Journal of Education Studies
วารสารครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ปีที่ 49 ฉบับที่ 4 EDUCU4904014 (11 pages) doi:

แนวทางการออกแบบปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริงกับการพัฒนาการคิดอย่างมีวิจารณญาณ
Guidelines for Designing Mathematical Problems and Real-life Problems with the Development of Critical Thinking

จงกล ทำสวน[1] และ ศันสนีย์ เณรเทียน[2*]
Jongkol Thamsuan[1] and Sansanee Nenthien[2*]

บทคัดย่อ

การคิดอย่างมีวิจารณญาณในบทความนี้เป็นการคิดไตร่ตรอง การให้เหตุผล การวิเคราะห์และประเมินข้อมูลเพื่อตัดสินใจดำเนินการในสถานการณ์หรือแก้ปัญหาที่พบเจอ การพัฒนาการคิดอย่างมีวิจารณญาณของผู้เรียนในวิชาคณิตศาสตร์สามารถทำได้ในหลายแนวทาง สำหรับบทความนี้จะนำเสนอแนวทางการออกแบบสถานการณ์หรือปัญหาที่เหมาะสำหรับการพัฒนาการคิดอย่างมีวิจารณญาณในวิชาคณิตศาสตร์ใน 4 ลักษณะ ดังนี้ 1) ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มีหลายคำตอบหรือหลายวิธีการ 2) ปัญหาเรื่องราวคณิตศาสตร์ที่เป็นสถานการณ์เสมือนจริงที่เน้นการเชื่อมโยงประสบการณ์ในชีวิตจริงมาใช้ในการแก้ปัญหา 3) ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มีโครงสร้างไม่สมบูรณ์ และ 4) สถานการณ์หรือปัญหาในชีวิตจริงที่เน้นการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ ความคิดและประสบการณ์ที่มีอยู่มาใช้ในการอธิบายสถานการณ์หรือหาคำตอบของปัญหานั้น โดยสถานการณ์หรือปัญหาที่ออกแบบจะมุ่งพัฒนาการคิดอย่างมีวิจารณญาณตามความสามารถย่อย ทั้งนี้ความรู้คณิตศาสตร์ที่สามารถนำมาใช้อธิบายสถานการณ์หรือแก้ปัญหาที่ออกแบบไว้ไม่จำเป็นต้องเป็นความรู้ในระดับสูงที่อาจเป็นอุปสรรคต่อการพัฒนาการคิดอย่างมีวิจารณญาณ

คำสำคัญ : การคิดอย่างมีวิจารณญาณ, ปัญหาทางคณิตศาสตร์, ปัญหาในชีวิตจริง

Article Info: Received 15 September, 2021; **Received in revised form** 3 November, 2021; **Accepted** 4 November, 2021

[1] อาจารย์ประจำสาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อีเมล : jongkol.t@chula.ac.th
Lecturer in Division of Mathematics Education, Department of Curriculum and Instruction, Faculty of Education, Chulalongkorn University
Email: jongkol.t@chula.ac.th

[2] อาจารย์ประจำสาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อีเมล : sansanee.n@chula.ac.th
Lecturer in Division of Mathematics Education, Department of Curriculum and Instruction, Faculty of Education, Chulalongkorn University
Email: sansanee.n@chula.ac.th

* Corresponding Author

Abstract

The concepts of critical thinking in this article are reflective thinking, reasoning, analyzing, and evaluating information in order to decide what to do about situations or to solve problems. There were several guidelines to develop students' critical thinking skills in the mathematics classroom. In this article, four appropriate guidelines for situations or problems designing to develop critical thinking in mathematics classroom were proposed which were 1) mathematical problems that had many correct answers or different solving methods, 2) realistic mathematical word problems that students could use experiences to solve, 3) ill-structured mathematical problems, and 4) real-life situations or problems which students could use their mathematical knowledge, ideas, and experiences to describe or solve. The purpose of these designed situations and problems was to develop some specific abilities of critical thinking. In addition, mathematical knowledge for describing or solving the designed situations or problems should not be at an extremely high level which might interrupt the development of critical thinking skills.

Keywords: critical thinking, mathematical problems, real-life problems

บทนำ

การคิดอย่างมีวิจารณญาณและการแก้ปัญหาเป็นหนึ่งในทักษะการเรียนรู้และนวัตกรรมสำหรับการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 ซึ่งเป็นทักษะที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนในการเรียน การดำเนินชีวิต และการประกอบอาชีพ หลักสูตรระดับการศึกษาขั้นพื้นฐานของแต่ละประเทศจึงพยายามบูรณาการทักษะดังกล่าวกับมาตรฐานการเรียนรู้ แนวทางการเรียนการสอนและแนวทางการวัดและประเมินผลของหลักสูตรในทุก ๆ รายวิชา เพื่อนำไปสู่การออกแบบการเรียนการสอนที่สามารถพัฒนาผู้เรียนได้ เช่นเดียวกับมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของประเทศไทยที่ถูกกำหนดขึ้นโดยคำนึงถึงการส่งเสริมทักษะที่จำเป็นสำหรับการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เพื่อเป็นการเตรียมผู้เรียนมีความพร้อมในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ เช่น การเตรียมผู้เรียนให้มีทักษะด้านการคิดวิเคราะห์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ การแก้ปัญหา (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน, 2560) อย่างไรก็ตามในการพัฒนาการคิดอย่างมีวิจารณญาณก็ยังมีอุปสรรคอยู่หลายประการ ได้แก่ การฝึกอบรมของครูในเรื่องวิธีการสอนเพื่อพัฒนาการคิดไม่เพียงพอ สื่อและแหล่งการเรียนรู้มีไม่มาก ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ความสามารถเฉพาะบุคคลและลักษณะการเรียนรู้ของผู้เรียน การจัดสรรเวลาในคาบเรียนที่ครูมุ่งเน้นพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นหลัก (Kennedy et al., 1991; Peter, 2012) ทำให้นักการศึกษาได้ศึกษาวิธีการในการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาการคิดอย่างมีวิจารณญาณของผู้เรียนในวิชาคณิตศาสตร์ในหลากหลายแนวทาง เช่น การใช้กระบวนการสืบสอบ (เสาวลักษณ์ สุวรรณชัยรบ, 2563) การใช้การเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน (problem-based learning) ที่เน้นปัญหาในชีวิตจริง (Siriwat & Katwibun, 2017) การใช้การแก้ปัญหาที่มีโครงสร้างไม่สมบูรณ์ (ill-structured problem solving) (วรนิพิฎ พันธ์หนองหว้า, 2559; Leader & Middleton, 2004) การใช้แนวการศึกษาที่สอดคล้องกับชีวิตจริง (realistic mathematics education approach) (Hikayat et al., 2020)

จากวิธีการข้างต้นสะท้อนให้เห็นว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์หรือปัญหาในชีวิตจริงเป็นตัวเดินเรื่องในการพัฒนาการคิดอย่างมีวิจารณญาณ เมื่อพิจารณาถึงความสำคัญและอุปสรรคที่กล่าวมา ในบทความนี้ผู้เขียนจึงมีเป้าหมายเพื่อนำเสนอลักษณะปัญหาและตัวอย่างปัญหาที่ผู้สอนสามารถนำไปเป็นแนวทางในออกแบบการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาการคิดอย่างมีวิจารณญาณ โดยหวังว่าบทความนี้จะเป็นหนึ่งในแหล่งการเรียนรู้สำหรับผู้สอนเพื่อพัฒนาผู้เรียนต่อไป

การคิดอย่างมีวิจารณญาณ

การคิดอย่างมีวิจารณญาณเป็นการคิดขั้นสูงเมื่อเทียบกับระดับพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัย จะอยู่ในระดับการวิเคราะห์ การสังเคราะห์ และการประเมินค่า ตามทฤษฎีการเรียนรู้ของบลูม (bloom's taxonomy) (Kennedy et al., 1991; Lai, 2011) ตามมุมมองนี้จะทำให้ผู้สอนสามารถเลือกแนวทางในออกแบบการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาการคิดอย่างมีวิจารณญาณของผู้เรียนได้ อย่างไรก็ตามเกณฑ์หนึ่งที่ทำให้การคิดอย่างมีวิจารณญาณมีความแตกต่างจากการคิดขั้นสูงตามทฤษฎีการเรียนรู้ของบลูม คือ การตัดสินใจ (Ennis, 1985) ซึ่ง Ennis (1985) ได้ให้ความหมายของการคิดอย่างมีวิจารณญาณว่าเป็นทักษะการคิดไตร่ตรองและการคิดการให้เหตุผลที่จะตัดสินใจในการเชื่อหรือทำสิ่งใดสิ่งหนึ่ง นอกจากนี้ในมุมของการรู้คิด (metacognition) หรือการคิดเกี่ยวกับการคิด Dwyer et al. (2014) ได้อธิบายว่า การคิดอย่างมีวิจารณญาณเป็นกระบวนการรู้คิด (metacognitive process) ที่เปิดโอกาสในการสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลจากหลักฐานหรือข้อคิดเห็น หรือหาวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งต้องใช้ทักษะย่อย เช่น การวิเคราะห์ การประเมินค่า การลงข้อสรุป (inference) การตัดสินใจอย่างไตร่ตรอง (reflective judgement)

Ennis (1985) ได้ระบุความสามารถของการคิดอย่างวิจารณญาณไว้ 4 ด้าน ดังนี้

1) การทำความเข้าใจข้อมูล เป็นความสามารถในการระบุปัญหา การวิเคราะห์ข้อมูล และการตั้งคำถามและค้นหาคำตอบเพื่อทำความเข้าปัญหาอย่างลึกซึ้ง

2) การอ้างอิงข้อมูล เป็นความสามารถในการพิจารณาความน่าเชื่อถือของแหล่งข้อมูล และการตัดสินใจเลือกใช้ข้อมูล

3) การลงข้อสรุป เป็นความสามารถในการให้เหตุผลแบบอุปนัยและการให้เหตุผลแบบนิรนัยเพื่อลงข้อสรุป และการประเมินความน่าเชื่อถือของข้อสรุป

4) การตัดสินใจและการแก้ปัญหา เป็นความสามารถในตัดสินใจในแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหา เช่น การเลือกกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา การเลือกคำตอบ

ในขณะที่กรอบแนวคิดเพื่อการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 (Partnership for 21st Century Skills, 2011) ได้แบ่งองค์ประกอบของความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณเป็น 3 ด้าน ดังนี้

1) การให้เหตุผลอย่างมีประสิทธิภาพ เป็นความสามารถในการให้เหตุผลได้หลากหลายตามความเหมาะสมของสถานการณ์ เช่น การให้เหตุผลแบบอุปนัย การให้เหตุผลแบบนิรนัย

2) การใช้การคิดอย่างเป็นระบบ เป็นความสามารถในการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลและประมวลผลข้อมูล

3) การประเมินและการตัดสินใจ เป็นความสามารถในการประเมินความน่าเชื่อถือของข้อมูลจากหลักฐาน ข้อเท็จจริง ข้อคิดเห็น และความเชื่อ และการตีความและวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อตัดสินใจในการลงข้อสรุป

ความหมายและความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ และเป้าหมายของบทความที่ได้กล่าวไว้ข้างต้น ในบทความนี้การคิดอย่างมีวิจารณญาณจะหมายถึงการคิดไตร่ตรอง การให้เหตุผล การวิเคราะห์และประเมินข้อมูลเพื่อตัดสินใจดำเนินการในสถานการณ์หรือแก้ปัญหาที่พบเจอ โดยความสามารถย่อยของการคิดอย่างมีวิจารณญาณ พิจารณาเป็น 4 กลุ่ม ดังนี้

1) ความสามารถในการระบุปัญหา วิเคราะห์ข้อมูลและความสัมพันธ์ของข้อมูล การตั้งคำถามและค้นหาคำตอบเพื่อทำความเข้าใจปัญหา

2) ความสามารถในการประเมินความน่าเชื่อถือของข้อมูลจากหลักฐาน ข้อเท็จจริง ข้อคิดเห็น และความเชื่อ

3) ความสามารถในการตีความและวิเคราะห์ข้อมูล การให้เหตุผลแบบอุปนัยและการให้เหตุผลแบบนิรนัย เพื่อลงข้อสรุป

4) ความสามารถในการตัดสินใจดำเนินการในแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหา

แนวทางการออกแบบปัญหาทางคณิตศาสตร์กับการคิดอย่างมีวิจารณญาณ

ปัญหาคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาการคิดอย่างมีวิจารณญาณ ต้องเอื้อให้ผู้เรียนแสดงความสามารถย่อยของการคิดอย่างมีวิจารณญาณ โดยใช้ความรู้และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ ตัวอย่างแนวทางการออกแบบปัญหาทางคณิตศาสตร์มีดังนี้

แนวทางที่ 1 การออกแบบปัญหาคณิตศาสตร์ที่มีหลายคำตอบหรือหลายวิธีการ งานวิจัยหลายงานมีการใช้ปัญหาปลายเปิด (open-ended problem) เพื่อเป็นเครื่องมือที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนแสดงความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ (สุวรรณา เปลี่ยนรัมย์ และ ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์, 2550; Afifah & Agoestanto, 2020) ซึ่งปัญหาคณิตศาสตร์ลักษณะนี้ผู้เรียนต้องทำความเข้าใจ หาความสัมพันธ์ของข้อมูล วิเคราะห์และประเมินข้อมูลหรือปัญหาคณิตศาสตร์ในหลากหลายมุมมอง ซึ่งสอดคล้องกับความสามารถย่อยของการคิดอย่างมีวิจารณญาณ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 จงหาความสัมพันธ์ต่าง ๆ ที่พบในแบบรูปของจำนวนต่อไปนี้

1, 1, 5, 3, 9, 7, 13, 15, 17, 31, 21

แนวคิด ปัญหาคณิตศาสตร์ข้อนี้เน้นให้ผู้เรียนสังเกต แยกแยะ และวิเคราะห์ข้อมูลออกเป็นส่วนย่อย เพื่อระบุความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลย่อย ๆ ดังกล่าว ซึ่งสามารถมองได้ในหลายมุมมอง ทำให้เกิดคำตอบที่หลากหลาย นั่นคือ ความสัมพันธ์ที่พบอาจเป็น จำนวนทุกจำนวนเป็นจำนวนคี่ จำนวนที่อยู่ในตำแหน่งเลขคู่ที่ติดกันจะเพิ่มขึ้นทีละ 2, 4, 8, 16 ตามลำดับ หรือจำนวนที่อยู่ในตำแหน่งเลขคี่ที่ติดกันจะเพิ่มขึ้นทีละ 4

หากต้องการฝึกการให้เหตุผลแบบอุปนัย อาจปรับปัญหานี้เป็นแบบรูปของจำนวน 1, 1, 5, 3, 9, 7, 13, 15, 17, 31, 21, … แล้วให้ผู้เรียนได้ลองระบุจำนวนในตำแหน่งถัด ๆ ไป พร้อมให้เหตุผลประกอบ ซึ่งผู้เรียนจะต้องนำความสัมพันธ์ที่พบข้างต้น มาสังเกตลักษณะร่วมที่สำคัญ แล้วสรุปเป็นกฎเกณฑ์ ข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ โดยอธิบายเป็นภาษาที่เป็นทางการหรือไม่เป็นทางการ เช่น จำนวนในตำแหน่งเลขคู่ถัดไปหาได้จากการบวกจำนวนในตำแหน่งที่ 2 ด้วย 2, 4, 8, 16, 32, 64, … จำนวนในตำแหน่งเลขคี่หาได้จากการบวกจำนวนในตำแหน่งเลขคี่ที่อยู่ก่อนหน้าด้วย 4

หากผู้เรียนมีความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับลำดับและการหาพจน์ทั่วไปของลำดับแล้ว ผู้สอนควรกระตุ้นให้ผู้เรียนหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 1, 1, 5, 3, 9, 7, 13, 15, 17, 31, 21, … นี้ ซึ่งเป็นการฝึกการให้เหตุผลแบบอุปนัยโดยใช้ความรู้คณิตศาสตร์ที่สูงขึ้นเพื่อลงข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ (คำตอบของปัญหา คือ $a_n = 2n - 1$ เมื่อ n เป็นจำนวนคี่ และ $a_n = 2^{\frac{n}{2}} - 1$ เมื่อ n เป็นจำนวนคู่) นอกจากนี้ ผู้สอนควรกระตุ้นให้ผู้เรียนประเมินความน่าเชื่อถือของข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์จากข้อมูลที่มีในปัญหา โดยการใช้ข้อมูลที่เป็นข้อเท็จจริงมายืนยันข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ สำหรับผู้เรียนในระดับมัธยมศึกษาจะใช้เพียงการลองแทนค่า n ในคำตอบของปัญหา แล้วนำมาเทียบกับค่าในตำแหน่งต่าง ๆ ของลำดับที่โจทย์กำหนด ซึ่งลักษณะดังกล่าวเป็นการให้เหตุผลแบบนิรนัย

แนวทางที่ 2 การออกแบบปัญหาเรื่องราวคณิตศาสตร์ (mathematical word problems) ที่เป็นสถานการณ์เสมือนจริงที่เน้นการเชื่อมโยงประสบการณ์ในชีวิตจริงมาใช้ในการแก้ปัญหา โดยปัญหาเรื่องราวคณิตศาสตร์จะเป็นปัญหาที่มีสถานการณ์ที่มีรายละเอียดให้ผู้เรียนอ่านและวิเคราะห์ข้อมูลที่มี และหาคำตอบของปัญหานั้น ปัญหาเรื่องราวที่นำมาสอนในห้องเรียนหรือที่ปรากฏในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่จะใช้สถานการณ์เสมือนจริงที่เกี่ยวข้องกับผู้เรียน เพื่อสร้างความสนใจให้ผู้เรียนลงมือแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบโดยประยุกต์ใช้ความรู้และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ แต่ปัญหาเรื่องราวคณิตศาสตร์ลักษณะนี้อาจไม่เหมาะที่จะนำมาใช้ในการพัฒนาการคิดอย่างมีวิจารณญาณในบางความสามารถย่อย ดังเช่นปัญหา “หากต้องการทำน้ำลิ้นจี่ผสมน้ำมะนาว 1 แก้ว โดยใช้น้ำมะนาวเข้มข้น 80% จำนวน 50 ลูกบาศก์เซนติเมตร และน้ำลิ้นจี่เข้มข้น 60% จำนวน 150 ลูกบาศก์เซนติเมตร จงหาว่า น้ำผลไม้ผสมนี้มีความเข้มข้นเท่าใด” ผู้เรียนอาจได้เพียงการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลจากปัญหา เลือกใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ และดำเนินการแก้ปัญหาจนได้คำตอบที่มี

คำตอบเดียว โดยไม่มีข้อมูลที่ผู้เรียนต้องตีความและประเมินความน่าเชื่อถือ และไม่ต้องตัดสินใจในการดำเนินการในแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหา ตัวอย่างต่อไปนี้เป็นการนำเสนอปัญหาเรื่องราวคณิตศาสตร์ที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนลองคิดเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์และประสบการณ์ในชีวิตจริงมาช่วยจัดการข้อมูลต่าง ๆ จนนำไปสู่การคิดไตร่ตรองเพื่อการตัดสินใจในการแก้ปัญหา

ตัวอย่างที่ 2 โถแก้วบรรจุน้ำผลไม้เข้มข้น น้ำเชื่อมและน้ำเปล่า แต่ละชนิดมีปริมาณ 700 ลูกบาศก์เซนติเมตร (cm^3) โดยมีรายละเอียด คือ

น้ำบ๊วยเข้มข้น	65%	น้ำมะนาวเข้มข้น	40%
น้ำลิ้นจี่เข้มข้น	60%	น้ำเสาวรสเข้มข้น	80%
น้ำส้มเข้มข้น	75%	น้ำเชื่อม	25%

หากต้องการทำน้ำผลไม้ผสมที่มีความเข้มข้น 50% ปริมาณ 300 ลูกบาศก์เซนติเมตร จะสามารถผสมส่วนประกอบตั้งแต่ 2 ชนิดขึ้นไป (ไม่นับรวมน้ำเปล่า) ในสัดส่วนเท่าใด จึงจะทำให้ได้น้ำผลไม้ผสมที่มีความเข้มข้นและปริมาณตามที่กำหนด

แนวคิด ปัญหาเรื่องราวคณิตศาสตร์ข้อนี้เน้นให้ผู้เรียนวิเคราะห์ และคิดไตร่ตรอง ก่อนที่จะตัดสินใจเลือกแนวทางในการหาคำตอบที่เหมาะสม ซึ่งต้องใช้ความรู้คณิตศาสตร์ร่วมด้วย ว่าจะทำอย่างไรให้น้ำผลไม้ผสมมีความเข้มข้น 50% เช่น ต้องเลือกน้ำผลไม้ที่มีความเข้มข้นมากกว่า 50% ผสมรวมกับน้ำผลไม้หรือน้ำเชื่อม ที่มีความเข้มข้นน้อยกว่า 50% หรือเลือกน้ำผลไม้เข้มข้นมากกว่า 50% ตั้งแต่ 2 ชนิดขึ้นไป ผสมกับน้ำเปล่าเพื่อเจือจางความเข้มข้น

หากนำน้ำผลไม้เข้มข้นสองชนิดที่มีปริมาณเท่ากัน เช่น น้ำมะนาวเข้มข้น 40% มาผสมกับน้ำลิ้นจี่เข้มข้น 60% หรือ น้ำส้มเข้มข้น 75% ผสมกับน้ำเชื่อมเข้มข้น 25% จะได้น้ำผลไม้ผสมความเข้มข้น 50% โดยไม่ต้องคำนวณ ดังคำตอบที่ 1 และคำตอบที่ 2 ในตาราง 1 โดยไม่คำนึงถึงรสชาติ แต่ผู้สอนควรกระตุ้นให้ผู้เรียนคิดเชื่อมโยงเกี่ยวกับประสบการณ์ในชีวิตจริง ประกอบการตัดสินใจเลือกคำตอบ เช่น รสชาติ ความชอบ

หากผู้เรียนใช้ประสบการณ์เกี่ยวกับรสชาติมาเป็นอันดับแรกในการเลือก จะมีการเลือกน้ำผลไม้ชนิดต่าง ๆ และพยายามปรับปริมาณของน้ำผลไม้ ความเข้มข้นของน้ำผลไม้ที่เลือก แล้วใช้การคำนวณเพื่อหาคำตอบ ดังคำตอบที่ 3 และคำตอบที่ 4 ในตาราง 1

ตาราง 1

ตัวอย่างคำตอบของน้ำผลไม้ผสมความเข้มข้น 50% ปริมาณ 300 ลูกบาศก์เซนติเมตร

คำตอบ	น้ำบ๊วย 65%	น้ำมะนาว 40%	น้ำลิ้นจี่ 60%	น้ำเสาวรส 80%	น้ำส้ม 75%	น้ำเชื่อม 25%	น้ำเปล่า
1	-	150 cm^3	150 cm^3	-	-	-	-
2	-	-	-	-	150 cm^3	150 cm^3	-
3	-	50 cm^3	150 cm^3	50 cm^3	-	-	50 cm^3
4	100 cm^3	-	-	-	100 cm^3	80 cm^3	20 cm^3

แนวทางที่ 3 การออกแบบปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มีโครงสร้างไม่สมบูรณ์ (ill-structured problem) ปัญหาที่มีโครงสร้างไม่สมบูรณ์มีลักษณะสำคัญ คือ เป็นปัญหาที่ให้ข้อมูลมาไม่เพียงพอ และไม่มีแนวทางที่ชัดเจนในการหาคำตอบ จึงไม่สามารถแก้ปัญหาได้ทันที ผู้เรียนจะต้องค้นหาข้อมูลเพิ่มเติม รวบรวมข้อมูล นำข้อมูลมาวิเคราะห์เพื่อกำหนดข้อตกลงเบื้องต้น จนนำไปสู่การวางแผนในการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบ จากลักษณะของปัญหาที่มีโครงสร้างไม่สมบูรณ์ข้างต้น ผู้เรียน

จะได้ฝึกการประเมินความน่าเชื่อถือของข้อมูลโดยพิจารณาความสอดคล้องของข้อมูลเพิ่มเติมกับข้อมูลเดิมของปัญหา ฝึกให้เหตุผลเพื่อประกอบการตัดสินใจในการสรุปคำตอบ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 3 ฟาร์มเลี้ยงโคนมแห่งหนึ่งมีทุ่งหญ้าที่ปล่อยให้โคนมกินเป็นอาหาร ลักษณะเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีความยาวเส้นทแยงมุมเท่ากับ 116 เมตร จงหาพื้นที่ของทุ่งหญ้าดังกล่าว

แนวคิด ปัญหาคณิตศาสตร์นี้มุ่งเน้นให้ผู้เรียนวิเคราะห์และประเมินว่าข้อมูลที่มีอยู่เพียงพอจะนำมาสู่แนวทางหรือวิธีการแก้ปัญหาได้หรือไม่ หากข้อมูลไม่เพียงพอ ต้องทราบข้อมูลใดเพิ่มเติมที่จำเป็นและเพียงพอต่อการแก้ปัญหา โดยผู้เรียนต้องอ่านทำความเข้าใจปัญหาและวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลของแต่ละส่วนย่อยที่มีทั้งหมดในโจทย์ ได้แก่ ทุ่งหญ้าเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ความยาวของเส้นทแยงมุมของทุ่งหญ้าเท่ากับ 116 เมตร ปัญหานี้ต้องการหาพื้นที่ของทุ่งหญ้า ซึ่งพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าได้มาจากผลคูณของความยาวด้านกว้างกับความยาวด้านยาว จากนั้นจะต้องเชื่อมโยงข้อมูลที่มีกับความรู้และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์เดิม เพื่อนำมาใช้ในการค้นหาแนวทางหรือวิธีการในการแก้ปัญหา จะพบว่า ข้อมูลจากปัญหามีเพียงความยาวของเส้นทแยงมุม ไม่เพียงพอที่จะหาความยาวด้านกว้างและด้านยาวของทุ่งหญ้าได้ ผู้เรียนต้องระบุข้อมูลที่จำเป็นและเพียงพอเพื่อกำหนดข้อตกลงเบื้องต้น ที่จะนำไปใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์นี้ โดยขึ้นกับความรู้และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ในที่นี้จะยกตัวอย่างการระบุข้อมูลที่จำเป็นที่ต้องเพิ่มเติม 2 แบบ ดังนี้

1) ระบุข้อมูลเพิ่มเติม คือ ความยาวของด้านกว้างหรือด้านยาวด้านใดด้านหนึ่ง หากปัญหามีการกำหนดข้อมูลความยาวด้านใดด้านหนึ่ง ผู้เรียนจะสามารถใช้ความรู้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสในการหาความยาวด้านที่เหลือได้ ซึ่งจะทำให้คำนวณพื้นที่ของทุ่งหญ้าได้ ทั้งนี้การที่ผู้เรียนจะกำหนดความยาวด้านกว้างหรือด้านยาวเป็นเท่าใดนั้น ผู้เรียนต้องเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์และประเมินความสมเหตุสมผลของการกำหนดความยาวที่เพิ่มขึ้นมาดังกล่าว นั่นคือ ความยาวด้านของด้านที่เลือกต้องน้อยกว่า 116 เมตร

2) ระบุข้อมูลเพิ่มเติม คือ กำหนดเงื่อนไขของความสัมพันธ์ระหว่างความยาวด้านกว้างและด้านยาว เช่น ความยาวของทั้งสองด้านต่างกัน 2 เมตร เป็นต้น จากนั้นผู้เรียนจะใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวและทฤษฎีบทพีทาโกรัส ในการหาความยาวด้านทั้งสอง ก่อนจะนำไปคำนวณพื้นที่ของทุ่งหญ้า

จากตัวอย่างข้อมูลที่ต้องระบุเพิ่มเติมข้างต้น ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้อภิปรายและประเมินความเหมาะสม ข้อดี ข้อจำกัด และความรู้ที่จำเป็นต้องใช้ในการหาคำตอบของแต่ละแนวคิด

แนวทางการออกแบบปัญหาในชีวิตจริงกับการคิดอย่างมีวิจารณญาณ

สถานการณ์ในชีวิตจริง (real-life situation) หรือปัญหาในชีวิตจริง (real-life problem) เป็นสถานการณ์หรือปัญหาที่เกี่ยวกับประเด็นหรือบริบทต่าง ๆ ที่อยู่นอกห้องเรียน อาจเป็นบริบทส่วนตัว บริบทเกี่ยวกับชุมชน สังคมหรือโลก ซึ่งหลายเรื่องราวเป็นเรื่องที่ต้องใช้การคิดอย่างมีวิจารณญาณในการอธิบายสถานการณ์หรือหาคำตอบของปัญหาในชีวิตจริง โดยอาศัยความรู้และประสบการณ์ในหลากหลายด้าน รวมถึงความรู้และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำไปประกอบการวิเคราะห์ ไตร่ตรองและตัดสินใจอย่างใดอย่างหนึ่งภายใต้ข้อมูลที่มีอยู่ ไม่ว่าข้อมูลนั้นจะเพียงพอต่อการตัดสินใจหรือไม่ก็ตาม ดังนั้น อีกแนวทางหนึ่งในการออกแบบปัญหาที่จะนำไปใช้การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการคิดอย่างมีวิจารณญาณ คือ

แนวทางที่ 4 การออกแบบสถานการณ์หรือปัญหาในชีวิตจริงที่เน้นการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ ความคิดและประสบการณ์ที่มีอยู่มาใช้ในการอธิบายสถานการณ์หรือหาคำตอบของปัญหา ซึ่งบางสถานการณ์หรือปัญหาในชีวิตจริงอาจใช้ความรู้คณิตศาสตร์ตัดสินใจหรือแก้ปัญหาได้ทันที แต่บางสถานการณ์หรือปัญหาในชีวิตจริงจะใช้ความรู้คณิตศาสตร์เพื่อไปพิจารณาร่วมกับปัจจัยอื่นก่อนจะตัดสินใจหรือแก้ปัญหา ดังตัวอย่างสถานการณ์และปัญหาในชีวิตจริงต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 4 จงให้เหตุผลประกอบการเลือกซื้อสินค้าในแต่ละสถานการณ์ในชีวิตจริงต่อไปนี้

สถานการณ์ที่ 1 ห้างสรรพสินค้าแห่งหนึ่งจัดโปรโมชันส่วนลด ดังนี้

รายการที่ 1 : น้ำยาปรับผ้านุ่ม 1 ถุง ปริมาณ 800 มิลลิลิตร ราคา 17 บาท จัดโปรโมชันลดราคา เหลือเพียง 16.50 บาท แต่ถ้าซื้อยกแพ็ค (บรรจุ 3 ถุง) ราคาจะเหลือ 48 บาท

รายการที่ 2 : ผงซักฟอก 1 ถุง ปริมาณ 1,500 กรัม ราคา 95 บาท จัดโปรโมชันลดราคา เหลือเพียง 89 บาท แต่ถ้าซื้อ 1 ถุงที่มีปริมาณ 3,000 กรัม ราคาเพียง 180 บาท

สถานการณ์ที่ 2 ในร้านขายเครื่องสำอางมีการจัดรายการส่งเสริมการขาย ดังนี้

แบบที่ 1 : ลูกค้า (ที่เป็นสมาชิก) ซื้อสินค้าชิ้นที่ 1 จะได้รับส่วนลด 15% และเมื่อลูกค้าซื้อสินค้าชิ้นที่ 2 ในราคาที่เท่ากันหรือต่ำกว่า จะได้รับส่วนลด 35% ในใบเสร็จเดียวกัน

แบบที่ 2 : ลูกค้าซื้อสินค้าทุกชิ้นจะได้รับส่วนสด 25% ในใบเสร็จเดียวกัน

แนวคิด สถานการณ์ที่ 1 ผู้เรียนสามารถไตร่ตรอง ให้เหตุผลและตัดสินใจเลือกอย่างใดอย่างหนึ่งภายใต้ข้อมูลที่มีอยู่ โดยในรายการที่ 1 เมื่อลองคำนวณราคา จะพบว่า การซื้อของในปริมาณมากจะถูกกว่าซื้อแยกชิ้น ซึ่งเป็นไปตามประสบการณ์ของคนส่วนใหญ่ที่ว่าซื้อของแบบแพ็คจะถูกกว่าซื้อแบบแยกชิ้น แต่การตัดสินใจในการเลือกซื้อสินค้าอาจพิจารณาในเรื่องความจำเป็นในการใช้สินค้าและประสิทธิภาพของสินค้าเมื่อต้องเก็บนาน ๆ ในขณะที่การเลือกซื้อสินค้ารายการที่ 2 ไม่สามารถใช้เพียงประสบการณ์ในชีวิตจริงเท่านั้น ต้องใช้การคิดคำนวณร่วมด้วยเพื่อประกอบการตัดสินใจ

สถานการณ์ที่ 2 ผู้เรียนจะต้องให้เหตุผลในการตัดสินใจเพื่อเลือกซื้อของตามรูปแบบที่กำหนด ซึ่งสถานการณ์นี้ไม่สามารถบอกได้ว่าการเลือกซื้อแบบใดดีกว่ากัน ขึ้นอยู่กับจำนวนสินค้าและราคาสินค้าที่เลือกซื้อ ทั้งนี้หากผู้เรียนพิจารณาเพียงข้อมูลที่สถานการณ์กำหนดโดยไม่ลองระบุราคาสินค้าชิ้นที่ 1 และชิ้นที่ 2 ให้แตกต่างกันแล้วคิดคำนวณ อาจรู้สึกว่าแบบที่ 1 และแบบที่ 2 จะได้รับส่วนลดเท่ากัน หรือรู้สึกว่าสมาชิกย่อมได้รับส่วนลดมากกว่า ซึ่งข้อสรุปจากสถานการณ์จะพบว่า หากซื้อสินค้าเพียงสองชิ้น การเลือกรายการส่งเสริมการขายทั้งสองแบบจะได้รับส่วนลดเท่ากันเมื่อสินค้าสองชิ้นนั้นราคาเท่ากัน แต่ถ้าสินค้าชิ้นที่ 2 มีราคาต่ำกว่า การเลือกแบบที่ 2 จะได้รับส่วนลดมากกว่า

ตัวอย่างที่ 5 กรมอนามัย กระทรวงสาธารณสุขได้ประกาศแนวปฏิบัติสำหรับสถานศึกษา ในการป้องกันการแพร่ระบาดของโรคโควิด-19 ประเทศไทย หนึ่งในจำนวนหลายข้อคือ แนวปฏิบัติด้านอนามัยสิ่งแวดล้อม ในส่วนของห้องเรียนที่ใช้สำหรับการจัดการเรียนการสอน โดยกำหนดให้สถานศึกษาจัดโต๊ะ เก้าอี้หรือที่นั่งให้มีการเว้นระยะห่างระหว่างบุคคล อย่างน้อย 1 – 2 เมตร (ข้อมูล ณ วันที่ 20 พฤษภาคม 2563) สำหรับห้องเรียนรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าขนาด 8×9 ตารางเมตร ซึ่งมีกระดานวางขนานตามแนวกว้างของห้องเรียน ภายใต้สถานการณ์ข้างต้น สามารถจัดที่นั่งได้จำนวนเท่าใดและในรูปแบบใดบ้าง โดยให้เหตุผลและเขียนแผนภาพที่แสดงการจัดที่นั่งประกอบคำตอบ

แนวคิด ปัญหานี้เน้นให้ผู้เรียนวิเคราะห์ข้อมูลในสถานการณ์ในชีวิตจริง ซึ่งผู้เรียนจำเป็นต้องพิจารณาว่าข้อมูลย่อย ๆ แต่ละส่วนมีความสัมพันธ์กันอย่างไร รวมถึงการพิจารณาถึงความคลาดเคลื่อนที่สามารถยอมรับได้หรือข้อจำกัดบางประการที่ในขณะที่แก้ปัญหา การกำหนดข้อตกลงบางประการเพื่อช่วยในการแก้ปัญหา และการให้เหตุผลประกอบการเลือกและการตัดสินใจของตนเอง โดยผู้สอนควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีความกระตือรือร้นในการแสวงหาข้อมูลเพิ่มเติมเพื่อนำมาใช้ประกอบการสร้างข้อตกลงในแก้ปัญหา เพื่อให้คำตอบที่ได้มีความใกล้เคียงและสอดคล้องกับความเป็นจริงมากที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้ เช่น ระยะห่างระหว่างกระดานและผู้เรียนที่เหมาะสม ขนาดโต๊ะและขนาดเก้าอี้ของผู้เรียนในแต่ละช่วงวัย จุดเน้นอีกประการหนึ่งที่ควรเพิ่มเติมในการสอน คือ การเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้สะท้อนคิดเกี่ยวกับประสบการณ์และกระบวนการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นในแต่ละวิธีของการแก้ปัญหา

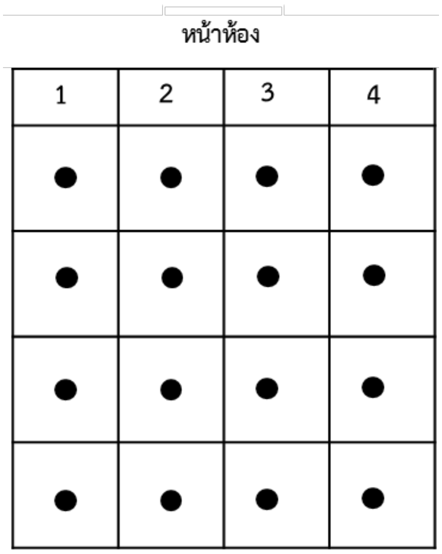
เมื่อข้อตกลงเบื้องต้นในการแก้ปัญหา คือ การเว้นระยะห่างระหว่างบุคคลเป็น 2 เมตร พิจารณาตำแหน่งการนั่งของบุคคลเป็นจุด ไม่พิจารณาขนาดโต๊ะและขนาดเก้าอี้ ไม่พิจารณาระยะห่างจากกระดานที่เหมาะสม จะมีตัวอย่างแนวคำตอบของปัญหา ดังนี้

1) ผู้เรียนอาจเลือกใช้วิธีการหรือแนวคิดในการแก้ปัญหาเช่นเดียวกันกับโจทย์ที่เป็นการทาสีลงบนพื้นผิวของรูปเรขาคณิต 2 มิติ นั่นคือ การพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่ของห้องเรียนซึ่งเท่ากับ 72 ตารางเมตร กับพื้นที่ปลอดภัยที่มากที่สุดที่ผู้เรียนหนึ่งคนต้องการคือ 4 ตารางเมตร แล้วนำไปคำนวณหาจำนวนที่นั่งที่จะสามารถจัดได้โดยนำพื้นที่ของห้องเรียนหารด้วยพื้นที่ปลอดภัยของนักเรียนหนึ่งคน ทำให้ได้ว่าสามารถจัดที่นั่งได้ทั้งหมด 18 ที่นั่ง

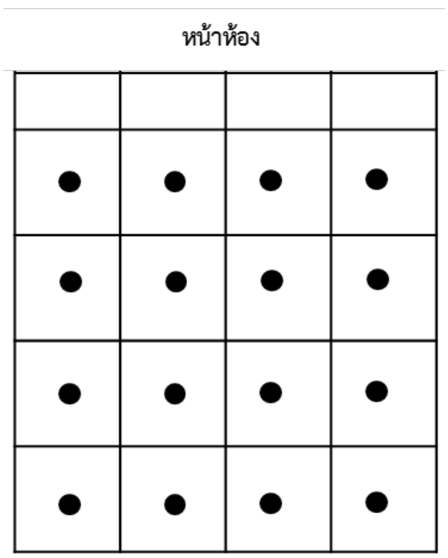
เมื่อนำคำตอบที่ได้มาพิจารณาร่วมกับสภาพความเป็นจริงของห้องเรียน จะพบว่า การจัดที่นั่งให้ได้ 18 ที่นั่งนั้น นอกจากที่นั่งสำหรับผู้เรียนแต่ละคน (วงกลมทึบ) ที่อยู่ในตำแหน่งกึ่งกลางของพื้นที่ปลอดภัยแล้ว การจะได้พื้นที่ปลอดภัยสำหรับผู้เรียนอีก 2 คน จะต้องใช้พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าหมายเลข 1 รวมกับหมายเลข 2 และพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าหมายเลข 3 รวมกับหมายเลข 4 ดังภาพ 1.1 ซึ่งไม่สามารถจัดให้มีที่นั่งเพิ่มขึ้นได้ ดังนั้น คำตอบ คือ สามารถจัดที่นั่งได้เพียง 16 ที่นั่งดังภาพ 1.2 ทั้งนี้ตำแหน่งที่นั่งของบุคคลสามารถจัดได้ในหลายลักษณะที่แตกต่างกัน โดยการเลื่อนขนานทุกตำแหน่งของที่นั่งไปในทิศทางเดียวกันและระยะเท่ากัน จากตำแหน่งเดิมในภาพ 1.2

ภาพ 1

แผนภาพการจัดที่นั่งตามแนวคำตอบที่ 1



ภาพ 1.1



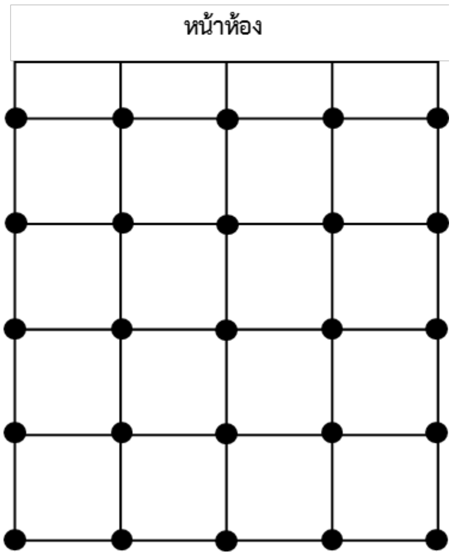
ภาพ 1.2

2) หากจัดที่นั่งแบบชิดผนัง และมีระยะห่างระหว่างบุคคลเป็น 2 เมตร ตามข้อตกลงเบื้องต้น จะสามารถจัดที่นั่งได้จำนวน 25 ที่นั่ง ดังภาพ 2.1

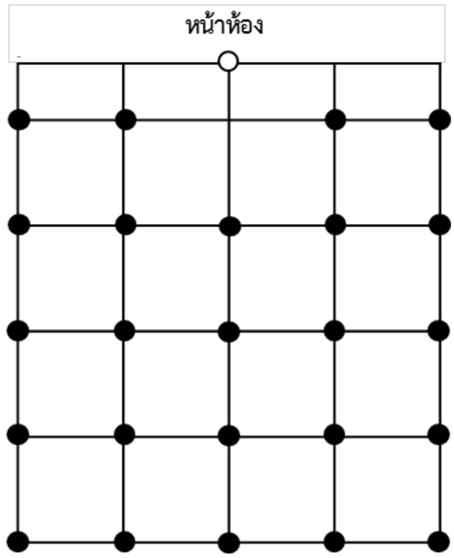
เมื่อนำคำตอบที่ได้มาพิจารณาร่วมกับสภาพความเป็นจริงของห้องเรียนที่มีผู้สอนจะอยู่หน้าห้องเรียนและต้องมีระยะห่างระหว่างบุคคลเป็น 2 เมตร จะต้องมีการจัดที่นั่งใหม่ โดยการจัดที่นั่งรูปแบบหนึ่งที่ได้จะเป็นการจัดที่นั่งดังภาพ 2.2 นั่นคือ ต้องนำที่นั่งของผู้เรียนออกจำนวน 1 ที่นั่ง และกำหนดตำแหน่งของผู้สอนด้วยวงกลมโปร่ง โดยตำแหน่งผู้สอนสามารถขยับลงตามแนวดิ่งในระยะไม่เกิน 1 เมตร โดยที่ยังคงรักษาระยะห่างระหว่างบุคคลได้ 2 เมตร เสมอ ในส่วนนี้ผู้เรียนต้องใช้ความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีบทพีทาโกรัสในการให้เหตุผลประกอบการจัดตำแหน่งที่นั่งดังที่กล่าวมา ดังนั้นจึงสามารถจัดที่นั่งสำหรับผู้เรียนได้จำนวน 24 ที่นั่ง

ภาพ 2

แผนภาพการจัดที่นั่งตามแนวคำตอบที่ 2



ภาพ 2.1



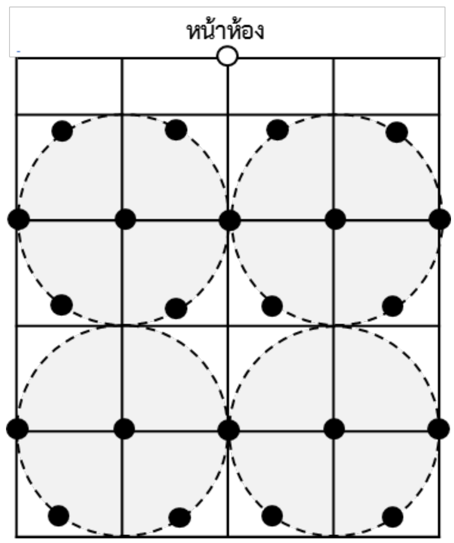
ภาพ 2.2

3) จากเงื่อนไขที่ว่า ทุกคนต้องมีระยะห่างระหว่างบุคคลเป็น 2 เมตร ทำให้เชื่อมโยงกับนิยามของวงกลม นั่นคือ ทุกตำแหน่งบนเส้นรอบวงจะห่างจากจุดศูนย์กลางเป็นระยะเท่ากัน สิ่งที่ต้องระมัดระวัง คือ ระยะห่างระหว่างแต่ละตำแหน่งที่อยู่บนเส้นรอบวงต้องห่างกันเท่ากับ 2 เมตร เช่นเดียวกัน โดยการใช้ความรู้เรื่องคอร์ด มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมภายในของวงกลม จะได้ว่าตำแหน่งที่นั่งที่สามารถจัดได้ในแต่ละวงกลม คือ ตำแหน่งจุดศูนย์กลาง และทุก ๆ ตำแหน่งที่บนเส้นรอบวงที่ห่างกัน $\frac{2\pi(2)}{6}$ เมตร หรือตำแหน่งที่นับแบบทวนเข็มนาฬิกาทีละ 60 องศา จากตำแหน่งเริ่มต้น ทำให้วงกลม 1 วงจะจัดที่นั่งได้จำนวน 7 ที่นั่ง

เมื่อพิจารณาความเป็นจริง จะพบว่าวงกลมแต่ละวงจะมีส่วนที่สัมผัสกัน ประกอบกับการคำนึงถึงระยะห่างระหว่างบุคคลเป็น 2 เมตร รูปแบบหนึ่งของการจัดที่นั่งจะจัดได้ 22 ที่นั่ง ดังภาพ 3.1

ภาพ 3

แผนภาพการจัดที่นั่งตามแนวคำตอบที่ 3



ภาพ 3.1

ในการเลือกหรือออกแบบสถานการณ์หรือปัญหาในชีวิตจริงในบริบทต่าง ๆ ที่จะนำมาปรับใช้ในการเรียนการสอน ผู้สอนสามารถศึกษาตัวอย่างสถานการณ์หรือปัญหาชีวิตจริงจากข้อสอบวัด “การรู้เรื่องคณิตศาสตร์” ของโปรแกรมประเมินสมรรถนะนักเรียนมาตรฐานสากล (programme for international student assessment หรือ PISA) ที่เน้นการประเมินสมรรถนะของนักเรียนเกี่ยวกับการใช้ความรู้และทักษะในชีวิตจริง เพื่อเลือกใช้ ปรับเปลี่ยน หรือใช้เป็นแนวทางในการออกแบบสถานการณ์หรือปัญหาในชีวิตจริงให้สอดคล้องกับการพัฒนาการคิดอย่างมีวิจารณญาณ

บทสรุป

การพัฒนาการคิดอย่างมีวิจารณญาณ ผู้สอนควรต้องเลือกหรือออกแบบสถานการณ์หรือปัญหาที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิดไตร่ตรอง ให้เหตุผล วิเคราะห์และประเมินข้อมูลเพื่อตัดสินใจดำเนินการในสถานการณ์หรือแก้ปัญหาที่พบเจอ แม้ว่าจะมีสถานการณ์หรือปัญหาที่เอื้อต่อการพัฒนาการคิดอย่างมีวิจารณญาณหลายลักษณะ แต่ลักษณะของสถานการณ์หรือปัญหาที่ผู้เรียนมีโอกาสเผชิญและลงมือแก้ปัญหาค่อนข้างน้อย คือ ปัญหาที่มีโครงสร้างไม่สมบูรณ์ และสถานการณ์หรือปัญหาในชีวิตจริง ดังนั้นผู้สอนควรนำปัญหาลักษณะนี้สอดแทรกไปในการจัดการเรียนการรู้คณิตศาสตร์โดยพิจารณาตามความเหมาะสมของเนื้อหาและเวลา โดยเฉพาะอย่างยิ่งหากปัญหาที่มีโครงสร้างไม่สมบูรณ์และสถานการณ์หรือปัญหาในชีวิตจริงเป็นเรื่องที่ใกล้ตัวผู้เรียน และไม่จำเป็นต้องใช้ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ในระดับสูงในการจัดการสถานการณ์หรือปัญหานั้น จะกระตุ้นความสนใจของผู้เรียน ทำให้ผู้เรียนต้องการลงมือแก้ปัญหาเพื่อค้นหาคำตอบ และเกิดการเรียนรู้อย่างมีความหมายโดยที่ความรู้ทางคณิตศาสตร์ไม่เป็นอุปสรรคต่อการพัฒนาการคิดอย่างมีวิจารณญาณที่เน้นกระบวนการคิดของผู้เรียนเป็นสำคัญ

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

วรนิพิฎ พันธ์หนองหว้า. (2559). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาที่มีโครงสร้างไม่สมบูรณ์ร่วมกับกลวิธีการเสริมต่อความคิดที่มีต่อความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3* [วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย]. Chulalongkorn University Intellectual Repository (CUIR). http://cuir.car.chula.ac.th/handle/123456789/55144

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ. (2560). *ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

สุวรรณี เปลี่ยนรัมย์ และ ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์. (2550). การศึกษาการคิดอย่างมีวิจารณญาณในสถานการณ์การแก้ปัญหาแบบปลายเปิดทางคณิตศาสตร์. *วารสารวิจัย มข. (ฉบับบัณฑิตศึกษา)*, *7*(2), 208–217. https://ph02.tci-thaijo.org/index.php/gskku/article/view/23852

เสาวลักษณ์ สุวรรณชัยรบ. (2563). *ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การเรียนรู้แบบสืบสอบที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์ และการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3* [วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย]. Chulalongkorn University Intellectual Repository (CUIR). http://cuir.car.chula.ac.th/handle/123456789/76677

ภาษาอังกฤษ

Afifah, S. A., & Agoestanto, A. (2020). Mathematical critical thinking ability in solving open-ended questions viewed from students' curiosity. *Unnes Journal of Mathematics Education*, *9*(1), 36-42. https://doi.org/10.15294/ujme.v9i1.38099

Dwyer, C. P., Hogan, M. J., & Stewart, I. (2014). An integrated critical thinking framework for the 21st century. *Thinking skills and Creativity*, *12*, 43-52. https://doi.org/10.1016/j.tsc.2013.12.004

Ennis, R. H. (1985). A logical basis for measuring critical thinking skills. *Educational Leadership*, *43*(2), 44 - 48.

Hikayat, C., Suparman, Hairun, Y., & Suharna, H. (2020). Design of realistic mathematics education approach to improve critical thinking skills. *Universal Journal of Educational Research*, *8*(6), 2232 - 2244. https://doi.org/10.13189/ujer.2020.080606

Kennedy, M., Fisher, M. B., & Ennis, R. H. (1991). Critical thinking: Literature review and needed research. In L. Idol & B. F. Jones (Eds.), *Educational Values and Cognitive Instruction: Implications for Reform* (pp. 11 – 40). Lawrence Erlbaum.

Lai, E. R. (2011). *Critical thinking: A literature review*. Pearson Education.

Leader, L. F., & Middleton, J. A. (2004). Promoting critical-thinking dispositions by using problem solving in middle school mathematics. *Research in Middle School Level Education Online*, *28*(1), 1 -13. https://doi.org/10.1080/19404476.2004.11658174

Partnership for 21st Century Skills. (2011). *P21 common core toolkit: A guide to aligning the common core state standards with the framework for 21st century skills*. ERIC Clearinghouse.

Peter, E. E. (2012). Critical thinking: Essence for teaching mathematics and mathematics problem solving skills. *African Journal of Mathematics and Computer Science Research*, *5*(3), 39-43. https://doi.org/10.5897/AJMCSR11.161

Siriwat, R., & Katwibun, D. (2017). Exploring critical thinking in a mathematics problem-based learning classroom. In A. Downton, S. Livy, & J. Hall (Eds.), *Proceedings of the 40th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australia* (pp. 474 - 481). MERGA.