บทที่ 3
วิธีการดำเนินการ

3.1) แผนการดำเนินการ

การศึกษา การควบคุมทำงานของแขนหุ่นยนต์สามารถแบ่งได้เป็น 4 ระยะใหญ่ๆด้วยกันดังนี้

1) **ระยะที่ 1**: 1-3 เดือนแรก : การสร้างแบบจำลองทางพลศาสตร์ด้วยคอมพิวเตอร์และสอบถามราคาวัสดุและอุปกรณ์
   a. คำนวณหาแรงบิดของมอเตอร์และความเร็วของมอเตอร์ที่ใช้ขับเคลื่อนแขนหุ่นยนต์ จากสมการ Inverse dynamics and inverse kinematics ตามลำดับ ถ้ากำหนดความเร็วของปลายแขนหุ่นยนต์
   b. คำนวณหาแรงบิดที่ต้องการในแต่ละข้อต่อ จากทฤษฎีการควบคุมแบบ Computed torque เพื่อให้เคลื่อนที่ตามเส้นทางในระนาบที่กำหนดไว้
   c. สอบถามราคาและจัดซื้อวัสดุ และ อุปกรณ์และ ครุภัณฑ์
   d. ออกแบบแขนหุ่นยนต์ที่เคลื่อนที่ได้ใน 6 แกน
2) **ระยะที่ 2**: 3-6 เดือน : การสร้างแบบจำลองทางพลศาสตร์ด้วยคอมพิวเตอร์และจัดซื้อวัสดุและอุปกรณ์ และ เริ่มสร้างแขนหุ่นยนต์
   a. คำนวณหาแรงของปลายแขนหุ่นยนต์ในแรงตั้งฉากกับการเคลื่อน จากทฤษฎีการควบคุมแบบ Force control
   b. จำลองสมการของมอเตอร์ ด้วย Differential equations และใช้ Controller ในการควบคุมการทำงานของมอเตอร์
   c. ทดสอบว่าแบบจำลองแขนหุ่นยนต์ด้วยคอมพิวเตอร์สามารถเคลื่อนที่ตามเส้นทางที่กำหนดได้หรือไม่และได้แรงที่กระทำที่ปลายแขนหุ่นยนต์ถูกต้องหรือไม่
   d. ออกแบบและเริ่มดำเนินการสร้างแขนหุ่นยนต์
   e. หา Conference ที่จะนำผลงานไปตีพิมพ์ทั้งในและต่างประเทศ
3) **ระยะที่ 3**: 6-9 เดือน :การทดลองการควบคุมแขนหุ่นยนต์ด้วยคอมพิวเตอร์
   a. ทดสอบการควบคุมมอเตอร์กับ Optical encoder ด้วย Motion controller
   b. เชื่อมโยงการทำงานของ Force sensor กับคอมพิวเตอร์เพื่อใช้ในการวัดแรงจากปลายแขนหุ่นยนต์
   c. วัดตัวแปรที่ต้องในสมการInverse dynamic and kinematics จากแขนหุ่นยนต์ที่กำลังสร้าง
   d. ใช้พารามิเตอร์ของ Controller ที่ได้จากการออกแบบระบบควบคุมโดยคอมพิวเตอร์ ในการควบคุมแรงบิดของมอเตอร์ในแต่ละข้อต่อ (Joint) ของแขนหุ่นยนต์
   e. สร้างแขนหุ่นยนต์ให้เสร็จสมบูรณ์

f. เริ่มร่างบทความทางวิชาการที่จะนำเสนอ

4) **ระยะที่ 4**: 10-12 เดือน :การทดสอบการควบคุมแขนหุ่นยนต์ด้วยคอมพิวเตอร์

a. กำหนดเส้นทางที่ปลายแขนหุ่นยนต์ (End effector) ต้องเคลื่อนที่ตาม

b. ทดสอบว่าปลายแขนหุ่นยนต์เคลื่อนที่ไปยังตำแน่งที่ต้องการได้อย่างถูกต้องหรือไม่และมีความแม่นยำในระดับมิลลิเมตรได้หรือไม่

c. ทดสอบว่าแรงที่ปลายแขนหุ่นยนต์ที่กระทำบนวัตถุนั้นถูกต้องหรือไม่

d. เขียนบทความทางวิชาการให้เสร็จสมบูรณ์และเข้าร่วมการประชุมทางวิชาการและนำเสนอผลงาน

ตารางที่3.1แสดงแผนงานวิจัย

วัตถุประสงค์	แผนงานวิจัย	ระยะเวลา			ระยะเวลา			หมายเหตุ
		เดือนที่ 1 2	เดือนที่ 3 4	เดือนที่ 5 6	เดือนที่ 7 8	เดือนที่ 9 10	เดือนที่ 11 12	
1)ศึกษและค้นหาข้อมูลเพิ่มเติมเพื่อสร้างแบบจำลองทางพลศาสตร์ของการควบคุม Trajectory	ตามระยะที่ 1							
2)สอบถามราคาและวัสดุและจัดซื้ออุปกรณ์เพื่อนำไปสร้างแขนหุ่นยนต์	ตามระยะที่ 1							
3)สร้างแบบจำลองทางพลศาสตร์ของแขนหุ่นยนต์ของการควบคุม Force	ตามระยะที่2							
4) ออกแบบและสร้างแขนหุ่นยนต์	ตามระยะที่2							
5)ออกแบบและทดสอบการควบคุมมอเตอร์และ Force sensor	ตามระยะที่3							
6) สร้างแขนหุ่นยนต์								
7) ทดสอบการทำงานของปลายแขนหุ่นยนต์ในการควบคุมแรงและการเคลื่อนที่	ตามระยะที่4							

3.2) การออกแบบ

ในการออกแบบแขนหุ่นยนต์ต้องกำหนดขนาดความยาวของแขนในแต่ละข้อต่อโดยคำนึงถึงการเคลื่อนที่ของแต่ละข้อต่อได้อย่างสะดวก นอกจากนั้นยังต้องคำนึงถึงโครงสร้างที่จะรองรับน้ำหนักของแขนหุ่นยนต์เองและโหลดหรือวัตถุที่แขนหุ่นยนต์จะหยิบจับ ดังนั้นจึงต้องมีการคำนวณหากำลังของมอเตอร์ที่ทำให้หุ่นยนต์สามารถยกตัวเองได้และต้องมีการเพิ่มกำลังของมอเตอร์เพื่อรับโหลดภายนอกด้วย

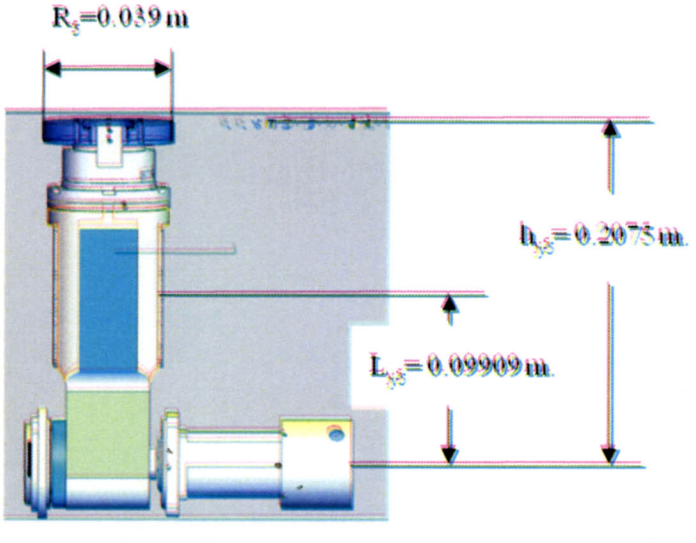
3.2.1) การออกแบบโครงสร้างของแขนหุ่นยนต์

โครงสร้างของแขนหุ่นยนต์นั้นมีความสำคัญเป็นอย่างมากต่อการทำงานของแขนหุ่นยนต์ เพราะเป็นส่วนที่รับภาระในการหยิบจับวัตถุต่างๆ รวมถึงความสามารถในการเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์ ซึ่งเราได้ทำการคำนวณเพื่อหาค่าภาระงานที่ต้องใช้ในแต่ละแกน และเราได้ทำการออกแบบและจำลองการเคลื่อนที่ด้วยโปรแกรม Solid Work

1)การคำนวณหาค่าแรงบิดที่ต้องใช้ในแต่ละแกน ซึ่งมีความสำคัญเป็นอย่างมากเพราะเป็นตัวกำหนดถึงอุปกรณ์ที่จะนำมาใช้ในแต่ละข้อต่อแขนหุ่นยนต์ว่าจะมีน้ำหนักได้มากน้อยเพียงใด เช่น เซอร์โวมอเตอร์ และเกียร์ เป็นต้น ว่าจะต้องเลือกใช้อย่างไรเพื่อให้เหมาะสมกับภาระงานที่จะทำ

การคำนวณหาค่าของแรงบิดสำหรับมอเตอร์ในแต่ละแกน

แกนที่5



รูปที่ 3.1 แสดงการหาค่าพารามิเตอร์ในการคำนวณหาค่าแรงบิดของมอเตอร์แกนที่ 5

ตารางที่3.2นิยามของตัวแปรในข้อต่อของแกนที่ 5 มีดังนี้

m_5 = มวลของแขนในแกนที่ 5= 1.52262 kg	I_5 = โมเมนต์ความเฉื่อยของแขนแกนที่ 5
h_5 = ความยาวของแขนในแกนที่ 5 = 0.2075 m	R_5 = รัศมีของแขนในแกนที่ 5 = 0.039 m
α_5 = ความเร่งเชิงมุมของแขนในแกนที่ 5	T_5 = แรงบิดของแขนในแกนที่ 5

โดย $l_{y5} = 0.09909$ m. $\alpha_5 = 0.628$ rad/s^2

หาโมเมนต์ความเฉื่อยของแกนที่ 5 จากสูตร

$$I_5 = I_x + m_5 l_{y5}^2 = \frac{1}{12} m_5 \left(3R_5^2 + h_5^2\right) + m_5 l_{y5}^2 \quad (3\text{-}1)$$

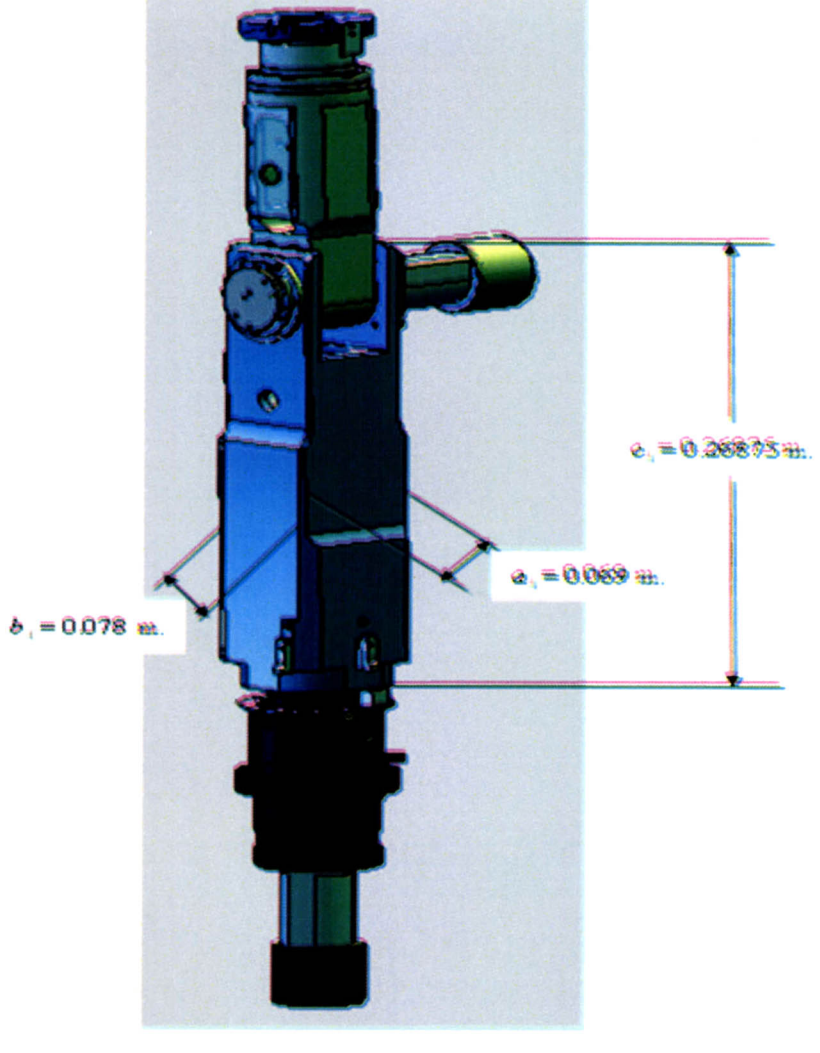
$$I_5 = \frac{1}{12}(1.52262)\left(3(0.039)^2 + 0.2075^2\right) + 1.52262(0.09909)^2$$

$$I_5 = 0.00604 + 0.01495 = 0.02099 \text{ Kg.m}^2$$

หาแรงบิด จากสูตร

$$T_5 = I_5 \alpha_5 = 0.02099 \times 0.628 = 0.1318172\ N \cdot m$$

<u>แกนที่4</u>



รูปที่3.2 แสดงการหาค่าพารามิเตอร์ในการคำนวณหาค่าแรงบิดของมอเตอร์แกนที่ 4

ตารางที่3.3นิยามของตัวแปรในข้อต่อของแกนที่ 4 มีดังนี้

m_4 = มวลของแขนในแกนที่ 4 = 3.94903 kg	I_4 = โมเมนความเฉื่อยของแขนในแกนที่ 4
a_4 = ความกว้างของแขนในแกนที่ 4 = 0.069 m	b_4 = ความยาวของแขนในแกนที่ 4 = 0.078 m
c_4 =ความสูงของแขนในแกนที่ 4 = 0.26875 m	T_4 = แรงบิดของแขนในแกนที่ 4
α_4 = ความเร่งเชิงมุมของแขนในแกนที่ 4	

โดย $\alpha_4 = 0.628 \text{ rad/s}^2$

หาโมเมนต์ความเฉื่อยของแขนแกนที่ 4 จากสมการ

$$I_4 = I_{y5} + I_{y4} = \frac{1}{2} m_5 R_5^2 + \frac{1}{12} m_4 \left(a_4^2 + b_4^2\right) \tag{3-2}$$

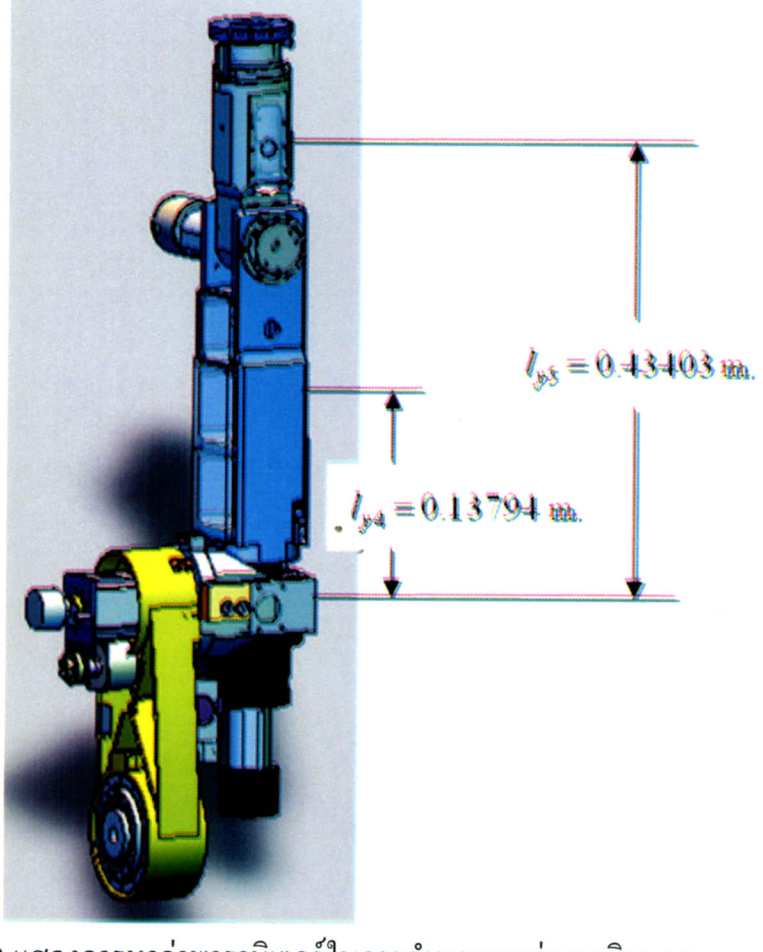
$$I_4 = \frac{1}{2}(1.52262)(0.039)^2 + \frac{1}{12}(3.94903)(0.069^2 + 0.078^2)$$

$$I_4 = 0.00115 + 0.00357 = 0.00472 \; Kg.m^2$$

หาแรงบิด จากสูตร

$$T_4 = I_4 \alpha_4 = 0.00472 \times 0.628 = 0.00296416 \; N.m$$

<u>แกนที่3</u>



รูปที่ 3.3 แสดงการหาค่าพารามิเตอร์ในการคำนวณหาค่าแรงบิดของมอเตอร์แกนที่ 3

ตารางที่3.4นิยามของตัวแปรในข้อต่อของแกนที่ 3 มีดังนี้

m_3 = มวลของแขนในแกนที่ 3 = 8.1878 kg	I_3 = โมเมนความเฉื่อยของแขนในแกนที่ 3
l_{y5} = ความยาวของจุดหมุนของมอเตอร์ ถึงจุดเซนทรอยด์ของแขนในแกนที่ 5 = 0.4303 m	l_{y4} = ความยาวของจุดหมุนของมอเตอร์ ถึงจุดเซนทรอยด์ของแขนในแกนที่ 4 = 0.13794 m
R_5 = รัศมีของแขนในแกนที่ 5	h_5 = ความสูงของแขนในแกนที่ 5
α_3 = ความเร่งเชิงมุมของแขนในแกนที่ 3	T_3 = แรงบิดของแขนในแกนที่ 3

โดย $\alpha_3 = 0.628 \text{ rad/s}^2$

หาโมเมนต์ความเฉื่อยของแขนแกนที่ 3 จากสมการ

$$I_3 = \left(I_{z5} + m_5 l_{y5}^2\right) + \left(I_{z4} + m_4 l_{y4}^2\right) = \frac{1}{12} m_5 \left(3R_5^2 + h_5^2\right) + m_5 l_{y5}^2 + \frac{1}{12} m_4 \left(b_4^2 + c_4^2\right) + m_4 l_{y4}^2 \quad (3\text{-}3)$$

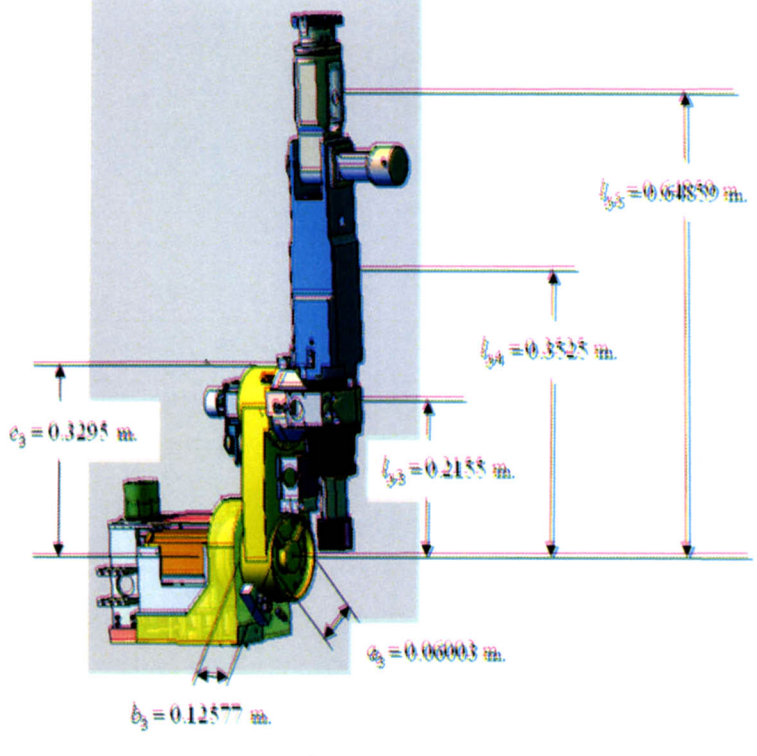
$$I_3 = \frac{1}{12}(1.52262)\left((3)(0.039)^2 + 0.2075^2\right) + 1.52262(0.43403)^2$$
$$+ \frac{1}{12}(3.94903)\left(0.078^2 + 0.26875^2\right) + 3.94903(0.13794)^2$$

$$I_3 = 0.29287 + 0.10091 = 0.39378\, Kg.m^2$$

หาแรงบิด จากสูตร

$$T_3 = I_3 \alpha_3 = 0.39378 \times 0.628 = 24729384\, N.m$$

<u>แกนที่2</u>



รูปที่ 3.4 แสดงการหาค่าพารามิเตอร์ในการคำนวณหาค่าแรงบิดของมอเตอร์แกนที่ 2

ตารางที่3.5นิยามของตัวแปรในข้อต่อของแกนที่ 2 มีดังนี้

m_2 = มวลของแขนแกนที่ 2 = 12.2549 kg	I_2 =โมเมนต์ความเฉื่อยของแขนแกนที่ 2
l_{y5} = ความยาวของจุดหมุนมอเตอร์ ถึงจุดเซนทรอยด์ของแขนแกนที่ 5 = 0.64859 m	l_{y4} =ความยาวของจุดหมุนมอเตอร์ ถึงจุดเซนทรอยด์ของแขนแกนที่ 4 = 0.3525 m
l_{y3} = ความยาวของจุดหมุนมอเตอร์ ถึงจุดเซนทรอยด์ของแขนแกนที่ 3 = 0.2155 m	a_3 =ความกว้างของแขนแกนที่ 3 = 0.06003 m
b_3 =ความยาวของแขนแกนที่ 3 = 0.12577 m	c_3 =ความสูงของแขนแกนที่ 3 = 0.3259 m
α_2 = ความเร่งเชิงมุมของแขนในแกนที่ 2	T_2 = แรงบิดของแขนแกนที่ 2

โดย $\alpha_2 = 0.628 \text{ rad/s}^2$

หาโมเมนต์ความเฉื่อยของแขนแกนที่ 2 จากสมการ

$$I_2 = \left(I_{z5} + m_5 l_{y5}^2\right) + \left(I_{z4} + m_4 l_{y4}^2\right) + \left(I_{z3} + m_3 l_{y3}^2\right)$$

$$I_2 = \frac{1}{12} m_5 \left(3R_5^2 + h_5^2\right) + m_5 l_{y5}^2 + \frac{1}{12} m_4 \left(b_4^2 + c_4^2\right) + m_4 l_{y4}^2 + \frac{1}{12} m_3 \left(b_3^2 + c_3^2\right) + m_3 l_{y3}^2 \quad (3\text{-}4)$$

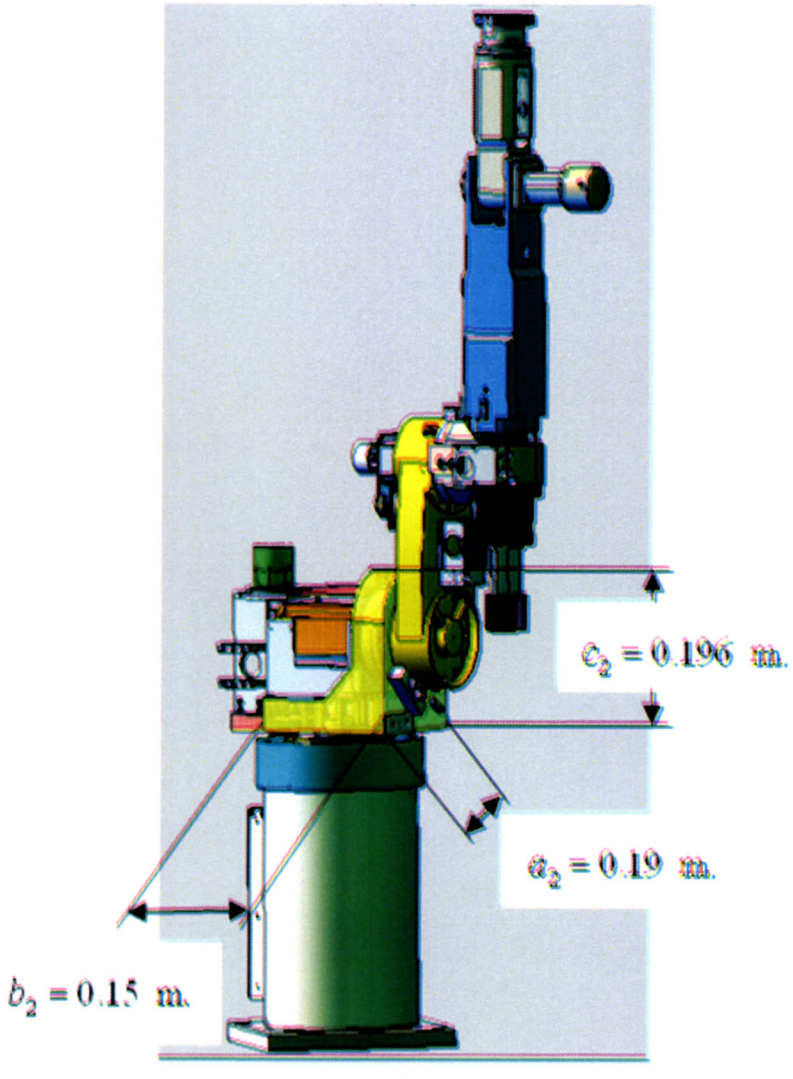
$$I_2 = \frac{1}{12}(1.52262)\left((3)(0.039)^2 + 0.2075^2\right) + 1.52262(0.64859)^2$$
$$+ \frac{1}{12}(3.94903)\left(0.078^2 + 0.26875^2\right) + 3.94903(0.3525)^2$$
$$+ \frac{1}{12}(8.1878)\left(0.12577^2 + 0.3295^2\right) + 8.1878(0.2155)^2$$

$$I_2 = 0.6466 + 0.51646 + 0.46512 = 1.62818 \; Kg.m^2$$

หาแรงบิด จากสูตร

$$T_2 = I_2 \alpha_2 = 1.62818 \times 0.393 = 0.63987474 \; N.m$$

แกนที่1



รูปที่ 3.5 แสดงการหาค่าพารามิเตอร์ในการคำนวณหาค่าแรงบิดของมอเตอร์แกนที่ 1

ตารางที่3.6นิยามของตัวแปรในข้อต่อของแกนที่ 1 มีดังนี้

m_1 = มวลของแขนแกนที่ 1 = 39.48189 kg	I_1 = โมเมนต์ความเฉื่อยของแขนแกนที่ 1
a_2 = ความกว้างของแขนแกนที่ 2 = 0.19 m	b_2 = ความยาวของแขนแกนที่ 2 = 0.15 m
c_2 =ความสูงของแขนแกนที่ 2 = 0.196 m	
α_1 = ความเร่งเชิงมุมของแขนในแกนที่ 1	T_1 = แรงบิดของแขนแกนที่ 1

โดย $\alpha_1 = 0.628 \text{ rad/s}^2$

หาโมเมนต์ความเฉื่อยของแขนแกนที่ 1 จากสมการ

$$I_1 = I_{y5} + I_{y4} + I_{y3} + I_{y2} = \frac{1}{2}m_5 R_5^2 + \frac{1}{12}m_4\left(a_4^2 + b_4^2\right) + \frac{1}{12}m_3\left(a_3^2 + b_3^2\right) + \frac{1}{12}m_2\left(a_2^2 + b_2^2\right) \quad (3\text{-}5)$$

$$I_1 = \frac{1}{2}(1.52262)(0.039)^2 + \frac{1}{12}(3.94903)(0.069^2 + 0.078^2)$$

$$+ \frac{1}{12}(8.1878)(0.06003^2 + 0.12577^2) + \frac{1}{12}(12.2549)(0.19^2 + 0.15^2)$$

$$I_1 = 0.00115 + 0.00357 + 0.01325 + 0.05984 = 0.07781\ Kg.m^2$$

หาแรงบิดจากสูตร

$$T_1 = I_1\alpha_1 = 0.07781 \times 0.491 = 0.03820471\ N.m$$

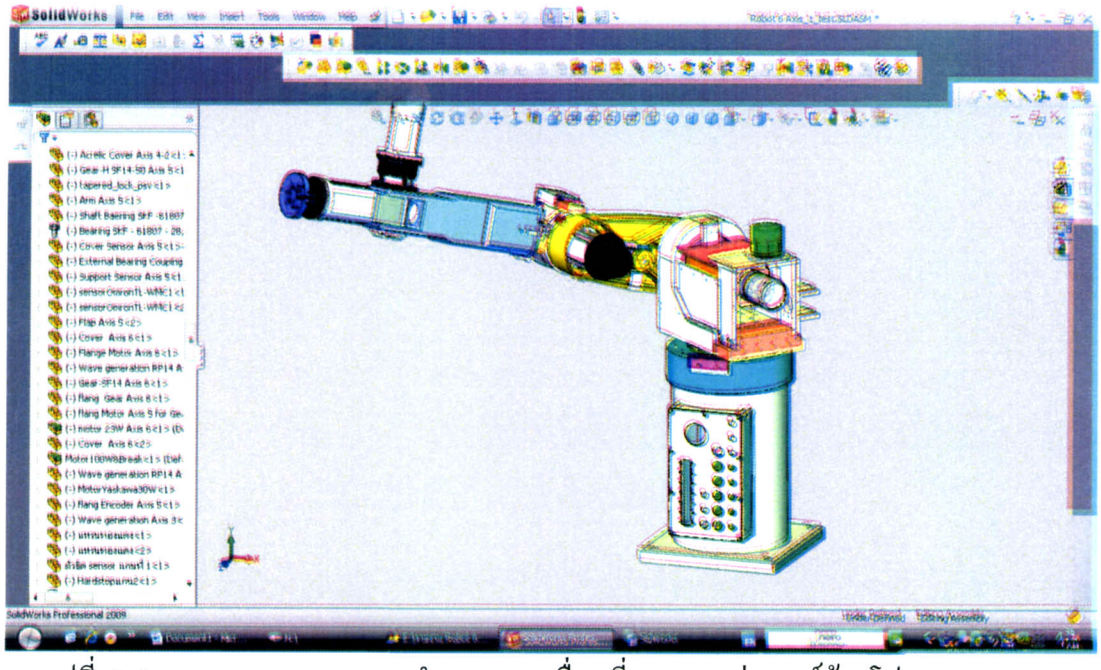
สำนักงานคณะกรรมการวิจัยแห่งชาติ ห้องสมุดงานวิจัย

ตารางที่ 3.7แรงบิดของมอเตอร์ที่ใช้จริงในแต่ละแกนเทียบกับแรงบิดของมอเตอร์ที่ได้จากการคำนวณ

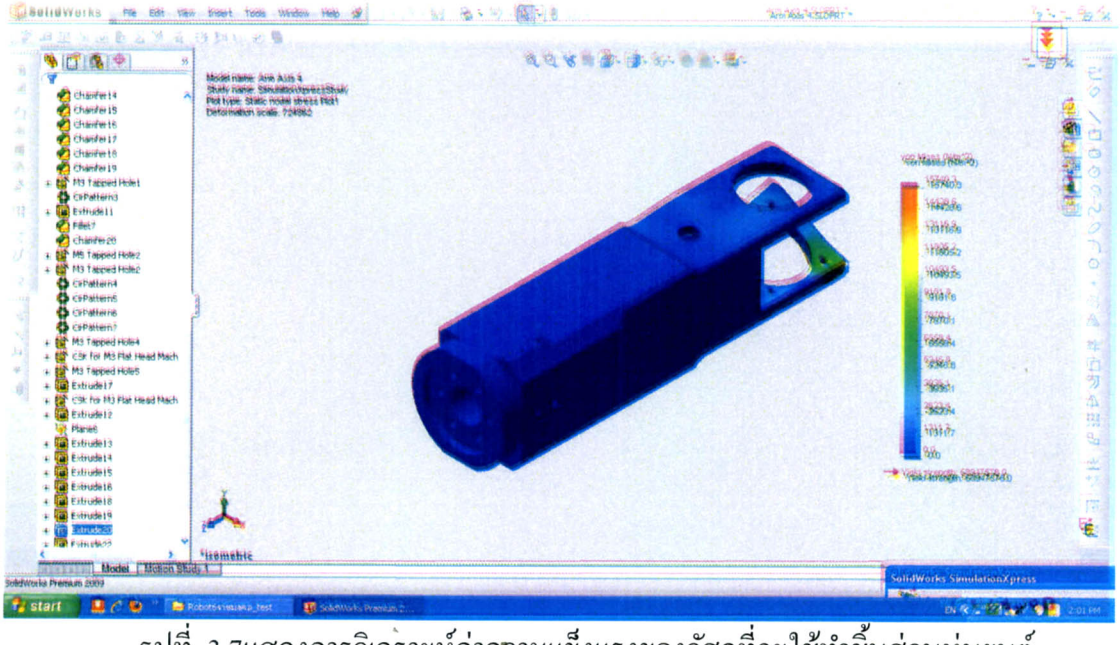
แกน	แรงบิดของมอเตอร์ที่ใช้จริง N.m	แรงบิดของมอเตอร์ที่คำนวณ N.m
1	3.53	0.03820471
2	1.91	0.63987474
3	1.91	0.24729384
4	0.96	0.00296416
5	0.26	0.1318172

3.2.2) การออกแบบแขนหุ่นยนต์โดยใช้โปรแกรม Solid Work

ในการออกแบบชิ้นส่วนแต่ละชิ้น และ การวางตำแหน่งของมอเตอร์ และ การประกอบชิ้นส่วนทั้งหมดเข้าด้วยกัน สามารถกระทำได้โดยง่ายด้วยโปรแกรม Solid Work นอกจากนั้นแล้วโปรแกรม Solid Work ยังสามารถจำลองการเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์หลังจากนำชิ้นส่วนต่างมาประกอบเข้าด้วยกันเพื่อวิเคราะห์ว่าการเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์นั้นเป็นไปได้อย่างสะดวกดังแสดงในรูปที่3.6และ โปรแกรม Solid Work ยังสามารถวิเคราะห์ความแข็งแรงของชิ้นส่วนต่างๆของแขนหุ่นยนต์ดังแสดงในรูปที่3.7ว่ามีความแข็งแรงหรือไม่ภายใต้ภาวะการทำงานที่กำหนด



รูปที่ 3.6แสดงการออกแบบและจำลองการเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์ด้วยโปรแกรมSolid Work

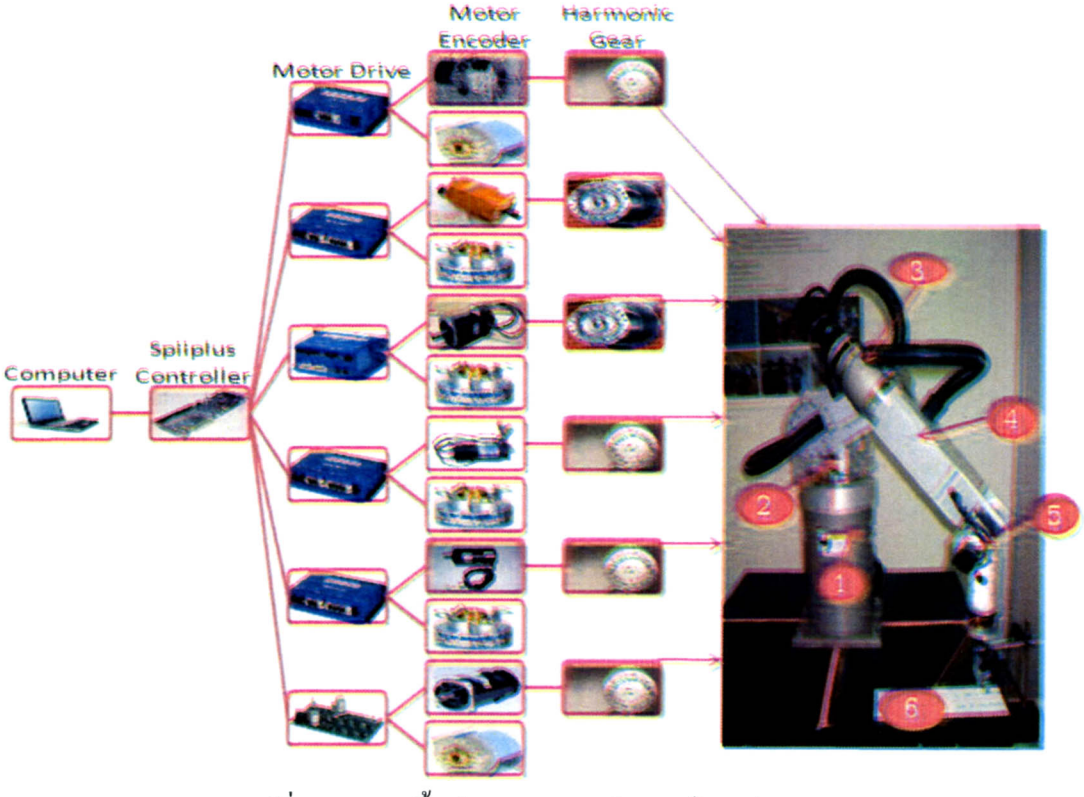


รูปที่ 3.7แสดงการวิเคราะห์ค่าความแข็งแรงของวัสดุที่จะใช้ทำชิ้นส่วนหุ่นยนต์

3.3) ขั้นตอนการสร้าง

ในการสร้างแขนหุ่นยนต์จะประกอบด้วยสองส่วนหลักๆ คือ 1. การสร้างแขนหุ่นยนต์ และ 2. การสร้างภาคควบคุม ซึ่งสองส่วนนี้จะทำงานด้วยกันโดย มีคอมพิวเตอร์ใช้ในการรับค่าคำสั่งที่ในการทำงาน โดยจะส่งคำสั่งต่อไปยังคอนโทรลเลอร์ Spiiplus จากนั้น คอนโทรลเลอร์ก็จะประมวลผลส่งค่าคำสั่งไปยัง ไดร์ขับมอเตอร์ แกนต่างๆ เพื่อจะสั่งให้ มอเตอร์แกนต่างๆ เกิดการหมุนและตำแหน่งการหมุนเป็นไปตามคำสั่งที่กำหนด โดยเมื่อมอเตอร์หมุนก็จะมีการป้อนกลับของตำแหน่งการหมุนโดยเอ็นโค้ดเดอร์ ส่งไปยังไดร์ขับ

มอเตอร์เพื่อควบคุมความเร็วและตำแหน่งของมอเตอร์ ตามที่ต้องการ เมื่อมอเตอร์หยุดก็จะได้ตำแหน่งปลายแขนหุ่นยนต์



รูปที่ 3.8แสดงชิ้นส่วนของแขนหุ่นยนต์ในแต่ละแกน

3.3.1) ขั้นตอนการประกอบชิ้นส่วนของแขนหุ่นยนต์แต่ละแกน

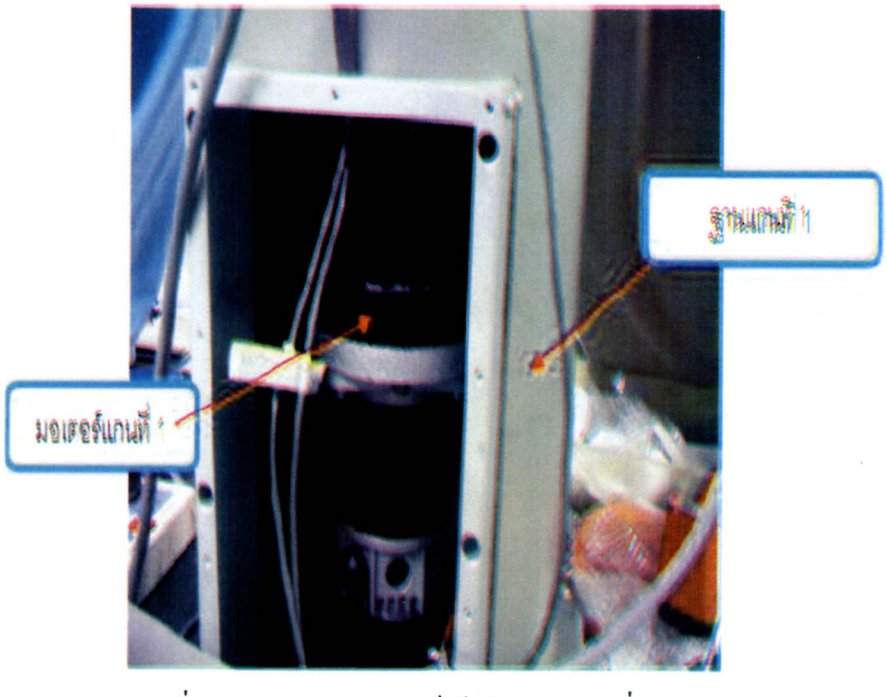
การสร้างแขนหุ่นยนต์มีลำดับขั้นตอนการประกอบชิ้นส่วนของแขนหุ่นยนต์แต่ละแกนที่เหมือนกัน คือประกอบมอเตอร์และเกียร์เข้ากับฐานของแกนที่ 1 แล้วติดตั้งเอนโค้ดเดอร์เข้าที่ปลายเพลามอเตอร์แกนที่ 1 และติดตั้งลิมิตสวิตซ์ในตำแหน่งที่ออกแบบไว้ สำหรับแกนที่ 2 ถึงแกนที่ 6 ทำอย่างนี้เช่นเดียวกัน สำหรับค่าอัตราทดเกียร์แกนต่างๆ มีค่าดูได้จากตารางที่ 3.8

ตารางที่ 3.8 ค่าอัตราทดเกียร์ของมอเตอร์และค่าเอนโค้ดเดอร์เคาน์ของแต่ละแกน

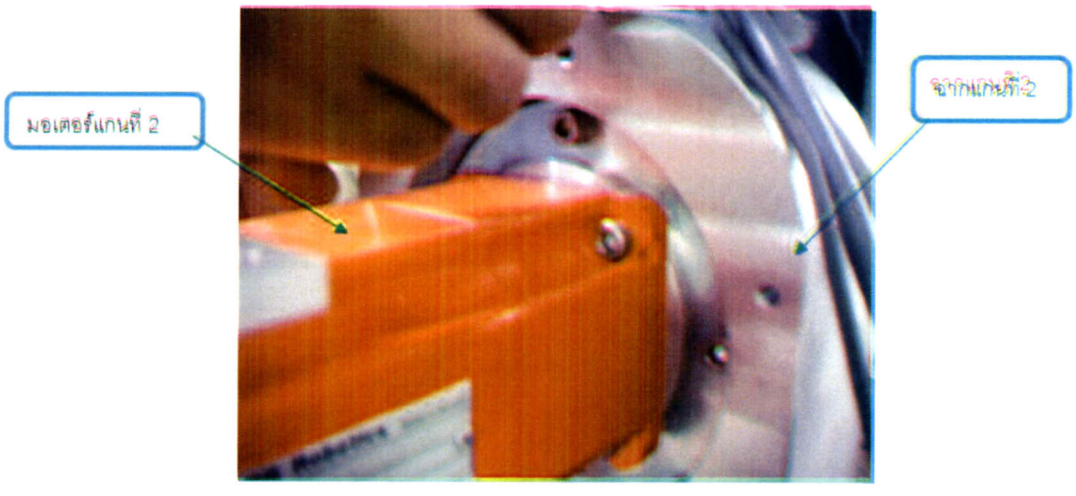
แกน	เอนโค้ดเดอร์เคาน์	อัตราทดเกียร์
1	2048	1:78
2	2000	1:38
3	2500	1:50
4	2500	1:50
5	2500	1:50
6	2048	1:50

ตารางที่ 3.9 ค่าองศาการหมุนของมอเตอรแต่ละแกน

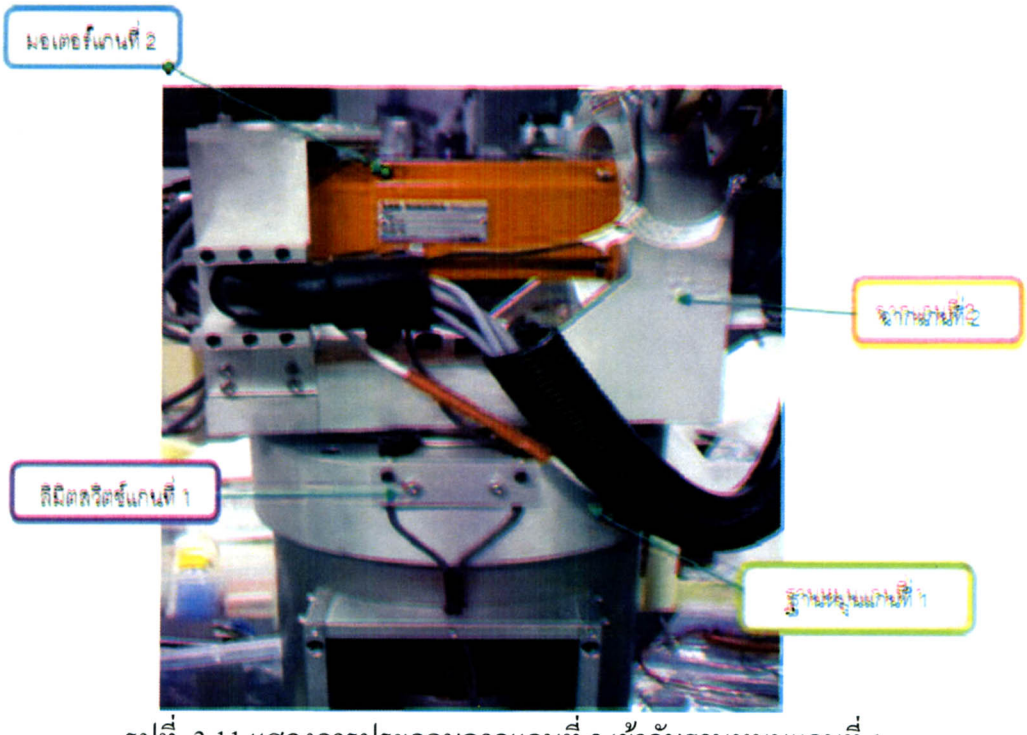
แกน	องศาการหมุน	
	ตามเข็ม(องศา)	ทวนเข็ม(องศา)
1	144.436	149.406
2	47.368	114.868
3	119.972	113.760
4	174.099	85.129
5	86.403	80.816
6	162.664	175.413



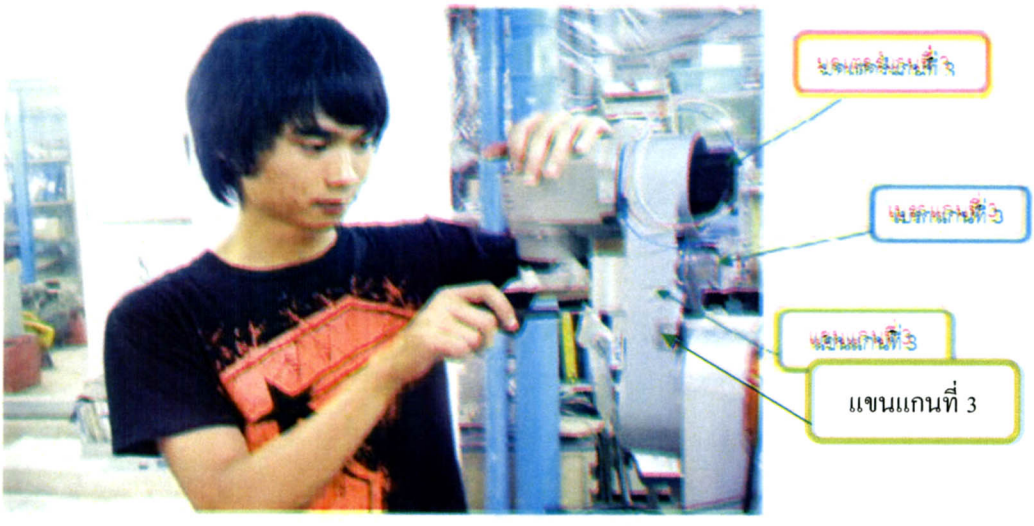
รูปที่ 3.9 ประกอบมอเตอร์เข้ากับฐานแกนที่ 1



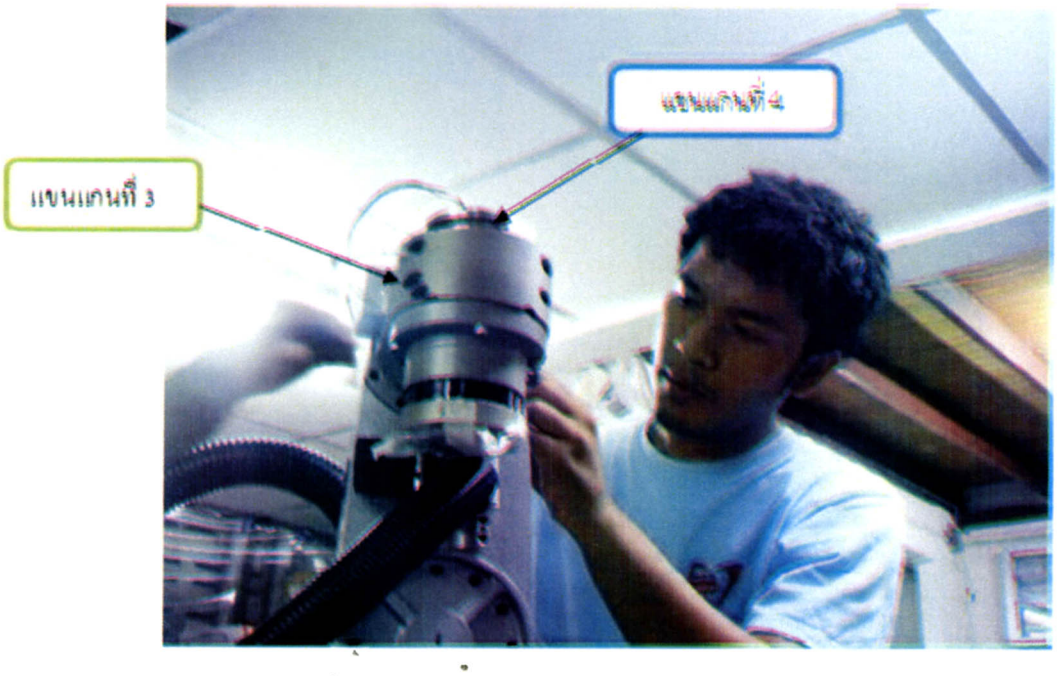
รูปที่ 3.10 ประกอบมอเตอร์เข้ากับฉากแกนที่ 2



รูปที่ 3.11 แสดงการประกอบฉากแกนที่ 2 เข้ากับฐานหมุนแกนที่ 1



รูปที่3.12 แสดงการประกอบแขนแกนที่ 3 เข้ากับฉากแกนที่ 2



รูปที่ 3.13แสดงขั้นตอนการประกอบแขนแกนที่ 4 เข้ากับแขนแกนที่ 3

รูปที่ 3.14คณะผู้วิจัยและนักศึกษา

3.3.2) ขั้นตอนการสร้างตู้ควบคุม

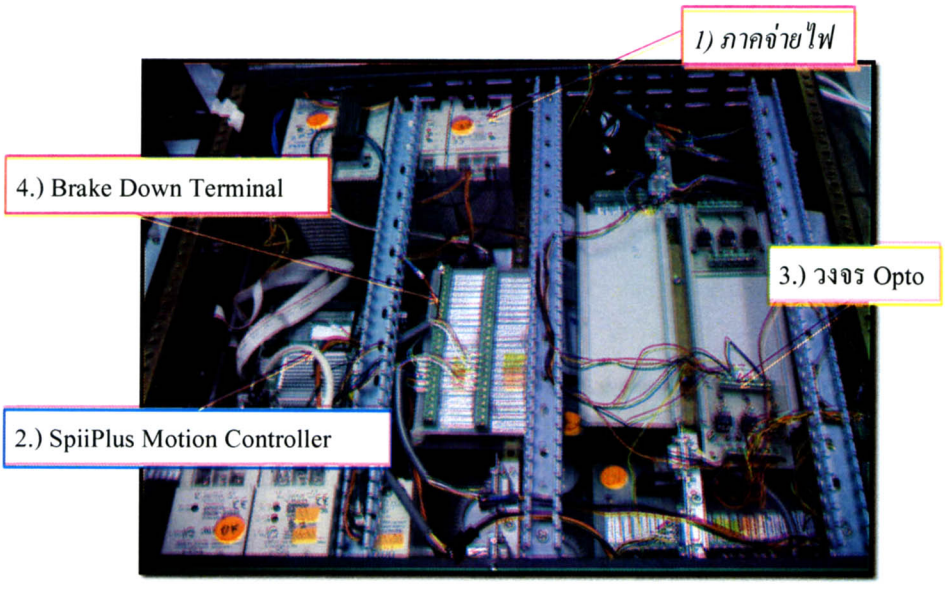
ในการติดตั้งประกอบระบบควบคุมนั้นเราได้แบ่ง ตู้ควบคุมเป็น 2 ส่วนคือ

1) ตู้ควบคุมของSPiiPlus Motion Controllerหนึ่งตู้ทางด้านบน

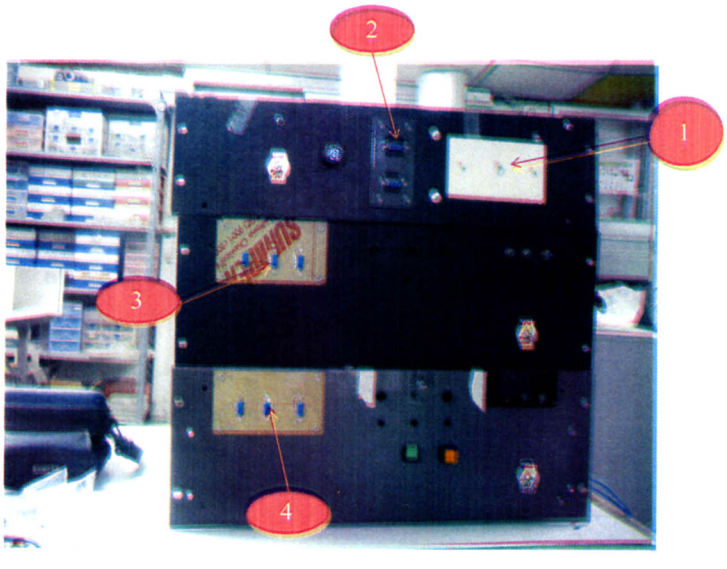
2) ตู้ควบคุมของไดร์ขับมอเตอร์ สองตู้ทางด้านล่าง

1) ตู้ควบคุมของ SPiiPlus Motion Controller

ภายในตู้ควบคุม Spiiplus motion controller มีส่วนประกอบที่สำคัญคือ ภาคจ่ายไฟขนาด 24 V และ 5 V สำหรับจ่ายไฟให้กับ ตัวคอนโทรลเลอร์ (ในที่นี้ใช้Spiiplus motion controller) วงจร Opto ทำหน้าที่ในการรับสัญญาณจากลิมิตสวิตซ์จากนั้นจะขยายสัญญาณให้มีศักดิ์ไฟฟ้าสูงขึ้นเพื่อส่งสัญญาณให้กับ Spiiplus และอุปกรณ์ที่สำคัญอีกอย่างคือบอร์ด Spiiplus motion controller เป็นตัวคอนโทรลเลอร์ ทำหน้าที่ในการประมวลผลคำสั่งและสั่งการทำงานไปยังไดร์ขับมอเตอร์เพื่อสั่งให้มอเตอร์แกนต่างๆ ทำงานหมุนเปลี่ยนตำแหน่งตามที่ต้องการ



รูปที่ 3.15แสดงตำแหน่งการวางอุปกรณ์ของตู้ควบคุม SPiiPlus Motion Controller

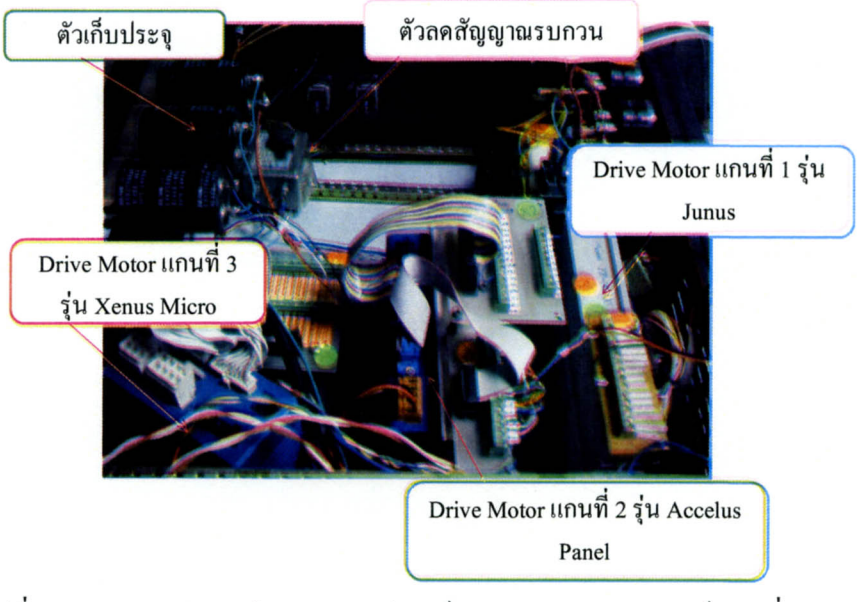


รูปที่ 3.16แสดงพอร์ทเชื่อมต่อระหว่าง SPiiPlus กับ คอมพิวเตอร์

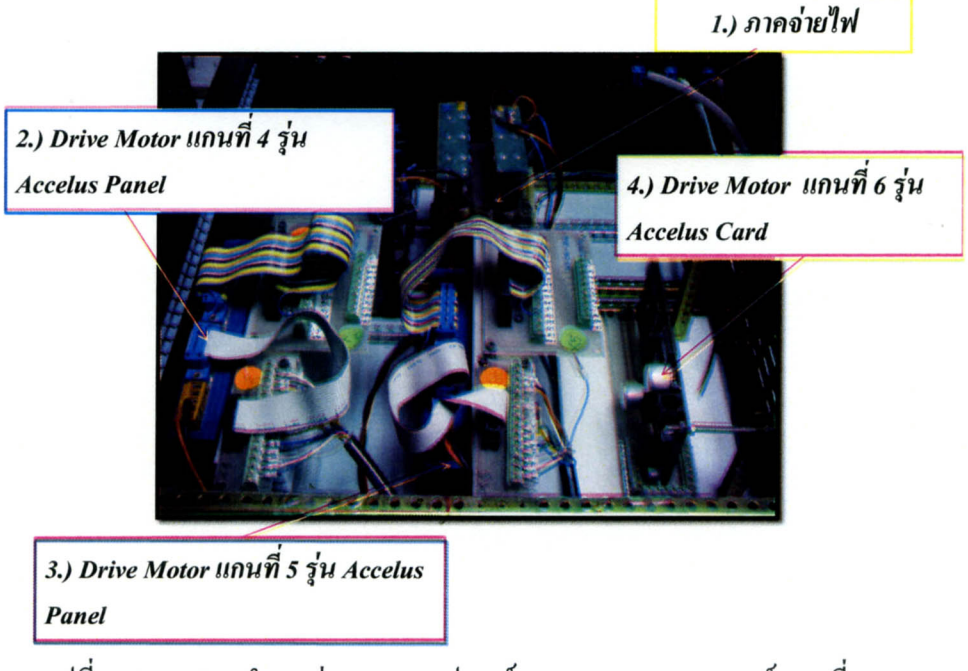
ในการเชื่อมต่อระหว่าง SPiiPlus กับคอมพิวเตอร์จะใช้การเชื่อมต่อแบบ Ethernet โดยมีพอร์ทที่ใช้ในการเชื่อมต่อหมายเลย 1 ในรูปที่ 3.16 ส่วนการเชื่อมต่อระหว่างไดร์ควบคุมมอเตอร์กับคอมพิวเตอร์จะใช้การเชื่อมต่อแบบอนุกรมโดยมีพอร์ทที่ใช้ในการเชื่อมต่อดังรูปที่ 3.16หมายเลย 3และ 4

2) ตู้ควบคุมของไดร์ขับมอเตอร์ ทั้งสองตู้นั้นหลักประกอบไปด้วย มอเตอร์ไดร์ของมอเตอร์ในแต่ละแกน และ วงจรตัวลดสัญญาณรบกวน และ terminal สำหรับเชื่อมต่อกับตู้ SPiiPlus Controller และ วงจร

จ่ายไฟฟ้าภายในตู้ควบคุมไดร์ขับมอเตอร์แกนต่างๆจะมีส่วนประกอบหลักๆ คือ ภาคจ่ายไฟ อุปกรณ์ลดสัญญาณรบกวน และ ไดร์ขับมอเตอร์แกนที่ 1 ถึง แกนที่ 6 ประกอบด้วยรุ่นต่างๆ ดังนี้ Junus , Accelus Panel 3 ไดร์ , Accelus Card , Xemus Micro



รูปที่ 3.17 แสดงตำแหน่งการวางอุปกรณ์ของชุดควบคุมมอเตอร์แกนที่ 1,2,3

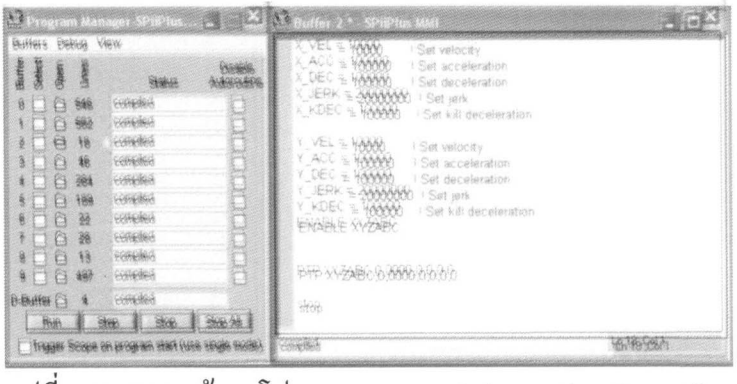


รูปที่ 3.18 แสดงตำแหน่งการวางอุปกรณ์ของชุดควบคุมมอเตอร์แกนที่ 4,5,6

3.4) วิธีการทดสอบ

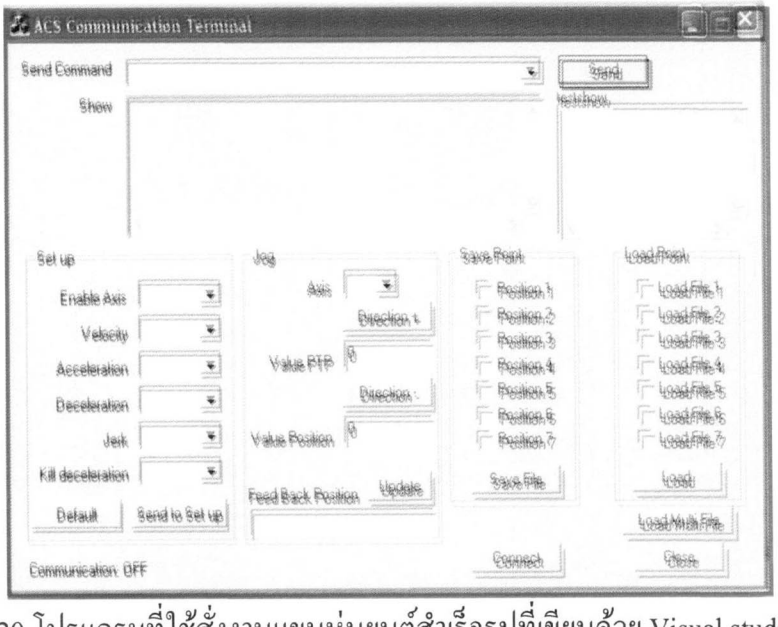
โปรแกรมควบคุมแขนหุ่นยนต์ที่มาจากบริษัทผู้ผลิตคอนโทรลเลอร์ SpiiPlusดังแสดงในรูปที่ 3.19 เป็นโปรแกรมที่ผู้ใช้จะต้องใช้เวลาศึกษานานพอสมควรเพื่อศึกษาคำสั่งต่างๆที่ใช้ในการควบคุมแขน

หุ่นยนต์และยังต้องมีพื้นฐานของภาษาซีเพื่อให้ใช้งานโปรแกรมได้ง่ายและรวดเร็ว เมื่อจะแก้ไขค่าตำแหน่งของมอเตอร์ก็ไม่สะดวก และมีโอกาสผิดพลาดสูงเนื่องจาก ต้องแก้ไขโค้ดของโปรแกรมในรูปแบบของตัวอักษร



รูปที่ 3.19 สองหน้าจอโปรแกรมของ Spiiplus motion Controller

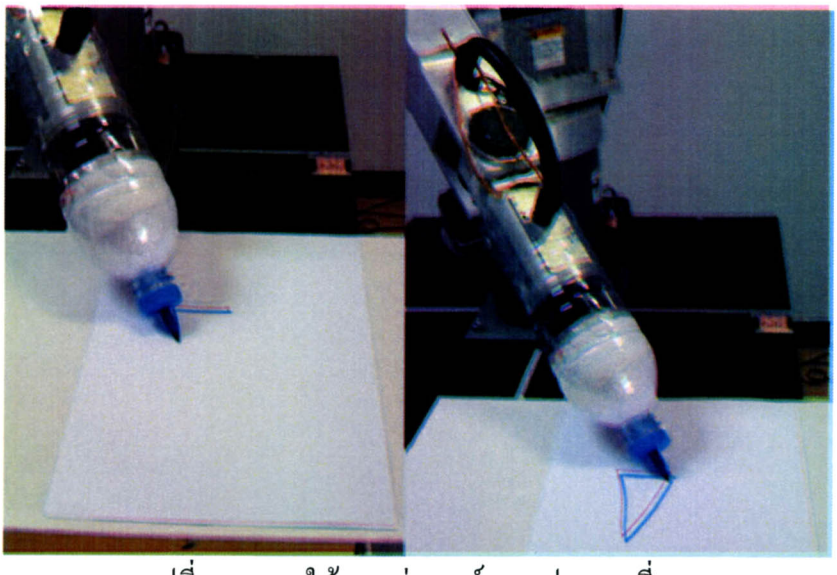
ดังนั้นคณะผู้วิจัยได้พัฒนาโปรแกรมที่ใช้ในการควบคุมการเคลื่อนที่แขนหุ่นยนต์ดังแสดงในรูปที่ ดังแสดงในรูปที่ 3.20ที่พัฒนาโดยการเขียนโปรแกรมด้วยVisual studio 2008 ซึ่งประยุกต์ใช้ภาษา Visual C++.NETที่ใช้ผนวกรวมกับคำสั่งพื้นฐานของ SPiiPlus Motion Controller ในการควบคุม ค่าความเร็ว ค่าตำแหน่ง และค่าอื่นๆ ของมอเตอร์ในแต่ละแกนได้อย่างสะดวกโดยมีหน้าจอที่ง่ายในการทำความเข้าใจซึ่งทำให้บุคคลทั่วไปก็สามารถทำความเข้าใจและใช้งานได้ง่ายและรวดเร็ว โดยผู้ใช้งานไม่ต้องมีความรู้พื้นฐานทางด้านภาษาซีมาก่อนก็สามารถควบคุมการเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์ได้ และโปรแกรมยังมีความสามารถในการเก็บค่าตำแหน่งที่ต้องการมาสั่งงานต่อได้อย่างต่อเนื่อง



รูปที่ 3.20 โปรแกรมที่ใช้สั่งงานแขนหุ่นยนต์สำเร็จรูปที่เขียนด้วย Visual studio 2008

การใช้งานโปรแกรมทำได้โดยผู้ใช้ทำการเลื่อนตำแหน่งของมอเตอร์แต่ละแกนจนได้ตำแหน่งปลายแขนที่ต้องการ จากนั้นทำการบันทึกค่า เมื่อเราต้องการให้แขนหุ่นยนต์ทำงานลักษณะเดิมอีกครั้งก็แค่โหลด

ไฟล์ที่เราบันทึกไว้ แขนหุ่นยนต์ก็จะเคลื่อนที่ไปตามตำแหน่งของแต่ละแกนที่บันทึกไว้ รูปที่ 3.21 แสดงให้เห็นถึงการทำงานของแขนหุ่นยนต์วาดเส้นโค้งที่เราต้องการโดยเอาค่าตำแหน่งแต่ละแกนที่เราบันทึกไว้จากการเก็บค่ามาสั่งให้แขนหุ่นยนต์ทำงาน



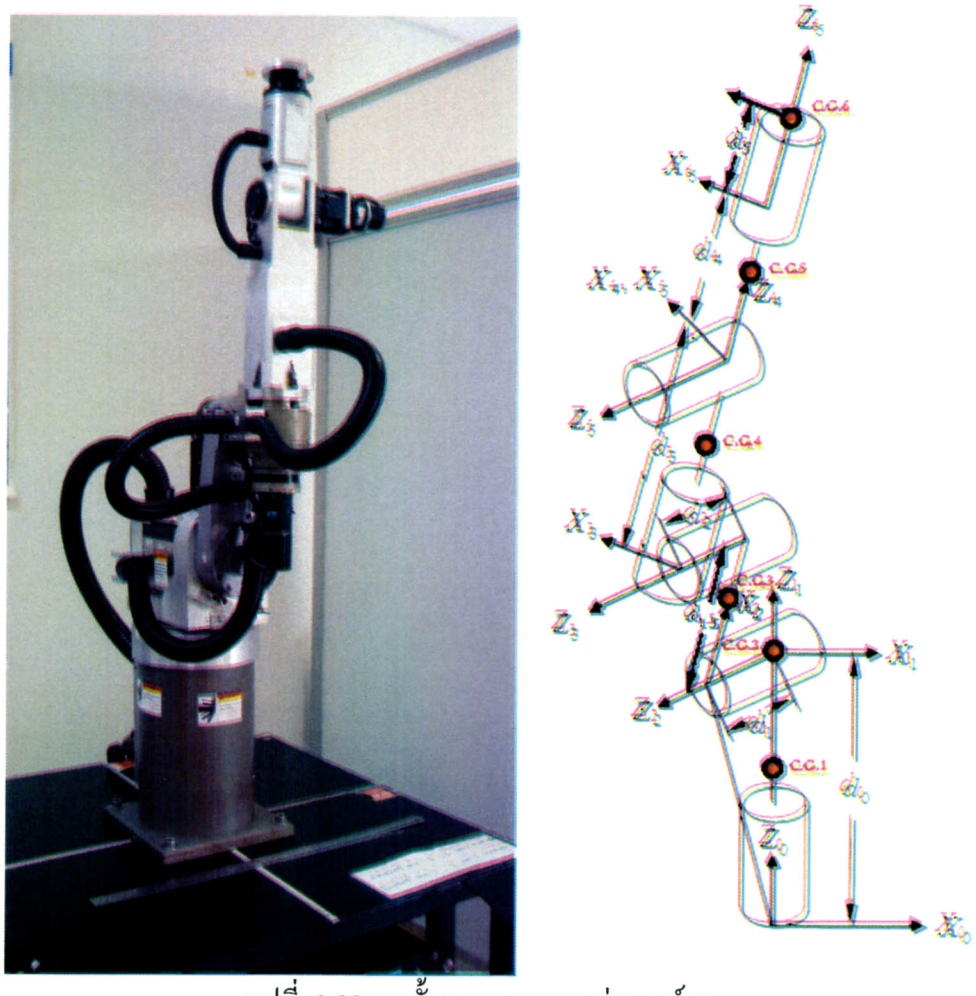
รูปที่ 3.21 การให้แขนหุ่นยนต์วาดรูปสามเหลี่ยม

3.5) ทฤษฎีการคำนวณหาค่าจลน์ศาสตร์ของการเคลื่อนที่

การคำนวณจลน์ศาสตร์ของแขนหุ่นยนต์นี้เป็นการคำนวณเพื่อออกแบบการเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์ โดยเราจะใช้สมการของ เดเนวิด ไฮเซนเบริ์ก (Densvit-hartenberg) มาใช้ในการคำนวณเพื่อออกแบบการเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์

ในการสร้างแขนกลทั่วไปนั้นมักจะประกอบไปด้วยก้านโยงที่ต่อกันแบบอนุกรมด้วยข้อต่อ จากนั้นจะกำหนดแกนอ้างอิงที่ติดกับวัตถุ ในแต่ละก้านโยง เพื่อคำนวณการเปลี่ยนแกนอ้างอิงจากแต่ละก้านโยงไปยังปลายสุดท้าย หรือจุดปลายของแขนกล โดยทั่วไปมักเป็นมือที่ใช้จับชิ้นงาน จากการคำนวณนี้สามารถบอกได้ว่าตำแหน่งของมือจับชิ้นงานนั้นอยู่ตำแหน่งใดในระนาบสามมิติ

ในการคำนวณสมการของเดเนวิด ไฮเซนเบริ์ก ในขั้นแรกนั้นเราจะต้องทำการตั้งแกนของแขนหุ่นยนต์ก่อนเพื่อที่จะคำนวณหาค่าพารามิเตอร์ต่างๆของแขนหุ่นยนต์ในแต่ละแกน ซึ่งเราได้ทำการตั้งแกนของแขนหุ่นยนต์ดังรูปที่ 3.22



รูปที่ 3.22การตั้งแกนของแขนหุ่นยนต์ 6 แกน

ตารางที่ 3.10แสดงค่าของตัวแปร Densvit-hartenberg ของแขนหุ่นยนต์ในแต่ละแกน

i	a_{i-1} (cm)	α_{i-1} (degree)	d_{i-1} (cm)	องศาการหมุน(degree)	
				ตามเข็มนาฬิกา	ทวนเข็มนาฬิกา
1	0	0	d_0=50.0	145	150
2	0	90	d_1=15.5	45	115
3	$d_{1.5}$=21.5	0	d_2=11.0	110	110
4	0	90	d_3=33.5	175	85
5	0	-90	d_4=0	85	80
6	0	90	d_5=20.5	180	180

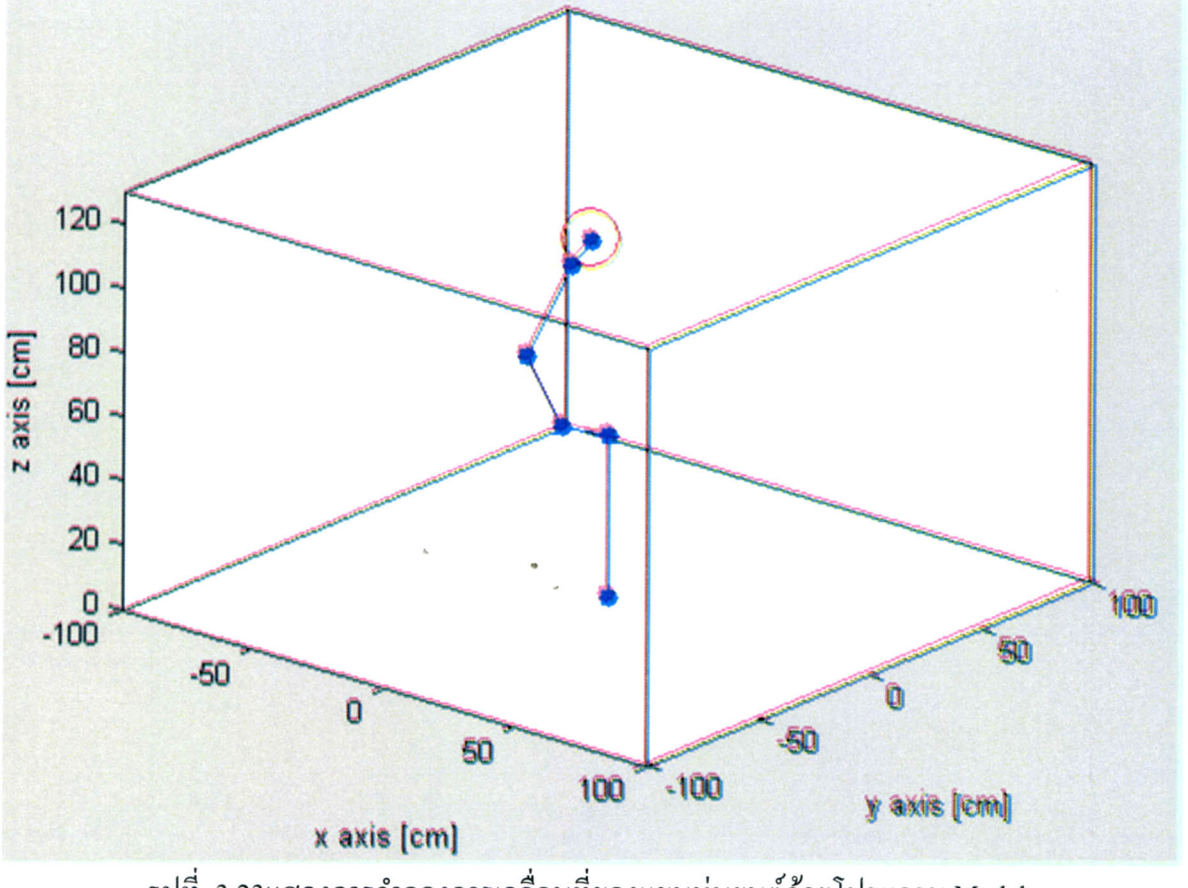
หาสมการการเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์ในแต่ละแกนเพื่อที่จะจำลองการเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์ในแต่ละแกนว่ามีความสัมพันธ์ของแขนหุ่นยนต์ในแต่ละแกนเป็นอย่างไรเมื่อมุมของการหมุนของแขนหุ่นยนต์เปลี่ยน และเราจะนำสมการการเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์ที่ได้จากการคำนวณมาเขียนโปรแกรมเพื่อใช้ควบคุมแขนหุ่นยนต์

สามารถเขียน สมการการเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์ได้ดังนี้

$$T_1^0 = \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 & 0 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \; T_2^1 = \begin{bmatrix} c\theta_2 & -s\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -d_2 \\ s\theta_2 & c\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \; T_3^2 = \begin{bmatrix} c\theta_3 & -s\theta_3 & 0 & d_{1.5} \\ s\theta_3 & c\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_4^3 = \begin{bmatrix} c\theta_4 & -s\theta_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -d_4 \\ s\theta_4 & c\theta_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \; T_5^4 = \begin{bmatrix} c\theta_5 & -s\theta_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -s\theta_5 & -c\theta_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \; T_6^5 = \begin{bmatrix} c\theta_6 & -s\theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -d_6 \\ s\theta_6 & c\theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

จากสมการการเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์ในแต่ละแกนเราสามารถเขียนจำลองการเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์ด้วยโปรแกรม Matlab ได้ดังรูปที่ 3.7 โดยการป้อนองศาการหมุนของแต่ละข้อต่อ



รูปที่ 3.23แสดงการจำลองการเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์ด้วยโปรแกรม Matlab

3.6) ทฤษฎีการคำนวณหาสมการทางพลศาสตร์ของแขนหุ่นยนต์

ดังที่ได้กล่าวในบทที่ 2 ในการคำนวณหาสมการการเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์โดยใช้เทคนิค Lagrangianสมการทางพลศาสตร์ของแขนหุ่นยนต์ในรูปทั่วไปนั้นจะประกอบไปด้วย 5 เทอมหลักดังนี้

$$Q = M(q)\ddot{q} + C(q.\dot{q})\dot{q} + G(q) + F(\dot{q}) \quad (3.6)$$

โดยที่qคือ เวกเตอร์ขององศาการหมุนของก้านโยงในแต่ละข้อต่อ

$\dot{q}$คือ เวกเตอร์ของความเร็วเชิงมุมของการหมุนของก้านโยงในแต่ละข้อต่อ

$M(q)$คือ เมทริกซ์ของมวลหรือความเฉื่อยในการเคลื่อนที่ (Inertia Matrix)

$C(q.\dot{q})$คือ เมทริกซ์ของความหนีศูนย์กลางและแรงบิดที่เกิดจากความเร่งเชิงเส้น (Centrifugal and Coriolis Matrix)

$G(q)$คือ เมทริกซ์ของความโน้มถ่วงโลก (Gravity Matix)

$F(\dot{q})$คือ เมทริกซ์ของความเสียดทานในแต่ละข้อต่อ (Frictional Matrix)

Qคือ เวกเตอร์ของแรงบิดที่มากระทำจากภายนอก เช่น แรงบิดจากมอเตอร์ (Torque Vector)

เมทริกซ์$M(q),\ C(q.\dot{q}),\ G(q)$นั้นสามารถหาได้จากสมการๆเคลื่อนที่ๆได้จากเทคนิค Lagrangian ในขั้นแรกจะต้องดำเนินการคำนวณหาพลังงานจลน์และพลังงานศักย์ของแต่ละก้านโยงตั้งแต่ก้านโยงที่ 1 ในส่วนของฐานของแขนหุ่นยนต์ ไปยัง ก้านโยงที่ 6 ในส่วนของปลายของแขนหุ่นยนต์

$L = T - U$ = พลังงานศักด์–พลังงานจลน์

พลังงานจลน์ T สามารถคำนวณได้จากสมการด้านล่าง

$$T_1 = \frac{1}{2}m_1{v_1}^2 + \frac{1}{2}I_1{\omega_1}^2$$

$$T_2 = \frac{1}{2}m_2{v_2}^2 + \frac{1}{2}I_2{\omega_2}^2$$

$$T_3 = \frac{1}{2}m_3{v_3}^2 + \frac{1}{2}I_3{\omega_3}^2 \quad (3.7)$$

$$T_4 = \frac{1}{2}m_4{v_4}^2 + \frac{1}{2}I_4{\omega_4}^2$$

$$T_5 = \frac{1}{2}m_5{v_5}^2 + \frac{1}{2}I_5{\omega_5}^2$$

$$T_6 = \frac{1}{2}m_6{v_6}^2 + \frac{1}{2}I_6{\omega_6}^2$$

โดยที่โมเมนต์ความเฉื่อยของแกนที่ 5 สามารถหาได้จาก

$$I_5 = I_x + m_5 l_{y5}^2 = \frac{1}{12}m_5\left(3R_5^2 + h_5^2\right) + m_5 l_{y5}^2$$

โมเมนต์ความเฉื่อยของแขนแกนที่ 4 สามารถหาได้จาก

$$I_4 = I_{y4} = \frac{1}{2}m_5 R_5^2 + \frac{1}{12}m_4\left(a_4^2 + b_4^2\right)$$

โมเมนต์ความเฉื่อยของแขนแกนที่ 3 สามารถหาได้จาก

$$I_3 = \left(I_{z4} + m_4 l_{y4}^2\right) = \frac{1}{12} m_4 \left(b_4^2 + a_4^2\right) + m_4 l_{y4}^2$$

โมเมนต์ความเฉื่อยของแขนแกนที่ 2 สามารถหาได้จาก

$$I_2 = \left(I_{z3} + m_3 l_{y3}^2\right) = \frac{1}{12} m_3 \left(b_3^2 + a_3^2\right) + m_3 l_{y3}^2$$

โมเมนต์ความเฉื่อยของแขนแกนที่ 1 สามารถหาได้จาก

$$I_1 = I_{y2} = \frac{1}{12} m_2 \left(a_2^2 + c_2^2\right)$$

ซึ่งตัวแปรทั้งหมดในการคำนวณหาโมเมนต์ความเฉื่อยของแกนที่ 1 ถึงแกนที่ 6 นั้นมาจากตารางที่ 3.1 ถึง 3.6และความเร็วเชิงมุมของแขนแต่ละแกนสามารถเขียนความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$\omega_1 = \dot{\theta}_1 , \omega_2 = \dot{\theta}_2 , \omega_3 = \dot{\theta}_3 , \omega_4 = \dot{\theta}_4 , \omega_5 = \dot{\theta}_5 , \omega_6 = \dot{\theta}_6$$

ตำแหน่งจุดศูนย์กลางมวล r_1 และ ความเร็วของก้านโยงแกนที่ 1

$$r_{1x} = 0; r_{1y} = 0; r_{1z} = \frac{d_0}{2}$$

$$v_{1x} = 0; v_{1y} = 0; v_{1z} = 0$$

ตำแหน่งจุดศูนย์กลางมวล r_2 และ ความเร็วของก้านโยงแกนที่ 2

$$r_{2x} = 0; r_{2y} = 0; r_{2z} = d_0$$

$$v_{2x} = 0; v_{2y} = 0; v_{2z} = 0$$

ตำแหน่งจุดศูนย์กลางมวล r_3 และ ความเร็วของก้านโยงแกนที่ 3

$$r_{3x} = d1*\sin(t1) + L2*\cos(t1)*\cos(t2);$$

$$r_{3y} = -d1*\cos(t1) + L2*\sin(t1)*\cos(t2);$$

$$r_{3z} = d0 + L2*\sin(t2);$$

$$v_{3x} = d1*\cos(t1)*dt1 - L2*\sin(t1)*\cos(t2)*dt1 - L2*\cos(t1)*\sin(t2)*dt2;$$

$$v_{3y} = d1*\sin(t1)*dt1 + L2*\cos(t1)*\cos(t2)*dt1 - L2*\sin(t1)*\sin(t2)*dt2;$$

$$v_{3z} = L2*\cos(t2)*dt2$$

$$(v_3)^2 = L2\text{^}2*dt1\text{^}2*\cos(t1)\text{^}2*\cos(t2)\text{^}2 + 4*L2\text{^}2*dt1\text{^}2*\cos(t1)\text{^}2*\sin(t1)\text{^}2$$

$$- 2*L2\text{^}2*dt1*dt2*\cos(t1)*\cos(t2)*\sin(t1)*\sin(t2) + L2\text{^}2*dt2\text{^}2*\cos(t2)\text{^}2 +$$

$$L2\text{^}2*dt2\text{^}2*\sin(t1)\text{^}2*\sin(t2)\text{^}2 - 4*L2*d1*dt1\text{^}2*\cos(t1)\text{^}2*\sin(t1) +$$

$$2*L2*d1*dt1\text{^}2*\cos(t1)*\cos(t2)*\sin(t1) - 2*L2*d1*dt1*dt2*\sin(t1)\text{^}2*\sin(t2) + d1\text{^}2*dt1\text{^}2$$

ตำแหน่งจุดศูนย์กลางมวล r_4 และ ความเร็วของก้านโยงแกนที่ 4

$$r_{4x} = (d1+d2)*\sin(t1)+(d15*\cos(t2)+L3*\sin(t2+t3))*\cos(t1);$$

$$r_{4y} = -(d1+d2)*\cos(t1)+(d15*\cos(t2)+L3*\sin(t2+t3))*\sin(t1);$$

$$r_{4z} = d0+d15*\sin(t2)-L3*\cos(t2+t3);$$

$$v_{4x} = \cos(t1)*(L3*\cos(t2+t3)*(dt2 + dt3) - d15*\sin(t2)*dt2) - \sin(t1)*(d15*\cos(t2) + L3*\sin(t2+t3))*dt1 + \cos(t1)*(d1 + d2)*dt1;$$

$$v_{4y} = \sin(t1)*(L3*\cos(t2+t3)*(dt2 + dt3) - d15*\sin(t2)*dt2) + \cos(t1)*(d15*\cos(t2) + L3*\sin(t2+t3))*dt1 + \sin(t1)*(d1 + d2)*dt1;$$

$$v_{4z} = L3*\sin(t2+t3)*(dt2 + dt3) + d15*\cos(t2)*dt2;$$

$$(v_4)^2 = (L3^2*dt1^2)/2 + L3^2*dt2^2 + L3^2*dt3^2 + d1^2*dt1^2 + d15^2*dt2^2 + d2^2*dt1^2 - (L3^2*dt1^2*\cos(2*t2+2*t3))/2 + d15^2*dt1^2*\cos(t2)^2 + 2*L3^2*dt2*dt3 + 2*d1*d2*dt1^2 + L3*d15*dt1^2*\sin(t3) + 2*L3*d15*dt2^2*\sin(t3) + L3*d15*dt1^2*\sin(2*t2+t3) + 2*L3*d15*dt2*dt3*\sin(t3) - 2*d1*d15*dt1*dt2*\sin(t2) - 2*d15*d2*dt1*dt2*\sin(t2) + 2*L3*d1*dt1*dt2*\cos(t2+t3) + 2*L3*d1*dt1*dt3*\cos(t2+t3) + 2*L3*d2*dt1*dt2*\cos(t2+t3) + 2*L3*d2*dt1*dt3*\cos(t2+t3)$$

<u>ตำแหน่งจุดศูนย์กลางมวล r_5 และ ความเร็วของก้านโยงแกนที่ 5</u>

```
r5x = (d1+d2)*sin(t1)+(d15*cos(t2) + d3*sin(t2+t3))*cos(t1) +
 L4*(sin(t1)*sin(t4)*sin(t5) + cos(t1)*cos(t4)*sin(t5)*cos(t2+t3) +
                    cos(t1)*cos(t5)*sin(t2+t3));
r5y = -(d1+d2)*cos(t1) + (d15*cos(t2)+d3*sin(t2+t3))*sin(t1) + L4*(-
     cos(t1)*sin(t4)*sin(t5)+sin(t1)*cos(t4)*sin(t5)*cos(t2+t3) +
                    sin(t1)*cos(t5)*sin(t2+t3));
   r5z = d0+d15*sin(t2) - d3*cos(t2+t3) - L4*(cos(t5)*cos(t2+t3) -
                    cos(t4)*sin(t5)*sin(t2+t3));
    v5x = cos(t1)*(d3*cos(t2+t3)*(dt2 + dt3) - d15*sin(t2)*dt2) +
   L4*(cos(t1)*sin(t4)*sin(t5)*dt1 + cos(t4)*sin(t1)*sin(t5)*dt4 +
    cos(t5)*sin(t1)*sin(t4)*dt5 - cos(t5)*sin(t1)*sin(t2+t3)*dt1 -
cos(t1)*sin(t5)*sin(t2+t3)*dt5 + cos(t1)*cos(t5)*cos(t2+t3)*(dt2+dt3) +
              cos(t1)*cos(t4)*cos(t5)*cos(t2+t3)*dt5 -
              cos(t4)*sin(t1)*sin(t5)*cos(t2+t3)*dt1 -
              cos(t1)*sin(t4)*sin(t5)*cos(t2+t3)*dt4 -
 cos(t1)*cos(t4)*sin(t5)*sin(t2+t3)*(dt2+dt3)) - sin(t1)*(d15*cos(t2) +
             d3*sin(t2+t3))*dt1 + cos(t1)*(d1+d2)*dt1;
    v5y = sin(t1)*(d3*cos(t2+t3)*(dt2 + dt3) - d15*sin(t2)*dt2) -
   L4*(cos(t1)*cos(t4)*sin(t5)*dt4 + cos(t1)*cos(t5)*sin(t4)*dt5 -
    sin(t1)*sin(t4)*sin(t5)*dt1 - cos(t1)*cos(t5)*sin(t2+t3)*dt1 +
sin(t1)*sin(t5)*sin(t2+t3)*dt5 - cos(t5)*sin(t1)*cos(t2+t3)*(dt2+dt3) -
              cos(t1)*cos(t4)*sin(t5)*cos(t2+t3)*dt1 -
              cos(t4)*cos(t5)*sin(t1)*cos(t2+t3)*dt5 +
              sin(t1)*sin(t4)*sin(t5)*cos(t2+t3)*dt4 +
 cos(t4)*sin(t1)*sin(t5)*sin(t2+t3)*(dt2+dt3)) + cos(t1)*(d15*cos(t2) +
             d3*sin(t2+t3))*dt1 + sin(t1)*(d1+d2)*dt1;
   v5z = L4*(sin(t5)*cos(t2+t3)*dt5 + cos(t5)*sin(t2+t3)*(dt2+dt3) +
    cos(t4)*cos(t5)*sin(t2+t3)*dt5 - sin(t4)*sin(t5)*sin(t2+t3)*dt4 +
 cos(t4)*sin(t5)*cos(t2+t3)*(dt2 + dt3)) + d3*sin(t2+t3)*(dt2 + dt3) +
                    d15*cos(t2)*dt2;
```

$$(v_5)^2 = - 2*L4^2*dt1^2*\cos(t2)^2*\cos(t3)^2*\cos(t4)^2*\cos(t5)^2 + 2*L4^2*dt1^2*\cos(t2)^2*\cos(t3)^2*\cos(t4)^2 - 2*L4^2*dt1^2*\cos(t2)^2*\cos(t3)^2*\cos(t5)^2 + 4*\sin(t3)*\sin(t5)*L4^2*dt1^2*\cos(t2)^2*\cos(t3)*\cos(t4)*\cos(t5) + L4^2*dt1^2*\cos(t2)^2*\cos(t4)^2*\cos(t5)^2 - L4^2*dt1^2*\cos(t2)^2*\cos(t4)^2 +$$

```
                    L4^2*dt1^2*cos(t2)^2*cos(t5)^2 +
      4*sin(t2)*sin(t5)*L4^2*dt1^2*cos(t2)*cos(t3)^2*cos(t4)*cos(t5) +
      2*sin(t2)*sin(t3)*L4^2*dt1^2*cos(t2)*cos(t3)*cos(t4)^2*cos(t5)^2
         - 2*sin(t2)*sin(t3)*L4^2*dt1^2*cos(t2)*cos(t3)*cos(t4)^2 +
          2*sin(t2)*sin(t3)*L4^2*dt1^2*cos(t2)*cos(t3)*cos(t5)^2 -
           2*sin(t2)*sin(t5)*L4^2*dt1^2*cos(t2)*cos(t4)*cos(t5) +
 L4^2*dt1^2*cos(t3)^2*cos(t4)^2*cos(t5)^2 - L4^2*dt1^2*cos(t3)^2*cos(t4)^2
                    + L4^2*dt1^2*cos(t3)^2*cos(t5)^2 -
2*sin(t3)*sin(t5)*L4^2*dt1^2*cos(t3)*cos(t4)*cos(t5) - L4^2*dt1^2*cos(t5)^2
  + L4^2*dt1^2 + 2*sin(t4)*sin(t5)*L4^2*dt1*dt2*cos(t2)*cos(t3)*cos(t5) +
        2*sin(t3)*sin(t4)*L4^2*dt1*dt2*cos(t2)*cos(t4)*cos(t5)^2 -
             2*sin(t3)*sin(t4)*L4^2*dt1*dt2*cos(t2)*cos(t4) +
        2*sin(t2)*sin(t4)*L4^2*dt1*dt2*cos(t3)*cos(t4)*cos(t5)^2 -
             2*sin(t2)*sin(t4)*L4^2*dt1*dt2*cos(t3)*cos(t4) -
         2*sin(t2)*sin(t3)*sin(t4)*sin(t5)*L4^2*dt1*dt2*cos(t5) +
         2*sin(t4)*sin(t5)*L4^2*dt1*dt3*cos(t2)*cos(t3)*cos(t5) +
        2*sin(t3)*sin(t4)*L4^2*dt1*dt3*cos(t2)*cos(t4)*cos(t5)^2 -
             2*sin(t3)*sin(t4)*L4^2*dt1*dt3*cos(t2)*cos(t4) +
        2*sin(t2)*sin(t4)*L4^2*dt1*dt3*cos(t3)*cos(t4)*cos(t5)^2 -
             2*sin(t2)*sin(t4)*L4^2*dt1*dt3*cos(t3)*cos(t4) -
         2*sin(t2)*sin(t3)*sin(t4)*sin(t5)*L4^2*dt1*dt3*cos(t5) +
2*L4^2*dt1*dt4*cos(t2)*cos(t3)*cos(t5)^2 - 2*L4^2*dt1*dt4*cos(t2)*cos(t3) -
          2*sin(t3)*sin(t5)*L4^2*dt1*dt4*cos(t2)*cos(t4)*cos(t5) -
          2*sin(t2)*sin(t5)*L4^2*dt1*dt4*cos(t3)*cos(t4)*cos(t5) -
2*sin(t2)*sin(t3)*L4^2*dt1*dt4*cos(t5)^2 + 2*sin(t2)*sin(t3)*L4^2*dt1*dt4 -
              2*sin(t3(t))*sin(t4)*L4^2*dt1*dt5*cos(t2) -
 2*sin(t2)*sin(t4)*L4^2*dt1*dt5*cos(t3) - L4^2*dt2^2*cos(t4)^2*cos(t5)^2 +
            L4^2*dt2^2*cos(t4)^2 + L4^2*dt2^2*cos(t5)^2 -
      2*L4^2*dt2*dt3*cos(t4)^2*cos(t5)^2 + 2*L4^2*dt2*dt3*cos(t4)^2 +
    2*L4^2*dt2*dt3*cos(t5)^2 - 2*sin(t4)*sin(t5)*L4^2*dt2*dt4*cos(t5) +
        2*L4^2*dt2*dt5*cos(t4) - L4^2*dt3^2*cos(t4)^2*cos(t5)^2 +
            L4^2*dt3^2*cos(t4)^2 + L4^2*dt3^2*cos(t5)^2 -
     2*sin(t4)*sin(t5)*L4^2*dt3*dt4*cos(t5) + 2*L4^2*dt3*dt5*cos(t4) -
           L4^2*dt4^2*cos(t5)^2 + L4^2*dt4^2 + L4^2*dt5^2 +
 2*sin(t4)*sin(t5)*L4*d1*dt1^2 + 2*L4*d1*dt1*dt2*cos(t2)*cos(t3)*cos(t5) -
            2*sin(t3)*sin(t5)*L4*d1*dt1*dt2*cos(t2)*cos(t4) -
            2*sin(t2)*sin(t5)*L4*d1*dt1*dt2*cos(t3)*cos(t4) -
                2*sin(t2)*sin(t3)*L4*d1*dt1*dt2*cos(t5) +
                2*L4*d1*dt1*dt3*cos(t2)*cos(t3)*cos(t5) -
            2*sin(t3)*sin(t5)*L4*d1*dt1*dt3*cos(t2)*cos(t4) -
            2*sin(t2)*sin(t5)*L4*d1*dt1*dt3*cos(t3)*cos(t4) -
                2*sin(t2)*sin(t3)*L4*d1*dt1*dt3*cos(t5) -
            2*sin(t4)*sin(t5)*L4*d1*dt1*dt4*cos(t2)*cos(t3) +
            2*sin(t2)*sin(t3)*sin(t4)*sin(t5)*L4*d1*dt1*dt4 +
            2*L4*d1*dt1*dt5*cos(t2)*cos(t3)*cos(t4)*cos(t5) -
                2*sin(t3)*sin(t5)*L4*d1*dt1*dt5*cos(t2) -
                2*sin(t2)*sin(t5)*L4*d1*dt1*dt5*cos(t3) -
            2*sin(t2)*sin(t3)*L4*d1*dt1*dt5*cos(t4)*cos(t5) +
           2*sin(t5)*L4*d15*dt1^2*cos(t2)^2*cos(t3)*cos(t4) +
               2*sin(t3)*L4*d15*dt1^2*cos(t2)^2*cos(t5) +
            2*sin(t2)*L4*d15*dt1^2*cos(t2)*cos(t3)*cos(t5) -
         2*sin(t2)*sin(t3)*sin(t5)*L4*d15*dt1^2*cos(t2)*cos(t4) -
                2*sin(t2)*sin(t4)*sin(t5)*L4*d15*dt1*dt2 -
                2*sin(t5)*L4*d15*dt1*dt4*cos(t2)*cos(t4) -
                2*sin(t4)*L4*d15*dt1*dt5*cos(t2)*cos(t5) +
 2*sin(t5)*L4*d15*dt2^2*cos(t3)*cos(t4) + 2*sin(t3)*L4*d15*dt2^2*cos(t5) +
2*sin(t5)*L4*d15*dt2*dt3*cos(t3)*cos(t4) + 2*sin(t3)*L4*d15*dt2*dt3*cos(t5)
              - 2*sin(t3)*sin(t4)*sin(t5)*L4*d15*dt2*dt4 +
2*sin(t5)*L4*d15*dt2*dt5*cos(t3) + 2*sin(t3)*L4*d15*dt2*dt5*cos(t4)*cos(t5)
 + 2*sin(t4)*sin(t5)*L4*d2*dt1^2 + 2*L4*d2*dt1*dt2*cos(t2)*cos(t3)*cos(t5)
```

```
- 2*sin(t3)*sin(t5)*L4*d2*dt1*dt2*cos(t2)*cos(t4) -
 2*sin(t2)*sin(t5)*L4*d2*dt1*dt2*cos(t3)*cos(t4) -
     2*sin(t2)*sin(t3)*L4*d2*dt1*dt2*cos(t5) +
     2*L4*d2*dt1*dt3*cos(t2)*cos(t3)*cos(t5) -
 2*sin(t3)*sin(t5)*L4*d2*dt1*dt3*cos(t2)*cos(t4) -
 2*sin(t2)*sin(t5)*L4*d2*dt1*dt3*cos(t3)*cos(t4) -
     2*sin(t2)*sin(t3)*L4*d2*dt1*dt3*cos(t5) -
 2*sin(t4)*sin(t5)*L4*d2*dt1*dt4*cos(t2)*cos(t3) +
 2*sin(t2)*sin(t3)*sin(t4)*sin(t5)*L4*d2*dt1*dt4 +
 2*L4*d2*dt1*dt5*cos(t2)*cos(t3)*cos(t4)*cos(t5) -
     2*sin(t3)*sin(t5)*L4*d2*dt1*dt5*cos(t2) -
     2*sin(t2)*sin(t5)*L4*d2*dt1*dt5*cos(t3) -
 2*sin(t2)*sin(t3)*L4*d2*dt1*dt5*cos(t4)*cos(t5) -
    4*L4*d3*dt1^2*cos(t2)^2*cos(t3)^2*cos(t5) +
4*sin(t3)*sin(t5)*L4*d3*dt1^2*cos(t2)^2*cos(t3)*cos(t4) +
          2*L4*d3*dt1^2*cos(t2)^2*cos(t5) +
4*sin(t2)*sin(t5)*L4*d3*dt1^2*cos(t2)*cos(t3)^2*cos(t4) +
 4*sin(t2)*sin(t3)*L4*d3*dt1^2*cos(t2)*cos(t3)*cos(t5) -
     2*sin(t2)*sin(t5)*L4*d3*dt1^2*cos(t2)*cos(t4) +
          2*L4*d3*dt1^2*cos(t3)^2*cos(t5) -
     2*sin(t3)*sin(t5)*L4*d3*dt1^2*cos(t3)*cos(t4) +
    2*sin(t4)*sin(t5)*L4*d3*dt1*dt2*cos(t2)*cos(t3) -
    2*sin(t2)*sin(t3)*sin(t4)*sin(t5)*L4*d3*dt1*dt2 +
    2*sin(t4)*sin(t5)*L4*d3*dt1*dt3*cos(t2)*cos(t3) -
    2*sin(t2)*sin(t3)*sin(t4)*sin(t5)*L4*d3*dt1*dt3 -
    2*sin(t3)*sin(t5)*L4*d3*dt1*dt4*cos(t2)*cos(t4) -
    2*sin(t2)*sin(t5)*L4*d3*dt1*dt4*cos(t3)*cos(t4) -
    2*sin(t3)*sin(t4)*L4*d3*dt1*dt5*cos(t2)*cos(t5) -
2*sin(t2)*sin(t4)*L4*d3*dt1*dt5*cos(t3)*cos(t5) + 2*L4*d3*dt2^2*cos(t5) +
      4*L4*d3*dt2*dt3*cos(t5) - 2*sin(t4)*sin(t5)*L4*d3*dt2*dt4 +
       2*L4*d3*dt2*dt5*cos(t4)*cos(t5) + 2*L4*d3*dt3^2*cos(t5) -
  2*sin(t4)*sin(t5)*L4*d3*dt3*dt4 + 2*L4*d3*dt3*dt5*cos(t4)*cos(t5) +
        d1^2*dt1^2 - 2*sin(t2)*d1*d15*dt1*dt2 + 2*d1*d2*dt1^2 +
  2*d1*d3*dt1*dt2*cos(t2)*cos(t3) - 2*sin(t2)*sin(t3)*d1*d3*dt1*dt2 +
  2*d1*d3*dt1*dt3*cos(t2)*cos(t3) - 2*sin(t2)*sin(t3)*d1*d3*dt1*dt3 +
    d15^2*dt1^2*cos(t2)^2 + d15^2*dt2^2 - 2*sin(t2)*d15*d2*dt1*dt2 +
2*sin(t3)*d15*d3*dt1^2*cos(t2)^2 + 2*sin(t2)*d15*d3*dt1^2*cos(t2)*cos(t3) +
    2*sin(t3)*d15*d3*dt2^2 + 2*sin(t3)*d15*d3*dt2*dt3 + d2^2*dt1^2 +
  2*d2*d3*dt1*dt2*cos(t2)*cos(t3) - 2*sin(t2)*sin(t3)*d2*d3*dt1*dt2 +
  2*d2*d3*dt1*dt3*cos(t2)*cos(t3) - 2*sin(t2)*sin(t3)*d2*d3*dt1*dt3 -
      2*d3^2*dt1^2*cos(t2)^2*cos(t3)^2 + d3^2*dt1^2*cos(t2)^2 +
 2*sin(t2)*sin(t3)*d3^2*dt1^2*cos(t2)*cos(t3) + d3^2*dt1^2*cos(t3)^2 +
            d3^2*dt2^2 + 2*d3^2*dt2*dt3 + d3^2*dt3^2;
```