตกต่างกัน แบ่งเป็นการดำเนินการดังนี้

2.1) ผู้วิจัยนำผลการประเมินระดับคุณภาพของงานซึ่งแบ่งได้เป็น 4 กลุ่มระดับคุณภาพ ได้แก่ งานระดับ A+ A B+ และ B มาคัดเลือกงานที่เป็นตัวแทนที่ดี ระดับคุณภาพละ 1 งาน เพื่อนำไปวิเคราะห์ลักษณะสำคัญในแต่ละด้านที่ทำให้งานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์มีระดับคุณภาพที่แตกต่างกัน โดยพิจารณาเลือกงานที่ออกแบบโดยนักศึกษาคู่ออกแบบตามหลักของการพิจารณาเอกสารของ Wellington (2015) ทั้ง 4 ประเด็น ดังนี้

1) งานที่นำมาวิเคราะห์มีความสมจริง (authenticity) เป็นงานที่สามารถระบุแหล่งที่มาได้ชัดเจนจากผลงานการออกแบบของนักศึกษาคู่ออกแบบระดับปริญญาตรี จำนวน 18 คนที่กำลังศึกษาอยู่ชั้นปีที่ 3 สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยแห่งหนึ่ง

2) งานที่นำมาวิเคราะห์มีความถูกต้องและน่าเชื่อถือ (credibility) เป็นงานที่ผ่านการตรวจสอบข้อมูลจากแหล่งข้อมูลตั้งต้นว่าไม่มีการบิดเบือนหรือดัดแปลงผลงานการออกแบบของนักศึกษาคู่ออกแบบ

3) งานที่นำมาวิเคราะห์ต้องเป็นตัวแทนที่ดี (representativeness) เป็นงานที่สามารถสะท้อนประเด็นเฉพาะบางประเด็นได้อย่างชัดเจน ในที่นี้คือการสะท้อนถึงลักษณะสำคัญของงานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้อย่างชัดเจนและสื่อความหมายได้ครอบคลุม

4) งานที่นำมาวิเคราะห์ต้องมีความหมาย (meaning) เป็นงานที่มีสาระสำคัญสอดคล้องกับการตอบคำถามการวิจัยและมีบริบทแวดล้อมที่ช่วยให้สามารถทำความเข้าใจความหมายของงานได้อย่างถูกต้อง การดำเนินการในขั้นตอนนี้ ผู้วิจัยได้ทำการหารือและลงข้อสรุปร่วมกันกับคณะผู้วิจัยและผู้เชี่ยวชาญที่เป็นผู้ประเมินผลงานว่างานที่คัดเลือกมาวิเคราะห์นั้น มีความเหมาะสมที่จะนำไปใช้ในการวิเคราะห์เพื่อตอบคำถามการวิจัย ทั้งนี้ เพื่อลดความลำเอียงที่อาจเกิดขึ้นได้จากการคัดเลือกงาน

2.2) ผู้วิจัยนำงานที่ได้คัดเลือกแล้วทั้งหมด 4 งาน เพื่อใช้เป็นตัวแทนของงานที่มีระดับคุณภาพแตกต่างกันระดับละ 1 งานดังตารางที่ 4 จากนั้นจึงดำเนินการวิเคราะห์ส่วนประกอบของงาน ได้แก่ 1) บริบทข้อมูล และเงื่อนไขที่กำหนดให้ในสถานการณ์ปัญหา 2) คำถามที่ใช้ในสถานการณ์ปัญหา และ 3) การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำข้อมูลมาวิเคราะห์และสร้างข้อสรุปแบบอุปนัย โดยผู้วิจัยได้ตรวจสอบยืนยันว่าผู้วิจัยตีความหมายข้อมูลถูกต้องกับคณะผู้วิจัยและผู้เชี่ยวชาญที่เป็นผู้ประเมินผลงาน เพื่อลดความลำเอียงที่อาจเกิดขึ้นได้จากการตีความของผู้วิจัย

ตารางที่ 4 งานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่นำมาวิเคราะห์

งานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์	รายละเอียดภาพรวม										
<p>ระดับคุณภาพ A+ : เครื่องฟอกอากาศของสมใจ</p>  <p>สถานการณ์ปัญหา สนใจเลือกเครื่องฟอกอากาศสำหรับห้องขนาด 100 ตร.ม. โดยมีงบระหว่าง XIAOMU กับ PHILAP จากเว็บไซต์ที่ลิงก์ ดังนี้</p> <p>คำถาม สนใจหรือซื้อเครื่องฟอกอากาศรุ่นใด จะคุ้มค่ากับการใช้งานที่สุด</p>	<p>สถานการณ์ปัญหานี้ เกี่ยวข้องกับการตัดสินใจเลือกซื้อเครื่องฟอกอากาศที่คุ้มค่าที่สุด โดยมีข้อมูลเกี่ยวกับลักษณะพื้นที่การใช้งาน ราคา ระยะเวลาและค่าใช้จ่ายในการเปลี่ยนไส้กรอง ผู้แก้ปัญหาจำเป็นต้องกำหนดข้อตกลงเบื้องต้นต่าง ๆ เพื่อคำนวณและเปรียบเทียบข้อดีและข้อจำกัดของเครื่องฟอกอากาศแต่ละยี่ห้อ แล้วนำไปตัดสินใจเลือกซื้อเครื่องฟอกอากาศที่มีความคุ้มค่าที่สุด</p>										
<p>ระดับคุณภาพ A : สามสาวกับเงินเก็บ</p>  <p>สถานการณ์ปัญหา แม่ นุช และนพพร มีเงินเก็บอยู่จำนวนหนึ่ง ที่สามสาวคิดว่าจะนำไปลงทุนให้ไว้เป็นระยะเวลา 2 ปี โดยมีทางเลือก 2 แบบ คือ ซื้อสลากออมทรัพย์ชนิด 2 ปี และฝากกับธนาคาร ABC ในบัญชีเงินฝากออมทรัพย์ 24 เดือน</p> <p>คำถาม ที่สามคน ควรลงทุนแบบใดจะได้ผลตอบแทนสูงสุด (สามารถลงทุนพร้อมกัน 2 ก็ได้)</p> <p>ข้อมูลเพิ่มเติม</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>สลากออมทรัพย์ชนิด 2 ปี</th> <th>ABC บัญชีเงินฝากออมทรัพย์ 24 เดือน</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>ราคาขั้นต่ำ 1,000 บาท</td> <td>เงินฝากขั้นต่ำ 500 บาท</td> </tr> <tr> <td>ราคาต่อหน่วย 100 บาท</td> <td>วงเงินสูงสุดต่อปี 1,000,000 บาท</td> </tr> <tr> <td>อัตราดอกเบี้ย 0.05% ต่อปี</td> <td>วงเงินฝากสูงสุดต่อปี 1,000,000 บาท</td> </tr> <tr> <td></td> <td>วงเงินฝากสูงสุดต่อปี 1,000,000 บาท</td> </tr> </tbody> </table>	สลากออมทรัพย์ชนิด 2 ปี	ABC บัญชีเงินฝากออมทรัพย์ 24 เดือน	ราคาขั้นต่ำ 1,000 บาท	เงินฝากขั้นต่ำ 500 บาท	ราคาต่อหน่วย 100 บาท	วงเงินสูงสุดต่อปี 1,000,000 บาท	อัตราดอกเบี้ย 0.05% ต่อปี	วงเงินฝากสูงสุดต่อปี 1,000,000 บาท		วงเงินฝากสูงสุดต่อปี 1,000,000 บาท	<p>สถานการณ์ปัญหานี้ เกี่ยวข้องกับการวางแผนการเงินเพื่อลงทุนให้ได้ผลตอบแทนสูงสุด โดยมีระยะเวลาการลงทุน และแหล่งการลงทุน 2 แบบ ได้แก่ การซื้อสลากออมทรัพย์แบบดิจิทัล 2 ปี และการฝากประจำในบัญชีเงินฝากออมทรัพย์ 24 เดือน พร้อมเงื่อนไขของการลงทุนแต่ละรูปแบบ ผู้แก้ปัญหาจำเป็นต้องกำหนดข้อตกลงเบื้องต้น เพื่อคำนวณจำนวนเงินที่เป็นผลตอบแทนในการลงทุน</p>
สลากออมทรัพย์ชนิด 2 ปี	ABC บัญชีเงินฝากออมทรัพย์ 24 เดือน										
ราคาขั้นต่ำ 1,000 บาท	เงินฝากขั้นต่ำ 500 บาท										
ราคาต่อหน่วย 100 บาท	วงเงินสูงสุดต่อปี 1,000,000 บาท										
อัตราดอกเบี้ย 0.05% ต่อปี	วงเงินฝากสูงสุดต่อปี 1,000,000 บาท										
	วงเงินฝากสูงสุดต่อปี 1,000,000 บาท										
<p>ระดับคุณภาพ B+ : หน้ากากอนามัยของวรภพ</p>  <p>สถานการณ์ปัญหา ตลอดทั้งปี 2563 ประเทศไทยเกิดการแพร่ระบาดของเชื้อไวรัสโควิด-19 ทางรัฐบาลจึงมีมาตรการในการขอความร่วมมือให้ประชาชนสวมหน้ากากอนามัยในสถานการณ์ต่างๆอย่างสุจริต และในปัจจุบันการแพร่ระบาดของเชื้อไวรัสโควิด-19 ยังคงระบาดอยู่</p> <p>คำถาม อยากทราบว่าตั้งแต่เริ่มมีการแพร่ระบาดของเชื้อไวรัสโควิด-19 วรภพเสียค่าใช้จ่าย หน้ากากอนามัย ประมาณเท่าไร</p>	<p>สถานการณ์ปัญหานี้ เกี่ยวข้องกับการประมาณค่าใช้จ่ายในช่วงโรคระบาดที่จำเป็นต้องซื้อหน้ากากอนามัยของนายวรภพ ผู้แก้ปัญหาต้องกำหนดข้อตกลงเบื้องต้น เกี่ยวกับประเภท ปริมาณและราคาของหน้ากากอนามัย รวมถึงการใช้ชีวิตของนายวรภพ ซึ่งเป็นนักศึกษาครูคนหนึ่งในชั้นเรียนนี้ เพื่อคำนวณค่าใช้จ่ายทั้งหมด</p>										

งานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์	รายละเอียดภาพรวม
<p>ระดับคุณภาพ B : ต้นไม้ผลัดกระดาศ</p> <div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 45%;"> <p>สถานการณ์ปัญหา</p> <p>โรงเรียนแห่งหนึ่งมีการใช้กระดาษไป 6 กล่อง ในแต่ละสัปดาห์</p> <p>คำถาม</p> <p>นักศึกษาคณะครุศึกษาคณะศึกษาศาสตร์ได้ประมาณการในการผลิตกระดาษ เพื่อใช้เพื่อผลิตกระดาษของโรงเรียนในระยะเวลา 1 ปีการศึกษา โดยกำหนดให้ต้นยูคาลิปตัส 1 ต้น สามารถผลิตกระดาษได้ประมาณ 12,000 แผ่น</p> </div> <div style="width: 45%;">   </div> </div>	<p>สถานการณ์ปัญหานี้ เกี่ยวข้องกับการประมาณจำนวนต้นยูคาลิปตัสที่ใช้ในการผลิตกระดาษ A4 เพื่อใช้ในโรงเรียนแห่งหนึ่งในระยะเวลา 1 ปีการศึกษา ซึ่งมีจำนวนการใช้กระดาษเดือนละ 6 กล่อง และต้นยูคาลิปตัส 1 ต้น สามารถใช้ผลิตกระดาษ A4 ได้ประมาณ 12,000 แผ่น ผู้แก้ปัญหาจำเป็นต้องกำหนดข้อตกลงเบื้องต้นต่าง ๆ เพื่อคำนวณปริมาณกระดาษและจำนวนต้นยูคาลิปตัสที่นำมาใช้ผลิตกระดาษ</p>

ผลการวิจัย

ผลการวิเคราะห์ความเหมือนและความแตกต่างของลักษณะสำคัญในแต่ละด้านของงานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่มีระดับคุณภาพแตกต่างกัน สรุปได้เป็น 4 ประเด็นต่อไปนี้

1) ลักษณะสำคัญด้านความเชื่อมโยงกับโลกจริงและความสมจริงของงานที่มีระดับคุณภาพแตกต่างกัน

ความเชื่อมโยงกับโลกจริงและความสมจริงของงาน พิจารณาได้จากบริบท ข้อมูล และเงื่อนไขที่กำหนดไว้ในสถานการณ์ปัญหา ผลการวิเคราะห์สรุปได้ดังนี้

1.1 **ลักษณะร่วมของงาน** คือ สถานการณ์ปัญหาที่มีบริบทสอดคล้องและเชื่อมโยงกับโลกจริง

1.2 **ลักษณะที่แตกต่างกันของงาน** คือ การกำหนดข้อมูลและเงื่อนไขในสถานการณ์ปัญหาแบ่งได้เป็น 2 รูปแบบ ได้แก่ 1) การกำหนดข้อมูลและเงื่อนไขที่อ้างอิงจากตัวบุคคลจริงหรือแหล่งข้อมูลที่เชื่อถือได้ [A+ A และ B+] และ 2) การสมมติค่าของข้อมูลที่ไม่สอดคล้องกับแหล่งข้อมูลที่นำมาเชื่อถือ [B]

สำหรับรายละเอียดของการวิเคราะห์นั้น พบว่า งานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ระดับคุณภาพ A+ A และ B+ มีการกำหนดบริบท ข้อมูล และเงื่อนไขที่กำหนดในสถานการณ์ปัญหาเหมือนกัน สังเกตได้จากงานที่ออกแบบขึ้นมีความเชื่อมโยงกับโลกจริง เป็นสถานการณ์ปัญหาที่เกิดขึ้นใกล้ตัว เป็นปัญหาที่นักศึกษาครูและ/หรือบุคคลใกล้ตัวของนักศึกษาครูเคยมีประสบการณ์จริงและ/หรือกำลังประสบกับปัญหาดังกล่าวอยู่ และเป็นปัญหาที่มีข้อมูล/เงื่อนไขตามความเป็นจริงที่อ้างอิงกับตัวบุคคลจริงและสามารถสืบค้นได้จากแหล่งข้อมูลทั่วไป งานที่มีบริบท ข้อมูล และเงื่อนไขที่กำหนดในสถานการณ์ปัญหาที่สอดคล้องกับลักษณะดังกล่าวนี้ ได้คะแนนการประเมินด้านความเชื่อมโยงกับโลกจริงและความสมจริงของงานในระดับคุณภาพ A+

การกำหนดบริบท ข้อมูล และเงื่อนไขที่กำหนดในสถานการณ์ปัญหาข้างต้นแตกต่างกับงานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ระดับคุณภาพ B ที่มีความเชื่อมโยงกับโลกจริง แต่ใช้การกำหนดข้อมูลและเงื่อนไขในสถานการณ์ปัญหาด้วยการสมมติค่าของข้อมูลที่ไม่สอดคล้องกับข้อมูลจริงที่สามารถสืบค้นได้จากแหล่งข้อมูลที่นำมาเชื่อถือ (ไม่สมจริง) งานดังกล่าวได้คะแนนการประเมินด้านความเชื่อมโยงกับโลกจริงและความสมจริงของงานในระดับคุณภาพ N/A

ประเด็นของการกำหนดบริบท ข้อมูลและเงื่อนไขในสถานการณ์ปัญหาของงานในแต่ละระดับคุณภาพนั้น มีรูปแบบการกำหนดที่แตกต่างกัน แบ่งได้เป็น 2 ลักษณะดังนี้

1) กำหนดข้อมูลและเงื่อนไขในสถานการณ์ปัญหาตามข้อมูล/ข้อเท็จจริงที่สืบค้นได้จากแหล่งข้อมูลต่าง ๆ ที่น่าเชื่อถือ หรือมีการอ้างอิงข้อมูลและเงื่อนไขจริงจากตัวบุคคล (มีความสมจริง) ดังตัวอย่างต่อไปนี้

1.1 การใช้ข้อมูล/ข้อเท็จจริงที่สืบค้นได้จากแหล่งข้อมูลต่าง ๆ ที่น่าเชื่อถือ สังเกตได้จากงาน **ระดับคุณภาพ A+:** เครื่องฟอกอากาศของสมใจ เป็นสถานการณ์ปัญหาที่นักศึกษาอ้างอิงข้อมูลต่าง ๆ ของ

ความคลุมเครือ ไม่ครบถ้วนและชัดเจน ทำให้สถานการณ์ปัญหาไม่เปิดอย่างชัดเจน เพื่อเป็นโอกาสให้ผู้แก้ปัญหาได้ตีความและหาแนวทางการแก้ปัญหาที่หลากหลาย งานที่มีคำถาม แนวการตอบคำถาม รวมถึงการกำหนดข้อมูลและเงื่อนไขต่าง ๆ ในสถานการณ์ปัญหาที่สอดคล้องกับลักษณะดังกล่าวนี้ ได้คะแนนการประเมินด้านความเปิดของสถานการณ์ปัญหาของงานในระดับคุณภาพ A+

คำถาม แนวการตอบคำถาม รวมถึงการกำหนดข้อมูลและเงื่อนไขต่าง ๆ ในสถานการณ์ปัญหาของงานข้างต้น แตกต่างกับงานระดับคุณภาพ B ที่มีแนวการตั้งคำถามใกล้เคียงกับงานอื่น ๆ แต่มีการกำหนดข้อมูลและเงื่อนไขในสถานการณ์ปัญหาที่ค่อนข้างครบถ้วนและชัดเจนต่อการดำเนินการแก้ปัญหา ทำให้ผู้แก้ปัญหาไม่จำเป็นต้องตีความ ตั้งข้อตกลงเบื้องต้น และสืบค้นหาข้อมูลอื่น ๆ ที่จำเป็นและเกี่ยวข้องเพิ่มเติมในการแก้ปัญหา โดยความเปิดของงานดังกล่าวสอดคล้องอยู่ระหว่างการแก้ปัญหาที่ผู้แก้จำเป็นต้องตีความหมาย “ระยะเวลา 1 ปีการศึกษา คิดเทียบได้เป็นกี่เดือน” ปีการศึกษาของโรงเรียนอาจมีจำนวนเดือนที่แตกต่างกัน ทำให้ต้องอาศัยการตีความและกำหนดข้อตกลงเบื้องต้น แต่ความเปิดนี้ผู้ประเมินบางส่วนพิจารณาว่ามีความเปิดไม่ชัดเจน เพราะระยะเวลา 1 ปีการศึกษานั้นมีการกำหนดข้อมูลไว้อย่างเป็นทางการและสืบค้นได้จากแหล่งข้อมูลต่าง ๆ งานดังกล่าวได้คะแนนด้านความเปิดของงานในระดับคุณภาพ A

3) ลักษณะสำคัญด้านความท้าทายและความซับซ้อนของงานที่มีระดับคุณภาพแตกต่างกัน

ความท้าทายและความซับซ้อนของงาน พิจารณาได้จากขั้นตอนการแก้ปัญหา ผลการวิเคราะห์สรุปได้ดังนี้

3.1 ลักษณะร่วมของงาน คือ สถานการณ์ปัญหาของงานทุกระดับคุณภาพ เป็นปัญหาที่ไม่สามารถหาคำตอบและบอกแนวการแก้ปัญหาได้ในทันที ผู้แก้ปัญหาจำเป็นต้องอาศัยการข้อตกลงเบื้องต้นและการสืบค้นหาข้อมูลสำคัญเพิ่มเติมบางประเด็นเพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

3.2 ลักษณะที่แตกต่างกันของงาน คือ ระดับความคลุมเครือและความหลากหลายของความรู้ และขั้นตอนการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ แบ่งได้เป็น 2 รูปแบบ ได้แก่ 1) สถานการณ์ปัญหาที่มีข้อมูลคลุมเครือ และมีปัจจัยที่เกี่ยวข้องหลายประเด็นทำให้ต้องอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ค่อนข้างซับซ้อนและมีความรู้หลายเรื่องที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาได้ตามที่กำหนด [A+ และ A] และ 2) สถานการณ์ปัญหาที่อาศัยความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์พื้นฐานในการหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหา [B+ และ B]

สำหรับรายละเอียดของการวิเคราะห์นั้น พบว่า งานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ระดับคุณภาพ A+ และ A มีขั้นตอนการแก้ปัญหาใกล้เคียงกัน โดยผู้แก้ปัญหาต้องเผชิญกับอุปสรรคในการตอบคำถามหลายส่วน เช่น ความซับซ้อนของการทำความเข้าใจและวิเคราะห์คำถาม ความคลุมเครือของข้อมูล/เงื่อนไขที่กำหนด แนวทางการคิดที่นำไปสู่การตอบคำถามมีความเป็นไปได้หลายทาง ทำให้ผู้แก้ปัญหาจำเป็นต้องตีความหมายและกำหนดข้อตกลงเบื้องต้นก่อนการดำเนินการแก้ปัญหาที่มีความคลุมเครือ จำเป็นต้องหาข้อมูลเพิ่มเติม รวมถึงจำเป็นต้องพิจารณาเงื่อนไขและปัจจัยอื่นที่มากเกี่ยวข้อง ทำให้ผู้แก้ปัญหาไม่สามารถหาแนวทางการแก้ปัญหาได้ทันที เช่น การใช้ความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาเป็นเครื่องมือช่วยพิจารณาการเลือกเครื่องฟอกอากาศและเลือกแหล่งออมเงิน จำเป็นต้องใช้คณิตศาสตร์พิจารณาร่วมกับเหตุปัจจัยต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกัน โดยเฉพาะการวางแผนการเงินและการลงทุนซึ่งเป็นสถานการณ์ปัญหาที่มีความไม่แน่นอน เพราะมีปัจจัยในโลกจริงหลายประเด็นที่ต้องพิจารณาร่วมด้วย

ประเด็นของด้านความท้าทายและความซับซ้อนที่งานระดับคุณภาพ A+ และ A มีความแตกต่างกันนั้นสังเกตได้จากเงื่อนไขของงานระดับคุณภาพ A+ ซึ่งเป็นสถานการณ์ปัญหาการเลือกซื้อเครื่องฟอกอากาศที่จำเป็นต้องอาศัยการคิดเปรียบเทียบราคากับระยะเวลาการใช้งานค่อนข้างนาน ผู้แก้ปัญหามustพิจารณาความคุ้มค่าในช่วงเวลาระยะยาว (5 – 10 ปี) และระยะเวลาการเปลี่ยนไส้กรองมีรายละเอียดที่แตกต่างกัน ทำให้ต้องอาศัย

การคิดที่ซับซ้อนหลายขั้นตอน จึงทำให้ความท้าทายและความซับซ้อนสามารถสังเกตได้ชัดเจนกว่างานระดับคุณภาพ A ที่เกี่ยวข้องกับการออมเงินซึ่งมีการกำหนดระยะเวลาในการฝากออมเงินเพียง 2 ปีเท่านั้น ความแตกต่างในประเด็นดังกล่าวนี้จึงเป็นส่วนหนึ่งที่ทำให้งานระดับคุณภาพ A+ มีคะแนนการประเมินด้านความท้าทายและความซับซ้อนระดับ A ขณะที่งานระดับคุณภาพ A มีคะแนนการประเมินด้านความท้าทายและความซับซ้อนระดับ B+ นอกจากนี้ งานระดับคุณภาพ B+ และ B มีลักษณะสำคัญด้านความท้าทายและซับซ้อนที่คล้ายคลึงกันโดยมีคะแนนการประเมินด้านความท้าทายและความซับซ้อนระดับ B- ความท้าทายและซับซ้อนของงานดังกล่าวผู้แก้ปัญหาจำเป็นต้องอาศัยการตั้งข้อตกลงเบื้องต้นและต้องอาศัยการค้นหาข้อมูลเพิ่มเติมในบางประเด็นเช่นเดียวกันกับงานระดับคุณภาพ A+ และ A เช่น ผู้แก้ปัญหาจำเป็นต้องพิจารณาปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้กระดาษในโรงเรียนและการใช้หน้ากาอนามัยของนายวรภพ เช่น ระยะเวลาการใช้กระดาษ 1 ปีการศึกษาของโรงเรียน ราคาของหน้ากาอนามัยที่มีความแปรผันในช่วงการระบาด แล้วจึงนำข้อมูลและข้อตกลงเบื้องต้นที่กำหนดไว้มาประกอบกับการคำนวณพื้นฐาน เพื่อประมาณค่าที่เป็นคำตอบเกี่ยวกับจำนวนต้นยุคาลิปตัสและค่าใช้จ่ายของวรภพในการซื้อหน้ากาอนามัยประมาณเท่าใด การคำนวณพื้นฐานที่อาจทำได้ด้วยความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในระดับพื้นฐานนี้เองที่เป็นความแตกต่างไปจากงานระดับคุณภาพ A+ และ A ซึ่งต้องอาศัยความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนหลายหัวข้อในการแก้ปัญหาและสะท้อนลักษณะสำคัญด้านความท้าทายและซับซ้อนได้ชัดเจนกว่า

4) ลักษณะสำคัญด้านความสอดคล้องกับกระบวนการสร้างแบบจำลองฯ ของงานที่มีระดับคุณภาพแตกต่างกัน

ความสอดคล้องกับกระบวนการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ พิจารณาได้จากขั้นตอนของการแก้ปัญหาว่าสอดคล้องกับกระบวนการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์แต่ละขั้นอย่างไร ผลการวิเคราะห์สรุปได้ดังนี้

4.1 ลักษณะร่วมของงาน คือ ขั้นตอนการแก้ปัญหาที่อาจจำเป็นต้องใช้การตั้งข้อตกลงเบื้องต้น การค้นหาข้อมูลเพิ่มเติม และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่มีความสอดคล้องกับกระบวนการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์บางขั้นตอน

4.2 ลักษณะที่แตกต่างกันของงาน คือ ระดับความสอดคล้องกับกระบวนการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการแก้สถานการณ์ปัญหา แบ่งได้เป็น 2 รูปแบบ ได้แก่ 1) สถานการณ์ปัญหาที่จำเป็นต้องอาศัยกระบวนการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ทุกขั้นตอน และมีแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องมากกว่า 1 แบบจำลอง [A+ และ A] และ 2) สถานการณ์ปัญหาที่ต้องอาศัยกระบวนการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพียงบางขั้นตอน และใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เป็นเพียงการคำนวณพื้นฐาน [B+ และ B]

สำหรับรายละเอียดของการวิเคราะห์นั้น พบว่า งานระดับคุณภาพ A+ และ A นั้น ผู้ออกแบบงานได้นำเสนอแนวการแก้ปัญหาที่ต้องอาศัยการดำเนินการแก้สถานการณ์ปัญหาด้วยกระบวนการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ทุกขั้นตอนอย่างชัดเจนและต้องอาศัยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์มากกว่า 1 ชนิดในการแก้สถานการณ์ปัญหา โดยเฉพาะอย่างยิ่งงานระดับคุณภาพ A+ เป็นงานที่ผู้ออกแบบและนำเสนอการแก้ปัญหาด้วยกระบวนการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ทุกขั้นตอนและมีแบบจำลองทางคณิตศาสตร์มาเกี่ยวข้องหลายชนิด ประกอบด้วย การคำนวณพื้นฐาน การกำหนดตัวแปรและสร้างสมการความสัมพันธ์ระหว่างระยะเวลา (ปี) กับจำนวนชุดของไส้กรอง การเทียบอัตราส่วนระหว่างจำนวนเครื่องฟอกอากาศกับพื้นที่ของห้อง การเขียนกราฟของสมการเชิงเส้นที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างระยะเวลา (ปี) กับค่าใช้จ่ายที่เกี่ยวข้องกับเครื่องฟอกอากาศ แต่ละยี่ห้อผู้แก้ปัญหาต้องสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ย้อนกลับไปที่กลับมาในแต่ละขั้นตอนที่เชื่อมโยงกันระหว่างโลกจริงกับโลกคณิตศาสตร์ ลักษณะของกระบวนการแก้สถานการณ์ปัญหาดังกล่าวเป็นส่วนหนึ่งที่ทำให้งานนี้

มีคะแนนการประเมินด้านความสอดคล้องกับกระบวนการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ระดับ A+

กระบวนการแก้สถานการณ์ปัญหาข้างต้นแตกต่างกับกระบวนการแก้สถานการณ์ปัญหาของงานระดับคุณภาพ B และ B+ ที่ผู้แก้ปัญหาสามารถแก้ปัญหาโดยอาศัยเพียงบางขั้นตอนของกระบวนการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เช่น ขั้นตอนในการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ของงานระดับคุณภาพ B และ B+ มีความใกล้เคียงกัน ผู้แก้ปัญหาของงานดังกล่าวสามารถใช้เพียงความรู้และการคำนวณพื้นฐานเท่านั้น ไม่จำเป็นต้องคิดและเลือกหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนในการแก้สถานการณ์ปัญหา และขั้นตอนการทำสถานการณ์ปัญหาให้ง่ายขึ้นของงานระดับคุณภาพ B และ B+ มีความแตกต่างกัน กล่าวคือ งานระดับคุณภาพ B นั้นผู้แก้ปัญหาไม่จำเป็นต้องกำหนดข้อตกลงเบื้องต้นและสืบค้นหาข้อมูลเพิ่มเติมเกี่ยวกับปริมาณการใช้กระดาษของโรงเรียนที่สัมพันธ์กับการหาจำนวนต้นยูคาลิปตัสที่ผู้ออกแบบกำหนดข้อมูลไว้แล้วอย่างชัดเจน จึงเป็นส่วนหนึ่งที่ทำให้งานนี้มีคะแนนการประเมินด้านความสอดคล้องกับกระบวนการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ระดับ B แตกต่างกับงานระดับคุณภาพ B+ เล็กน้อยในส่วนของขั้นตอนการทำสถานการณ์ปัญหาให้ง่ายขึ้น ผู้แก้ปัญหาจำเป็นต้องกำหนดข้อตกลงเบื้องต้นและสืบค้นหาข้อมูลเพิ่มเติมก่อนการแก้สถานการณ์ปัญหาด้วยคณิตศาสตร์ เช่น ประเภทและราคาของหน้ากากอนามัย อายุการใช้งานของหน้ากากอนามัย

อภิปรายผลการวิจัย

1. ผลการวิเคราะห์ลักษณะสำคัญของงานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ทั้ง 4 ด้าน สะท้อนให้เห็นว่าลักษณะสำคัญด้านความเชื่อมโยงกับโลกจริงและความสมจริง และด้านความเปิดของสถานการณ์ปัญหา เป็นปัจจัยสำคัญที่ช่วยเสริมให้งานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์มีระดับคุณภาพแตกต่างกัน และทำให้งานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์มีลักษณะแตกต่างกับงานทางคณิตศาสตร์ประเภทอื่น ๆ โดยเฉพาะอย่างยิ่งโจทย์ปัญหาทั่วไป (word problem) หรือโจทย์ปัญหา (application problem) ที่เน้นการประยุกต์ใช้ความรู้และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่เฉพาะเจาะจงจากโจทย์ที่มีบริบท เรื่องราว และข้อมูลที่กำหนดไว้อย่างครบถ้วนและชัดเจน (Garfunke et al., 2016; Goos, Vale, Stillman, Makar, Herbert, & Geiger, 2020) เพราะการตั้งคำถาม กำหนดบริบท ข้อมูลและเงื่อนไขในสถานการณ์ปัญหาที่มีลักษณะเชื่อมโยงกับโลกจริง มีความสมจริง และมีความเปิดนั้น จะทำให้ผู้แก้ปัญหามีความสนใจกับอุปสรรคที่ทำให้ไม่สามารถแก้ปัญหาได้โดยทันที จำเป็นต้องอาศัยกระบวนการจัดการกับความคลุมเครือ/ไม่ชัดเจนของเงื่อนไขในสถานการณ์ปัญหาด้วยการหาข้อมูลที่สำคัญเพิ่มเติม และตั้งข้อตกลงเบื้องต้นก่อนการแก้ปัญหาด้วยความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งอุปสรรคและกระบวนการดังกล่าวนี้สอดคล้องกับลักษณะสำคัญด้านความท้าทายและความซับซ้อนของสถานการณ์ปัญหา และด้านความสอดคล้องกับกระบวนการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Ferri, 2018) ดังนั้น การออกแบบงานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จึงจำเป็นต้องพิจารณาถึงความเชื่อมโยงกับโลกจริง ความสมจริง และความเปิดของงานเป็นปัจจัยสำคัญ เพราะเป็นลักษณะสำคัญของงานที่ส่งผลให้งานมีลักษณะสอดคล้องกับความท้าทาย ความซับซ้อน และความสอดคล้องกับกระบวนการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้นตามลำดับ

2. ผลการวิเคราะห์ความเชื่อมโยงกับโลกจริงและความสมจริงของงานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ในบทความนี้ สะท้อนให้เห็นว่าบริบทของสถานการณ์ปัญหาที่นักศึกษาใช้ในการออกแบบงานเป็นสถานการณ์จริงที่เกิดขึ้นใกล้ตัวผู้ออกแบบและสอดคล้องกับความสนใจเฉพาะด้านของผู้ออกแบบ ซึ่งบริบทที่ใกล้ตัวและสอดคล้องกับความสนใจของผู้ออกแบบนั้น ส่งผลกระตุ้นให้ผู้ออกแบบมีแรงจูงใจที่จะพยายามศึกษาบริบท พยายามแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับบริบทและค้นหาข้อมูลอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องกับบริบทเพิ่มเติมมากขึ้น แล้วจึงนำข้อมูลและประสบการณ์เหล่านั้นมาใช้ในการตั้งคำถามและออกแบบงานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้จนสำเร็จ (Posamentier, Germain-Williams, & Jaye, 2013; Steen, 2001) ดังนั้น การออกแบบงานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

จำเป็นต้องคำนึงการเลือกสถานการณ์ปัญหาให้สอดคล้องกับประสบการณ์และความสนใจของผู้ออกแบบและผู้แก้ปัญหา โดยผู้ออกแบบควรคำนึงถึงการกำหนดข้อมูลและเงื่อนไขต่าง ๆ ในสถานการณ์ปัญหาให้มีความสอดคล้องกับความเป็นจริงมากที่สุด หรืออาจใช้ข้อมูลและเงื่อนไขต่าง ๆ จากแหล่งข้อมูลจริงที่มีอยู่จริงหรือสามารถสืบค้นได้และน่าเชื่อถือจะมีส่วนช่วยให้งานมีลักษณะสำคัญด้านความเชื่อมโยงกับโลกจริงและความสมจริงชัดเจนเพิ่มมากยิ่งขึ้น

3. ผลการวิเคราะห์ความท้าทาย ความซับซ้อน และความสอดคล้องกับกระบวนการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของงานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในบทความนี้ สะท้อนให้เห็นว่าอุปสรรคสำคัญของผู้ออกแบบในการตอบคำถามนั้น ประกอบด้วย อุปสรรคในการตีความสถานการณ์ปัญหา การพิจารณาปัจจัยหรือข้อมูลต่าง ๆ ที่จำเป็น/ไม่จำเป็นต่อการแก้ปัญหา การเลือกความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมและจำเป็นต่อการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่นำไปสู่การแก้สถานการณ์ปัญหา รวมถึงการตีความหมายของผลลัพธ์และการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของข้อสรุป ซึ่งอุปสรรคดังกล่าวเป็นตัวกระตุ้นและช่วยพัฒนาสมรรถนะการสร้างแบบจำลองของผู้แก้ปัญหา (Galbraith & Stillman, 2006) ดังนั้น การออกแบบงานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จึงควรให้ความสำคัญกับการส่งเสริมสมรรถนะให้ผู้แก้ปัญหาได้เชื่อมโยงสถานการณ์ปัญหา กับคณิตศาสตร์ด้วยกระบวนการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และเปิดโอกาสให้ผู้แก้ปัญหามีสามารถใช้เครื่องมือและเทคโนโลยีต่าง ๆ ที่สามารถช่วยลดภาระความยุ่งยากและความซับซ้อนในการคำนวณหรือจัดกระทำกับข้อมูลจริงจากแหล่งข้อมูลในบริบทที่ซับซ้อน เพื่อให้ผู้แก้ปัญหาได้มีประสบการณ์การแก้สถานการณ์ปัญหาที่ใกล้เคียงกับความเป็นจริงมากที่สุด (Greefrath & Siller, 2017)

4) ผลการวิเคราะห์งานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ออกแบบโดยนักศึกษาคูในงานวิจัยนี้ ใช้กรอบการวิเคราะห์ตามลักษณะสำคัญของงานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ 4 ด้าน ดังรายละเอียดข้างต้นเท่านั้นการอ้างอิงผลการวิเคราะห์ทั้งในมิติของคุณภาพและลักษณะสำคัญของงานจึงมีขอบเขตที่จำกัดตามกรอบการวิเคราะห์ดังกล่าวเท่านั้น ทั้งนี้การพิจารณาคุณภาพและลักษณะสำคัญของงานทางคณิตศาสตร์และงานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สามารถใช้กรอบและวิธีการวิเคราะห์อื่น ๆ เพิ่มเติมเพื่อให้ได้สารสนเทศในมิติที่หลากหลายขึ้น เช่น ความสอดคล้องและเหมาะสมกับมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด และเนื้อหาสาระตามหลักสูตร ความสอดคล้องและเหมาะสมกับระดับความสามารถในการเรียนรู้ของผู้เรียน ความสอดคล้องและเหมาะสมกับวัตถุประสงค์และช่วงจังหวะเวลา/โอกาสที่นำมาใช้ในการจัดการเรียนการสอน (Geiger, Galbraith, Niss, & Delzoppo, 2022)

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะในการนำผลการวิจัยไปใช้ ผู้อ่านสามารถนำข้อค้นพบจากการวิเคราะห์ความเหมือนและความแตกต่างของงานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่มีระดับคุณภาพแตกต่างกันนี้ไปใช้เป็นฐานคิดและข้อพิจารณาในการออกแบบงานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ให้มีระดับคุณภาพมากยิ่งขึ้นและสามารถนำไปใช้พัฒนาผู้เรียนได้

2. ข้อเสนอแนะในการวิจัยครั้งต่อไป

1) ควรให้ความสำคัญกับการพัฒนาสมรรถนะของนักศึกษาคูให้สามารถออกแบบงานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่มีความท้าทายและความซับซ้อนมากยิ่งขึ้น เพราะผลการประเมินคุณภาพด้านความท้าทายและความซับซ้อนของงานที่ออกแบบโดยนักศึกษาคูคณิตศาสตร์ทุกกลุ่มอยู่ในระดับคุณภาพต่ำกว่ามาตรฐาน (N/A) จนถึงระดับดีมาก (A)

2) ควรทำการศึกษาและวิเคราะห์กระบวนการออกแบบงานสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาคณะศึกษาศาสตร์ที่มีปัจจัย อุปสรรค รวมถึงความท้าทายในประเด็นใดบ้าง เช่น ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแก้ปัญหาและการสร้างแบบจำลอง และคุณลักษณะด้านต่าง ๆ ของนักศึกษาคณะศึกษาศาสตร์ที่ส่งผลกระทบต่อกระบวนการออกแบบงานให้มีคุณภาพและสอดคล้องตามเกณฑ์ เพื่อเป็นแนวทางการพัฒนานักศึกษาในอนาคต และ 3) ควรทำการศึกษาและทดลองนำงานที่ออกแบบขึ้นไปใช้จริงในบริบทของผู้เรียนระดับชั้นต่าง ๆ เพื่อให้ได้สารสนเทศยืนยันว่างานที่ออกแบบสามารถนำไปใช้ได้จริงและเป็นเครื่องมือที่สามารถช่วยกระตุ้นและเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เชื่อมโยงสถานการณ์ปัญหา กับคณิตศาสตร์อย่างเหมาะสม

กิตติกรรมประกาศ

บทความวิจัยนี้ เป็นส่วนหนึ่งของการวิจัยที่ “ได้รับทุนอุดหนุนการทำกิจกรรมส่งเสริมและสนับสนุนการวิจัยและนวัตกรรมจากสำนักงานการวิจัยแห่งชาติ”

บรรณานุกรม

- กมลวรรณ ตั้งธนกานนท์. (2557). การวัดและประเมินทักษะการปฏิบัติ. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2560). *ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์* (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๖๐) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- นवल นนทภา. (2562). การศึกษาสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ ของนักศึกษามหาวิทยาลัยราชภัฏ มหาสารคาม. *วารสารวิชาการเซาธ์อีสท์บางกอก (สาขามนุษยศาสตร์และสังคมศาสตร์)*, 5 (2), 18-29.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.). (2555). *คู่มือคณิตศาสตร์มีอาชีพ เส้นทางสู่ความสำเร็จ*. กรุงเทพฯ: 3-คิว มีเดีย.
- Blum, W. (2015). Quality Teaching of Mathematical Modelling: What Do We Know, What Can We Do?. In Cho, S. (ed), *The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education* (p.73-96). Retrieved from https://doi.org/10.1007/978-3-319-12688-3_9
- Ferri, R.M. (2013). Mathematical Modeling - The Teacher's Responsibility. *Journal of Mathematics Education at Teachers College*. Retrived from <https://doi.org/10.7916/jmetc.v0i0.660>
- (2018). *Learning how to teach mathematical modeling in school and teacher education*. Switzerland: Springer International.
- Galbraith, P. (2006). *Real world problems: Developing principles of design*. Retrieved from https://www.academia.edu/17379471/Real_world_problems_Developing_principles_of_design
- Galbraith, P., & Stillman, G. (2006). A framework for identifying student blockages during transitions in the modelling process. *ZDM*, 38(2), 143-162.
- Garfunkel, S. A., Montgomery, M., Bliss, K., Fowler, K., Galluzzo, B., Giordano, F., ... Zbiek, R. (2016). *GAIMME : Guidelines for assessment & instruction in mathematical modeling education*. Bedford, MA: Consortium for Mathematics and Its Applications & Society for Industrial and Applied Mathematics.
- Geiger, V., Galbraith, P., Niss, M., & Delzoppo, C. (2022). Developing a task design and implementation framework for fostering mathematical modelling competencies. *Educational Studies in Mathematics*, 109(2), 313-336.
- Goos, M., Vale, C., Stillman, G., Makar, K., Herbert, S., & Geiger, V. (2020). *Teaching secondary school mathematics: Research and practice for the 21st century*. London: Routledge.
- Greefrath, G., & Siller, H. S. (2017). Modelling and simulation with the help of digital tools. In *Mathematical modelling and applications* (pp. 529 - 539). Switzerland: Springer, Cham.

- Kaiser G. (2014) *Mathematical Modelling and Applications in Education*. In Lerman S. (ed), *Encyclopedia of Mathematics Education*. Dordrecht: Springer.
- Klainin, S. (2015). *Mathematics education at school level in Thailand the development—The impact—The dilemmas*. Retrieved from <https://library.ipst.ac.th/handle/ipst/959>.
- Maaß, K. (2010). Classification scheme for modelling tasks. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 31(2), 285-311.
- Niss, M., Blum, W. (2020). *The Learning and Teaching of Mathematical Modelling*. London: Routledge
- Posamentier, A. S., Germain-Williams, T. L., & Jaye, D. (2013). *What successful math teachers do, grades 6–12: 80 Research-based strategies for the common core–Aligned classroom*. California: Corwin Press.
- Stacey, K., & Turner, R. (2014). *Assessing mathematical literacy*. Switzerland: Springer International.
- Steen, L. A. (Ed.). (2001). *Mathematics and democracy: The case for quantitative literacy*. New York: Woodrow Wilson Natl Foundation
- Wellington, J. (2015). *Educational research: Contemporary issues and practical approaches*. London: Bloomsbury Academic.

Translated Thai References

- Ministry of Education. (2017). *Learning Indicators and content in the core of mathematics learning subject (Revised Edition B.E. 2060)* according to the Core Curriculum of Basic Education B.E. 2551. Bangkok: The Agricultural Cooperative Assembly of Thailand. [in Thai]
- Nonthapa, N. (2019). A study of mathematical competencies of rajabhat mahasarakham university students. *Southeast Bangkok journal*, 5(2), 18-29. [in Thai]
- Tangdhanakanond, K. (2014). *Measurement and assessment of performance skills*. Bangkok: Chulalongkorn university press. [in Thai]
- The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology (IPST). (2012). *Professional mathematics teacher Path to success*. Bangkok: 3-Q MEDIA. [in Thai]