

การคำนวณความต้านทานสูญเสียของวงจรอนุกรม RLC ที่ไม่เป็น อุดมคติสำหรับปฏิบัติการฟิสิกส์ของนักศึกษาปริญญาตรีชั้นปี 1

พาดิน พูลจักร์ สหนอง กลิ่นเกษร ธวัชชัย นิ่มพญา นนทกช ศิริพงษ์ศักดิ์
ธารินทร์ นิ่มแสง วันดี อ่อนเรียบร้อย และตุลา จูฑะรสก*

ภาควิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี กรุงเทพมหานคร 10140

*E-mail: tula.jut@mail.kmutt.ac.th

รับบทความ: 8 พฤษภาคม 2564 แก้ไขบทความ: 19 สิงหาคม 2564 ยอมรับตีพิมพ์: 23 กันยายน 2564

บทคัดย่อ

วงจรอนุกรม RLC เป็นหัวข้อที่มักใช้เป็นปฏิบัติการพื้นฐานฟิสิกส์สำหรับนักศึกษาชั้นปีที่ 1 ที่สอดคล้องหัวข้อในรายวิชาฟิสิกส์พื้นฐาน การศึกษาหาค่าความถี่เรโซแนนซ์สามารถทำได้โดยปรับค่าความถี่ของแหล่งกำเนิดไฟฟ้าที่ต่ออนุกรมอยู่กับตัวต้านทาน (R) ตัวเหนี่ยวนำ (L) และตัวเก็บประจุ (C) เมื่อเกิดการเรโซแนนซ์ในทางปฏิบัติจะพบว่าความต่างศักย์ที่ตกคร่อมตัวต้านทาน (V_R) จะมีค่าไม่เท่ากับความต่างศักย์ไฟฟ้าจากแหล่งกำเนิดไฟฟ้าเนื่องมาจากความต้านทานที่สูญเสียในวงจรอนุกรม RLC ที่ไม่เป็นอุดมคติ (R_{loss}) ดังนั้นขณะทำการทดลองมักมีคำถามจากนักศึกษาว่า “เหตุใดเมื่อเกิดความถี่เรโซแนนซ์ขึ้น ค่าความต่างศักย์ที่ตกคร่อมที่ความต้านทาน จึงมีค่าไม่เท่ากับแรงเคลื่อนไฟฟ้าจากแหล่งกำเนิดไฟฟ้า” งานวิจัยนี้จึงได้ออกแบบการทดลองเพื่อให้นักศึกษาสามารถคำนวณความต้านทานสูญเสียโดยสร้างความสัมพันธ์เชิงเส้นระหว่างผลต่างของความต่างศักย์ไฟฟ้าของแหล่งกำเนิดไฟฟ้าและความต่างศักย์ไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวต้านทานกับกระแสสูงสุดในวงจร โดยอาศัยกฎของ Kirchhoff และกฎของโอห์ม และระบุความแตกต่างระหว่างเฟสของความต่างศักย์ไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวเก็บประจุที่ไม่เป็นอุดมคติและความต่างศักย์ไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวเหนี่ยวนำที่ไม่เป็นอุดมคติได้

คำสำคัญ: ความต้านทานสูญเสีย วงจรอนุกรม RLC ชุดการทดลองปฏิบัติการทางฟิสิกส์

The Calculation of Loss Resistance in Non-Ideal Series RLC Circuit for First-Year Undergraduate Physics Laboratory

Panin Poolchak, Sanong Kinkasorn, Thawatchai Nimpaya,
Nontakoch Siriphongsapak, Tanin Nimsang,
Wandee Onreabroy and Tula Jutarosaga*

Department of Physics, Faculty of Science, King Mongkut's University of
Technology Thonburi, Bangkok 10140, Thailand

*E-mail: tula.jut@mail.kmutt.ac.th

Received: 8 May 2021 Revised: 19 August 2021 Accepted: 23 September 2021

Abstract

The *RLC* series circuit is one of the topics most often used as a practice in physics laboratory for first-year students. The study is often based on the adjustment of the frequency of the function generator connected in series with a resistor (R), an inductor (L) and a capacitor (C). When resonance occurs, in practice, the voltage across the resistor (V_R) is not equal to the voltage difference across the generator. This is due to the loss resistance (R_{loss}) in a non-ideal series *RLC* circuit. Therefore, while conducting the experiment, there is often a question, "Why is the potential difference across the resistance not equal to the voltage difference across the generator when the resonance occurs?" Using to Kirchhoff's law and Ohm's law, this experiment was designed to 1) calculate the loss resistance using a linear relationship between the difference of voltage across the generator and the voltage across the resistor and the maximum current as well as 2) to determine the phase difference between the voltage across a non-ideal capacitor and the voltage across a non-ideal inductor.

Keywords: Loss resistance, *RLC* series circuit, Physics experiment kit

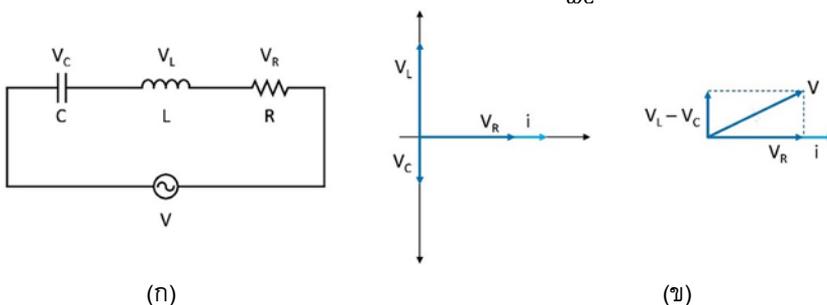
บทนำ

วงจรอนุกรม *RLC* เป็นพื้นฐานของการทดลองสำหรับรายวิชาปฏิบัติการของนักศึกษาชั้นปีที่ 1 ในรายวิชาฟิสิกส์ของนักศึกษาในสาขา

คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ตามมาตรฐานคุณวุฒิระดับปริญญาตรี สาขาวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ พ.ศ. 2554 (Office of the Permanent Secretary MHESI, 2011) ที่ต้องมีรายวิชาฟิสิกส์ที่เป็นทฤษฎี

จำนวนไม่น้อยกว่า 3 หน่วยกิต ประกอบด้วย กลศาสตร์ การสั่นและคลื่น อุณหพลศาสตร์ ของไหล สนามไฟฟ้า สนามแม่เหล็ก แสง เสียง ฟิสิกส์ยุคใหม่ และรายวิชาปฏิบัติการจำนวนหน่วยกิตไม่น้อยกว่า 1 หน่วยกิต ที่มีเนื้อหาการทดลองสอดคล้องกับหัวข้อในวิชาฟิสิกส์ ซึ่งการจัดการรายวิชาปฏิบัติการฟิสิกส์ปกติจะจัดการเรียนการสอนหลาย ๆ หัวข้อ เพื่อให้ให้นักศึกษามีประสบการณ์ที่หลากหลาย หัวข้อเรื่องวงจรไฟฟ้าเป็นหัวข้อหนึ่งที่ถูกเลือกใช้เพราะมีความเกี่ยวข้องกับทั้งการสั่น คลื่น ไฟฟ้าและแม่เหล็ก และทฤษฎีวงจรไฟฟ้า การจัดการเรียนการสอนจึงมักใช้ชุดอุปกรณ์การทดลอง RLC เป็นฐานการเรียนรู้เรื่องวงจรไฟฟ้าทั้งในรายวิชาฟิสิกส์พื้นฐานและรายวิชาอิเล็กทรอนิกส์ (Mazzolini *et al.*, 2012) เพื่อให้ นักศึกษาเข้าใจประเด็นสัญญาณไฟฟ้า เช่น การอ่านค่าสัญญาณด้วยออสซิลโลสโคป การหาแอมพลิจูด ความถี่ และคาบของสัญญาณ การหาความแตกต่างของเฟสของสัญญาณ การวิเคราะห์ความถี่เรโซแนนซ์ การหาค่ากระแสไฟฟ้าสูงสุด รวมถึงการใช้เครื่องมือทางไฟฟ้าอย่างถูกต้อง ซึ่งหัวข้อวงจร RLC ยังสามารถจำลองสำหรับการสอนทางไกล (Tlaczala *et al.*, 2009) หรือสอนควบคู่กับหัวข้อสมการเชิงอนุพันธ์ (Graham, 1997)

วงจร RLC ในการทดลองเป็นวงจร force oscillation ที่ใช้แหล่งจ่ายกระแสไฟฟ้าเป็น function generator ต่ออนุกรมเข้ากับตัวต้านทาน (resistor) ตัวเก็บประจุ (capacitor) และตัวเหนี่ยวนำ (inductor) (Department of Physics, Faculty of Science, King Mongkut's University of Technology Thonburi, 2021) ก่อนการทดลองนักศึกษาต้องศึกษาทฤษฎีของวงจร ความสัมพันธ์ของกระแสไฟฟ้าและความต่างศักย์ไฟฟ้า ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ในวงจรอนุกรม RLC โดยสมการของกระแสไฟฟ้าที่ไหลในวงจรอยู่ในรูปฟังก์ชันไซน์ $I(t) = I_0 \sin(\omega t)$ โดย I_0 คือ ค่าแอมพลิจูดของกระแสไฟฟ้า จากกฎของ Kirchhoff และความสัมพันธ์ระหว่างกระแสและความต่างศักย์ไฟฟ้า ซึ่งสามารถแสดงค่าความต่างศักย์ไฟฟ้าที่ตกคร่อมอุปกรณ์ต่าง ๆ ของวงจรอนุกรม RLC ได้ดังนี้ คือ $V(t) = V_R(t) + V_L(t) + V_C(t)$ โดย $V_R(t) = I(t)R = RI_0 \sin(\omega t)$, $V_L(t) = L \frac{dI(t)}{dt} = LI_0 \omega \cos(\omega t) = LI_0 \omega \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$ และ $V_C(t) = \frac{q}{C} = \frac{1}{C} \int I(t) dt = -\frac{1}{\omega C} I_0 \omega \cos(\omega t) = \frac{1}{\omega C} I_0 \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$ ซึ่งสามารถนำค่าแอมพลิจูดของ V_R , V_L และ V_C เขียนเป็น phasor diagram ได้ดังภาพที่ 1 โดยขนาดของเวกเตอร์ที่แทนแอมพลิจูดของ V_R , V_L และ V_C มีค่าเท่ากับ $I_0 R$, $I_0 \omega L$ และ $I_0 \frac{1}{\omega C}$ ตามลำดับ



ภาพที่ 1 (ก) วงจร RLC และ (ข) ตัวอย่างเฟสเซอร์ไดอะแกรมสำหรับการพิจารณาวิเคราะห์วงจร
ที่มา: Department of Physics, Faculty of Science, King Mongkut's University of Technology Thonburi, 2021

นักศึกษาสามารถหาความแตกต่างระหว่างเฟสของสัญญาณจากแหล่งกำเนิดสัญญาณไฟฟ้า (function generator) และค่ากระแสไฟฟ้าในวงจร ได้จากการอ่านค่าโดยอาศัยออสซิลโลสโคปหรือจากการคำนวณโดยอาศัยความสัมพันธ์ของตัวอย่างในภาพที่ 1(ข) ได้ตามสมการที่ (1)

$$\tan\theta = \frac{|V_L - V_C|}{V_R} = \frac{|X_L - X_C|}{R} = \frac{|\omega L - \frac{1}{\omega C}|}{R} \dots (1)$$

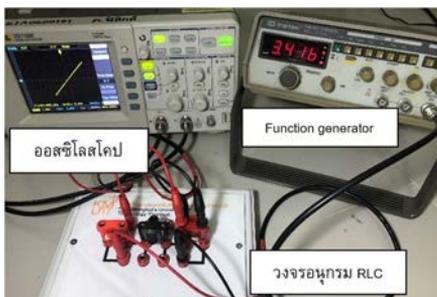
สำหรับค่ามุม θ จะมีค่าเป็นได้ทั้งค่าบวกและค่าลบขึ้นอยู่กับขนาดของ X_L เมื่อเทียบกับ X_C โดย θ เป็นบวกเมื่อ $X_L > X_C$ และเป็นลบเมื่อ $X_C > X_L$ สำหรับการทดลองในห้องปฏิบัติการฟิสิกส์พื้นฐาน ภาควิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี มีการทดลอง 3 ตอน คือ ตอนที่ 1 และ 2 นักศึกษาต้องหาค่า L และค่า C ที่ไม่ทราบค่าก่อน โดยต้องจรวจอนุกรม RL และ RC ซึ่งเมื่อ $X_C = 0$ สำหรับวงจรวจอนุกรม RL สามารถหาค่า L ได้จากสมการ $L = \frac{R}{\omega} \tan\theta$ และเมื่อ $X_L = 0$ สำหรับวงจรวจอนุกรม RC สามารถหาค่า C ได้จากสมการ $L = \frac{1}{\omega R \tan\theta}$ และตอนที่ 3 นักศึกษาหาค่าความถี่เรโซแนนซ์ของวงจรวจอนุกรม RLC ที่ทำให้ขนาดของ V_L มีค่าเท่ากับ V_C ส่งผลให้ความต่างศักย์ไฟฟ้าตกคร่อมที่ตัวเหนี่ยวนำและความต่าง

ศักย์ไฟฟ้าตกคร่อมตัวเก็บประจุหักล้างกันพอดี ส่งผลให้ค่ากระแสไฟฟ้าในวงจรมีค่าสูงสุดในวงจร เรียกความถี่นี้ว่า "ความถี่เรโซแนนซ์" และมีค่าตามสมการที่ (2) หรือ (3)

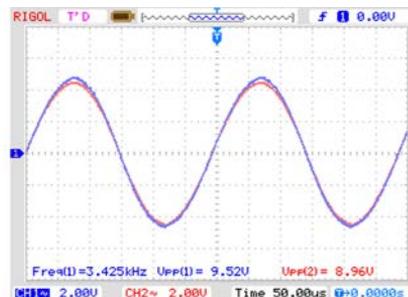
$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \left(\frac{rad}{s} \right) \dots (2)$$

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \text{ (Hz)} \dots (3)$$

การทดลองในรายวิชาปฏิบัติการอาศัยการต่อวงจรตามวงจรสมมูลในภาพที่ 1(ก) และใช้อุปกรณ์ดังในภาพที่ 2(ก) โดยต่อช่องสัญญาณ (channel) ทั้ง 2 ของออสซิลโลสโคปเพื่อวัดความต่างศักย์ไฟฟ้าตกคร่อมที่แหล่งกำเนิดสัญญาณไฟฟ้า และความต่างศักย์ไฟฟ้าตกคร่อมที่ตัวต้านทานไฟฟ้า $V_R(t)$ และเมื่อปรับความถี่ของแหล่งกำเนิดสัญญาณไฟฟ้าไป ณ ความถี่เรโซแนนซ์แล้ว ความต่างศักย์ของแหล่งกำเนิดสัญญาณไฟฟ้ามี่เฟสตรงกับค่าความต่างศักย์ที่ตกคร่อมตัวต้านทานดังตัวอย่างในภาพที่ 2(ข) อย่างไรก็ตาม แม้ว่าสัญญาณทั้งสองจะมีเฟสตรงกัน แต่ขนาดของสัญญาณแตกต่างกัน จากตัวอย่างสามารถระบุความแตกต่างระหว่างแอมพลิจูดของความต่างศักย์ของช่องสัญญาณที่ 1 และช่องสัญญาณที่ 2 ได้อยู่ประมาณ 0.56 V เป็นต้น



(ก)



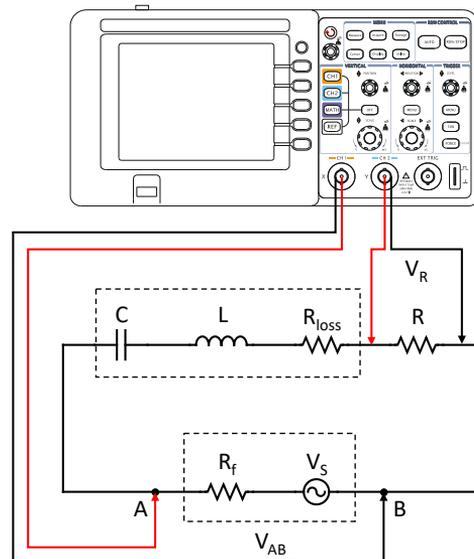
(ข)

ภาพที่ 2 (ก) ชุดอุปกรณ์สำหรับการศึกษาวงจรวจอนุกรม RLC และ (ข) ความต่างศักย์ไฟฟ้าที่ตกคร่อมแหล่งกำเนิดไฟฟ้า (สีฟ้า) และความต่างศักย์ไฟฟ้าตกคร่อมตัวต้านทาน (สีแดง) ณ ความถี่เรโซแนนซ์

จากภาพที่ 2(ข) การที่สัญญาณดังกล่าวซ้อนทับกันหรือเฟสตรงกัน แต่แอมพลิจูดของสัญญาณทั้ง 2 มีขนาดไม่เท่ากัน นักศึกษาก็มีคำถามว่า “ทำไมความต่างศักย์ไฟฟ้าของแหล่งกำเนิดความต่างศักย์ไฟฟ้าจึงมีค่าสูงกว่าความต่างศักย์ที่ตกคร่อมตัวต้านทาน (V_R)” ดังนั้นเพื่ออธิบายปรากฏการณ์ดังกล่าว จึงจำเป็นต้องเขียนวงจรสมมูลขึ้นมาใหม่ดังในภาพที่ 3 โดยเพิ่มค่าความต้านทานภายในแหล่งกำเนิดสัญญาณไฟฟ้า (R_f) และความต้านทานสูญเสีย (R_{loss}) ในบทความนี้ออกแบบการทดลองเพื่อหาความต้านทานนี้ที่แฝงอยู่กับตัวเก็บประจุและตัวเหนี่ยวนำ โดยอาศัยความสัมพันธ์เชิงเส้นระหว่างความต่างศักย์ไฟฟ้าและกระแสไฟฟ้าในวงจรอนุกรม RLC ซึ่งมีความแตกต่างจากการทดลองวงจรอนุกรม RLC ทั่วไปที่จะศึกษาเน้นที่ความแตกต่างเฟส (Sokol *et al.*, 2013) หรือการศึกษาความถี่เรโซแนนซ์

การทดลองโดยทั่วไป อุปกรณ์การทดลองควรหาได้ง่าย และมีความสะดวกในการใช้งาน อีกทั้งการทดลองควรสามารถสร้างความสัมพันธ์เชิงเส้นระหว่างตัวแปรต้นและตัวแปรตามที่ต้องการศึกษาได้ ซึ่งกราฟความสัมพันธ์เชิงเส้นนี้มีหลายหน้าที่ด้วยกัน เช่น ทำหน้าที่เป็นกราฟมาตรฐาน (Saowsupa, 2016) หรือหน้าที่เป็นกราฟสำหรับการวิเคราะห์หาตัวแปรที่สำคัญในการทดลองนั้น ๆ จากความชัน (Yaemsanguansak *et al.*, 2017) หรือจุดตัดบนแกน (Ketsombun *et al.*, 2016) โดยการทดลองนี้ออกแบบให้นักศึกษาสามารถสร้างสมการเส้นตรงระหว่างตัวแปรต้น และตัวแปรตาม เพื่อวิเคราะห์ค่าที่ต้องการจากการสมการเส้นตรงได้ ซึ่งการพัฒนาสมการเส้นตรงในการทดลองนี้ โดยอาศัยกฎของ Kirchhoff และกฎของโอห์ม เขียนความสัมพันธ์ระหว่าง

ความต่างศักย์ไฟฟ้าที่ตกคร่อมอุปกรณ์ไฟฟ้าต่าง ๆ ที่ความถี่เรโซแนนซ์ เพื่อศึกษาค่าความต้านทานสูญเสีย (R_{loss}) ดังในภาพที่ 3



ภาพที่ 3 วงจรอนุกรม RLC ที่พิจารณาความต้านทานภายในแหล่งกำเนิดสัญญาณไฟฟ้า (R_f) และความต้านทานสูญเสีย (R_{loss}) และการวัดความต่างศักย์ไฟฟ้าตกคร่อมความต้านทาน (V_R) และความต่างศักย์ไฟฟ้าตกคร่อมแหล่งกำเนิดสัญญาณไฟฟ้า (V_{AB})

ที่มา: ภาพออสซิลโลสโคปจาก Rigol, 2010

จากกฎของ Kirchhoff ที่ระบุว่า แรงเคลื่อนไฟฟ้าของแหล่งกำเนิดไฟฟ้ามามีค่าเท่ากับผลรวมของความต่างศักย์ที่ตกคร่อมอุปกรณ์ไฟฟ้าทุกตัวในวงจรอนุกรม โดยสามารถเขียนสมการความสัมพันธ์ระหว่างแรงเคลื่อนไฟฟ้าของแหล่งกำเนิดไฟฟ้า และความต่างศักย์ตกคร่อมอุปกรณ์ต่างๆ ในวงจรที่ความถี่เรโซแนนซ์ ดังนี้คือ $V_S = I_m R_f + I_m R_{loss} + I_m R$ เมื่อ $V_S =$ แอมพลิจูดของแรงเคลื่อนไฟฟ้าจาก function generator; $I_m =$ แอมพลิจูดของค่ากระแสสูงสุดที่ความถี่เรโซ-

แนวนซ์; R_f = ความต้านทานภายในของ function generator; R_{loss} = ความต้านทานสูญเสียที่ต้อง- การศึกษา; R คือความต้านทาน สามารถปรับรูป สมการให้เป็นสมการเส้นตรงโดยอาศัยความสัมพันธ์ $V_s - I_m R_f = V_{AB}$ และ $I_m R = V_R$ ได้ดังใน สมการที่ (4)

$$V_s - V_R = R_{loss} \frac{V_R}{R} \quad \text{--- (4)}$$

โดย V_{AB} และ V_R สามารถอ่านได้จากช่องสัญญาณที่ 1 และ 2 ของออสซิลโลสโคป และความต้านทาน R อ่านได้จากดิจิตอลมัลติมิเตอร์ (Digital Multimeter: DMM) และสามารถเขียนกราฟเส้นตรงแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $V_{AB} - V_R$ และ $\frac{V_R}{R}$ ได้ โดยมีค่าความชันของความสัมพันธ์ดังกล่าวเท่ากับ R_{loss} โดยเปลี่ยนความต้านทาน R หลาย ๆ ค่า ซึ่งสามารถสร้างความสัมพันธ์เส้นตรงดังกล่าวขึ้นได้ โดยการรักษาให้ความถี่เรโซแนนซ์มีค่าเท่าเดิม

ขั้นตอนการทดลอง

อุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลองเพื่อหาความต้านทานสูญเสียในวงจรอนุกรม RLC ประกอบด้วย function generator รุ่น instek GFG-8020H ทำหน้าที่เป็นแหล่งกำเนิดสัญญาณไฟฟ้าที่สามารถปรับความถี่ได้ โดยสัญญาณที่ใช้เป็นฟังก์ชันรูปไซน์ที่มีขนาด $V_{pp} = 10V$ และ Digital Oscilloscope รุ่น RIGOL DS1102E ตัวเหนี่ยวนำที่เลือกใช้มีขนาดที่วัดได้เท่ากับ 22.6 mH และมีความต้านทานเท่ากับ 24.5Ω และขนาดตัวเก็บประจุที่วัดได้เท่ากับ $0.106 \mu F$ จาก VICTOR 6243⁺ และตัวต้านทานไฟฟ้าทั้งหมดจำนวน 5 ชนิด ได้แก่ 198Ω , 493Ω , 975Ω , $1.97 \text{ k}\Omega$ และ $4.67 \text{ k}\Omega$ วัดได้จาก DMM รุ่น Sanwa CD770 จากนั้นต่ออุปกรณ์ทั้งหมดตามไดอะแกรมในภาพที่ 3

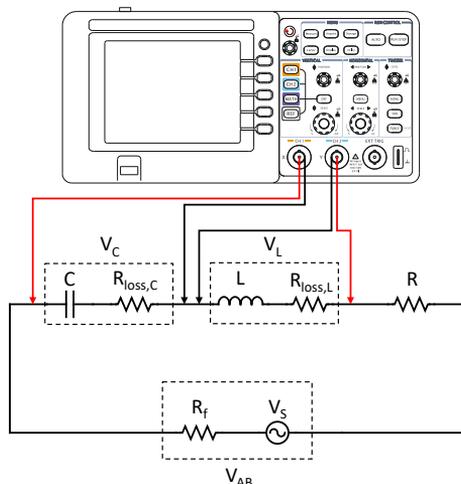
ตอนที่ 1 การศึกษาหาค่าความต้านทานสูญเสียในวงจร (R_{loss}) เริ่มจากหาความถี่เรโซแนนซ์ของวงจรดังกล่าวโดยการปรับค่าความถี่ที่เครื่องกำเนิดสัญญาณไฟฟ้าจนกระทั่งกระแสไฟฟ้าที่ไหลในวงจรมีค่าสูงสุด โดยสังเกตได้จากความต่างศักย์ไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวต้านทานมีเฟสตรงกับสัญญาณไฟฟ้าจากแหล่งกำเนิดสัญญาณไฟฟ้า โดยต่อช่องสัญญาณของออสซิลโลสโคปคร่อมแหล่งจ่ายสัญญาณไฟฟ้าและตัวต้านทาน โดยสามารถปรับออสซิลโลสโคปไปที่โหมด $X - Y$ ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความต่างศักย์ไฟฟ้าของออสซิลโลสโคปที่อ่านได้ทั้งสองช่องสัญญาณที่ ณ เวลาเดียวกัน โดยปรับให้ความต่างศักย์ของทั้ง 2 ช่องสัญญาณมีเฟสตรงกันได้ จากการสังเกตกราฟเส้นตรงดังแสดงตัวอย่างในภาพที่ 2(ก) ที่หน้าจอของออสซิลโลสโคป จากนั้นบันทึกค่าความต่างศักย์ไฟฟ้าที่ตกคร่อมแหล่งกำเนิด (V_{AB}) ค่าความต่างศักย์ไฟฟ้าตกคร่อมตัวต้านทาน (V_R) และความถี่เรโซแนนซ์ (f_0) แล้วคำนวณหาค่ากระแสสูงสุดในวงจรที่ความถี่เรโซแนนซ์ $I_m = \frac{V_R}{R}$ ทำซ้ำโดยเปลี่ยนค่าความต้านทานภายนอก (R) ที่ค่าต่าง ๆ จากนั้นสร้างความสัมพันธ์ระหว่าง $V_{AB} - V_R$ และค่า I_m สามารถหาความต้านทาน R_{loss} ได้จากค่าความชันดังสมการที่ (4) อย่างไรก็ตามเมื่อปรับให้สัญญาณจากออสซิลโลสโคปเป็นสัญญาณในโหมด $Y - t$ (สัญญาณความต่างศักย์ไฟฟ้ากับเวลา) ดังในภาพที่ 2(ข) พบว่าสัญญาณดังกล่าวซ้อนทับกัน หรือเฟสตรงกัน แต่ค่าสูงสุดของสัญญาณทั้ง 2 จะมีขนาดไม่เท่ากัน ซึ่งสัญญาณของแหล่งกำเนิดความต่างศักย์ไฟฟ้า (V_{AB}) มีค่าสูงกว่าความต่างศักย์ที่ตกคร่อมตัวต้านทาน เนื่องจากความต้านทานสูญเสียไปภายในวงจร เนื่องจากตัวเก็บประจุและตัว-

เห็นยวนำที่ไม่เป็นอุดมคติ

ตอนที่ 2 การศึกษาความแตกต่างของเฟสของความต่างศักย์ไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวเหนี่ยวนำ (V_L) และความต่างศักย์ไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวเก็บประจุ (V_C) ในกรณีตัวเหนี่ยวนำและตัวเก็บประจุไม่เป็นอุดมคติ สามารถดำเนินการได้โดยการย้ายช่องสัญญาณที่ 1 และ 2 ของออสซิลโลสโคปมาที่ตัวเก็บประจุ และตัวเหนี่ยวนำ ตามลำดับดังแสดงในภาพที่ 4 เมื่อสัญญาณที่อยู่ในโหมด $Y-t$ พบว่าสัญญาณทั้ง 2 มีความต่างเฟสกันประมาณ 180 องศา ซึ่งทางทฤษฎีสัญญาณทั้งสองควรหักล้างกันพอดีเนื่องจาก ณ ความถี่เรโซแนนซ์นี้ $V_L - V_C = 0$ อย่างไรก็ตามเมื่อรวมสัญญาณทั้ง 2 ช่องสัญญาณเข้าด้วยกัน พบว่ายังมีผลรวมมีค่าไม่เท่ากับศูนย์ ซึ่งสัญญาณดังกล่าวเป็นผลเนื่องมาจากความต้านทานสูญเสียภายในตัวเหนี่ยวนำและตัวเก็บประจุ เป็นผลมาจากความไม่เป็นอุดมคติของตัวเก็บประจุและตัวเหนี่ยวนำที่จะกล่าวต่อไปในผลการทดลอง

การทดลองตอนนี้ยังคงเลือกใช้วงจร RLC จากตอนที่ 1 โดย $L = 22.6 \text{ mH}$ ที่มีความต้านทานเท่ากับ 24.5Ω , $C = 0.106 \mu\text{F}$ และ $R = 975 \Omega$ เมื่อปรับไปที่ความถี่เรโซแนนซ์โดยวิธีการในตอนที่ 1 แล้ว ให้ต่อช่องสัญญาณทั้ง 2 ของออสซิลโลสโคปเข้ากับวงจรในไดอะแกรมดังภาพที่ 4 จากนั้นเลือกโหมดในการวัดไปที่โหมด $X-Y$ เพื่อสร้างสัญญาณในลักษณะของ Lissajous figures ของสัญญาณความต่างศักย์ไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวเก็บประจุ และความต่างศักย์ไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวเหนี่ยวนำ ผลการทดลองตอนที่ 2 แสดงได้ดังภาพที่ 7 จากนั้นคำนวณค่าความแตกต่างระหว่างเฟสของศักย์ไฟฟ้าที่ตกคร่อมอุปกรณ์ทั้งสองที่ไม่เป็นอุดมคติ อันเนื่องมาจาก

การมีอยู่ของความต้านทานสูญเสียในตัวเก็บประจุและตัวเหนี่ยวนำ



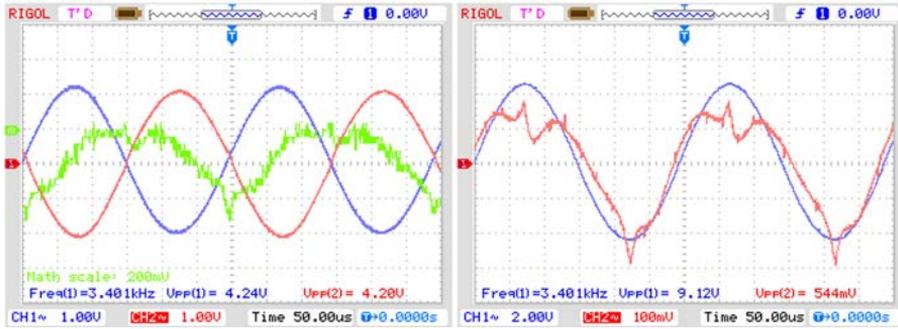
ภาพที่ 4 วงจรสมมูลของวงจรอนุกรม RLC และไดอะแกรมการวัดความต่างศักย์ไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวเก็บประจุและตัวเหนี่ยวนำที่ไม่เป็นอุดมคติ เพื่อระบุความแตกต่างของเฟส V_C และ V_L

ที่มา: ภาพออสซิลโลสโคปจาก Rigol, 2010

ผลการทดลอง

ตอนที่ 1 การหาความต้านทานสูญเสียในวงจรอนุกรม RLC

เมื่อปรับสัญญาณความถี่จากแหล่งกำเนิดสัญญาณจนกระทั่งความต่างศักย์ไฟฟ้าตกคร่อมตัวต้านทาน (V_R) มีเฟสตรงกับความต่างศักย์ไฟฟ้าของแหล่งกำเนิดไฟฟ้า (V_{AB}) แล้ว พบว่าความต่างศักย์ของ V_R และ V_{AB} มีค่าไม่เท่ากันดังในภาพที่ 2(ข) อันเนื่องมาจากความต้านทานที่สูญเสียภายในวงจร ภาพที่ 5(ก) แสดงตัวอย่างสัญญาณ $V_C(t)$, $V_L(t)$ และ $V_C(t) + V_L(t)$ และภาพที่ 5(ข) เปรียบเทียบ $V_C(t) + V_L(t)$ กับความต่างศักย์ไฟฟ้าตกคร่อมตัวต้านทาน $V_R(t)$ ซึ่งพบว่า



(ก)

(ข)

ภาพที่ 5 (ก) ตัวอย่างศักย์ไฟฟ้าตกคร่อมตัวเก็บประจุ ($V_C(t)$: สีน้ำเงิน) และศักย์ไฟฟ้าตกคร่อมตัวเหนี่ยวนำ ($V_L(t)$: สีแดง) และ $V_C(t)+V_L(t)$ (สีเขียว) และ (ข) ความต่างศักย์ไฟฟ้าตกคร่อมตัวต้านทาน ($V_R(t)$: สีน้ำเงิน) และศักย์ไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวเก็บประจุและตัวเหนี่ยวนำ ($V_{R_{loss}}(t)$: สีแดง)

$V_C(t) + V_L(t)$ ที่มีเฟสตรงกับสัญญาณไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวต้านทาน $V_R(t)$ เป็นผลมาจากความต้านทานสูญเสียเนื่องจากความไม่เป็นอุดมคติของตัวเก็บประจุและตัวเหนี่ยวนำ

การทดลองเปลี่ยนค่าความต้านทานภายนอก (R) ตั้งแต่ 198 โอห์มจนกระทั่ง 4.67 กิโลโอห์ม จากนั้นบันทึกค่าแอมพลิจูดของ V_{AB} และ V_R ดังในตาราง 1 เพื่อคำนวณหาค่ากระแสสูงสุดได้จาก $\frac{V_R}{R}$ และผลต่างแอมพลิจูดของความต่างศักย์ $V_S - V_R$, $V_{AB} - V_R$ และ $V_S - V_{AB}$ แล้วเขียนกราฟความสัมพันธ์กับค่ากระแสสูงสุด เพื่อตรวจสอบความต้านทานรวมในวงจร ($R + R_{loss} + R_f$) ความต้านทานสูญเสีย (R_{loss}) และความต้านทานภายใน function generator (R_f) ดังในภาพ

ที่ 6

ณ ความถี่เรโซแนนซ์ สามารถเขียนความสัมพันธ์ระหว่างความต่างศักย์ไฟฟ้าตกคร่อมความต้านทานภายในของวงจรทั้งหมด ($V_S - V_R$) ความต่างศักย์ไฟฟ้าตกคร่อมความต้านทานสูญเสีย ($V_{AB} - V_R$) และความต่างศักย์ไฟฟ้าตกคร่อมความต้านทานภายใน function generator ($V_S - V_{AB}$) กับกระแสไฟฟ้าที่ไหลในวงจร ($\frac{V_R}{R}$) ดังสมการที่ (4) – (6) เมื่อค่าความต่างศักย์ไฟฟ้าตกคร่อมตัวต้านทาน $V_R(t)$ มีเฟสตรงกันกับความต่างศักย์ไฟฟ้าที่ตกคร่อมแหล่งกำเนิดไฟฟ้า $V_{AB}(t)$

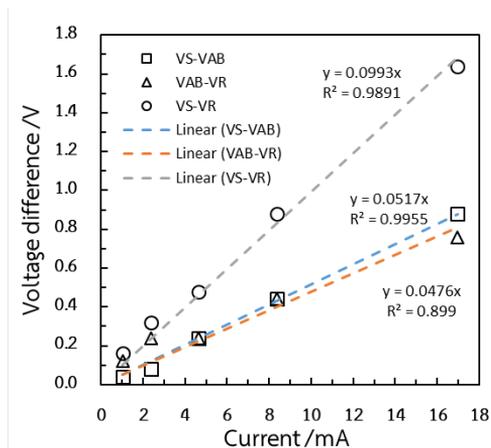
$$V_S - V_R = (R_{loss} + R_f) \frac{V_R}{R} \quad \dots (5)$$

$$V_S - V_{AB} = R_f \frac{V_R}{R} \quad \dots (6)$$

ตาราง 1 กระแสและความต่างศักย์ไฟฟ้าในวงจรอนุกรม RLC ที่ความถี่เรโซแนนซ์ เมื่อปรับค่าความต้านทานต่าง ๆ

R (k Ω)	V_{AB} (V)	V_R (V)	I_m (mA)	$V_S - V_R$ (V)	$V_{AB} - V_R$ (V)	$V_S - V_{AB}$ (V)
0.198	4.12	3.32	16.80	1.68	0.80	0.88
0.493	4.52	4.08	8.28	0.92	0.44	0.48
0.974	4.72	4.48	4.60	0.52	0.24	0.28
1.97	4.84	4.68	2.38	0.32	0.16	0.16
4.67	4.92	4.80	1.03	0.20	0.12	0.08

เมื่อหาค่าความชันระหว่าง $V_S - V_{AB}$ และค่ากระแสไฟฟ้าสูงสุดในแต่ละวงจรอนุกรม RLC ที่ความถี่เรโซแนนซ์ พบว่าค่าความชันมีค่าเท่ากับ 51.7 โอห์มมีค่าใกล้เคียงกับอิมพีแดนซ์ของ function generator และความต้านทานของความต้านทานสูญเสียมีค่าเท่ากับ 47.6 โอห์ม ซึ่งคำนวณได้จากความชันของความสัมพันธ์ระหว่าง $V_{AB} - V_R$ กับค่ากระแสไฟฟ้าสูงสุดที่ความถี่เรโซแนนซ์ จะเห็นได้ว่าค่าความต้านทานสูญเสียที่คำนวณได้มีค่าสูงกว่าค่าความต้านทานของตัวเหนี่ยวนำที่มีค่าเท่ากับ 24.5 โอห์ม



ภาพที่ 6 ความสัมพันธ์ระหว่างแอมพลิจูดของความต่างศักย์ไฟฟ้าตกคร่อมความต้านทานภายในของวงจรทั้งหมด ($V_S - V_R$) ความต่างศักย์ไฟฟ้าตกคร่อมความต้านทานสูญเสีย ($V_{AB} - V_R$) และความต่างศักย์ไฟฟ้าตกคร่อมความต้านทานภายใน function generator ($V_S - V_{AB}$) กับกระแสไฟฟ้าที่ไหลในวงจร $\frac{V_R}{R}$ ขณะที่ความต่างศักย์ไฟฟ้าตกคร่อมตัวต้านทาน V_R มีเฟสตรงกันกับความต่างศักย์ไฟฟ้าที่ตกคร่อมแหล่งกำเนิดไฟฟ้า V_{AB} ของวงจร RLC

ตอนที่ 2 ความแตกต่างของเฟสของ V_L กับ V_C ในกรณีตัวเหนี่ยวนำและตัวเก็บประจุไม่เป็นอุดมคติ

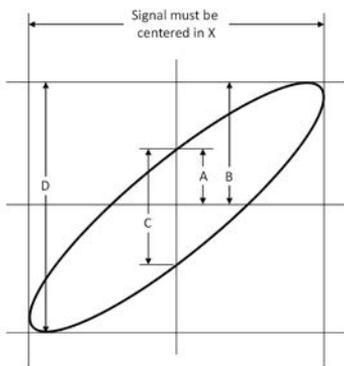
การทดลองในตอนนี้จะแสดงให้เห็นถึงความแตกต่างเฟสระหว่าง V_L และ V_C ที่ตกคร่อมตัวเหนี่ยวนำและตัวเก็บประจุที่ไม่เป็นอุดมคติ ซึ่งเป็นผลมาจากทั้งความต้านทานสูญเสียภายในตัวเหนี่ยวนำและตัวเก็บประจุ ซึ่งการศึกษาความต่างของเฟสนั้น สามารถศึกษาได้จากความแตกต่างของเฟสของ V_R ได้โดยตรงกับการเทียบกับ V_C หรือการเปรียบเทียบ V_R ได้โดยตรงกับ V_L ได้อาศัย Lissajous figure แต่เนื่องจากสัญญาณที่ได้ในโหมด X - Y ของออสซิลโลสโคปของ V_R กับ V_C หรือ V_R กับ V_L ที่ปกติจะมีความต่างเฟสกัน 90 องศา เมื่อสัญญาณทั้ง 2 มีความถี่เท่ากันภาพ Lissajous figure มีลักษณะวงกลมหรือวงรีค่อนข้างสมมาตรในแนวแกนตั้งและแนวนอน กราฟจึงมีความยากในการวัดวิเคราะห์เพื่อให้สามารถบอกความแตกต่างเฟสได้ การทดลองนี้จึงอาศัยการวัดความแตกต่างเฟสระหว่าง V_L และ V_C ในอุดมคติที่จะต่างกัน 180 องศา ซึ่งทำให้สามารถระบุระยะ C และ D ใน Lissajous figure ดังในภาพที่ 7(ก) ได้ ทั้งนี้การระบุความแตกต่างของเฟสจะยืนยันผลของความต้านทานสูญเสียและความไม่เป็นอุดมคติของตัวเก็บประจุและตัวเหนี่ยวนำอีกด้วย

การทดลองตอนนี้ นักศึกษาสามารถวัดค่าความต่างศักย์ของตัวเก็บประจุโดยช่องสัญญาณที่ 1 ของออสซิลโลสโคป และวัดค่าความต่างศักย์ของตัวเหนี่ยวนำในช่องสัญญาณที่ 2 ณ ความถี่เรโซแนนซ์ ดังแสดงในภาพที่ 4 โดยภาพที่ได้ของสัญญาณทั้งสองในโหมด X - Y ของออสซิลโลสโคปดังในภาพที่ 7(ข) ไม่ได้แสดงออก

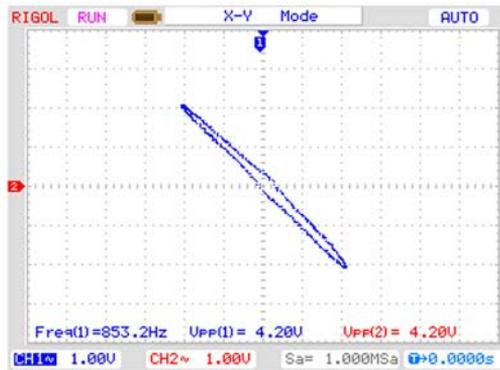
มาในลักษณะที่เป็นเส้นตรง แต่ยังคงแสดงลักษณะที่คล้ายวงรีเนื่องจากความต้านทานสูญเสียในตัวเก็บประจุ และตัวเหนี่ยวนำ

ภาพที่ 7(ก) แสดงความสัมพันธ์ระหว่างมุม θ ที่เป็นความแตกต่างเฟสระหว่างสัญญาณทั้ง 2 ช่องสัญญาณ ในที่นี้ คือ ความต่างศักย์ไฟฟ้าตกคร่อมตัวเก็บประจุและความต่างศักย์ไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวเหนี่ยวนำ โดย $\sin\theta =$

$\frac{A}{B}$ หรือ $\frac{C}{D}$ ซึ่ง θ จะมีค่าเท่ากับ $\pm\arcsin\left(\frac{A}{B}\right)$ หรือ $\pm\arcsin\left(\frac{C}{D}\right)$ โดยเมื่อแกนหลักของวงรีวางตัวอยู่ในจุดภาคที่ 1 หรือ 3 มุม θ จะมีค่าระหว่าง $0 - \frac{\pi}{2}$ หรือ $3\frac{\pi}{2} - 2\pi$ และถ้าแกนหลักของวงรีวางตัวอยู่ในจุดภาคที่ 2 และ 4 มุม θ จะมีค่าระหว่าง $\frac{\pi}{2} - \pi$ หรือ $\pi - 3\frac{\pi}{2}$ (Rigol, 2010) การทดลองทำได้โดยเปลี่ยนค่าความต้านทานและบันทึกค่า C และค่า D ที่ความต้านทานต่าง ๆ ดังในตาราง 2



(ก)



(ข)

ภาพที่ 7 (ก) การบันทึกค่าเพื่อศึกษาความแตกต่างกันของเฟส และ (ข) ตัวอย่างสัญญาณจากออสซิลอสโคป

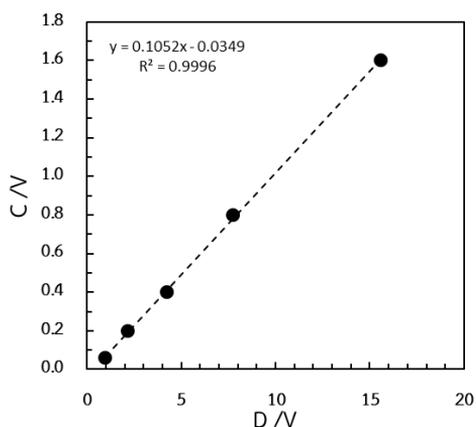
ที่มา: ภาพ 7(ก) จาก RIGOL, 2010

เมื่อเขียนความสัมพันธ์ระหว่างค่า C และ D จะมีค่าเป็นดังภาพที่ 8 และจากความสัมพันธ์ $C = D \sin\theta$ เมื่อเขียนกราฟโดยให้แกนตั้งเป็นค่า C และแกนนอนเป็นค่า D จะได้ความชันของกราฟมีค่าเท่ากับ $\sin\theta$ ซึ่งโดยความชันของกราฟมีค่าเท่ากับ 0.105 มุมที่หาได้จึงมีค่าเท่ากับ ± 0.105 เรเดียน เมื่อแปลงเป็นหน่วยองศาจะมีค่าเท่ากับ ± 6.0 องศา เนื่องจากเฟสมีความแตกต่างกันเท่ากับ 180 องศา และมีผลของความต้านทานสูญเสีย ดังนั้นความแตกต่างเฟสจึงมีค่าเท่ากับ $180 - 6.0$ องศา ซึ่งมีค่าเท่ากับ 174 องศา การทดลองเพื่อหาความต้านทานสูญเสีย

ตาราง 2 ค่า C และ D ในโหมด X-Y ของสัญญาณ V_C และ V_L จากออสซิลอสโคปที่ความต้านทานต่าง ๆ

R (k Ω)	D (V)	C (V)
0.198	15.6	1.6
0.493	7.76	0.8
0.974	4.24	0.4
1.97	2.18	0.2
4.67	0.928	0.06

ในวงจรอนุกรม RLC เนื่องจากความไม่สมบูรณ์แบบของชิ้นส่วนของอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ ในการทดลองพิจารณาให้ความต้านทานสูญเสียโดย



ภาพที่ 8 ความสัมพันธ์ระหว่างค่า C และ D จากโหมด $X - Y$ ของออสซิลโคปที่ค่าความต้านทานต่าง ๆ

การปรับค่าความต้านทานของวงจร จากการทดลองพบว่าค่าความต้านทานสูญเสียของวงจรของตัวเหนี่ยวนำ 22.6 mH และมีตัวเก็บประจุขนาด $0.106 \text{ }\mu\text{F}$ ที่ความถี่เรโซแนนซ์ ความต้านทานสูญเสีย (R_{loss}) มีค่าเท่ากับ $47.6 \text{ }\Omega$ โดยค่าความต้านทานดังกล่าว ส่งผลให้เกิดความต่างเฟสเกิดขึ้นระหว่างความต่างศักย์ไฟฟ้าตกคร่อมตัวเก็บประจุที่ไม่เป็นอุดมคติ และความต่างศักย์ไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวเหนี่ยวนำที่ไม่เป็นอุดมคติ ซึ่งจากการทดลองพบว่าความต่างศักย์ไฟฟ้าตกคร่อมตัวเก็บประจุมีเฟสที่ต่างจากความต่างศักย์ไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวเหนี่ยวนำทำมุมเป็น 174 องศา เนื่องมาจากการมีอยู่ของความต้านทานสูญเสีย ซึ่งสามารถระบุได้จากความสัมพันธ์ระหว่างระยะ C และ D จากการวัดความต่างศักย์ไฟฟ้าตกคร่อมอุปกรณ์ทั้ง 2 ได้จากออสซิลโคปโนโหมด

สรุปผลการทดลอง

ความต้านทานสูญเสียในวงจรอนุกรม RLC เป็นสาเหตุที่ทำให้ค่าความต่างศักย์ที่ตกคร่อมตัวต้านทานในวงจร มีค่าไม่เท่ากับความต่างศักย์ไฟฟ้าของแหล่งกำเนิดไฟฟ้า เพื่อไขข้อข้องใจของนักศึกษาจากคำถามในชั้นเรียนว่าทำไมความต่างศักย์ไฟฟ้าทั้ง 2 จึงมีค่าไม่เท่ากัน ณ ความถี่เรโซแนนซ์ การทดลองจึงได้รับการออกแบบขึ้น และแสดงให้เห็นว่ามีความต้านทานสูญเสียในตัวเก็บประจุและตัวเหนี่ยวนำ ซึ่งสามารถคำนวณหาได้โดยการปรับความถี่ในวงจรให้กระแสมีค่าสูงสุด หรือที่ตำแหน่งเรโซแนนซ์ แล้วเปลี่ยนค่าความต้านทานหลาย ๆ ค่า โดยไม่เปลี่ยนแปลงตัวเหนี่ยวนำ และตัวเก็บประจุ ชุดการทดลองนี้พบว่าค่าความต้านทานสูญเสียมีค่าเท่ากับ $47.6 \text{ }\Omega$ ที่หาได้จากความชันของความสัมพันธ์ของ $V_{AB} - V_R$ กับกระแสไฟฟ้าสูงสุดที่ไหลในวงจร $\frac{V_R}{R}$ ในวงจรอนุกรม RLC ที่ตัวเหนี่ยวนำขนาด 22.6 mH และตัวเก็บประจุขนาด $0.106 \text{ }\mu\text{F}$ โดยค่าความต้านทานสูญเสียที่พบมีค่ามากกว่าความต้านทานของตัวเหนี่ยวนำที่วัดด้วย DMM ที่มีค่าขนาดเท่ากับ $24.5 \text{ }\Omega$ การทดลองนี้เป็นกิจกรรมหนึ่งที่สามารถออกแบบให้นักศึกษาที่สนใจได้ทดลอง และคำนวณหาค่าความต้านทานสูญเสียในวงจร เพื่อเสริมสร้างความเข้าใจเรื่องวงจรอนุกรม RLC ในระดับสูงขึ้นได้

กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณห้องปฏิบัติการวิจัยพื้นฐาน ภาควิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรีที่อนุเคราะห์สถานที่และอุปกรณ์ เครื่องมือสำหรับปฏิบัติการวิจัย

เอกสารอ้างอิง

- Department of Physics, Faculty of Science, King Mongkut's University of Technology Thonburi (2021). **General Physics Laboratory II PHY192**. Bangkok: Author.
- Graham, J., and Barnes, J. (1997). A laboratory experience for students of differential equations using RLC circuits. **Problems, Resources, and Issues in Mathematics Undergraduate Studies** 7(4): 334–340.
- Ketsombun, E., and Jutarosaga, T. (2016). An alternative science kit for finding the liquid density based on Archimedes' principle. **Journal of Research Unit on Science, Technology and Environment for Learning** 7(1): 204–211. (in Thai)
- Mazzolini, A.P., Daniel, S., and Edwards, T. (2012). Using interactive lecture demonstrations to improve conceptual understanding of resonance in an electronics course. **Australasian Journal of Engineering Education** 18(1): 69–88.
- Office of the Permanent Secretary MHESI (2011). **The Quality Standard for Curriculum in Bachelor's Degree of Science and Mathematics 2011**, Retrieved from http://www.mua.go.th/users/tqf-hed/news/FilesNews/FilesNews6/scienceMath_R.pdf, April 25, 2021. (in Thai)
- Rigol (2010). **User's Guide Rigol DS100E DS100D Series Digital Oscilloscopes**, Retrieved from <https://cdn-shop.adafruit.com/datasheets/Users+Guide+DS100E.pdf>, April 25, 2021.
- Saowsupa, S. (2016). Simple experimental set for measuring Suga solution concentration with refractive index of light. **Journal of Research Unit on Science, Technology and Environment for Learning** 7(2): 339–349. (in Thai)
- Sokol, P. E., Warren, G., Zheng, B., and Smith, P. (2013). A circuit to demonstrate phase relationships in RLC circuits. **Physics Education** 48(3): 312–316.
- Tlaczala, W., Zaremba, M. Zagorski, A., and Gorghiu, G. (2009). Research virtual physics laboratory for distance learning developed in the frame of the VccSSe European project. **The Fifth International Conference on Multimedia & ICT's in Education** (pp. 467–471.). Lisbon, Portugal.
- Yaemsanguansak, P., and Jutarosaga T. (2017). An experiment on liquid film motor. **Journal of Research Unit on Science, Technology and Environment for Learning** 8(2): 408–420. (in Thai)