



ใบรับรองวิทยานิพนธ์
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

.....
ศึกษาศาสตร์มหาบัณฑิต (การสอนคณิตศาสตร์)

ปริญญา

การสอนคณิตศาสตร์	การศึกษา
สาขา	ภาควิชา

เรื่อง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง “วงกลม” โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบางละมุง จังหวัดชลบุรี

Learning Activities Management to Promote Students' Reasoning Skill on “Circle”
by Using The Geometer's Sketchpad Program for Mathayomsuksa Three Students
at Banglamung School, Changwat Chon Buri

นามผู้วิจัย นางสาวศราญลักษณ์ บุตรรัตน์

ได้พิจารณาเห็นชอบโดย

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

(..... อาจารย์ชนิศวรา เลิศอมรพงษ์, ศษ.ด.)

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม

(..... รองศาสตราจารย์สิริพร ทิพย์คง, Ed.D.)

หัวหน้าภาควิชา

(..... ผู้ช่วยศาสตราจารย์สุภารัตน์ สารสว่าง, Ph.D.)

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์รับรองแล้ว

.....
(..... รองศาสตราจารย์กัญจนา วีระกุล, D.Agr.)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

วันที่ เดือน พ.ศ.

สืบสีตงี มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

วิทยานิพนธ์

เรื่อง

การจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง “วงกลม”
โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
โรงเรียนบางละมุง จังหวัดชลบุรี

Learning Activities Management to Promote Students' Reasoning Skill on “Circle”
by Using The Geometer's Sketchpad Program for Mathayomsuksa Three Students
at Banglamung School, Changwat Chon Buri

โดย

นางสาวศราวุธลักษณ์ บุตรรัตน์

เสนอ

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
เพื่อความสมบูรณ์แห่งปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต (การสอนคณิตศาสตร์)

พ.ศ. 2553

ลิขสิทธิ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ศราญลักษณ์ บุตรรัตน์ 2553: การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง “วงกลม” โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบางละมุง จังหวัดชลบุรี ปรินญาศึกษาศาสตร์มหาบัณฑิต (การสอนคณิตศาสตร์) สาขาการสอนคณิตศาสตร์ ภาควิชาการศึกษา อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก: อาจารย์ชนิสวรา เลิศอมรพงษ์, ศษ.ค. 181 หน้า

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษา 1) ความสามารถในการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad 2) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad และ 3) ความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบางละมุง จังหวัดชลบุรี

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบางละมุง จังหวัดชลบุรี ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 42 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แผนการจัดการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ จำนวน 17 ข้อ แบบประเมินตนเองของนักเรียน แบบสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ด้านความสามารถในการให้เหตุผล และแบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ย และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน

ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad 2) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 และ 3) นักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยอย่างยิ่งกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad

ลายมือชื่อนิสิต

ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

Saranluck Butrarat 2010: Learning Activities Management to Promote Students' Reasoning Skill on "Circle" by Using The Geometer's Sketchpad Program for Mathayomsuksa Three Students at Banglamung School, Changwat Chon Buri. Master of Education (Teaching Mathematics), Major Field: Teaching Mathematics, Department of Education. Thesis Advisor: Mrs. Chanisavara Lertamornpomg, Ph.D. 181 pages.

The purposes of this research were 1) to study reasoning ability by using The Geometer's Sketchpad program, 2) to study the mathematics learning achievement on circle by using The Geometer's Sketchpad program, and 3) to study students' opinions related to learning activities management to promote students' reasoning skill on circle by using The Geometer's Sketchpad program of mathayomsuksa three students at Banglamung School, Changwat Chon Buri.

The population was 42 mathayomsuksa three students in the second semester of academic year 2009 at Banglamung School, Changwat Chon Buri. The research instruments were lesson plans, instructional media by using The Geometer's Sketchpad program, the 17 items of mathematics learning achievement test, students' self assessment form, students' observation scale for behaviors reflecting reasoning ability, and students' questionnaire on learning activities management to promote students' reasoning skill on circle by using The Geometer's Sketchpad program. The data were analyzed by the percentage, mean and standard deviation.

The research finding revealed that 1) students had the reasoning ability on circle by using The Geometer's Sketchpad program, 2) mathematics learning achievement on circle by using The Geometer's Sketchpad program was higher than 60 %, and 3) almost all students were very satisfied with learning activities management to promote students' reasoning skill on circle by using The Geometer's Sketchpad program.

Student's signature

Thesis Advisor's signature

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จอย่างสมบูรณ์ได้ เนื่องมาจากได้รับความเมตตาและความช่วยเหลืออย่างดียิ่งจาก ดร. ชนิศวรา เลิศอมรพงษ์ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก และรองศาสตราจารย์ ดร. สิริพร ทิพย์คง อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม ที่กรุณาให้ความอนุเคราะห์ดูแลและให้คำแนะนำปรึกษา รวมถึงให้ข้อเสนอแนะต่างๆ ที่เป็นประโยชน์ต่อการวิจัย ตลอดจนตรวจแก้ไขวิทยานิพนธ์ฉบับนี้อย่างละเอียดมาโดยตลอด และปลุกฝังให้ผู้วิจัยมีความละเอียดรอบคอบในการทำงาน อันเป็นประโยชน์สูงสุดต่อการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งและขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. อรพรรณ ต้นบรรจง ผู้ทรงคุณวุฒิภายนอกและผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ชานนท์ จันทรา ประธานการสอบ ที่ให้ข้อคิดในสิ่งที่เป็นประโยชน์ต่อผู้วิจัย ส่งผลให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น ขอกราบขอบพระคุณอาจารย์ทรงชัย อักษรคิดและผู้เชี่ยวชาญทุกท่านที่ได้ช่วยเหลือ ให้คำแนะนำ ตลอดจนตรวจสอบแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ ด้วยความเอาใจใส่อย่างดียิ่ง ทำให้ผู้วิจัยได้แนวคิดในการแก้ไขปรับปรุงเพื่อให้งานวิจัยมีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอขอบพระคุณผู้อำนวยการ คณาจารย์ ครูนิสา รอดทยอย และขอขอบคุณนักเรียนโรงเรียนบางละมุง จังหวัดชลบุรี ที่ให้ความร่วมมือและอำนวยความสะดวกในการทดลองหาประสิทธิภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยและเก็บรวบรวมข้อมูลในการวิจัยครั้งนี้เป็นอย่างดี ขอขอบคุณเพื่อนนิสิตปริญญาโทสาขาการสอนคณิตศาสตร์และเพื่อนๆทุกคนที่ให้ความช่วยเหลือและเป็นกำลังใจตลอดระยะเวลาในการศึกษาจนสำเร็จ

คุณค่าและประโยชน์อันพึงมีจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณครู อาจารย์ คุณพ่อสำราญ บุตรรัตน์ คุณแม่สุกัลักษณ์ บุตรรัตน์ คุณยายชม้อย นาคานาค พันโทสุรินทร์ เจริญชีพ และญาติพี่น้องทุกท่านที่คอยดูแล ให้กำลังใจ และให้การสนับสนุน ตลอดจนส่งเสริมให้ผู้วิจัยได้รับความสำเร็จในการศึกษาและการทำงาน

ศราวุธลักษณ์ บุตรรัตน์
มีนาคม 2553

สารบัญ

	หน้า
สารบัญตาราง	(3)
สารบัญภาพ	(5)
บทที่ 1 บทนำ	1
ความสำคัญของปัญหา	1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย	7
ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	7
ขอบเขตของการวิจัย	8
นิยามศัพท์เฉพาะ	9
บทที่ 2 การตรวจเอกสาร	11
กิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์	13
การเรียนการสอนเรขาคณิต	17
ทักษะการให้เหตุผล	21
สื่อการเรียนการสอน	28
การใช้คอมพิวเตอร์ในการเรียนการสอนเรขาคณิต	37
โปรแกรม The Geometer's Sketchpad	43
การวัดผลและการประเมินผล	45
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	55
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย	60
ประชากร	60
เครื่องมือและขั้นตอนการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	60
การเก็บรวบรวมข้อมูล	68
สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล	69

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
บทที่ 4 ผลการวิจัยและข้อวิจารณ์	71
ผลการวิจัย	71
ข้อวิจารณ์	91
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ	96
สรุปผลการวิจัย	96
ข้อเสนอแนะ	101
เอกสารและสิ่งอ้างอิง	104
ภาคผนวก	113
ภาคผนวก ก ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม	114
ภาคผนวก ข แบบประเมินคุณภาพสื่อการเรียนรู้ โปรแกรม The Geometer's Sketchpad	150
ภาคผนวก ค แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม	157
ภาคผนวก ง แบบประเมินตนเองของนักเรียน	163
ภาคผนวก จ แบบสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ด้านความสามารถ ในการให้เหตุผล	165
ภาคผนวก ฉ แบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียน ที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้	167
ภาคผนวก ช วิทยานิพนธ์ผู้เชี่ยวชาญ	172
ภาคผนวก ซ การวิเคราะห์ข้อมูล	174
ภาคผนวก ฌ ภาพการจัดกิจกรรมการเรียนรู้	178
ประวัติการศึกษาและการทำงาน	181

สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
1	เกณฑ์การให้คะแนนด้านความสามารถในการให้เหตุผล	67
2	ร้อยละของระดับคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียน หลังการใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ส่วนต่างๆ เกี่ยวกับวงกลม	73
3	ร้อยละของระดับคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียน หลังการใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง มุมที่จุด ศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม	75
4	ร้อยละของระดับคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียน หลังการใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง คอร์ด	77
5	ร้อยละของระดับคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียน หลังการใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง เส้นสัมผัสวงกลม	81
6	การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียน หลังการใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad กับเกณฑ์ร้อยละ 60	86
7	ความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad	87

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางผนวกที่		หน้า
1	แบบประเมินคุณภาพสื่อการเรียนรู้ โปรแกรม The Geometer's Sketchpad	152
2	แบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้	168
3	ผลการวิเคราะห์แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม	175
4	ค่าดัชนีความง่าย และค่าดัชนีอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม	176

สารบัญภาพ

ภาพที่		หน้า
1	ลำดับขั้นของการคิด	24
2	คอร์ด เส้นตัดวงกลมและเส้นสัมผัสวงกลม	72
3	ร้อยละของระดับคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียน หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ส่วนต่างๆ เกี่ยวกับวงกลม	74
4	ร้อยละของระดับคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียน หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม	76
5	ร้อยละของระดับคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียน หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง คอร์ด	78
6	สถานีขนส่งพัทธา ท่าเรือแหลมบาลีฮาย และตลาดน้ำสี่ภาค	79
7	การหาจุดศูนย์กลางวงล้อม	80
8	ร้อยละของระดับคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียน หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง เส้นสัมผัสวงกลม	82
9	จำนวนนักเรียนจำแนกตามช่วงคะแนนสอบหลังเรียน	86
ภาพผนวกที่		
1	ภาพการจัดกิจกรรมการเรียนรู้	179

บทที่ 1

บทนำ

ความสำคัญของปัญหา

วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ก่อให้เกิดความเจริญก้าวหน้าทั้งทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี โลกในปัจจุบันเจริญขึ้นเพราะการคิดค้นทางวิทยาศาสตร์ ซึ่งต้องอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐาน ดังที่ นักคณิตศาสตร์ชาวเยอรมันที่มีชื่อเสียงในคริสต์ศตวรรษที่ 19 Carl Friedrich Gauss ได้กล่าวไว้ว่า “คณิตศาสตร์เป็นราชินีของวิทยาศาสตร์” (Mathematics is the queen of sciences) นอกจากนี้ คณิตศาสตร์ยังช่วยพัฒนาให้แต่ละคนเป็นบุคคลที่สมบูรณ์ เป็นพลเมืองดี เพราะคณิตศาสตร์ช่วยเสริมสร้างควมมีเหตุผล ความเป็นคนช่างคิด ช่างริเริ่ม สร้างสรรค์ มีระเบียบระเบียนในการคิด มีการวางแผนในการทำงาน มีความสามารถในการตัดสินใจ มีความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย ตลอดจนมีลักษณะของความเป็นผู้นำในสังคม (สิริพร ทิพย์คง, 2545: 1) การเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์จึงเป็นวิชาหนึ่งที่มีความสำคัญสำหรับมนุษย์ ซึ่งสอดคล้องกับที่ ยูพิน พิพิธกุล (2539: 1) ได้กล่าวไว้ว่า

... วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับความคิด กระบวนการ และเหตุผล คณิตศาสตร์ฝึกให้คนคิดอย่างมีระเบียบ และเป็นรากฐานของวิทยาการหลายๆสาขา เช่น ความเจริญก้าวหน้าทางเทคโนโลยี วิทยาศาสตร์ วิศวกรรมศาสตร์ เป็นต้น ก็ล้วนอาศัยคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น ...

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิด คณิตศาสตร์สามารถพัฒนานักเรียนให้มีการตั้งข้อสมมติฐานและสามารถตรวจสอบข้อสมมติฐานนั้นได้ อีกทั้งช่วยส่งเสริมให้นักเรียนคิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีระเบียบแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ซึ่งคุณสมบัติเหล่านี้ควรได้รับการปลูกฝังและฝึกฝนให้เกิดขึ้นกับนักเรียนเพื่อเป็นเครื่องมือที่จะนำไปใช้ในการศึกษาค้นคว้าทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี รวมไปถึงศาสตร์อื่นๆ จากความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ดังกล่าว รัฐบาลจึงได้กำหนดให้วิชาคณิตศาสตร์ เป็นวิชาหนึ่งที่นักเรียนทุกคนต้องเรียน ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

ซึ่งประกอบไปด้วย 6 สาขาระการเรียนรู้หลัก ได้แก่ จำนวนและการดำเนินการ การวัด เรขาคณิต พีชคณิต การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551: 1-2)

เรขาคณิตมีส่วนเกี่ยวข้องกับสิ่งต่างๆที่ปรากฏอยู่รอบๆตัวเรา ทั้งสิ่งที่เป็นธรรมชาติและสิ่งที่มีมนุษย์สร้างขึ้น นอกจากนี้เรขาคณิตยังเป็นวิชาที่มีการฝึกทักษะความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ (Spatial Ability) สามารถมองโครงสร้างหรือรูปสำคัญออกจากรูปที่ซับซ้อน (field independent) หรือสามารถมองว่ารูปที่กำหนดให้เป็นส่วนหนึ่งของอะไรบ้าง (Usiskin, 2001: 17-21) รวมทั้งเป็นการฝึกทักษะการคิดหาเหตุผลและทักษะการแก้ปัญหาที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการเรียนและชีวิตประจำวัน (DeGuire, 1987: 59-68; Milauskas, 1987: 69-84) โดยที่จุดมุ่งหมายหลักของการเรียนการสอนเรขาคณิต คือการช่วยพัฒนานักเรียนให้เป็นผู้มีเหตุผล ทำงานเป็นระบบ มีขั้นตอน ลักษณะ โจทย์บางรูปแบบยังช่วยพัฒนาความสามารถด้านการสำรวจเพื่อการค้นพบ การตั้งข้อความคาดการณ์ การสืบเสาะหาเหตุผลสนับสนุนข้อความคาดการณ์ นอกจากนี้ พื้นฐานของการพิสูจน์ยังเป็นรากฐานของการเรียนกฎหมาย โดยในการพิสูจน์ นักเรียนต้องแยกแยะได้ว่าอะไรเป็นเหตุ อะไรเป็นผลที่ต้องพิสูจน์ ส่วนใดนำมาอ้างอิง ทั้งนี้เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปที่นำไปใช้ในการแก้ปัญหา ในที่สุด (วรรณวิภา สุทธิเกียรติ, 2542: 1) ดังนั้น การที่นักเรียนจะมีความรู้ความเข้าใจที่ดีเกี่ยวกับเรขาคณิตได้นั้น ทักษะการให้เหตุผลจึงเป็นทักษะที่สำคัญและจำเป็นเพื่อให้นักเรียนเกิดการคิดอย่างเป็นระบบ มีขั้นตอน สามารถสร้างข้อคาดเดาอย่างสมเหตุสมผลและสามารถสืบเสาะหาคำตอบของปัญหาได้อย่างมีเหตุผล

“คณิตศาสตร์คือการให้เหตุผล” (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 1989: 29) และการให้เหตุผลเป็นเครื่องมือที่สำคัญสำหรับคณิตศาสตร์ ตลอดจนการดำเนินชีวิตประจำวันของมนุษย์ (Baroody, 1993: 2-25) การให้เหตุผล จัดเป็นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญอย่างหนึ่งในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เพราะการให้เหตุผลเป็นพื้นฐานของการเรียนรู้และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเราไม่สามารถดำเนินการทางคณิตศาสตร์โดยปราศจากเหตุผล การแสดงเหตุผลที่ดีนั้น มีคุณค่ามากกว่าการที่นักเรียนหาคำตอบได้ถูกต้อง (NCTM, 1989: 6, 29, 81) นักการศึกษาคณิตศาสตร์หลายท่านได้ให้แนวคิดเกี่ยวกับความสำคัญของทักษะการให้เหตุผลไว้ว่า การที่นักเรียนได้คำตอบที่ถูกต้อง แต่ใช้เหตุผลผิดเป็นอันตรายอย่างยิ่งต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื่องจากเมื่อนักเรียนได้คำตอบที่ถูกต้องแล้ว ครูอาจไม่ได้ให้โอกาสนักเรียนแสดงเหตุผล ซึ่งทำให้ทั้งครูและนักเรียนไม่ทราบว่

ที่ผิคนั้น ผิดเพราะเหตุใด ดังนั้น สิ่งที่ดีกว่าการได้คำตอบถูกแต่เหตุผลผิด คือการได้คำตอบที่ผิด แต่สามารถค้นพบอย่างเป็นเหตุเป็นผลว่าอะไรผิด และผิดเพราะเหตุใด (อัมพร ม้าคะนอง, 2546: 5)

ในการพัฒนาการคิดและความสามารถในการให้เหตุผล ควรเริ่มจากการส่งเสริมให้นักเรียนได้คิดอย่างมีเหตุผลจากกิจกรรมที่ผสมผสานการคิดและการให้เหตุผลควบคู่กันไป โดยฝึกการคิดวิเคราะห์ หาความสัมพันธ์ของแนวคิดและสรุปแนวคิดจากสถานการณ์ที่กำหนด ซึ่งนักเรียนจะได้แสดงพฤติกรรมการสืบค้น คาดการณ์ ค้นหาวิธีการพิสูจน์ สังเกต ได้อธิบายแลกเปลี่ยนความคิด ชี้แจงเหตุผลกัน (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี [สสวท.], 2544: 6) การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญและจำเป็น เพราะการให้เหตุผลช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาสมอง นอกเหนือไปจากการจดจำข้อเท็จจริง กฎ สูตร และการดำเนินการ การเน้นทักษะกระบวนการด้านการให้เหตุผล ช่วยให้นักเรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นเรื่องที่สามารถให้เหตุผลได้อย่างเป็นระบบและมีความหมาย และตระหนักว่าทักษะการให้เหตุผลในคณิตศาสตร์สามารถประยุกต์ไปใช้ในสาขาอื่นๆ ได้ (Baroody, 1993: 2-59 – 2-60) ดังนั้น ครูจึงต้องคำนึงถึงการส่งเสริมและพัฒนาทักษะการให้เหตุผลของนักเรียน เนื่องจากการสอนที่มุ่งเน้นเฉพาะเนื้อหาสาระโดยละเลยการปลูกฝังทักษะการคิดให้กับนักเรียนนั้น ถึงแม้ว่านักเรียนจะมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงในระดับใดก็ตาม แต่ลักษณะการคิดของนักเรียนจะเป็นการคิดตามกฎเกณฑ์หรือภายใต้กรอบคำจำกัดความหรือเนื้อหาวิชาที่เรียนมาเท่านั้น อันจะส่งผลให้นักเรียนไม่สามารถนำความรู้ที่ได้รับไปใช้ในสถานการณ์จริงที่แตกต่างจากที่เคยได้พบในโรงเรียนซึ่งจำเป็นต้องใช้ความสามารถด้านการคิดและการให้เหตุผลมาประยุกต์ใช้

การเรียนการสอน เรื่อง วงกลม จัดอยู่ในสาระการเรียนรู้เรขาคณิต และเป็นเนื้อหาสาระหนึ่งของรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ช่วงชั้นที่ 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งนักเรียนมักเกิดปัญหาในการทำ ความเข้าใจอยู่บ่อยครั้ง เนื่องจากการเรียนรู้เกี่ยวกับสมบัติของวงกลมต้องอาศัยทักษะการให้เหตุผล แต่นักเรียนส่วนใหญ่ใช้เพียงวิธีการท่องจำสมบัติของวงกลมเท่านั้น นักเรียนขาดการฝึกทักษะการคิดอย่างมีเหตุผล ซึ่งเป็นสิ่งสำคัญในการเรียนรู้เรื่อง วงกลม ดังนั้น นอกจากการได้รับความรู้ตามเนื้อหาวิชาแล้ว นักเรียนควรได้รับการปลูกฝังทักษะการคิดอย่างมีเหตุผลควบคู่กันไปด้วย จึงจะช่วยพัฒนานักเรียนให้มีพัฒนาการตามเป้าหมายได้ ด้วยเหตุนี้ จึงเป็นหน้าที่ของครูคณิตศาสตร์ที่ต้องจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้นักเรียนมีความเข้าใจในสาระวิชามากขึ้น ทั้งทางด้าน การเปิดโอกาสให้นักเรียนฝึกทักษะการให้เหตุผล รวมไปถึงการนำสื่อการเรียนรู้ที่เหมาะสมมาใช้ประกอบการจัด

กิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อเพิ่มความเข้าใจและมองเห็นภาพของเนื้อหาสาระที่เรียนได้ชัดเจนยิ่งขึ้น ดังที่ กิตติ พัฒนตระกูลสุข (2544: 15) ได้กล่าวไว้ว่า

... ครูต้องพยายามเปลี่ยนสิ่งที่เป็นนามธรรมในคณิตศาสตร์ให้เป็นรูปธรรมที่มองง่ายขึ้น และสามารถเข้าใจได้อย่างรวดเร็ว ด้วยการนำสื่อการเรียนการสอนมาช่วยในการอธิบาย การเลือกใช้สื่อต้องเลือกให้เหมาะกับวัตถุประสงค์ นักเรียน เนื้อหา เวลา และวิธีการสอน เพื่อให้ให้นักเรียนสร้างจินตนาการอย่างเป็นรูปธรรม สามารถสัมพันธ์ความคิด และสรุปได้ในที่สุด ...

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้ประสบความสำเร็จ จึงเป็นเรื่องจำเป็นที่ครูต้องหาวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้นักเรียนเรียนคณิตศาสตร์ได้อย่างเข้าใจและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ และเนื่องจากปัจจุบันเป็นยุคของการปฏิรูปการศึกษา ซึ่งผู้ที่มีบทบาทสำคัญในการปฏิรูปการศึกษาก็คือครู ซึ่งต้องตระหนักถึงการปฏิรูปในทุกๆด้าน ดังที่ ยุพิน พิพิธกุล (2545: 15) ได้กล่าวไว้ว่า “... เมื่อมีการปฏิรูปการศึกษา ก็จะต้องปฏิรูปครู คณาจารย์ ปฏิรูปหลักสูตร กระบวนการเรียนรู้ ปฏิรูประบบสื่อและเทคโนโลยีเพื่อการศึกษา จึงจำเป็นที่จะต้องพัฒนาศักยภาพของครู ครูยุคใหม่ จึงจะต้องแสวงหาความรู้ เพื่อให้ทันต่อการเปลี่ยนแปลง ...” โดยทั่วไปแล้ว การใช้สื่อการเรียนรู้สามารถช่วยให้นักเรียนได้เห็นภาพของเนื้อหาสาระที่กำลังเรียนอยู่ได้ชัดเจนยิ่งขึ้น อันจะส่งผลดีต่อการเรียนรู้ของนักเรียน ดังที่ ยุพิน พิพิธกุล และ อรพรรณ ดันบรรจง (2531: 17-18) ได้กล่าวถึงความสำคัญของสื่อการเรียนการสอนไว้ว่า

... สื่อการเรียนการสอนจะช่วยให้นักเรียนเข้าใจบทเรียนได้แจ่มแจ้งยิ่งขึ้น ช่วยในการสอนนักเรียนที่มีความสามารถแตกต่างกันให้บรรลุจุดประสงค์ในการเรียนช่วยสร้างเสริมความสนใจในการเรียน ช่วยประหยัดเวลาในการสอน ช่วยให้นักเรียนเรียนรู้จากสิ่งที่เป็นรูปธรรม ซึ่งจะนำไปสู่นามธรรม ทำให้นักเรียนเข้าใจแน่นแฟ้นและจำได้นาน นอกจากนี้ สื่อการเรียนการสอนยังช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ และสร้างเจตคติที่ดีแก่นักเรียน ...

ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรขาคณิตมีวิธีการได้หลากหลาย ครูควรจะเลือกใช้รูปแบบหรือวิธีการแบบใดนั้น จะต้องคำนึงถึงความเหมาะสมของเนื้อหาวิชา ความสอดคล้องกันกับความสนใจและความถนัดของนักเรียน โดยยึดหลักว่านักเรียนทุกคนมีความสามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้ ทั้งนี้ ในแต่ละเนื้อหาอาจใช้วิธีการสอนที่แตกต่างกันหรือใช้วิธีการสอนหลายๆวิธี

ผสมกันก็ได้ ซึ่งยูพิน พิพิชกุล (2545: 13) ได้กล่าวไว้ว่า “ในยุคปฏิรูปการศึกษาต้องการให้นักเรียนสามารถค้นพบข้อสรุปด้วยตนเอง และสามารถสร้างองค์ความรู้ได้” ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของ Thompson (1997 อ้างใน วรรณวิภา สุทธเกียรติ, 2542: 26) ที่พบว่า ครูผู้สอนเรขาคณิตควรพิจารณาวิธีการสอน โดยการสอนแบบร่วมมือพร้อมด้วยสื่อการเรียนรู้เพื่อเป็นทางเลือกแก่ผู้เรียน

ปัจจุบันนี้โลกได้มีความเจริญก้าวหน้าอย่างไม่หยุดยั้ง ทักษะที่นักเรียนจำเป็นต้องมีและเชี่ยวชาญจึงต้องมีการพัฒนาตามไปด้วย จากการเติบโตของเศรษฐกิจโลก และการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็วของเทคโนโลยี ทำให้นักเรียนต้องเรียนรู้และใช้ทักษะใหม่ๆ ในการศึกษาและวิชาชีพ นักเรียนจำเป็นต้องเรียนเพื่อสื่อสารอย่างมีประสิทธิภาพ ต้องเรียนรู้ในการแก้ปัญหาและพบกับสิ่งท้าทายในชีวิตประจำวัน และสำคัญที่สุดคือการทำให้นักเรียนเรียนรู้อย่างสนุก มีความสุขในการเรียน ซึ่งการใช้เทคโนโลยีสามารถช่วยให้นักเรียนกระหายในการเรียนรู้ เพื่อนำไปสู่จุดมุ่งหมายที่ตั้งไว้ได้ (กิดานันท์ มลิทอง, 2548: 92) ซึ่งสอดคล้องกับ Shilgalis (1998: 162 - 165) ได้กล่าวไว้ว่า “...การนำโปรแกรมคอมพิวเตอร์มาประยุกต์ใช้เป็นการเพิ่มพูนความรู้ที่หลากหลายในการหาคำตอบ เพิ่มคุณค่าในการเรียน การสืบเสาะด้วยการเคลื่อนไหวของรูปทำได้ง่ายและรวดเร็วกว่าการใช้กระดาษและดินสอ ส่งผลให้นักเรียนสนุกต่อการเรียนรู้และยังสามารถเข้าใจปัญหาและสามารถแก้ปัญหาได้...” นอกจากนี้ เทคโนโลยีช่วยเปลี่ยนสิ่งแวดล้อมในห้องเรียนที่เน้นครูเป็นสำคัญมาเป็นห้องเรียนที่เน้นนักเรียนเป็นสำคัญ โดยเทคโนโลยีมีบทบาทในการสนับสนุนการเรียนรู้ของนักเรียน โดยให้นักเรียนเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง (National Council of Teachers of Mathematics [NTCM], 2000)

จากการศึกษางานวิจัยและบทความต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนเรขาคณิต พบว่าโปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นหนึ่งในโปรแกรมที่นำมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตที่มีประสิทธิภาพ เนื่องจากโปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นโปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตที่มีประสิทธิภาพสูงและนิยมนำมาใช้ในการเรียนการสอนเรขาคณิตมากกว่า 60 ประเทศทั่วโลก ซึ่งนักเรียนสามารถใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ที่มีมาพร้อมกับโปรแกรม เช่น จุด เส้นตรง ส่วนของเส้นตรง เส้นโค้ง เครื่องมือวัดมุม เครื่องมือวัดความยาวที่เที่ยงตรงและถูกต้อง ในการสร้างรูปทางเรขาคณิตได้โดยการคลิก โยก เลื่อน ลากเมาส์ ให้มีการเคลื่อนไหวของวัตถุ หรือรูปได้อิสระตามต้องการ เป็นเครื่องมือที่ให้นักเรียนสามารถทดลองได้ด้วยตนเอง เปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดวิเคราะห์หาเหตุผล มองเห็นภาพอย่างชัดเจน ทดลองสร้างปรับเปลี่ยนได้หลายครั้ง จนกว่าจะพอใจ โปรแกรมนี้สามารถใช้แทนกระบวนการที่สร้างรูปเรขาคณิตบนกระดาษได้อย่างสมบูรณ์ และประสิทธิภาพของโปรแกรม The Geometer's Sketchpad ที่มีการเคลื่อนไหว

แบบพลวัต (dynamic) แทนการหยุดนิ่ง (static) เป็นโปรแกรมที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้เรียนรู้ความคิดรวบยอดได้อย่างรวดเร็ว สามารถลงมือปฏิบัติได้อย่างอิสระและมีอิสระทางความคิด ส่งผลให้นักเรียนได้ฝึกทักษะที่จำเป็นต่อการเรียนเรขาคณิตคือ การสำรวจ สืบเสาะ คาดการณ์ ตรวจสอบ และการให้เหตุผล เป็นต้น นักเรียนจะเรียนรู้ได้ดีและรู้สึกสนุก ตื่นเต้นในคราวเดียวกัน ได้มีการอภิปรายฝึกทักษะในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (ชนิศวรา ฉัตรแก้ว, 2549: 4-6)

ดังนั้น โปรแกรม The Geometer's Sketchpad จึงเป็นโปรแกรมที่ช่วยส่งเสริมกระบวนการค้นพบ การสำรวจ การมองเห็น การให้เหตุผลและการวิเคราะห์ปัญหา สร้างข้อความคาดการณ์ก่อนที่จะพยายามทำการพิสูจน์ นอกจากนี้ ยังทำให้นักเรียนมีความสนุกสนานในการเรียน อันจะส่งผลต่อเจตคติทางคณิตศาสตร์อีกด้วย จากหลายผลการวิจัย พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีความพึงพอใจ และมีความเข้าใจได้ดีและลึกซึ้ง มีความคงทนในความรู้ มีเจตคติที่ดี สามารถให้เหตุผลได้ สามารถสร้างข้อคาดเดาก่อนการพิสูจน์ สามารถเห็นข้อแตกต่างของสิ่งที่คาดเดาระหว่างความมีเหตุผลและไม่มีเหตุผลในการพิสูจน์ (Stone, 1994: 590-594; Finzer and Bennett, 1995: 428-431; Giamati, 1995: 456-458; Scher, 1996: 330-332; Zbiek, 1996:86-90; วรรณวิภา สุทธิเกียรติ, 2542: 33)

จากประโยชน์ของโปรแกรม The Geometer's Sketchpad ดังกล่าวมาแล้วนั้น สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ได้จัดซื้อลิขสิทธิ์โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ให้โรงเรียนต่างๆ ได้นำไปใช้ และปัจจุบันทางคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐานได้เล็งเห็นและตระหนักถึงความสำคัญของโปรแกรมนี้ จึงมีนโยบายที่จะจัดอบรมและพัฒนาศักยภาพการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของครูคณิตศาสตร์ เพื่อที่จะสามารถใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นสื่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพมากขึ้นและโรงเรียนบางละมุงที่ผู้วิจัยสังกัดอยู่ ได้รับคัดเลือกให้เป็นศูนย์ปฏิบัติการ โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ของเขตตรวจราชการที่ 9 ครอบคลุมพื้นที่ภาคตะวันออก ซึ่งมีหน้าที่ในการส่งเสริมการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ทั้งภายในและภายนอกโรงเรียน เพื่อเป็นอีกทางเลือกหนึ่งของครูคณิตศาสตร์ในยุคปฏิรูปการศึกษา

ด้วยเหตุผลและความสำคัญของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่นำเทคโนโลยีใหม่ๆ มาใช้ ประกอบการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์และประสิทธิภาพของโปรแกรม The Geometer's Sketchpad ดังกล่าวข้างต้น ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะสร้างกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม

The Geometer's Sketchpad สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เพื่อเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลและพัฒนาความเข้าใจในการเรียน เรื่อง วงกลม อันจะเป็นพื้นฐานที่ดีในการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับสูงขึ้นไป

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ

1. ศึกษาความสามารถในการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบางละมุง จังหวัดชลบุรี
2. ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบางละมุง จังหวัดชลบุรี
3. ศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบางละมุง จังหวัดชลบุรี

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. ได้กิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ที่สอดคล้องกับหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551
2. เป็นแนวทางให้ครูคณิตศาสตร์นำกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ขอบเขตของการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้กำหนดขอบเขตของการวิจัยไว้ดังนี้

1. ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2552 จำนวนนักเรียน 42 คน ของโรงเรียนบางละมุง จังหวัดชลบุรี ที่เลือกเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ค 33201
2. สาระการเรียนรู้ที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้คือ เรื่อง วงกลม ซึ่งอยู่ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ตามหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนบางละมุง จังหวัดชลบุรี
3. ระยะเวลาที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง วงกลม ใช้เวลาในการสอนทั้งหมด 10 คาบ คาบละ 50 นาที และเวลาในการทำการทดสอบ 1 คาบ ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้

คาบที่ 1	ส่วนต่างๆเกี่ยวกับวงกลม
คาบที่ 2	ส่วนโค้งใหญ่ ส่วนโค้งน้อย ครึ่งวงกลม และมุมต่างๆเกี่ยวกับวงกลม
คาบที่ 3	มุมในครึ่งวงกลม มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม
คาบที่ 4	มุมและส่วนโค้งที่รองรับมุม
คาบที่ 5	คอร์ดและส่วนโค้งของวงกลม
คาบที่ 6	คอร์ดกับจุดศูนย์กลางของวงกลม
คาบที่ 7	วงกลมผ่านจุดที่กำหนดและจุดศูนย์กลางวงล้อม
คาบที่ 8	รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลมและคอร์ดที่ยาวเท่ากัน
คาบที่ 9	เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี
คาบที่ 10	วงกลมแนบในรูปสามเหลี่ยมและเส้นสัมผัสกับคอร์ด
คาบที่ 11	การทดสอบหลังเรียน

4. ตัวแปรที่ทำการศึกษาในงานวิจัย ได้แก่

4.1 ตัวแปรอิสระ คือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad

4.2 ตัวแปรตาม ได้แก่

4.2.1 ความสามารถในการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad

4.2.2 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad

4.2.3 ความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad

นิยามศัพท์เฉพาะ

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ใช้คำศัพท์ในความหมาย ดังนี้

โปรแกรม The Geometer's Sketchpad หมายถึง โปรแกรมสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ เรขาคณิตแบบพลวัตที่นำไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งมีเครื่องมือในการสร้างรูปเรขาคณิต เครื่องมือในการหาขนาดของส่วนของเส้นตรง มุม พื้นที่และส่วนของเส้นโค้ง รวมทั้งเครื่องมือการแปลงทางเรขาคณิต เป็นต้น โดยผู้ใช้สามารถเคลื่อนไหว เปลี่ยนแปลงรูปเรขาคณิตได้หลายลักษณะตามความต้องการของผู้ใช้

กิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad หมายถึง กิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อใช้ประกอบการสอน เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ประกอบไปด้วยเนื้อหา ตัวอย่าง ใบกิจกรรม เอกสารฝึกหัด แบบฝึกทักษะและกิจกรรมภาคปฏิบัติบนคอมพิวเตอร์

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม หมายถึง ความสามารถในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ซึ่งวัดได้จากคะแนนในการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 17 ข้อ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งทำการทดสอบหลังจากการเรียนการสอนสิ้นสุด

ความสามารถในการให้เหตุผล หมายถึง ความสามารถในการสร้างข้อความคาดการณ์และตรวจสอบข้อความคาดการณ์ได้ชัดเจน ตรงประเด็นและสมเหตุสมผล แสดงเหตุผลประกอบการหาคำตอบหรือการพิสูจน์ โดยเลือกใช้การอ้างอิงความรู้ ข้อมูล ข้อเท็จจริง และทฤษฎีบทที่เกี่ยวข้องได้อย่างถูกต้อง มีกระบวนการคิดและให้เหตุผลชัดเจนเป็นระบบ มีการเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล

ความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad หมายถึง การแสดงออกของนักเรียนที่จะตอบสนองต่อการเรียน เรื่อง วงกลม ในด้านความรู้สึกเห็นด้วยหรือไม่เห็นด้วย ความชอบหรือไม่ชอบ ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ซึ่งวัดผลโดยการใช้แบบสอบถามความคิดเห็นที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

บทที่ 2

การตรวจเอกสาร

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ตรวจสอบเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ซึ่งประกอบด้วย

1. กิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์

1.1 ปรัชญาการสอนคณิตศาสตร์

1.2 หลักการสอนคณิตศาสตร์

1.3 รูปแบบของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

2. การเรียนการสอนเรขาคณิต

2.1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรขาคณิต

2.2 จุดมุ่งหมายของการเรียนเรขาคณิต

2.3 ระดับขั้นของแวนฮีลีเกี่ยวกับความคิดทางเรขาคณิต (The Van Hiele Levels of Geometric Thought)

3. ทักษะการให้เหตุผล

3.1 ความหมายของการให้เหตุผล

3.2 ความสำคัญของการให้เหตุผล

3.3 แนวทางในการพัฒนาทักษะและกระบวนการให้เหตุผล

3.4 พฤติกรรมที่แสดงออกถึงทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

4. สื่อการเรียนการสอน

4.1 ความหมายของสื่อการเรียนการสอน

- 4.2 ความสำคัญของสื่อการเรียนการสอน
- 4.3 บทบาทของสื่อการเรียนการสอน
- 4.4 คุณค่าของสื่อการเรียนการสอน
- 4.5 หลักการพิจารณาเลือกสื่อการเรียนการสอน
- 4.6 หลักการใช้สื่อการเรียนการสอน
- 4.7 ขั้นตอนการใช้สื่อการเรียนการสอน
5. การใช้คอมพิวเตอร์ในการเรียนการสอนเรขาคณิต
 - 5.1 การพัฒนาบทเรียนทางคณิตศาสตร์ที่ใช้คอมพิวเตอร์
 - 5.2 เทคโนโลยีการเรียนรู้ที่ยึดนักเรียนเป็นศูนย์กลาง
 - 5.3 โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต
6. โปรแกรม The Geometer's Sketchpad
7. การวัดผลและการประเมินผล
 - 7.1 ความหมายของการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้
 - 7.2 องค์ประกอบของการวัดผล
 - 7.3 หลักการวัดผลและประเมินผลการศึกษา
 - 7.4 การประเมินโดยให้นักเรียนประเมินตนเอง
 - 7.5 การสังเกต
 - 7.6 เกณฑ์การประเมิน (Rubric Assessment)
8. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
 - 8.1 งานวิจัยภายในประเทศ
 - 8.2 งานวิจัยต่างประเทศ

กิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์

การสอนคณิตศาสตร์นั้น นอกจากครูต้องเป็นผู้ที่มีความรู้ความชำนาญในเนื้อหา คณิตศาสตร์แล้วยังต้องมีความรู้ทางด้านปรัชญาการสอนและหลักการสอนคณิตศาสตร์ เพื่อเป็นพื้นฐานในการจัดการเรียนการสอนแก่นักเรียน ทั้งปรัชญาและหลักการสอน คณิตศาสตร์ต่างให้ความสำคัญกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ จุดประสงค์ของการเรียนการสอน ลักษณะของกิจกรรม บทบาทของครู ตลอดจนบทบาทและความรู้ความสามารถของนักเรียน ในกระบวนการเรียนรู้ ซึ่งทุกส่วนจะต้องมีความสอดคล้องและส่งเสริมซึ่งกันและกัน (อลิสรา ชมชื่น, 2550: 14)

ปรัชญาการสอนคณิตศาสตร์

ปรัชญาการสอนคณิตศาสตร์ หมายถึง หลักแห่งความรู้และความจริงที่จะยึดถือ เพื่อเป็น แนวทางในการสอนคณิตศาสตร์ (ยุพิน พิพิธกุล, 2530: 48) ซึ่งประกอบด้วย

1. สอนให้นักเรียนคิดและค้นพบด้วยตนเอง ครูเป็นเพียงผู้ชี้แนะและผู้อำนวยการความสะดวก
2. สอนโดยยึดโครงสร้าง มีระบบระเบียบ แต่ควรใช้วิธีสอนหลายๆวิธีอย่างมีการยืดหยุ่น ให้เหมาะสมตามเนื้อหา
3. ไม่มุ่งสอนแต่เนื้อหาคณิตศาสตร์อย่างเดียว ควรจะสอดแทรกจริยธรรม ฝึกความมีวินัย ไปในตัว ฝึกความเป็นเหตุเป็นผล

หลักการสอนคณิตศาสตร์

การสอนคณิตศาสตร์นั้น ครูควรยึดหลักการสอนเพื่อช่วยให้การสอนมีประสิทธิภาพ มากยิ่งขึ้น โดย ยุพิน พิพิธกุล (2530: 49 - 50) และ อัมพร ม้าคะนอง (2546: 8 - 10) ได้กล่าวถึง หลักการสอนคณิตศาสตร์ไว้สอดคล้องกัน สรุปได้ดังนี้

1. ควรสอนจากเรื่องง่ายไปสู่ยาก

2. เปลี่ยนจากรูปธรรมไปสู่นามธรรมในเรื่องที่สามารถใช้สื่อการเรียนการสอนรูปธรรมประกอบได้
3. สอนให้สัมพันธ์ความคิด เมื่อครูจะทบทวนเรื่องใดควรจะทบทวนให้หมด การรวบรวมเรื่องที่เหมือนกันเข้าเป็นหมวดหมู่จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจและจำได้แม่นยำ
4. เปลี่ยนวิธีการสอนไม่ให้ซ้ำซากน่าเบื่อหน่าย ต้องรู้จักสอดแทรกสิ่งละอันพันละน้อยให้บทเรียนน่าสนใจ
5. ใช้ความสนใจของนักเรียนเป็นจุดเริ่มต้น เป็นแรงคลไจที่จะเรียน
6. สอนให้ผ่านประสาทสัมผัส
7. ควรคำนึงถึงประสบการณ์เดิมและทักษะเดิมที่นักเรียนมีอยู่ กิจกรรมใหม่ควรจะต้องเนื่องกับกิจกรรมเดิม
8. เรื่องสัมพันธ์กันก็ควรสอนไปพร้อมๆกัน
9. ให้นักเรียนมองเห็น โครงสร้าง ไม่ใช่เน้นแต่เนื้อหา
10. ไม่ควรเป็นเรื่องยากเกินไป การสอนต้องคำนึงถึงหลักสูตรและเลือกเนื้อหาเพิ่มเติมให้เหมาะสม
11. สอนให้นักเรียนสามารถสรุปความคิดรวบยอดหรือมโนคติ (concept) ให้นักเรียนได้คิดสรุปเอง
12. ให้นักเรียนลงมือปฏิบัติในสิ่งที่ทำได้
13. ครูควรจะมีอารมณ์ขันเพื่อช่วยให้นักเรียนในห้องเรียนน่าเรียนยิ่งขึ้น

14. ครูควรมีความกระตือรือร้นและตื่นตัวอยู่เสมอ

15. ครูควรหมั่นแสวงหาความรู้เพิ่มเติมเพื่อที่จะนำสิ่งที่แปลกและใหม่มาถ่ายทอดให้นักเรียนและครูควรจะเป็นผู้ที่ศรัทธาในอาชีพของตนจึงจะทำให้สอนได้ดี

รูปแบบของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

รูปแบบของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์มีหลายรูปแบบ ครูสามารถนำไปจัดให้เหมาะสมกับเนื้อหาและเวลาเรียนของนักเรียนได้ (กรมวิชาการ, 2545) ดังนี้

1. การเรียนรู้จากการปฏิบัติจริง

การเรียนรู้จากการปฏิบัติจริง เป็นการเรียนรู้ที่มุ่งให้นักเรียนได้ลงมือทำงานนั้นจริงๆ ได้รับประสบการณ์ตรงจากการปฏิบัติจริง โดยการใช้สิ่งสิ่งพิมพ์ หรือสื่อรูปธรรมที่สามารถนำนักเรียนไปสู่การค้นพบหรือได้ข้อสรุป ในการใช้สื่อรูปธรรม ถ้าครูสอนด้วยตนเอง จะใช้การสาธิตประกอบคำถาม แต่ถ้าให้นักเรียนเรียนด้วยตนเองจะใช้การทดลอง โดยนักเรียนดำเนินการทดลองตามกิจกรรมที่ครูกำหนดให้ นักเรียนที่ปฏิบัติการทดลองมีโอกาสฝึกใช้ทักษะและกระบวนการต่างๆ เช่น การสังเกต การคาดคะเน การประมาณค่า การใช้เครื่องมือ การบันทึกข้อมูล การอภิปราย การตั้งข้อความคาดการณ์หรือข้อสมมุติฐาน การสรุป กระบวนการดำเนินการทดลองหรือปฏิบัติกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ เปิดโอกาสให้นักเรียนได้พิสูจน์ ใช้เหตุผล อ้างข้อเท็จจริง ตลอดจนได้ฝึกทักษะในการแก้ปัญหาใหม่ๆ การจัดการเรียนรู้แบบนี้เปิดโอกาสให้นักเรียนมีอิสระในการคิด และเลือกใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา ขณะที่นักเรียนทำการทดลอง ครูควรสังเกตแนวคิดของนักเรียนว่าเป็นไปอย่างถูกต้องหรือไม่ ถ้าเห็นว่านักเรียนคิดไม่ตรงแนวทางควรตั้งคำถามให้นักเรียนคิดใหม่ ถึงแม้จะต้องใช้เวลามากขึ้น เพราะนักเรียนจะได้ประโยชน์จากการเรียนรู้ด้วยตัวเองมากกว่าการเรียนรู้ที่ครูบอกหรือสรุปผลให้

2. การเรียนรู้จากการใช้คำถามประกอบการอธิบายและแสดงเหตุผล

การเรียนรู้ที่ครูใช้คำถามประกอบการอธิบายและแสดงเหตุผลมีความจำเป็นในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพราะธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์ต้องอาศัยคำอธิบาย บทนิยาม ลัทธิพจน์ ทฤษฎีบทต่างๆ เป็นพื้นฐานในการเรียนรู้ บางเนื้อหาครูต้องสร้างพื้นฐานในเนื้อหานั้นก่อน

ด้วยการอธิบายและแสดงเหตุผลให้ข้อตกลงในรูปของบทนิยาม เพื่อให้เกิดความเข้าใจเบื้องต้น แต่ในบางเนื้อหาครูอาจใช้คำถามก่อน ถ้านักเรียนไม่เข้าใจอาจอธิบายและแสดงเหตุผลเพิ่มเติม

3. การเรียนรู้จากการศึกษาค้นคว้า

การเรียนรู้จากการศึกษาค้นคว้าเป็นการเรียนรู้ที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ศึกษาค้นคว้าในเรื่องที่สนใจจากแหล่งความรู้ต่างๆ โดยอิสระ สามารถศึกษาได้จากสื่อสิ่งพิมพ์และสื่อเทคโนโลยีต่างๆ หรือจากการทำโครงการงานคณิตศาสตร์ โดยครูมีส่วนช่วยเหลือให้คำปรึกษา แนะนำ ให้ความสนใจในงานที่นักเรียนได้ศึกษาค้นคว้า ให้โอกาสให้นักเรียนได้นำเสนอผลงานต่อครู นักเรียน ตลอดจนบุคคลทั่วไป

4. การเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้

การเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ ครูควรจัดสถานการณ์ที่เป็นปัญหาให้นักเรียนเกิดความสงสัย เมื่อนักเรียนสังเกตจนพบปัญหานั้นแล้ว ครูควรส่งเสริมให้นักเรียนพยายามที่จะค้นหาสาเหตุด้วยการตั้งคำถามต่อเนื่อง และรวบรวมข้อมูลมาอธิบาย การเรียนรู้ดังกล่าวเป็นการวิเคราะห์จากปัญหามาหาสาเหตุ ใช้คำถามสืบเสาะจนกระทั่งแก้ปัญหาหรือหาข้อสรุปได้ กระบวนการ สืบเสาะหาความรู้ประกอบด้วยขั้นสังเกต ขั้นอธิบาย ขั้นคาดการณ์ ขั้นทดลอง และขั้นนำไปใช้ ขั้นตอนเหล่านี้จะช่วยฝึกกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ ฝึกให้นักเรียนรู้จักอภิปราย และทำงานร่วมกันอย่างมีเหตุผล ฝึกให้นักเรียนรู้จักสังเกตและวิเคราะห์ปัญหาโดยละเอียด

ครูควรเลือกใช้รูปแบบของการจัดการเรียนรู้ให้เหมาะสมกับเนื้อหาและเหมาะสมกับนักเรียน การเรียนรู้เนื้อหาหนึ่งๆ อาจใช้รูปแบบของการเรียนรู้หลายรูปแบบผสมผสานกันได้ และครูจะต้องคำนึงถึงการบูรณาการด้านความรู้ ด้านทักษะและกระบวนการตลอดจนสอดแทรกคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม โดยสอดแทรกในการเรียนรู้ทุกเนื้อหาสาระให้ครบถ้วนเพื่อให้บรรลุมาตรฐานการเรียนรู้ที่กำหนดไว้ในหลักสูตร

การเรียนการสอนเรขาคณิต

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรขาคณิต

ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรขาคณิตมีวิธีการได้หลากหลาย ครูผู้สอนจะเลือกใช้วิธีการสอนแบบใดนั้น ต้องคำนึงถึงความเหมาะสมของเนื้อหาวิชา ความสอดคล้องกับความสนใจและความถนัดของนักเรียน โดยยึดหลักว่านักเรียนทุกคนมีความสามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้ ทั้งนี้ในแต่ละเนื้อหาอาจใช้วิธีการสอนที่แตกต่างกันหรือใช้วิธีการสอนหลายๆวิธีผสมกันได้ (อาภรณ์ ใจเที่ยง, 2550: 73 – 76)

โกลด์ ไพศาล (2540: 22) ได้กล่าวว่า การเรียนการสอนเรขาคณิต ควรดำเนินการ ดังนี้

1. กำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ของบทเรียน
2. ทบทวนความรู้ที่เป็นพื้นฐานของสิ่งที่จะเรียนต่อไป
3. การจัดกิจกรรมที่นักเรียนต้องศึกษาโดยการสังเกตและสำรวจ เพื่อให้เห็นแนวทางในการสรุปมโนคติหรือการแก้ปัญหาโจทย์
4. การสอนบทนิยาม ทฤษฎีบท และบทสร้าง ควรให้ผู้เรียนได้มีส่วนร่วม เช่น ใช้วิธีการถามตอบ ใช้อุปกรณ์การสอนสำเร็จรูปและการเขียนรูปในแต่ละขั้นตอน จนกระทั่งได้ข้อสรุปที่ต้องการ
5. การสอนแบบผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง เน้นการศึกษาในลักษณะค้นพบด้วยตนเอง ให้นักเรียนช่วยกันสรุปกฎเกณฑ์และสิ่งที่นักเรียนเห็นว่าสำคัญ

ยุพิน พิพิธกุล (2545: 13, 35 - 37) ได้กล่าวว่า ในยุคปฏิรูปการศึกษา การจัดการเรียนการสอนต้องการให้นักเรียนสามารถค้นพบข้อสรุปด้วยตนเอง สามารถสร้างองค์ความรู้ได้ และนักเรียนรู้จักการค้นหา สืบค้น ซึ่งเป็นวิธีการสำคัญในการเรียนเรขาคณิต และวิธีการสอนแบบค้นพบ (Discovery Method) สามารถนำมาใช้ในการเรียนการสอนเรขาคณิตได้ โดยที่วิธีการสอนแบบค้นพบ มีความหมายดังนี้ ประการแรก เป็นวิธีสอนที่ให้นักเรียนพบปัญหาหรือสถานการณ์

แล้วให้นักเรียนเสาะแสวงหาวิธีการแก้ปัญหาที่นักเรียน ครูให้นักเรียนพิจารณาผลที่เกิดขึ้น ซึ่งครูมิได้คาดหวังว่านักเรียนจะต้องค้นพบดังที่ครูต้องการเสมอไป การค้นพบแบบนี้จึงเน้นที่กระบวนการค้นพบไม่ได้เน้นที่ผลของการค้นพบ ประการที่สอง เป็นวิธีการที่เน้นไปที่นักเรียนว่า ต้องการให้ค้นพบอะไร เช่น กฎ สูตร หรือบทนิยาม นักเรียนจะสามารถหาข้อสรุปได้ การค้นพบแบบนี้จะค้นพบโดยวิธีสอนวิธีใดก็ได้ เช่น การถามตอบ การสาธิต การทดลอง การอภิปราย ตลอดจนวิธีการสอนแบบอุปนัยและนิรนัย วิธีการใดก็ตามที่นักเรียนสามารถสรุปหรือกำหนดคนัยทั่วไป (generalization) ได้ก็ถือว่าเป็นการค้นพบ

สิริพร ทิพย์คง (2545: 136) ได้กล่าวว่า วิธีการสอนแบบวิเคราะห์ – สังเคราะห์ เป็นวิธีการที่นำมาใช้อย่างมากในการพิสูจน์เรขาคณิต ใช้ทั้งการวิเคราะห์และการสังเคราะห์ พิจารณาจากผลไปหาเหตุโดยศึกษาว่า โจทย์ต้องการทราบอะไร หรือสิ่งใดที่โจทย์ถามแล้วเชื่อมโยงจากสิ่งที่โจทย์ถามไปยังสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ แล้วจึงใช้วิธีการสังเคราะห์โดยพิจารณาจากเหตุไปหาผล ซึ่งเป็นการนำข้อสรุปย่อยๆ ที่จำเป็นต่างๆมารวมกัน เพื่อให้ได้ข้อสรุปที่ต้องการหรืออาจกล่าวอีกอย่างหนึ่งได้ว่าเป็นการเริ่มจากสิ่งที่กำหนดให้ที่เราทราบแล้วนำมาใช้ช่วยในการหาสิ่งที่เราต้องการทราบ ซึ่งมีข้อดีคือ ช่วยให้นักเรียนรู้จักคิดไปตามลำดับขั้นตอนและมีเหตุผล ทำให้นักเรียนมีความสามารถในการคิดอย่างพินิจพิเคราะห์

จุดมุ่งหมายของการเรียนรู้เรขาคณิต

สมวงษ์ แปลงประสพโชค (2548) ได้กล่าวไว้ว่า จุดมุ่งหมายหลักของการเรียนรู้เรขาคณิตนั้นมี 3 ประการดังนี้

1. ฝึกให้เป็นคนมีเหตุมีผล การเรียนเรขาคณิตไม่ว่าจะเป็นการสำรวจหรือเริ่มต้นด้วยระบบสั่งพจน์มักจะมีผลสืบเนื่องติดตามมาซึ่งไม่จำเป็นต้องสำรวจหรือตั้งระบบใหม่ เราสามารถพิสูจน์ผลสืบเนื่องนั้น เรขาคณิตนิยมใช้การพิสูจน์บนข้อมูลที่มีอยู่ซึ่งเป็นลักษณะที่ต้องการให้คนมีเหตุผลมากกว่าจะเชื่อ โศคลง หรือเดาสุ่ม นอกจากนี้พื้นฐานของการพิสูจน์เป็นรากฐานของการเรียนกฎหมาย ในการพิสูจน์นักเรียนต้องแยกแยะได้ว่าอะไรเป็นเหตุ อะไรเป็นผลที่ต้องการพิสูจน์ ส่วนใดนำมาอ้างอิงได้ แค่เพียงแยกแยะเหตุผลออกได้เองนับว่าน่าพอใจระดับหนึ่ง แต่ถ้าจะมุ่งหวังจากการเรียนเรขาคณิตอย่างเต็มที่ จะต้องมุ่งฝึกความสามารถต่อไปนี้

1.1 ความสามารถด้านนิรนัย

1.2 สามารถยกตัวอย่างค้าน (counter example) สำหรับข้อความที่เป็นเท็จ

1.3 สามารถให้นิยามที่ชัดเจนและรัดกุม

1.4 รู้จักเงื่อนไขที่จำเป็น และเงื่อนไขที่เพียงพอ

1.5 สามารถพิสูจน์บางแบบ เช่น พิสูจน์โดยเจกกรณี (proof by cases) และ พิสูจน์โดยทำให้เกิดข้อขัดแย้ง (proof by contradiction) เป็นต้น

1.6 ให้รู้จักระบบสัจพจน์ บทบาท และคุณค่าของระบบสัจพจน์

2. ฝึกความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ สามารถมอง โครงสร้างหรือรูปสำคัญออกจากรูปที่ซับซ้อน (field independent) หรือสามารถมองว่ารูปที่กำหนดให้เป็นส่วนหนึ่งของอะไรบ้าง ตลอดจนการจินตนาการในเรื่องสมมาตรแบบต่างๆ ทั้งการเลื่อน การสะท้อน และการหมุน และรับรู้ความผิดปกติของรูป เช่น เขียนขอบแก้วทรงกระบอกเป็นลูกกรกบี้ ไม่ว่าจะมองมุมใดเป็นไปไม่ได้ที่จะไม่พบความหักของโค้งบนระนาบ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์นี้หมายรวมถึงการกะประมาณด้วยการมองรูปหรือการสำรวจสเปซรอบๆ ตัวเรา เป็นเรื่องที่เด็กคุ้นเคยและให้ความสนใจตามธรรมชาติอยู่แล้ว เพียงแต่ขาดการชี้แนะที่ดี ทำให้พัฒนาไม่ถึงขีดสุด และสิ่งที่พบอยู่ในชีวิตจริงมักเป็นสามมิติ

3. มีพื้นฐานสำหรับการนำไปใช้ ทั้งด้านเทคโนโลยีทางวิทยาศาสตร์ กลศาสตร์ แสง เสียง และวิศวกรรมศาสตร์ การออกแบบทั้งด้านสัญลักษณ์และเครื่องกล การสำรวจ สถาปัตยกรรม ช่างไม้ ช่างตัดเสื้อ การเดินเรือ เช่น โครงรูปสามเหลี่ยมเป็นโครงที่แข็งแรงใช้ยึดเสากับโครงที่ยังไม่สำเร็จ โครงรูปสี่เหลี่ยมปรับเป็นรูปสามเหลี่ยมใช้ออกแบบคีมลีด การใช้วงเวียนและสันตรงออกแบบรูปตราสัญลักษณ์ และตัวอักษร การใช้มุมในส่วนของวงกลมช่วยให้เรือไม่เกยหินโสโครกโดยไม่ต้องแล่นให้ไกลฝั่งนัก เป็นต้น นอกจากนี้เราอาจใช้เรขาคณิตเป็นแบบจำลอง อธิบายผ่านมิติทางเลขคณิต เช่น เศษส่วน ทางพีชคณิต เช่น $(a + b)^2$, $(a + b + c)^2$, $a^3 + b^3$ ฯลฯ และอาจใช้เป็นสื่อกลางสำหรับการแก้ปัญหาที่ใช้หลายๆข้อผสมกัน เช่น การหาค่ามุมจากรูปเป็นการผสมผสานเลขคณิตกับพีชคณิต

ระดับขั้นของแวนฮีลเกี่ยวกับความคิดทางเรขาคณิต (The Van Hiele Levels of Geometric Thought)

เนื่องจากนักเรียนส่วนมากมีปัญหาไม่เข้าใจในการเรียนเรขาคณิต โดยเฉพาะการพิสูจน์ นักเรียนไม่สามารถพิสูจน์เรขาคณิตได้ จึงมีครูและนักคณิตศาสตร์ศึกษาหลายท่านได้พยายามศึกษาและค้นคว้า เพื่อหาวิธีการแก้ปัญหาความไม่เข้าใจในการเรียนเรขาคณิตดังกล่าว โดยในปี ค.ศ. 1954 สองสามี – ภรรยา Pierre Van Hiele และ Dina Van Hiele ครูคณิตศาสตร์ชาวเนเธอร์แลนด์ ซึ่งกำลังศึกษาระดับปริญญาเอก ได้สนใจในการค้นหาวิธีเพื่อให้นักเรียนรู้จักคิดและวิเคราะห์ปัญหา กล่าวอีกอย่างหนึ่งคือ การพัฒนาการหยั่งรู้ (Insight) ของนักเรียน แวนฮีล จึงได้สร้างตัวแบบแวนฮีลขึ้น ซึ่งประกอบด้วยความรู้ ความเข้าใจทางเรขาคณิตของนักเรียน 5 ขั้น โดยเริ่มจากง่ายไปยากหรือสลับซับซ้อนมากยิ่งขึ้น ดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 0 การมองเห็น (Visualization)

ในขั้นนี้ นักเรียนสามารถรับรู้รูปเรขาคณิตทั้งรูป สามารถบอกชื่อรูปเรขาคณิตที่มองเห็นได้ แต่ไม่รับรู้สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างสมบัติภายในรูปและระหว่างรูปเรขาคณิต เช่น ไม่สามารถบอกความแตกต่างระหว่างวงกลมกับวงรีได้

ขั้นที่ 1 การวิเคราะห์ (Analysis)

ในขั้นนี้ นักเรียนสามารถรับรู้สมบัติของรูปเรขาคณิต รู้จักรูปเรขาคณิตโดยอาศัยสมบัติ และรู้สมบัติต่างๆจากการสังเกต การวัด การสร้างรูป และแบบจำลอง แต่ไม่สามารถเชื่อมโยงสมบัติของรูปหนึ่งกับสมบัติอีกรูปหนึ่งได้

ขั้นที่ 2 การพิสูจน์อย่างไม่เป็นแบบแผน (Informal Deduction)

ในขั้นนี้ นักเรียนสามารถเข้าใจบทบาทของนิยาม สามารถเชื่อมโยงสมบัติของรูปเรขาคณิต ทั้งที่เป็นสมบัติของรูปเดียวกันและต่างรูปได้ สามารถลำดับสมบัติต่างๆของรูป และระหว่างรูปได้ เช่น การจำแนกรูปเรขาคณิต สามารถบอกว่า สมบัติข้อหนึ่งเกิดขึ้นเนื่องจากสมบัติอีกข้อหนึ่ง แต่นักเรียนยังไม่เข้าใจบทบาทของสัจพจน์และการเชื่อมโยงของข้อความต่างๆ โดยใช้ตรรกศาสตร์

ขั้นที่ 3 การพิสูจน์อย่างเป็นแบบแผน (Formal Deduction)

ในขั้นนี้ นักเรียนสามารถเข้าใจความสำคัญของการอนุมานว่าเป็นหนทางในการสร้างและพัฒนาทฤษฎีบทต่างๆของเรขาคณิต เข้าใจบทบาทของสัจพจน์ บทนิยาม และทฤษฎีบท เข้าใจโครงสร้างตรรกวิทยาของการพิสูจน์

ขั้นที่ 4 การคิดขั้นสุดยอด (Rigor)

ในขั้นนี้ นักเรียนสามารถคิดอย่างนามธรรม เข้าใจบทบาทและความจำเป็นของการพิสูจน์ทางอ้อม การพิสูจน์แบบแย้งกลับที่สามารถสร้างทฤษฎีบทในสัจพจน์ที่ต่างกันออกไป เช่น ระบบฮิลแบร์ต นอกจากนี้ นักเรียนสามารถวิเคราะห์ เปรียบเทียบระบบต่างๆ เช่น การเปรียบเทียบเรขาคณิตระบบยูคลิด กับเรขาคณิตนอกระบบยูคลิด เป็นต้น (Thomas, 1992: 71-86; Post, 1988: 237 – 240)

ทักษะการให้เหตุผล

การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นมาตรฐานหนึ่งในมาตรฐานการเรียนรู้ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ซึ่งการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้นักเรียนรู้จักคิดและสามารถให้เหตุผลได้เป็นสิ่งสำคัญ เนื่องจากคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ว่าด้วยเหตุผล ซึ่งในกระบวนการให้เหตุผลนั้น นักเรียนต้องรู้และต้องใช้ทักษะการคิดหลายทักษะ เช่น การคิดวิเคราะห์ คิดสังเคราะห์ คิดไตร่ตรอง คิดอย่างมีวิจารณญาณ เพื่อให้ได้ข้อสรุปที่ถูกต้อง การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นี้ช่วยให้นักเรียนสร้างข้อสรุปทางตรรกศาสตร์ (Logic) สามารถประยุกต์ใช้ทักษะการจำแนกทางตรรกศาสตร์มาอธิบายความคิดของตนเอง พร้อมทั้งการตรวจสอบคำตอบและกระบวนการ การใช้แบบรูปและความสัมพันธ์เพื่อหาคำตอบ และทำความเข้าใจเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ต่างๆ ดังนั้น ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จึงเกิดขึ้นจากการให้เหตุผลของนักเรียนนั่นเอง (อลิสรา ชมชื่น, 2550: 58)

ความหมายของการให้เหตุผล

การให้เหตุผล มีคำนิยามเช่นเดียวกับ การคิดอย่างมีเหตุผล และความสามารถในการให้เหตุผล ซึ่งนักการศึกษาได้ให้ความหมายของการให้เหตุผล การคิดอย่างมีเหตุผล และความสามารถในการให้เหตุผลไว้ดังนี้

ทิสนา แคมมณี, สิรินคร วิทยะสิรินันท์ และ นวลจิตต์ เชาว์กิริติพงศ์ (2544: 144) ได้ให้ความหมายของการคิดอย่างมีเหตุผลไว้ว่า เป็นการคิดที่มีจุดมุ่งหมาย เพื่อเข้าใจความคิดที่สามารถอธิบายได้ด้วยหลักเหตุผล โดยสามารถจำแนกข้อมูลที่เป็นข้อเท็จจริง และพิจารณาเรื่องที่คิดบนพื้นฐานของข้อเท็จจริง โดยใช้หลักเหตุผลแบบนิรนัยและอุปนัย ซึ่งประกอบด้วยทักษะย่อยๆ ดังนี้

1. สามารถแยกข้อเท็จจริงและความคิดเห็นออกจากกันได้
2. สามารถใช้เหตุผลแบบนิรนัยหรืออุปนัย พิจารณาข้อเท็จจริงได้
3. สามารถใช้เหตุผลทั้งแบบนิรนัยและอุปนัย พิจารณาข้อเท็จจริงได้

ชัยรัตน์ สุลำนาจ (2547: 6) ได้กล่าวว่า ทักษะการให้เหตุผล หมายถึง ความสามารถ ความชำนาญในการแสดงแนวคิดของนักเรียนเกี่ยวกับการสร้างหลักการ การหาความสัมพันธ์ของแนวคิด และการสรุปที่สมเหตุสมผลตามแนวคิดนั้นๆ

พนารัตน์ แซ่มชื่น (2548: 53) ได้กล่าวว่า

... ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการให้เหตุผล ซึ่งได้แสดงแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการ หาความสัมพันธ์ของแนวคิด และการสรุปที่สมเหตุสมผลตามแนวคิดนั้นๆ ซึ่งทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วย ความสามารถในการวิเคราะห์และระบุถึงความสัมพันธ์ของข้อมูล ความสามารถในการหาข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ และความสามารถในการยืนยันหรือคัดค้านข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์อย่างสมเหตุสมผล ...

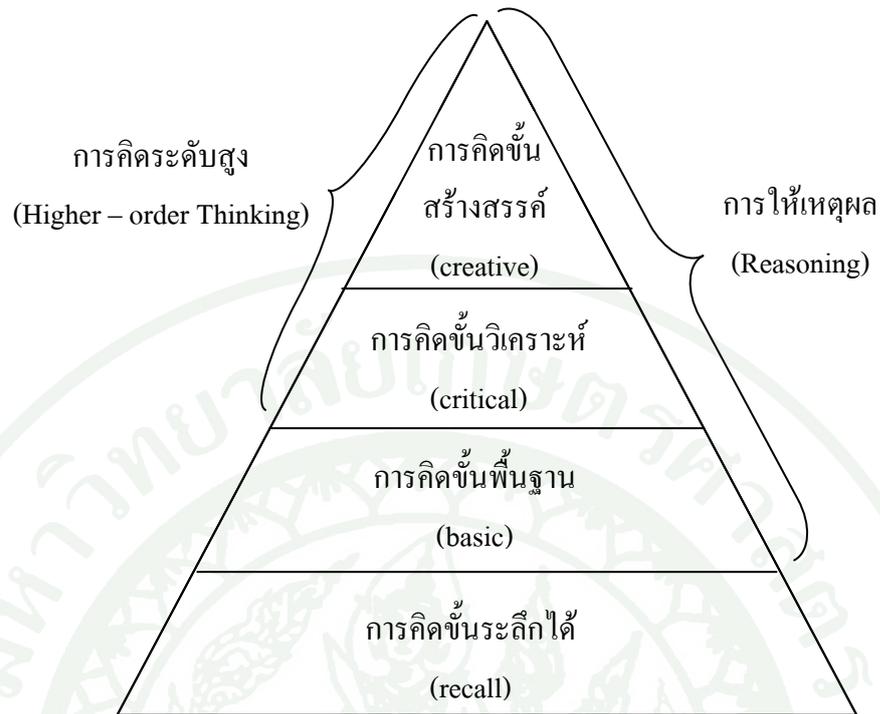
O'Daffer (1990 อ้างใน ชัยรัตน์ สุถ่านจ, 2547: 53) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผล เป็นการสร้างข้อคาดการณ์และตรวจสอบข้อคาดการณ์จากสถานการณ์ที่กำหนด จำเป็นต้องใช้การให้เหตุผลทั้งแบบอุปนัยและนิรนัย ทักษะการให้เหตุผลที่มีความสำคัญต่อความสำเร็จทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีอยู่ 2 ประการ คือ

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเกี่ยวกับการใช้ข้อมูลในการสร้างหลักการใหม่ ค้นหาแบบรูปทั่วไป แบบรูปทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์สถานการณ์ อธิบายสมบัติและ โครงสร้างต่างๆทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำไปสู่การสรุปเป็นมโนคติหรืออาจกล่าวได้ว่าการให้เหตุผลแบบอุปนัยเกิดจากผลของกรณีเฉพาะหลายๆตัวอย่าง แล้วนำไปสู่การสรุปเป็นกฎเกณฑ์ทั่วไป

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งใช้รูปแบบการลงความเห็นที่สมเหตุสมผลในการสรุปจากหลักฐานที่ปรากฏ เป็นการพิสูจน์ข้อสรุปและตัดสินความถูกต้องของขั้นตอนการคิด การให้เหตุผลแบบนี้เป็นการให้เหตุผลที่เป็นระบบตรรกะ เป็นการให้เหตุผลที่ใช้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐาน คือ อนิยาม นิยาม สัจพจน์ และทฤษฎี อาจกล่าวได้ว่า การให้เหตุผลแบบนิรนัยเป็นการให้เหตุผลที่ใช้ข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์ทั่วไปเป็นหลัก แล้วได้ผลสรุปของกรณีเฉพาะที่สอดคล้องกับกฎเกณฑ์หลักการที่เป็นจริงเสมอ

Krulik and Rudnick (1993, 3 – 5) ได้กล่าวเกี่ยวกับการคิดไว้ ดังนี้

... การคิด หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการได้มาซึ่งข้อสรุปที่สมเหตุสมผล จากข้อมูลที่กำหนด โดยนักเรียนต้องสร้างข้อความคาดคะเน หาข้อสรุปจากความสัมพันธ์ในสถานการณ์ของปัญหา แล้วแสดงเหตุผล โดย Krulik และ Rudnick ได้แบ่งการคิดออกเป็น 4 ขั้นตอน คือ การคิดขั้นระลึกได้ (recall) การคิดขั้นพื้นฐาน (basic) การคิดขั้นวิเคราะห์ (critical) และการคิดขั้นสร้างสรรค์ (creative) ส่วนการให้เหตุผลนั้นเป็นส่วนหนึ่งของการคิดที่เหนือไปจากการคิดขั้นระลึกได้ ดังแผนภาพต่อไปนี้



ภาพที่ 1 ลำดับขั้นของการคิด

ที่มา: Krulik and Rudnick (1993: 3)

โดย Krulik และ Rudnick ได้อธิบายเพิ่มเติมว่า การคิดเป็นกระบวนการที่ซับซ้อน แต่แต่ละขั้นที่แสดงในภาพมิได้แยกขาดออกจากกันเลยทีเดียว แต่ละขั้นตอนอาจคาบเกี่ยวกัน โดยการให้เหตุผลจะรวมถึงการคิดขั้นพื้นฐาน การคิดขั้นวิเคราะห์ และการคิดขั้นสร้างสรรค์ สำหรับการคิดขั้นวิเคราะห์และการคิดขั้นสร้างสรรค์เรียกว่าเป็นการคิดระดับสูง (Higher – order Thinking)...

Prestege (2002 อ้างใน อลิสร่า ชมชื่น, 2550: 59) กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผล คือ การที่นักเรียนสามารถค้นหาคำตอบและตัดสินความถูกต้องได้ รวมถึงการพัฒนาแนวคิดเป็นข้อสรุปทั่วไป การโต้แย้งและการพิสูจน์ ดังนั้น การให้เหตุผลจึงเป็นการหาความเป็นไปได้ของคำตอบและการตัดสินความถูกต้องของคำตอบ

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า ทักษะการให้เหตุผล หมายถึง การคิดวิเคราะห์ และสามารถระบุความสัมพันธ์ สร้างข้อความคาดการณ์และตรวจสอบข้อความคาดการณ์ สามารถแสดงแนวคิด ความรู้และความสามารถของนักเรียนอย่างเป็นระบบและสมเหตุผล

ความสำคัญของการให้เหตุผล

อลิสรา ชมชื่น (2550: 60) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการให้เหตุผลไว้ว่า

... การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นแนวทางสำคัญในการพัฒนาและการอธิบายขอบเขตของปรากฏการณ์ บุคคลที่สามารถคิดและวิเคราะห์อย่างมีเหตุผลจะสามารถมองเห็นรูปแบบ โครงสร้าง หรือลักษณะของสถานการณ์ทั้งในโลกแห่งความจริง และสิ่งของที่เป็นสัญลักษณ์ คนที่คิดวิเคราะห์อย่างมีเหตุผลจะตั้งคำถามเมื่อพบรูปแบบที่คลาดเคลื่อน หรือเมื่อเกิดข้อสงสัยต้องการเหตุผล บุคคลเหล่านี้ก็จะคาดคะเนและพิสูจน์ข้อคาดคะเนนั้น จนกระทั่งได้ข้อสรุปที่สมเหตุสมผล ดังนั้น การให้เหตุผลจึงจำเป็นทั้งต่อการเรียนคณิตศาสตร์ และการนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน ...

Baroody (1993: 2 – 22 – 2 – 23) กล่าวว่า การให้เหตุผลจำเป็นต่อคณิตศาสตร์ เนื่องจาก

1. การให้เหตุผลสามารถส่งเสริมอำนาจทางคณิตศาสตร์ ด้วยการช่วยให้นักเรียนมองเห็นว่าคณิตศาสตร์มีความเป็นเหตุเป็นผล และสามารถทำความเข้าใจได้
2. การให้เหตุผลเป็นเครื่องมือสำคัญในการเรียนการสอนและการใช้ชีวิต การค้นพบรูปแบบ และการใช้เหตุผล “ถ้า...แล้ว...” สามารถนำไปใช้ในเนื้อหาวิทยาศาสตร์และเนื้อหาอื่นๆ ได้นอกจากนี้การประเมินข้อโต้แย้งยังเป็นสิ่งจำเป็นในการตัดสินใจอีกด้วย

NCTM (2000: 56) กล่าวว่า โปรแกรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ควรเน้นในเรื่องการให้เหตุผล และการสร้างความสามารถในการพิสูจน์ เพื่อให้นักเรียนทุกคนสามารถ

1. เข้าใจและตระหนักในคุณค่าของการเรียนการสอนเกี่ยวกับการให้เหตุผลและการพิสูจน์ ซึ่งเป็นสิ่งสำคัญที่จะทำให้เด็กนักเรียนมีศักยภาพทางคณิตศาสตร์ต่อไป
2. คาดการณ์และสืบสวนการคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์ได้

3. พัฒนาและประเมินข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ และสามารถพัฒนาการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น

4. เลือกและใช้วิธีการในการให้เหตุผลต่างๆ ที่มีความเหมาะสมได้

แนวทางในการพัฒนาทักษะและกระบวนการให้เหตุผล

นภเนตร ชรรมบวร (2544: 69) ได้กล่าวถึงการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียนไว้ว่า

... ครูผู้สอนต้องเริ่มจากพัฒนากระบวนการคิดของนักเรียนซึ่งเป็นสิ่งที่ทำได้ อีกทั้งมีความสำคัญและจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องจัดกิจกรรมเพื่อพัฒนาการคิดของนักเรียนอย่างต่อเนื่อง ครูผู้สอนควรส่งเสริมให้นักเรียนได้สำรวจ ให้เหตุผล และคิดแก้ปัญหา มากกว่าการเรียนรู้โดยการจดจำกฎเกณฑ์ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์เท่านั้น นักเรียนจำเป็นต้องสร้าง (construct) ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยการคิดด้วยตนเอง และค้นหาคำตอบ ซึ่งมีความหมายสำหรับตัวเขา ...

กรมวิชาการ (2545: 198 - 199) ได้กล่าวถึง การพัฒนาทักษะและกระบวนการให้เหตุผล ไว้ว่า

... การจัดการเรียนรู้ให้นักเรียนรู้จักคิดและให้เหตุผลเป็นสิ่งสำคัญ โดยทั่วไปเข้าใจกันว่า การฝึกให้รู้จักให้เหตุผลที่ง่ายที่สุด คือ การฝึกจากการเรียนเรขาคณิตตามแบบยูคลิด เพราะมีโจทย์เกี่ยวกับการให้เหตุผลมากมาย มีทั้งการให้เหตุผลอย่างง่าย ปานกลาง และอย่างยาก แต่แท้ที่จริงแล้ว การฝึกให้นักเรียนรู้จักคิดและให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผลนั้นสามารถสอดแทรกได้ในการเรียนรู้ทุกเนื้อหาของวิชาคณิตศาสตร์ และวิชาอื่นๆ ด้วย ...

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2545: 194 - 196) กล่าวถึงองค์ประกอบหลักที่ส่งเสริมให้นักเรียนสามารถคิดอย่างมีเหตุผลและรู้จักให้เหตุผล ดังนี้

1. ควรให้นักเรียนได้พบกับโจทย์ หรือปัญหาที่นักเรียนสนใจ เป็นปัญหาที่ไม่ยากเกินความสามารถของนักเรียนที่จะคิดและให้เหตุผลในการหาคำตอบได้

2. ให้นักเรียนมีโอกาสและเป็นอิสระที่จะแสดงออกถึงความคิดเห็นในการใช้และให้เหตุผลของตนเอง

3. ครูผู้สอนช่วยสรุปและชี้แจงให้นักเรียนเข้าใจว่า เหตุผลของนักเรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ ขาดตกบกพร่องอย่างไร

การเริ่มต้นที่จะส่งเสริมให้นักเรียนเรียนรู้ และเกิดทักษะในการให้เหตุผล ครูผู้สอนควรจัดสถานการณ์หรือปัญหาที่น่าสนใจให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติ โดยครูสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน และคอยช่วยเหลือโดยกระตุ้นหรือชี้แนะอย่างกว้างๆ โดยใช้คำถามกระตุ้นด้วยคำว่า “ทำไม” “อย่างไร” “เพราะเหตุใด” เป็นต้น พร้อมทั้งให้ข้อคิดเพิ่มเติมอีก เช่น “ถ้า ... แล้ว นักเรียนคิดว่า ... จะเป็นอย่างไร” นักเรียนที่ให้เหตุผลได้ไม่สมบูรณ์ ครูต้องไม่ตัดสินด้วยคำว่าไม่ถูกต้อง แต่อาจใช้คำพูดเสริมแรงและให้กำลังใจว่า คำตอบที่นักเรียนตอบมามีบางส่วนถูกต้อง นักเรียนคนใดจะให้คำอธิบายหรือให้เหตุผลเพิ่มเติมของเพื่อนได้อีกบ้าง เพื่อให้นักเรียนมีการเรียนรู้ร่วมกันมากยิ่งขึ้น

ในการจัดการเรียนรู้ครูผู้สอนควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดอย่างหลากหลาย โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ควรเป็นปัญหาปลายเปิด (open – ended problem) ที่นักเรียนสามารถแสดงความคิดเห็น หรือให้เหตุผลที่แตกต่างกันได้

พฤติกรรมที่แสดงออกถึงทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546: 18 – 19) ได้กล่าวถึงพฤติกรรมที่แสดงออกถึงทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังนี้

1. เลือกและใช้วิธีการให้เหตุผลและวิธีการพิสูจน์ชนิดต่างๆ ได้หลากหลาย
2. พัฒนาและประเมินการอ้างเหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์
3. เลือกใช้ความรู้เพื่อจัดลำดับขั้นตอนของการให้เหตุผลและลงข้อสรุป
4. อ้างอิงความรู้ ข้อมูลหรือข้อเท็จจริง หรือสร้างแผนภาพ

5. ตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของการให้เหตุผล
6. สร้างและตรวจสอบข้อความคาดคะเนทางคณิตศาสตร์ได้
7. การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลต่างๆ การจัดหมวดหมู่ สรุปประมวลข้อมูลที่มีลักษณะเหมือนหรือต่างกัน ได้

สื่อการเรียนการสอน

ความหมายของสื่อการเรียนการสอน

มีผู้ให้ความหมายของสื่อการเรียนการสอนไว้มากมาย ดังนี้

ไชยยศ เรืองสุวรรณ (2533: 81) กล่าวว่า “สื่อการเรียนการสอน หมายถึงสิ่งต่างๆ ที่ครูและนักเรียนนำมาใช้ในระบบการเรียนการสอน เพื่อช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ตามจุดมุ่งหมายของการเรียนการสอนได้อย่างมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น”

เบญญา แสงมะลิ และ ประดิษฐ์ อุปรมัย (2533: 8) กล่าวว่า “สื่อการเรียนการสอน หมายถึง สื่อ หรือตัวกลางที่ครูนำมาถ่ายทอดความรู้ ประสบการณ์ ทักษะคิด ค่านิยมหรือทักษะที่ตนมีไปสู่ผู้เรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ”

วาสนา ชาวหา (2533: 8) กล่าวว่า “สื่อการสอน หมายถึง สิ่งใดก็ตามที่เป็นตัวกลางหรือพาหนะนำความรู้ไปสู่ผู้เรียน และทำให้นักเรียนสามารถเรียนรู้ได้ตามวัตถุประสงค์ที่กำหนดไว้ได้ดี”

ประมาณ สะกิมิ (2535: 338) กล่าวว่า “สื่อการสอน ในที่นี้หมายถึง อุปกรณ์ เครื่องมือ และเทคนิค ซึ่งช่วยถ่ายทอดความรู้ ความเข้าใจ และอื่นๆ ให้แก่นักเรียนตามความมุ่งหมายของการสอน”

สุโชติ คาวสุโข และ สาโรจน์ แฟงยัง (2535: 11) กล่าวว่า “สื่อการสอน หมายถึงสิ่งใดๆก็ตามที่เป็นตัวกลาง ถ่ายทอดความรู้หรือช่วยในการเรียนรู้ซึ่งครูผู้สอนและนักเรียนเป็นผู้ใช้เพื่อช่วยให้การเรียนการสอนมีประสิทธิภาพมากขึ้น”

Good (1973: 307) ได้กล่าวว่า “สื่อการเรียนการสอน คือวิธีการและวัสดุอื่นใดที่แสดงให้เห็นเนื้อหาสาระอย่างสมบูรณ์แบบโดยตัวของมันเอง และเป็นผู้ส่งเสริมอย่างกว้างขวางมากกว่าที่จะเป็นส่วนประกอบของกระบวนการการเรียนการสอน”

Page and Thomas (1977 อ้างใน ยุพิน พิพิธกุล และ อรพรรณ ต้นบรรจง, 2536: 16) กล่าวว่า

... สื่อการสอนคือเครื่องมือทางกายภาพของเทคโนโลยีทางการศึกษาหรือเทคโนโลยีทางการเรียนการสอนอันประกอบด้วย สิ่งพิมพ์ ฟิล์ม เทป และเครื่องบันทึก ซึ่งนำมาใช้โดยเฉพาะ เพื่อส่งเสริมให้ระบบการเรียนการสอนเป็นไปอย่างสมบูรณ์และกว้างขวาง ...

จากความหมายของสื่อการเรียนการสอนข้างต้น สรุปได้ว่า สื่อการเรียนการสอน หมายถึง วัสดุอุปกรณ์หรือกิจกรรมที่เป็นตัวกลางในการนำความรู้จากครูผู้สอนไปยังนักเรียน ทำให้การเรียนการสอนมีประสิทธิภาพและประสบความสำเร็จมากยิ่งขึ้น

ความสำคัญของสื่อการเรียนการสอน

ยุพิน พิพิธกุล และ อรพรรณ ต้นบรรจง (2536: 16-17) ได้กล่าวถึง ความสำคัญของสื่อการเรียนการสอน ดังนี้

1. สื่อการเรียนการสอนจะช่วยให้นักเรียนเข้าใจบทเรียนได้แจ่มแจ้งยิ่งขึ้น
2. ช่วยให้การสอนนักเรียนที่มีความสามารถแตกต่างกัน เช่น นักเรียนบางคนซึ่งเรียนอ่อน อาจจะต้องใช้รูปภาพ สื่อรูปภาพ หรือชุดการเรียนการสอนรายบุคคล ช่วยให้บรรลุจุดประสงค์ในการเรียน
3. ช่วยเสริมสร้างความสนใจของนักเรียน

4. ประหยัดเวลาในการสอน บางคนกล่าวว่าทำให้เสียเวลา ความจริงนั้นไม่เสียเวลาเลย คนที่ว่าเสียเวลาเพราะใช้สื่อการเรียนการสอนไม่เป็น

5. เพื่อช่วยให้นักเรียนได้เรียนรู้จากสิ่งที่เป็นรูปธรรม ซึ่งนำไปสู่นามธรรมและทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจแน่นแฟ้นและจำได้นาน

6. ใช้สื่อการสอนนั้นเพื่อช่วยในอธิบายขยายข้อความและสรุปข้อความก็ได้

7. เพื่อเสริมสร้างเจตคติที่ดีแก่นักเรียน

8. ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

กิดานันท์ มลิทอง (2540: 88) ได้ให้ความสำคัญของการใช้สื่อการเรียนการสอน ซึ่งมีผลต่อทั้งนักเรียนและครูผู้สอนไว้ดังต่อไปนี้

1. สื่อกับนักเรียน

1.1 สื่อเป็นสิ่งที่ช่วยให้เกิดการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ เพราะช่วยให้นักเรียนเกิดความเข้าใจเนื้อหาบทเรียนที่ยู่ยากซับซ้อนได้ง่ายขึ้นในระยะเวลาอันสั้น และสามารถช่วยให้เกิดความคิดรวบยอดในเรื่องนั้นได้อย่างถูกต้องและรวดเร็ว

1.2 สื่อจะช่วยกระตุ้นและสร้างความสนใจให้กับนักเรียน ทำให้เกิดความสนุกและไม่รู้สึกเบื่อหน่ายการเรียน

1.3 การใช้สื่อจะทำให้ให้นักเรียนมีความเข้าใจตรงกัน และเกิดประสบการณ์ร่วมกันในวิชาที่เรียนนั้น

1.4 ช่วยให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนการสอนมากขึ้น ทำให้เกิดมนุษยสัมพันธ์อันดีระหว่างนักเรียนด้วยกันเองและกับครูผู้สอน

1.5 ช่วยสร้างเสริมลักษณะที่ดีในการศึกษาค้นคว้าหาความรู้ ช่วยให้นักเรียน
เกิดความคิดสร้างสรรค์จากการใช้สื่อเหล่านั้น

1.6 ช่วยแก้ปัญหาเรื่องของความแตกต่างระหว่างบุคคล โดยการจัดให้มีการใช้สื่อ
ในการศึกษารายบุคคล

2. สื่อกับครูผู้สอน

2.1 การใช้สื่อวัสดุอุปกรณ์ต่างๆ ประกอบการเรียนการสอน เป็นการช่วยให้
บรรยากาศในการสอนน่าสนใจยิ่งขึ้น ทำให้ครูผู้สอนมีความสนุกสนานในการสอนมากกว่า
วิธีการที่เคยใช้การบรรยายเพียงอย่างเดียว และเป็นการสร้างความเชื่อมั่นในตัวเองให้เพิ่มขึ้นด้วย

2.2 สื่อจะช่วยแบ่งเบาภาระของครูผู้สอนในด้านการเตรียมเนื้อหา เพราะบางครั้ง
อาจให้นักเรียนศึกษาเนื้อหาจากสื่อได้เอง

2.3 เป็นการกระตุ้นให้ครูผู้สอนตื่นตัวอยู่เสมอในการเตรียมและผลิตวัสดุใหม่ๆ
เพื่อใช้เป็นสื่อการสอน ตลอดจนคิดค้นเทคนิควิธีการต่างๆ เพื่อให้การเรียนรู้ที่น่าสนใจยิ่งขึ้น

กรมวิชาการ ได้กล่าวถึงความสำคัญของการเรียนการสอนไว้ ดังนี้ (กรมวิชาการ,
2545: 213)

... สื่อเป็นเครื่องมือของการเรียนรู้ การพัฒนาสื่อที่ทำให้นักเรียนเรียนรู้ด้วยตนเอง
ซึ่งเป็นสิ่งสำคัญ เนื่องจากในยุคปัจจุบันข้อมูล ข่าวสาร ความรู้ การใช้เทคโนโลยี
และการสื่อสาร ทำให้ผู้คนจำเป็นต้องพัฒนาตนเองให้สามารถรับรู้เรื่องราวใหม่ๆ
ได้ด้วยตนเอง และพัฒนาศักยภาพทางการคิด ซึ่งได้แก่ การคิดอย่างสร้างสรรค์
การคิดอย่างมีวิจารณญาณ การคิดอย่างมีเหตุผล การคิดให้หลากหลาย ดังนั้นสื่อที่ดี
จึงควรเป็นสิ่งที่ช่วยกระตุ้นให้นักเรียนรู้จักการแสวงหาความรู้ด้วยตนเองอีกด้วย ...

บทบาทของสื่อการเรียนการสอน

ประมาณ สะกิมี่ (2535: 339) ได้กล่าวถึงบทบาทของสื่อการเรียนการสอนไว้โดยสรุป ดังนี้

1. การดึงดูดและควบคุมความสนใจและตั้งใจของนักเรียน
2. การเสนอหรือให้แบบอย่างของการกระทำแก่นักเรียน
3. กระตุ้นให้เกิดการเชื่อมโยงทางความคิดระหว่างประสบการณ์เดิมกับประสบการณ์ใหม่
4. การเสนอสิ่งใหม่ทางการเรียน
5. การชี้แนะและให้ความสะดวกในการเรียน
6. การให้ข้อมูลย้อนกลับแก่นักเรียน
7. การตรวจสอบและประเมินผลการเรียน
8. การถ่ายโยงการเรียนรู้
9. การทำให้สิ่งที่เรียนรู้แล้วคงอยู่ตลอดไป

คุณค่าของสื่อการเรียนการสอน

สุโชติ ดาวสุโข และ สาโรจน์ แฟงยัง (2535: 12) ได้กล่าวถึงคุณค่าของสื่อการสอนดังนี้

1. ช่วยให้นักเรียนจำได้เร็วและจำได้นาน
2. ช่วยกระตุ้นความสนใจของนักเรียนและมีส่วนร่วมในการเรียน
3. ช่วยให้นักเรียนเข้าใจได้ชัดเจน
4. ช่วยให้เรียนรู้ได้มากขึ้นในเวลาที่มีจำกัด
5. ช่วยให้นักเรียนได้คิดและแก้ปัญหา
6. ช่วยให้การเรียนการสอนง่าย เพราะสามารถ

- 6.1 ทำสิ่งที่เป็นนามธรรมให้เป็นรูปธรรม
- 6.2 ทำสิ่งซับซ้อนให้ง่ายขึ้น
- 6.3 ทำสิ่งเคลื่อนไหวช้าให้เร็ว
- 6.4 ทำสิ่งเคลื่อนไหวเร็วให้ช้า
- 6.5 ทำสิ่งที่เล็กให้โตขึ้น

- 6.6 ทำสิ่งที่ใหญ่ให้เล็กลง
- 6.7 นำสิ่งที่อยู่ไกลมาศึกษาได้
- 6.8 นำสิ่งลึกลับมาศึกษาได้

De Kieffer and Cochran (1966: 6) กล่าวว่า มีการวิจัยหลายเรื่องที่จะหาประสิทธิภาพของการใช้สื่อการเรียนการสอน ผลการวิจัยต่างๆ แสดงถึงคุณค่าของการใช้สื่อการเรียนการสอนดังต่อไปนี้

1. เป็นปัจจัยสำคัญในการเรียนรู้ ช่วยกระตุ้นความสนใจแก่นักเรียน
2. ช่วยให้นักเรียนเข้าใจสิ่งที่เป็นรูปธรรมมากขึ้น
3. ทำให้การเรียนรู้นั้นคงทนถาวร
4. จัดประสบการณ์ที่ได้มีส่วนร่วมในการเรียนรู้ที่ลึกซึ้ง และแตกต่างกัน
5. ช่วยให้นักเรียนเข้าใจมากขึ้น
6. ให้ประสบการณ์จริงแก่นักเรียน
7. จูงใจให้นักเรียนค้นคว้าด้วยการอ่านมากขึ้น

หลักการพิจารณาเลือกสื่อการเรียนการสอน

วาสนา ชาวหา (2533: 17-19) ได้กล่าวถึงการนำสื่อการสอนมาใช้ในการเรียนการสอนว่าควรคำนึงถึงหลักการ 3 ประการ ดังนี้

1. ประสิทธิภาพ (efficiency) เมื่อนำสื่อการสอนมาใช้ในการเรียนการสอนแล้วทำให้นักเรียนสามารถเรียนรู้ได้ตามวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมที่กำหนดไว้ในแผนการสอนทุกประการ จึงนับได้ว่าสื่อการสอนนั้นมีประสิทธิภาพ
2. ประสิทธิภาพ (productivity) จำนวนนักเรียนที่บรรลุวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมที่กำหนดไว้เป็นจำนวนมากก็นับได้ว่าสื่อการสอนนั้นก่อให้เกิดประสิทธิผลสูง
3. ประหยัด (economy) จะต้องพิจารณาในเรื่องของการลงทุนที่คุ้มค่าทั้งด้านทุนทรัพย์ แรงงานและระยะเวลาในการใช้งาน

สุโชติ คาวสุโข และ สาโรจน์ แผงยัง (2535: 13-16) กล่าวถึง การเลือกสื่อการเรียนการสอน ดังนี้

1. เลือกสื่อการเรียนการสอนที่ตอบสนองวัตถุประสงค์ของการเรียนการสอน
2. เลือกสื่อให้เหมาะสมกับลักษณะของนักเรียน โดยแบ่งออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้
 - 2.1 ลักษณะทั่วไป เช่น อายุ เพศ ความสามารถทางสติปัญญา เจตคติ พื้นฐานทางสังคมและสิ่งแวดล้อม
 - 2.2 ลักษณะเฉพาะ เช่น ความรู้ ทักษะ เจตคติ
3. เลือกสื่อให้เหมาะสมกับศักยภาพของสื่อ สื่อแต่ละชนิดมีศักยภาพแตกต่างกัน
4. ความเหมาะสม คือ เหมาะสมกับเนื้อหา เหมาะสมกับขนาดของกลุ่มนักเรียน และเหมาะสมกับสภาพแวดล้อมของนักเรียน
5. ความถูกต้องของเนื้อหา หมายถึง สื่อที่ควรจะต้องมีเนื้อหาที่ถูกต้อง เทียงตรง ทันสมัย เข้าใจง่าย ไม่สลับซับซ้อน
6. คุณภาพด้านเทคนิค หมายถึงคุณภาพของสื่อในด้านเสียง ภาพ ขนาด รูปแบบ เหมาะสม
7. ราคา หมายถึง ราคาไม่แพง คุ่มค่าและให้ประโยชน์

หลักการใช้สื่อการเรียนการสอน

ไชยยศ เรืองสุวรรณ (2533: 91-92) ให้ข้อเสนอแนะในการใช้สื่อการเรียนการสอน ดังนี้

1. สื่อการเรียนการสอนช่วยให้การเรียนการสอนดำเนินไปอย่างมีประสิทธิภาพ

หากนำมาใช้อย่างเหมาะสม ส่วนจะใช้อย่างไรจึงจะเหมาะสมนั้นขึ้นอยู่กับ

- 1.1 ลักษณะเฉพาะของเนื้อหา
- 1.2 จุดมุ่งหมายการเรียนการสอน
- 1.3 ลักษณะของสื่อการเรียนการสอน
- 1.4 ลักษณะของนักเรียน
- 1.5 สภาพแวดล้อมและสิ่งอำนวยความสะดวก

2. การให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติหรือว่ามีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนการสอนภายใต้การชี้แนะของครูผู้สอน จะทำให้นักเรียนเรียนรู้ได้ดียิ่งขึ้นทั้งด้านมโนทัศน์และเจตคติ

3. ควรใช้สื่อการเรียนการสอนตามความจำเป็นและเลือกสื่อที่เหมาะสมที่สุด

4. สื่อการเรียนการสอนบางประเภทเมื่อใช้ในกิจกรรมการเรียนการสอนแล้วอาจจำเป็นต้องแสดงไว้เพื่อให้นักเรียนศึกษาเพิ่มเติมด้วยตนเอง ครูผู้สอนควรพิจารณาการจัดแสดงสื่อการเรียนการสอนให้เหมาะสม

5. สื่อประเภทฉาย การฉายซ้ำทำให้นักเรียนเรียนรู้ได้เพิ่มขึ้น

6. ควรจัดให้มีกิจกรรมต่อเนื่องเมื่อจบกิจกรรมการใช้สื่อการเรียนการสอนแล้ว เช่น ให้นักเรียนอภิปราย รายงาน และค้นคว้าเพิ่มเติม เป็นต้น

อิทธิพร ศรียมก (2534: 70 - 71) ได้ให้ข้อเสนอแนะแก่ครูผู้สอนในการใช้สื่อการเรียนการสอนไว้ดังนี้

1. เลือกสื่อการเรียนการสอนให้สอดคล้องกับสถานการณ์และจุดมุ่งหมาย
2. ศึกษาคุณสมบัติของสื่อการเรียนการสอนที่ได้เลือกไว้แล้วอีกครั้งหนึ่งเพื่อป้องกันความผิดพลาดทั้งปวง

3. เตรียมการใช้สื่อการเรียนการสอน สื่อการเรียนการสอนบางชนิดจะได้ผลในทางลบทันที ถ้าครูเตรียมตัวไม่ดีพอ

4. หลังจากใช้สื่อการเรียนการสอนทุกครั้งจะต้องประเมินผลทุกครั้ง

ขั้นตอนการใช้สื่อการเรียนการสอน

Brown and Others (1985 อ้างใน กิดานันท์ มลิทอง, 2536: 89 - 90) กล่าวถึงการใช้สื่อการเรียนการสอนไว้ว่า อาจจะใช้สื่อการเรียนการสอนเฉพาะขั้นตอนใดขั้นตอนหนึ่งของการสอน หรือจะใช้ในทุกขั้นตอนก็ได้ โดยมีขั้นตอน ดังนี้

1. ชุ้่นนำเข้าสู่บทเรียน เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสนใจในเนื้อหาที่กำลังจะเรียนนั้น สื่อที่ใช้ในขั้นนี้จึงเป็นสื่อที่แสดงเนื้อหากว้างๆ หรือเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับการเรียนในครั้งก่อน ยังมีสื่อที่เน้นเนื้อหาเจาะลึกอย่างแท้จริง อาจเป็นสื่อที่เป็นแนวปัญหาหรือเพื่อให้นักเรียนคิด และควรเป็นสื่อที่ง่ายต่อการนำเสนอในระยะเวลาอันสั้น เช่น ภาพ บัตรคำหรือบัตรปัญหา เป็นต้น
2. ชุ้่นดำเนินการสอนหรือประกอบกิจกรรมการเรียนเป็นขั้นสำคัญในการเรียน เพราะเป็นขั้นที่จะให้ความรู้เนื้อหาอย่างละเอียด เพื่อสนองวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้ ครูผู้สอนต้องเลือกสื่อให้ตรงกับเนื้อหาและวิธีการสอนหรืออาจใช้สื่อประสมก็ได้ ต้องมีการจัดลำดับขั้นตอนการใช้สื่อให้เหมาะสมและสอดคล้องกับกิจกรรมการเรียนการสอน การใช้สื่อในขั้นนี้จะต้องเป็นสื่อที่เสนอความรู้อย่างละเอียด ถูกต้องและชัดเจนแก่นักเรียน เช่น ภาพยนตร์ สไลด์ แผ่นโปรงใส แผนภูมิ วิดิทัศน์ เทปเสียง หรือชุดการเรียน เป็นต้น
3. ชุ้่นวิเคราะห์และฝึกปฏิบัติ เป็นการเพิ่มพูนประสบการณ์ตรงแก่นักเรียน เพื่อให้นักเรียนได้ทดลองนำความรู้ด้านทฤษฎีหรือหลักการที่เรียนมาแล้วไปใช้แก้ปัญหาในขั้นฝึกหัด โดยการลงมือฝึกปฏิบัติเอง สื่อในขั้นนี้จะเป็นสื่อที่เป็นประเด็นปัญหาให้นักเรียนได้ขบคิดโดยนักเรียนเป็นผู้ใช้สื่อเองมากที่สุด เช่น ภาพ บัตรปัญหา เทปเสียง สมุดแบบฝึกหัด หรือชุดการเรียน เป็นต้น
4. ชุ้่นสรุปบทเรียน เป็นขั้นของการเรียนการสอนเพื่อการย้ำเนื้อหาบทเรียนให้นักเรียนมีความเข้าใจที่ถูกต้อง และตรงตามวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้ด้วย ชุ้่นสรุปนี้ควรใช้เพียงระยะเวลาสั้นๆ

เช่นเดียวกับขั้นนำ สื่อที่ใช้สรุปจึงควรครอบคลุมเนื้อหาสำคัญทั้งหมดโดยย่อและใช้เวลาสั้น
เช่น แผนภูมิ แผ่นโปรงใส เป็นต้น

5. ขั้นประเมินผลนักเรียน เป็นการทดสอบว่านักเรียนสามารถเรียนรู้หรือเข้าใจในสิ่งที่เรียนไปถูกต้องมากน้อยเพียงใด และบรรลุตามวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมที่ตั้งไว้หรือไม่ สื่อในขั้นการประเมินผลนี้มักจะเป็นคำถามจากเนื้อหาบทเรียน โดยอาจมีภาพประกอบด้วยก็ได้ อาจแนะนำบัตรคำหรือสื่อต่างๆ ที่ใช้ในขั้นกิจกรรมการเรียนรู้มาถามอีกครั้งหนึ่ง และอาจเป็นการทดสอบโดยการปฏิบัติจากสื่อหรือการกระทำของนักเรียน เพื่อทดสอบดูว่านักเรียนสามารถมีทักษะจากการปฏิบัติอย่างถูกต้องครบถ้วนหรือไม่

การใช้สื่อการเรียนการสอนเป็นสิ่งจำเป็นอย่างยิ่งต่อการเรียนการสอน ดังนั้น ครูต้องตระหนักถึงความสำคัญของการใช้สื่อการเรียนการสอน และสามารถเลือกใช้ให้เหมาะสมกับกิจกรรม นอกจากนี้ หลังจากครูผู้สอนใช้สื่อการเรียนการสอนแล้ว ต้องรู้จักประเมินการใช้สื่อการเรียนการสอน เพื่อนำมาปรับปรุงจนสามารถนำสื่อการเรียนการสอนไปใช้ได้มีประสิทธิภาพ

การใช้คอมพิวเตอร์ในการเรียนการสอนเรขาคณิต

การพัฒนาทางด้านเทคโนโลยีคอมพิวเตอร์มีความก้าวหน้าอย่างรวดเร็ว ซึ่งในปัจจุบันได้มีการนำคอมพิวเตอร์ไปใช้ในด้านการเรียนการสอนมากขึ้น โดยศรีศักดิ์ จามรมาน (2535: 10) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของการนำคอมพิวเตอร์ไปใช้ในการเรียนการสอน ดังนี้

1. ทำให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในกระบวนการเรียนการสอนมากขึ้น ทำให้มีความสนใจและมีความกระตือรือร้นเพิ่มขึ้น
2. ทำให้นักเรียนสามารถเลือกวิธีเรียนได้หลายแบบ ทำให้ไม่เบื่อหน่าย
3. ทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจมากขึ้น
4. ทำให้ปรับปรุงเปลี่ยนแปลงการเรียนการสอนได้เหมาะสมกับความต้องการของนักเรียนแต่ละคน

5. ทำให้นักเรียนมีอิสระในการเรียน

6. ทำให้นักเรียนสามารถสรุปหลักการ เนื้อหาสาระของบทเรียนแต่ละบทได้สะดวกขึ้น

การพัฒนาบทเรียนทางคณิตศาสตร์ที่ใช้คอมพิวเตอร์

วรรณวิภา สุทธิเกียรติ (2542: 28) ได้กล่าวถึง การพัฒนาบทเรียนทางคณิตศาสตร์ที่ใช้คอมพิวเตอร์ ไว้ว่า มี 3 ลักษณะ ดังนี้

1. พัฒนาบทเรียนโดยการสร้างด้วยโปรแกรมภาษาทางคอมพิวเตอร์ เช่น พัฒนาโดยใช้ภาษา Basic, Fortran, PASCAL, Visual C, Visual Basic, Maple เป็นต้น ปัญหาที่พบในกรณีนี้คือ ผู้พัฒนาต้องมีความรู้และประสบการณ์ทางคอมพิวเตอร์สูงและใช้เวลาในการพัฒนามาก

2. พัฒนาบทเรียนจากโปรแกรมบทเรียน (Authoring System) เช่น โปรแกรมไทยทัศน์ บนภาพกราฟฟิก มีรูปแบบตัวอักษรต่างๆ มีภาพสามมิติ ลดความยุ่งยากในการใช้คำสั่งต่างๆ นำเสนอเนื้อหา ตัวอย่างการคำนวณ การสร้างภาพและเสียงประกอบคำถาม และการฝึกปฏิบัติ แต่ปัญหาที่พบคือ ผู้พัฒนาส่วนมากจะสร้างบทเรียนสั้นๆ แต่การพัฒนารูปภาพทางเรขาคณิต ประกอบการคำนวณต้องใช้เวลามากและต้องมีความรู้โปรแกรมเชื่อมโยงเข้าด้วยกัน

3. พัฒนาจากโปรแกรมสำเร็จรูปที่มีจำหน่ายทั่วไปที่เหมาะสมกับงานแต่ละงาน เช่น Microsoft Excel เหมาะกับการคำนวณในลักษณะแถวหรือหลัก Microsoft Word เหมาะกับการทำเอกสาร Mathematica, Mathcad และ Matlab ทั้งสามโปรแกรมนี้เหมาะสมกับการคำนวณทางคณิตศาสตร์ สามารถใช้ในแง่ของสัญลักษณ์ การเขียนกราฟและฟังก์ชัน การคำนวณของแคลคูลัสขั้นสูง

เทคโนโลยีการเรียนรู้ที่ยึดนักเรียนเป็นศูนย์กลาง

เทคโนโลยีการเรียนรู้ที่ยึดนักเรียนเป็นศูนย์กลาง (Learner Centered Based Instructional Technology) หมายถึง การจัดการเรียนรู้ที่ยึดนักเรียนเป็นศูนย์กลางและนำเอาเทคโนโลยีทางการศึกษา เข้ามาเป็นบทสำคัญในกระบวนการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นให้นักเรียนได้ลงมือกระทำกิจกรรม

การเรียนรู้ด้วยตนเอง โดยมีครูเป็นผู้อำนวยความสะดวกและชี้แนะช่องทางการเรียนรู้ให้นักเรียนแต่ละคนได้พัฒนาศักยภาพ ไปสู่การคิดเป็นทำเป็น มองเห็นปัญหาและรู้จักพิจารณาเลือกวิธีการแก้ไขปัญหาต่างๆด้วยตนเอง ดังนั้นเทคโนโลยีการเรียนรู้ที่ยึดนักเรียนเป็นศูนย์กลางเป็นการจัดระบบการเรียนรู้นับตั้งแต่การออกแบบ การนำมาใช้จนถึงการประเมินกระบวนการทั้งหมด เป็นไปโดยคำนึงถึงนักเรียนเป็นสำคัญ ทั้งวัตถุประสงค์ เนื้อหาของบทเรียน เทคนิควิธีสอน กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ และส่วนประกอบอื่นๆ การนำเอาเทคโนโลยีทางการศึกษาเข้ามาจัดการเรียนรู้ตามแนวทางการปฏิรูปการเรียนรู้ตามพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 มีประเด็นที่สำคัญ (สมชาย แสงจิตต์พันธ์, 2550) ได้แก่

1. การจัดการเรียนรู้ ปรับแนวความคิดใหม่เป็นโรงเรียนไม่ใช่โรงงานที่จะผลิตนักเรียนให้เป็นผลิตภัณฑ์ที่เหมือนกัน แต่เป็นผลผลิตที่มีความรู้ความสามารถจะต้องเป็นไปตามสภาพความเหมาะสมของความสามารถ สติปัญญาของแต่ละบุคคล การเรียนรู้จะเป็นไปตามความต้องการของนักเรียนมากขึ้น จัดการเรียนรู้ที่ดึงศักยภาพของนักเรียนออกมา เน้นสภาพจุดเด่นของนักเรียนแต่ละคนเพื่อให้นักเรียนได้ทำในสิ่งที่ตนถนัด
2. การเรียนรู้ที่เน้นสาระจะไม่จำกัดที่ตำราเล่มใดเล่มหนึ่ง แต่เป็นการเรียนรู้แบบแสวงหาค้นหาและสามารถเรียกหาแหล่งความรู้ได้ทั่วโลก เครือข่ายแหล่งความรู้ได้จากแหล่งต่างๆ ไม่จำเพาะแต่ในตำราเพียงอย่างเดียว แต่จะมีสื่อการเรียนรู้ประเภทอื่นๆเข้ามาช่วยในเรื่องการเรียนรู้
3. การเรียนรู้ตามแนวคิดใหม่ บทบาทของนักเรียนสามารถแสดงศักยภาพได้เต็มที่ นักเรียนจะมีความกระตือรือร้นและตื่นตัวจากสภาพแวดล้อมที่จัดไว้อย่างมีระบบของครู นอกจากนี้ นักเรียนยังสามารถเรียนรู้ได้ตามความต้องการ ช่วงเวลาใดสถานที่ใดกับบุคคลใดก็ได้ โดยการใช้เทคโนโลยีทางการศึกษา เทคโนโลยีสารสนเทศและคอมพิวเตอร์
4. บทบาทของครูจากการเป็นผู้ป้อนความรู้เปลี่ยนแปลงมาเป็นผู้ชี้แนะ ครูจะไม่ใช่เป็นเพียงผู้สอนอย่างเดียว แต่ต้องเป็นผู้ยืนอยู่ข้างๆคอยให้คำชี้แนะที่จะให้นักเรียนได้แสวงหาความรู้และเรียนรู้ได้ด้วยตนเองมากที่สุด นักเรียนจะมีส่วนร่วมในการเรียนมากขึ้นเป็นลักษณะของความร่วมมือกันระหว่างนักเรียนกับครูและนักเรียนกับนักเรียนด้วยกัน โดยครูต้องมีบทบาทที่สำคัญต่อไป

4.1 ต้องวางแผนการสอนโดยนำวิธีระบบมาใช้สามารถคาดการณ์ได้ว่านักเรียนบรรลุจุดมุ่งหมายในการเรียนได้มากน้อยเพียงไรในการเรียนและการสอนแต่ละครั้ง

4.2 ต้องนำเทคโนโลยีทางการศึกษามาใช้จัดกิจกรรมการเรียนรู้ได้อย่างเหมาะสมและใช้สื่อการสอนเป็นหลักในการสอนแต่ละคาบ

4.3 ต้องเป็นผู้ที่สามารถประยุกต์ใช้เทคโนโลยีใหม่ๆต่อการศึกษาได้อย่างมีประสิทธิภาพ

4.4 สามารถพัฒนาสื่อที่มีคุณภาพทั้งด้านการจูงใจและเนื้อหาที่สอดคล้องกับประสบการณ์ของนักเรียน

4.5 ต้องเป็นผู้ที่สามารถจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอภิปราย

4.6 ให้ความร่วมมือและช่วยเหลือนักเรียนในกระบวนการเรียนรู้เพื่อให้บรรลุจุดมุ่งหมายในการศึกษาแต่ละด้านตามความต้องการของนักเรียน

4.7 ต้องมีบทบาทชี้แนะ จัดประสบการณ์และเป็นแหล่งความรู้เพื่อให้นักเรียนได้มีอิสระในการตัดสินใจรับผิดชอบตามความต้องการได้

4.8 ต้องเป็นแบบอย่างที่มีในการเปลี่ยนแปลงเข้าสู่สังคมสมัยใหม่ ต้องเป็นนักบริหาร นักวิจัย และพัฒนาสื่ออย่างสม่ำเสมอ

5. เป้าหมายสำคัญของการเรียนรู้เปลี่ยนจากการสอนของครูเป็นการเรียนของนักเรียน กล่าวคือ ปัจจุบันยอมรับกันว่าการเรียนรู้เป็นเป้าหมายของการศึกษาและการเรียนรู้เป็นกิจกรรมหรือกระบวนการที่นักเรียนจะต้องเป็นผู้กระทำ ครูจึงมีหน้าที่ในการวางแผนและกำหนดประสบการณ์ที่จะช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้

6. โครงการการเรียนรู้ที่เคยเป็นภาพนิ่งเปลี่ยนเป็นภาพที่เคลื่อนไหวได้ กล่าวคือ การเรียนรู้นั้นอาจจะเกิดขึ้นได้จากหลายวิธีการ ครูจะต้องมีการนำวิธีการต่างๆมาใช้ในการจัดเรียนรู้

รวมทั้งจะต้องมีการนำสื่อการเรียนรู้หลายๆชนิดมาใช้ตามความเหมาะสม เพื่อช่วยให้นักเรียนบรรลุเป้าหมายของการเรียนรู้

7. การมองนักเรียนในฐานะเป็นกลุ่มเปลี่ยนเป็นการยอมรับในฐานะบุคคล คือ ให้ความสำคัญต่อนักเรียนแต่ละคนมากขึ้น มีการยอมรับความแตกต่างระหว่างบุคคล การเรียนรู้ซึ่งเดิมจัดเป็นกลุ่มเริ่มเปลี่ยนไปเป็นการเรียนรู้เพื่อสนองความต้องการ ความสนใจของนักเรียนแต่ละคน และจัดให้เหมาะสมกับนักเรียนแต่ละคนมากยิ่งขึ้น เห็นความจำเป็นที่จะต้องวางแผนการเรียนรู้และจัดเตรียมสื่อการเรียนรู้หลายๆแบบ เพื่อให้นักเรียนแต่ละคนได้รับความสำเร็จในการเรียนรู้ให้มากที่สุด

8. การใช้วัสดุการเรียนรู้เพื่อการเรียนเป็นกลุ่มเปลี่ยนเป็นเพื่อการเรียนรู้เป็นรายบุคคล กล่าวคือ ได้มีการยอมรับว่าการเรียนมีหลายวิธี นักเรียนแต่ละคนอาจจะเรียนรู้ได้ด้วยวิธีการประสบการณ์ และสื่อการเรียนรู้ต่างๆกัน มีแหล่งความรู้มากมายและสื่อการเรียนรู้หลายรูปแบบที่จะช่วยให้นักเรียนเรียนรู้ได้ วิธีการและวัสดุการเรียนรู้ตามแบบเดิมซึ่งครูเป็นผู้ใช้และควบคุมจะต้องเปลี่ยนไปให้เหมาะสมกับนักเรียนและวิธีการเรียนซึ่งมีหลายลักษณะ

9. วิธีการที่มีระบบเชื่อกันว่าจะช่วยให้การเรียนรู้บรรลุผลสำเร็จ กล่าวคือ การวางแผนเกี่ยวกับการเรียนรู้จะต้องมีระบบที่ดี พิจารณาองค์ประกอบต่างๆที่จะส่งผลต่อการเรียนรู้ให้ครบถ้วน แล้วนำมาพิจารณาวางแผนและปฏิบัติในลักษณะที่จะช่วยส่งเสริมการเรียนรู้ การกำหนดจุดประสงค์ที่ชัดเจนจะช่วยกำหนดกระบวนการและประสบการณ์ที่นักเรียนจะต้องกระทำ รวมทั้งช่วยประเมินกระบวนการของการเรียนรู้ทั้งหมด

โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต

สุทธินันท์ บุญพัฒนาภรณ์ (2548: 18) ได้กล่าวถึง โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต หรือซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต ดังนี้

... ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตเป็นซอฟต์แวร์ด้านเรขาคณิตซึ่งเน้นการสร้างรูปเรขาคณิตในลักษณะเดียวกับสันตรง และวงเวียน แต่มีลักษณะปฏิสัมพันธ์ ผู้ใช้สามารถสร้างรูปและเคลื่อนย้ายรูปได้ โดยการเคลื่อนย้ายจุดหรือย้ายเส้นนั้นสามารถทำได้โดยง่าย

และการเคลื่อนย้ายจะยังคงรักษาสสมบัติที่ร่วมกันของรูปนั้นไว้เสมอ เช่น รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว จะเคลื่อนย้ายจุดมุมในลักษณะใดก็ตามจะยังคงเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วเสมอ หรือจุดซึ่งอยู่บนส่วนของเส้นตรง การเคลื่อนย้ายจะยังคงรักษาสสมบัติของจุดบนส่วนของเส้นตรงนั้นเสมอ ทำให้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตเหมาะสำหรับการเรียนรู้เรขาคณิต โดยการทดลองสร้างและสำรวจสมบัติ หรือค้นหาความจริงในเชิงเรขาคณิตจากรูปหลายๆ ลักษณะ ซึ่งสอดคล้องกับลำดับขั้นการเรียนรู้สามขั้นแรกของแวนฮีลี . . .

Stone (1994: 591) ได้กล่าวว่า การใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตในการเรียนเรขาคณิตทำให้นักเรียนเรียนรู้ด้วยความหมาย สามารถสร้างรูปเรขาคณิตและคำนวณค่าต่างๆ ได้อย่างรวดเร็ว เป็นที่น่าสนใจ การเปลี่ยนแปลงรูปทำได้โดยง่าย อีกทั้งยังส่งเสริมให้นักเรียนตั้งข้อความคาดการณ์ ตรวจสอบข้อความคาดการณ์ และสรุปผลได้

Interactive Geometry Software (2007) ได้แบ่งประเภทของซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตตามลักษณะการเผยแพร่ ออกเป็น 2 ลักษณะ ดังนี้

1. ซอฟต์แวร์แบบ Commercial คือซอฟต์แวร์ที่ใช้ในเชิงธุรกิจ อาทิเช่น

- 1.1 Cabri (<http://www.chartwellyorke.com/cabri.html>)
- 1.2 Cinderella (<http://www.cinderella.de/tiki-index.php>)
- 1.3 GSP (<http://www.keypress.com/sketchpad/>)
- 1.4 GEUP (<http://www.geup.net/en/index.html>)
- 1.5 Cabri 3D (<http://www.chartwellyorke.com/cabri3D/cabri3D.html>)

2. ซอฟต์แวร์แบบ General Public License (GPL) คือซอฟต์แวร์ที่ใช้และเผยแพร่โดยไม่เสียค่าใช้จ่าย

- 2.1 C.A.R. (<http://www.z-u-l.de/>)
- 2.2 Eukleides (<http://www.eukleides.org/>)
- 2.3 GeoGebra (<http://www.geogebra.at/>)
- 2.4 KSEG (<http://www.mit.edu/~ibaran/kseg.html>)

ผู้วิจัยเลือกใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เนื่องจากสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ได้จัดซื้อลิขสิทธิ์โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ให้โรงเรียนต่างๆ ได้นำไปใช้และปัจจุบันทางคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐานได้เล็งเห็นและตระหนักถึงความสำคัญของโปรแกรมนี้ จึงมีนโยบายที่จะจัดอบรมและพัฒนาศักยภาพการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของครูคณิตศาสตร์ เพื่อที่จะสามารถใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นสื่อการเรียนรู้ได้อย่างมีประสิทธิภาพมากขึ้น และโรงเรียนบางละมุงที่ผู้วิจัยสังกัดอยู่ ได้รับคัดเลือกให้เป็นศูนย์ปฏิบัติการ โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ของเขตตรวจราชการที่ 9 ครอบคลุมพื้นที่ภาคตะวันออก ซึ่งมีหน้าที่ในการส่งเสริมการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ทั้งภายในและภายนอกโรงเรียน ตลอดจนจัดอบรมการใช้โปรแกรมนี้ให้กับคณะครูช่วงชั้นที่ 1 ถึงช่วงชั้นที่ 4 ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพื่อเป็นอีกทางเลือกหนึ่งของครูยุคปฏิรูปการศึกษา

โปรแกรม The Geometer's Sketchpad

โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นโปรแกรมสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ และเป็นโปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต ซึ่งทางบริษัท Key Curriculum Press ประเทศสหรัฐอเมริกา เป็นผู้คิดค้นขึ้นตั้งแต่ปี ค.ศ. 1991 และพัฒนาเรื่อยมาจนถึงเวอร์ชัน 4.06 โปรแกรม The Geometer's Sketchpad สามารถนำไปช่วยสอนในวิชาคณิตศาสตร์ได้อย่างหลากหลาย เช่น เรขาคณิต พีชคณิต ตรีโกณมิติ และแคลคูลัส นอกจากนี้ยังสามารถนำไปประยุกต์สร้างสื่อการเรียนรู้วิชาวิทยาศาสตร์ โดยเฉพาะวิชาฟิสิกส์ได้อีกด้วย โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นสื่อเทคโนโลยีที่ช่วยให้นักเรียนมีโอกาสเรียนคณิตศาสตร์ โดยการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง (Constructivist Approach) เป็นสื่อที่ช่วยให้นักเรียนพัฒนาทักษะของการนึกภาพ (Visualization) ทักษะกระบวนการแก้ปัญหา (Problem Solving Skills) นอกจากนี้ การใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad มาเป็นสื่อในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็นการบูรณาการสาระที่เกี่ยวข้องกับความรู้คณิตศาสตร์ และทักษะด้านเทคโนโลยีเข้าด้วยกัน ทำให้นักเรียนมีโอกาสพัฒนาหุปัญญา อันได้แก่ ปัญญาทางด้านภาษา ด้านตรรกศาสตร์ ด้านมิติสัมพันธ์ และด้านศิลปะ (วิมล อยู่พิพัฒน์, 2551: 16)

โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ช่วยทำให้นักเรียนสามารถเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ตามมาตรฐานการเรียนรู้ของหลักสูตร สามารถพัฒนานักเรียนให้มีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ มีทักษะการจินตนาการ มีทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองตามความสามารถของตนเอง ซึ่งสอดคล้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นนักเรียนเป็นสำคัญ หนังสือเรขาคณิตมักจะเต็มไปด้วยทฤษฎีบท ลัทธิ บทแทรก บทตั้ง และบทนิยาม ซึ่งมีหลายอย่างที่ยากแก่การเข้าใจ หรือแม้จะเข้าใจก็ไม่ลึกซึ้งนัก วิธีที่จะให้เข้าใจทฤษฎีบทที่ยากๆ หรือวิธีการสอนเรื่องยากในชั้นเรียน คือ การใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad สร้างแบบจำลองต่างๆ (สสวท., 2548) ทำให้นักเรียนสามารถสำรวจ สร้างข้อความคาดการณ์ และตรวจสอบ ได้อย่างเต็มที่หลายครั้งเท่าที่ต้องการ โดยการใช้ระยะเวลาอันสั้น พร้อมทั้งสามารถสร้างรูปเหล่านั้นและสำรวจให้เหตุผลแบบอุปนัย (inductive investigation) ได้ (Malaty, 2004; Ball, 2002 อ้างใน ชนิศรรา ฉัตรแก้ว, 2549)

ลักษณะเด่นของโปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นโปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต ที่ให้นักเรียนสามารถใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ที่มีมาพร้อมกับโปรแกรม เช่น จุด เส้นตรง ส่วนของเส้นตรง เส้นโค้ง เครื่องมือวัดมุม เครื่องมือวัดความยาว ที่เที่ยงตรงแล้วถูกต้อง เป็นต้น ในการสร้างรูปทางเรขาคณิตได้โดยการคลิก โยก เลื่อน ลากเมาส์ ให้มีการเคลื่อนไหวของวัตถุหรือรูปได้อิสระตามต้องการในแต่ละคำสั่ง สามารถสร้างรูปเรขาคณิตที่มีความซับซ้อน ต้องใช้เวลามากในการสร้าง หรือไม่สามารถสร้างได้ด้วยการใช้กระดาษและปากกาได้อย่างรวดเร็วและประสิทธิภาพของโปรแกรม The Geometer's Sketchpad ที่มีการเคลื่อนไหวแบบพลวัต (dynamic) แทนการหยุดนิ่ง (static) เป็นโปรแกรมที่ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดได้อย่างรวดเร็ว เรียนรู้ได้อย่างอิสระทั้งการปฏิบัติและอิสระทางความคิด ให้นักเรียนได้ฝึกทักษะที่จำเป็นต่อการเรียนเรขาคณิต คือ การสำรวจ สืบเสาะ คาดการณ์ ตรวจสอบ เป็นต้น นักเรียนจะเรียนรู้ได้ดี และรู้สึกสนุก ตื่นเต้นในคราวเดียวกัน ได้มีการอภิปรายฝึกทักษะในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (ชนิศรรา ฉัตรแก้ว, 2549: 4-6)

ทั้งนี้ในประเทศไทยได้มีการนำโปรแกรม The Geometer's Sketchpad มาใช้ โดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ได้มีโครงการซื้อลิขสิทธิ์โปรแกรมมาให้ครูและนักเรียนไทยได้ใช้โปรแกรมที่มีประสิทธิภาพนี้ และยังมีโครงการโรงเรียนนำร่องเพื่อการใช้โปรแกรมนี้ ซึ่งยุพิน พิพิธกุล (2545) ได้กล่าวสนับสนุนว่า ควรติดตั้งโปรแกรม The Geometer's Sketchpad เพื่อติดตามการสำรวจและการสืบเสาะจากการใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต ทั้งยังให้ความเห็นว่าสื่อวัสดุสิ่งประดิษฐ์ทั้งหลายก็สามารถเปลี่ยนมาใช้คอมพิวเตอร์ได้เช่นกัน ดังนั้นผู้วิจัยจึงคิดว่าจากประโยชน์ของโปรแกรม The Geometer's Sketchpad ดังกล่าวข้างต้น โปรแกรม

The Geometer's Sketchpad จึงเป็น โปรแกรมที่น่าสนใจในการนำมาใช้จัดกิจกรรมการเรียนรู้
เรขาคณิตเป็นอย่างยิ่ง

การวัดผลและการประเมินผล

ความหมายของการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

จำนง พรายแถมแซ (2535: 5) ให้ความหมายของการวัดผลและประเมินผลไว้ว่า การวัดผล หมายถึง กระบวนการในการกำหนดหรือหาปริมาณแทนคุณลักษณะของสิ่งหนึ่งสิ่งใด หรือแทน พฤติกรรม หรือสมรรถภาพของบุคคล โดยใช้เครื่องมือช่วยในการวัด และผลของการวัดจะออกมา เป็นตัวเลขหรือคะแนนว่ามีจำนวนหรือปริมาณเท่าใด และการประเมิน หมายถึง กระบวนการ ในการตัดสินใจหรือวินิจฉัยเพื่อตีราคา หรือสรุปคุณลักษณะสิ่งใดสิ่งหนึ่งอย่างมีหลักเกณฑ์ โดยอาศัยข้อมูลหรือรายละเอียดจากการสังเกต การตรวจผลงาน การสัมภาษณ์ หรือการทดสอบ
พิจารณา

พร้อมพรรณ อุดมสิน (2544: 2) ให้ความหมายของการวัดผลและประเมินผลไว้ว่า การวัดผลเป็นการรวบรวมข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับนักเรียนที่อยู่ในกระบวนการเรียนการสอน ข้อมูลนั้นกำหนดเป็นตัวเลข ซึ่งเป็นปริมาณที่มีความหมายแทนคุณภาพ หรือคุณลักษณะของ สิ่งที่ต้องการวัด ส่วนการประเมิน หมายถึง กระบวนการที่ต่อเนื่องจากการวัด โดยมีการตรวจสอบ ตัดสินคุณค่าที่ได้จากการวัดอย่างมีเหตุผล ด้วยกฎเกณฑ์ หรือมาตรฐานเป็นตัวกำหนดว่า คุณลักษณะที่วัดนั้นมีคุณค่าอย่างไร

พิชิต ฤทธิรัฐ (2548: 3) ให้ความหมายของการวัดผลและประเมินผลไว้ว่า การวัดผล (Measurement) หมายถึง กระบวนการกำหนดตัวเลขหรือสัญลักษณ์ให้กับบุคคล สิ่งของ หรือ เหตุการณ์อย่างมีกฎเกณฑ์ เพื่อให้ได้ข้อมูลที่แทนปริมาณ หรือคุณภาพของคุณลักษณะที่วัดและ การประเมินผล (Evaluation) หมายถึง การตัดสินคุณค่าหรือคุณภาพของผลที่ได้จากการวัด โดย เปรียบเทียบกับผลการวัดอื่นๆหรือเกณฑ์ที่ตั้งไว้

องค์ประกอบของการวัดผล

พิชิต ฤทธิจักรุญ (2548:3-13) แยกองค์ประกอบของการวัดผล ออกเป็นดังนี้

1. ปัญหาหรือสิ่งที่จะวัด
2. เครื่องมือวัดหรือเทคนิควิธีในการรวบรวมข้อมูล
3. ข้อมูลเชิงปริมาณหรือเชิงคุณภาพ หากเป็นข้อมูลเชิงปริมาณจะต้องมีจำนวนและหน่วยวัด หากเป็นข้อมูลเชิงคุณภาพจะต้องมีรายละเอียดที่แสดงคุณลักษณะซึ่งอาจไม่ใช่ตัวเลข

หลักการวัดผลและประเมินผลการศึกษา

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2545: 209 - 211) กล่าวถึงหลักการประเมินผลทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ไว้ว่า การประเมินผลทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีความสำคัญเท่าเทียมกับการวัดความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่ต้องปลูกฝังให้เกิดกับนักเรียน เพื่อการเป็นพลเมืองที่มีคุณภาพ รู้จักแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง ปรับตัวและดำรงชีวิตอย่างมีความสุข

ครูต้องออกแบบงานหรือกิจกรรมซึ่งส่งเสริมให้เกิดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ อาจใช้วิธีการสังเกต สัมภาษณ์ หรือตรวจสอบคุณภาพผลงานเพื่อประเมินความสามารถของนักเรียน งานหรือกิจกรรมการเรียนรู้บางกิจกรรมอาจครอบคลุมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์หลายด้านงานหรือกิจกรรมจึงควรมีลักษณะต่อไปนี้

1. สาระในงานหรือกิจกรรม อาศัยการเชื่อมโยงความรู้หลายเรื่อง
2. ทางเลือกในการดำเนินกิจกรรมหรือแก้ปัญหาได้หลายวิธี
3. เงื่อนไขหรือสถานการณ์ปัญหา มีลักษณะเป็นปัญหาปลายเปิดให้นักเรียนที่มีความสามารถต่างกันมีโอกาสแสดงกระบวนการคิดตามความสามารถของตน

4. งานหรือกิจกรรมต้องเอื้ออำนวยให้นักเรียนได้ใช้กระบวนการสื่อสาร สื่อความหมาย ทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอในรูปแบบการพูด การเขียน การวาดรูป เป็นต้น

5. งานหรือกิจกรรมที่ใกล้เคียงสภาพจริงหรือสถานการณ์ที่เกิดขึ้นจริง เพื่อให้นักเรียน ตระหนักในคุณค่าของคณิตศาสตร์

พิชิต ฤทธิจักรูญ (2548: 3 – 13) ได้เสนอแนะหลักในการวัดและประเมินผลไว้ ดังนี้

1. วัดให้ตรงกับจุดหมาย การวัดและประเมินผลการศึกษา เป็นกระบวนการตรวจสอบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ได้จัดให้กับนักเรียนนั้น นักเรียนสามารถบรรลุตามจุดหมายมากน้อย เพียงใด ดังนั้น การวัดและประเมินผลแต่ละครั้ง จึงต้องมีจุดหมายที่แน่นอนในการวัดและในการ สอนครูก็ต้องยึดหลักสูตรเป็นหลัก โดยการวิเคราะห์หลักสูตร แล้วตั้งจุดมุ่งหมายและวัดผลให้ ตรงกับจุดมุ่งหมาย หากการวัดแต่ละครั้งไม่ตรงกับจุดมุ่งหมายที่จะวัด ผลของการวัดก็จะไม่มี ความหมาย แต่ก่อให้เกิดความผิดพลาดในการนำผลการวัด ไปใช้

2. ใช้เครื่องมือที่มีคุณภาพ แม้ว่าเราจะมีจุดประสงค์ในการวัดที่ชัดเจน เลือกเครื่องมือวัด ได้สอดคล้องกับจุดประสงค์แล้วก็ตาม แต่หากเครื่องมือขาดคุณภาพ ผลการวัดก็ขาดคุณภาพไปด้วย และเมื่อนำผลการวัดไปประเมินผล ผลการประเมินย่อมมีโอกาสผิดพลาดได้ ดังนั้น เพื่อให้ผลของ การวัดมีความเชื่อถือได้จึงควรเลือกใช้เครื่องมือที่มีคุณภาพ

3. คำนึงถึงความยุติธรรม ความยุติธรรมเป็นคุณธรรมที่สำคัญประการหนึ่งของผู้ที่ทำ หน้าที่ประเมินผล เป็นสิ่งที่ครูจะต้องคำนึงถึงทุกครั้งที่ทำกรวัดและการประเมินผลการศึกษา กล่าวคือ จะต้องวัดและประเมินผลด้วยใจเป็นกลางไม่ลำเอียงหรืออคติ ตัดสินตามหลักวิชา เช่น การตรวจข้อสอบ โดยใช้หลักเกณฑ์เดียวกัน จัดกระทำให้ผู้ถูกวัดอยู่ภายใต้สถานการณ์เดียวกัน ตัดสินผลการวัด โดยใช้เกณฑ์เดียวกัน เป็นต้น หากการดำเนินการขึ้นใดขึ้นหนึ่งขาดความยุติธรรม แล้วก็จะย่อมส่งผลให้การวัดผลและการประเมินผลขาดความเชื่อถือตามไปด้วย

4. การแปลผลให้ถูกต้อง การวัดผลและประเมินผลการศึกษามีเป้าหมายเพื่อนำผลไปใช้ อธิบายหรือเปรียบเทียบกันในกลุ่มลักษณะนั้นๆ ดังนั้นการแปลผลที่ได้จะต้องพิจารณาให้รอบคอบ ก่อนที่จะลงสรุปโดยคำนึงถึงหลักเกณฑ์ และวิธีการแปลความหมายเป็นสำคัญ พิจารณาตามหลัก

ตรรกวิทยา ความสมเหตุสมผล ความสอดคล้องกับหลักเกณฑ์ของการประเมินผลในครั้งนั้นว่าเป็นแบบอิงเกณฑ์หรืออิงกลุ่ม นอกจากนั้นครูจำเป็นต้องมีความรู้ในมาตรการวัดและสถิติที่จะนำมาใช้ด้วย

5. ใช้ผลของการวัดและการประเมินผลให้คุ้มค่า การวัดและการประเมินผลในแต่ละครั้งเป็นงานที่ต้องลงทุนทั้งในด้านพลังความคิด กำลังกาย เวลา และงบประมาณ เพื่อให้สามารถวัดผลตามวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้ หากผลการวัดที่ครูนำมาเพียงตัดสินได้ตกให้นักเรียนเท่านั้นนับว่าเป็นการลงทุนที่ไม่คุ้มค่า เพราะผลการวัดและการประเมินผล สามารถนำมาใช้ประโยชน์อย่างอื่นอีก เช่น ใช้สำหรับวินิจฉัยข้อบกพร่องในการเรียนรู้ของนักเรียน เพื่อปรับปรุงและพัฒนาการเรียนรู้ของนักเรียน เป็นข้อมูลสำหรับการปรับปรุงและพัฒนาการสอนของครูผู้สอน เป็นข้อมูลสำหรับแนะแนวนักเรียนและผู้ปกครอง

การประเมินโดยให้นักเรียนประเมินตนเอง ทำได้หลายวิธี ดังนี้

1. ให้นักเรียนเขียนบรรยายสิ่งที่เกี่ยวข้องกับการเรียนคณิตศาสตร์ หลังจากเปิดเรียนได้ระยะหนึ่ง ครูอาจให้นักเรียนเขียนบรรยายสิ่งที่เกี่ยวข้องกับการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งอาจจะประกอบด้วยหัวข้อดังตัวอย่างต่อไปนี้

- 1.1 นักเรียนรู้สึกอย่างไรต่อการเรียนคณิตศาสตร์
- 1.2 นักเรียนอยากให้ผู้สอนช่วยเหลือเรื่องอะไรในการเรียนคณิตศาสตร์
- 1.3 นักเรียนมีความวิตกกังวลหรือไม่ในการทำการบ้านคณิตศาสตร์
- 1.4 นักเรียนมีพัฒนาการในการเรียนคณิตศาสตร์หรือไม่ อย่างไร
- 1.5 สิ่งสำคัญที่สุดที่นักเรียนได้เรียนคณิตศาสตร์ในสัปดาห์นี้คืออะไร

การบรรยายนี้เป็นประโยชน์ต่อครูในการทราบความบกพร่องเกี่ยวกับเนื้อหา ความรู้ของนักเรียน ตลอดจนเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ เป็นการสร้างความสัมพันธ์ระหว่างครูกับนักเรียน ส่วนตัวนักเรียนเองจะได้ประโยชน์จากการกระทำเช่นนี้ โดยมีโอกาสให้แสดงความคิดเห็น ประสบการณ์ในการเรียน ซึ่งครูผู้สอนและนักเรียนจะได้ร่วมมือกันช่วยให้นักเรียนได้เรียนรู้ อย่างมีประสิทธิภาพ

2. ให้นักเรียนเขียนบันทึกการเรียนรู้ (Journal Writing) ในการเขียนบันทึกการเรียนรู้ ถือเป็นเครื่องมือในการประเมินผลที่มีคุณค่า ช่วยให้ครูสามารถประเมินและทบทวนเทคนิค การสอนของตนเองได้อย่างรวดเร็ว ทำให้ครูเข้าใจนักเรียนได้ดีขึ้น และยังเป็นแนวทางให้ครู ได้คิดค้นวิธีการสอนใหม่ๆ ให้เหมาะสมกับนักเรียนของตนเอง กล่าวคือ เมื่อครูเปิดโอกาสให้ นักเรียนได้เขียนบันทึก นักเรียนได้แสดงถึงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ให้เห็นถึง ผลการเรียนรู้ความเข้าใจของนักเรียนในการเรียนคณิตศาสตร์ รวมทั้งปัญหาที่นักเรียนยังไม่เข้าใจ ต้องการคำอธิบายและความคิดเห็นที่เป็นอิสระเกี่ยวกับการเรียนคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถเขียน บรรยาย วาดรูปภาพ แผนภูมิประกอบความคิดของตนเอง ซึ่งการเขียนบันทึกการเรียนรู้นี้อาจถือเป็น กิจกรรมอย่างหนึ่งของคณิตศาสตร์ที่ให้นักเรียนเขียนบันทึกการเรียนรู้เป็นการบ้านประจำ ทุกวันหลังจากที่เรียนคณิตศาสตร์ไปแล้วในวันนั้น

การสังเกต

วิเชียร เกตุสิงห์(2543: 39) กล่าวถึง การสังเกต ดังนี้

การสังเกต (Observation) หมายถึง การเก็บรวบรวมข้อมูล โดยวิธีที่ผู้เก็บไปเฝ้าดูพฤติกรรม หรือเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นจริงๆ จากผู้ถูกสังเกต รวมทั้งสภาพแวดล้อมที่เกี่ยวข้อง ซึ่งผู้สังเกตอาจเข้าไปมีส่วนร่วมในเหตุการณ์หรือไม่มีส่วนร่วมก็ได้ การสังเกตอาจมีการวางแผนเตรียมการไว้ล่วงหน้าก่อนว่า จะสังเกตอะไรบ้าง โดยมีรายการกำหนดไว้แน่นอน การสังเกตแบบนี้เรียกว่า สังเกตแบบมีโครงสร้าง และวิธีสังเกตไปเรื่อยๆ พบอะไรก็บันทึกไว้ เรียกว่า สังเกตแบบไม่มี โครงสร้างหรือสังเกตแบบอิสระ

พร้อมพรรณ อุดมสิน (2544: 178 - 179, 182, 189) ได้กล่าวถึง แบบการบันทึกการสังเกต การประเมิน โดยให้นักเรียนประเมินตนเอง และการทดสอบที่วัดการลงมือปฏิบัติจริงไว้ดังนี้

แบบการบันทึกการสังเกตอาจแบ่งได้ 2 แบบใหญ่ คือ

1. แบบการบันทึกที่เขียนบรรยาย เป็นการจดบันทึกบรรยายสิ่งที่นักเรียนแสดง พฤติกรรม ซึ่งรายละเอียดของสถานการณ์ที่เกิดพฤติกรรมหรือสิ่งที่เกี่ยวข้อง ครูจดบันทึกด้วย ภาษาของตนเอง การบันทึกพฤติกรรมสามารถประเมิน ได้ทั้งทางด้านความรู้ เจตคติ และทักษะ การปฏิบัติ ซึ่งครูสามารถบันทึกได้ทั้งข้อมูลที่เป็นบวกและทางลบ อาจบันทึกได้ทั้งพฤติกรรม

ที่สังเกตได้จริงๆ โดยไม่ต้องเพิ่มเติมความคิดเห็นของครูหรือสามารถบันทึกได้ทั้งพฤติกรรมที่สังเกตได้กับความเห็นเพิ่มเติมของครูก็ได้ แต่ควรแยกส่วนกัน

2. แบบบันทึกที่แสดงรายการ เป็นการแสดงหรือตรวจสอบรายการหรือพฤติกรรมที่ครูผู้สังเกตบันทึกเมื่อมีเหตุการณ์เกิดขึ้น ครูสามารถบันทึกได้อย่างรวดเร็วและมีประสิทธิภาพ เครื่องมือนี้จะช่วยให้ครูมีข้อมูลเกี่ยวกับทักษะ พฤติกรรม ความรู้และเจตคติของนักเรียนแต่ละคนได้ ซึ่งช่วยเตือนให้ครูแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียนได้ก่อนที่จะสายเกินไป ครูควรทำการบันทึกเกือบทุกครั้งที่มีการสอนในวันเรียน การบันทึกโดยการตรวจสอบรายการบ่อยๆ ช่วยให้ครูประเมินนักเรียนได้อย่างถูกต้อง เพียงธรรม

เกณฑ์การประเมิน (Rubric Assessment)

กรมวิชาการ (2539: 54-59) กล่าวถึง แนวทางการประเมินการให้คะแนนแบบ rubric ซึ่งมี 2 แบบ ดังนี้

1. การให้คะแนนเป็นภาพรวม (Holistic score) คือ การให้คะแนนงานชิ้นใดชิ้นหนึ่ง โดยดูภาพรวมของชิ้นงานว่า มีความเข้าใจในความคิดรวบยอด การสื่อความหมาย กระบวนการที่ใช้ และผลงานเป็นอย่างไร แล้วเขียนอธิบายคุณภาพของงานหรือความสำเร็จของงานเป็นชิ้นๆ โดยอาจจะแบ่งระดับของคุณภาพ ตั้งแต่ 0 - 4 หรือ 0 - 6 สำหรับในขั้นตอนการให้คะแนนแบบ rubric อาจจะแบ่งวิธีการให้คะแนนหลายวิธี เช่น

วิธีที่ 1 แบ่งงานตามคุณภาพเป็น 3 กอง คือ

กองที่ 1 ได้แก่ งานที่มีคุณภาพเป็นพิเศษและเขียนอธิบายลักษณะของงานที่มีคุณภาพเป็นพิเศษ

กองที่ 2 ได้แก่ งานที่ยอมรับได้และเขียนอธิบายลักษณะของงานที่ยอมรับได้

กองที่ 3 ได้แก่ งานที่ยอมรับได้น้อย หรือยอมรับไม่ได้และเขียนอธิบายลักษณะของงานที่ยอมรับได้น้อย

จากนั้นก็นำงานแต่ละกองมาให้คะแนนเป็น 2 ระดับ คือ

กองที่ 1 จะให้คะแนน 6 หรือ 5

กองที่ 2 จะให้คะแนน 4 หรือ 3

กองที่ 3 จะให้คะแนน 2 หรือ 1

สำหรับงานที่แสดงว่าไม่ได้ใช้ความพยายามเลย ให้คะแนนเป็น 0

วิธีที่ 2 กำหนดระดับความผิดพลาด โดยพิจารณาจากความบกพร่องของคำตอบว่ามีมากน้อยเพียงใด แล้วหักจากคะแนนสูงสุดมาทีละระดับ ดังนี้

4 หมายถึง คำตอบถูกแสดงเหตุผลถูกต้อง แนวคิดชัดเจน

3 หมายถึง คำตอบถูก เหตุผลถูกต้อง อาจมีข้อผิดพลาดเล็กน้อย

2 หมายถึง เหตุผลหรือการคำนวณผิดพลาด แต่มีแนวที่จะนำไปสู่คำตอบ

1 หมายถึง แสดงวิธีคิดเล็กน้อยแต่ไม่ได้คำตอบ

0 หมายถึง ไม่ตอบหรือตอบไม่ถูกเลย

วิธีที่ 3 กำหนดระดับและคำอธิบาย เช่น

เกณฑ์การให้คะแนนของความสามารถเข้าใจเนื้อหาสาระแบ่งได้เป็น 4 ระดับ ดังนี้

4 หมายถึง การสาธิตหรือการแสดงออกให้เห็นถึงการเข้าใจที่สมบูรณ์ครบถ้วน ถูกต้องแม่นยำ ในหลักการความคิดรวบยอด ข้อเท็จจริงของงานหรือสถานการณ์ที่กำหนด รวมทั้งเสนอแนวคิดใหม่ que แสดงถึงความเข้าใจอย่างลึกซึ้งถึงกฎเกณฑ์ หรือลักษณะของข้อมูล

3 หมายถึง การแสดงออกให้เห็นถึงการเข้าใจที่สมบูรณ์ ครบถ้วนถูกต้อง ในหลักการความคิดรวบยอด ข้อเท็จจริงของงานหรือสถานการณ์ที่กำหนด

2 หมายถึง การแสดงออกให้เห็นถึงการเข้าใจอย่างสมบูรณ์ ครบถ้วนถูกต้อง ในหลักการความคิดรวบยอด ข้อเท็จจริงของงานหรือสถานการณ์ที่กำหนดในบางส่วน

1 หมายถึง แสดงออกให้เห็นถึงการเข้าใจในหลักการความคิดรวบยอด และข้อเท็จจริงของงานหรือสถานการณ์ที่กำหนดน้อยมาก และเข้าใจไม่ถูกต้องในบางส่วน

0 หมายถึง ไม่แสดงความคิดเห็นใดๆ

มาตรวัดนี้บรรยายความสามารถแสดงออกตั้งแต่ระดับ 0 ซึ่งต่ำสุดไปถึงระดับ 4 ซึ่งเป็นความสามารถสูงสุด โดยปกติระดับของ rubric จะต้องมีการพิจารณาว่าระดับใดเป็นที่ยอมรับ จะเห็นได้ว่าตั้งแต่ระดับ 3 ขึ้นไป มีคำอธิบายถึงการแสดงออกที่ยอมรับได้ เพราะนักเรียนแสดงออกถึงความเข้าใจที่สมบูรณ์ ครบถ้วนถูกต้องในหลักการความคิดรวบยอด ข้อเท็จจริงของงานหรือสถานการณ์ที่กำหนด

2. การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบชัดเจน (Analytic Score) เพื่อให้การมองคุณภาพของงานหรือความสามารถของนักเรียนได้อย่างชัดเจน จึงได้มีการแยกองค์ประกอบของการให้คะแนนและอธิบายคุณภาพของงานในแต่ละองค์ประกอบเป็นระดับ โดยทั่วไปแล้วจะมีการแยกองค์ประกอบของงานเป็น 4 ด้าน คือ

2.1 ความเข้าใจในความคิดรวบยอด ข้อเท็จจริง เป็นการแสดงให้เห็นว่านักเรียนเข้าใจในความคิดรวบยอด หลักการในปัญหาที่ถามกระจ่างชัด

2.2 การสื่อความหมาย สื่อสาร คือ ความสามารถในการอธิบาย นำเสนอ การบรรยาย เหตุผล แนวคิดให้ผู้อื่นเข้าใจได้ดี มีความคิดสร้างสรรค์

2.3 การใช้กระบวนการและยุทธวิธี สามารถเลือกใช้ยุทธวิธี กระบวนการที่นำไปสู่ความสำเร็จได้อย่างมีประสิทธิภาพ

2.4 ผลสำเร็จของงาน ความถูกต้องแม่นยำในผลสำเร็จของงาน หรือการอธิบาย การตรวจสอบผลงาน

นอกจากนี้กรมวิชาการ (2545: 208 - 210) ได้กล่าวถึง การประเมินผลการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นกระบวนการที่ช่วยให้ได้ข้อมูลสารสนเทศ ซึ่งแสดงถึงพัฒนาการและความก้าวหน้าในการเรียนรู้ด้านต่างๆ ดังนี้

1. ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับจำนวนและการดำเนินการ การวัด เรขาคณิต พีชคณิต การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น รวมทั้งการนำความรู้ดังกล่าวไปประยุกต์

2. ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วยความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยง และการคิดสร้างสรรค์

ข้อมูลสารสนเทศเหล่านี้ส่งเสริมให้ผู้สอนและนักเรียนทราบจุดเด่น จุดด้อย ด้านการสอน และการเรียนรู้ และเกิดแรงจูงใจที่จะพัฒนาตน และในการประเมินผลการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ควรยึดหลักการสำคัญดังนี้

1. การประเมินต้องกระทำอย่างต่อเนื่องและควบคู่ไปกับกระบวนการเรียนการสอน ครูผู้สอนควรใช้งานหรือกิจกรรมคณิตศาสตร์เป็นสิ่งเร้าให้นักเรียนเข้าไปมีส่วนร่วมในการเรียน และใช้การถามคำถาม นอกจากการถามเพื่อตรวจสอบและส่งเสริมความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาแล้ว ควรถามคำถามเพื่อตรวจสอบและส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้วย เช่น การถามคำถามในลักษณะ “นักเรียนจะแก้ปัญหาได้อย่างไร” “ใครสามารถคิดหาวิธีการนอกเหนือไปจากนี้ได้อีก” “นักเรียนคิดอย่างไรกับวิธีการที่เพื่อนเสนอ” การกระตุ้นด้วยคำถาม ซึ่งเน้นกระบวนการคิดทำให้เกิดปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนด้วยกัน และระหว่างนักเรียนกับครูผู้สอน นักเรียนมีโอกาสได้พูดแสดงความคิดเห็นของตน แสดงความเห็นพ้องหรือโต้แย้งวิธีการของตน และวิธีการของเพื่อนเพื่อเลือกวิธีการที่ดีในการแก้ปัญหา ด้วยหลักการเช่นนี้ทำให้ครูผู้สอนสามารถใช้คำตอบของนักเรียนเป็นข้อมูลเกี่ยวกับความรู้ความเข้าใจและทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

2. การประเมินผลต้องสอดคล้องกับจุดประสงค์และเป้าหมายการเรียนรู้ จุดประสงค์ และเป้าหมายการเรียนรู้ ในที่นี้เป็นจุดประสงค์และเป้าหมายที่กำหนดไว้ในระดับชั้นเรียนระดับ สถานศึกษาและระดับชาติในลักษณะสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ที่ประกาศไว้ในหลักสูตร เป็นหน้าที่ของครูผู้สอนที่ต้องประเมินตามจุดประสงค์และเป้าหมายการเรียนรู้เหล่านี้ เพื่อให้สามารถบอกได้ว่านักเรียนบรรลุผลการเรียนรู้ตามมาตรฐานที่กำหนดหรือไม่ ครูผู้สอนต้องแจ้งจุดประสงค์และเป้าหมายการเรียนรู้ในแต่ละเรื่องให้นักเรียนทราบ เพื่อให้นักเรียนเตรียมพร้อม และปฏิบัติตนให้บรรลุจุดประสงค์และเป้าหมายที่กำหนด

3. การประเมินผลทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญเท่าเทียมกับการวัดความรู้ ความเข้าใจในเนื้อหา ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่ต้องปลูกฝังให้เกิดขึ้นกับนักเรียน เพื่อการเป็นพลเมืองที่มีคุณภาพ รู้จักแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง สามารถปรับตัวและดำรงชีวิตอย่างมีความสุข

ครูผู้สอนต้องออกแบบงานหรือกิจกรรม ซึ่งส่งเสริมให้เกิดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ อาจใช้วิธีการสังเกต สัมภาษณ์ หรือตรวจสอบคุณภาพผลงานเพื่อประเมินความสามารถของนักเรียน งานหรือกิจกรรมการเรียนรู้บางกิจกรรมอาจครอบคลุมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์หลายด้าน งานหรือกิจกรรมจึงควรมีลักษณะดังต่อไปนี้

- ก. สาระในงานหรือกิจกรรมอาศัยการเชื่อมโยงความรู้หลายเรื่อง
- ข. ทางเลือกในการดำเนินงานหรือแก้ปัญหาได้หลายวิธี
- ค. เงื่อนไขหรือสถานการณ์ปัญหามีลักษณะเป็นปัญหาปลายเปิด ให้นักเรียนที่มีความสามารถต่างกันมีโอกาสแสดงกระบวนการคิดตามความสามารถของตน
- ง. งานหรือกิจกรรมต้องเอื้ออำนวยให้นักเรียนได้ใช้กระบวนการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอในรูปแบบการพูด การเขียน การวาดรูป เป็นต้น
- จ. งานหรือกิจกรรมที่ใกล้เคียงสภาพจริงหรือสถานการณ์ที่เกิดขึ้นจริง เพื่อให้นักเรียนตระหนักในคุณค่าของคณิตศาสตร์

4. การประเมินผลการเรียนรู้ต้องนำไปสู่ข้อมูลสารสนเทศเกี่ยวกับนักเรียนรอบด้าน การประเมินผลการเรียนรู้มิใช่เป็นเพียงการให้นักเรียนทำแบบทดสอบในเวลาที่กำหนดเท่านั้น แต่ควรใช้เครื่องมือวัดและวิธีการที่หลากหลาย เช่น การทดสอบ การสังเกต การสัมภาษณ์ การมอบหมายงานให้เป็นการบ้าน การทำโครงงาน การเขียนบันทึกโดยนักเรียน การให้นักเรียนทำบันทึกสะสมงานของตนเอง หรือการให้นักเรียนประเมินตนเอง การใช้เครื่องมือวัดและวิธีการ

ที่หลากหลายจะทำให้ผู้สอนมีข้อมูลรอบด้านเกี่ยวกับนักเรียน เพื่อนำไปตรวจสอบกับจุดประสงค์ และเป้าหมายการเรียนรู้ที่กำหนดไว้ เป็นหน้าที่ของผู้สอนที่ต้องเลือกและใช้เครื่องมือวัดและวิธีการที่เหมาะสมในการตรวจสอบการเรียนรู้

5. การประเมินผลการเรียนรู้ต้องเป็นกระบวนการที่ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการปรับปรุงความสามารถด้านคณิตศาสตร์ การประเมินผลที่ดีโดยเฉพาะการประเมินผลระหว่างเรียนต้องทำให้นักเรียนมีความกระตือรือร้น คิดปรับปรุงข้อบกพร่องและพัฒนาความสามารถด้านคณิตศาสตร์ของตนให้สูงขึ้น เป็นหน้าที่ของผู้สอนที่ต้องสร้างเครื่องมือวัดหรือวิธีการที่ท้าทายและส่งเสริมกำลังใจแก่นักเรียนให้เรียนรู้เพิ่มขึ้น

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยในประเทศ

วรรณวิภา สุทธิเกียรติ (2542) ได้ทำการวิจัย เรื่อง การพัฒนาบทเรียนเรขาคณิตที่ใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ ได้แก่ โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือในการเรียนการสอน ผู้วิจัยทำการทดลองกับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย แผนการเรียนวิทยาศาสตร์ – คณิตศาสตร์ ที่อาสาสมัครจำนวน 42 คน โรงเรียนสามเสนวิทยาลัย ปีการศึกษา 2541 โดยทำการทดลองเป็นรายบุคคลกับนักเรียน 3 คน และทำการทดลองเป็นกลุ่มย่อยกับนักเรียน 9 คน พบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการนำเสนอ เนื้อหาและกิจกรรมบางอย่างในการทดลองครั้งที่สาม ซึ่งเป็นการตรวจสอบหาประสิทธิภาพของบทเรียนเรขาคณิต ได้ทำการทดลองภาคสนามกับนักเรียน 30 คน พบว่าบทเรียนเรขาคณิตมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์การตัดสิน 70/70 ดังนั้นบทเรียนเรขาคณิตที่พัฒนาขึ้นสามารถทำให้นักเรียนได้เรียนบรรลุจุดประสงค์การเรียนการสอน และมีลักษณะตามที่กำหนดตามความมุ่งหมาย

ศุจิรา มุสิกะเจริญ (2542) ได้ทำการวิจัย เรื่อง การเปรียบเทียบความสามารถด้านมิติสัมพันธ์และด้านผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ใช้และไม่ใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ทางเรขาคณิตในการเรียนรู้เรื่องเส้นขนานและความคล้าย ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ทางเรขาคณิตที่ใช้ในงานวิจัยนี้คือ โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ผู้วิจัยทำการทดลองกับนักเรียนจำนวน 2 ห้องเรียน คือห้องเรียนกลุ่มทดลองที่เรียนโดยใช้

ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ทางเรขาคณิต และห้องเรียนกลุ่มควบคุมที่เรียนโดยไม่ใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ทางเรขาคณิตผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ทางเรขาคณิตมีความสามารถทางด้านมิติสัมพันธ์ ไม่แตกต่างจากนักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ทางเรขาคณิตอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนที่เรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ทางเรขาคณิตมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเส้นขนานและความคล้าย ไม่แตกต่างจากนักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ทางเรขาคณิตอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

วลีพร เดชเดชา (2547) ได้ทำการวิจัย เรื่อง การศึกษาความสามารถในการแก้ไขปัญหามathematics ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมภาพลักษณ์โน้ตส์ทางเรขาคณิตของนักเรียนมัธยมศึกษา สภานักราชภัฏสมเด็จพระเจ้าพระยา โดยมีเนื้อหา คือ การหาพื้นที่ ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม รูปสามเหลี่ยมคล้าย และสมบัติของรูปสามเหลี่ยม ผู้วิจัยทำการวิเคราะห์ ข้อมูลเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ไขปัญหามathematics ทั้งก่อนและหลังการสอนซ่อมเสริมภาพลักษณ์โน้ตส์ทางเรขาคณิตด้วยวิธีการทดสอบลำดับเครื่องหมายวิลโคซอล (Wilcoxon Signed Rank Test) ผลการวิจัยพบว่าความสามารถในการแก้ไขปัญหามathematics ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังการสอนซ่อมเสริมภาพลักษณ์โน้ตส์ทางเรขาคณิตสูงกว่าก่อนการสอนซ่อมเสริมภาพลักษณ์โน้ตส์ทางเรขาคณิตทุกเนื้อหาวิชาอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

นริศรา ญานะ (2548) ได้ทำการวิจัย เรื่อง การพัฒนาบทเรียนเรขาคณิตที่ส่งเสริมทักษะการคิดขั้นสูงโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 กลุ่มตัวอย่างคือ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5/7 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2548 โรงเรียนคาราวินวิทยาลัย อำเภอเมือง จังหวัดเชียงใหม่ จำนวน 46 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เข้าร่วมกิจกรรมการนำรูปเรขาคณิตมาออกแบบเป็นสิ่งประดิษฐ์ด้วยโปรแกรม The Geometer's Sketchpad มีนักเรียนจำนวน 38 คน จากจำนวนนักเรียนทั้งหมด 46 คน คิดเป็นร้อยละ 82.61 ที่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 ของพฤติกรรมที่แสดงถึงทักษะการคิดขั้นสูง

อิทธิเทพ นวาระสุจิตร์ (2548) ได้ทำการวิจัย เรื่อง การศึกษาชุดการเรียนการสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการให้เหตุผลระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ด้านกระบวนการให้เหตุผลที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมีผลการเรียนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 ขึ้นไป อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ชนิศวรา ฉัตรแก้ว (2549) ได้ทำการวิจัย เรื่อง การพัฒนาหน่วยการเรียนรู้เรขาคณิตและลำดับขั้นการคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบเวนฮีลีโดยการใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเรขาคณิตแบบพลวัต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 39 คน ซึ่งได้จากการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่มจากทั้งหมด 7 ห้องเรียน ผลการวิจัยพบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนด้วยหน่วยการเรียนรู้เรขาคณิตที่สร้างขึ้น มีลำดับขั้นการคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบเวนฮีลีเพิ่มขึ้นมากที่สุดในช่วง 2 ซึ่งเป็น การพิสูจน์แบบนิรนัยอย่างไม่เป็นแบบแผน นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อการเรียนเรขาคณิต โดยคะแนนเฉลี่ยหลังการเรียนและก่อนการเรียนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และนักเรียนมีความคิดเห็นที่ดีต่อการจัดหน่วยการเรียนรู้เรขาคณิตโดยการใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเรขาคณิตแบบพลวัตและการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad มีความเหมาะสมในการเรียนหน่วยการเรียนรู้เรขาคณิต

ทองขาว แสงสุริจันทร์ (2550) ได้ทำการวิจัย เรื่อง ระดับการคิดเชิงเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นของประเทศลาวโดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad กลุ่มตัวอย่างคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 6 คนจาก 20 คน โดยแบ่งนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มละ 3 คน ให้แต่ละกลุ่มทำกิจกรรมเรื่องการเลื่อนขนาน การสะท้อนและการหมุน ซึ่งเป็นกิจกรรมที่ให้สร้างโดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ผลการวิจัยพบว่า ในขณะที่นักเรียนทำกิจกรรมนักเรียนได้แสดงระดับการคิดเชิงเรขาคณิตตามรูปแบบของเวนฮีลีในระดับที่ 2 คือ การให้เหตุผลเชิงนิรนัยอย่างไม่เป็นแบบแผน

งานวิจัยต่างประเทศ

Baharvand (2001) ได้ทำการศึกษาเชิงทดลอง เพื่อระบุผลกระทบของการสอนโดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เปรียบเทียบกับการสอนโดยใช้ครูบรรยายและกิจกรรมที่ใช้กระดาษและดินสอ (paper and pencil) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ตัวแปรอิสระคือ ความคิดรวบยอดของนักเรียน ระดับความคงทนในการเรียนของนักเรียนและเจตคติของนักเรียนต่อความคิด

รวบยอดทางเรขาคณิต กลุ่มควบคุมได้รับการสอนโดยครู จำนวนนักเรียน 26 คน กลุ่มทดลองได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad จำนวนนักเรียน 24 คน ซึ่งสองกลุ่มได้เรียนรู้ ความคิดรวบยอดที่เหมือนกัน การวิเคราะห์ข้อมูลใช้ t-test ผลการวิจัยพบว่านักเรียนกลุ่มทดลองได้คะแนนสอบหลังเรียนสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนกลุ่มทดลองมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ในเนื้อหาเรขาคณิตแตกต่างจากกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ซึ่งผลจากการทดลองสรุปได้ว่าโปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพ สำหรับการเรียนการสอนเรขาคณิตในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

Hodanbosi (2001) ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบผลกระทบของการใช้โปรแกรมสำเร็จรูปแบบพลวัตกับเครื่องมือการสร้างที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นจำนวน 80 คนในรัฐโอไฮโอทางตะวันออกเฉียงเหนือ ทำการทดลอง โดยตัวแปรต้น คือ วิธีการทดลอง เพศ และระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ ตัวแปรตาม คือ คะแนนผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนและเจตคติทางคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนที่ได้รับมาจากการสุ่ม โดยกลุ่มทดลอง คือ นักเรียนที่ใช้โปรแกรมสำเร็จรูปแบบพลวัตคือโปรแกรม The Geometer's Sketchpad ในการเรียนการสอน และกลุ่มควบคุมคือนักเรียนที่มีการเรียนการสอนแบบปกติ ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่ใช้โปรแกรมสำเร็จรูปแบบพลวัตเพื่อการเรียนรู้และการสร้างทางเรขาคณิตขั้นพื้นฐาน มีผลการปฏิบัติที่ดีกว่านักเรียนที่ใช้เครื่องมือแบบปกติที่ประกอบด้วยวงเวียน ไม้โปรแทรกเตอร์ และไม้บรรทัด นักเรียนชายมีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนหญิงแต่ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชายและนักเรียนหญิงไม่มีความแตกต่างกัน ในการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน นักเรียนที่มีความสามารถสูง สามารถปฏิบัติงานได้ดีกว่านักเรียนที่มีความสามารถต่ำ แต่เจตคติทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองกลุ่มไม่มีความแตกต่างกัน

Lannin (2001) ได้ทำการศึกษาวิจัย เรื่อง การพัฒนาความรู้ความเข้าใจของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นจำนวน 25 คน ในการให้เหตุผลที่มีความชัดเจนและการให้เหตุผลที่ต่อเนื่อง เพื่อตรวจสอบผลที่เกิดขึ้นจากการสอบแบบคอนสตรัคติวิสต์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีความสามารถในการพัฒนาและอธิบายสถานการณ์ในรูปแบบต่างๆ ไปของตัวเลข และชี้ให้เห็นว่านักเรียนมีความเข้าใจที่ถูกต้องและบกพร่องในการให้เหตุผลที่ชัดเจนและการให้เหตุผลที่ต่อเนื่อง

Mansi (2004) ได้วิจัย เรื่อง การศึกษาเกี่ยวกับบทบาทของการให้เหตุผลการพิสูจน์ทางเรขาคณิตในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยได้ทำการสำรวจคำถาม 4 ข้อ ดังนี้

1. นักเรียนต้องมีความสามารถในการให้เหตุผลในระดับไหนถึงจะพร้อมสำหรับการพิสูจน์
 2. อะไรเป็นสิ่งที่ทำให้นักเรียนไม่ประสบความสำเร็จในการพิสูจน์
 3. ครูจะมีวิธีการอย่างไรในการที่จะสอนให้นักเรียนมีความสามารถในการพิสูจน์
 4. อะไรเป็นสิ่งที่จะสนับสนุนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และทักษะในการเขียนการพิสูจน์ของนักเรียน
- จากการสำรวจนักเรียน จากการศึกษาชั้นประถมศึกษา มัธยมศึกษาตอนต้น และมัธยมศึกษาตอนปลาย ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนไม่เข้าใจมโนทัศน์ทางเรขาคณิต และการพิสูจน์ ซึ่งจะมีผลทำให้การพิสูจน์ของนักเรียนไม่ประสบความสำเร็จ ดังนั้นครูจึงมีหน้าที่ในการปรับปรุงทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และเรขาคณิตกับนักเรียน เพื่อให้ทำให้นักเรียนเข้าใจและประสบความสำเร็จในการพิสูจน์

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศ พบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรขาคณิตส่วนมากใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นสื่อการเรียนรู้ ซึ่งเป็นโปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต โดยนักเรียนสามารถสร้างรูป สี่เหลี่ยม สามเหลี่ยม วงกลม เส้นขนาน เส้นตั้งฉาก ฯลฯ ได้ตามความพอใจ สามารถทำได้อย่างรวดเร็วและถูกต้อง อันเป็นคุณสมบัติที่เหนือกว่าการวาดหรือสร้างรูปด้วยดินสอ ด้วยเหตุผลดังกล่าวทำให้ผู้วิจัยมีความสนใจที่จะใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นสื่อประกอบการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งจะส่งผลให้นักเรียนสามารถเรียนรู้และพัฒนาศักยภาพของตนเองได้เต็มที่ตรงตามเป้าหมายของการจัดการศึกษาต่อไป

สมมติฐานของการวิจัย

1. นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผล หลังการใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ตั้งแต่ระดับคะแนน 2 ขึ้นไป มากกว่าร้อยละ 60
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังการใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ผ่านเกณฑ์ตามจุดประสงค์การเรียนรู้ ร้อยละ 60

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เลือกเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ค 33201 โรงเรียนบางละมุง จังหวัดชลบุรี ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 42 คน

เครื่องมือและขั้นตอนการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่

1. แผนการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง วงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 10 คาบ ซึ่งผู้วิจัยมีขั้นตอนในการสร้าง ดังนี้
 - 1.1 ศึกษาเอกสารเกี่ยวกับหลักสูตรคณิตศาสตร์ ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น หลักสูตรสถานศึกษา และหลักสูตรของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพื่อเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้บรรลุจุดมุ่งหมายของหลักสูตร
 - 1.2 ศึกษาพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 และหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551
 - 1.3 ศึกษาเอกสารเกี่ยวกับเนื้อหาและผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง เรื่อง วงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
 - 1.4 ศึกษาวิธีสอน เทคนิคการสอน สื่อการเรียนรู้ โปรแกรม The Geometer's Sketchpad และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้จากตำราและเอกสารอื่นๆ

1.5 ศึกษาวิธีการเขียนแผนการจัดการเรียนรู้จากเอกสารต่างๆ และเขียนแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง วงกลม ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้

คาบที่ 1	ส่วนต่างๆเกี่ยวกับวงกลม
คาบที่ 2	ส่วนโค้งใหญ่ ส่วนโค้งน้อย ครึ่งวงกลม และมุมต่างๆเกี่ยวกับวงกลม
คาบที่ 3	มุมในครึ่งวงกลม มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม
คาบที่ 4	มุมและส่วน โค้งที่รองรับมุม
คาบที่ 5	คอร์ดและส่วน โค้งของวงกลม
คาบที่ 6	คอร์ดกับจุดศูนย์กลางของวงกลม
คาบที่ 7	วงกลมผ่านจุดที่กำหนดและจุดศูนย์กลางวงล้อม
คาบที่ 8	รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลมและคอร์ดที่ยาวเท่ากัน
คาบที่ 9	เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี
คาบที่ 10	วงกลมแนบในรูปสามเหลี่ยมและเส้นสัมผัสกับคอร์ด
คาบที่ 11	การทดสอบหลังเรียน

1.6 จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง วงกลม เสนอต่อคณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจสอบความสอดคล้องของจุดประสงค์การเรียนรู้ เนื้อหา กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ แล้วผู้วิจัยนำแผนการจัดการเรียนรู้มาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะที่ได้รับ

1.7 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผ่านการแก้ไขแล้วเสนอต่อคณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์อีกครั้งก่อนนำเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน เพื่อให้ผู้เชี่ยวชาญช่วยพิจารณาเพื่อให้ข้อเสนอแนะและตรวจสอบความสอดคล้องของจุดประสงค์การเรียนรู้ เนื้อหา ความเหมาะสมของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล และการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ แล้วผู้วิจัยนำแผนการจัดการเรียนรู้มาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะที่ได้รับ

1.8 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขแล้วเสนอต่อคณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์อีกครั้ง แล้วผู้วิจัยนำแผนการจัดการเรียนรู้มาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะที่ได้รับ ก่อนนำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขจนสมบูรณ์แล้วนำไปใช้เป็นเครื่องมือในการวิจัยต่อไป

2. สื่อการเรียนรู้ โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad และใบกิจกรรม เรื่อง วงกลม ผู้วิจัยมีขั้นตอนการสร้าง ดังนี้

2.1 ศึกษาประวัติ ความเป็นมา การใช้งาน และวิธีการสร้างสื่อการเรียนรู้ โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad จากคู่มือแนะนำการใช้งาน คู่มืออ้างอิง และเอกสารที่เกี่ยวข้องกับโปรแกรม The Geometer's Sketchpad ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี และบริษัท Key Curriculum Press

2.2 ศึกษาเอกสาร งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับโปรแกรม The Geometer's Sketchpad และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ในระดับชั้นต่างๆ

2.3 สร้างสื่อการเรียนรู้ โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad และใบกิจกรรม เรื่อง วงกลม ซึ่งผู้วิจัยได้แบ่งเนื้อหาออกเป็น 4 หน่วยการเรียนรู้ ดังนี้

2.3.1 ส่วนต่างๆเกี่ยวกับวงกลม	2	คาบ
2.3.2 มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม	2	คาบ
2.3.3 คอร์ด	4	คาบ
2.3.4 เส้นสัมผัสวงกลม	2	คาบ

2.4 นำสื่อการเรียนรู้ โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad และใบกิจกรรม เรื่อง วงกลม เสนอต่อคณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจสอบความสอดคล้องของจุดประสงค์การเรียนรู้ เนื้อหา กิจกรรมการเรียนรู้ แล้วผู้วิจัยนำสื่อการเรียนรู้โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad และใบกิจกรรม เรื่อง วงกลม มาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะที่ได้รับ

2.5 นำสื่อการเรียนรู้ โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad และใบกิจกรรม เรื่อง วงกลม ที่ผ่านการแก้ไขแล้วเสนอต่อคณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์อีกครั้งก่อนนำเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน เพื่อตรวจสอบความถูกต้องและประเมินคุณภาพในด้านเนื้อหา ด้านการออกแบบโปรแกรม ด้านองค์ประกอบของโปรแกรมและด้านการนำไปใช้ โดยมีรายละเอียดดังนี้

ด้านเนื้อหา ได้แก่

1. เนื้อหามีความเหมาะสมกับหลักสูตร
2. เนื้อหามีความสอดคล้องและครอบคลุมกับจุดประสงค์การเรียนรู้
3. เนื้อหามีความยากง่ายเหมาะกับระดับชั้น
4. เนื้อหามีความถูกต้องสมบูรณ์
5. อธิบายเนื้อหาถูกต้องชัดเจน เข้าใจง่าย
6. เนื้อหาเหมาะสมกับโปรแกรมที่ใช้

ด้านการออกแบบโปรแกรม ได้แก่

1. การออกแบบหน้าจอสวยงามและดึงดูดความสนใจ
2. มีความคิดสร้างสรรค์ในการออกแบบ
3. มีความเหมาะสมกับเนื้อหาและระดับของนักเรียน

ด้านองค์ประกอบของโปรแกรม ได้แก่

1. ลักษณะ ขนาด สีของตัวอักษร ชัดเจน สวยงาม อ่านง่าย
2. ใช้ภาษาถูกต้อง ชัดเจนเข้าใจง่าย และเหมาะสมกับนักเรียน
3. การใช้เครื่องมือของโปรแกรมหลากหลาย
4. การจัดวางตัวอักษรหรือรูปภาพต่าง ๆ เหมาะสม สวยงาม
5. มีความครบถ้วนของเนื้อหา
6. ส่งเสริมให้นักเรียนได้สำรวจและเกิดข้อค้นพบด้วยตนเอง
7. มีปฏิสัมพันธ์กับนักเรียนอย่างเหมาะสม

ด้านการนำไปใช้ ได้แก่

1. สะดวกและง่ายต่อการใช้งาน
2. เหมาะสมกับระดับความสามารถของนักเรียน
3. สื่อความหมายได้ดี ง่ายต่อความเข้าใจของนักเรียน

4. เหมาะสมกับการจัดกิจกรรมและสามารถนำไปใช้เป็นที่การเรียนรู้ได้

เกณฑ์การให้คะแนนมีดังนี้

ดีมาก	ให้	5	คะแนน
ดี	ให้	4	คะแนน
ปานกลาง	ให้	3	คะแนน
พอใช้	ให้	2	คะแนน
ควรปรับปรุง	ให้	1	คะแนน

การแปลความหมายของคะแนนเฉลี่ยรวมใช้เกณฑ์การประเมินของ
ประคอง กรรณสูต (2538) ดังนี้

คะแนนเฉลี่ย 4.50-5.00 หมายถึง ผู้เชี่ยวชาญประเมินคุณภาพของสื่อการเรียนรู้
โปรแกรม The Geometer's Sketchpad อยู่ในระดับดีมาก

คะแนนเฉลี่ย 3.50-4.49 หมายถึง ผู้เชี่ยวชาญประเมินคุณภาพของสื่อการเรียนรู้
โปรแกรม The Geometer's Sketchpad อยู่ในระดับดี

คะแนนเฉลี่ย 2.50-3.49 หมายถึง ผู้เชี่ยวชาญประเมินคุณภาพของสื่อการเรียนรู้
โปรแกรม The Geometer's Sketchpad อยู่ในระดับปานกลาง

คะแนนเฉลี่ย 1.50-2.49 หมายถึง ผู้เชี่ยวชาญประเมินคุณภาพของสื่อการเรียนรู้
โปรแกรม The Geometer's Sketchpad อยู่ในระดับพอใช้

คะแนนเฉลี่ย 1.00-1.49 หมายถึง ผู้เชี่ยวชาญประเมินคุณภาพของสื่อการเรียนรู้
โปรแกรม The Geometer's Sketchpad อยู่ในระดับควรปรับปรุง

จากการประเมินของผู้เชี่ยวชาญทั้งห้าท่านมีค่าเฉลี่ย 4.37 ดังนั้น ผู้เชี่ยวชาญ
ประเมินคุณภาพของสื่อการเรียนรู้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad อยู่ในระดับดี

2.6 นำสื่อการเรียนรู้ เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขจนสมบูรณ์แล้วเสนอต่อคณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์อีกครั้ง เพื่อนำไปใช้เป็นเครื่องมือในการวิจัยต่อไป

3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยมีขั้นตอนการสร้าง ดังนี้

3.1 ศึกษาวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

3.2 วิเคราะห์เนื้อหาและผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง เพื่อวัดความรู้ ความเข้าใจ การนำไปใช้ การวิเคราะห์ และความสามารถในการให้เหตุผล

3.3 สร้างตารางแจกแจงข้อสอบ (Table of Specification) โดยพิจารณาเนื้อหาสาระย่อยๆ ในเรื่อง วงกลม เพื่อวัดความรู้ ความเข้าใจ การนำไปใช้ และการวิเคราะห์ โดยยึดตามแนวคิดของ Bloom เพื่อใช้เป็นโครงสร้างในการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ในการกำหนดอัตราส่วนและจำนวนข้อสอบในแต่ละเนื้อหาและพฤติกรรมที่มุ่งวัด

3.4 สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ตามแนวทางที่กำหนดในตารางวิเคราะห์ข้อสอบ โดยครอบคลุมเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่อง วงกลม ตามหลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนบางละมุง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จำนวน 22 ข้อ แบ่งเป็น 2 ตอน ตอนที่ 1 เป็นแบบทดสอบปรนัยแบบเลือกตอบ จำนวน 20 ข้อ และตอนที่ 2 เป็นแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 2 ข้อ พร้อมทั้งจัดทำแนวการตอบและเกณฑ์การให้คะแนน เพื่อใช้เป็นแบบทดสอบฉบับจริง จำนวน 17 ข้อ

3.5 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่สร้างขึ้น เสนอต่อคณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ จากนั้นทำการปรับปรุงแก้ไขก่อนนำเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน เพื่อพิจารณาตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหาและความถูกต้องเหมาะสมของภาษา ตัวเลือก ตัวลวง และหาดัชนีความสอดคล้อง (Index of Consistency : IOC) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ จากนั้นผู้วิจัยนำมาปรับปรุงแก้ไขให้เหมาะสมอีกครั้งและคัดเลือกข้อสอบ

ที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป ซึ่งผลจากการประเมินพบว่า ข้อสอบทั้ง 22 ข้อ มีความเหมาะสมสามารถนำไปใช้ได้ โดยข้อสอบทุกข้อ มีค่า IOC เท่ากับ 1.00

3.6 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ผ่านการปรับปรุงแล้วเสนอต่อคณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ก่อนนำไปทดลองใช้ (Try out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งเคยเรียนเรื่อง วงกลม จำนวน 66 คน เพื่อหาค่าดัชนีความง่าย (p) ค่าดัชนีอำนาจจำแนก (r) ของข้อสอบเป็นรายข้อ และค่าดัชนีความเที่ยงของแบบทดสอบที่ใช้ในการวิจัย โดยพิจารณาจากเกณฑ์ค่าดัชนีความง่ายระหว่าง 0.20 – 0.80 และค่าดัชนีอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป ซึ่งผลจากการนำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ไปทดลองใช้พบว่า ค่าดัชนีความง่ายอยู่ระหว่าง 0.27 – 0.88 และค่าดัชนีอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 0.00 - 0.70 และมีแบบทดสอบปรนัยแบบเลือกตอบ จำนวน 5 ข้อที่ต้องตัดทิ้ง เนื่องจากไม่ผ่านเกณฑ์ที่กำหนดไว้

3.7 นำแบบทดสอบที่ได้ทดลองใช้แล้วในข้อ 3.6 มาปรับปรุงแก้ไขทำให้ได้แบบทดสอบฉบับจริง จำนวน 17 ข้อ แบ่งเป็น 2 ตอน ตอนที่ 1 เป็นแบบทดสอบปรนัยแบบเลือกตอบ จำนวน 15 ข้อ และตอนที่ 2 เป็นแบบทดสอบอัตนัยจำนวน 2 ข้อ ผลปรากฏว่าแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ฉบับจริงมีค่าดัชนีความง่ายอยู่ระหว่าง 0.27 – 0.80 และค่าดัชนีอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 0.30 – 0.70 และผู้วิจัยได้คำนวณค่าดัชนีความเที่ยง โดยใช้สูตร KR-20 ของ Kuder - Richardson ผลปรากฏว่าแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ฉบับนี้มีค่าดัชนีความเที่ยง เท่ากับ 0.83 ซึ่งแสดงว่าแบบทดสอบฉบับนี้สามารถนำไปใช้ได้

3.8 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนฉบับสมบูรณ์ที่ได้ไปใช้กับประชากรต่อไป

4. แบบประเมินตนเองของนักเรียน ผู้วิจัยได้ออกแบบแบบประเมินตนเองของนักเรียน โดยกำหนดคำถาม เพื่อให้ให้นักเรียนเขียนบรรยายความรู้สึกที่มีต่อการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เพื่อตรวจสอบความเข้าใจในเนื้อหา กิจกรรมการเรียนรู้ ใบกิจกรรม เอกสารฝึกหัดและแบบฝึกทักษะ รวมทั้งความรู้สึกของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และวิธีสอนของครู เสนอต่อคณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ จากนั้นผู้วิจัยนำมาปรับปรุงแก้ไขก่อนนำไปทดลองใช้กับประชากร

5. แบบสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนด้านความสามารถในการให้เหตุผล
ผู้วิจัยมีขั้นตอนการสร้าง ดังนี้

5.1 ศึกษาวิธีการสร้างแบบสังเกตและสร้างแบบสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ของ
นักเรียนด้านความสามารถในการให้เหตุผล

5.2 สร้างเกณฑ์การให้คะแนนระดับความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียน ดังนี้

ตารางที่ 1 เกณฑ์การให้คะแนนด้านความสามารถในการให้เหตุผล

คะแนน / ความหมาย	การแสดงผลการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น
3 ดีมาก	สร้างข้อความคาดการณ์และตรวจสอบข้อความคาดการณ์ได้ชัดเจน ตรง ประเด็น และสมเหตุสมผล แสดงเหตุผลประกอบการหาคำตอบหรือการ พิสูจน์ โดยเลือกใช้การอ้างอิงความรู้ ข้อมูล ข้อเท็จจริง และทฤษฎีบทที่ เกี่ยวข้องได้อย่างถูกต้อง มีกระบวนการคิดและให้เหตุผลชัดเจนเป็นระบบ มีการเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล
2 ดี	สร้างข้อความคาดการณ์และตรวจสอบข้อความคาดการณ์ได้สมเหตุสมผลแสดง เหตุผลประกอบการหาคำตอบหรือการพิสูจน์ โดยเลือกใช้การอ้างอิงความรู้ ข้อมูล ข้อเท็จจริง และทฤษฎีบทที่เกี่ยวข้องได้ถูกต้องบางส่วน มีกระบวนการ คิดและให้เหตุผลค่อนข้างชัดเจน มีการเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจแต่ อาจไม่สมเหตุสมผลในบางกรณี
1 พอใช้	สร้างข้อความคาดการณ์และตรวจสอบข้อความคาดการณ์ได้บางส่วน แสดง เหตุผลประกอบการหาคำตอบหรือการพิสูจน์ โดยเลือกใช้การอ้างอิงที่ถูกต้อง บางส่วน มีกระบวนการคิดและให้เหตุผลไม่ชัดเจน ไม่มีการเสนอแนวคิด ประกอบการตัดสินใจหรือมีการเสนอแนวคิดที่ไม่สมเหตุสมผล
0 ต้องแก้ไข	สร้างข้อความคาดการณ์แต่ไม่สามารถตรวจสอบข้อความคาดการณ์ได้ มีการ เสนอแนวคิดที่ไม่สมเหตุสมผลในการตัดสินใจ ไม่ระบุการอ้างอิง ไม่มี ร่องรอยในการคิดหาคำตอบ

5.2 นำแบบสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียน เสนอต่อคณะกรรมการที่ปรึกษา
วิทยานิพนธ์

5.3 นำแบบสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนมาปรับปรุงแก้ไขก่อนนำไปใช้เป็นเครื่องมือในการวิจัยต่อไป

6. แบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ผู้วิจัยมีขั้นตอนในการสร้างและพัฒนา ดังนี้

6.1 ศึกษาองค์ประกอบและขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เพื่อนำมากำหนดประเด็นข้อคำถามเกี่ยวกับความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

6.2 สร้างข้อคำถามให้ครอบคลุมประเด็นคำตอบที่ต้องการ ได้แก่ ด้านกิจกรรมการเรียนรู้ ด้านสื่อการเรียนรู้ ด้านครูผู้สอน ด้านการวัดผลและการประเมินผล ตลอดจนข้อเสนอแนะอื่นๆ สำหรับการปรับปรุงแก้ไข

6.3 นำแบบสอบถามที่สร้างขึ้นให้คณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์พิจารณาความถูกต้อง ความครอบคลุม และความเหมาะสมของข้อคำถาม จากนั้นผู้วิจัยนำมาแก้ไขตามข้อเสนอแนะที่ได้รับ

6.4 นำแบบสอบถามที่ปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของคณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ไปใช้กับประชากรต่อไป

การเก็บรวบรวมข้อมูล

ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ผู้วิจัยได้ดำเนินการดังนี้

1. ทำหนังสือขอความร่วมมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลการวิจัยจากภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ไปยังผู้อำนวยการ โรงเรียนบางละมุง จังหวัดชลบุรี เพื่อขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูล จากนั้นผู้วิจัยได้ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้สร้างไว้

2. ดำเนินการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง วงกลม เป็นเวลา 10 คาบ คาบละ 50 นาที
3. บันทึกแบบสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนด้านความสามารถในการให้เหตุผล ระหว่างการสอนและหลังการสอนจบในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ ซึ่งประเมินจากการตอบคำถาม การร่วมกิจกรรมการเรียนรู้ การทำใบกิจกรรม เอกสารฝึกหัดและแบบฝึกทักษะ เพื่อศึกษา ความสามารถด้านการให้เหตุผลของนักเรียนแต่ละคน
4. นำแบบประเมินตนเองให้นักเรียนเขียนบรรยายความรู้สึก หลังจากเรียนจบในคาบที่ 2, 4, 8 และ 10 เพื่อตรวจสอบความเข้าใจในเนื้อหา กิจกรรมการเรียนรู้ ใบกิจกรรม เอกสารฝึกหัดและแบบฝึกทักษะ รวมทั้งความรู้สึกของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และวิธีสอนของครู
5. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม มาทำการทดสอบ กับประชากร โดยใช้เวลาในการทดสอบ 50 นาที
6. ให้นักเรียนตอบแบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรม การเรียนรู้เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad หลังการเรียนการสอนสิ้นสุดลง
7. นำข้อมูลที่ได้จากการบันทึกหลังการสอนในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ แบบประเมินตนเองของนักเรียน แบบสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนด้านความสามารถในการให้ เหตุผล และแบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียน เพื่อนำมาวิเคราะห์เชิงเนื้อหา
8. นำข้อมูลที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม มาวิเคราะห์ทางสถิติเพื่อเปรียบเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลมีดังนี้

1. ค่าสถิติพื้นฐาน ได้แก่

- 1.1 ร้อยละ
- 1.2 ค่าเฉลี่ย (μ)
- 1.3 ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน (σ)

2. ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ (IOC)

3. ค่าดัชนีความง่ายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์

4. ค่าดัชนีอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์

5. ค่าดัชนีความเที่ยง (reliability) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ ซึ่งคำนวณโดยใช้สูตร KR-20 ของ Kuder – Richardson

6. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังการทดลองใช้กิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60

บทที่ 4

ผลการวิจัยและข้อวิจารณ์

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง “วงกลม” โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบางละมุง จังหวัดชลบุรี ผู้วิจัยขอเสนอผลการวิจัยและข้อวิจารณ์ ดังนี้

ผลการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลออกเป็น 4 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียน หลังการใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad

ตอนที่ 2 การประเมินตนเองของนักเรียน

ตอนที่ 3 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังการใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad

ตอนที่ 4 ความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad

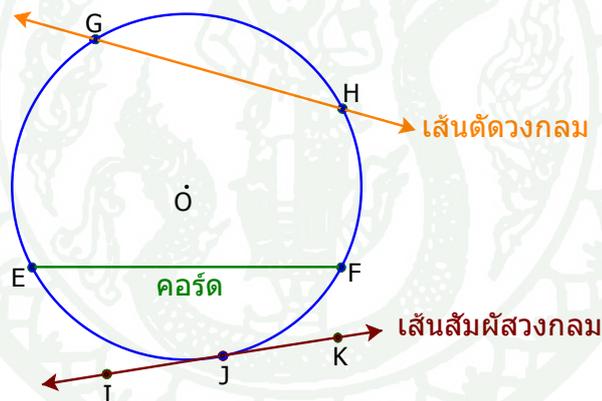
ตอนที่ 1 การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียน หลังการใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียนโดยประเมินผลได้

จากบันทึกหลังสอนในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ และแบบสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนด้านความสามารถในการให้เหตุผล ผู้วิจัยนำมาสรุปและเสนอผลการวิจัยได้ดังนี้

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ส่วนต่างๆเกี่ยวกับวงกลม

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ส่วนต่างๆเกี่ยวกับวงกลม ประกอบด้วยใบกิจกรรม แบบฝึกทักษะและ โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ชื่อไฟล์ ส่วนต่างๆ เกี่ยวกับวงกลม.gsp โดยหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เป็นการทบทวนส่วนต่างๆเกี่ยวกับวงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ทำให้นักเรียนมองเห็นภาพได้ชัดเจน สามารถสำรวจความสัมพันธ์หรือความแตกต่างระหว่างส่วนประกอบต่างๆของวงกลมได้ด้วยตนเอง เช่น นักเรียนสามารถบอกความแตกต่างระหว่างคอร์ด เส้นตัดวงกลมและเส้นสัมผัสวงกลมได้ ดังนี้



ภาพที่ 2 คอร์ด เส้นตัดวงกลมและเส้นสัมผัสวงกลม

คอร์ด คือ ส่วนของเส้นตรงที่มีจุดปลายทั้งสองอยู่บนวงกลมเดียวกัน จากรูป \overline{EF} เป็นคอร์ดของวงกลม O เส้นตัดวงกลม คือ เส้นตรงที่ตัดวงกลมสองจุด จากรูป \overline{GH} เป็นเส้นตัดวงกลม O ที่จุด G และจุด H เส้นสัมผัสวงกลม คือ เส้นตรงที่ตัดวงกลมเพียงจุดเดียวเท่านั้นและเรียกจุดตัดนั้นว่า จุดสัมผัส จากรูป \overline{IK} เป็นเส้นสัมผัสวงกลม O ที่จุด J

นอกจากนี้ กิจกรรมการเรียนรู้ในหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เน้นให้นักเรียนสร้างข้อความคาดการณ์และตรวจสอบข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างส่วนประกอบต่างๆ

ของวงกลม เช่น การหาความสัมพันธ์ระหว่างเส้นผ่านศูนย์กลางและรัศมีของวงกลม การหาความสัมพันธ์ระหว่างเส้นผ่านศูนย์กลางและคอร์ดของวงกลม ซึ่งผลจากการทำกิจกรรมพบว่า ในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนสร้างข้อความคาดการณ์และสรุปกิจกรรมได้ไม่ครอบคลุมและไม่ตรงประเด็นเท่าที่ควร เนื่องจากนักเรียนส่วนใหญ่ไม่เคยฝึกการสร้างข้อความคาดการณ์ด้วยตนเอง ส่งผลให้นักเรียนไม่มั่นใจในการให้เหตุผล ครูต้องสร้างบรรยากาศในชั้นเรียนให้เอื้อต่อการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ โดยการตั้งคำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็นและให้เหตุผล รวมทั้งการสร้างข้อความคาดการณ์ และหาแนวทางในการตรวจสอบข้อความคาดการณ์นั้นอย่างสมเหตุสมผล โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ช่วยในการตรวจสอบความถูกต้อง เช่น กิจกรรมที่ 1.3 เรื่อง วงกลมที่เท่ากันทุกประการ นักเรียนสามารถใช้คำสั่ง การเคลื่อนที่ เพื่อแสดงการเลื่อนขนานวงกลม 2 วง ที่มีรัศมีเท่ากัน ไปทับกัน ได้สนิทพอดี นำไปสู่ข้อสรุปที่ว่า วงกลมสองวงที่มีรัศมีเท่ากัน จะเท่ากันทุกประการ ซึ่งการตรวจสอบข้อความคาดการณ์ของนักเรียนโดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad สามารถใช้เป็นแนวทางในการพิสูจน์อย่างมีแบบแผน สำหรับการพิสูจน์ทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลมในหน่วยการเรียนรู้ที่ 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 และหน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ต่อไป

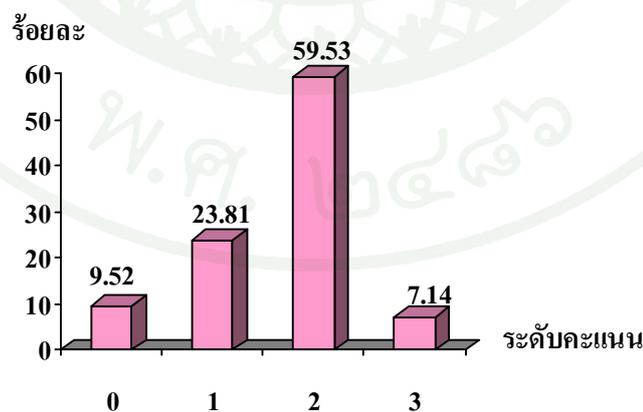
การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียน จากแบบสังเกตพฤติกรรม การเรียนรู้ของนักเรียนด้านความสามารถในการให้เหตุผล หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ส่วนต่างๆ เกี่ยวกับวงกลม ปรากฏผลดังนี้

ตารางที่ 2 ร้อยละของระดับคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียน หลังการใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ส่วนต่างๆเกี่ยวกับวงกลม

ระดับคะแนน	จำนวนนักเรียน (คน)	ร้อยละของจำนวนนักเรียน
0	4	9.52
1	10	23.81
2	25	59.53
3	3	7.14
รวม	42	100.00

จากตารางที่ 2 แสดงว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถสร้างข้อความคาดการณ์และตรวจสอบข้อความคาดการณ์ได้สมเหตุสมผล แสดงเหตุผลประกอบการหาคำตอบได้ถูกต้องบางส่วน มีกระบวนการคิดและให้เหตุผลค่อนข้างชัดเจน มีการเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ แต่อาจไม่สมเหตุสมผลในบางกรณี ในระดับคะแนน 2 คิดเป็นร้อยละ 59.53 รองลงมา คือ นักเรียนสามารถสร้างข้อความคาดการณ์และตรวจสอบข้อความคาดการณ์ได้บางส่วน แสดงเหตุผลประกอบการหาคำตอบที่ถูกต้องบางส่วน มีกระบวนการคิดและให้เหตุผลไม่ชัดเจน ไม่มีการเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจหรือมีการเสนอแนวคิดที่ไม่สมเหตุสมผล ในระดับคะแนน 1 คิดเป็นร้อยละ 23.81 และมีนักเรียนส่วนน้อยที่สร้างข้อความคาดการณ์แต่ไม่สามารถตรวจสอบข้อความคาดการณ์ได้ มีการเสนอแนวคิดที่ไม่สมเหตุสมผลในการตัดสินใจ และไม่มีร่องรอยในการคิดหาคำตอบ ในระดับคะแนน 0 คิดเป็นร้อยละ 9.52 และมีนักเรียนที่สามารถสร้างข้อความคาดการณ์และตรวจสอบข้อความคาดการณ์ได้ชัดเจน ตรงประเด็น และสมเหตุสมผล แสดงเหตุผลประกอบการหาคำตอบได้อย่างถูกต้อง มีกระบวนการคิดและให้เหตุผลชัดเจนเป็นระบบ มีการเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล ในระดับคะแนน 3 คิดเป็นร้อยละ 7.14 ซึ่งมีจำนวนนักเรียนน้อยที่สุด

จากผลการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียน หลังการใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ส่วนต่างๆเกี่ยวกับวงกลม สามารถแสดงเป็นแผนภูมิแท่งได้ดังนี้



ภาพที่ 3 ร้อยละของระดับคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียน หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ส่วนต่างๆเกี่ยวกับวงกลม

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม ประกอบด้วยใบกิจกรรม เอกสารฝึกหัด แบบฝึกทักษะและโปรแกรม The Geometer's Sketchpad ชื่อไฟล์ มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม.gsp โดยหน่วยการเรียนรู้ที่ 2 นอกจากการให้นักเรียนสำรวจ สร้างข้อความคาดการณ์และตรวจสอบข้อความคาดการณ์ด้วยตนเอง โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad แล้ว นักเรียนต้องเขียนแสดงการพิสูจน์ทฤษฎีบทพร้อมทั้งบอกเหตุผลประกอบ ซึ่งผลจากการทำกิจกรรมพบว่านักเรียนส่วนมากไม่ทราบว่าจะเริ่มค้นพิสูจน์และดำเนินการพิสูจน์อย่างไร ครูต้องช่วยให้คำแนะนำ โดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย และใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ส่งผลให้นักเรียนมองเห็นแนวทางในการพิสูจน์จากรูปภาพที่สามารถเคลื่อนไหวได้ ทำให้นักเรียนเกิดแนวคิดในการพิสูจน์ทฤษฎีบท นอกจากนี้ ครูต้องสอนให้นักเรียนตีความและฝึกคิดอย่างเป็นระบบ โดยการฝึกคิดวิเคราะห์จากผลหรือสิ่งที่ต้องการพิสูจน์ เพื่อนำไปสู่เหตุหรือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และครูใช้การตั้งคำถามที่กระตุ้นให้นักเรียนคิด วิเคราะห์ เชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างทฤษฎีบทต่างๆ ที่นักเรียนได้เรียนรู้ไปแล้ว ว่าสามารถนำมาให้เหตุผลในการพิสูจน์ทฤษฎีบทอื่นๆ ได้อย่างไร ส่งผลให้นักเรียนสามารถพิสูจน์ทฤษฎีบทต่างๆ ได้ด้วยตนเอง

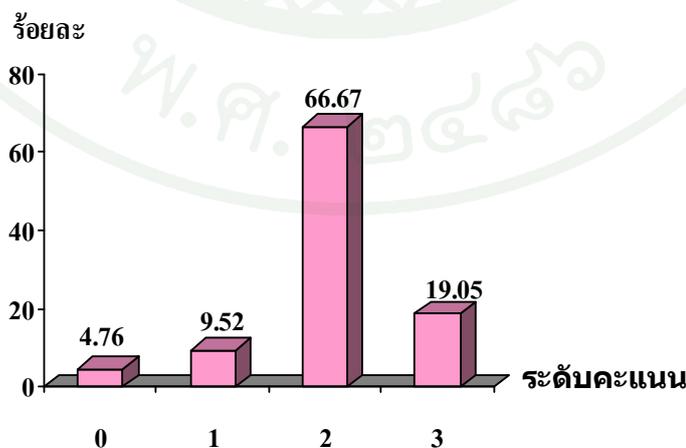
การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียน จากแบบสังเกตพฤติกรรม การเรียนรู้ของนักเรียนด้านความสามารถในการให้เหตุผล หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม ปรากฏผลดังนี้

ตารางที่ 3 ร้อยละของระดับคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียน หลังการใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม

ระดับคะแนน	จำนวนนักเรียน (คน)	ร้อยละของจำนวนนักเรียน
0	2	4.76
1	4	9.52
2	28	66.67
3	8	19.05
รวม	42	100.00

จากตารางที่ 3 แสดงว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถสร้างข้อความคาดการณ์และตรวจสอบข้อความคาดการณ์ได้สมเหตุสมผล แสดงเหตุผลประกอบการหาคำตอบหรือการพิสูจน์ โดยเลือกใช้การอ้างอิงความรู้ ข้อมูล ข้อเท็จจริง และทฤษฎีบทที่เกี่ยวข้องได้ถูกต้องบางส่วน มีกระบวนการคิดและให้เหตุผลค่อนข้างชัดเจน มีการเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจแต่อาจไม่สมเหตุสมผล ในบางกรณี ในระดับคะแนน 2 คิดเป็นร้อยละ 66.67 รองลงมา คือ นักเรียนที่สามารถสร้างข้อความคาดการณ์และตรวจสอบข้อความคาดการณ์ได้ชัดเจน ตรงประเด็นและสมเหตุสมผล แสดงเหตุผลประกอบการหาคำตอบหรือการพิสูจน์ โดยเลือกใช้การอ้างอิงความรู้ ข้อมูล ข้อเท็จจริง และทฤษฎีบทที่เกี่ยวข้องได้อย่างถูกต้อง มีกระบวนการคิดและให้เหตุผลชัดเจนเป็นระบบ มีการเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล ในระดับคะแนน 3 คิดเป็นร้อยละ 19.05 และมีนักเรียนส่วนน้อยที่สามารถสร้างข้อความคาดการณ์และตรวจสอบข้อความคาดการณ์ได้บางส่วน แสดงเหตุผลประกอบการหาคำตอบหรือการพิสูจน์ โดยเลือกใช้การอ้างอิงได้ถูกต้องบางส่วน มีกระบวนการคิดและให้เหตุผลไม่ชัดเจน ไม่มีการเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจหรือมีการเสนอแนวคิดที่ไม่สมเหตุสมผล ในระดับคะแนน 1 คิดเป็นร้อยละ 9.52 และมีนักเรียนที่สร้างข้อความคาดการณ์แต่ไม่สามารถตรวจสอบข้อความคาดการณ์ได้ มีการเสนอแนวคิดที่ไม่สมเหตุสมผลในการตัดสินใจ และไม่มีร่องรอยในการคิดหาคำตอบ ในระดับคะแนน 0 คิดเป็นร้อยละ 4.76 ซึ่งมีจำนวนนักเรียนน้อยที่สุด

จากผลการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียน หลังการใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม สามารถแสดงเป็นแผนภูมิแท่งได้ดังนี้



ภาพที่ 4 ร้อยละของระดับคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียน หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง คอร์ด

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ประกอบด้วย ใบกิจกรรมเอกสารฝึกหัด แบบฝึกทักษะและโปรแกรม The Geometer's Sketchpad ชื่อไฟล์ คอร์ด.gsp โดยหน่วยการเรียนรู้ที่ 3 นอกจากการสำรวจ สร้างข้อความคาดการณ์และตรวจสอบข้อความคาดการณ์ หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ยังเน้นการพิสูจน์ทฤษฎีบท เรื่อง คอร์ด ซึ่งมีการเชื่อมโยงกับการนำทฤษฎีบทที่นักเรียนได้เรียนรู้ไปแล้วมาใช้เพื่ออ้างอิงประกอบการให้เหตุผลของการพิสูจน์ ซึ่งผลจากการทำกิจกรรม พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถแสดงแนวคิดในการพิสูจน์ได้ แต่ไม่ค่อยมั่นใจในการให้เหตุผล กล่าวคือสามารถแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบได้ แต่ไม่ทราบว่าควรเขียนอธิบายเหตุผลอย่างไร ครูแก้ปัญหาโดยใช้การถามตอบ โดยเลือกใช้คำถามที่ขึ้นต้นว่า “ทำไม” “เพราะเหตุใด” และ “อย่างไร” เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้ใช้ความคิดเพื่อหาเหตุผล และครูแนะนำให้นักเรียนเลือกใช้ทฤษฎีบทต่างๆในการให้เหตุผล ซึ่งให้เห็นถึงความเชื่อมโยงระหว่างทฤษฎีบทต่างๆ เช่น การใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลางและส่วนโค้งที่รองรับมุม มาช่วยในการพิสูจน์เรื่อง คอร์ด นอกจากนี้ครูสังเกตว่านักเรียนส่วนใหญ่สนุกกับการทดลองในเรื่องการสร้างวงกลมผ่านจุดที่กำหนดให้ โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ช่วยในการสร้างและสามารถใช้ผลที่ได้จากโปรแกรมนี้มาอธิบายขั้นตอนในการสร้าง และสามารถให้เหตุผลสนับสนุนแนวคิดของตนเองได้อย่างดี

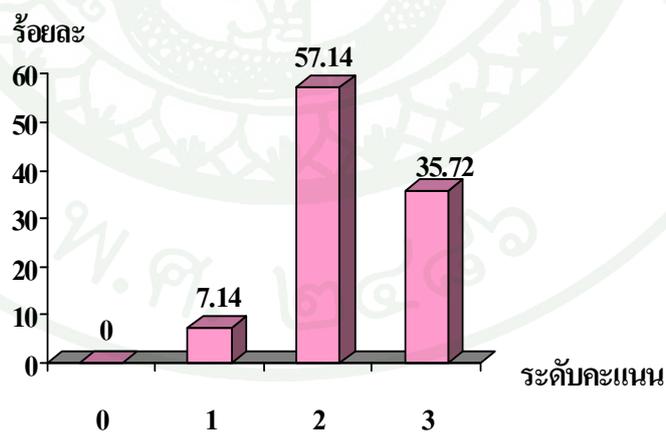
การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียน จากแบบสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนด้านความสามารถในการให้เหตุผล หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง คอร์ด ปรากฏผลดังนี้

ตารางที่ 4 ร้อยละของระดับคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียน หลังการใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง คอร์ด

ระดับคะแนน	จำนวนนักเรียน (คน)	ร้อยละของจำนวนนักเรียน
0	0	0.00
1	3	7.14
2	24	57.14
3	15	35.72
รวม	42	100.00

จากตารางที่ 4 แสดงว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถสร้างข้อความคาดการณ์และตรวจสอบข้อความคาดการณ์ได้สมเหตุสมผล แสดงเหตุผลประกอบการหาคำตอบหรือการพิสูจน์ โดยเลือกใช้การอ้างอิงความรู้ ข้อมูล ข้อเท็จจริง และทฤษฎีบทที่เกี่ยวข้องได้ถูกต้องบางส่วน มีกระบวนการคิดและให้เหตุผลค่อนข้างชัดเจน มีการเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ แต่อาจไม่สมเหตุสมผลในบางกรณี ในระดับคะแนน 2 คิดเป็นร้อยละ 57.14 รองลงมา คือ นักเรียนที่สามารถสร้างข้อความคาดการณ์และตรวจสอบข้อความคาดการณ์ได้ชัดเจน ตรงประเด็นและสมเหตุสมผล แสดงเหตุผลประกอบการหาคำตอบหรือการพิสูจน์ โดยเลือกใช้การอ้างอิงความรู้ ข้อมูล ข้อเท็จจริง และทฤษฎีบทที่เกี่ยวข้องได้อย่างถูกต้อง มีกระบวนการคิดและให้เหตุผลชัดเจนเป็นระบบ มีการเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล ในระดับคะแนน 3 คิดเป็นร้อยละ 35.72 และมีนักเรียนส่วนน้อยที่สามารถสร้างข้อความคาดการณ์และตรวจสอบข้อความคาดการณ์ได้บางส่วน แสดงเหตุผลประกอบการหาคำตอบหรือการพิสูจน์ โดยเลือกใช้การอ้างอิงได้ถูกต้องบางส่วน มีกระบวนการคิดและให้เหตุผลไม่ชัดเจน ไม่มีการเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจหรือมีการเสนอแนวคิดที่ไม่สมเหตุสมผล ในระดับคะแนน 1 คิดเป็นร้อยละ 7.14

จากผลการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียน หลังการใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง คอร์ด สามารถแสดงเป็นแผนภูมิแท่งได้ดังนี้



ภาพที่ 5 ร้อยละของระดับคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียน หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง คอร์ด

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง เส้นสัมผัสวงกลม

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ประกอบด้วย ใบกิจกรรม เอกสารฝึกหัด แบบฝึกทักษะและโปรแกรม The Geometer's Sketchpad ชื่อไฟล์ เส้นสัมผัสวงกลม.gsp ซึ่งผลจากการทำกิจกรรมพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถแสดงการพิสูจน์พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์มากขึ้น นักเรียนสามารถใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ในการหาเหตุผลเพื่อประกอบการพิสูจน์ทฤษฎีบทและสามารถแก้ปัญหาที่ครูกำหนดให้ได้ นักเรียนสามารถแสดงความคิดเห็นและตอบคำถามของครูได้อย่างถูกต้อง เป็นระบบ มีความรอบคอบและสมเหตุสมผล นักเรียนทราบว่าแนวคิดและทฤษฎีบทต่างๆทางคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน สามารถเขียนแสดงการพิสูจน์พร้อมทั้งบอกเหตุผลและมีการอ้างอิงทฤษฎีบทต่างๆ อย่างถูกต้องเหมาะสม ซึ่งแสดงให้เห็นว่านักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผล

ตัวอย่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ในการแก้ปัญหาที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เช่น การหาค่าแห่งที่จะสร้างสถานีรถไฟฟ้ามืองพัทยา โดยมีเงื่อนไขว่า ตำแหน่งที่จะสร้างสถานีรถไฟฟ้านั้นจะต้องเป็นจุดที่อยู่ห่างจากสถานที่ต่างๆที่กำหนดให้จำนวน 3 แห่ง เป็นระยะทางเท่าๆกัน ดังนี้

นายกเมืองพัทยามีนโยบายที่จะจัดสรรงบประมาณประจำปี 2553 เพื่อสร้างสถานีรถไฟฟ้าเชื่อมต่อกับโครงการ Airport Link จากสนามบินสุวรรณภูมิมายังเมืองพัทยา โดยสามารถสร้างสถานีรถไฟฟ้าได้เพียง 1 สถานีเท่านั้น และมีเงื่อนไขว่าจะต้องอยู่ห่างจาก สถานีขนส่งพัทยา ตลาดน้ำสี่ภาคและท่าเรือแหลมบาลีฮาย เป็นระยะทางเท่าๆกัน

ให้นักเรียนหาค่าแห่งที่จะสร้างสถานีรถไฟฟ้า พร้อมทั้งบอกเหตุผลและวาดรูปประกอบ (ให้ จุด A แทนสถานีขนส่งพัทยา จุด B แทนท่าเรือแหลมบาลีฮาย และจุด C แทนตลาดน้ำสี่ภาค)



•
A



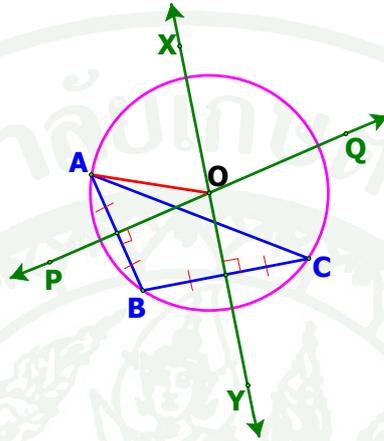
•
B



•
C

ภาพที่ 6 สถานีขนส่งพัทยา ท่าเรือแหลมบาลีฮาย และตลาดน้ำสี่ภาค

การที่นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหานี้ได้ นักเรียนต้องมีความสามารถในการให้เหตุผล เนื่องจากนักเรียนต้องลำดับความคิดให้ได้ว่า ขั้นตอนของการหาตำแหน่งที่จะสร้างสถานีรถไฟที่อยู่ห่างจากจุดสามจุดที่กำหนดให้เป็นระยะทางเท่าๆกัน คือการหาจุดศูนย์กลางวงล้อมและการหาจุดศูนย์กลางวงล้อมโดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ทำได้ดังนี้



ภาพที่ 7 การหาจุดศูนย์กลางวงล้อม

ขั้นที่ 1 นักเรียนสร้าง \overline{AB} , \overline{BC} และ \overline{CA} นักเรียนวิเคราะห์ว่าต้องหาจุดจุดหนึ่งซึ่งอยู่ห่างจากจุด A จุด B และจุด C เป็นระยะทางเท่าๆกัน นั่นคือการหาจุดศูนย์กลางของวงกลมจากรูปคือ จุด O

ขั้นที่ 2 นักเรียนวิเคราะห์ว่า จุดศูนย์กลางของวงกลมที่ผ่านจุดสองจุดที่กำหนดให้อยู่บนเส้นตรงที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่งส่วนของเส้นตรงที่มีจุดสองจุดนั้นเป็นจุดปลาย ดังนั้นนักเรียนต้องสร้างเส้นตรงที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่งคอร์ด AB ซึ่งทำให้จุดศูนย์กลางของวงกลมที่ผ่านจุด A และจุด B อยู่บนเส้นตรงเส้นนั้น จากรูป นักเรียนใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad สร้าง \overline{PQ} ซึ่งเป็นเส้นตรงที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่งคอร์ด AB ดังนั้นจุดศูนย์กลางของวงกลมจะอยู่บน \overline{PQ}

ขั้นที่ 3 จากการวิเคราะห์ในขั้นที่ 2 ทำให้ได้ว่านักเรียนต้องสร้างเส้นตรงที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่งคอร์ด BC ซึ่งทำให้จุดศูนย์กลางของวงกลมที่ผ่านจุด B และจุด C อยู่บนเส้นตรงเส้นนั้น จากรูป นักเรียนใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad สร้าง \overline{XY} ซึ่งเป็นเส้นตรงที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่งคอร์ด BC ดังนั้นจุดศูนย์กลางของวงกลมจะอยู่บน \overline{XY}

ขั้นที่ 4 จากการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad สร้าง \overline{XY} และ \overline{PQ} พบว่าเส้นตรงทั้งสองเส้นตัดกันที่จุดจุดหนึ่ง สามารถวิเคราะห์ได้ว่าจุดตัดจุดนั้นคือจุดศูนย์กลางของวงกลม จากรูป จุดศูนย์กลางของวงกลมคือจุด O ซึ่งอยู่ห่างจากจุด A จุด B และจุด C เป็นระยะทางเท่าๆกัน

ขั้นที่ 5 ตรวจสอบความถูกต้องโดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad วัดระยะห่างระหว่างจุด O กับจุด A ระยะห่างระหว่างจุด O กับจุด B และระยะห่างระหว่างจุด O กับจุด C พบว่าจุด O อยู่ห่างจากจุด A จุด B และจุด C เป็นระยะทางเท่าๆกัน

นั่นคือ จุด O แทน จุดที่สร้างสถานีรถไฟ ซึ่งอยู่ห่างจากสถานีขนส่งพัทยา ตลาดน้ำสี่ภาคและท่าเรือแหลมบาลีฮาย เป็นระยะทางเท่าๆกัน

การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียน จากแบบสังเกตพฤติกรรม การเรียนรู้ของนักเรียนด้านความสามารถในการให้เหตุผล หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง เส้นสัมผัสวงกลม ปรากฏผลดังนี้

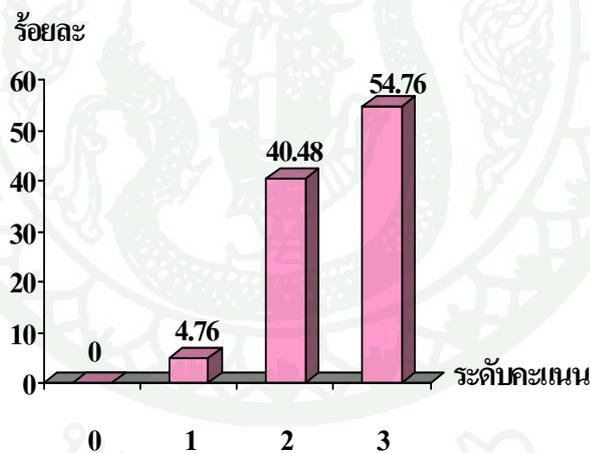
ตารางที่ 5 ร้อยละของระดับคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียน หลังการใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง เส้นสัมผัสวงกลม

ระดับคะแนน	จำนวนนักเรียน (คน)	ร้อยละของจำนวนนักเรียน
0	0	0.00
1	2	4.76
2	17	40.48
3	23	54.76
รวม	42	100.00

จากตารางที่ 5 แสดงว่า นักเรียนส่วนใหญ่สร้างข้อความคาดการณ์และตรวจสอบข้อความคาดการณ์ได้ชัดเจน ตรงประเด็น และสมเหตุสมผล แสดงเหตุผลประกอบการหาคำตอบหรือการพิสูจน์ โดยเลือกใช้การอ้างอิงความรู้ ข้อมูล ข้อเท็จจริง และทฤษฎีบทที่เกี่ยวข้องได้อย่างถูกต้อง มีกระบวนการคิดและให้เหตุผลชัดเจนเป็นระบบ มีการเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ

อย่างสมเหตุสมผล ในระดับคะแนน 3 คิดเป็นร้อยละ 54.76 รองลงมา คือ นักเรียนที่สามารถสร้างข้อความคาดการณ์และตรวจสอบข้อความคาดการณ์ได้สมเหตุสมผล แสดงเหตุผลประกอบการหาคำตอบหรือการพิสูจน์ โดยเลือกใช้การอ้างอิงความรู้ ข้อมูล ข้อเท็จจริง และทฤษฎีบทที่เกี่ยวข้องได้ ถูกต้องบางส่วน มีกระบวนการคิดและให้เหตุผลค่อนข้างชัดเจน มีการเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ แต่อาจไม่สมเหตุสมผลในบางกรณี ในระดับคะแนน 2 คิดเป็นร้อยละ 40.48 และมีนักเรียนส่วนน้อยที่สามารถสร้างข้อความคาดการณ์และตรวจสอบข้อความคาดการณ์ได้บางส่วน แสดงเหตุผลประกอบการหาคำตอบหรือการพิสูจน์ โดยเลือกใช้การอ้างอิงได้ถูกต้องบางส่วน มีกระบวนการคิดและให้เหตุผลไม่ชัดเจน ไม่มีการเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจหรือมีการเสนอแนวคิดที่ไม่สมเหตุสมผล ในระดับคะแนน 1 คิดเป็นร้อยละ 4.76

จากผลการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียน หลังการใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง เส้นสัมผัสวงกลม สามารถแสดงเป็นแผนภูมิแท่งได้ดังนี้



ภาพที่ 8 ร้อยละของระดับคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียน หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง เส้นสัมผัสวงกลม

ตอนที่ 2 การประเมินตนเองของนักเรียน

จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ผู้วิจัยให้นักเรียนทุกคนประเมินตนเอง เพื่อเป็นการตรวจสอบความเข้าใจในเนื้อหา กิจกรรมการเรียนรู้ ใบกิจกรรม เอกสารฝึกหัด

และแบบฝึกทักษะ รวมทั้งความรู้สึกรักของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และวิธีสอนของครู โดยผู้วิจัยให้นักเรียนทำการประเมินตนเอง จำนวน 4 ครั้ง หลังการจัดการเรียนรู้จบในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ ดังนี้

1. ส่วนต่างๆเกี่ยวกับวงกลม (หลังจบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2)
2. มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม (หลังจบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4)
3. คอร์ด (หลังจบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8)
4. เส้นสัมผัสวงกลม (หลังจบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10)

ได้ผลดังนี้

ผลการประเมินตนเองครั้งที่ 1 เรื่อง ส่วนต่างๆเกี่ยวกับวงกลม

ด้านเนื้อหา พบว่านักเรียนส่วนใหญ่เข้าใจเรื่อง ส่วนต่างๆเกี่ยวกับวงกลม คิดเป็นร้อยละ 95.24 และไม่เข้าใจคิดเป็นร้อยละ 4.76 โดยนักเรียนไม่เข้าใจในเรื่องการใช้สัญลักษณ์ทางเรขาคณิต เช่น ส่วนของเส้นตรง เส้นตรงและรังสี ว่ามีความหมายแตกต่างกันอย่างไร และนักเรียนไม่มีความมั่นใจในการสร้างข้อความคาดการณ์ด้วยตนเอง

ด้านความน่าสนใจของกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ใบกิจกรรมเอกสารฝึกหัดและแบบฝึกทักษะ จำนวนนักเรียนที่เห็นว่ากิจกรรมการเรียนรู้ ใบกิจกรรมเอกสารฝึกหัดและแบบฝึกทักษะมีความน่าสนใจคิดเป็นร้อยละ 97.62 และไม่น่าสนใจคิดเป็นร้อยละ 2.38

ด้านความรู้สึกรักของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และวิธีการสอนของครู พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่เห็นว่าเป็นกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีความน่าสนใจ นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนและครูเปิดโอกาสให้ซักถามเมื่อมีข้อสงสัย บรรยากาศในการเรียนเป็นไปอย่างสนุกสนานเพลิดเพลิน นักเรียนสามารถสำรวจความสัมพันธ์ของส่วนต่างๆเกี่ยวกับวงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ได้ด้วยตนเอง ทำให้เข้าใจและจดจำเรื่องที่เรียนได้ดีขึ้น

ผลการประเมินตนเองครั้งที่ 2 เรื่อง มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม

ด้านเนื้อหา พบว่านักเรียนส่วนใหญ่เข้าใจเรื่อง มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม คิดเป็นร้อยละ 92.86 และไม่เข้าใจคิดเป็นร้อยละ 7.14 โดยนักเรียนไม่เข้าใจในเรื่อง การพิสูจน์ทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม

ด้านความน่าสนใจของกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ใบกิจกรรม เอกสารฝึกหัดและแบบฝึกทักษะ จำนวนนักเรียนที่เห็นว่ากิจกรรมการเรียนรู้ ใบกิจกรรม เอกสารฝึกหัดและแบบฝึกทักษะมีความน่าสนใจคิดเป็นร้อยละ 92.86 และไม่น่าสนใจคิดเป็นร้อยละ 7.14

ด้านความรู้สึกรักของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และวิธีการสอนของครู พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่เห็นว่าเป็นกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้คิดอย่างมีเหตุผล และการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad มาช่วยในการพิสูจน์ทฤษฎีบท ทำให้นักเรียนมองเห็นแนวทางและขั้นตอนการพิสูจน์ได้ดียิ่งขึ้น นอกจากนี้นักเรียนมีความมั่นใจในการแสดงความคิดเห็นของตนเองมากขึ้นและสามารถแลกเปลี่ยนเรียนรู้ระหว่างเพื่อนนักเรียนด้วยกัน เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปที่สมเหตุสมผล

ผลการประเมินตนเองครั้งที่ 3 เรื่อง คอร์ด

ด้านเนื้อหา พบว่านักเรียนส่วนใหญ่เข้าใจเรื่อง คอร์ด คิดเป็นร้อยละ 90.48 และไม่เข้าใจคิดเป็นร้อยละ 9.52 โดยนักเรียนไม่เข้าใจในเรื่อง การสร้างวงกลมผ่านจุดสองจุดที่กำหนดให้ โดยนักเรียนบางคนคิดว่าสามารถสร้างวงกลมผ่านจุดสองจุดที่กำหนดให้ได้เพียงวงเดียวเท่านั้น แต่เมื่อครูและเพื่อนๆ ร่วมกันเฉลยและให้เหตุผลในการสร้างวงกลมผ่านจุดสองจุดที่กำหนดให้นักเรียนก็มีความเข้าใจมากขึ้น

ด้านความน่าสนใจของกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ใบกิจกรรม เอกสารฝึกหัดและแบบฝึกทักษะ จำนวนนักเรียนที่เห็นว่ากิจกรรมการเรียนรู้ ใบกิจกรรม เอกสารฝึกหัดและแบบฝึกทักษะมีความน่าสนใจคิดเป็นร้อยละ 95.24 และไม่น่าสนใจคิดเป็นร้อยละ 4.76 โดยนักเรียนที่แสดงความคิดเห็นว่าไม่น่าสนใจ นักเรียนให้เหตุผลว่า กิจกรรมมากเกินไปและค่อนข้างยาก อยากให้เพิ่มเวลาสอนมากขึ้น

ด้านความรู้สึกของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และวิธีการสอนของครู พบว่านักเรียนส่วนใหญ่เห็นว่ากิจกรรมการเรียนรู้ที่จัดขึ้นฝึกให้นักเรียนคิดวิเคราะห์และให้ความสำคัญกับแนวทางและขั้นตอนในการแก้ปัญหามากกว่าการหาเพียงคำตอบเพียงอย่างเดียว วิธีการสอนของครูส่งเสริมให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็น กระตุ้นให้นักเรียนคิดและแสดงผลอย่างเป็นระบบ ทำให้นักเรียนเข้าใจในเนื้อหาสาระที่เรียนอย่างลึกซึ้งมากขึ้น นอกจากนี้ นักเรียนชอบกิจกรรมในเอกสารฝึกหัดที่ 4 ที่ครูกำหนดสถานการณ์ให้นักเรียนเป็นผู้หาตำแหน่งในการสร้างสถานีรถไฟฟ้ที่พหยา โดยอ้างอิงจากสถานที่และข้อมูลจริง ทำให้นักเรียนเห็นประโยชน์ของการนำทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลมไปใช้ในชีวิตประจำวัน

ผลการประเมินตนเองครั้งที่ 4 เรื่อง เส้นสัมผัสวงกลม

ด้านเนื้อหา พบว่านักเรียนส่วนใหญ่เข้าใจเรื่อง เส้นสัมผัสวงกลม คิดเป็นร้อยละ 95.24 และไม่เข้าใจคิดเป็นร้อยละ 4.76 โดยนักเรียนไม่เข้าใจในเรื่อง การหารัศมีของวงกลมแนบในรูปสามเหลี่ยม ระบุว่าเป็นเรื่องที่ซับซ้อน ต้องใช้ความเข้าใจในหลายๆเรื่องมาประกอบกัน

ด้านความน่าสนใจของกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ใบกิจกรรมเอกสารฝึกหัดและแบบฝึกทักษะ จำนวนนักเรียนที่เห็นว่ากิจกรรมการเรียนรู้ ใบกิจกรรมเอกสารฝึกหัดและแบบฝึกทักษะมีความน่าสนใจคิดเป็นร้อยละ 95.24 และไม่น่าสนใจคิดเป็นร้อยละ 4.76

ด้านความรู้สึกของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และวิธีการสอนของครู พบว่านักเรียนส่วนใหญ่เห็นว่ากิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผล ฝึกการคิดอย่างเป็นระบบและสามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของทฤษฎีบทต่างๆ มีความเข้าใจในทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลมมากขึ้น ไม่ใช้การท่องจำ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ทำให้นักเรียนสนุกสนานกับการเรียนและสามารถสำรวจข้อความคาดการณ์ได้อย่างอิสระด้วยตนเอง มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นทั้งระหว่างเพื่อนนักเรียนด้วยกัน และระหว่างครูกับนักเรียน วิธีสอนของครูส่งเสริมให้นักเรียนกล้าแสดงออกและมีความละเอียดรอบคอบ สามารถคิดอย่างมีเหตุผล

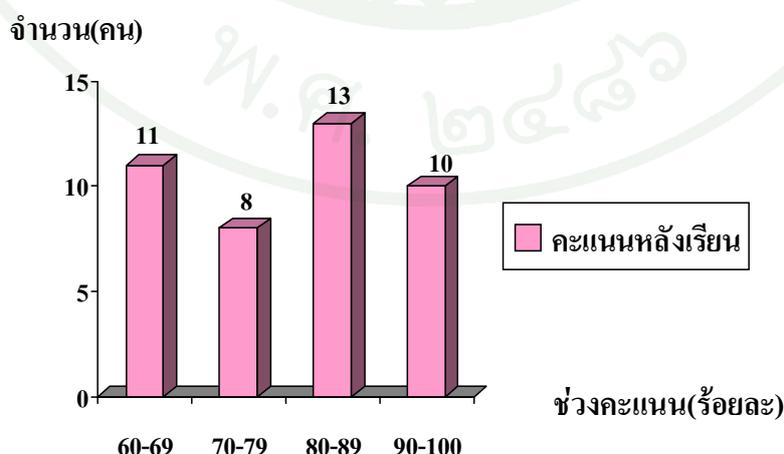
ตอนที่ 3 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังการใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad

หลังจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ผู้วิจัยได้นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ที่ผ่านการวิเคราะห์ค่าดัชนีความง่าย และค่าดัชนีอำนาจจำแนกไปทดสอบกับประชากร ซึ่งปรากฏผล ดังนี้

ตารางที่ 6 การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียน หลังการใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad กับเกณฑ์ร้อยละ 60 (คะแนนเต็ม 25 คะแนน ร้อยละ 60 คิดเป็น 15 คะแนน)

ประชากร	n	μ	σ
หลังเรียน	42	19.61	2.91

จากตารางที่ 6 แสดงว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบางละมุง ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad หลังการเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 โดยมีค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบหลังเรียนเท่ากับ 19.61 คิดเป็นร้อยละ 78.44



ภาพที่ 9 จำนวนนักเรียนจำแนกตามช่วงคะแนนสอบหลังเรียน

จากภาพที่ 9 เมื่อพิจารณาคะแนนสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนหลังการใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad พบว่า นักเรียนทุกคนได้คะแนนมากกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 และนักเรียนส่วนใหญ่จำนวน 23 คน คิดเป็นร้อยละ 54.76 ของนักเรียนที่ทำแบบทดสอบทั้งหมด ได้คะแนนสอบอยู่ในระดับดีมาก (คะแนนสอบอยู่ในช่วงคะแนนร้อยละ 80 – 100)

ตอนที่ 4 ความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad

ผลของความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad แสดงดังตารางที่ 7

ตารางที่ 7 ความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad

ข้อความ		ระดับความคิดเห็น				
		เห็นด้วยอย่างยิ่ง	เห็นด้วย	ไม่เห็นใจ	ไม่เห็นด้วย	ไม่เห็นด้วยยิ่ง
ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้						
1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีความทันสมัยและน่าสนใจ	จำนวน	38	4	-	-	-
	ร้อยละ	90.48	9.52	-	-	-
2. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนมีทักษะการให้เหตุผล	จำนวน	36	6	-	-	-
	ร้อยละ	85.71	14.29	-	-	-
3. นักเรียนมีส่วนร่วมในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้	จำนวน	32	10	-	-	-
	ร้อยละ	76.19	23.81	-	-	-
4. ระยะเวลาที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีความเหมาะสม	จำนวน	10	12	18	2	-
	ร้อยละ	23.81	28.57	42.86	4.76	-
ด้านสื่อการเรียนรู้						
5. นักเรียนเรียนรู้และเข้าใจเนื้อหาได้ดี เมื่อใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นสื่อการเรียนรู้	จำนวน	38	4	-	-	-
	ร้อยละ	90.48	9.52	-	-	-

ตารางที่ 7 (ต่อ)

ข้อความ		ระดับความคิดเห็น				
		เห็น ด้วย อย่าง ยิ่ง	เห็น ด้วย	ไม่ แน่ใจ	ไม่ เห็น ด้วย	ไม่เห็น ด้วย อย่าง ยิ่ง
6. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม	จำนวน	35	7	-	-	-
The Geometer's Sketchpad ทำให้นักเรียน	ร้อยละ	83.33	16.67	-	-	-
มีความกระตือรือร้นและอยากที่จะเรียนรู้						
7. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม	จำนวน	40	2	-	-	-
The Geometer's Sketchpad ส่งเสริมให้นักเรียน	ร้อยละ	95.24	4.76	-	-	-
เป็นผู้ลงมือปฏิบัติและเกิดการค้นพบด้วยตนเอง						
8. นักเรียนรู้สึกมีความสุขและสนุกกับการจัดกิจกรรม	จำนวน	36	6	-	-	-
การเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม The Geometer's	ร้อยละ	85.71	14.29	-	-	-
Sketchpad						
9. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม	จำนวน	34	6	2	-	-
The Geometer's Sketchpad ช่วยให้นักเรียนสำรวจ	ร้อยละ	80.95	14.29	4.76	-	-
สมบัติของวงกลมได้สะดวก รวดเร็ว						
10. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม	จำนวน	35	7	-	-	-
The Geometer's Sketchpad ช่วยให้นักเรียนมองเห็น	ร้อยละ	83.33	16.67	-	-	-
ภาพที่เป็นรูปธรรมมากยิ่งขึ้น						
11. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม	จำนวน	33	7	2	-	-
The Geometer's Sketchpad ทำให้นักเรียน	ร้อยละ	78.57	16.67	4.76	-	-
ได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นกับนักเรียนผู้อื่นมากยิ่งขึ้น						
12. การใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad	จำนวน	38	4	-	-	-
ในการจัดการเรียนรู้สอดคล้องกับเนื้อหา เรื่อง วงกลม	ร้อยละ	90.48	9.52	-	-	-
ด้านครูผู้สอน						
13. ครูผู้สอนเปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วม	จำนวน	38	4	-	-	-
ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้	ร้อยละ	90.48	9.52	-	-	-
14. ครูผู้สอนมีความเป็นกันเองกับนักเรียน ทำใ้	จำนวน	36	6	-	-	-
นักเรียนกล้าที่จะซักถามและแสดงความคิดเห็น	ร้อยละ	85.71	14.29	-	-	-
15. ครูผู้สอนเอาใจใส่และคอยช่วยเหลือนักเรียน	จำนวน	34	6	2	-	-
ให้เข้าใจบทเรียนอย่างเต็มความสามารถ	ร้อยละ	80.95	14.29	4.76	-	-

ตารางที่ 7 (ต่อ)

ข้อความ		ระดับความคิดเห็น				
		เห็น	เห็น	ไม่	ไม่	ไม่เห็น
		ด้วย	ด้วย	แน่ใจ	เห็น	ด้วย
		อย่าง				อย่าง
		ยิ่ง				ยิ่ง
16. ครูผู้สอนเปิดโอกาสให้นักเรียนสอบถามข้อสงสัยทั้งในและนอกเวลาของการเรียนรู้	จำนวน	36	4	2	-	-
	ร้อยละ	85.71	9.52	4.76	-	-
17. ครูผู้สอนใช้วาจาที่สุภาพกับนักเรียน	จำนวน	38	4	-	-	-
	ร้อยละ	90.48	9.52	-	-	-
18. ครูผู้สอนเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ปฏิบัติและค้นพบความรู้ด้วยตนเอง	จำนวน	32	8	2	-	-
	ร้อยละ	76.19	19.05	4.76	-	-
19. ครูผู้สอนสามารถให้คำแนะนำและเทคนิคการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ให้กับนักเรียนได้เป็นอย่างดี	จำนวน	39	3	-	-	-
	ร้อยละ	92.86	7.14	-	-	-
20. ครูผู้สอนสามารถถ่ายทอดความรู้และสร้างกระบวนการคิดให้กับนักเรียนได้	จำนวน	37	5	-	-	-
	ร้อยละ	88.10	11.90	-	-	-
21. ครูผู้สอนส่งเสริมให้นักเรียนคิดอย่างมีเหตุผลและเป็นระบบ	จำนวน	39	3	-	-	-
	ร้อยละ	92.86	7.14	-	-	-
22. ครูผู้สอนส่งเสริมและสนับสนุนให้นักเรียนมีการพัฒนาตนเองอย่างต่อเนื่อง	จำนวน	33	7	2	-	-
	ร้อยละ	78.57	16.67	4.76	-	-
ด้านการวัดผลและการประเมินผล						
23. ครูผู้สอนแจ้งเกณฑ์การวัดผลและการประเมินผลก่อนทำกิจกรรมการเรียนรู้	จำนวน	32	10	-	-	-
	ร้อยละ	76.19	23.81	-	-	-
24. การวัดผลและการประเมินผลตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวน	26	12	4	-	-
	ร้อยละ	61.90	28.57	9.52	-	-
25. ครูผู้สอนมีการวัดผลและการประเมินผลด้วยวิธีการที่หลากหลายและเหมาะสม	จำนวน	27	13	2	-	-
	ร้อยละ	64.29	30.95	4.76	-	-

จากตารางที่ 7 พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยอย่างยิ่งกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ซึ่งสามารถพิจารณาเป็นรายด้านได้ดังนี้

ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยอย่างยิ่งว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad มีความทันสมัยและน่าสนใจ คิดเป็นร้อยละ 90.48 รองลงมา คือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนมีทักษะการให้เหตุผล คิดเป็นร้อยละ 85.71 และนักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยว่า นักเรียนมีส่วนร่วมในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ คิดเป็นร้อยละ 76.19 ตามลำดับ

ด้านสื่อการเรียนรู้ พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยอย่างยิ่งว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ส่งเสริมให้นักเรียนเป็นผู้ลงมือปฏิบัติและเกิดการค้นพบด้วยตนเอง คิดเป็นร้อยละ 95.24 รองลงมา คือ นักเรียนเรียนรู้และเข้าใจเนื้อหาได้ดีเมื่อใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นสื่อการเรียนรู้และการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สอดคล้องกับเนื้อหา เรื่อง วงกลม คิดเป็นร้อยละ 90.48 และนักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยว่า นักเรียนรู้สึกมีความสุขและสนุกกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad คิดเป็นร้อยละ 85.71 ตามลำดับ

ด้านครูผู้สอน พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยอย่างยิ่งว่า ครูผู้สอนสามารถให้คำแนะนำและเทคนิคการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ให้กับนักเรียนได้เป็นอย่างดีและครูผู้สอนส่งเสริมให้นักเรียนคิดอย่างมีเหตุผลและเป็นระบบ คิดเป็นร้อยละ 92.86 รองลงมา คือ ครูผู้สอนเปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และครูผู้สอนใช้วาจาที่สุภาพกับนักเรียน คิดเป็นร้อยละ 90.48 และนักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยว่า ครูผู้สอนสามารถถ่ายทอดความรู้และสร้างกระบวนการคิดให้กับนักเรียนได้ คิดเป็นร้อยละ 88.10 ตามลำดับ

ด้านการวัดผลและการประเมินผล พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยอย่างยิ่งว่า ครูผู้สอนแจ้งเกณฑ์การวัดผลและการประเมินผลก่อนทำกิจกรรมการเรียนรู้ คิดเป็นร้อยละ 76.19 รองลงมา คือ ครูผู้สอนมีการวัดผลและการประเมินผลด้วยวิธีการที่หลากหลายและเหมาะสม คิดเป็นร้อยละ 64.29 และนักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยว่า การวัดผลและการประเมินผลตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้ คิดเป็นร้อยละ 61.90 ตามลำดับ

ข้อคิดเห็นและข้อเสนอแนะอื่นๆ

1. นักเรียนรู้สึกชอบและสนใจการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง วงกลม โดยการใช้

โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ที่ทำให้นักเรียนได้สร้าง สํารวจและเคลื่อนไหวรูปต่างๆ ด้วยโปรแกรมดังกล่าว ทำให้นักเรียนเกิดข้อค้นพบด้วยตนเอง ทำให้นักเรียนจดจำบทเรียนได้นาน และเข้าใจบทเรียนได้ดียิ่งขึ้น

2. นักเรียนต้องการให้มีการจัดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ในเนื้อหาอื่นๆ

3. นักเรียนอยากให้ครูคณิตศาสตร์ท่านอื่นๆ จัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลเพิ่มเติมจากการสอนเพียงเนื้อหาสาระ หรือการบอกทฤษฎีบทเพียงอย่างเดียว เนื่องจากการจัดกิจกรรมเพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลช่วยให้นักเรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจ ไม่ใช่การท่องจำ

4. นักเรียนอยากให้เพิ่มเวลาในการเรียน เรื่อง วงกลม ให้มากขึ้น เนื่องจากเป็นเรื่องที่มีเนื้อหาและทฤษฎีบทที่เกี่ยวข้องเป็นจำนวนมาก เพื่อที่นักเรียนจะได้มีเวลาในการศึกษาทำความเข้าใจ และทำแบบฝึกทักษะได้เพิ่มขึ้น

ข้อวิจารณ์

จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง “วงกลม” โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบางละมุง จังหวัดชลบุรี ผลการวิจัยมีข้อวิจารณ์ ดังนี้

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของประชากรที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad หลังการเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานที่ผู้วิจัยกำหนดไว้ และสอดคล้องกับผลการวิจัยของนริศรา ญานะ (2548) พนารัตน์ แซ่มชื่น (2548) วิมล อยู่พิพัฒน์ (2551) Baharvand (2001) Hodanbosi (2001) และ Mansi (2004) ทั้งนี้เนื่องจาก

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นการเรียนรู้ที่เน้นนักเรียนเป็นสำคัญ โดยกิจกรรม

การเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นนี้เน้นให้นักเรียน ได้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง ส่งเสริมให้นักเรียนได้สำรวจ สร้างรูปต่างๆ สร้างข้อความคาดการณ์ ตรวจสอบข้อความคาดการณ์ จนสามารถสรุปข้อค้นพบ ต่างๆได้ด้วยตนเอง ทำให้นักเรียนมีความเข้าใจในบทเรียนเป็นอย่างดีและสามารถจดจำได้นาน ตลอดจนทำให้นักเรียนรู้สึกภูมิใจและอยากที่จะเรียนรู้บทเรียนต่อไป สอดคล้องกับสิริพร ทิพย์คง (2545) ที่กล่าวว่า แนวการจัดการเรียนรู้ที่ยึดนักเรียนเป็นตัวตั้งหรือเป็นสิ่งสำคัญเป็นกระบวนการที่ พัฒนาร่างกาย จิตใจ สติปัญญา ความรู้ และคุณธรรมของนักเรียนให้เจริญงอกงาม โดยการสร้างให้ นักเรียนมีส่วนร่วมรู้ ร่วมคิด ร่วมกระทำ ครูทำหน้าที่ร่วมวางแผนในกิจกรรมที่เหมาะสม กระตุ้น ให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคม ส่งเสริมความคิดและอำนวยความสะดวกให้นักเรียนได้พัฒนา ตนเองอย่างเต็มที่ตามความต้องการ ตามความสนใจและเต็มตามศักยภาพของนักเรียน ซึ่งสอดคล้อง กับศรีศักดิ์ จามรมาน (2535) ที่กล่าวว่า การนำคอมพิวเตอร์ไปใช้ในการเรียนการสอนนั้น ทำให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในกระบวนการเรียนมากขึ้น ทำให้นักเรียนสนใจและกระตือรือร้นมากขึ้น นักเรียนเกิดความเข้าใจมากขึ้น ลดการท่องจำ รวมทั้งนักเรียนสามารถสรุปหลักการ เพื่อหาสาระ ของบทเรียนในแต่ละบทเรียนได้สะดวกขึ้น นอกจากนี้ ผู้วิจัยยังได้เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ แลกเปลี่ยนประสบการณ์การเรียนรู้ระหว่างกันในขณะที่เรียน ทำให้บรรยากาศในการเรียนเป็นไป อย่างมีความสุข สนุกสนาน และไม่เครียด

2. ผู้วิจัยได้ชี้แจงจุดประสงค์การเรียนรู้ แนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เทคนิคและ วิธีการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ตลอดจนการวัดผลและการประเมินผลให้นักเรียน ทราบก่อนการทำกิจกรรม นอกจากนี้ ผู้วิจัยได้ให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการวัดผลและประเมินผล งานของตนเองและงานของนักเรียนคนอื่น รวมทั้งผู้วิจัยจะเป็นผู้ตรวจความถูกต้องของผลงาน ใ้กิจกรรม เอกสารฝึกหัดและแบบฝึกทักษะ แล้วส่งคืนให้กับนักเรียน และนำข้อบกพร่องหรือ สิ่งที่นักเรียนไม่เข้าใจมาอธิบายในคาบเรียนถัดไปก่อนการเรียนเรื่องต่อไปอย่างสม่ำเสมอ ซึ่งทำให้นักเรียนได้ทราบวิธีการต่างๆการอ้างอิง การให้เหตุผลและแนวทางในการหาคำตอบที่ถูกต้อง ตลอดจนเข้าใจบทเรียนอย่างต่อเนื่อง ซึ่งสอดคล้องกับหลักการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ ในคู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (กรมวิชาการ, 2545) ที่เปิด โอกาสให้นักเรียนได้คิดและแก้ปัญหาด้วยตนเอง ครูมีส่วนช่วยในการจัดเนื้อหาสาระและกิจกรรม ให้สอดคล้องกับความสนใจและความถนัดของนักเรียน โดยคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล โดยครูทำหน้าที่เป็นที่ปรึกษา ให้คำแนะนำและชี้แนะในข้อบกพร่องของนักเรียน นอกจากนี้ บทบาทของครูที่เป็นผู้ชี้แนะความสนใจของนักเรียนด้วยการสนทนา ใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียน เกิดการอภิปรายด้วยเหตุผล จัดบรรยากาศที่เอื้อต่อการเรียนรู้ และให้ข้อมูลย้อนกลับแก่นักเรียน

ในเวลาที่ยังเป็น ถือเป็นบทบาทของครูผู้เอื้ออำนวยให้เกิดกระบวนการเรียนรู้มากกว่าเป็นผู้ที่ออกคำสั่ง ส่งผลให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อการเรียน ดังเช่นผลการวิจัยของ Cattin (1997) ที่พบว่า นักเรียนชอบบทบาทของครูในฐานะที่เป็นผู้เอื้ออำนวยให้เกิดการเรียนรู้และเป็นผู้ให้การสนับสนุนความพยายามของนักเรียน นอกจากนี้การจัดบรรยากาศที่เอื้อต่อการเรียนรู้ โดยให้นักเรียนได้อภิปราย สร้างข้อค้นพบ และตรวจสอบหาเหตุผลสนับสนุน จะทำให้นักเรียนมีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ดีขึ้น (Tougaw, 1994)

3. ผู้วิจัยได้สังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนระหว่างเรียน รวมทั้งข้อมูลที่ได้จากแบบประเมินตนเองและแบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีความสนใจ ฟังพอใจ ที่ได้เรียนเรขาคณิตโดยการสร้างรูปเอง และได้สำรวจอย่างอิสระ สร้างข้อความคาดการณ์ สืบเสาะหาเหตุผลเพื่อตรวจสอบข้อความคาดการณ์ด้วยตนเอง และมีการอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกับเพื่อนร่วมชั้น พยายามตรวจสอบหากรณีที่เป็นตัวอย่างค้านหรือสนับสนุนข้อความคาดการณ์ที่ตนเองตั้งไว้ ซึ่งเป็นพฤติกรรมที่เกิดขึ้นโดยอัตโนมัติและนักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยว่ามีประโยชน์อย่างมากต่อการนำไปเป็นพื้นฐานของการศึกษาต่อไป ซึ่งน่าจะเป็นการแสดงให้เห็นถึงความสนใจในการเรียน อันจะส่งผลให้ผลการสอบมีคะแนนเฉลี่ยที่ดี โดยสอดคล้องกับผลการวิจัยของ สุนันทา ประไพตระกูล (2534) ที่สรุปได้ว่า ตัวแปรหนึ่งที่มีอิทธิพลในรูปที่เป็นสาเหตุทั้งทางตรงและทางอ้อมต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ คือ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ เจตคติ และความสนใจต่อวิชาคณิตศาสตร์

4. การใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนสร้างข้อความคาดการณ์และตรวจสอบข้อความคาดการณ์ได้อย่างสะดวก รวดเร็ว เนื่องจากเป็นโปรแกรมสำเร็จรูปแบบพลวัตคือเป็นภาพเคลื่อนไหวแทนการหยุดนิ่ง ซึ่งยังช่วยให้นักเรียนค้นพบแนวทางในการหาคำตอบและการพิสูจน์ทฤษฎีบทต่างๆได้ด้วยตนเอง นอกจากนี้ การใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad นักเรียนสามารถศึกษาวิเคราะห์และหาเหตุผลในการทำกิจกรรมต่างๆด้วยตนเอง โดยไม่เสียเวลามากนัก สามารถปรับเปลี่ยนขนาดของรูป สี และการจัดวางตำแหน่งของรูปได้อย่างหลากหลาย นักเรียนสามารถตรวจสอบความถูกต้องของแนวคิดและการวิเคราะห์ของตนเองว่ามีความสมเหตุสมผลหรือไม่ โดยการใช้เครื่องมือการวัดทางเรขาคณิตที่มาพร้อมกับโปรแกรมสำเร็จรูป เช่น การวัดความยาวของส่วนโค้ง การวัดขนาดของมุม เป็นต้น ช่วยสร้างความมั่นใจในการใช้เหตุผลของนักเรียนอย่างถูกต้อง อันจะส่งผลดีต่อการพิสูจน์ทางเรขาคณิตต่อไป

5. ภายหลังจากที่นักเรียนได้ทำกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad จบในแต่ละคาบเรียน นักเรียนทุกคน ต้องทำเอกสารฝึกหัดและแบบฝึกทักษะที่นักเรียนได้เรียนรู้ไปแล้วในคาบเรียนนั้น และเฉลย โดยการสื่อนักเรียนออกมาแสดงแนวคิดพร้อมทั้งบอกเหตุผลในแต่ละขั้นตอนของการหาคำตอบ ทำให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนเรียนรู้และแสดงความคิดเห็นร่วมกัน เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปที่ถูกต้อง และสมเหตุสมผล ซึ่งทำให้นักเรียนทราบว่าตนเองพัฒนาขึ้นมากน้อยเพียงใด ทราบข้อบกพร่อง ของตนเองและพร้อมที่จะแก้ไขในสิ่งที่ตนเองบกพร่อง ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของประสาท สอ้านวงศ์ (ประสาท สอ้านวงศ์, 2544 อ้างใน นงลักษณ์ แก้วมาลา, 2547) ที่กล่าวว่า การแก้ไข ข้อบกพร่องของการเรียนรู้ที่ทดสอบความรู้เป็นระยะ สามารถทำให้นักเรียนประสบความสำเร็จ ในการเรียนรู้ได้ดีกว่านักเรียนที่ไม่ได้รับการแก้ไขข้อบกพร่อง

6. จากการสังเกตการร่วมกิจกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนผู้วิจัยพบว่านักเรียนส่วนใหญ่ มีความสามารถในการให้เหตุผล โดยนักเรียนสามารถตอบคำถามโดยการพูดอธิบายแนวคิด เสนอแนวทางในการพิสูจน์ทฤษฎีบทต่างๆ รวมทั้งหาแนวทางในการแก้ปัญหาได้ดี แต่พบว่า เมื่อนักเรียนเขียนอธิบายเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดนั้น บางครั้งนักเรียนทำได้ไม่ถี่ถ้วน เนื่องจากนักเรียนไม่มั่นใจในการเขียนแสดงเหตุผลในช่วงแรก แต่เมื่อผู้วิจัยแนะแนวทางในการ แสดงเหตุผลโดยใช้การถามตอบ ซึ่งผู้วิจัยเลือกใช้คำถามที่ขึ้นต้นว่า “ทำไม” “เพราะเหตุใด” และ “อย่างไร” เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้ใช้ความคิดเพื่อหาเหตุผล ซึ่งให้เห็นถึงความเชื่อมโยงระหว่าง ทฤษฎีบทต่างๆ เพื่อนำมาใช้ในการอ้างอิง ทำให้นักเรียนสามารถเขียนการพิสูจน์พร้อมทั้งแสดง แนวคิดได้ดีขึ้น นอกจากนี้ การที่นักเรียนต้องเขียนแสดงเหตุผลในทุกใบกิจกรรม แสดงให้เห็นว่า นักเรียนมีพัฒนาการด้านการเขียนสื่อสารแนวคิดที่ดีขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับแนวการจัดการเรียน การสอนเพื่อพัฒนาการให้เหตุผลของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2547) และพนารัตน์ แซ่มชื่น (2548) ที่กล่าวว่า การใช้คณิตศาสตร์เพื่อการสื่อสารและการให้เหตุผลเป็น สิ่งสำคัญและควรให้นักเรียนได้ฝึกเขียนแสดงแนวคิดของตน เพื่อให้นักเรียนเห็นว่าการเขียน เป็นส่วนสำคัญของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์

7. ความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์หลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยอย่างยิ่งกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ แสดงว่านักเรียนมีความ คิดเห็นที่ดีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในครั้งนี้ ซึ่งสอดคล้องกับชนิศวรา นัทรแก้ว (2549) และ

Baharvard (2001) ทั้งนี้เป็นเพราะการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad มีความทันสมัย น่าสนใจ และนักเรียนได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเอง ทั้งการสร้างรูป การสำรวจ การสร้าง ข้อความคาดการณ์ ตลอดจนการตรวจสอบข้อความคาดการณ์ในกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ทำให้นักเรียนสามารถเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง รู้สึกสนุก มีความสุขและสนใจในกิจกรรมการเรียนรู้ต่างๆ ซึ่งสอดคล้องกับ แนวทางการปฏิรูปการเรียนรู้ตามพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 อีกทั้งนักเรียนได้เปลี่ยนบรรยากาศจากการเรียนในห้องเรียน โดยการใช้กระดานเป็นสื่อการเรียนรู้ เป็นการเรียนในห้องปฏิบัติการคอมพิวเตอร์ โดยการใช้คอมพิวเตอร์และโปรแกรมสำเร็จรูปแบบ พลวัต เช่น โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นสื่อการเรียนรู้ที่สำคัญ ซึ่งสอดคล้องกับ NTCM (2000) ที่กล่าวว่า เทคโนโลยีช่วยเปลี่ยนสิ่งแวดล้อมในห้องเรียนที่เน้นครูเป็นสำคัญ มาเป็นห้องเรียนที่เน้นนักเรียนเป็นสำคัญ โดยเทคโนโลยีมีบทบาทในการสนับสนุนการเรียนรู้ ของนักเรียน โดยให้นักเรียนเรียนรู้ด้วยตนเอง อันจะส่งผลให้นักเรียนพัฒนาความสามารถได้ อย่างเต็มที่ และสอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้ที่กำหนดไว้ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษา ขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ที่ต้องการให้นักเรียนเข้าใจ เห็นคุณค่าและใช้กระบวนการเทคโนโลยี สารสนเทศในการสืบค้นข้อมูล การเรียนรู้ การสื่อสาร การแก้ปัญหา การทำงานและการประกอบ อาชีพอย่างมีประสิทธิภาพ ประสิทธิผล และมีคุณธรรม (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551)

ดังนั้น การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม โดยการใช้ โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ครูต้องสร้างกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพเหมาะสม กับเนื้อหาและนักเรียน โดยครูจะต้องใช้ความรู้ในด้านต่างๆ เช่น วิธีการสอน การจัดกิจกรรม การเรียนรู้ที่เน้นนักเรียนเป็นสำคัญ และการนำเทคโนโลยีทางการศึกษามาใช้วางแผนการจัดการ เรียนรู้ที่เหมาะสม เพื่อให้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เกิดประสิทธิภาพสูงสุด นอกจากนี้ ครูต้องตระหนักถึงความสำคัญของการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียน เพราะการให้เหตุผลช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาสมอง นอกเหนือไปจากการจดจำ ข้อเท็จจริง กฎ สูตร และการดำเนินการ การเน้นทักษะด้านการให้เหตุผล ช่วยให้นักเรียนเห็นว่า คณิตศาสตร์เป็นเรื่องที่สามารถให้เหตุผลได้อย่างเป็นระบบและมีความหมาย สามารถนำไป ประยุกต์ใช้ในสาขาอื่นๆ ตลอดจนชีวิตประจำวันได้ ซึ่งจะส่งผลให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชา คณิตศาสตร์ ตลอดจนได้รับการพัฒนาขึ้นไปตามลำดับอย่างเต็มความสามารถตามศักยภาพ ของแต่ละบุคคล

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

สรุปผลการวิจัย

จากการวิจัยเรื่อง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง “วงกลม” โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบางละมุง จังหวัดชลบุรี สรุปได้ดังนี้

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. ศึกษาความสามารถในการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบางละมุง จังหวัดชลบุรี
2. ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบางละมุง จังหวัดชลบุรี
3. ศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบางละมุง จังหวัดชลบุรี

สมมติฐานของการวิจัย

1. นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผล หลังการใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ตั้งแต่ระดับคะแนน 2 ขึ้นไป มากกว่าร้อยละ 60

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังการใช้กิจกรรมการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ผ่านเกณฑ์ตามจุดประสงค์การเรียนรู้ ร้อยละ 60

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. ได้กิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ที่สอดคล้องกับหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551
2. เป็นแนวทางให้ครูคณิตศาสตร์นำกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ขอบเขตของการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้กำหนดขอบเขตของการวิจัยไว้ดังนี้

1. ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2552 จำนวนนักเรียน 42 คน ของโรงเรียนบางละ จังหวัดชลบุรี ที่เลือกเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ค 33201
2. สาระการเรียนรู้ที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้คือ เรื่อง วงกลม ซึ่งอยู่ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ตามหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนบางละมุง จังหวัดชลบุรี
3. ระยะเวลาที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง วงกลม ใช้เวลาในการสอนทั้งหมด 10 คาบ คาบละ 50 นาที และเวลาในการทำการทดสอบ 1 คาบ ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้

คาบที่ 1 ส่วนต่างๆเกี่ยวกับวงกลม

คาบที่ 2 ส่วนโค้งใหญ่ ส่วนโค้งน้อย ครึ่งวงกลมและมุมต่างๆเกี่ยวกับวงกลม

- คาบที่ 3 มุมในครึ่งวงกลม มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม
- คาบที่ 4 มุมและส่วนโค้งที่รองรับมุม
- คาบที่ 5 คอร์ดและส่วนโค้งของวงกลม
- คาบที่ 6 คอร์ดกับจุดศูนย์กลางของวงกลม
- คาบที่ 7 วงกลมผ่านจุดที่กำหนดและจุดศูนย์กลางวงล้อม
- คาบที่ 8 รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลมและคอร์ดที่ยาวเท่ากัน
- คาบที่ 9 เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี
- คาบที่ 10 วงกลมแนบในรูปสามเหลี่ยมและเส้นสัมผัสกับคอร์ด
- คาบที่ 11 การทดสอบหลังเรียน

4. ตัวแปรที่ทำการศึกษาในงานวิจัย ได้แก่

4.1 ตัวแปรอิสระ คือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad

4.2 ตัวแปรตาม ได้แก่

4.2.1 ความสามารถในการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad

4.2.2 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad

4.2.3 ความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง วงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 10 คาบ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

2. สื่อการเรียนรู้ โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad และใบกิจกรรม เรื่อง วงกลม
3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ประกอบด้วยข้อสอบจำนวน 17 ข้อ แบ่งเป็น 2 ตอน ตอนที่ 1 เป็นแบบทดสอบปรนัยแบบเลือกตอบ จำนวน 15 ข้อ และตอนที่ 2 เป็นแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 2 ข้อ ซึ่งมีค่าดัชนีความง่ายอยู่ระหว่าง 0.27 – 0.88 ค่าดัชนีอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 0.30 – 0.70 และค่าดัชนีความเที่ยงเท่ากับ 0.83
4. แบบประเมินตนเองของนักเรียน ผู้วิจัยได้ออกแบบแบบประเมินตนเองโดยกำหนดคำถาม เพื่อให้ให้นักเรียนเขียนบรรยายความรู้สึกลึกซึ้งที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เพื่อตรวจสอบความเข้าใจในเนื้อหา กิจกรรมการเรียนรู้ ใบกิจกรรม เอกสารฝึกหัดและแบบฝึกทักษะ รวมทั้งความรู้สึกลึกซึ้งของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และวิธีสอนของครู
5. แบบสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนด้านความสามารถในการให้เหตุผล
6. แบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad

การเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยได้ดำเนินการดังต่อไปนี้

1. ทำหนังสือขอความร่วมมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลการวิจัยจากภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ไปยังผู้อำนวยการ โรงเรียนบางละมุง จังหวัดชลบุรี เพื่อขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูล จากนั้นผู้วิจัยได้ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้สร้างไว้
2. ดำเนินการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง วงกลม กับประชากรด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเวลา 10 คาบ คาบละ 50 นาที

3. บันทึกแบบสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนด้านความสามารถในการให้เหตุผล ระหว่างการสอนและหลังการสอนจบในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ ซึ่งประเมินจากการตอบคำถาม การร่วมกิจกรรมการเรียนรู้ การทำใบกิจกรรม เอกสารฝึกหัดและแบบฝึกทักษะ เพื่อศึกษา ความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียน

4. นำแบบประเมินตนเองให้นักเรียนเขียนบรรยายความรู้สึกหลังจากเรียนจบในคาบที่ 2, 4, 8 และ 10 เพื่อตรวจสอบความเข้าใจในเนื้อหา กิจกรรมการเรียนรู้ ใบกิจกรรม เอกสารฝึกหัดและแบบฝึกทักษะ รวมทั้งความรู้สึกของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และวิธีสอนของครู

5. เมื่อเสร็จสิ้นการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม มาทำการทดสอบกับประชากร โดยใช้เวลาในการทดสอบ 50 นาที

6. ให้นักเรียนตอบแบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad หลังการเรียนการสอนสิ้นสุดลง

7. นำข้อมูลที่ได้จากการบันทึกหลังการสอนในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ แบบประเมินตนเองของนักเรียน แบบสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนด้านความสามารถในการให้เหตุผลและแบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียน เพื่อนำมาวิเคราะห์เชิงเนื้อหา

8. นำข้อมูลที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม มาวิเคราะห์ทางสถิติเพื่อเปรียบเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60

ผลการวิจัย

1. นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม หลังการใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ตั้งแต่ระดับคะแนน 2 ขึ้นไป มากกว่าร้อยละ 60 นักเรียนสามารถสร้างข้อความคาดการณ์และตรวจสอบ

ข้อความคาดการณ์ได้สมเหตุสมผล แสดงเหตุผลประกอบการหาคำตอบหรือการพิสูจน์ โดยเลือกใช้การอ้างอิงความรู้ ข้อมูล ข้อเท็จจริง และทฤษฎีบทที่เกี่ยวข้องได้ มีกระบวนการคิดและให้เหตุผลค่อนข้างชัดเจน มีการเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad หลังการเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60

3. การศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad พบว่านักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยอย่างยิ่งกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะที่ได้จากผลการวิจัย

ผลการวิจัยเรื่อง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง “วงกลม” โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบางละมุง จังหวัดชลบุรี มีข้อเสนอแนะดังต่อไปนี้

1. ครูสามารถนำกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง วงกลม ไปเป็นแนวทางในการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องอื่นๆ เนื่องจากกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง วงกลม ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้และส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลได้ดี ดังผลการวิจัยที่ปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังการทดลองใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60

2. ครูควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นให้นักเรียนได้เขียนอธิบายแนวคิดและแสดงผลอย่างสม่ำเสมอจะช่วยให้มีความสามารถในการให้เหตุผล และสามารถวิเคราะห์อย่างเป็นระบบ

3. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็น และแสดงเหตุผลสนับสนุนแนวคิดในการหาคำตอบของตนเอง โดยครูควรจัดสถานการณ์หรือปัญหาที่น่าสนใจให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติ โดยครูสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน และคอยช่วยเหลือโดยกระตุ้นหรือชี้แนะอย่างกว้างๆ โดยใช้คำถามกระตุ้นด้วยคำว่า “ทำไม” “อย่างไร” “เพราะเหตุใด” เป็นต้น พร้อมทั้งให้ข้อคิดเพิ่มเติมอีก เช่น “ถ้า ... แล้ว นักเรียนคิดว่า ... จะเป็นอย่างไร”

4. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ครูต้องเตรียมการสอนล่วงหน้าอย่างดี และควรมีการสำรวจเครื่องคอมพิวเตอร์ที่ใช้ในการเรียนรู้ให้พร้อมก่อนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทุกครั้ง ครูควรปิดอินเตอร์เน็ตในห้องเรียนขณะทำกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนมีสมาธิและตั้งใจเรียนอย่างเต็มที่ และควรมีการจัดที่นั่งให้เหมาะสมกับนักเรียน เช่น นักเรียนที่มีปัญหาทางสายตา ควรจัดให้นั่งหน้าชั้นเรียน เพื่อลดอุปสรรคในการเรียนรู้ นอกจากนี้ ครูควรคำนึงถึงสีของตัวอักษรและรูปภาพในการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad โดยไม่ควรใช้สีอ่อน เช่น สีเหลือง เพราะนักเรียนที่นั่งด้านหลังห้องจะมองเห็นสีและตัวอักษรได้ไม่ชัดเจน

5. ในระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ครูจะต้องดูแลนักเรียนให้ทั่วถึง เพื่อให้คำแนะนำหรือตอบคำถามเมื่อนักเรียนเกิดข้อสงสัย ดังนั้นครูควรมีผู้ช่วยในการสอน เพื่อการดูแลนักเรียนได้อย่างรวดเร็ว ซึ่งผู้ช่วยในการสอนต้องมีความรู้ในเนื้อหาและมีความสามารถในการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad

6. การวัดผลและการประเมินผลการเรียนรู้ ครูควรใช้การประเมินผลตามสภาพจริง เพื่อเป็นการส่งเสริมพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนให้เกิดความเข้าใจได้ดียิ่งขึ้น และครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีโอกาสประเมินผลการเรียนด้วยตนเอง ซึ่งจะทำให้นักเรียนสามารถตรวจสอบความก้าวหน้าทางการเรียนรู้ของตนเองได้ เพื่อสร้างแรงกระตุ้นให้นักเรียนสนใจในการเรียนรู้มากขึ้น

ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรมีการวิจัยเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านต่างๆ ได้แก่ การแก้ปัญหา การสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์
2. ควรมีการวิจัยเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ในเนื้อหาต่างๆ เช่น เส้นขนาน ความเท่ากัน ทุกประการ เป็นต้น
3. ควรมีการวิจัยเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ในเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องอื่นๆ โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เพื่อส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านต่างๆ ได้แก่ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

เอกสารและสิ่งอ้างอิง

กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ. 2539. การประเมินผลจากสภาพจริง. กรุงเทพมหานคร:
โรงพิมพ์คุรุสภา.

_____. 2545. “เอกสารประกอบหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544.”
คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์องค์การ
รับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์ (ร.ส.พ.).

กระทรวงศึกษาธิการ. 2551. **ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้
คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551.**
กรุงเทพมหานคร: สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ.

กิดานันท์ มลิทอง. 2536. **เทคโนโลยีการศึกษาร่วมสมัย.** พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพมหานคร:
เอ็ดดิสัน เพรส โปรดักส์ จำกัด.

_____. 2540. **เทคโนโลยีการศึกษาและวัฒนธรรม.** กรุงเทพมหานคร: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

_____. 2548. **ไอซีทีเพื่อการศึกษา.** กรุงเทพมหานคร: ห้างหุ้นส่วนจำกัดอรุณการพิมพ์.

กิตติ พัฒนตระกูลสุข. 2544. “การอธิบายความเป็นนามธรรมของคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา
ด้วยเรขาคณิต.” **วารสารศึกษาปริทัศน์.** 2 (กันยายน – ธันวาคม 2544): 55 – 58.

โกมล ไพศาล. 2540. **การพัฒนาชุดการสอนรายบุคคลด้านเรขาคณิตสำหรับครูคณิตศาสตร์ระดับ
มัธยมศึกษาตอนต้น.** ปรินูญานิพนธ์การศึกษาดุสิตบัณฑิต สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา,
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

จ้านง พรายเข้มแข. 2535. **เทคนิคการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้กับการสอนซ่อมเสริม.**
กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ไทยวัฒนาพานิช.

ชนิศวรา ฉัตรแก้ว. 2549. การพัฒนาหน่วยการเรียนรู้เรขาคณิตและลำดับขั้นการคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบเวนฮีลี โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเรขาคณิตแบบพลวัต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตร์ดุสิตบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

ชัยรัตน์ สุกานาจ. 2547. ผลของการจัดกิจกรรมโครงการคณิตศาสตร์ ที่มีต่อทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการทำโครงการคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต สาขาการมัธยมศึกษา, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ไชยยศ เรืองสุวรรณ. 2533. เทคโนโลยีทางการศึกษา: ทฤษฎีและการวิจัย. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์โอเดียนสโตร์.

ทองขาว แสงสุริจันทร์. 2550. การศึกษาระดับการคิดเชิงเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นของประเทศลาวโดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตร์มหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา, มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

ทิสนา แคมมณี, ศิรินคร วิริยะสินันท์, และ นวลจิตต์ เซาว์กัรติพงษ์. 2544. วิทยาการด้านการคิด. กรุงเทพมหานคร: เดอะ มาสเตอร์ กรุ๊ป แมเนจเม้นท์.

นงลักษณ์ แก้วมาลา. 2547. ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง การแก้ปัญหาโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต สาขาการมัธยมศึกษา, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

นงเนตร ธรรมบวร. 2544. การพัฒนากระบวนการคิดในเด็กประถมวัย. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

นริศรา ญาณะ. 2548. การพัฒนาบทเรียนเรขาคณิตที่ส่งเสริมทักษะการคิดขั้นสูงโดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตร์มหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา, มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

- เบญจา แสงมะลิ และ ประดิษฐ์ อุปรมย์. 2533. **สื่อการสอนกับเด็กปฐมวัยศึกษา**. น.8.
เอกสารการสอนชุดวิชาสื่อการสอนระดับปฐมวัยศึกษา หน่วยที่ 1-7. พิมพ์ครั้งที่ 3
กรุงเทพมหานคร: สาขาวิชาศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- ประคอง วรรณสุด. 2538. **สถิติเพื่อการวิจัยทางพฤติกรรมศาสตร์**. พิมพ์ครั้งที่ 2.
กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
- ประมาณ ะกะมิ. 2535. “สื่อการสอน.” **สารานุกรมศึกษาศาสตร์ ฉบับเฉลิมพระเกียรติ
พระบรมราชินีนาถในมหามงคลเฉลิมพระชนมพรรษา 5 รอบ**. กรุงเทพมหานคร:
คณะศึกษาศาสตร์. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- พนารัตน์ แซ่มชื่น. 2548. **ชุดกิจกรรมแบบปฏิบัติการเพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาและ
การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง แบบรูปและ
ความสัมพันธ์**. ปรินญาณิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต สาขาการมัธยมศึกษา, มหาวิทยาลัย
ศรีนครินทรวิโรฒ.
- พร้อมพรรณ อุดมสิน. 2544. **การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์**.
พิมพ์ครั้งที่ 3 (ฉบับปรับปรุงแก้ไข). กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์
มหาวิทยาลัย.
- พิชิต ฤทธิรัฐ. 2548. **หลักการวัดและประเมินผลการศึกษา**. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพมหานคร:
เฮ้าส์ ออฟ เคอร์รี่ส์.
- ยุพิน พิพิธกุล. 2530. **การสอนคณิตศาสตร์**. ภาควิชามัธยมศึกษา. คณะครุศาสตร์. จุฬาลงกรณ์
มหาวิทยาลัย.
- _____. 2539. **การเรียนการสอนคณิตศาสตร์**. กรุงเทพมหานคร: บพิธการพิมพ์.
- _____. 2545. **การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในยุคปฏิรูปการศึกษา**. กรุงเทพมหานคร:
บพิธการพิมพ์.

- ยุพิน พิพิธกุล และ อรพรรณ ต้นบรรจง. 2531. **สื่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์**. ภาควิชาการศึกษา. คณะศึกษาศาสตร์. มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- _____. 2536. **เทคโนโลยีในการผลิตสื่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์**. พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพมหานคร: บพิธการพิมพ์.
- วรรณวิภา สุทธิเกียรติ. 2542. **การพัฒนาบทเรียนเรขาคณิตที่ใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้**. วิทยานิพนธ์การศึกษาคณะศึกษาศาสตร์ สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- วลีพร เดชเดชา. 2547. **การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมภาพลักษณ์โมทัศน์ทางเรขาคณิต**. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- วิเชียร เกตุสิงห์. 2543. **คู่มือการวิจัยเชิงปฏิบัติ**. พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์เจริญผล.
- วิมล อยู่พิพัฒน์. 2551. **บทเรียนปฏิบัติการโดยการใช้โปรแกรม GSP (Geometers' Sketchpad) ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง การวัด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**. สารนิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- วาสนา ชาวหา. 2533. **สื่อการเรียนการสอน**. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ไอเอสพรีนติ้งเฮาส์.
- ศรีศักดิ์ จามรมาน. 2535. “การพัฒนาและการใช้คอมพิวเตอร์เพื่อการเรียนการสอน.” วารสารรามคำแหง. 15(3): 10.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2544. **คู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์**. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- _____. 2545. **คู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์**. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

- _____. 2546. คู่มือวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: ศสวท.
- _____. 2547. การให้เหตุผลในวิชาคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา ตามหลักสูตรการศึกษา
ขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. กรุงเทพมหานคร: ศสวท.
- _____. 2548. คู่มือแนะนำการใช้งาน The Geometer's Sketchpad ซอฟต์แวร์สำรวจเชิง
คณิตศาสตร์ เรขาคณิตพลวัต เวอร์ชัน 4.06. กรุงเทพมหานคร: ศสวท.
- สมชาย แสงจิตต์พันธ์. 2550. “เทคโนโลยีการเรียนรู้ที่ชี้ให้นักเรียนเป็นศูนย์กลาง.” วารสาร
เทคโนโลยีสื่อสารการศึกษา. 14(1): 139-143
- สมวงษ์ แปลงประสพโชค. 2548. ความสำคัญของการเรียนรู้เรขาคณิต (Online).
http://www.ripen-math.com/doc/bb_008.doc, 14 มีนาคม 2552
- สิริพร ทิพย์คง. 2536. เอกสารประกอบการสอนวิชา 158522 ทฤษฎีและวิธีสอนวิชาคณิตศาสตร์.
ภาควิชาการศึกษา. คณะศึกษาศาสตร์. มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- _____. 2545. หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์บริษัทพัฒนา
คุณภาพวิชาการ(พว.) จำกัด.
- สุจิรา มุสิกะเจริญ. 2542. การเปรียบเทียบความสามารถด้านมิติสัมพันธ์และผลสัมฤทธิ์ทางการ
เรียนคณิตศาสตร์เรื่องเส้นขนานและความคล้ายของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่าง
กลุ่มที่เรียนโดยใช้และไม่ใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ทางเรขาคณิต. วิทยานิพนธ์ครุศาสตร
มหาบัณฑิต สาขาการศึกษาคณิตศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สุโชติ ดาวสุโข และ สาทโรจน์ แผงยัง. 2535. คู่มือสื่อการสอน. กรุงเทพมหานคร: คณะ
ศึกษาศาสตร์. มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

สุทธินันท์ บุญพัฒนาภรณ์. 2548. กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต สาขาคณิตศาสตร์, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

_____. 2534. “สื่อการสอน 1.” เอกสารการสอนชุดวิชาระบบการเรียนการสอน. หน่วย 6 – 10. (พิมพ์ครั้งที่ 4). กรุงเทพมหานคร: ฝ่ายการพิมพ์. มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

สุนันทา ประไพตระกูล. 2534. การวิเคราะห์ความสัมพันธ์เชิงสาเหตุระหว่างตัวแปรคัดสรรกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขามัธยมศึกษา, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อชิพร ศรียมก. 2534. “การประเมินผลสื่อประสม.” เอกสารการสอนชุดวิชาสื่อการสอนระดับมัธยมศึกษา. เล่มที่ 3. หน่วย 11 – 15. กรุงเทพมหานคร: ฝ่ายการพิมพ์. มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

อลิสรา ชมชื่น. 2550. การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยการบูรณาการทฤษฎีการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ การสื่อสาร และการให้เหตุผล เพื่อเสริมสร้างสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรดุษฎีบัณฑิต สาขาหลักสูตรและการสอน, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคะนอง. 2546. เอกสารประกอบการเรียนการสอนรายวิชา การพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์. คณะครุศาสตร์. จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อาภรณ์ ใจเที่ยง. 2550. หลักการสอน. พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพมหานคร: โอเดียนสโตร์.

อิทธิเทพ นวาระสุจิตร์. 2548. ชุดการเรียนรู้การสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการให้เหตุผล ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต สาขาการมัธยมศึกษา, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

- Baharvand, M. 2001. "A comparison of the effectiveness of computer-assisted instruction versus traditional approach to teach geometry." **Dissertation Abstracts International** (Online). <http://www.lib.umi.com/dissertations/fullcit/1406729>, June 20, 2009.
- Baroody, A. J. 1993. **Problem Solving, Reasoning and Communication, K-8: Helping Children Think Mathematically**. New York: Macmillan.
- Cattin, D. S. 1997. "A Study of Self-Directed Learning in an Alternative Education Program for Adolescents." **Dissertation Abstracts International**. 57(8). 3374-A. Michigan: Bell Howell.
- DeGuire, L. J. 1987. "Geometry: An Avenue for Teaching Problem Solving in Grades K-9." **Learning and Teaching Geometry, K-12**. Yearbook: 59 – 68. Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.
- De Kieffer, R.E. and Cochran, L.W. 1966. **Manual of Audio – Visual Techniques**. New Jersey: Prentice – Hall.
- Finzer, W. F. and Bennett, D. S. 1995. "Technology Tips: From Drawing to Construction with The Geometer's Sketchpad." **The Mathematics Teacher**. 88(5): 428 – 431.
- Giamati, C. 1995. "Conjectures in Geometry and The Geometer's Sketchpad." **The Mathematics Teacher**. 88(6): 456 – 458.
- Good, C. V. 1973. **Dictionary of Education**. (3d ed). New York: McGraw – Hill Book Co.
- Hodanbosi, C.L. 2001. "A comparison of the effect of using a dynamic geometry software program and construction tools on learner achievement." **Dissertation Abstracts International** (Online). <http://lib.umi.com/dissertations/fullcit/3042388>, June 19, 2009.

- Interactive Geometry Software. 2007. **Interactive Geometry Software** (Online).
http://en.wikipedia.org/wiki/interactive_geometry_software, April 28, 2009.
- Krulik, S. and Rudnick, J. 1993. **Reasoning and Problem Solving: A Handbook for Elementary School Teachers**. Massachusetts: Allyn and Bacon Inc.
- Lannin, J. K. 2001. "Developing Middle School Students' Understanding of Recursive and Explicit Reasoning." **Dissertation Abstracts International**. 60(02): 500 - A.
- Mansi, K. E. 2004. "Reasoning and Geometric Proof in Mathematics Education: A Review of the Literature." **Dissertation Abstracts International** (Online).
<http://proquest.umi.com>, February 10, 2009.
- Milauskas, G. A. 1987. "Creative Geometry Problems Can Lead to Creative Problem Solvers." **Learning and Teaching Geometry, K-12**. Yearbook: 69 – 84. Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.
- National Council of Teachers of Mathematics. 1989. **Curriculum and Evaluation Standard for School Mathematics**. United States of America: National Council of Teachers of Mathematics Inc.
- _____. 2000. **Principle and Standard for School Mathematics**. United States of America: National Council of Teachers of Mathematics Inc.
- Post, T. R. 1988. **Teaching Mathematics in Grade K – 8**. Boston: Allyn and Bacon Inc.
- Scher, D. P. 1996. "Technology Tips: Theorems in Motion: Using Dynamic Geometry to Gain Fresh Insights." **The Mathematics Teacher**. 89(4): 330 - 332.

- Shilgalis, T. W. 1998. "Finding Burried Treasures: An Application of the Geometer's Sketchpad." **The Mathematics Teacher**. 91; February.
- Stone, M. E. 1994. "Teaching Relationships between Area and Perimeter with The Geometer's Sketchpad." **The Mathematics Teacher**. 87(8): 590 – 594.
- Thomas, D. V. 1992. **Teenagers, Teacher, and Mathematics**. Boston: Allyn and Bacon Inc.
- Tougaw, P.W. 1994. "A Study of the Effect of Using an Open-Approach to Teaching Mathematics Upon the Mathematics Problem Solving Behaviors of Secondary School Students." **Dissertation Abstracts International**. 54(8). 2934-2935-A. Michigan: Bell Howell.
- Usiskin, Z. 2001. **Trends in Mathematics Education**. Document for Conference Titled "Trends in Mathematics Education." (December 13, 2001): 14 – 20.
- Zbiek, R. M. 1996. "The Pentagon Problem: Geometric Reasoning with Technology." **The Mathematics Teacher**. 89(2): 86 – 90.



ภาคผนวก



ภาคผนวก ก
แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7

เรื่อง วงกลมผ่านจุดที่กำหนดและจุดศูนย์กลางวงล้อม

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

หน่วยการเรียนรู้ : วงกลม (คอร์ด)

เวลา 50 นาที

สาระสำคัญ

สมบัติเกี่ยวกับการสร้างวงกลมให้ผ่านจุดที่กำหนดให้

1. มีวงกลมจำนวนนับไม่ถ้วนที่ผ่านจุดจุดหนึ่งที่กำหนดให้
2. มีวงกลมจำนวนนับไม่ถ้วนที่ผ่านจุดสองจุดที่กำหนดให้ โดยวงกลมเหล่านั้นมีจุดศูนย์กลางอยู่บนเส้นตรงเดียวกัน ซึ่งเป็นเส้นตรงที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่งส่วนของเส้นตรงที่มีจุดสองจุดนั้นเป็นจุดปลาย
3. มีวงกลมเพียงวงเดียวเท่านั้นที่ผ่านจุดสามจุดซึ่งไม่อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน และสามารถหาจุดศูนย์กลางของวงกลมนั้นได้จากทฤษฎีบทที่กล่าวว่า “เส้นตรงที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่งคอร์ดของวงกลม จะผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมนั้น”

การหาจุดศูนย์กลางวงล้อม โดยใช้สมบัติเกี่ยวกับการสร้างวงกลมให้ผ่านจุดสองจุดที่กำหนดให้ ซึ่งวงกลมเหล่านั้นจะมีจุดศูนย์กลางอยู่บนเส้นตรงที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่งส่วนของเส้นตรงที่มีจุดสองจุดนั้นเป็นจุดปลาย

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ : นักเรียนสามารถ

1. บอกได้ว่ามีวงกลมจำนวนนับไม่ถ้วนที่ผ่านจุดจุดหนึ่งที่กำหนดให้
2. บอกได้ว่ามีวงกลมจำนวนนับไม่ถ้วนที่ผ่านจุดสองจุดที่กำหนดให้ โดยวงกลมเหล่านั้นมีจุดศูนย์กลางอยู่บนเส้นตรงที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่งส่วนของเส้นตรงที่มีจุดสองจุดนั้นเป็นจุดปลาย
3. บอกได้ว่ามีวงกลมเพียงวงเดียวเท่านั้นที่ผ่านจุดสามจุดซึ่งไม่อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน
4. หาจุดศูนย์กลางวงล้อมได้

ด้านทักษะและกระบวนการ : นักเรียนมีความสามารถในการ

1. ให้เหตุผล
2. สื่อสาร สื่อความหมายและการนำเสนอ

3. พิสูจน์ข้อความคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล
4. ใช้เทคโนโลยีเพื่อการเรียนรู้ได้อย่างเหมาะสม

ด้านคุณลักษณะ : นักเรียน

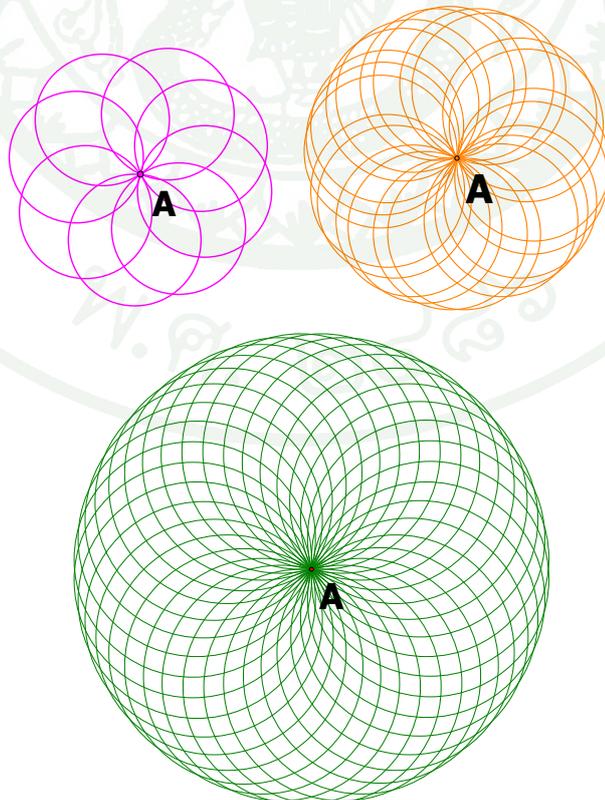
1. มีความช่างสังเกต
2. สามารถแสดงความคิดเห็นอย่างมีเหตุผล
3. มีความละเอียดรอบคอบ
4. สนใจและกระตือรือร้นในการเรียนและการทำงาน
5. มีความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย

สาระการเรียนรู้

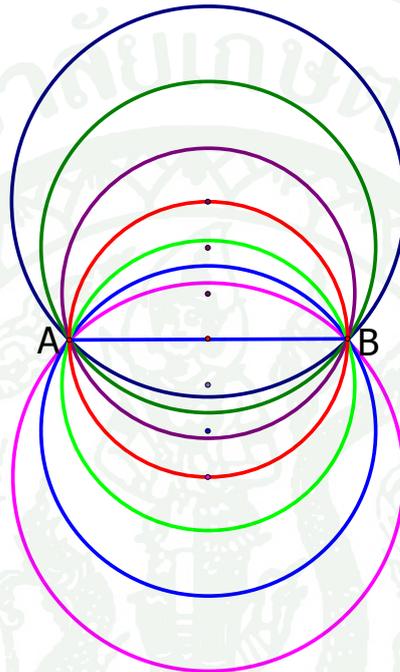
สมบัติเกี่ยวกับการสร้างวงกลมให้ผ่านจุดที่กำหนดให้

1. มีวงกลมจำนวนนับไม่ถ้วนที่ผ่านจุดจุดหนึ่งที่กำหนดให้

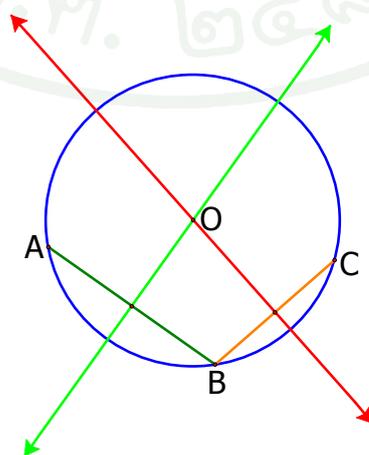
จุด A เป็นจุดจุดหนึ่งที่กำหนดให้ สามารถสร้างวงกลมผ่านจุด A ได้โดยมีจำนวนวงกลมนับไม่ถ้วน เมื่อจุดศูนย์กลางของวงกลมเหล่านั้นเป็นจุดต่างๆ ที่อยู่บนระนาบและสามารถสร้างวงกลมให้สัมผัสกับจุด A ในรูปแบบอื่นได้อีก คือสร้างวงกลมให้มีรัศมีที่มีขนาดเล็กลงหรือใหญ่ขึ้นจากรูปภาพที่ปรากฏ



2. มีวงกลมจำนวนนับไม่ถ้วนที่ผ่านจุดสองจุดที่กำหนดให้ โดยวงกลมเหล่านั้นมีจุดศูนย์กลางอยู่บนเส้นตรงที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่งส่วนของเส้นตรงที่มีจุดสองจุดนั้นเป็นจุดปลาย จุด A และจุด B เป็นจุดสองจุดที่กำหนดให้ สามารถสร้างวงกลมผ่านจุด A และจุด B ได้ โดยมีวงกลมจำนวนนับไม่ถ้วน และจุดศูนย์กลางของวงกลมเหล่านั้นจะเรียงอยู่บนเส้นตรงเดียวกัน ซึ่งเป็นเส้นตรงที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่ง \overline{AB}



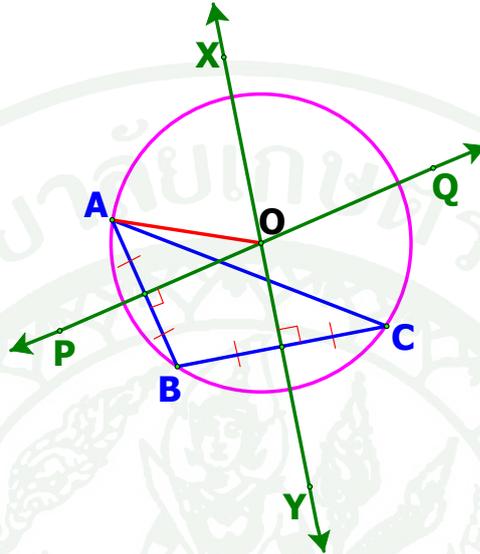
3. มีวงกลมเพียงวงเดียวเท่านั้นที่ผ่านจุดสามจุดซึ่งไม่อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน จุด A จุด B และจุด C เป็นจุดสามจุดที่ไม่อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน สามารถสร้างวงกลมผ่านจุด A จุด B และจุด C ได้เพียงวงเดียว และสามารถหาจุดศูนย์กลางของวงกลมได้จากทฤษฎีบทที่กล่าวว่า “เส้นตรงที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่งคอร์ดของวงกลม จะผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมนั้น”



การหาจุดศูนย์กลางวงล้อม (การสร้างวงกลมล้อมรูปสามเหลี่ยมใดๆ)

กำหนดให้ $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมใด ๆ

ต้องการสร้าง วงกลมล้อม $\triangle ABC$



สร้าง

1. สร้าง \overrightarrow{PQ} ตั้งฉากและแบ่งครึ่ง \overline{AB}
2. สร้าง \overrightarrow{XY} ตั้งฉากและแบ่งครึ่ง \overline{BC}
3. ให้ \overrightarrow{XY} และ \overrightarrow{PQ} ตัดกันที่จุด O ลาก \overline{AO}
4. ใช้จุด O เป็นจุดศูนย์กลางรัศมี AO เขียนวงกลม จะได้วงกลมที่มีจุด A, จุด B และจุด C อยู่บนวงกลม

นั่นคือ จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมล้อม $\triangle ABC$

พิสูจน์

เนื่องจาก \overrightarrow{PQ} ตั้งฉากและแบ่งครึ่ง \overline{AB} ที่จุด D (จากการสร้าง)
 ดังนั้น จุดศูนย์กลางของวงกลมที่ผ่านจุด A และจุด B อยู่บน \overrightarrow{PQ}
 (จุดศูนย์กลางของวงกลมที่ผ่านจุดสองจุดที่กำหนดให้ จะอยู่บนเส้นตรงที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่งส่วนของเส้นตรงที่มีจุดสองจุดนั้นเป็นจุดปลาย)

ในทำนองเดียวกันจะได้ว่า จุดศูนย์กลางของวงกลมที่ผ่านจุด B และจุด C จะอยู่บน \overrightarrow{XY}
 เนื่องจาก \overrightarrow{PQ} ตัดกับ \overrightarrow{XY} ที่จุด O (จากการสร้าง)

ดังนั้น จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมที่ผ่านจุด A, B และ C

นั่นคือ วงกลม O ล้อม $\triangle ABC$

สื่อการเรียนรู้

1. โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ชื่อไฟล์ *คอร์ค.gsp* หน้า *กิจกรรมที่ 3.9 – กิจกรรมที่ 3.11*
2. โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ชื่อไฟล์ *คอร์ค.gsp* หน้า *การหาจุดศูนย์กลางวงล้อม*
4. ใบกิจกรรมที่ 3.9 – ใบกิจกรรมที่ 3.11
5. เอกสารฝึกหัดที่ 4

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูทบทวนทฤษฎีบทที่กล่าวว่า “ถ้าส่วนของเส้นตรงผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม และตั้งฉากกับคอร์ดที่ไม่ใช่เส้นผ่านศูนย์กลาง แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะแบ่งครึ่งคอร์ด” “ถ้าส่วนของเส้นตรงผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม และแบ่งครึ่งคอร์ดที่ไม่ใช่เส้นผ่านศูนย์กลาง แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะตั้งฉากกับคอร์ด” และ “เส้นตรงที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่งคอร์ดของวงกลม จะผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมนั้น” ที่นักเรียนได้เรียนรู้จากคาบที่แล้วโดยใช้การถามตอบ
2. ครูให้นักเรียนทำกิจกรรมเพื่อสำรวจสมบัติเกี่ยวกับการสร้างวงกลมผ่านจุดจุดหนึ่ง ที่กำหนดให้ โดยใช้การถามตอบและใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ชื่อไฟล์ *คอร์ค.gsp* หน้า *กิจกรรมที่ 3.9* และให้นักเรียนตอบคำถามพร้อมทั้งแสดงเหตุผลลงในใบกิจกรรมที่ 3.9
3. ครูให้นักเรียนทำกิจกรรมเพื่อสำรวจสมบัติเกี่ยวกับการสร้างวงกลมผ่านจุดสองจุด ที่กำหนดให้ โดยใช้การถามตอบและใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ชื่อไฟล์ *คอร์ค.gsp* หน้า *กิจกรรมที่ 3.10* และให้นักเรียนตอบคำถามพร้อมทั้งแสดงเหตุผลลงในใบกิจกรรมที่ 3.10
4. ครูให้นักเรียนทำกิจกรรมเพื่อสำรวจสมบัติเกี่ยวกับการสร้างวงกลมผ่านจุดสามจุด ที่ไม่อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน โดยใช้การถามตอบและใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ชื่อไฟล์ *คอร์ค.gsp* หน้า *กิจกรรมที่ 3.11* และให้นักเรียนตอบคำถามพร้อมทั้งแสดงเหตุผลลงในใบกิจกรรมที่ 3.11
5. ครูอธิบายเกี่ยวกับการหาจุดศูนย์กลางวงล้อมให้กับนักเรียน โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ชื่อไฟล์ *คอร์ค.gsp* หน้า *การหาจุดศูนย์กลางวงล้อม*
6. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปสมบัติเกี่ยวกับการสร้างวงกลมให้ผ่านจุดที่กำหนดให้ และการหาจุดศูนย์กลางวงล้อม
7. ครูให้นักเรียนทำเอกสารฝึกหัดที่ 4 ใช้เวลา 10 นาที จากนั้นสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยหน้าชั้นเรียน โดยครูและนักเรียนคนอื่นๆ ร่วมกันตรวจสอบความถูกต้องในการให้เหตุผล

การวัดผลและการประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการให้เหตุผลประกอบ การตอบคำถามระหว่างเรียน	1. นักเรียนให้เหตุผลประกอบการตอบ คำถามระหว่างเรียนได้ถูกต้องประมาณ ร้อยละ 80
2. สังเกตจากการทำใบกิจกรรมที่ 3.9 – 3.11	2. นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 3.9 – 3.11 ถูกต้องร้อยละ 80.95
3. ตรวจสอบการทำเอกสารฝึกหัดที่ 4	3. นักเรียนทำเอกสารฝึกหัดที่ 4 ได้ถูกต้อง ร้อยละ 90.48

บันทึกหลังการสอน

กิจกรรมการเรียนรู้ในคาบเรียนนี้ เน้นให้นักเรียนได้สำรวจ สร้างข้อความคาดการณ์ และตรวจสอบข้อความคาดการณ์ โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ช่วยในการสร้าง และสามารถใช้ผลที่ได้จากการใช้โปรแกรมนี้มาอธิบายขั้นตอนในการสร้าง และสามารถให้เหตุผลสนับสนุนแนวคิดของตนเองได้ จากการสังเกต พบว่า นักเรียนมีความสุข และสนุกกับการเรียนรู้ มีการจับกลุ่มแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน และมีความพยายามในการตรวจสอบ สืบเสาะหาคำตอบ นักเรียนส่วนใหญ่หาคำตอบในใบกิจกรรมที่ 3.9 และใบกิจกรรมที่ 3.11 ได้ถูกต้อง แต่ในใบกิจกรรมที่ 3.10 นักเรียนจำนวน 32 คน ให้คำตอบว่า สามารถสร้างวงกลมผ่านจุดสองจุดที่กำหนดให้ได้เพียงวงเดียวเท่านั้น ครูจึงให้นักเรียนที่สามารถทำใบกิจกรรมที่ 3.10 ได้ถูกต้องออกมาเฉลยโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ที่หน้าชั้นเรียนพร้อมทั้งอธิบายเหตุผลประกอบ และจากการตรวจเอกสารฝึกหัดที่ 4 นักเรียนจำนวน 38 คนสามารถหาคำตอบพร้อมบอกเหตุผลได้ถูกต้อง และนักเรียนแสดงความคิดเห็นว่า นักเรียนชอบการแก้ปัญหาโดยใช้โจทย์จากสถานที่จริง ทำให้นักเรียนตระหนักถึงประโยชน์ของการนำเรื่อง วงกลม ไปใช้ใน ชีวิตประจำวัน

ใบกิจกรรมที่ 3.9 เรื่อง การสร้างวงกลมผ่านจุดหนึ่งที่กำหนดให้

ชื่อ เลขที่

เปิดไฟล์ *คอร์ค.gsp* หน้า กิจกรรมที่ 3.9

ให้นักเรียนสำรวจและตอบคำถามต่อไปนี้ พร้อมทั้งวาดรูปประกอบ

กิจกรรมที่ 3.9 : วงกลมผ่านจุดหนึ่งที่กำหนดให้

**นักเรียนคิดว่าสามารถสร้างวงกลมผ่านจุด A กึ่ง
และจุดศูนย์กลางของวงกลมเหล่านั้น อยู่ที่ใด**

A

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ใบกิจกรรมที่ 3.10 เรื่อง การสร้างวงกลมผ่านจุดสองจุดที่กำหนดให้

ชื่อ เลขที่

เปิดไฟล์ คอร์ด.gsp หน้า กิจกรรมที่ 3.10

ให้นักเรียนสำรวจและตอบคำถามต่อไปนี้ พร้อมทั้งวาดรูปประกอบ

กิจกรรมที่ 3.10 : วงกลมผ่านจุดสองจุดที่กำหนดให้

นักเรียนคิดว่าสามารถสร้างวงกลมผ่านจุด A และจุด B กึ่งวง และจุดศูนย์กลางของวงกลมเหล่านั้น อยู่ที่ใด

A B

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ใบกิจกรรมที่ 3.11 เรื่อง การสร้างวงกลมผ่านจุดสามจุดที่กำหนดให้

ชื่อ เลขที่

เปิดไฟล์ คอร์ด.gsp หน้า กิจกรรมที่ 3.11

ให้นักเรียนสำรวจและตอบคำถามต่อไปนี้ พร้อมทั้งวาดรูปประกอบ

กิจกรรมที่ 3.11 : วงกลมผ่านจุดสามจุดที่ไม่อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน

นักเรียนคิดว่าสามารถสร้างวงกลมผ่านจุด A, B และ C กี่วง
และจุดศูนย์กลางของวงกลมเหล่านั้น อยู่ที่ใด

A B C

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

คำถามชวนคิด นักเรียนคิดว่าสามารถสร้างวงกลมผ่านจุด A จุด B และจุด C
ซึ่งเป็นจุดสามจุดที่อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน ได้หรือไม่

A B C

เอกสารฝึกหัดที่ 4

ชื่อ เลขที่

นายกเมืองพัทยา มีนโยบายที่จะจัดสรรงบประมาณประจำปี 2553 เพื่อสร้างสถานีรถไฟไฟฟ้า เชื่อมต่อกับโครงการ Airport Link จากสนามบินสุวรรณภูมิมายังเมืองพัทยา โดยสามารถสร้าง สถานีรถไฟไฟฟ้าได้เพียง 1 สถานีเท่านั้น และมีเงื่อนไขว่าจะต้องอยู่ห่างจาก สถานีขนส่งพัทยา ตลาดน้ำสี่ภาคและท่าเรือแหลมบาลีฮาย เป็นระยะทางเท่าๆกัน ให้นักเรียนหาตำแหน่ง ที่จะสร้างสถานีรถไฟไฟฟ้า พร้อมทั้งบอกเหตุผลและวาดรูปประกอบ



A



B



C

ให้ จุด A แทนสถานีขนส่งพัทยา จุด B แทนตลาดน้ำสี่ภาค และจุด C แทนท่าเรือแหลมบาลีฮาย
ขั้นตอนการหาตำแหน่งที่จะสร้างสถานีรถไฟไฟฟ้า (การหาจุดศูนย์กลางวงล้อม)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8

เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลมและคอร์ดที่ยาวเท่ากัน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

หน่วยการเรียนรู้ : วงกลม (คอร์ด)

เวลา 50 นาที

สาระสำคัญ

ถ้ารูปสี่เหลี่ยมใดๆ มีผลบวกของขนาดของมุมตรงข้ามเท่ากับสองมุมฉาก แล้วรูปสี่เหลี่ยมนั้นแนบในวงกลมได้

ในวงกลมวงหนึ่ง ถ้าคอร์ดสองเส้นยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นระยะเท่ากัน

ในวงกลมวงหนึ่ง ถ้าคอร์ดสองเส้นอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นระยะเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ : นักเรียนสามารถ

1. บอกเงื่อนไขของมุมตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมที่แนบในวงกลมได้
2. บอกได้ว่าคอร์ดสองเส้นที่ยาวเท่ากันจะอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นระยะเท่ากัน
3. บอกได้ว่าคอร์ดสองเส้นที่อยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางเท่ากัน จะยาวเท่ากัน

ด้านทักษะและกระบวนการ : นักเรียนมีความสามารถในการ

1. ใ้เหตุผล
2. สื่อสาร สื่อความหมายและการนำเสนอ
3. พิสูจน์ข้อความคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล
4. ใช้เทคโนโลยีเพื่อการเรียนรู้ได้อย่างเหมาะสม

ด้านคุณลักษณะ : นักเรียน

1. มีความช่างสังเกต
2. สามารถแสดงความคิดเห็นอย่างมีเหตุผล
3. มีความละเอียดรอบคอบ

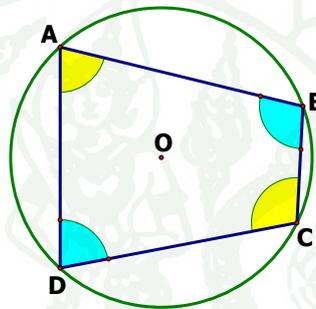
4. สนใจและกระตือรือร้นในการเรียนและการทำงาน
5. มีความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย

สาระการเรียนรู้

รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม

ความสัมพันธ์ระหว่างมุมตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลมเป็นไปตามทฤษฎีบทที่จะกล่าวถึงต่อไปนี้ โดยไม่แสดงการพิสูจน์

ทฤษฎีบท ถ้ารูปสี่เหลี่ยมใดๆ มีผลบวกของขนาดของมุมตรงข้ามเท่ากับสองมุมฉาก แล้วรูปสี่เหลี่ยมนั้นแนบในวงกลมได้

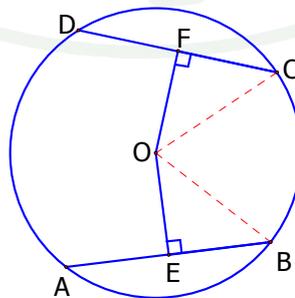


จากรูป $\square ABCD$ มี $\hat{A}BC + \hat{A}DC = 180^\circ$ และ $\hat{D}AB + \hat{B}CD = 180^\circ$
 ดังนั้น $\square ABCD$ แนบในวงกลมได้

ทฤษฎีบทดังกล่าวเป็นบทกลับของทฤษฎีบทที่กล่าวไว้ว่า ผลบวกของขนาดของมุมตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมที่แนบในวงกลมเท่ากับ 180 องศา

คอร์ดที่ยาวเท่ากัน

ทฤษฎีบท ในวงกลมวงหนึ่ง ถ้าคอร์ดสองเส้นยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นระยะเท่ากัน



กำหนดให้ จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม \overline{AB} และ \overline{CD} เป็นคอร์ดที่ยาวเท่ากัน
 $\overline{OE} \perp \overline{AB}$ ที่จุด E และ $\overline{OF} \perp \overline{CD}$ ที่จุด F ลาก \overline{OB} และ \overline{OC}

ต้องการพิสูจน์ว่า $OE = OF$

พิสูจน์

เนื่องจาก $AE = BE$ และ $DF = CF$ (ถ้าส่วนของเส้นตรงตั้งฉากกับคอร์ด แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะแบ่งครึ่งคอร์ด)

จะได้ว่า $BE = \frac{AB}{2}$ และ $CF = \frac{CD}{2}$ (สมบัติของการเท่ากัน)

เนื่องจาก $AB = CD$ (กำหนดให้)

ดังนั้น $BE = CF$ (สมบัติของการเท่ากัน)

และ $OB = OC$ (รัศมีของวงกลมวงเดียวกัน)

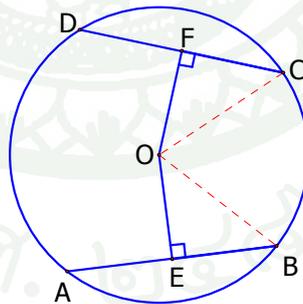
และ $\hat{BEO} = \hat{CFO} = 90^\circ$ ($\overline{OE} \perp \overline{AB}$ และ $\overline{OF} \perp \overline{CD}$)

จะได้ว่า $\triangle OEB \cong \triangle OFC$ (รูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปมีความสัมพันธ์แบบ ด้าน - มุม - ด้าน)

ดังนั้น $OE = OF$ (ด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ จะมีขนาดเท่ากัน)

นั่นคือ คอร์ด AB และคอร์ด CD อยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางเท่ากัน

ทฤษฎีบท ในวงกลมวงหนึ่ง ถ้าคอร์ดสองเส้นอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นระยะเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน



กำหนดให้ จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม

\overline{AB} และ \overline{CD} เป็นคอร์ด

$\overline{OE} \perp \overline{AB}$ ที่จุด E และ $\overline{OF} \perp \overline{CD}$ ที่จุด F

และให้ $OE = OF$ ลาก \overline{OB} และ \overline{OC}

ต้องการพิสูจน์ว่า $AB = CD$

พิสูจน์

เนื่องจาก $\hat{BEO} = \hat{CFO} = 90^\circ$	$(\overline{OE} \perp \overline{AB} \text{ และ } \overline{OF} \perp \overline{CD})$
และ $OB = OC$	(รัศมีของวงกลมวงเดียวกัน)
และ $OE = OF$	(กำหนดให้)
จะได้ว่า $\triangle OBE \cong \triangle OCF$	(รูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปมีความสัมพันธ์แบบ ด้าน - มุม - ด้าน)
ดังนั้น $BE = CF$	(ด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ จะมีขนาดเท่ากัน)
จะได้ว่า $2(BE) = 2(CF)$	(สมบัติของการเท่ากัน)
เนื่องจาก $2(BE) = AB$	$(\overline{OE} \perp \overline{AB}$ ดังนั้น \overline{OE} แบ่ง \overline{AB} เป็นสองส่วนที่เท่ากัน)
และ $2(CF) = CD$	$(\overline{OF} \perp \overline{CD}$ ดังนั้น \overline{OF} แบ่ง \overline{CD} เป็นสองส่วนที่เท่ากัน)
ดังนั้น $AB = CD$	(สมบัติของการเท่ากัน)

สื่อการเรียนรู้

1. โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ชื่อไฟล์ *คอร์ค.gsp* หน้า กิจกรรมที่ 3.12 – กิจกรรมที่ 3.14
2. ใบกิจกรรมที่ 3.12 – ใบกิจกรรมที่ 3.14
3. เอกสารฝึกหัดที่ 5

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูทบทวนสมบัติเกี่ยวกับการสร้างวงกลมผ่านจุดที่กำหนดให้ และการหาจุดศูนย์กลางวงล้อมที่นักเรียนได้เรียนรู้จากคาบที่แล้วโดยใช้การถามตอบ
2. ครูให้นักเรียนสำรวจและสร้างข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมที่แนบในวงกลมโดยใช้การถามตอบและใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ชื่อไฟล์ *คอร์ค.gsp* หน้า กิจกรรมที่ 3.12 จากนั้นครูให้นักเรียนบันทึกผลการทำกิจกรรมลงในใบกิจกรรมที่ 3.12
3. ครูให้นักเรียนวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ระหว่างคอร์คที่ยาวเท่ากันของวงกลมและระยะห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลม โดยใช้การถามตอบและใช้โปรแกรม The Geometer's

Sketchpad ชื่อไฟล์ *คอร์ค.gsp* หน้า *กิจกรรมที่ 3.13* และไฟล์ *คอร์ค.gsp* หน้า *กิจกรรมที่ 3.14* จากนั้นครูให้นักเรียนเขียนการพิสูจน์พร้อมทั้งแสดงเหตุผลประกอบลงในใบกิจกรรมที่ 3.13 และใบกิจกรรมที่ 3.14 ตามลำดับ

4. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปทฤษฎีบทที่กล่าวว่า “ถ้ารูปสี่เหลี่ยมใดๆ มีผลบวกของขนาดของมุมตรงข้ามเท่ากับสองมุมฉาก แล้วรูปสี่เหลี่ยมนั้นแนบในวงกลมได้” “ในวงกลมวงหนึ่ง ถ้าคอร์คสองเส้นยาวเท่ากัน แล้วคอร์คทั้งสองนั้นจะอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นระยะเท่ากัน” และ “ในวงกลมวงหนึ่ง ถ้าคอร์คสองเส้นอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นระยะเท่ากัน แล้วคอร์คทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน”

5. ครูให้นักเรียนทำเอกสารฝึกหัดที่ 5 ใช้เวลา 10 นาที จากนั้นสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยหน้าชั้นเรียน โดยครูและนักเรียนคนอื่นๆ ร่วมกันตรวจสอบความถูกต้องในการให้เหตุผล

การวัดผลและการประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการให้เหตุผลประกอบการตอบคำถามระหว่างเรียน	1. นักเรียนให้เหตุผลประกอบการตอบคำถามระหว่างเรียนได้ถูกต้องประมาณร้อยละ 90
2. สังเกตจากการทำใบกิจกรรมที่ 3.12 – 3.14	2. นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 3.12 – 3.14 ถูกต้องร้อยละ 88.10
3. ตรวจสอบการทำเอกสารฝึกหัดที่ 5	3. นักเรียนทำเอกสารฝึกหัดที่ 5 ได้ถูกต้องร้อยละ 90.48

บันทึกหลังการสอน

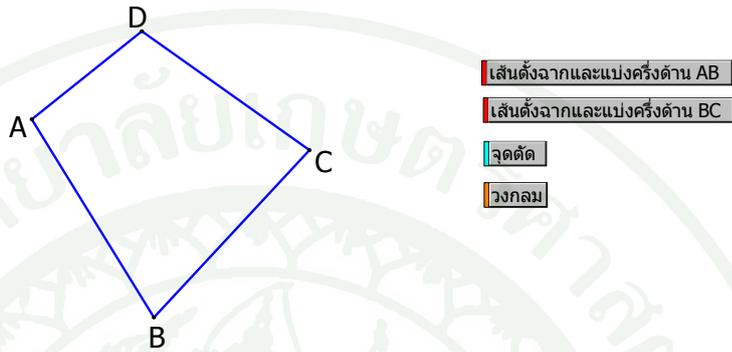
ในคาบนี้ ครูให้นักเรียนสำรวจและสร้างข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมที่แนบในวงกลม รวมทั้งวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ระหว่างคอร์คที่ยาวเท่ากันของวงกลมกับระยะห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลม โดยใช้การถามตอบและใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad จากนั้นครูให้นักเรียนเขียนการพิสูจน์พร้อมทั้งแสดงเหตุผลประกอบลงในใบกิจกรรม พบว่า นักเรียนร้อยละ 88.10 ตอบคำถามได้ถูกต้อง และสามารถสร้างข้อความคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล นักเรียนเขียนแสดงการพิสูจน์ สื่อสารแนวคิดได้ชัดเจน เป็นระบบ ส่งผลให้การทำเอกสารฝึกหัดที่ 5 นักเรียนเขียนแสดงการพิสูจน์และมีการอ้างอิงทฤษฎีบทได้อย่างเหมาะสมเพิ่มขึ้นเป็นร้อยละ 90.48

ใบกิจกรรมที่ 3.12 เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม

ชื่อ เลขที่

เปิดไฟล์ คอร์ด.gsp หน้า กิจกรรมที่ 3.12

กิจกรรมที่ 3.12 : รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม



ให้นักเรียนทำกิจกรรมและตอบคำถามต่อไปนี้

1. จากรูป $\square ABCD$ ให้นักเรียนสำรวจว่ามุมภายในแต่ละมุมของ $\square ABCD$ มีขนาดเท่ากับกึ่งองศา

- $\widehat{DAB} = \dots\dots\dots$
- $\widehat{ABC} = \dots\dots\dots$
- $\widehat{BCD} = \dots\dots\dots$
- $\widehat{CDA} = \dots\dots\dots$

2. นักเรียนคิดว่า “ขนาดของมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามกันของรูปสี่เหลี่ยม ABCD มีความสัมพันธ์กันอย่างไร” จงอธิบาย

.....

3. คลิกปุ่ม **เส้นตั้งฉากและแบ่งครึ่งด้าน AB** และคลิกปุ่ม **เส้นตั้งฉากและแบ่งครึ่งด้าน BC** ตามลำดับ จากนั้น คลิกปุ่ม **จุดตัด** นักเรียนคิดว่า จุดตัดของเส้นตั้งฉากทั้งสอง คือส่วนใดของวงกลม

.....

4. คลิกรูป วงกลม จากนั้นให้นักเรียนวัดระยะทางจากจุด O ไปยังจุด A, จุด B, จุด C และจุด D มีขนาดเท่ากับกี่เซนติเมตร

AO =

BO =

CO =

DO =

และระยะดังกล่าวคือส่วนของวงกลม เพราะเหตุใด

.....

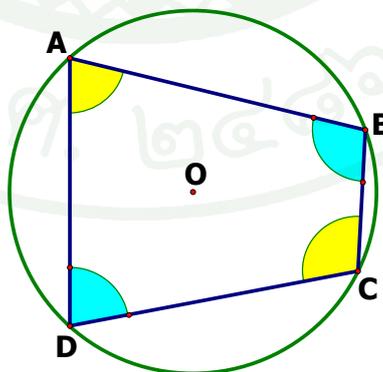
5. นักเรียนสามารถสร้างข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับเงื่อนไขของมุมตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมที่แนบในวงกลมได้อย่างไร

.....

ข้อความคาดการณ์ของนักเรียนข้างต้นสามารถพิสูจน์ได้ว่าเป็นจริง ซึ่งเป็นไปตามทฤษฎีบทที่จะกล่าวถึงต่อไปนี้ โดยไม่แสดงการพิสูจน์

ทฤษฎีบท

ถ้ารูปสี่เหลี่ยมใดๆ มีผลบวกของขนาดของมุมตรงข้ามเท่ากับสองมุมฉาก แล้วรูปสี่เหลี่ยมนั้นแนบในวงกลมได้

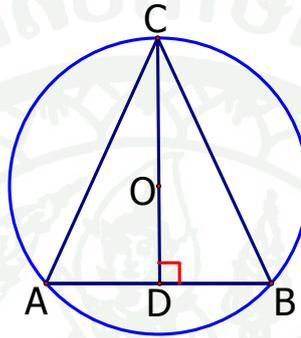


จากรูป $\square ABCD$ มี $\hat{A}BC + \hat{A}DC = 180^\circ$ และ $\hat{D}AB + \hat{B}CD = 180^\circ$
 ดังนั้น $\square ABCD$ แนบในวงกลมได้

เอกสารฝึกหัดที่ 5

ชื่อ เลขที่

กำหนดให้ จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม \overline{OD} ตั้งฉากกับคอร์ด AB
 ต่อ \overline{DO} ไปตัดวงกลมที่จุด C ลาก \overline{AC} และ \overline{BC}
 จงพิสูจน์ว่า \overline{AC} และ \overline{BC} อยู่ห่างจากจุด O เท่ากัน



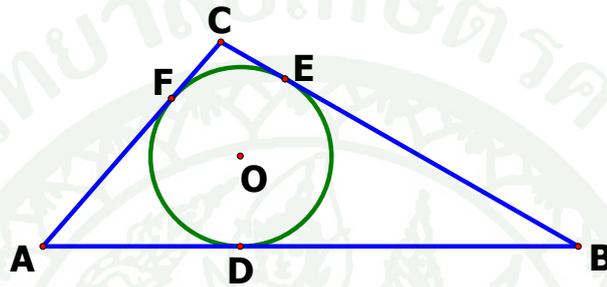
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10

เรื่อง วงกลมแนบในรูปสามเหลี่ยมและเส้นสัมผัสกับคอร์ด

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

หน่วยการเรียนรู้ : วงกลม (เส้นสัมผัสวงกลม)

เวลา 50 นาที

สาระสำคัญ

จากรูป $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมใดๆ จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมที่มี \overline{AB} , \overline{BC} และ \overline{CA} สัมผัสวงกลมที่จุด D , E และ F ตามลำดับ กล่าวว่า **วงกลม O แนบใน $\triangle ABC$**

มุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสของวงกลมที่จุดสัมผัสจะมีขนาดเท่ากับขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้น

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ : นักเรียนสามารถ

1. สร้างวงกลมแนบในรูปสามเหลี่ยมได้
2. บอกความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของมุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสของวงกลมที่จุดสัมผัสกับขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้นได้

ด้านทักษะและกระบวนการ : นักเรียนมีความสามารถในการ

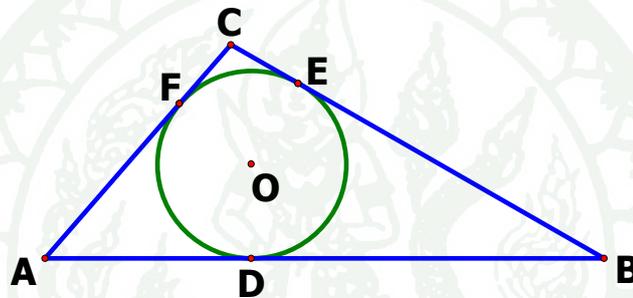
1. ให้เหตุผล
2. แก้ปัญหา
3. สื่อสาร สื่อความหมายและการนำเสนอ
4. ใช้เทคโนโลยีเพื่อการเรียนรู้ได้อย่างเหมาะสม

ด้านคุณลักษณะ : นักเรียน

1. มีความช่างสังเกต
2. สามารถแสดงความคิดเห็นอย่างมีเหตุผล
3. มีความละเอียดรอบคอบ
4. สนใจและกระตือรือร้นในการเรียนและการทำงาน
5. มีความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย

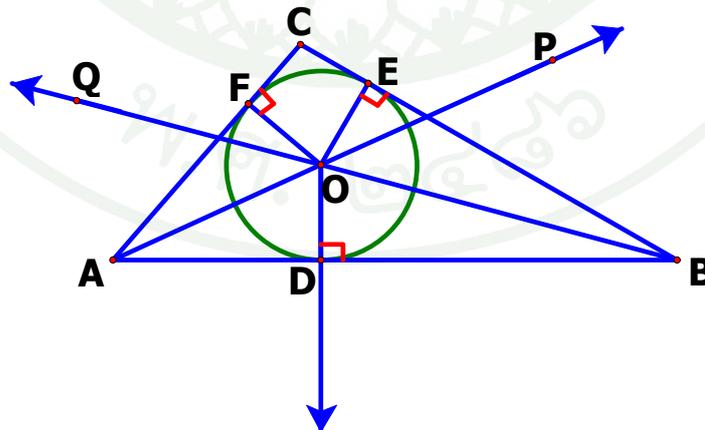
สาระการเรียนรู้

วงกลมแนบในรูปสามเหลี่ยม



จากรูป $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมใดๆ จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมที่มี \overline{AB} , \overline{BC} และ \overline{CA} สัมผัสวงกลมที่จุด D , E และ F ตามลำดับ กล่าวได้ว่า วงกลม O แนบใน $\triangle ABC$

การสร้างวงกลมแนบในรูปสามเหลี่ยม



กำหนดให้ $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมใด ๆ

ต้องการสร้าง วงกลมแนบใน $\triangle ABC$

สร้าง

- 1) สร้าง \overline{AP} แบ่งครึ่ง \widehat{BAC}
- 2) สร้าง \overline{BQ} แบ่งครึ่ง \widehat{ABC}
- 3) ให้ \overline{AP} และ \overline{BQ} ตัดกันที่จุด O
- 4) สร้าง \overline{OD} ตั้งฉากกับ \overline{AB} ที่จุด D
- 5) ใช้จุด O เป็นจุดศูนย์กลางรัศมีเท่ากับ OD เขียนวงกลม จะได้วงกลม O ที่มีรัศมีเท่ากับ OD แนบใน ΔABC

พิสูจน์

ลาก $\overline{OE} \perp \overline{BC}$ บน \overline{BC} ที่จุด E และลาก $\overline{OF} \perp \overline{AC}$ บน \overline{AC} ที่จุด F

พิจารณา ΔADO และ ΔAFO

$$\widehat{DAO} = \widehat{FAO} \quad (\text{จากการสร้าง } \overline{AP} \text{ แบ่งครึ่ง } \widehat{BAC})$$

$$AO = AO \quad (\text{เป็นด้านร่วม})$$

$$\widehat{ADO} = \widehat{AFO} = 90^\circ \quad (\overline{OD} \text{ และ } \overline{OF} \text{ ตั้งฉากกับ } \overline{AB} \text{ และ } \overline{AC} \text{ ตามลำดับ})$$

$$\text{จะได้ } \Delta ADO \cong \Delta AFO \quad (\text{ม.ด.ม.})$$

ดังนั้น $DO = FO$ (ด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ จะมีขนาดเท่ากัน)

ในทำนองเดียวกัน จะพิสูจน์ได้ว่า $DO = EO$

$$\text{จะได้ } DO = FO = EO \quad (\text{สมบัติของการเท่ากัน})$$

ดังนั้น \overline{DO} , \overline{FO} และ \overline{EO} เป็นรัศมีของวงกลม O (รัศมีของวงกลมเดียวกันยาวเท่ากัน)

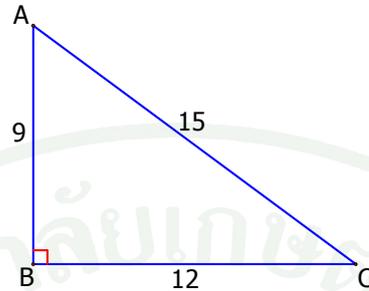
จะได้ \overline{AB} , \overline{BC} และ \overline{CA} สัมผัสวงกลม O ที่จุด D, E และ F ตามลำดับ

(เส้นตรงที่ตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดจุดหนึ่งบนวงกลม จะเป็นเส้นสัมผัสของวงกลมที่จุดนั้น)

นั่นคือ วงกลมที่มีจุด O เป็นจุดศูนย์กลางและรัศมีเท่ากับ OD เป็นวงกลมที่แนบใน

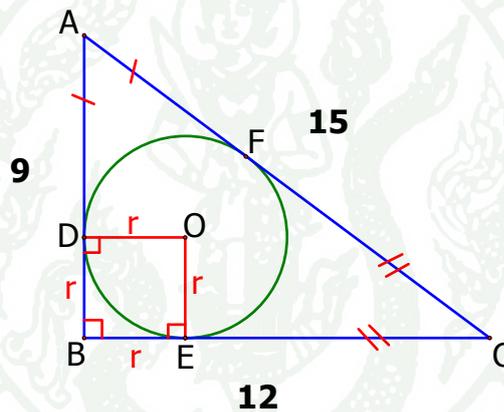
ΔABC

ตัวอย่างที่ 5 จากรูป $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มีด้านยาว 9, 12 และ 15 เซนติเมตร จงสร้างวงกลม O แนบใน $\triangle ABC$ แล้วหาความยาวของรัศมีของวงกลม O



วิธีทำ

สร้างวงกลม O แนบใน $\triangle ABC$ จากนั้นกำหนดจุดที่ด้านของรูปสามเหลี่ยมที่สัมผัสสวงกลม ดังรูป



จากรูป

$$BD = BE = r \quad (\text{รัศมีของวงกลม})$$

$$AF = AD = 9 - r \quad (\text{ส่วนของเส้นตรงที่ลากมาจากจุดๆหนึ่งภายนอกวงกลมมาสัมผัสสวงกลมวงเดียวกันจะยาวเท่ากัน})$$

$$FC = CE = 12 - r \quad (\text{ส่วนของเส้นตรงที่ลากมาจากจุดๆหนึ่งภายนอกวงกลมมาสัมผัสสวงกลมวงเดียวกันจะยาวเท่ากัน})$$

เนื่องจาก $AC = AF + FC$

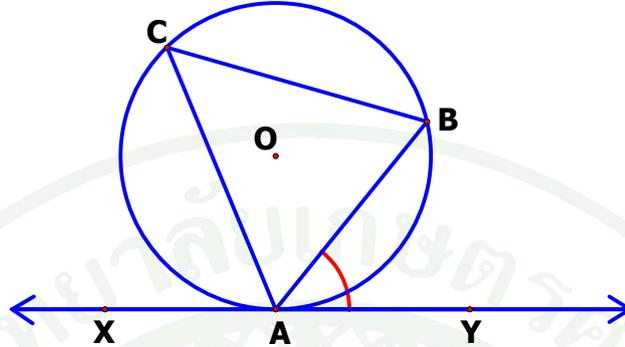
จะได้ $15 = 9 - r + 12 - r = 21 - 2r$

ดังนั้น $2r = 21 - 15 = 6 \quad (\text{สมบัติของการเท่ากัน})$

นั่นคือ $r = \frac{6}{2} = 3$

ความยาวของรัศมีของวงกลม O เท่ากับ 3 เซนติเมตร

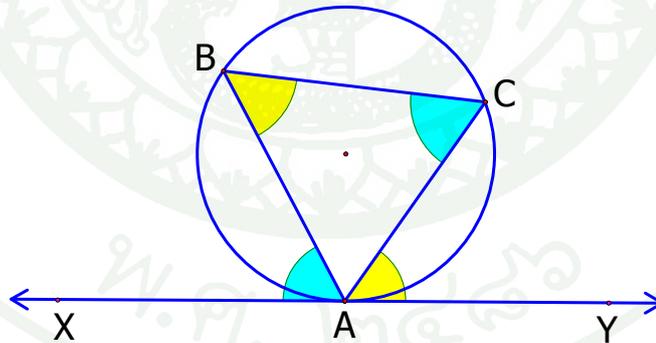
กำหนดให้จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม \overline{XY} สัมผัสวงกลม O ที่จุด A
 \overline{AB} เป็นคอร์ด และ \widehat{ACB} เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลม



จากรูป เรียก \widehat{BAY} ว่า มุมที่เกิดจากคอร์ด และเส้นสัมผัสที่จุดสัมผัส A
 เรียก \widehat{ACB} ว่า มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ด AB

ความสัมพันธ์ระหว่างเส้นสัมผัสกับคอร์ดของวงกลม เป็นไปตามทฤษฎีบทที่จะกล่าวถึงต่อไปนี้ โดยไม่แสดงการพิสูจน์

ทฤษฎีบท มุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสของวงกลมที่จุดสัมผัสจะมีขนาดเท่ากับขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้น



จากรูป เรียก \widehat{BAX} ว่า มุมที่เกิดจากคอร์ด และเส้นสัมผัสที่จุดสัมผัส A
 เรียก \widehat{ACB} ว่า มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ด AB

$$\text{ดังนั้น } \widehat{BAX} = \widehat{ACB}$$

และ เรียก \widehat{CAY} ว่า มุมที่เกิดจากคอร์ด และเส้นสัมผัสที่จุดสัมผัส A

เรียก \widehat{ABC} ว่า มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ด AC

$$\text{ดังนั้น } \widehat{CAY} = \widehat{ABC}$$

สื่อการเรียนรู้

1. โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ชื่อไฟล์ *เส้นสัมผัสวงกลม.gsp*
หน้า กิจกรรมที่ 4.4 - กิจกรรมที่ 4.6
2. ใบกิจกรรมที่ 4.4 – ใบกิจกรรมที่ 4.6
3. แบบฝึกทักษะที่ 7

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูทบทวนทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นสัมผัสวงกลมและรัศมีที่กล่าวว่า “เส้นสัมผัสวงกลมจะตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดสัมผัส” “เส้นตรงที่ตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดจุดหนึ่งบนวงกลม จะเป็นเส้นสัมผัสวงกลมที่จุดนั้น” และ “ส่วนของเส้นตรงที่ลากมาจากจุดๆหนึ่งภายนอกวงกลมมาสัมผัสวงกลมวงเดียวกัน จะยาวเท่ากันและมีได้สองเส้น” ที่นักเรียนได้เรียนรู้จากคาบที่แล้วโดยใช้การถามตอบ
2. ครูให้นักเรียนสร้างวงกลมแนบในรูปสามเหลี่ยม โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ชื่อไฟล์ *เส้นสัมผัสวงกลม.gsp* หน้า *กิจกรรมที่ 4.4* และทำกิจกรรมตามขั้นตอนที่กำหนดไว้ในใบกิจกรรมที่ 4.4
3. ครูยกตัวอย่างที่ 5 โดยใช้การถามตอบและใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ชื่อไฟล์ *เส้นสัมผัสวงกลม.gsp* หน้า *กิจกรรมที่ 4.5* เพื่อให้นักเรียนฝึกทักษะการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลเกี่ยวกับวงกลมแนบในรูปสามเหลี่ยม จากนั้นให้นักเรียนบันทึกผลลงในใบกิจกรรมที่ 4.5
4. ครูให้นักเรียนสำรวจและสร้างข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างเส้นสัมผัสกับคอร์ดของวงกลม โดยใช้การถามตอบและใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ชื่อไฟล์ *เส้นสัมผัสวงกลม.gsp* หน้า *กิจกรรมที่ 4.6* จากนั้นให้นักเรียนบันทึกผลการทำกิจกรรมลงในใบกิจกรรมที่ 4.6
5. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปขั้นตอนการสร้างวงกลมแนบในรูปสามเหลี่ยม และทฤษฎีบทที่กล่าวว่า “มุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสของวงกลมที่จุดสัมผัสจะมีขนาดเท่ากับขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้น”
6. ครูให้นักเรียนทำแบบสอบถามความคิดเห็นเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง “วงกลม” โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ใช้เวลา 10 นาที
7. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 7 เป็นการบ้าน

การวัดผลและการประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการให้เหตุผลประกอบ การตอบคำถามระหว่างเรียน	1. นักเรียนให้เหตุผลประกอบการตอบ คำถามระหว่างเรียนได้ถูกต้องประมาณ ร้อยละ 95
2. สังเกตจากการทำใบกิจกรรมที่ 4.4 – 4.6	2. นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 4.4 – 4.6 ถูกต้องร้อยละ 95.24
3. ตรวจจากการทำแบบฝึกทักษะที่ 7 เป็นการบ้าน	3. นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 7 ได้ถูกต้อง ร้อยละ 97.62

บันทึกหลังการสอน

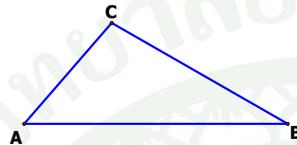
จากการสังเกต พบว่า นักเรียนสามารถสร้างวงกลมแนบในรูปสามเหลี่ยมได้ แต่การทำใบกิจกรรมที่ 4.5 เรื่อง การแก้ปัญหาเกี่ยวกับวงกลมแนบในรูปสามเหลี่ยม ครูต้องให้คำแนะนำเพื่อเป็นแนวทางในการแก้ปัญหา โดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย เนื่องจากเป็นโจทย์ปัญหาใหม่ที่นักเรียนไม่คุ้นเคย และครูได้ตั้ง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับวงกลมแนบในรูปสามเหลี่ยมให้นักเรียนฝึกทักษะอีกข้อหนึ่ง ส่งผลให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาในแบบฝึกทักษะที่ 7 ซึ่งเกี่ยวกับวงกลมแนบในรูปสามเหลี่ยมได้ด้วยตนเอง และจากใบกิจกรรมที่ 4.6 ซึ่งเป็นใบกิจกรรมสุดท้ายของ เรื่อง วงกลม นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลและสามารถสร้างข้อความคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล รวมทั้งเขียนตอบคำถามและอธิบายแนวคิดของตนเองได้เป็นอย่างดี

ใบกิจกรรมที่ 4.4 เรื่อง การสร้างวงกลมแนบในรูปสามเหลี่ยม

ชื่อ เลขที่

เปิดไฟล์ เส้นสัมผัสวงกลม.gsp หน้า กิจกรรมที่ 4.4

กิจกรรมที่ 4.4 : การสร้างวงกลมแนบในรูปสามเหลี่ยม



1. สร้าง \overrightarrow{AP} แบ่งครึ่ง $\angle CAB$
2. สร้าง \overrightarrow{BQ} แบ่งครึ่ง $\angle ABC$
3. ให้ \overrightarrow{AP} และ \overrightarrow{BQ} ตัดกันที่จุด O
4. สร้าง \overline{OD} ตั้งฉากกับ \overline{AB} ที่จุด D
5. ใช้จุด O เป็นจุดศูนย์กลางรัศมีเท่ากับ OD เขียนวงกลม จะได้วงกลม O ที่มีรัศมีเท่ากับ OD แนบใน ΔABC

ให้นักเรียนทำกิจกรรมตามขั้นตอนที่กำหนดให้ ดังนี้

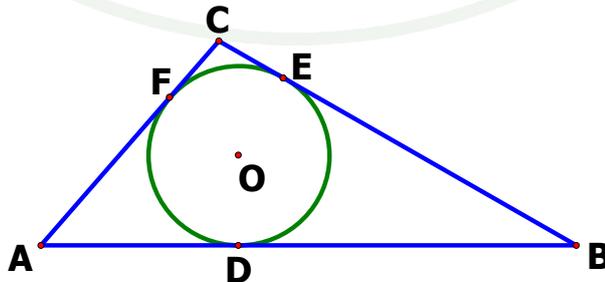
การสร้างวงกลมแนบในรูปสามเหลี่ยม

กำหนดให้ ΔABC เป็นรูปสามเหลี่ยมใด ๆ

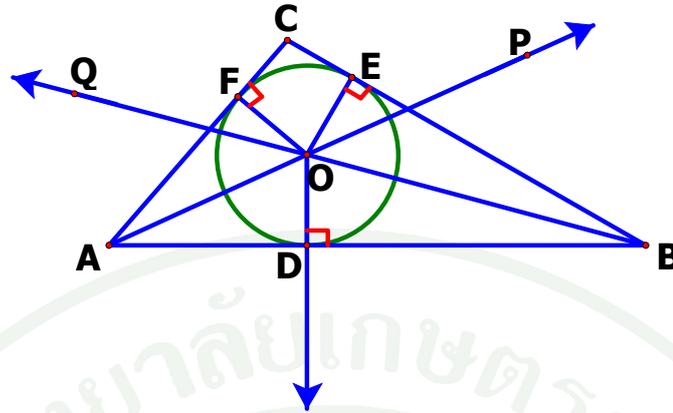
ต้องการสร้าง วงกลมแนบใน ΔABC

สร้าง

- 1) สร้าง \overrightarrow{AP} แบ่งครึ่ง $\angle BAC$
- 2) สร้าง \overrightarrow{BQ} แบ่งครึ่ง $\angle ABC$
- 3) ให้ \overrightarrow{AP} และ \overrightarrow{BQ} ตัดกันที่จุด O
- 4) สร้าง \overline{OD} ตั้งฉากกับ \overline{AB} ที่จุด D
- 5) ใช้จุด O เป็นจุดศูนย์กลางรัศมีเท่ากับ OD เขียนวงกลม จะได้วงกลม O ที่มีรัศมีเท่ากับ OD แนบใน ΔABC



จากรูป ΔABC เป็นรูปสามเหลี่ยมใดๆ จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมที่มี \overline{AB} , \overline{BC} และ \overline{CA} สัมผัสวงกลมที่จุด D, E และ F ตามลำดับ กล่าวได้ว่า **วงกลม O แนบใน ΔABC**



พิสูจน์

ลาก $\overline{OE} \perp \overline{BC}$ บน \overline{BC} ที่จุด E และลาก $\overline{OF} \perp \overline{AC}$ บน \overline{AC} ที่จุด F

พิจารณา $\triangle ADO$ และ $\triangle AFO$

$$\hat{D}AO = \hat{F}AO \quad (\text{จากการสร้าง } \overline{AP} \text{ แบ่งครึ่ง } \widehat{BAC})$$

$$AO = AO \quad (\text{เป็นด้านร่วม})$$

$$\hat{A}DO = \hat{A}FO = 90^\circ \quad (\overline{OD} \text{ และ } \overline{OF} \text{ ตั้งฉากกับ } \overline{AB} \text{ และ } \overline{AC} \text{ ตามลำดับ})$$

จะได้ $\triangle ADO \cong \triangle AFO$ (ม.ด.ม.)

ดังนั้น $DO = FO$ (ด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ จะมีขนาดเท่ากัน)

ในทำนองเดียวกัน จะพิสูจน์ได้ว่า $DO = EO$

จะได้ $DO = FO = EO$ (สมบัติของการเท่ากัน)

ดังนั้น \overline{DO} , \overline{FO} และ \overline{EO} เป็นรัศมีของวงกลม O (รัศมีของวงกลมเดียวกันยาวเท่ากัน)

จะได้ \overline{AB} , \overline{BC} และ \overline{CD} สัมผัสวงกลม O ที่จุด D, E และ F ตามลำดับ

(เส้นตรงที่ตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดจุดหนึ่งบนวงกลม จะเป็นเส้นสัมผัสของวงกลมที่จุดนั้น)

นั่นคือ วงกลมที่มีจุด O เป็นจุดศูนย์กลางและรัศมีเท่ากับ OD เป็นวงกลมที่แนบใน

$\triangle ABC$

ใบกิจกรรมที่ 4.5 เรื่อง ตัวอย่างที่ 5 การแก้ปัญหาเกี่ยวกับวงกลมแนบในรูปสามเหลี่ยม

ชื่อ เลขที่

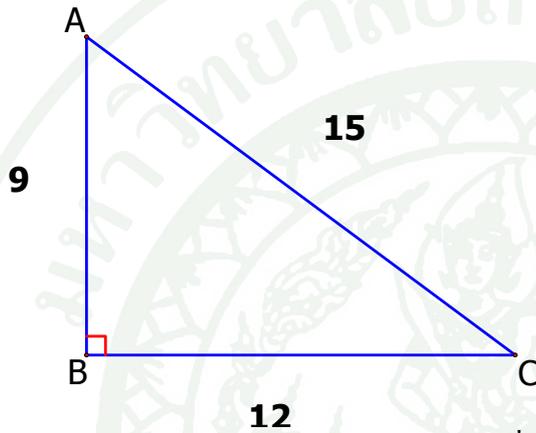
เปิดไฟล์ เส้นสัมผัสวงกลม.gsp หน้า กิจกรรมที่ 4.5

กิจกรรมที่ 4.5 : ตัวอย่างการแก้ปัญหาเกี่ยวกับวงกลมแนบในรูปสามเหลี่ยม

โจทย์ รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มีด้านยาว 9, 12 และ 15 ซม. จงสร้างวงกลม O แนบในรูปสามเหลี่ยม ABC แล้วหาความยาวของรัศมีของวงกลม O

สร้างวงกลมแนบในรูปสามเหลี่ยม ABC

วงกลม O แนบในรูปสามเหลี่ยม ABC



จุดสัมผัส

รัศมีของวงกลม

\overline{AD} และ \overline{AF}

\overline{CE} และ \overline{CF}

เริ่มใหม่

ให้นักเรียนทำกิจกรรมและแสดงวิธีการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบอย่างมีเหตุผล

1. สร้างวงกลม O แนบใน ΔABC

โดยคลิกปุ่ม สร้างวงกลมแนบในรูปสามเหลี่ยม ABC จากนั้นคลิกปุ่ม วงกลม O แนบในรูปสามเหลี่ยม ABC

2. กำหนดจุดที่ด้านของรูปสามเหลี่ยมที่สัมผัสวงกลม

โดยคลิกปุ่ม จุดสัมผัส จากนั้นคลิกปุ่ม รัศมีของวงกลม

3. คลิกปุ่ม \overline{AD} และ \overline{AF} นักเรียนคิดว่า $AD = AF$ หรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

4. คลิกปุ่ม \overline{CE} และ \overline{CF} นักเรียนคิดว่า $CE = CF$ หรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

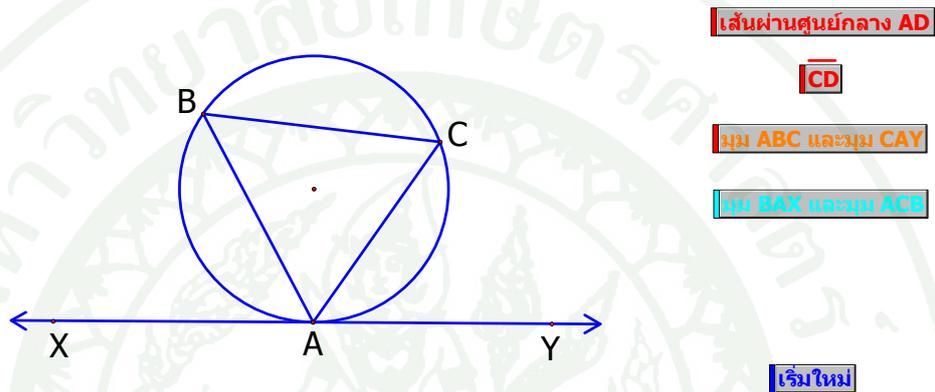
ใบกิจกรรมที่ 4.6 เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นสัมผัสกับคอร์ดของวงกลม

ชื่อ เลขที่

เปิดไฟล์ เส้นสัมผัสวงกลม.gsp หน้า กิจกรรมที่ 4.6

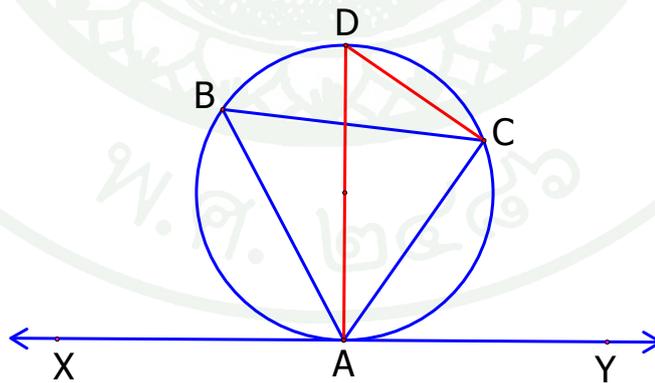
กิจกรรมที่ 4.6 : ทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นสัมผัสกับคอร์ดของวงกลม

จากรูป คอร์ด AB และคอร์ด AC ทำมุมกับเส้นสัมผัส XY ที่จุด A



ให้นักเรียนทำกิจกรรมและตอบคำถามต่อไปนี้

1. คลิกปุ่ม เส้นผ่านศูนย์กลาง AD และคลิกปุ่ม \overline{CD} เพื่อช่วยในการหาความสัมพันธ์ระหว่างเส้นสัมผัสกับคอร์ดของวงกลม จากนั้นให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้



2. \hat{ACD} มีขนาดเท่ากับกึ่งมุมฉาก เพราะเหตุใด

.....

3. $\widehat{ADC} + \widehat{CAD}$ มีขนาดกี่องศา เพราะเหตุใด

.....

4. $\widehat{CAD} + \widehat{CAY}$ มีขนาดกี่องศา เพราะเหตุใด

.....

5. $\widehat{ADC} + \widehat{CAD} = \widehat{CAD} + \widehat{CAY}$ หรือไม่

.....

6. $\widehat{ADC} = \widehat{CAY}$ หรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

7. $\widehat{ADC} = \widehat{ABC}$ หรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

8. $\widehat{CAY} = \widehat{ABC}$ หรือไม่

.....

9. ผลจากการตอบคำถามข้างต้น ให้นักเรียนสร้างข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของมุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสของวงกลมที่จุดสัมผัสกับขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้น

.....

.....

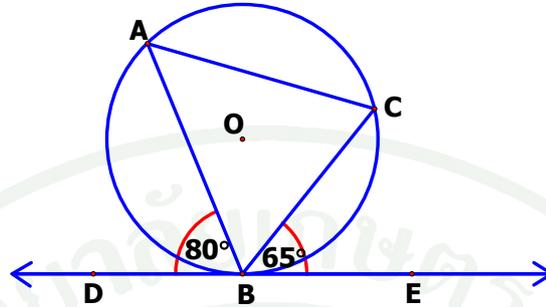
10. จากข้อความคาดการณ์ในข้อที่ 9 นักเรียนคิดว่า $\widehat{BAX} = \widehat{ACB}$ หรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

.....

ทฤษฎีบท มุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสของวงกลมที่จุดสัมผัสจะมีขนาดเท่ากับขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้น

2. จากรูป \overleftrightarrow{DE} เป็นเส้นสัมผัสวงกลมที่จุด B $\angle CBE = 65^\circ$ และ $\angle ABD = 80^\circ$
 จงหาขนาดของ $\angle BAC$ และขนาดของ $\angle ACB$



.....

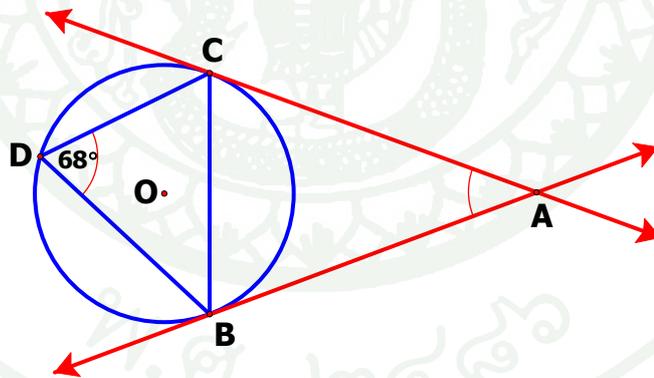
.....

.....

.....

.....

3. จากรูป \overleftrightarrow{AB} และ \overleftrightarrow{AC} สัมผัสวงกลมที่จุด B และจุด C ตามลำดับ และ $\angle BDC = 68^\circ$
 จงหาขนาดของ $\angle BAC$



.....

.....

.....

.....

.....



ภาคผนวก ข
แบบประเมินคุณภาพสื่อการเรียนรู้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad

แบบประเมินคุณภาพสื่อการเรียนรู้ โปรแกรม The Geometer's Sketchpad
เรื่อง วงกลม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

คำชี้แจง แบบประเมินคุณภาพสื่อการเรียนรู้ โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เรื่อง วงกลม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จัดทำขึ้นสำหรับผู้เชี่ยวชาญเพื่อแสดงความคิดเห็นแบ่งเป็น 3 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 ข้อมูลส่วนตัว

ตอนที่ 2 แบบประเมินสื่อการเรียนรู้ โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เรื่อง วงกลม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ตอนที่ 3 ข้อเสนอแนะ

ผลของการประเมินความคิดเห็นนี้จะเป็นประโยชน์อย่างยิ่งต่อการทำวิทยานิพนธ์ในการแก้ไข เพิ่มเติมและปรับปรุงให้สื่อการเรียนรู้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad มีความถูกต้องสมบูรณ์ อันจะทำให้บรรลุวัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์

ตอนที่ 1 ข้อมูลส่วนตัว

คำชี้แจง กรุณากรอกข้อความลงในช่องว่าง

ชื่อ (นาย/นาง/นางสาว) _____

วุฒิการศึกษา _____

อาชีพ _____

ตำแหน่ง _____

ประสบการณ์การทำงาน _____ ปี

สถานที่ทำงาน _____

ตอนที่ 2 แบบประเมินสื่อการเรียนรู้ โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เรื่อง วงกลม
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

คำชี้แจง กรุณาทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่ตรงกับความคิดเห็นของท่านมากที่สุด

ตารางผนวกที่ 1 แบบประเมินคุณภาพสื่อการเรียนรู้ โปรแกรม The Geometer's Sketchpad

รายการประเมิน	ระดับความคิดเห็น				
	ดีมาก	ดี	ปานกลาง	พอใช้	ควรปรับปรุง
1. ด้านเนื้อหา					
1.1 เนื้อหามีความเหมาะสมกับหลักสูตร					
1.2 เนื้อหา มีความสอดคล้องและครอบคลุมกับจุดประสงค์การเรียนรู้					
1.3 เนื้อหา มีความยากง่ายเหมาะกับระดับชั้น					
1.4 เนื้อหา มีความถูกต้องสมบูรณ์					
1.5 อธิบายเนื้อหาถูกต้องชัดเจน เข้าใจง่าย					
1.6 เนื้อหาเหมาะสมกับโปรแกรมที่ใช้					
2. ด้านการออกแบบโปรแกรม					
2.1 การออกแบบหน้าจอสวยงามและดึงดูดความสนใจ					
2.2 มีความคิดสร้างสรรค์ในการออกแบบ					
2.3 มีความเหมาะสมกับเนื้อหาและระดับของนักเรียน					
3. ด้านองค์ประกอบของโปรแกรม					
3.1 ลักษณะ ขนาด สีของตัวอักษร ชัดเจนสวยงาม อ่านง่าย					
3.2 ใช้ภาษาถูกต้อง ชัดเจนเข้าใจง่าย และเหมาะสมกับนักเรียน					
3.3 การใช้เครื่องมือของโปรแกรมหลากหลาย					

ตารางผนวกที่ 1 (ต่อ)

รายการประเมิน	ระดับความคิดเห็น				
	ดีมาก	ดี	ปานกลาง	พอใช้	ควรปรับปรุง
3.4 การจัดวางตัวอักษรหรือรูปภาพต่าง ๆ เหมาะสม สวยงาม					
3.5 มีความครบถ้วนของเนื้อหา					
3.6 ส่งเสริมให้นักเรียนได้สำรวจและ เกิดข้อค้นพบด้วยตนเอง					
3.7 มีปฏิสัมพันธ์กับนักเรียนอย่างเหมาะสม					
4. ด้านการนำไปใช้					
4.1 สะดวกและง่ายต่อการใช้งาน					
4.2 เหมาะสมกับระดับความสามารถของนักเรียน					
4.3 สื่อความหมายได้ดี ง่ายต่อความเข้าใจของ นักเรียน					
4.4 เหมาะสมกับการจัดกิจกรรมและสามารถ นำไปใช้เป็นการเรียนรู้ได้					

ตอนที่ 3 ข้อเสนอแนะ

คำชี้แจง กรุณาเขียนข้อเสนอแนะเกี่ยวกับสื่อการเรียนรู้ด้านเนื้อหาและกิจกรรมการเรียนรู้ ดังนี้

คาบที่ 1 ส่วนต่างๆเกี่ยวกับวงกลม

เนื้อหา	กิจกรรมการเรียนรู้

คาบที่ 2 ส่วน โค้งใหญ่ ส่วน โค้งน้อย ครึ่งวงกลม และมุมต่างๆเกี่ยวกับวงกลม

เนื้อหา	กิจกรรมการเรียนรู้

คาบที่ 3 มุมในครึ่งวงกลม มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วน โค้งของวงกลม

เนื้อหา	กิจกรรมการเรียนรู้

คาบที่ 4 มุมและส่วน โค้งที่รองรับมุม

เนื้อหา	กิจกรรมการเรียนรู้

คาบที่ 5 คอร์ดและส่วนโค้งของวงกลม

เนื้อหา	กิจกรรมการเรียนรู้
---------	--------------------

คาบที่ 6 คอร์ดกับจุดศูนย์กลางของวงกลม

เนื้อหา	กิจกรรมการเรียนรู้
---------	--------------------

คาบที่ 7 วงกลมผ่านจุดที่กำหนดและจุดศูนย์กลางวงล้อม

เนื้อหา	กิจกรรมการเรียนรู้
---------	--------------------

คาบที่ 8 รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลมและคอร์ดที่ยาวเท่ากัน

เนื้อหา	กิจกรรมการเรียนรู้
---------	--------------------

คาบที่ 9 เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี

เนื้อหา	กิจกรรมการเรียนรู้
---------	--------------------

คาบที่ 10 วงกลมแนบในรูปสามเหลี่ยมและเส้นสัมผัสกับคอร์ด

เนื้อหา	กิจกรรมการเรียนรู้
---------	--------------------

ลงชื่อ _____

ผู้ประเมิน

(_____)



ภาคผนวก ค
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
เรื่อง วงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

คำชี้แจง แบบทดสอบมี 2 ตอน คะแนนเต็ม 25 คะแนน ใช้เวลา 50 นาที ดังนี้

ตอนที่ 1 เป็นแบบทดสอบปรนัยแบบเลือกตอบ จำนวน 15 ข้อ 15 คะแนน

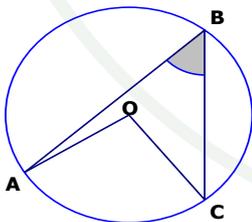
ตอนที่ 2 เป็นแบบทดสอบอัตนัยแสดงวิธีทำ จำนวน 2 ข้อ 10 คะแนน

ตอนที่ 1 จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด

1. ข้อใดต่อไปนี้ กล่าวถึงส่วนประกอบของวงกลมได้ถูกต้อง

- ก. เส้นผ่านศูนย์กลาง เป็นคอร์ดที่สั้นที่สุด
- ข. มุมในส่วนโค้งของวงกลม จะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน
- ค. มุมที่จุดศูนย์กลาง จะมีขนาด 90 องศา
- ง. มุมในครึ่งวงกลม คือมุมที่มีจุดยอดมุมอยู่บนวงกลมและแขนทั้งสองข้างของมุมผ่านจุดปลายทั้งสองของเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม

2. จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ถ้า $\angle AOC$ เป็นมุมฉาก แล้วขนาดของ $\angle ABC$ เท่ากับกี่องศา

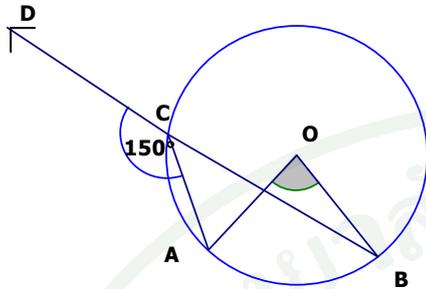


- ก. 30
- ข. 45
- ค. 60
- ง. 75

3. ในวงกลมวงหนึ่ง ถ้ามุมในส่วนโค้งเป็นมุมฉากแล้ว มุมที่จุดศูนย์กลางที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน จะเป็นมุมใด

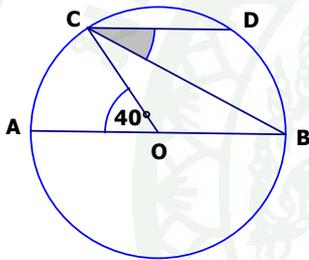
- ก. มุมแหลม
- ข. มุมฉาก
- ค. มุมป้าน
- ง. มุมตรง

4. จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ถ้า $\hat{A}C\hat{D} = 150$ องศา แล้วขนาดของ $\hat{A}O\hat{B}$ เท่ากับกี่องศา



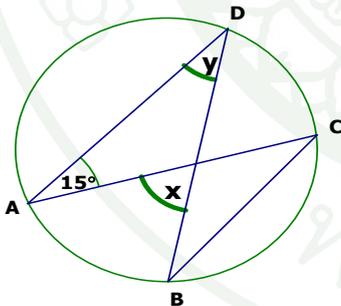
- ก. 30
- ข. 60
- ค. 80
- ง. 90

5. จากรูป \overline{AB} เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม O ถ้า $\hat{A}O\hat{C} = 40$ องศา และ $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ แล้วขนาดของ $\hat{B}C\hat{D}$ เท่ากับกี่องศา



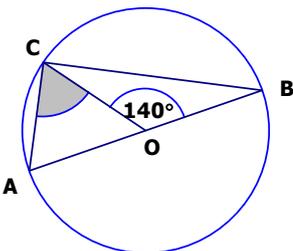
- ก. 20
- ข. 40
- ค. 60
- ง. 80

6. จากรูป $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ถ้า $\hat{D}A\hat{C} = 15$ องศา แล้วขนาดของ $x - y$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้



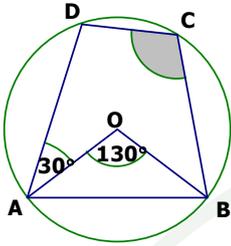
- ก. 10
- ข. 15
- ค. 30
- ง. 45

7. จากรูป \overline{AB} เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม O ถ้า $\hat{B}O\hat{C} = 140$ องศา แล้วขนาดของ $\hat{O}C\hat{A}$ เท่ากับกี่องศา



- ก. 40
- ข. 50
- ค. 60
- ง. 70

8. จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ซึ่ง $\widehat{AOB} = 130$ องศา และ $\widehat{OAD} = 30$ องศา
ขนาดของ \widehat{BCD} เท่ากับกี่องศา



- ก. 115
- ข. 120
- ค. 125
- ง. 130

9. ถ้าต้องการสร้างรูปสี่เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า จะต้องแบ่งมุมที่จุดศูนย์กลางให้มีขนาดกี่องศา

- ก. 30
- ข. 45
- ค. 60
- ง. 75

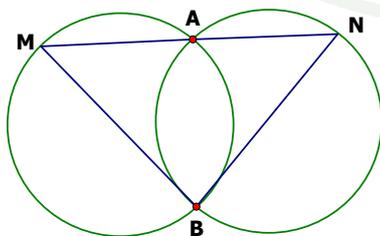
10. คอร์ดเส้นหนึ่งมีความยาวเท่ากับรัศมี อยากทราบว่าคอร์ดนี้จะรองรับมุมที่จุดศูนย์กลาง
ขนาดกี่องศา

- ก. 30
- ข. 45
- ค. 60
- ง. 90

11. ในวงกลมวงหนึ่ง ถ้าคอร์ด AB ยาวกว่าคอร์ด BC แล้วข้อใดกล่าวได้ถูกต้อง

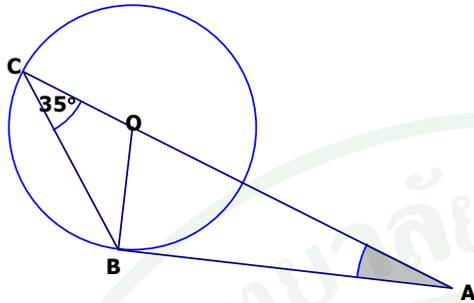
- ก. คอร์ด AB อยู่ใกล้จุดศูนย์กลางมากกว่าคอร์ด BC
- ข. คอร์ด AB และคอร์ด BC อยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางเป็นระยะทางเท่ากัน
- ค. คอร์ด BC อยู่ใกล้จุดศูนย์กลางมากกว่าคอร์ด AB
- ง. คอร์ด AB ตั้งฉากกับคอร์ด BC ที่จุด B

12. วงกลม 2 วงที่เท่ากัน ตัดกันที่จุด A และ จุด B เมื่อลากส่วนของเส้นตรงเชื่อม MAN และ
ลาก \overline{MB} และ \overline{BN} ดังรูป อยากทราบว่า $\triangle MNB$ เป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดใด



- ก. รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า
- ข. รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว
- ค. รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
- ง. ไม่สามารถสรุปได้

13. จากรูป \overline{AB} เป็นเส้นสัมผัสวงกลม O ที่จุด B ถ้า $\widehat{OCB} = 35$ องศา แล้วขนาดของ \widehat{BAO} เท่ากับกี่องศา



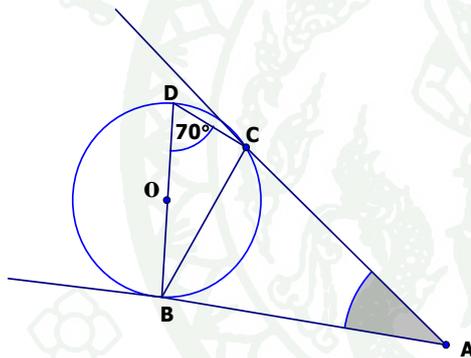
ก. 10

ข. 20

ค. 30

ง. 40

14. จากรูป \overline{AB} และ \overline{AC} เป็นเส้นสัมผัสวงกลม O ที่จุด B และจุด C ตามลำดับ ถ้า $\widehat{BDC} = 70$ องศา แล้วขนาดของ \widehat{BAC} เท่ากับกี่องศา



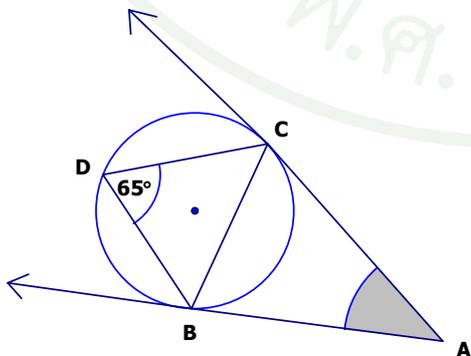
ก. 40

ข. 50

ค. 60

ง. 70

15. จากรูป \overline{AB} และ \overline{AC} เป็นเส้นสัมผัสวงกลมที่จุด B และจุด C ตามลำดับ ถ้า $\widehat{BDC} = 65$ องศา แล้วขนาดของ \widehat{BAC} เท่ากับกี่องศา



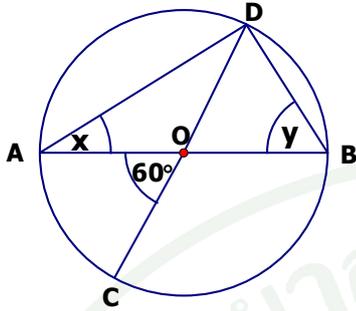
ก. 50

ข. 60

ค. 70

ง. 80

ตอนที่ 2 จงแสดงวิธีทำโดยละเอียด (ข้อละ 5 คะแนน)



- จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม
 \overline{AB} และ \overline{CD} เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม
 ถ้า $\angle AOC = 60$ องศา
 ให้นักเรียนแสดงวิธีการหาขนาดของ \hat{X} และ \hat{Y}
 พร้อมทั้งแสดงเหตุผลประกอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

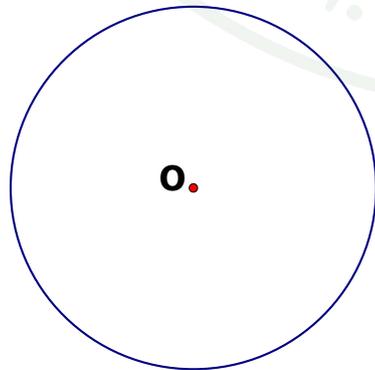
.....

.....

.....

.....

- วงกลมวงหนึ่งมีคอร์ดยาว 16 เซนติเมตร และอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลม 6 เซนติเมตร
 ให้นักเรียนแสดงวิธีการหาความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมนี้ พร้อมทั้งวาดรูปประกอบ



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



ภาคผนวก ง
แบบประเมินตนเองของนักเรียน



ภาคผนวก จ

แบบสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนด้านความสามารถในการให้เหตุผล

แบบสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนด้านความสามารถในการให้เหตุผล
ชื่อ.....เลขที่.....ชั้น.....

หน่วยการเรียนรู้ย่อยที่ 1 เรื่อง ส่วนต่างๆเกี่ยวกับวงกลม

ระดับคะแนน 0 1 2 3

บันทึกเพิ่มเติม

.....

.....

.....

หน่วยการเรียนรู้ย่อยที่ 2 เรื่อง มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม

ระดับคะแนน 0 1 2 3

บันทึกเพิ่มเติม

.....

.....

.....

หน่วยการเรียนรู้ย่อยที่ 3 เรื่อง คอร์ด

ระดับคะแนน 0 1 2 3

บันทึกเพิ่มเติม

.....

.....

.....

หน่วยการเรียนรู้ย่อยที่ 4 เรื่อง เส้นสัมผัสวงกลม

ระดับคะแนน 0 1 2 3

บันทึกเพิ่มเติม

.....

.....

.....



ภาคผนวก จ
แบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

**แบบสอบถามความคิดเห็นที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล
เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad**

คำชี้แจง แบบสอบถามฉบับนี้เป็นการสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง วงกลม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad โดยให้นักเรียนอ่านข้อความที่กำหนดและแสดงความคิดเห็นโดยทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่ตรงกับระดับความคิดเห็นของนักเรียนมากที่สุด

ตารางผนวกที่ 2 แบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ข้อความ	ระดับความคิดเห็น				
	เห็น ด้วย อย่าง ยิ่ง	เห็น ด้วย	ไม่ แน่ใจ	ไม่เห็น ด้วย	ไม่เห็น ด้วย
ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้					
1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีความทันสมัยและน่าสนใจ					
2. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนมีทักษะการให้เหตุผล					
3. นักเรียนมีส่วนร่วมในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้					
4. ระยะเวลาที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีความเหมาะสม					
ด้านสื่อการเรียนรู้					
5. นักเรียนเรียนรู้และเข้าใจเนื้อหาได้ดี เมื่อใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นสื่อการเรียนรู้					

ตารางผนวกที่ 2 (ต่อ)

ข้อความ	ระดับความคิดเห็น				
	เห็นด้วย อย่างยิ่ง	เห็น ด้วย	ไม่ แน่ใจ	ไม่เห็น ด้วย	ไม่เห็น ด้วย อย่าง ยิ่ง
6. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ทำให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นและอยากที่จะเรียนรู้					
7. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ส่งเสริมให้นักเรียนเป็นผู้ลงมือปฏิบัติและเกิดการค้นพบด้วยตนเอง					
8. นักเรียนรู้สึกมีความสุขและสนุกกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad					
9. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ช่วยให้นักเรียนสำรวจสมบัติของวงกลมได้สะดวก รวดเร็ว					
10. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ช่วยให้นักเรียนมองเห็นภาพที่เป็นรูปธรรมมากยิ่งขึ้น					
11. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ทำให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นกับนักเรียนผู้อื่นมากยิ่งขึ้น					
12. การใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ในการจัดการเรียนรู้สอดคล้องกับเนื้อหา เรื่อง วงกลม					

ตารางผนวกที่ 2 (ต่อ)

ข้อความ	ระดับความคิดเห็น				
	เห็นด้วย อย่างยิ่ง	เห็น ด้วย	ไม่ แน่ใจ	ไม่เห็น ด้วย	ไม่เห็น ด้วย อย่าง ยิ่ง
ด้านครูผู้สอน					
13. ครูผู้สอนเปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้					
14. ครูผู้สอนมีความเป็นกันเองกับนักเรียนทำให้นักเรียนกล้าที่จะซักถามและแสดงความคิดเห็น					
15. ครูผู้สอนเอาใจใส่และคอยช่วยเหลือนักเรียนให้เข้าใจบทเรียนอย่างเต็มความสามารถ					
16. ครูผู้สอนเปิดโอกาสให้นักเรียนสอบถามข้อสงสัยทั้งในและนอกเวลาของการเรียนรู้					
17. ครูผู้สอนใช้วาจาที่สุภาพกับนักเรียน					
18. ครูผู้สอนเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ปฏิบัติและค้นพบความรู้ด้วยตนเอง					
19. ครูผู้สอนสามารถให้คำแนะนำและเทคนิคการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ให้กับนักเรียนได้เป็นอย่างดี					
20. ครูผู้สอนสามารถถ่ายทอดความรู้และสร้างกระบวนการคิดให้กับนักเรียนได้					
21. ครูผู้สอนส่งเสริมให้นักเรียนคิดอย่างมีเหตุผลและเป็นระบบ					
22. ครูผู้สอนส่งเสริมและสนับสนุนให้นักเรียนมีการพัฒนาตนเองอย่างต่อเนื่อง					

ตารางผนวกที่ 2 (ต่อ)

ข้อความ	ระดับความคิดเห็น				
	เห็นด้วย อย่างยิ่ง	เห็น ด้วย	ไม่ แน่ใจ	ไม่เห็น ด้วย	ไม่เห็น ด้วย อย่าง ยิ่ง
ด้านการวัดผลและการประเมินผล					
23. ครูผู้สอนแจ้งเกณฑ์การวัดผลและ การประเมินผลก่อนทำกิจกรรมการเรียนรู้					
24. การวัดผลและการประเมินผลตรงตาม จุดประสงค์การเรียนรู้					
25. ครูผู้สอนมีการวัดผลและการประเมินผล ด้วยวิธีการที่หลากหลายและเหมาะสม					



ภาคผนวก ข
รายนามผู้เชี่ยวชาญ

รายนามผู้เชี่ยวชาญ

1. อาจารย์ทรงชัย อักษรคิด
อาจารย์สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์
มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
2. อาจารย์เบญจวรรณ อินทร์เรืองศรี
ครู วิทยฐานะชำนาญการพิเศษ
โรงเรียนบางละมุง อำเภอบางละมุง จังหวัดชลบุรี
และเลขานุศูนย์ปฏิบัติการ โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เขตตรวจราชการที่ 9
3. อาจารย์นริสา รอดทะยอย
ครู วิทยฐานะชำนาญการ
โรงเรียนบางละมุง อำเภอบางละมุง จังหวัดชลบุรี
4. อาจารย์จักรรินทร์ แจ่มใส
ครู วิทยฐานะชำนาญการ
หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
โรงเรียนบางละมุง อำเภอบางละมุง จังหวัดชลบุรี
5. อาจารย์นิภาภรณ์ ไตรภพ
ครู วิทยฐานะชำนาญการ
โรงเรียนบางละมุง อำเภอบางละมุง จังหวัดชลบุรี



ตารางผนวกที่ 3 ผลการวิเคราะห์แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
เรื่อง วงกลม (จำนวนผู้สอบ 66 คน)

ข้อที่	p	r	หมายเหตุ
1	0.56	0.36	อยู่ในเกณฑ์
2	0.76	0.00	ค่า r ไม่อยู่ในเกณฑ์
3	0.80	0.30	อยู่ในเกณฑ์
4	0.32	0.39	อยู่ในเกณฑ์
5	0.52	0.30	อยู่ในเกณฑ์
6	0.80	0.33	อยู่ในเกณฑ์
7	0.76	0.70	อยู่ในเกณฑ์
8	0.61	0.33	อยู่ในเกณฑ์
9	0.62	0.30	อยู่ในเกณฑ์
10	0.88	0.30	ค่า p ไม่อยู่ในเกณฑ์
11	0.55	0.18	ค่า r ไม่อยู่ในเกณฑ์
12	0.38	0.61	อยู่ในเกณฑ์
13	0.67	0.12	ค่า r ไม่อยู่ในเกณฑ์
14	0.80	0.36	อยู่ในเกณฑ์
15	0.27	0.30	อยู่ในเกณฑ์
16	0.76	0.36	อยู่ในเกณฑ์
17	0.59	0.30	อยู่ในเกณฑ์
18	0.55	0.42	อยู่ในเกณฑ์
19	0.47	0.39	อยู่ในเกณฑ์
20	0.35	0.03	ค่า r ไม่อยู่ในเกณฑ์

ตารางผนวกที่ 4 ค่าดัชนีความง่าย และค่าดัชนีอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม (จำนวนผู้สอบ 66 คน)

ข้อที่	p	r	หมายเหตุ
1	0.56	0.36	อยู่ในเกณฑ์
2	0.80	0.30	อยู่ในเกณฑ์
3	0.32	0.39	อยู่ในเกณฑ์
4	0.52	0.30	อยู่ในเกณฑ์
5	0.80	0.33	อยู่ในเกณฑ์
6	0.76	0.70	อยู่ในเกณฑ์
7	0.61	0.33	อยู่ในเกณฑ์
8	0.38	0.61	อยู่ในเกณฑ์
9	0.76	0.36	อยู่ในเกณฑ์
10	0.27	0.30	อยู่ในเกณฑ์
11	0.80	0.36	อยู่ในเกณฑ์
12	0.62	0.30	อยู่ในเกณฑ์
13	0.59	0.30	อยู่ในเกณฑ์
14	0.55	0.42	อยู่ในเกณฑ์
15	0.47	0.39	อยู่ในเกณฑ์

หมายเหตุ : ค่าดัชนีความง่าย และค่าดัชนีอำนาจจำแนกที่แสดงในตารางผนวกที่ 5 มาจากตารางผนวกที่ 4 โดยตัดแบบทดสอบข้อที่มีค่า p และค่า r ซึ่งไม่อยู่ในเกณฑ์ที่กำหนดออก

ค่าเฉลี่ยของแบบทดสอบ $\mu = \frac{\sum_{i=1}^N X_i}{N}$

$$\mu = \frac{782}{66}$$

$$\mu = 11.85$$

ความแปรปรวนของแบบทดสอบ $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}{N}$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{66} (x_i - 11.85)^2}{100}$$

$$\sigma^2 = 15.06$$

ดัชนีความเที่ยงของแบบทดสอบด้วยวิธีของ Kuder – Richardson

$$KR_{20} : r_{tt} = \left(\frac{n}{n-1} \right) \left(1 - \frac{\sum_{i=1}^n p_i q_i}{s^2} \right)$$

$$r_{tt} = \left(\frac{15}{14} \right) \left(1 - \frac{3.31}{15.06} \right)$$

$$r_{tt} = (1.07)(1 - 0.22)$$

$$r_{tt} = 0.83$$

ดังนั้นแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ฉบับนี้มีค่าดัชนีความเที่ยงเท่ากับ 0.83





ภาพผนวกที่ 1 ภาพการจัดกิจกรรมการเรียนรู้



ภาพผนวกที่ 1 (ต่อ) ภาพการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ประวัติการศึกษา และการทำงาน

ชื่อ -นามสกุล	นางสาวศราญลักษณ์ บุตรรัตน์
วัน เดือน ปี ที่เกิด	วันที่ 7 เดือน สิงหาคม พ.ศ. 2526
สถานที่เกิด	จังหวัดชลบุรี
ประวัติการศึกษา	วิทยาศาสตรบัณฑิต (คณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประกาศนียบัตรบัณฑิตวิชาชีพครู มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ตำแหน่งปัจจุบัน	ครู
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	โรงเรียนบางละมุง จังหวัดชลบุรี
ทุนการศึกษาที่ได้รับ	สกวค.