บทที่ 2
ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

2.1) การทบทวนวรรณกรรม

Yanagihara, Okamoto, Mitsui [7] ชาวญี่ปุ่น ได้ให้ความสนใจในการพัฒนาหุ่นยนต์ที่ใช้ช่วยในการผ่าตัดแทนที่ข้อต่อของสะโพก โดยให้มีแผลเปิดที่ขนาดเล็ก เนื่องจากเครื่องมือผ่าตัดจะทำให้เกิดการบอบช้ำของเนื้อเยื่อภายในน้อยที่สุด ทั้งยังจะหลีกเลี่ยงไม่ไปกระทบกับเส้นเอ็น, เส้นประสาทภายในร่างกาย ถ้าไม่มีการใช้หุ่นยนต์มาช่วยในการผ่าตัด แผลเปิดจะใหญ่ซึ่งผู้ป่วยจะใช้เวลาในการพักฟื้นนาน แต่ทว่าก่อนที่จะทำการผ่าตัดข้อต่อที่สะโพก จะต้องทำการขูดเนื้อเยื่อที่หุ้มลูกสะบ้าออกเสียก่อน ซึ่งเนื้อเยื่อส่วนนี้ค่อนข้างแข็ง ดังนั้นหุ่นยนต์ที่ถูกออกแบบจะเป็นหุ่นยนต์ที่ใช้ขูดเนื้อเยื่อบริเวณนี้ออกก่อนที่จะทำการผ่าตัดเพื่อแทนที่ข้อต่อของสะโพก หุ่นยนต์ประเภทนี้ต้องสามารถควบคุมความเร็ว, ตำแหน่ง, และแรงที่ใช้ในการขูดเนื้อเยื่อออกได้อย่างแม่น-ยำ Yanagihara และคณะได้ใช้ระบบสายพานซึ่งมีความยืดหยุ่นกับหุ่นยนต์ขนาดเล็กนี้โดยวัดตำแหน่งด้วยเซนเซอร์วัดแรงตึงในสายพาน ความยืดหยุ่นจะช่วยในการควบคุมแรงKazanzides, Zuhars, Mittelstadt, Taylor [5] ใช้เทคนิคการควบคุม Damping เพื่อให้ได้แรงที่สัมพันธ์กับความเร็วตามเส้นทางที่กำหนดของปลายแขนหุ่นยนต์แบบ SCARA ใน 5 แกน เพื่อใช้การผ่าตัดเปลี่ยนสะโพกเช่นเดียวกัน

อีกตัวอย่างหนึ่ง Du, Huang, Tian, Liu [4] ได้ทำการศึกษาในเรื่องการใช้แขนหุ่นยนต์ในการฉายรังสีเนื้องอกมะเร็งในตับโดยให้มีแผลเล็ก ที่ใช้ภาพถ่ายจาก Ultrasonic มาช่วยบ่งบอกตำแหน่งของเนื้องอกมะเร็งในตับ ประเภทแขนหุ่นยนต์ที่ใช้เป็นแบบ SCARA โดยมีปลายแขนติดกับข้อมือที่มีอุปกรณ์ช่วยในการผ่าตัดหรือฉายรังสีที่มะเร็ง โดยจะไม่ไปทำลายเนื้อเยื่อส่วนอื่นๆ เช่นเดียวกันแขนหุ่นยนต์จะถูกควบคุมความเร็ว ตำแหน่ง และทิศทางในการเคลื่อนที่ รวมทั้งแรงที่กระทำบนเนื้อเยื่อ

กระบวนการของ Master-Slave หรือ การควบคุมแขนหุ่นยนต์ที่ใช้ในการผ่าตัดจริงโดยการควบคุมแขนหุ่นยนต์ขนาดเล็กโดยแพทย์ผู้เชี่ยวชาญในการผ่าตัด Sabatini, Bergamasco, Dario [6] ได้ทำการพัฒนาหุ่นยนต์ประเภท Master-Slave แบบ 4 แกนขึ้นมาใช้ในการผ่าตัดเนื้อเยื่อที่อ่อนนุ่ม โดยการวัดแรงจากใบมีดที่กระทำบนเนื้อเยื่อโดยใช้ Strain-gauge และใช้ ฯptical encoders ร่วมกับ Strain gauge ในการวัดองศาการเคลื่อนที่และแรงบิดในแต่ละข้อต่อของแขนหุ่นยนต์ เพื่อให้ได้ตำแหน่งที่ปลายแขนหุ่นยนต์ที่แน่นอน ในที่นี้ผู้ปฏิบัติการจะควบคุมตำแหน่งและแรงของปลายแขนหุ่นยนต์ผ่าตัดผ่าน Joystick ถ้าแรงที่ให้กับ Joystick มีค่ามากกว่าที่กำหนดไว้ ระบบควบคุมจะปรับแรงให้มีค่าเท่ากับแรงสูงสุดที่ตั้งไว้เพื่อป้องกันการทำลายเนื้อเยื่อ

การออกแบบแขนหุ่นยนต์ที่สามารถเคลื่อนที่ได้ใน 6 แกน นั้นจะต้องคำนึงถึงตำแหน่งของมอเตอร์ที่จะติดตั้งเพื่อใช้ในการขับเคลื่อนแต่ละ Links เพื่อที่จะหลีกเลี่ยงการใช้มอเตอร์ที่ใหญ่เกินความจำเป็น ซึ่งจะส่งผลให้แขนหุ่นยนต์มีน้ำหนักเบาและมีโมเมนต์ความเฉื่อยน้อย และตำแหน่งของมอเตอร์ควรจะมีความสมมาตรในแนวระนาบ xy ดังในรูปที่ 1 ซึ่งจะมีข้อดีคือ จะไม่ทำเกิดโมเมนต์ที่มีค่ามากรอบ

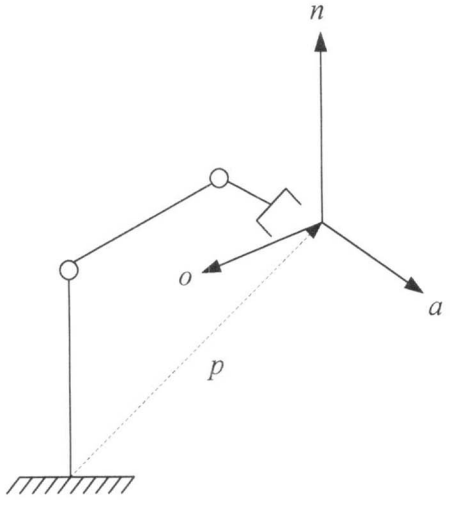
ฐาน (Trunk) ของแขนหุ่นยนต์ ในรูปที่ 1 แสดงแขนหุ่นยนต์แบบ PUMA 600 [1] ที่สามารถเคลื่อนที่ได้ใน 6 แกน ซึ่งแสดงในระบบพิกัด Cartesian ของแกนที่ 1 ($x_1y_1z_1$) ถึงแกนที่ 6 ($x_6y_6z_6$) ในรูปนี้แกนที่ 1 ถึง 5 เป็น Revolute joints ส่วนแกนที่ 6 เป็น Prismatic joint ในที่นี้มอเตอร์ของแกนที่ 1, 2, และ 3 จะอยู่ในระนาบเดียวกัน

2.2) จลนศาสตร์ (Kinematics)

จลนศาสตร์ (Kinematics) เป็นการศึกษาถึงตำแหน่ง (position) ความเร็ว (velocity) และความเร่ง (acceleration) ของจุดๆใดจุดหนึ่ง รวมถึงความเร็วเชิงมุม (angular velocity) และความเร่งเชิงมุม (angular acceleration) ของวัตถุ ซึ่งคุณสมบัติเหล่านี้จำเป็นที่จะใช้อธิบายถึงลักษณะของวัตถุแข็งเกร็ง (rigid body) ตำแหน่งของวัตถุสามารถบอกได้จากตำแหน่งของจุดที่อยู่บนวัตถุ ประกอบกับตำแหน่งเชิงมุม (angular position) ของวัตถุนั้น

หุ่นยนต์หรือแขนกลในทางจลนศาสตร์นั้นประกอบขึ้นมาจากการประกอบหรือการต่อกันของก้านโยง ซึ่งประมาณว่าก้านโยงนั้นมีคุณสมบัติเป็นวัตถุแข็งเกร็ง คือ มีการเปลี่ยนแปลงรูปร่างเมื่อมีสิ่งใดมากระทำ การต่อกันของแต่ละก้านโยงนั้นมีหลายวิธีซึ่งในการนำมาต่อกันนั้นเรียกได้ว่าเป็นจลนศาสตร์ลูกโซ่ ประกอบด้วยส่วนสำคัญ 2 ส่วน คือ ก้านโยง และข้อต่อ

การบอกตำแหน่ง และการหมุนของปลายแขนกล (End effector) สามารถแสดงอยู่ในรูปของการบอกตำแหน่งด้วยเวกเตอร์ **p** และการหมุนด้วย (**n,o,a**)



รูปที่2.1 ตำแหน่งและทิศทางของปลายแขนหุ่นยนต์ [1]

ส่วนประกอบทั้งสามกำหนดขึ้นในระบบพิกัดตามแกนคาร์ทีเซียนที่ยึดติดอยู่กับฐาน (fixed Cartesian frame at the base) ของหุ่นยนต์ โดยที่เวกเตอร์**a** คือเวกเตอร์มีขนาดหนึ่งหน่วยมีทิศทางเคลื่อนที่พุ่งเข้าไปหาวัตถุ ส่วนเวกเตอร์**o** มีทิศทางตามนิ้วจับชิ้นงานสองนิ้ว ในที่นี้คือ มีทิศทางตามจุดปลายทั้งสอง

ของนิ้วสองนิ้ว และเวกเตอร์**n** คือ เวกเตอร์ที่ตั้งฉาก โดยเวกเตอร์ทั้งหมดนี้เป็นไปตามกฎมือขวา คือ**n = o x a**

2.3) กระบวนการแปลงพิกัด (Transformation operators)

เป็นการบอกถึงการหมุนของวัตถุในสามมิติ และเพิ่มการบอกตำแหน่งพิกัดเข้าไป 1 คอลัมน์ โดยเมตริกซ์ที่ได้มีขนาด 4x4 มีลักษณะดังสมการ

$$T_{NA} = \begin{bmatrix} Rotation_{3\times3} & Translation_{3\times1} \\ 0 \quad 0 \quad 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & \vdots & P \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 \quad 0 \quad 0 & \vdots & 1 \end{bmatrix}$$

โดย **N**คือ แกนอ้างอิงเริ่มต้น และ**A** คือ แกนอ้างอิงสุดท้าย เช่น วัตถุมีการหมุนรอบแกน x_0เป็นมุม θและเลื่อนไปยังตำแหน่ง (1,1,0) ที่ตำแหน่งของแกนอ้างอิงที่ 1 สามารถเขียนได้ดังนี้

$$T_{NA} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 1 \\ 0 & \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ในทำนองเดียวกัน Transformation operator's นี้มีคุณสมบัติคล้ายกับเมตริกซ์การหมุน (Rotation matrix) คือ สามารถนำมาต่อกัน สำหรับกรณีที่มีการเคลื่อนย้ายวัตถุในหลาย ๆ แกนอ้างอิง เช่น

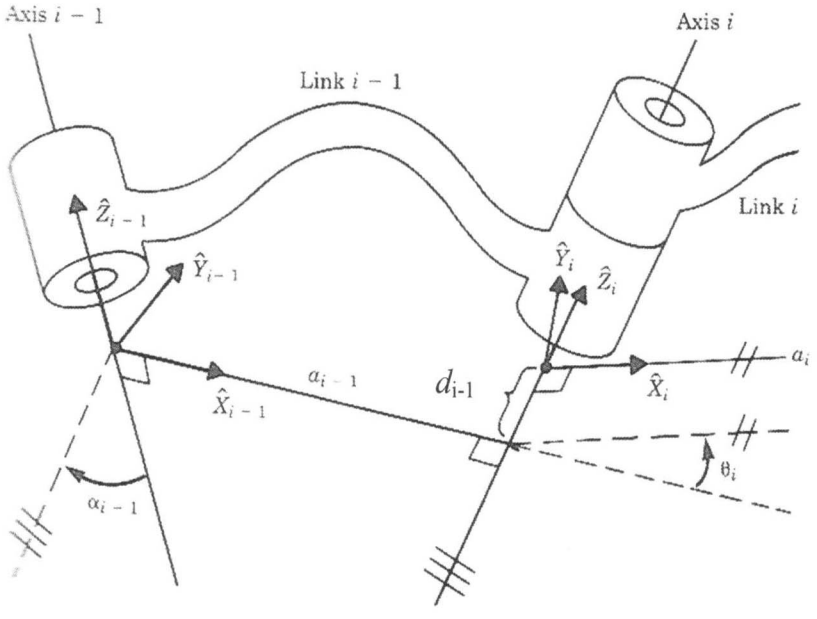
$$T_{03} = T_{01}T_{12}T_{23}$$

โดยที่แสดงถึง T_{03} เมตริกซ์การหมุนสามารถอ้างอิงได้จากแกนอ้างอิงที่ 0 ไปยังแกนอ้างอิงที่ 1 ไปยังแกนอ้างอิงที่2 และแกนอ้างอิงที่ 3 ในการคำนวณหาแกนอ้างอิงจากแกนที่ 0 ไปยังแกนที่ 2 ได้คือ

$$T_{02} = T_{01}T_{12}$$

2.4) ตัวแปรแบบDenavit – Hartenberg

การสร้างแขนกลโดยทั่วไปนั้นมักประกอบไปด้วยก้านโยงที่ต่อกันแบบอนุกรมด้วยข้อต่อ จากนั้นจะกำหนดแกนอ้างอิงที่ติดกับวัตถุ (Body fixed coordinate) ในแต่ละก้านโยง เพื่อคำนวณการเปลี่ยนแกนอ้างอิงจากแต่ละก้านโยงยังปลายสุดท้าย หรือจุดปลายของแขนกลโดยทั่วไปมักเป็นมือที่ใช้จับชิ้นงาน จากการคำนวณนี้สามารถบอกได้ว่าตำแหน่งใดในระนาบสามมิติ วิธีที่ยอมรับวิธีหนึ่ง ได้แก่ Demavit-Hartenberg notation หรือใช้ตัวย่อเรียกสั้น ๆ ว่า D-H notation จากรูปบอกถึงพารามิเตอร์ต่าง ๆ ใน D-H parameters ในกรณีของข้อต่อแบบหมุน (R: revolute joint) ตัวแปลที่เปลี่ยนแปลง (variable) คือ มุม θโดยระยะ**d**คงที่



รูปที่ 2.2 D-H notation for revolute joints [4]

โดยที่นิยามของตัวแปรมีดังนี้

a_i = ระยะจากแกน $\hat{z}_i$ ถึงแกน $\hat{z}_{i+1}$ วัดตามแนวแกน $\hat{x}_i$

α_i = มุมระหว่างแกน $\hat{z}_i$ ถึงแกน $\hat{z}_{i+1}$ วัดตามแนวแกน $\hat{x}_i$

d_{i-1} = ระยะจากแกน $\hat{x}_{i-1}$ ถึงแกน $\hat{x}_i$ วัดตามแนวแกน $\hat{z}_i$

θ_i = มุมระหว่างแกน ถึงแกน $\hat{x}_i$ หมุนรอบแกน $\hat{z}_i$

วิธีการกำหนดแกนมีดังนี้

1. เริ่มจากที่ฐานกำหนดแกนอ้างอิงเป็น 0 ร่วมกับแกนอ้างอิงหลัก (world coordinate frame)
2. กำหนดแกนในแต่ละแกนโยง ตามกฎมือขวาโดยแกนหมุนเป็นแกนเริ่มต้นที่ 0 เช่นในส่วนของข้อต่อแบบหมุน
3. กำหนดแกนของก้านโยง ถัดไปให้ดูตามแกนการหมุนโดยให้แกนนั้นเป็นแกน z_1
4. ทิศทางของแกน หาได้โดยได้มาจากผลลัพธ์ของ cross product $z_0 \times z_1$ แกนแต่ละแกนจะถูกกำหนดที่ส่วนปลายของข้อต่อ (distal joint) ของก้านโยง
5. กรณีมีระยะออฟเซตจะมีระยะ d_i หรือถ้าไม่มี $d_i = 0$
6. แกน z อยู่ร่วมในแนวเดียวกับแกนการหมุน

เมตริกซ์ Transformation จากแกน i-1 ไปยังแกน i ในรูปของ D-H notation สามารถเขียนอยู่ในเมตริกซ์ดังในสมการที่ (1)

$$T_i^{i-1} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i) & 0 & a_{i-1} \\ \sin(\theta_i)\cos(\alpha_{i-1}) & \cos(\theta_i)\cos(\alpha_{i-1}) & -\sin(\alpha_{i-1}) & -\sin(\alpha_{i-1})d_i \\ \sin(\theta_i)\sin(\alpha_{i-1}) & \cos(\theta_i)\sin(\alpha_{i-1}) & \cos(\alpha_{i-1}) & \cos(\alpha_{i-1})d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Jacobian นั้นมีนิยามเป็นความสัมพันธ์ทางจลศาสตร์เชิงอนุพันธ์หลายมิติระหว่างตัวแปร X และ Y สมมุติว่ามีหกความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ (X) และ ตัวแปรตาม (Y) ดังแสดงในสมการด้านล่าง

$$y_1 = f_1(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6)$$
$$y_2 = f_2(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6)$$
$$\vdots$$
$$y_6 = f_6(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6)$$

ซึ่งสามารถเขียนอยู่ในรูปที่กระชับโดยการใช้สัญลักษณ์แบบเวกเตอร์ได้ดังนี้

$$\mathbf{Y} = \mathrm{F}(\mathbf{X})$$

เมื่อทำการคำนวณหาอนุพันธ์ **Y** ที่เป็นฟังก์ชั่นของอนุพันธ์ของ **X**โดยใช้กฎลูกโซ่จากแคลคูลัส จะได้ว่า

$$\delta y_1 = \frac{\partial f_1}{\partial x_1}\delta x_1 + \frac{\partial f_1}{\partial x_2}\delta x_2 + \cdots + \frac{\partial f_1}{\partial x_6}\delta x_6,$$
$$\delta y_2 = \frac{\partial f_2}{\partial x_1}\delta x_1 + \frac{\partial f_2}{\partial x_2}\delta x_2 + \cdots + \frac{\partial f_2}{\partial x_6}\delta x_6,$$
$$\vdots$$
$$\delta y_6 = \frac{\partial f_6}{\partial x_1}\delta x_1 + \frac{\partial f_6}{\partial x_2}\delta x_2 + \cdots + \frac{\partial f_6}{\partial x_6}\delta x_6,$$

หรือสามารถเขียนยในรูปแบบเวกเตอร์ที่ง่ายขึ้นได้ดังนี้

$$\delta Y = \frac{\partial F}{\partial X}\delta X.$$

หรือ $\delta Y = J(X)\delta X.$

ดังนั้น Jacobian จะเป็นความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วของ **Y** เมื่อเทียบกับความเร็วของ **X**โดยที่ **X** อาจจะเป็นความเร็วเชิงมุมของแต่ละข้อต่อ และ **Y** ก็จะเป็นความเร็วเชิงเส้นของปลายแขนหุ่นยนต์

$$\dot{Y} = J(X)\,\dot{X}. \quad (2)$$

2.5) ระบบพลศาสตร์ (Dynamics)

พฤติกรรมทางพลศาสตร์ของแขนหุ่นยนต์จะถูกอธิบายในรูปแบบของอัตราการเปลี่ยนแปลงของเวลา ของท่าของแขนที่สัมพันธ์กับแรงบิดในแต่ละข้อต่อที่กระทำโดยมอเตอร์ ความสัมพันธ์นี้สามารถถูกแสดงด้วยชุดสมการเชิงอนุพันธ์ หรือที่เรียกว่าสมการการเคลื่อนที่ ที่ควบคุมการตอบสนองแบบพลศาสตร์ของแขนกลกับแรงบิดที่มาจากแต่ละข้อต่อ ระบบควบคุมจะถูกออกแบบบนพื้นฐานของสมการการเคลื่อนที่

ในปัจจุยันมีอยู่สองวิธีที่สามารถใช้เพื่อที่จะหาสมการการเคลื่อนที่ คือ 1.Newton - Euler formulation และ 2. Lagrangian formulation สมการ Newton - Euler formulation ได้มาโดยการตีความหมายโดยตรงของ กฎการเคลื่อนที่ข้อที่สองของ Newton ที่อธิบายด้วยระบบพลศาสตร์ในรูปแบบของแรงและโมเมนตัม สมการนี้จะรวมแรงทั้งหมดและโมเมนต์ที่กระทำบนก้านโยงของแขน รวมถึงแรงและโมเมนต์คู่ควบระหว่างก้านโยงสมการที่ได้จากเทคนิค Newton - Euler นั้นจะรวมแรงปฏิกิริยาระหว่างข้อต่อที่ติดกันด้วย ดังนั้น การจัดรูปสมการทางคณิตศาสตร์จะต้องกระทำเพื่อกำจัดเทอมเหล่านี้ออกไปและให้ได้ความสัมพันธ์ที่ชัดเจนระหว่างแรงบิดในแต่ละข้อต่อและผลลัพธ์ของการเคลื่อนที่ในรูปแบบของการเคลื่อนที่ของแต่ละข้อต่อในทางกลับกัน Lagrangian formulation พฤติกรรมทางพลศาสตร์ของระบบถูกอธิบายในรูปแบบของงานและพลังงานโดยใช้พิกัดในรูปทั่วไป แรงที่ไม่ได้งานทั้งหมดและแรงปฏิกิริยากำจัดออกไปโดยอัตโนมัติ สมการที่ได้โดยทั่วไปจะมีรูปแบบกระชับและแสดงออกในรูปแบบปิดในรูปแบบของ แรงบิดของข้อต่อและ การเคลื่อนที่ของข้อต่อ นอกจากนี้การคำนวณนั้นง่ายกว่าและเป็นระบบมากกว่าในวิธีการของ Newton-Eulerสมการการเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์เป็นพื้นฐานของการอธิบายของความสัมพันธ์ระหว่างแรงบิดที่ป้อนให้กับระบบในแต่ละข้อต่อและผลของการเคลื่อนที่ เช่น การเคลื่อนที่ของก้านโยงของแขน

2.5.1 ระบบพลศาสตร์แบบ Lagrangian Formulation

ในสมการNewton – Euler formulation ของการเคลื่อนที่นั้นได้มาจากกฎข้อที่สองของ Newton ซึ่งเป็นความสัมพันธ์ระหว่างแรงและโมเมนตัมและแรงบิด กับ โมเมนตัมเชิงมุม ผลลัพธ์ของสมการจะเกี่ยวข้องกับแรงปฏิกิริยา ที่ต้องถูกจำกัดออกไปเพื่อให้ได้สมการพลศาสตร์รูปแบบปิด ในเทคนิคNewton – EulerFormulationสมการจะไม่ถูกแสดงในรูปแบบของตัวแปรอิสระ และไม่รวมแรงบิดของแต่ละข้อต่อโดยตรงดังนั้นการจัดรูปทางคณิตศาสตร์นั้นจำเป็นในเทคนิคนี้ เพื่อให้ได้มาซึ่งสมการพลศาสตร์ในรูปแบบปิด นี้เป็นการแสดงถึงกระบวนการที่ซับซ้อนซึ่งต้องใช้ความเข้าใจระบบพลศาสตร์อย่างลึกซึ้งมาก

อีกทางเลือกหนึ่ง นอกเหนือจากเทคนิค Newton – EulerFormulationที่ประยุกต์ใช้กับระบบพลศาสตร์ของแขนหุ่นยนต์นั้นคือ เทคนิค Lagrangian Formulationซึ่งเป็นเทคนิคที่อธิบายถึงพฤติกรรมของระบบพลศาสตร์ในรูปแบบของงานและพลังงานที่ถูกจัดเก็บในระบบ แทนที่จะพิจารณาแรงและโมเมนตัมของชิ้นส่วนแต่ละตัวที่เกี่ยวข้อง แรงปฏิกิริยาภายในระบบจะถูกกำจัดออกไปโดยอัตโนมัติในสมการพลศาสตร์ด้วยเทคนิคของLagrangian สมการพลศาสตร์ในรูปแบบปิดสามารถหามาได้อย่างเป็นระบบ

กำหนดให้ $q_1,\cdots,q_n$ เป็นพิกัดทั่วไป ที่ระบุตำแหน่งระบบพลศาสตร์อย่างสมบูรณ์ โดยให้Tและ U เป็นผลรวมของพลังงานจลน์ทั้งหมด และ พลังงานศักย์ที่ถูกเก็บสะสมไว้ในระบบพลศาสตร์ทั้งหมดโดยจะกำหนดนิยามของฟังก์ชั่น Lagrangian ด้วยสัญลักษณ์ L

$$L(q_i,\dot{q}_i)=T-U \qquad (3)$$

โดยมีข้อสังเกตว่า เนื่องจากพลังงานจลน์จากการเคลื่อนไหวและพลังงานศักย์ทั้งหมดนั้น เป็นฟังก์ชั่นของ q_i และ $\dot{q}_i$, $(i=1,\cdots,n)$ ดังนั้นฟังก์ชั่นLagrangian ก็จะขึ้นอยู่กับตัวแปร q_i และ $\dot{q}_i$ ด้วยฉะนั้นการใช้ฟังก์ชั่น Lagrangianจะได้สมการของการเคลื่อนที่ของระบบพลศาสตร์ที่จะกำหนดด้วยสมการที่ (4)

$$\frac{d}{dt}\frac{L(q_i,\dot{q}_i)}{d\dot{q}_i}-\frac{L(q_i,\dot{q}_i)}{dq_i}=Q_i \; i=1,\cdots,n \qquad (4)$$

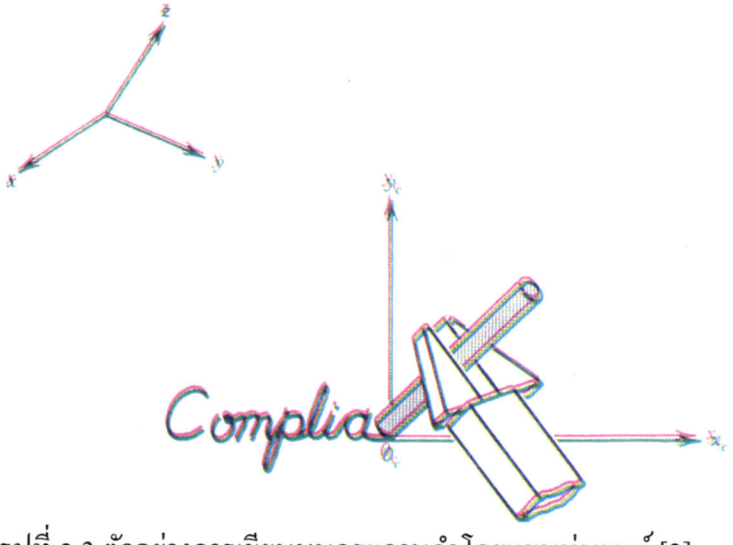
โดยที่ Q_i เป็นแรงในรูปทั่วไป ที่สอดคล้องกับพิกัด q_i ในรูปทั่วไป ซึ่งแรงในรูปทั่วไปสามารถหาได้ด้วยการพิจารณาจากงานที่กระทำโดยแรงจากภายนอกที่กระทำบนระบบ

2.6) การควบคุมแรงและการเคลื่อนที่

ส่วนใหญ่ในปัจจุบันหุ่นยนต์อุตสาหกรรมจะถูกนำมาใช้ในงานพ่นสีและทาสี เคลื่อนย้ายวัตถุโดยการหยิบและวาง หรือ งานเชื่อมเฉพาะจุด ซึ่งงานที่กล่าวมาทั้งหมดนี้โดยทั่วไปจะสามารถดำเนินได้อย่างเพียงพอด้วยการควบคุมตำแหน่งการเคลื่อนที่แบบป้อนกลับอย่างง่ายงานที่ใช้แขนหุ่นยนต์ซึ่งเป็นที่ต้องการมากในปัจจุบัน เช่นงานเชื่อมพลาสมาหรืองานตัดด้วยเลเซอร์ นั้นต้องใช้ความสามารถในการควบคุมการเคลื่อนที่ตามเส้นทางที่ซับซ้อนมากขึ้นด้วยในปัจจุบันยังมีแขนหุ่นยนต์จำนวนน้อยมากที่มีความสามารถในการทำงานเช่นการขันสกรูหรือการหมุนประแจที่ดูเหมือนง่ายๆสำหรับมนุษย์การทำงานที่คล้ายกับมนุษย์เช่นแขนหุ่นยนต์หยิบจับวัตถุที่เปราะบางหรือแม้แต่การประกอบรถยนต์ของเล่น นั้นแทบจะทำไม่ได้แม้ว่าจะใช้แขนหุ่นยนต์ที่ทันสมัยที่สุดการประกอบบนสายพานที่ใช้แขนหุ่นยนต์ยังคงเป็นเพียงงานทดลองในห้องปฏิบัติการมากกว่าที่จะนำมาประยุกต์ใช้ในงานทางอุตสาหกรรมจริงอย่างเป็นที่แพร่หลาย

การควบคุมการเคลื่อนที่และแรงที่กระทำไปพร้อมๆกันมีความเกี่ยวข้องกับการควบคุมของหุ่นยนต์ให้มีการสัมผัสกับ “สิ่งแวดล้อม” หรือ ชิ้นส่วนที่จะนำมาประกอบโดยแขนหุ่นยนต์หรือ รอยต่อเชื่อมที่ต้องการให้ต่อกัน และอื่น ๆ นอกจากนั้นแล้วการควบคุมการเคลื่อนที่และแรงไปพร้อมๆกันยังเป็นหัวข้องานวิจัยที่สำคัญในปัจจุบันยกตัวอย่างเช่นปัญหาของการเขียนด้วยแขนหุ่นยนต์บนกระดานดำดังแสดงในรูปที่ 3 การใช้การควบคุมเส้นทางการเคลื่อนที่เพียงอย่างเดียวจะไม่สามารถประยุกต์ใช้ได้อย่างถูกต้องเนื่องจากเวลาที่เกิดความผิดพลาดในทิศทางที่ตั้งฉากกับบอร์ดอาจจะส่งผลทำให้ชอล์คนั้นไม่สัมผัสกับบอร์ด หรือในทางตรงกันข้ามชอล์คอาจจะหักได้ถ้าแรงกดจากแขนหุ่นยนต์มากจนเกินไปดังนั้นในขณะที่มีการควบคุมเส้นทางการเคลื่อนที่บนระนาบของบอร์ดเพื่อให้สามารถเขียนข้อความให้อ่านได้ จะต้องมีการควบคุมแรงกดในแนวตั้งฉากกับบอร์ดด้วย เพื่อให้ชอล์คนั้นสัมผัสอยู่กับบอร์ดทุกขณะ มากกว่านั้นเราสามารถให้นิยามของกรอบของแรงที่กระทำ (หรือกรอบของงานที่แขนหุ่นยนต์จะไปสัมผัส) ซึ่งเป็นตัวบ่งชี้หรือเป็นการอธิบายลักษณะของผิวสัมผัสของชิ้นงานแบบง่าย ดังแสดงในรูปที่ 3 กรอบของแรงกระทำนั้นจะเป็นระบบพิกัดที่ตั้งฉากและเปลี่ยนแปลงตามเวลา ดังนั้นในทุกๆขณะและแต่ละทิศทาง งานจะสามารถ

ถูกอธิบายด้วยการควบคุมเส้นทางการเคลื่อนที่หรือการควบคุมแรงเพียงอย่างเดียวนั้นจะเป็นไปตามเงื่อนไขทางธรรมชาติอยู่แล้วเนื่องจากไม่สามารถควบคุมตำแหน่งการเคลื่อนที่และแรงในทิศเดียวกันไปพร้อมๆกันได้ เช่นเดียวกันกับในระบบไฟฟ้าที่เราไม่สามารถควบคุมทั้งแรงดันไฟฟ้าไปพร้อมๆกับกระแสไฟฟ้าที่ผ่านตัวต้านทาน ในตัวอย่างการเขียนบนบอร์ดของเรา (ในรูปที่ 3) จุดปลายของแขนหุ่นยนต์จะย้ายไปยังด้านหน้าของกระดานดำด้วย 6 ทิศที่อิสระ (degree of freedom)ทั้งในตำแหน่ง/ทิศทาง และ โดยที่แรง/แรงบิดนั้นจะไม่เป็นอิสระเนื่องจากไม่มีที่มาของแรงปฏิกิริยาในทันทีที่ชอล์กสัมผัสกับบอร์ด 1 ทิศที่อิสระของตำแหน่งจะหายไปแต่จะได้มาซึ่ง 1 ทิศที่อิสระของแรงตามแนวแกนz_cถ้าสมมุติว่าชอล์กนั้นถูกตรึงหรือติดกาวไว้กับกระดาน จะไม่มีความทิศที่อิสระทั้งในส่วนของตำแหน่ง/ทิศทาง แต่จะมีทิศที่อิสระของแรง/แรงบิดทั้ง 6 แกนในทางตรงกันข้ามหากกระดานดำถูกแทนที่ด้วยพื้นผิวที่"อ่อน"เรายังสามารถเลือกที่จะควบคุมตำแหน่งแทนที่จะควบคุมแรงตามแนวแกนz_c

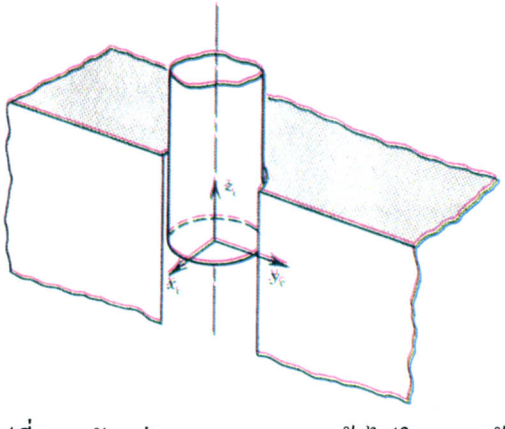


รูปที่ 2.3 ตัวอย่างการเขียนบนกระดานดำโดยแขนหุ่นยนต์ [2]

การเป็นคู่กันระหว่างการควบคุมตำแหน่งและการควบคุมแรงสามารถแสดงออกในรูปแบบของข้อจำกัดทางธรรมชาติและ ข้อจำกัดเทียมข้อจำกัดทางธรรมชาติของตำแหน่งหรือแรงถูกกำหนดด้วยรูปทรงเรขาคณิตของงานที่ถูกดำเนินการ ในตัวอย่างการเขียนบนกระดานดำ การมีกระดานดำนั้นแสดงถึงข้อจำกัดทางธรรมชาติในตำแหน่งตามทิศทางของแกน z_c มากกว่านั้นแล้วถ้าสมมุติว่าการสัมผัสระหว่างชอล์คและกระดานดำนั้นไม่มีความฝืดหรือแรงเสียดทานข้อจำกัดทางธรรมชาติของแรงจะเกิดขึ้นตามแนวกน x_c และ y_c เนื่องจากแรงในแนวสัมผัสต้องเป็นศูนย์ สามข้อจำกัดทางธรรมชาติเพิ่มเติมนั้นจะแสดงถึงความจริงที่ว่าแรงบิดปฏิกิริยาที่ O_c นั้นไม่มี ดังนั้นแรงบิดรอบแกน x_c, y_cและ z_c ของกรอบของแรงที่กระทำต้องเป็นศูนย์ยิ่งกว่านั้นเส้นทางการเคลื่อนที่ๆต้องการหรือแรงที่ระบุโดยผู้ใช้นั้นจะถูกนิยามเป็นข้อจำกัดเทียม ที่เกี่ยวข้องกับงานที่กระทำในตัวอย่างการเขียนบนกระดานดำ ข้อจำกัดเทียมจะประกอบไปด้วยข้อความที่เขียน (ข้อจำกัดตามเส้นทางในแกน x_c และ y_c)และจากทิศทางที่ต้องการของปลายแขนหุ่นยนต์ข้อจำกัดของเทียมนั้นจะต้องเข้ากันได้กับข้อจำกัดของธรรมชาติเนื่องจากเราไม่สามารถควบคุมทั้งแรงและตำแหน่ง

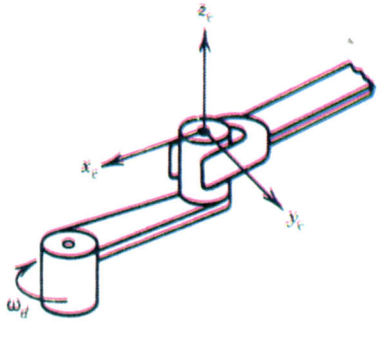
ตามทิศที่อิสระไปพร้อมๆกันได้หรืออีกนัยหนึ่งตำแหน่งและแรงในแต่ละทิศทางจะถูกกำหนดโดยข้อจำกัดทางธรรมชาติหรือข้อจำกัดเทียมอย่างใดอย่างหนึ่งดังนั้นผลรวมของจำนวนของข้อจำกัด ทางธรรมชาติและจำนวนของข้อจำกัดเทียมจะเท่ากับจำนวนของทิศที่อิสระของปริภูมิที่จำกัด (6 ทิศที่อิสระในปัญหาทั่วไป) โดยมีข้อสังเกตว่าในบางกรณีบางส่วนของข้อจำกัดทางธรรมชาติอาจจะถูกแสดงออกในรูปของข้อจำกัดเทียมหรือในสลับกัน เช่น ถ้าแรงเสียดทานระหว่างชอล์คและกระดานดำนั้นจำลองด้วยแรงเสียดทานแบบ coulomb แรงในแนวสัมผัสตามแกน x_c และ y_c นั้นขึ้นกับแรงในทิศตั้งฉากตามแกน z_c

ในตัวอย่างการเขียนบนกระดานดำจุดกำเนิดของกรอบของแรงที่กระทำอยู่ที่จุด O_c ซึ่งจะถูกเลือกเป็นจุดสัมผัสระหว่างชอล์คและกระดานดำ งานที่เราต้องการสามารถอธิบายได้โดยการหาแรงสัมผัสที่ต้องการ (หรือช่วงของแรงสัมผัสที่ยอมรับหรือเป็นไปได้) ในทิศตามแนวแกน z_b โดยในขณะเดียวกันที่ก็ทำการรักษาตำแหน่งในแกน x_c และ y_c ให้อยู่ที่จุดศูนย์ ในอีกนัยหนึ่งทิศทางที่ต้องการถูกอธิบายด้วยคุณลักษณะของการเคลื่อนที่ของจุดกำเนิดที่จุด O_c ของของแรงที่กระทำ ทางเลือกของกรอบของแรงที่กระทำโดยทั่วไปจะขึ้นอยู่กับงานที่เฉพาะเจาะจงที่จะดำเนินการ ตัวอย่างของชนิดของงานและตัวเลือกที่เป็นไปได้ของกรอบของแรงที่กระทำนั้นถูกแสดงอยู่ในรูปที่ 4-6 พร้อมกับข้อจำกัดทางธรรมชาติและข้อจำกัดเทียมที่เกี่ยวข้องกับงานนั้นๆ พิกัดเวกเตอร์นั้นถูกอธิบายในกรอบของแรงที่กระทำจะเรียกว่าเป็นพิกัดพื้นที่การทำงาน



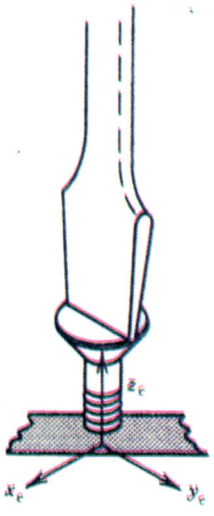
Natural Constraints	Artificial Constraints
$v_x = 0$	$f_x = 0$
$v_y = 0$	$f_y = 0$
$f_z = 0$	$v_z = v_d$
$\omega_x = 0$	$\tau_x = 0$
$\omega_y = 0$	$\tau_y = 0$
$\tau_z = 0$	$\omega_z = 0$

รูปที่ 2.4 ตัวอย่างการสอดหมุดเข้าไปในหลุมด้วยความเร็วที่ต้องการท่ากับ v_d [2]



Natural Constraints	Artificial Constraints
$v_x = 0$	$f_x = 0$
$f_y = 0$	$v_y = 0$
$v_z = 0$	$f_z = 0$
$\omega_x = 0$	$\tau_x = 0$
$\omega_y = 0$	$\tau_y = 0$
$\tau_z = 0$	$\omega_z = \omega_d$

รูปที่ 2.5 ตัวอย่างการหมุนด้ามจับด้วยความเร็วเชิงมุมที่ต้องการท่ากับ ω_d [2]



Natural Constraints	Artificial Constraints
$v_x = 0$	$f_x = 0$
$v_y = 0$	$v_y = 0$
$f_z = 0$	$v_z = p\omega_d$
$\omega_x = 0$	$\tau_x = 0$
$\omega_y = 0$	$\tau_y = 0$
$\tau_z = 0$	$\omega_z = \omega_d$

รูปที่ 2.6 ตัวอย่างการขันน็อตด้วยความเร็วเชิงมุมที่ต้องการท่ากับ ω_d [2]

สองเทคนิคสำหรับการควบคุมการเคลื่อนที่และแรงที่กระทำที่กล่าวถึงนี้ คือ การควบคุมความต้านทาน และ การควบคุมไดนามิคแบบไฮบริท ในเทคนิคแรกคือการควบคุมความต้านทานนั้นจะไม่ได้กำหนดคุณลักษณะของแรงหรือตำแหน่งที่ต้องการ แต่จะกำหนดการความสัมพันธ์ทางพลศาสตร์ที่ต้องการระหว่างแรงและตำแหน่ง หรืออีกนัยหนึ่งคือความยืดหยุ่นเชิงกล หรือ “ความต้านทาน” ซึ่งเทคนิคนี้จะเป็นวิธีที่ง่ายและสามารถทนทานต่อความไม่แน่นอนของตัวแปรในระบบแต่ส่วนใหญ่จะถูกจำกัดให้มีการเคลื่อนไหวที่ค่อนข้างช้าในเทคนิคที่สองคือการควบคุมไดนามิคแบบไฮบริทเทคนิคนี้ประกอบด้วยการเขียนสมการพลศาสตร์ของแขนหุ่นยนต์โดยตรงในรูปแบบของพิกัดของปลายแขนหุ่นยนต์(หรือพิกัดการดำเนินงาน) แทนพิกัดของการเคลื่อนที่ในแต่ละข้อต่อ q และจากนั้นสามารถควบคุมตำแหน่ง แรง หรือความต้านทานเชิงกลตามแต่ละแกนของกรอบแรงที่กระทำถึงแม้ว่าเทคนิคนี้จะต้องใช้สมการพลศาสตร์แขนหุ่นยนต์เต็มรูปแบบในทุกๆความเร็วการควบคุมไดนามิกแบบไฮบริดทางอุดมคติแสดงปัญหาความทนทานที่เกิดขึ้นคล้ายกับวิธีการคำนวณแรงบิดอย่างหนึ่งที่ว่าโดยทั่วไปสมการพลศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญที่เกี่ยวข้องกับปริภูมิของงานมากกว่าปริภูมิของข้อต่อดังนั้นแทคนิคจึงเหมาะสมที่สุดสำหรับหุ่นยนต์ที่มีสมการพลศาสตร์แบบง่ายหรือที่ความเร็วค่อนข้างต่ำสำหรับหุ่นยนต์ที่มีแรงโน้มถ่วงและแรงเสียดทานสำคัญในสมการพลศาสตร์ โดยทั่วไปการควบคุมการเคลื่อนที่และแรงที่กระทำแสดงความลักษณะที่ทนทานโดยเฉพาะในปัญหาที่เชื่อมโยงกับผลกระทบที่สำคัญ เช่น แรงเสียดทาน ความยืดหยุ่นของข้อต่อและก้านโยง และ การคล่อนตัวของการส่งผ่านกำลังของเกียร์

2.7) การควบคุมความยืดหยุ่นแบบ Passive

เพื่อแก้ปัญหาการขีดบนกระดานดำในส่วนก่อนหน้านี้ เทคนิคนี้เป็นไปได้เมื่อปลายแขนหุ่นยนต์นั้นจะมีอุปกรณ์เชิงกลที่ประกอบด้วยสปริง และ โช้ค ติดอยู่เพื่อหุ่นยนต์จะได้รักษาทิศทางที่เหมาะสมกับ

สำนักงานคณะกรรมการวิจัยแห่งชาติ ห้องสมุดงานวิจัย

ชิ้นงาน คล้ายกับงานของ Drake ในปี 1977ที่ได้แสดงการใช้แขนหุ่นยนต์ที่ติดกับอุปกรณ์เชิงกลที่มีความยืดหยุ่นเชิงเส้นและเชิงมุมที่น้อยเพื่อใช้ในการสอดแท่งโลหะเข้าไปในรู อุปกรณ์เชิงกลแบบ Passive นี้เป็นที่รู้จักกันในชื่อว่าRCC (Remote Center Comliance) โดยอาศัยหลักการบนพื้นฐานและการสังเกตที่ว่าการ"ดึง"วัตถุลงในหลุมนั้นง่ายกว่าการจะ"ดัน" วัตถุลงในหลุม ในรูปแบบทางเทคนิคอุปกรณ์เชิงกลแบบ RCC สามารถทำให้จุดศูนย์กลางแรงนั้นย้ายไปอยู่ที่จุดปลายของแท่งโลหะ โดยที่นิยามของจุดศูนย์กลางแรงนั้นจะเป็นจุดที่แรงกระทำเชิงเส้นจะทำให้เกิดเฉพาะการเคลื่อนที่ในแนวเชิงเส้นเท่านั้นในขณะที่แรงบิดที่กระทำที่จุดศูนย์กลางแรงจะทำให้เกิดการหมุนรอบจุดนั้นเพียงอย่างเดียว เมื่อจุดศูนย์กลางแรงกระทำเกิดขึ้น (หรือ ถูกสร้างให้เกิดขึ้น) มันก็จะเป็นตัวเลือกทางธรรมชาติที่จะใช้เป็นจุดศูนย์กลางของกรอบของแรงที่กระทำ โดยจะให้เป็นจุดที่เรียกว่าจุด O_c

อุปกรณ์เชิงกลแบบ Passive ดังเช่น RCC จะสามารถให้ผลการตอบสนองได้แบบรวดเร็วและเป็นอุปกรณ์ที่มีราคาไม่แพงนักถึงอย่างไรก็ตามการประยุกต์ใช้งานอุปกรณ์เหล่านี้จะถูกจำกัดกับงานที่เฉพาะเจาะจงมาก เช่น อุปกรณ์เชิงกลแบบRCCสามารถประยุกต์ใช้ได้กับแท่งโลหะที่มีขนาดความยาวจำกัดและมีองศาการหมุนเมื่อเทียบกับปลายแขนหุ่นยนต์ในบางทิศทางเท่านั้นแต่ในส่วนของอุปกรณ์แบบ active ที่ต้องใช้การโปรแกรมจะช่วยให้แขนหุ่นยนต์สามารถประยุกต์ใช้ได้กับชิ้นส่วนประเภทต่างๆหรือ จะสามารถเปลี่ยนแปลงของลักษณะการยืดหยุ่นของปลายแขนหุ่นยนต์ตามขั้นตอนต่างๆในการประกอบชิ้นงาน

โดยทั่วไปแล้ว ความยืดหยุ่นของปลายแขนหุ่นยนต์จะขึ้นอยู่กับความยืดหยุ่นของเซอร์โวมอเตอร์ในข้อต่อ ความยืดหยุ่นทางกลของแต่ละข้อต่อ และ รวมถึงความยืดหยุ่นของก้านโยงด้วย ในทางกลับกัน เราจะสามารถคำนวณหาความยืดหยุ่นในแต่ละข้อต่อเพื่อที่จะให้ได้ความยืดหยุ่นของจุดปลายแขนหุ่นยนต์ตามที่ต้องการ ความยืดหยุ่นในแต่ละข้อต่อที่ต้องการนี้สามารถที่จะทำได้โดยการใช้การออกแบบตัวควบคุมที่เหมาะสม

ในส่วนนี้ เราจะสมมุติว่าผลกระทบของความยืดหยุ่นทางกลของแต่ละข้อต่อ และความยืดหยุ่นของก้านโยงสามารถไม่ต้องนำมาพิจารณาได้มาพิจารณาปัญหาของการบรรลุความยืดหยุ่นของปลายแขนหุ่นยนต์โดยการโปรแกรมที่ต้องการของปลายแขนหุ่นยนต์ลักษณะความยืดหยุ่นที่ต้องการสามารถอธิบายได้โดยเมทริกซ์ความยืดหยุ่น K_P ที่ถูกแสดงในปริภูมิของงานที่กระทำแรง F ที่จะผลักให้ปลายแขนหุ่นยนต์กลับไปยังตำแหน่งที่ต้องการสามารถสร้างขึ้นที่ปลายแขนหุ่นยนต์ในการตอบสนองการเคลื่อนที่ δx ขนาดเล็กจากตำแหน่ง x_d ที่ต้องการหรือตำแหน่งปกติจะถูกนิยามเป็น

$$F = -K_p \delta x \tag{5}$$

โดย F, K_p และ δx นั้นจะถูกแสดงในพิกัดของพื้นที่การทำงาน เมทริกซ์ K_P ที่ถูกกำหนดให้เป็นบวกโดยทั่วไปจะถูกเลือกให้เป็นแบบทแยงมุมและ K_P ประกอบด้วยความยืดหยุ่นที่ต่ำในทิศทางของปริภูมิของงานที่กระทำซึ่งต้องการควบคุมความยืดหยุ่น และ K_P ประกอบด้วยความยืดหยุ่นที่มาก (จำกัดโดยช่วงความถี่ที่สามารถควบคุมได้ที่มีอยู่เท่านั้น) สำหรับทิศทางของที่ต้องการควบคุมตำแหน่งการเคลื่อนที่ซึ่งแรง

ที่จะผลักให้ปลายแขนหุ่นยนต์กลับไปยังตำแหน่งที่ต้องการ(5) สามารถทำได้จริงโดยการใช้แรงบิดในแต่ละข้อต่อ

$$\tau = J^T F \tag{6}$$

โดย J เป็นJacobain ของแขนหุ่นยนต์โดยที่ Jacobainจะถูกแสดงในปริภูมิของงานที่กระทำ และจะแสดงความสัมพันธ์ระหว่างระยะการเคลื่อนที่กับการเคลื่อนที่ของข้อต่อ

$$\delta x = J\delta q \tag{7}$$

ดังนั้นสมการ (6) และ (7) สามารถจะเขียนใหม่ได้เป็น

$$\tau = -\left(J^T K_P J\right)\delta q \tag{8}$$

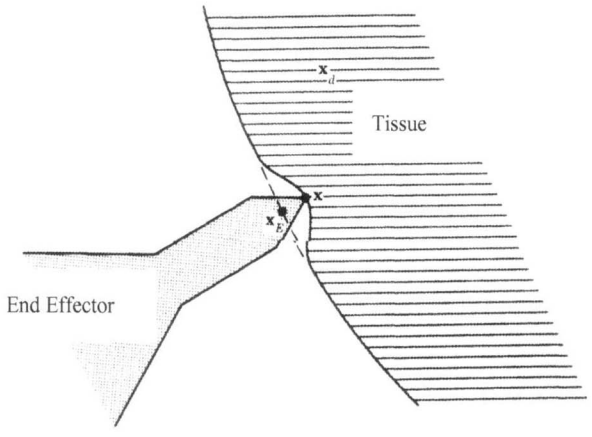
เทอม $K_q := J^T K_P J$ ในสมการ (8) จะถูกเรียกว่า "เมทริกซ์ความยืดหยุ่นของข้อต่อ"สมการที่ (8) นี้จะช่วยให้เราสามารถแสดงความสัมพันธ์ของความยืดหยุ่นของงานที่กระทำระหว่าง แรงบิด τ ในข้อต่อ และการเคลื่อนที่ของข้อต่อ q ซึ่งเป็นตัวแปรที่เกี่ยวข้องโดยตรงกับระบบการควบคุมเมทริกซ์ความยืดหยุ่นของข้อต่อ K_q จะไม่มีรูปแบบทแยงมุมหรือ อีกนัยหนึ่งความยืดหยุ่นของจุดปลายแขนที่ต้องการที่ตำแหน่งใดๆ สามารถควบคุมได้โดยการเปลี่ยนแปลงแรงบิดนแต่ละข้อต่อให้สัมพันธ์กันอย่างที่เหมาะสม สำหรับการตอบสนองที่ทำให้เกิดการเคลื่อนที่ขนาดเล็กของจุดปลายแขนหุ่นยนต์ แม้ว่า K_q คือไม่สามารถคำนวณหาได้เมื่อแขนหุ่นยนต์เข้าถึงจุดเอกพจน์หรือเมื่อแขนหุ่นยนต์เข้าถึงบริเวณขอบเขตการทำงานซึ่งจะสื่อว่าการควบคุมความยืดหยุ่นแบบ active นั้นไม่สามารถกระทำได้ในทุกทิศทาง หรือ แขนหุ่นยนต์ไม่สามารถออกแรงกระทำงานได้ในทุกทิศทาง

เมทริกซ์ Jacobian ใน (7) และ (8) สามารถถูกคำนวณที่จุดใดๆของปลายแขนหุ่นยนต์ (หรือแม้กระทั่งที่จุดใด ๆ อยู่นิ่งเมื่อเทียบกับปลายแขนหุ่นยนต์) ดังนั้นเราไม่เพียงแต่จะระบุทิศทางที่ตั้งฉาก(หรือตามทิศทางหลักของความยืดหยุ่น) เพื่อให้ได้ความยืดหยุ่นที่ต้องการ แต่ยังสามารถควบคุมตำแหน่งของจุดที่แรงมากระทำให้อยู่ที่จุดใดก็ได้ในปลายแขนหุ่นยนต์ความสามารถนี้จะมีประโยชน์อย่างมากสำหรับงานการประกอบชิ้นงานเนื่องจากมันช่วยให้เราย้ายจุดที่แรงมากระทำ (ให้เป็นจุดศูนย์กลางของพิกัดที่คำนวณหาแรง) ไปยังตำแหน่งใดก็ได้พร้อมๆกับระบุทิศทางหลักของความยืดหยุ่น (ให้อยู่ในแนวเดียวกันกับพิกัดของแรงที่กระทำ)และ ให้ได้ความยืดหยุ่นที่ต้องการอีกด้วย

2,8) การควบคุมความต้านทานแบบ active

การควบคุมความต้านทานเป็นการพัฒนาต่อเนื่องจกาการควบคุมความยืดหยุ่นดังที่กล่าวในหัวข้อ 2.7 ที่สามารถประยุกต์ใช้กับการเคลื่อนที่ในปริภูมิของงานขนาดใหญ่:

$$\tilde{x} := x - x_d \tag{9}$$



รูปที่ 2.7ความยืดหยุ่นของเนื้อเยื่อเมื่อสัมผัสโดยแขนหุ่นยนต์ [2]

ซึ่งจะประกอบด้วยการควบคุมการโต้ตอบแบบพลศาสตร์ระหว่างแขนหุ่นยนต์และสภาพแวดล้อมโดยตรง ใน ปริภูมิของงาน โดยการใช้กฎในควบคุมซึ่งอธิบายดังนี้

$$\tau = \hat{g}(q) - J^T(q)\left[K_p\tilde{x} + K_D\dot{\tilde{x}}\right] \tag{10}$$

โดยที่ $\hat{g}(q)$ คือค่าประมาณของแรงบิดที่เกิดจากแรงโน้มถ่วง และ $J(q)$ คือJacobian ของแขนหุ่นยนต์ เวกเตอร์การเคลื่อนที่ $\tilde{x}$ และเมทริกซ์ J^T และ K_p โดยทั่วไปจะแสดงออกโดยตรงในพิกัดของงานที่กระทำ เมทริกซ์ K_p และ K_D ใน (10) สามารถตีความเป็น“ความยืดหยุ่น” และ “การสูญเสียพลังงาน” ของแขนหุ่นยนต์ที่เทียบกับสภาพแวดล้อมเทอมของแรงของปริภูมิงานที่กระทำ $-\left[K_p\tilde{x} + K_D\dot{\tilde{x}}\right]$ถูกเปลี่ยนไปอยู่ในพิกัดของเวกเตอร์แรงบิดโดยการใช้ $J^T(q)$ ตามที่ (10)จากความสัมพันธ์ที่ (10) การควบคุมความต้านทานจะกระทำให้จุดของแรงที่กระทำมาอยู่ในตำแหน่งอ้างอิง x_d

การควบคุมความต้านทานในสมการ (10) จะเชื่อมความสัมพันธ์แบบพลศาสตร์ระหว่างแรงและตำแหน่ง แทนที่จะเป็นการควบคุมแรงหรือตำแหน่งโดยตรง ซึ่งเทคนิคนี้มีคุณลักษณะข้อดี คือความเรียบง่ายและทนทานต่อตัวแปรความไม่แน่นอนภายนอก (ยกเว้นผลกระทบของแรงโน้มถ่วง) และ มีข้อบกพร่องโดยเฉพาะประสิทธิภาพทางพลศาสตร์

ประเภทของเนื้อเยื่อมีความสำคัญต่อแรงที่แขนหุ่นยนต์จะกระทำบนเนื้อเยื่อ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในเรื่องของความยืดหยุ่นและการคืนรูปของเนื้อเยื่อ และ รวมไปถึงผิวสัมผัส [2] ดังในรูปที่ 7ดังนั้นในการจำลองการผ่าตัดจะต้องคำนึงถึงเรื่อง แรงเสียดทานบนผิวสัมผัสระหว่างใบมีดกับเนื้อเยื่อและความคมของใบมีดและความเร็วในการเคลื่อนที่ของใบมีดที่ติดกับแขนหุ่นยนต์ สำหรับเนื้อเยื่อแต่ละชนิดที่มีความยืดหยุ่นต่างกัน เพื่อให้ได้แผลที่มีขนาดเล็กและไม่ทำลายเนื้อเยื่อรอบข้าง เพราะฉะนั้น ปลายแขนหุ่นยนต์จะต้องถูกควบคุมทั้งเส้นทางการเคลื่อนที่และแรงทั้งในแนวตั้งฉากไปพร้อมกัน